

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE LICENCIATURAM EM MATEMÁTICA A DISTÂNCIA

Jossivan Lopes Leite

**Uma proposta de ação didática em Trigonometria
baseada no software GeoGebra**

Pombal – PB

2011

Jossivan Lopes Leite

**Uma proposta de ação didática em Trigonometria
baseada no software GeoGebra**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Comissão examinadora do Curso de Licenciatura em Matemática a Distância da Universidade Federal da Paraíba como requisito para obtenção do título de licenciado em Matemática.

Orientador:

Prof. Ms Antônio Sales da Silva

Pombal – PB

2011

Universidade Federal da Paraíba
Biblioteca Setorial do CCEN
Catalogação na Publicação

L525p

Leite, Jossivan Lopes

Uma proposta de ação Didática em trigonometria baseada no software GeoGebra / Jossivan Lopes Leite. - Pombal 2011.

60 p.:II

Monografia (Licenciatura em Matemática à Distância) – UFPB

Orientador: Prof^o. Antônio Sales da Silva

Incluir referência.

1. GeoGebra. 2. Trigonometria. 3. Didática

I. Título.

BS/CCEN

CDU: 514.16 (0432)

Uma proposta de ação didática em trigonometria baseada no *software* GeoGebra

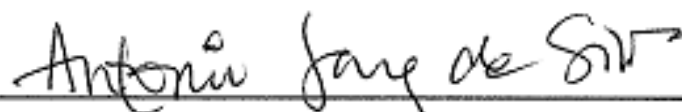
Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática a Distância da Universidade Federal da Paraíba como requisito parcial para obtenção do título de licenciado em Matemática.

Orientador:

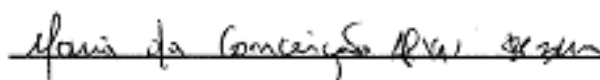
Professor Antônio Sales da Silva

Aprovado em: 09, 07, 2011

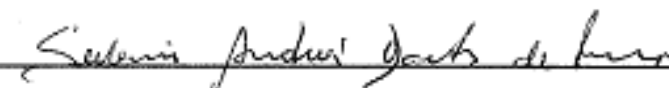
COMISSÃO EXAMINADORA



Professor Antônio Sales da Silva (Orientador)



Professora Maria da Conceição Alves Bezerra



Professora Severina Andréa Dantas de Farias

Dedicatória

Dedico este trabalho a minha mãe Francisca, que é a maior responsável por estar aqui, pelo incentivo, carinho e apoio irrestrito, propiciando vitória nesta minha caminhada.

A minha querida esposa Taize, por todo amor e compreensão, apoio e colaboração para a finalização deste trabalho.

A todos os que de uma forma direta ou indiretamente contribuíram para a construção desta pesquisa.

AGRADECIMENTOS

Agradeço em primeiro momento a Deus, por entender que é ele quem nos dar inspiração, ensinamento e força para superar os desafios que enfrentamos.

Agradeço a minha gestora que sempre está ao meu lado, por favorecer em especial, este momento

Agradeço ao Presidente Luiz Inácio Lula da Silva pela brilhante coragem de dar condições de acessibilidade a muitos brasileiros de forma gratuita a varias instituições de ensino superior e de qualidade da qual tenho muito orgulho em fazer parte de uma delas. (UFPBVIRTUAL).

Agradeço a Prof.(a). Rogéria Gaudêncio que mim deu inesquecível apoio e estímulo dado desde início desse curso, contribuindo em grande peso em minha formação acadêmica como professora das disciplinas de Tópicos Especiais em Matemática.

Agradeço ao grande professor Sales por ter aceitado a me orientar neste trabalho e pela confiança em mim depositado.

Aos **colegas**, pelas trocas de experiências, pelo convívio, pelas alegrias e incertezas, por todos esses momentos vividos juntos e partilhados.

Por fim, agradeço aos nossos alunos: antigos, atuais e futuros, pois vocês são a nossa inspiração e motivação por ter escolhido essa carreira.

"Estamos nos anos iniciais de um tempo que chamo de década digital - uma era em que computadores deixarão de ser meramente úteis para se tornar uma parte significativa e indispensável de nossa vida diária."
(Bill Gates).

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo mostrar a importância da tecnologia informática na educação bem como analisar as potencialidades e limitações do *software* GeoGebra no ensino e aprendizagem de Trigonometria. Apoiamos-nos em recursos didáticos presentes da Escola Estadual de ensino Fundamental e Médio Deputado leví Olimpio Ferreira. A nossa pesquisa pretende também responder as seguintes questões: Que contribuições o *software* de Geometria Dinâmica GeoGebra pode trazer para o ensino e a aprendizagem de Trigonometria; o *software* GeoGebra permite ao aluno compreender as relações e propriedades da trigonometria; e quais estratégias os alunos recorrem ao aprender trigonometria por meio do *software*? Para tanto, foi elaborado e aplicado um capítulo de atividades investigativas. A intervenção metodológica foi realizada com alunos da segunda série do Ensino Médio de uma escola pública na cidade de São Bentinho, PB. Tomamos como base o referencial teórico da Didática da Matemática, adotando as concepções de Borba e Penteado (2007), Valente (1999), Assis e Bezerra (2010) e Zulatto (2002, 2007) no que se refere ao uso da Tecnologia Informática (TI) na sala de aula de Matemática. Para elaborar as atividades investigativas, adotamos as concepções de Ponte, Brocardo e Oliveira (2005) e Ernest (1996).

Palavras-chave: *Software* GeoGebra. Ensino e Aprendizagem de Trigonometria. Atividades Investigativas.

ABSTRACT

This paper aims to show the importance of information technology in education as well as analyze the potential and limitations of the software GeoGebra in teaching and learning of trigonometry. We support them in the didactic resources of the State School of Elementary and Secondary Education Mr Levi Olimpio Ferreira. Our research also aims to answer the following questions: What contributions GeoGebra Dynamic Geometry software can bring to the teaching and learning of trigonometry, the GeoGebra software allows the student to understand the relationships and properties of trigonometry, and what strategies students use to learn trigonometry through the software? To that end, we developed and implemented a chapter of investigative activities. The methodological intervention was performed with second graders to high school in a public school in the town of Bentley, PB. We take as the theoretical basis of mathematical didactics, adopting the concepts of Borba and Penteado (2007), Valente (1999), and Assi Bezerra (2010) and Zulatto (2002, 2007) regarding the use of Information Technology (IT) in classroom mathematics. To prepare the investigative activities, we adopt the views of Bridge, Brocardus and Oliveira (2005) and Ernest (1996).

Keywords: Software GeoGebra. Teaching and Learning of Trigonometry. Investigative Activities.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1- Tela inicial do software GeoGebra.....	32
Figura 2 - Barra de ferramenta do GeoGebra.....	32
Figura 3 - Selecionando uma ferramenta do GeoGebra.....	33
Figura 4 - Traçando a altura de um triângulo.....	35
Figura 5 - Altura de um triângulo após movimento.....	35
Figura 6 - Construção do triângulo retângulo.....	36
Figura 7 – Construção do ciclo trigonométrico.....	37
Figura 8 – Construção do triângulo retângulo com o GeoGebra.....	38
Figura 8b - Construção do triângulo retângulo com o GeoGebra.....	39
Figura 9 – Razões trigonométricas no triângulo retângulo.....	39
Figura 10 - Soma dos ângulos interno de um triângulo.....	44

LISTA DE ABREVIATURAS /SIGLAS

TI	TECNOLOGIA DA INFORMAÇÃO
TIC	TECNOLOGIA DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO
AC	AMBIENTE COMPUTACIONAL
PCNEM	PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS PARA ENSINO MÉDIO
PCN	PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS
CONST	CONSTRUÇÃO
TRIANG	TRIÂNGULO

SUMÁRIO

1	MEMORIAL DO ACADÊMICO	13
1.1.	Histórico da formação escolar	13
1.2	Histórico da formação universitária.....	16
2	REFLEXÃO TEORICA	18
2.1	A Importância da Tecnologia informática (TI) na Educação.....	18
2.2	Questionamentos da Pesquisa.....	21
2.3	Objetivos.....	22
3	ALGUMAS PUBLICAÇÕES EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA REFENTES AO ENSINO E APRENDIZAGEM DE TRIGONOMETRIA E O USO DA TECNOLOGIA INFORMÁTICA (TI) COMO RECURSO EM SALA DE AULA	23
4	PRINCÍPIOS NORTEADORES DO ENSINO E APRENDIZAGEM DE TRIGONOMETRIA POR MEIO DO USO DO SOFTWARE GEOGEBRA	27
4.1	A Presença da tecnologia informática (TI) no ensino e aprendizagem da Matemática.....	27
4.2	Software de Geometria Dinâmica.....	30
4.3	O software Geogebra no Ensino e aprendizagem de trigonometria.....	31
5	CONSTRUÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA COM O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA	40
5.1	Caracterização do ambiente da pesquisa e dos sujeitos envolvidos.....	40
5.1.1	A escola.....	40
5.1.2	Os sujeitos da pesquisa.....	41
5.2	Seqüência didática.....	41
6	A EXPERIÊNCIA	42
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	42
	REFERÊNCIAS	47
	APÊNDICES	52

APÊNDICE A – Altura de Triângulos.....	53
APÊNDICE B – Semelhanças de Triângulos.....	54
APÊNDICE C – Triângulos Retângulos Semelhantes.....	55
APÊNDICE D – Razões Trigonômicas no Triângulo Retângulo.....	55
APÊNDICE E - Ciclo trigonométrico.....	56
ANEXO.....	59

1 MEMORIAL DO ACADÊMICO

1.1 Histórico da Formação Escolar

Fazer nesse momento um resgate de minha história de vida faz-me constatar que embora tenha superado inúmeras batalhas, ainda estou distante de alcançar os meus objetivos, pois a cada obstáculo superado sinto a necessidade de aprimorar cada vez mais as minhas conquistas.

Nasci em 22 de Abril de 1979, na cidade de Pombal, na maternidade Sinhá Carneiro, às 07h00min da manhã de um domingo, dentre os doze filhos que a minha geradora teve eu e o mano mais novo fomos os únicos que para nascer foi necessário a ir ao hospital.

A minha origem é compartilhada por milhões de seres humanos, venho de uma família classificada socialmente como classe baixa, mas que cultua uma formação educacional e familiar muito rígida; meus avós maternos e paternos eram trabalhadores rurais; meu pai foi trabalhador rural durante toda a sua convivência conosco, hoje infelizmente não vai poder sentir a emoção de compartilhar conosco presencialmente esse momento da minha vida, mas com certeza estará de uma outra maneira que só Deus pode nos explicar presente. Minha mãe foi e é, assim como meu pai trabalhadora rural, hoje para glória e honra de Jesus é aposentada; nós eu e meus oitos irmãos vivos não tivemos regalias luxuosas, mas nunca faltou comida, pois nas dificuldades mais extremas sempre Jesus mostrava um meio para se superar esses momentos. Devido a essa conjuntura, logo cedo aprendi a viver e a compreender as dificuldades que passaria ao longo de minha vida se tivesse a pretensão de “ser alguém na vida”.

Foi exatamente assim a vida de nossa família e em particular a do meu pai em busca do bem viver ou da sobrevivência hoje bem mais violenta do que foi há cinco décadas e se nossos governantes não procurarem trabalhar uma política social, mas justa se adequado aos moldes da atual globalização, o futuro não só do nosso país, mas do planeta como um todo será a pior das incertezas.

É claro e notório que vivemos em uma sociedade que cultua o preconceito, os estereótipo, vivemos em uma sociedade de classes. Quem “pertence” ou tem algo valorizado, está dentro, faz parte. Quem não tem ou não pertence, está “excluído”. Não podemos negar que todos nós, temos nossos preconceitos e estereótipo. Estes foram individualmente e culturalmente construídos.

Os meus primeiros passos na escola começaram na minha pequenina comunidade rural denominada de “Arruda Câmara”, mais precisamente em um grupo Escolar Municipal denominado de “Manoel Justiniano Barbosa” fundado no ano de 1962 pelo então prefeito Paulo Pereira, da cidade de Pombal, foi nesse grupo que cursei todo o meu primário, por incrível que pareça esses cinco anos que estudei nesse grupo passei por quatro professoras diferentes, isso não por que o ensino tinha a devida atenção, mas por haver por parte dos administradores municipais uma politicagem sebosa nas indicações desses professores, indicando as vezes pessoas que até hoje não sabem nem escrever corretamente o meu nome, mas sabia no dia das eleições sufragar o nome do indicado pelo então prefeito nas urnas.

Vale lembrar também que houve nessas indicações nome de pessoas não profissionais, mas que tinham desejo de contribuir com a educação dos indivíduos daquela humilde escola, entre essas cito o nome a digníssima professora Francisca Melo (Zitinha), uma professora que demonstra ter coragem e força para puder vencer os mais duros obstáculos da vida, foi ela quem mais mim ajudou a descobrir o verdadeiro sentido/valor da educação. Ela sabia das condições financeiras que minha família passava e tentava de várias maneiras entender/superar os momentos de dificuldades que eu demonstrava diante do ano letivo que ora estava cursando. A essa professora, devo a satisfação de agora poder está concluindo esse curso, pois soube muitas das vezes avaliar e não medir a minha aprendizagem.

Terminando o meu primário sem diplomação, sem nada do que hoje é oferecido aos alunos para incentivar a seguir em frente na caminha educacional. Partir para o Ginásio, fardado com uma calsa gens e camiseta branca, decorada com uma fita vermelha vertical do ombro ao quadril

caracterizando os alunos da rede estadual de ensino do Estado da Paraíba, lá ia eu em busca da educação, saia todos os dias às 5hs da manhã de bicicleta percorrendo um percurso de aproximadamente 50 quilômetros do sítio em que moro até a cidade de Pombal onde se localiza até hoje as escolas que cursei tanto o ginásio assim como o ensino médio. Os dois primeiros bimestres da 5ª série cursei na escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio “Monsenhor Valeriano” sediada em Pombal e os outros dois últimos assim como as demais séries cursei na escola estadual de Ensino Fundamental e Médio “Arruda Câmara” também sediada em Pombal. Tirando os dois primeiros bimestres da 5ª série todo o meu ensino médio foi cursado na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio “Arruda Câmara”. Nessa escola foi onde pude despertar a minha vocação de ser um professor com exclusividade para a Matemática, pois apesar de ser uma escola muito humilde tinha um quadro de professores comprometidos com a educação dos seus educandos.

Todos os meus professores sem exceção gostavam de mim, pois demonstrava ser um aluno que sabia o que buscar na educação. Claro que nem tudo é perfeito existiam professores que às vezes não queriam entender as minhas dificuldades tanto de acesso ao prédio escolar como sócio econômico na qual estava inserido, mas depois de muito dialogo tudo se resolveria.

Depois de concluído o ginásio infelizmente meu saudoso pai com aquela ideia milenar não queria que eu continuasse estudando, pois assim como os demais irmãos tinha que trabalhar na agricultura/enxada para poder garantir o sustento da nossa família. Segundo ele, filho de pobre só é preciso saber ler e escrever, pois as condições econômicas-socias vigentes não deixa esse tipo de classe social chegar a lugar nenhum, mas o meu desejo de poder continuar estudando era tanto que minha querida e estimada mãe propôs a me substituir nessa dura tarefa para que assim eu viesse a continuar estudando.

Contando agora só como o apoio da minha mãe, isso devido meu pai não acreditar na minha sobrevivência educacional devido ser incluído na classe social excluída em muitas escolas, as coisas ficaram um pouco mais difíceis no Ensino Médio, pois tinha que, às vezes pagar por xerox e livros adotados na

escola os quais o estado não dava cobertura gratuita. Mas como diz o dito popular “quem tem a vontade já tem a metade” eu partir para a batalha e graças a Deus superei todos os obstáculos desses três anos de Ensino Médio.

Por causa das diferenças socioeconômicas vividas por minha família nessa época e para tristeza minha e de minha mãe os meus irmãos perpetuaram a cultura que meu pai defendia, hoje estão sofrendo as conseqüências por terem seguido essa postura arcaica. Nem gosto de relatar, mas hoje se não fosse a benção de Deus sobre a minha pessoa, a minha força de vontade, a gigantesca coragem de minha mãe eu não seria um funcionário público estadual concursado.

1.1 Histórico da Formação Universitária

No ano de 2000, já concluído o Ensino Médio fiz como muitos dos nordestinos fazem, partir para São Paulo a fim de adquirir maior condições de sobrevivência para mim e parte de minha família. Chegando ao destino pude ingressar em uma empresa de telecomunicação como ajudante técnico de emendas de cabos telefônicos (Cabista). Não demorou muito para que eu viesse a se tornar um técnico nessa área e assim dar uma grande melhoria nas condições financeiras de minha família. O período que trabalhei nessa empresa foi de apenas dois anos, pois no ano 2002 o meu pai sofreu um infarto fuminante e partiu dessa para outra deixando a minha mãe sozinha em casa, pois todos os meus irmãos já havia se casado. Daí teve que vim morar com ela a fim de fazer companhia.

Algum tempo depois, isso já no ano de 2006 minha mãe já se encontrava aposentada busquei entrar na Universidade, o que só se tornou possível com a vinda da Universidade Aberta do Brasil - UAB e mais precisamente com a Universidade Federal da Paraíba – UFPBVIRTUAL, isso por que essa modalidade de ensino é bastante flexível no tocante a questão de tempo disponível para o estudo.

Já sendo aluno da Universidade Aberta do Brasil tive e tenho algumas dificuldades para continuar pontualmente com os deveres exigidos da Universidade. Citarei algumas das tais dificuldades:

- A questão de ser pioneiro na modalidade de ensino
- A falta de material didático
- O acesso a internet
- A distância de minha residência ao pólo de apoio

Embora enfrente essas dificuldades não deixei de lado o sonho de se tornar um educador diplomado, pois essas dificuldades em relação as já vividas não representa quase nada. A minha participação nessa modalidade de ensino está mim proporcionando um crescimento qualitativo em minha formação acadêmica, política e social, o que pretendo socializar com o máximo possível com os companheiros de curso.

2. REFLEXÃO TEORICA

No presente capítulo apresentaremos as nossas considerações acerca da importância da tecnologia da informação no processo educacional, as potencialidades e limitações do uso dos softwares dinâmicos no ensino da Matemática, bem como os questionamentos e os objetivos, geral e específicos.

2.1 A importância da Tecnologia Informática (TI) na Educação

O processo de ensino e aprendizagem de matemática atualmente evidencia a falta de interesse de alunos; baixo rendimento por dificuldade de compreensão dos conteúdos; alunos que não demonstram prazer pelas aulas; professores que ainda que se esforcem, não conseguem trabalhar conteúdos de forma significativa para os alunos.

Essa situação pode ser consequência da falta ou não uso adequado de recursos didáticos, de forma a suprimir os esquemas tradicionais de ensino por métodos inovadores que busquem facilitar o aprendizado e despertar o interesse dos alunos.

A revolução tecnológica está favorecendo o surgimento de uma nova sociedade, marcada pela técnica, pela informação e pelo conhecimento, que tem como elemento básico a centralidade de conhecimento e da educação, e estes no ponto de vista do capitalismo globalizado passa a ser, força matriz e eixos de transformação produtiva e do desenvolvimento econômico. (LIBÂNEO, 2003). Com isso a escola passa a exigir competências e habilidades dos alunos que atendam a demanda da sociedade, ou vice e versa, compartilhando assim exigências do cotidiano.

No final dos anos 1980 e início dos anos 1990, quando teve início a discussão sobre a inserção da tecnologia informática na educação, imaginava-se que ela traria perigo para a aprendizagem dos alunos e ameaçaria o emprego dos professores. Questionamentos do tipo: “se meu aluno utilizar a calculadora, como ele aprenderá a fazer contas?” ou então, “se o estudante

aperta uma tecla do computador e o gráfico da função já aparece, como ele conseguirá a aprender a traçá-lo?”. Além disso, com o avanço do uso da informática em diversos setores da sociedade muitos professores e profissionais da educação temiam uma possível substituição do seu trabalho pela máquina. Hoje, compreendemos esses questionamentos mesmo baseados em uma concepção equivocada e distorcida das reais potencialidades desses recursos auxiliares de ensino Assis & Bezerra (2010).

Recentemente, os softwares educativos voltados para a Matemática apresentam-se como um recurso metodológico que tem impulsionado ainda mais os debates relacionados ao processo de ensino-aprendizagem e formação de conceitos em Matemática. No entanto, é durante a formação inicial ou continuada que o professor deve iniciar uma reflexão consciente e crítica sobre a utilização da tecnologia em sala de aula. Conhecer, utilizar, testar e analisar esses recursos nos laboratórios potencializa a capacidade de reflexão do professor sobre seus processos de pensamento.

Esse estudo traz também uma discussão sobre o uso de *softwares* de geometria dinâmica em atividades investigativas. Nosso objetivo é analisar as potencialidades e limitações do *software* GeoGebra na formação dos conceitos básicos de Trigonometria.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais PCN (BRASIL, 1998) de Matemática para o 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental existe uma menção explícita sobre o uso de softwares. Neste documento, o recurso às tecnologias da comunicação, especialmente da informática como são os computadores e os softwares, aparece como um dos “caminhos para se ‘fazer Matemática’ na sala de aula” (p. 42). E embora admita que a incorporação desses recursos às atividades escolares seja um desafio, já que a tradição escolar apóia-se na oralidade e na escrita, defende a emergência por “novas formas de comunicar e conhecer” (p. 42). O uso desses recursos, segundo os PCN, traz significativas contribuições para repensar o processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

Por outro lado, os PCN advertem que o bom uso do computador na sala de aula depende da escolha dos softwares em função dos objetivos que se pretende atingir e da concepção de conhecimento e de aprendizagem que

orienta o processo. Portanto, longe da ideia de que o computador viria substituir o professor, seu uso vem, sobretudo, reforçar o papel do professor na preparação, condução e avaliação do processo de ensino e aprendizagem.

Como orientação didática, os PCN propõem que sejam criadas situações em que os alunos possam comparar duas figuras, sendo a segunda resultante da reflexão da primeira (ou da translação ou da rotação) e que sejam levados a descobrir o que permanece invariante e o que muda. Tais atividades podem partir da observação e identificação dessas transformações em tapeçarias, vasos, cerâmicas, azulejos, pisos etc. O estudo das transformações isométricas (transformações do plano euclidiano que conservam comprimentos, ângulos e ordem de pontos alinhados) é um excelente ponto de partida para a construção das noções de congruência e que podem muito bem ser trabalhadas com auxílio dos softwares (BRASIL, 1998).

Nossa tarefa consisti também fazer um levantamento das dificuldades dos alunos por meio de entrevistas e análise das provas já aplicadas anteriormente. Nesse processo percebemos que as dificuldades dos alunos estão relacionadas sobretudo com temas do Ensino Fundamental e Ensino Médio. Deter-nos-emos aqui apenas àqueles relacionados à trigonometria, que é o foco de nosso estudo. Destacamos alguns erros encontrados nas atividades:

a) $tgx = tg.x$.

Ao analisarmos essa situação, entendemos que talvez o aluno não tenha compreendido o significado de tangente do ângulo x , e não tenha percebido o x como argumento da tangente. Parece-nos plausível que $tg.x$ tenha sido visto como uma multiplicação de duas variáveis, a exemplo do que acontece em $a.b$, $2.x$, que podem ser escritos como ab e $2x$.

b) $\frac{\cos 2x}{x} = \cos 2$

O mesmo tipo de raciocínio da situação anterior pode ter acontecido com $\frac{\cos 2x}{x}$, ou seja, o aluno “corta” o x no numerador e no denominador, considerando as regras de divisões algébricas.

c) $\text{sen}x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \text{sex} = 60^\circ$

Essa situação demonstra a dificuldade conceitual que existe em distinguir os valores do seno de um ângulo dos valores da medida do seu arco.

$$d) \cos(60^\circ + 30^\circ) = \cos 60^\circ + \cos 30^\circ$$

Quando analisamos o tipo de erro cometido entendemos que o aluno vê as funções trigonométricas como linear, isto é $f(x+y) = f(x) + f(y)$. Evidentemente os alunos não têm esse domínio, implicitamente, o que vêm em mente é algo parecido com a propriedade distributiva da multiplicação, o que lhe permitiria igualar $\cos(60^\circ + 30^\circ)$ a $\cos 60^\circ + \cos 30^\circ$.

Estudos que abordam dificuldades no ensino e aprendizagem de trigonometria tem sido objeto de atenção em diversas publicações. Podemos citar, por exemplo, Briguenti (1994), Nacarato (2007), Brito e Morey (2004).

Segundo Ponte (2000), o erro do aluno dirige o olhar do professor para o contexto e para o processo do conhecimento a ser construído. A autora afirma que o próprio processo de ensino pode ser um gerador de erros.

Ainda segundo Ponte (2000), as TIC podem ter um impacto muito significativo no ensino de disciplinas específicas, como a Matemática: pois seu uso pode reforçar a importância da linguagem gráfica e de novas formas de representação, valorizar as possibilidades de realização de projetos e atividades de modelação, exploração e investigação.

2.2 QUESTIONAMENTOS

Ao partirmos da hipótese que a TI tem demonstrado um grande potencial de uso em aulas de Matemática, levantamos os seguintes questionamentos no que tange ao ensino de trigonometria:

1. O *software* GeoGebra permite ao aluno compreender as relações e propriedades da trigonometria?
2. Que contribuições o software pode trazer para a aprendizagem de trigonometria?

3. A quais estratégias os alunos recorrem ao aprender trigonometria por meio do *software*?

Dentro do escopo delimitado pelas indagações acima, vamos formular nossos objetivos de pesquisa.

2.3 OBJETIVOS

Objetivo geral

- Analisar as potencialidades e limitações do *software* GeoGebra no ensino-aprendizagem dos conceitos básicos de trigonometria.

Objetivos específicos

Os objetivos gerais acima especificados, por serem de caráter demasiado amplo, podem ser desdobrados em objetivos específicos:

- Elaborar e aplicar um módulo de atividades referentes a uma sequência didática para o ensino de Trigonometria;
- Identificar as dificuldades dos alunos em trabalhar os conteúdos de Trigonometria, tanto em sala de aula convencional quanto com o auxílio do *software* de Geometria Dinâmica GeoGebra;
- Avaliar o desenvolvimento dos sujeitos da pesquisa em relação às atividades aplicadas para o ensino de Trigonometria.

3. ALGUMAS PUBLICAÇÕES EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA REFENTES AO ENSINO E APRENDIZAGEM DE TRIGONOMETRIA E USO DA TECNOLOGIA INFORMÁTICA (TI) COMO RECURSO EM SALA DE AULA.

Fizemos inicialmente um levantamento bibliográfico de pesquisas em Educação Matemática que tratam do ensino e aprendizagem de Trigonometria e do uso da TI como recurso em sala de aula de Matemática, incluindo artigos, livros, teses e dissertações produzidas a partir da década de 1990, tendo como perspectiva situar nosso estudo no contexto da literatura existente.

Conforme a tabela 01, descrevemos as publicações referentes ao ensino e aprendizagem de trigonometria.

Tabela 01: Publicações em Ensino e Aprendizagem de Trigonometria					
Ano de publicação	Teses	Dissertações	Livros	Artigos	Total
1994		1			1
1997		2			2
1998	1				1
2000		2	2	1	3
2001	1				3
2002		3		1	4
2003		3	1		4
2004		1		3	4
2005		3		1	5
2006		2	1	2	6
2008		1	2		1
2009		1	2		3
Total	2	19	8	8	37

Fontes: Portal da CAPES, BDTD – PUC/ SP, DEDALUS¹, SBU², BDTD- UFRN, BDTD- UNESP/ SP, periódicos: BOLEMA³, revista ZETETIKÉ⁴, revistas eletrônicas e anais de congressos.

¹Sistema de busca da biblioteca da USP – SP.

²Sistema de bibliotecas da UNICAMP.

³Boletim de Educação Matemática

⁴ZETETIKÉ é uma publicação do círculo de estudos, memória e pesquisa em Educação

Pontuamos preferencialmente as publicações que tratam das dificuldades com o ensino e aprendizagem da trigonometria e a trigonometria no contexto das tecnologias da informação e comunicação.

Briguenti (1994), baseada na sua experiência em sala de aula com alunos de licenciatura em Matemática e após a aplicação de um teste diagnóstico, detectou que alguns alunos no início do ensino superior demonstravam dificuldades em aplicar os conceitos de seno e cosseno no triângulo retângulo em determinados tipos de questões, fazendo as relações de forma incorreta entre cateto e hipotenusa. Verificou ainda que os alunos não apresentavam conhecimentos prévios em relação ao ciclo trigonométrico, no que se refere à conversão de grau para radiano ou de radiano para grau. Percebeu, por exemplo, que os alunos não sabiam que $\frac{\pi}{6}$ correspondia, na circunferência trigonométrica, a 30° , ou ainda que $2k\pi$ radianos, com $k \in \mathbb{Z}$, indica o número de voltas inteiras no ciclo. Em seu estudo, a autora propõe um curso completo para alunos do Ensino Fundamental e Médio de duas escolas de Bauru – SP, fundamentado na teoria cognitiva de David Ausubel, visando à aprendizagem significativa dos conceitos.

Brito e Morey (2004), em artigo sobre um estudo realizado com professores do Ensino Fundamental, enfatizam as dificuldades que esses professores encontravam no ensino dos conceitos de geometria e trigonometria, e de como o ensino desses conceitos foi sendo proposto nos livros didáticos nas últimas quatro décadas do século XX. Esse estudo destaca algumas dificuldades apresentadas pelos professores no decorrer do desenvolvimento das atividades, como trabalhar com semelhança, entender as expressões “cateto oposto” e “cateto adjacente” como uma relação entre os lados e os ângulos do triângulo, e ainda transferir os conhecimentos sobre simetria ao círculo trigonométrico. As autoras argumentam que o ensino de Trigonometria no Ensino Médio é feito de forma simplificada, causando prejuízo para o aluno. Ao concluírem, afirmam que as dificuldades dos professores investigados estavam intimamente relacionadas à formação escolar das décadas de 1970 e 1980, uma época caracterizada pelo descaso para com a Trigonometria.

O quadro negro, o giz, e o livro, por centenas de anos, marcaram o ensino como os instrumentos tecnológicos mais utilizados para a mediação pedagógica (ASSIS & BEZERRA, 2010).

Outras tecnologias de comunicação e informação como o rádio e a televisão também foram inseridos no cenário educativo. No entanto, desde os últimos quarenta anos, o computador vem sendo considerado o mais versátil mediador tecnológico no campo da educação, feito este que deve-se aos softwares.(JUCÁ, 2006). O computador pode enriquecer ambientes de aprendizagem onde o aluno, interagindo com os objetos desse ambiente, tem chance de construir o seu conhecimento. Nesse caso, o aluno não é mais instruído, ensinado, mas é o construtor do seu próprio conhecimento. Assis e Bezerra (2010)

Após análises das pesquisas presentes na literatura, descrevemos o perfil dos estudos realizados que investigam o ensino e aprendizagem da Trigonometria. Nos vários estudos, estão presentes discussões das dificuldades de alunos e professores em trabalharem com o conteúdo Trigonometria e algumas propostas de possibilidades, na tentativa de minimizar as dificuldades apresentadas em relação ao conteúdo, através da formulação de bloco de atividades. Alguns autores desenvolveram atividades com a manipulação de modelos experimentais envolvidos em situações problemas.

Zulatto (2002) afirma que a formação continuada e um acompanhamento sistemático podem contribuir para que os professores sintam-se preparados e seguros ao utilizar tecnologias em sala de aula. Outro ponto destacado pela autora refere-se aos recursos dos softwares de Geometria Dinâmica, que apresentam como ponto forte a perspectiva de arrastar os objetos pela tela.

Salazar (2009) objetivou em seu estudo analisar como os alunos do segundo ano do ensino médio se apropriam das transformações geométricas no espaço quando interagem com as ferramentas do *software* Cabri 3D. A proposta de ensino foi aplicada com 11 alunos de uma escola privada do estado de São Paulo. Em suas conclusões, Salazar (2009) ressalta a importância do uso do Cabri 3D na apreensão perceptiva das figuras,

permitindo dinamizá-las. Destaca ainda a relevância do referido *software* no processo de visualização das modificações posicionais das figuras.

4 PRINCÍPIOS NORTEADORES DO ENSINO E APRENDIZAGEM DE TRIGONOMETRIA POR MEIO DO USO DO SOFTWARE GEOGEBRA

Neste capítulo, apresentamos inicialmente o referencial teórico que norteou a nossa pesquisa, centrado na Didática da Matemática. Adotamos as concepções de Borba, Assis e Bezerra, Penteado, Valente e Zulatto no que se refere ao uso da Tecnologia Informática (TI) em sala de aula de Matemática.

Ressaltamos que, na literatura, alguns pesquisadores, como Ponte (2003), Miskulin *et al* (2009), Kenski (2009), Almeida (2008), ao investigar o uso do computador no meio educacional, utilizam a nomenclatura Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC). Salazar (2009), ao avaliar as potencialidades do *software* Cabri 3D no ensino de Geometria, se refere ao uso desse recurso como ambiente computacional (AC). Esclarecemos que, em nosso estudo, ao nos referirmos ao uso do *software* de Geometria Dinâmica (GeoGebra) no ensino e aprendizagem de Trigonometria, descreveremos como Tecnologia Informática (TI), de acordo com as definições adotadas por Borba e Penteado (2007).

No que se refere às atividades investigativas, nos apoiamos nos trabalhos de Araújo, Kenski, Hohenwarter, Brocardo, Santos, Lopes e Ernest.

4.1 A PRESENÇA DA TECNOLOGIA INFORMÁTICA (TI) NO ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

As discussões sobre o uso dessa tecnologia na educação têm se apresentado de forma constante na literatura nacional e internacional sobre Educação, em particular na Educação Matemática. O interesse dos alunos por essas ferramentas vem motivando os professores e pesquisadores a buscarem formas de aliar o uso da informática ao ensino e aprendizagem de Matemática.

Focando no tema deste trabalho, segundo Costa (1997), o uso do *software* Cabri-Géomètre teve uma grande contribuição na criação de situações que facilitaram o entendimento e o processo de construção dos conhecimentos dos alunos sobre as funções trigonométricas. Portanto, o desenvolvimento de atividades aliada ao uso do computador pode ser um facilitador na construção dos conceitos da trigonometria.

Borba e Penteado (2007) apresentam ganhos no uso da TI na Educação Matemática apontando argumentos favoráveis ao uso desses recursos.

Pesquisas já feitas em nosso grupo de pesquisas, GPIMEM – Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática –, apontam para a possibilidade de que trabalhar com os computadores abre novas perspectivas para a profissão docente. O computador, portanto, pode ser um problema a mais na vida atribulada do professor, mas pode também desencadear o surgimento de novas possibilidades para o seu desenvolvimento como um profissional da educação (BORBA e PENTEADO, 2007, p. 15).

Outro argumento favorável refere-se à motivação que esse recurso provoca no aluno pelo seu dinamismo. Essas considerações tornam-se evidentes, ao analisarmos os efeitos da TI no ensino de Matemática, sendo através de calculadoras gráficas ou através de *software* de geometria dinâmica. A representação gráfica e a movimentação na tela proporcionam uma visualização que não pode ser percebida com lápis e papel ou na lousa.

Para Scheffer (2002), quando a informática é trabalhada na escola na perspectiva de produzir conhecimentos, o aluno é levado a fazer análises de modo a poder refletir sobre seus procedimentos de solução, testes e conceitos empregados na resolução de problemas.

Assim sendo, quando a informática faz parte do ambiente escolar num processo dinâmico de interação entre alunos, professores e TI, ela passa a despertar no professor a sensibilidade para as diferentes possibilidades de representação da Matemática, o que é importante no momento de realizar construções, análises, observações de regularidades e ao estabelecer relações.

Borba e Penteado (2007) apontam algumas dificuldades enfrentadas pelos professores ao utilizarem a informática em sala de aula. Primeiro podemos destacar os de ordem estrutural, salas pequenas com poucas máquinas que não comportam metade da turma, a outra metade precisa ficar sozinha em sala, visto que grande parte das escolas não dispõe de um profissional que os auxiliem em sala. Máquinas que quebram constantemente, *softwares* que são desinstalados e a internet que nem sempre funciona, entre outros problemas.

Destaca ainda que, para explorar o potencial educacional da Tecnologia Informática (TI), é preciso haver mudanças na organização da escola, em especial no trabalho do professor. Quanto à postura desses profissionais, descrevem que as mudanças envolvem desde questões operacionais, organização do espaço físico e a integração entre o novo e o que costumavam fazer. Até mesmo questões epistemológicas, como as referentes ao que chamam de zona de risco⁵. Os educadores saem de sua zona de conforto⁶, onde têm controle da situação, para um estágio no qual o índice de certeza e controle da situação de ensino é muito pequeno.

Inúmeras são as contribuições que a informática pode trazer para o ensino e aprendizagem de Matemática, quando o professor se propõe a trabalhar com esses recursos em suas salas de aula.

Desse modo, de acordo com Borba e Penteado (2007), a TI é importante nas práticas educacionais, como, por exemplo, na modelagem matemática, na formação de professores, na resolução de problemas e trabalhos com projetos que têm sido valorizados nas pesquisas em Educação Matemática.

Zulatto (2002) corrobora com Valente (1999), ao afirmar as muitas possibilidades que a TI oferece para a educação, porém, é preciso ter uma atenção voltada para a forma como as propostas de ensino são interpretadas e implementadas pelos professores, de forma que não seja apenas uma mera informatização do processo de ensino. Para que a TI auxilie o processo de construção do conhecimento, é importante que aconteçam algumas mudanças na escola, que vão além da formação de professores, e devem passar por todos os segmentos: alunos, professores, pais, direção e supervisão pedagógica.

Ao escolher um software, o professor deverá, segundo Miskulin (2009), considerar algumas de suas características computacionais e educacionais. O professor deverá identificar quais as possibilidades do software, por exemplo, se permite repetição e prática, se permite simulação, se serve para resolver problemas, se é apenas uma ferramenta para cálculos, se é de geometria

⁵ Definição de Penteado (2007) para um ambiente onde não se tem domínio das situações que são apresentadas.

⁶ Situação controlada como a sala de aula tradicional.

dinâmica. Por isso, é muito importante que o professor estabeleça critérios para selecionar e utilizar um software educativo.

4.2 SOFTWARES DE GEOMETRIA DINÂMICA

Os *softwares* de Geometria Dinâmica têm como característica principal o movimento de objetos na tela. Possibilitam fazer investigações, descobertas, confirmar resultados, fazer simulações, e permitem levantar questões relacionadas com a sua aplicação prática.

Segundo Goldemberg e Cuoco (1998), o termo Geometria Dinâmica foi inicialmente usado por Nick Jackiw e Steve Rasmussen, de forma genérica, com o objetivo de apresentar a diferença entre *software* de Geometria Dinâmica e outros *softwares* de Geometria. Os *softwares* de Geometria Dinâmica possuem um recurso que possibilita a transformação contínua em tempo real, ocasionada pelo “arrastar” (GODEMBERG e CUOCO, 1998, p. 132).

Com o recurso de um *software* de Geometria Dinâmica os alunos podem realizar construções que usualmente fazem com régua e compasso, os quais não os permitem interagir com o desenho, por serem estáticos. O que difere numa atividade com o recurso do *software* é a possibilidade de movimentação dos objetos e, a partir desses movimentos, o aluno investigar o que acontece com a sua construção, levantando hipóteses como: a construção permanece com as mesmas características? Um simples movimento muda todas as características originais? Entre várias hipóteses que são possíveis levantar diante das próprias tomadas de decisão, percebendo assim as suas regularidades.

No que se refere ao uso de *software* no meio educacional, Valente (1993b) afirma que as tecnologias da informática podem ser relevantes no processo ensino e aprendizagem da Matemática.

Assim sendo, tomando com referência as modalidades e características dos *softwares* citadas por Valente (1993), entendemos que o GeoGebra possua características semelhantes de um *software* simulador. Com o referido

software, o aluno pode, a partir de uma construção, alterar os objetos preservando as características originais.

4.3 O SOFTWARE GEOGEBRA NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE TRIGONOMETRIA

GeoGebra (= Geometria + Álgebra) é um programa austríaco gratuito que reúne Geometria, Álgebra e Cálculo. De um modo bem simples, podem ser construídos pontos, segmentos de reta, polígonos, circunferências, vetores, gráficos de funções, cônicas e, depois, podem ser dinamicamente modificados com um simples movimento do *mouse*. Pode ser utilizado em dezenas de idiomas, inclusive português. Recebeu vários prêmios internacionais, incluindo o prêmio de melhor *software* educacional alemão e europeu.

A cada objeto geométrico constante da área de desenhos corresponde uma expressão algébrica, a qual aparece na janela ao lado. As alterações em cada objeto podem também ser feitas diretamente nas suas equações. A execução do GeoGebra depende da prévia instalação da linguagem Java. Tudo pode ser copiado gratuitamente a partir do endereço na Internet: (<http://www.java.com/pt>). Para instalar o software Geogebra siga os seguintes passos:

- Acesse o site: **<http://www.geogebra.org/cms>**.
- Faça o download do GeoGebra, de acordo com o sistema operacional presente no computador, salvando o arquivo GeoGebra.
- Execute o arquivo GeoGebra e siga as instruções de instalação.

Sua tela inicial é a mostrada a seguir:

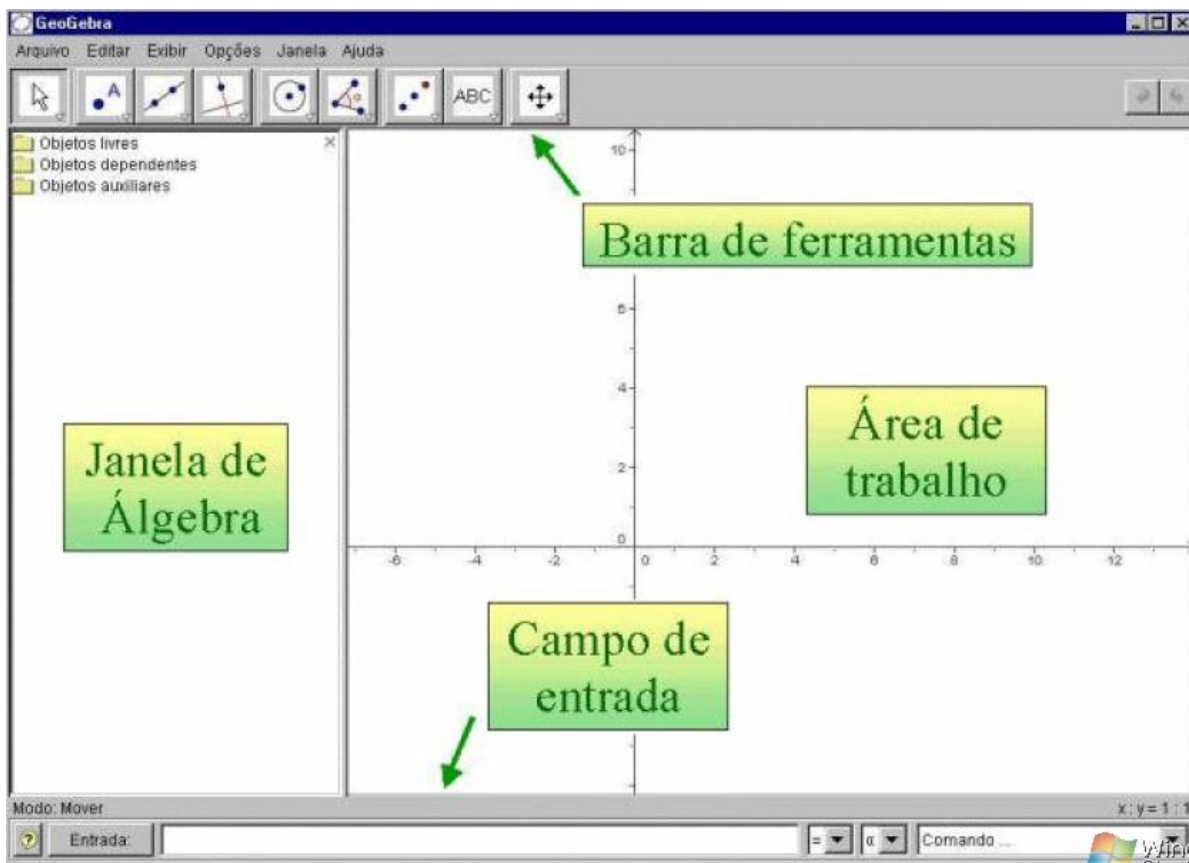


Figura 1- Tela inicial do Software GeoGebra.

Fonte: Todas as figuras são arquivo pessoal do professor pesquisador.

A Barra de Ferramentas está dividida em 11 janelas e cada janela possui várias ferramentas com funções distintas, como mostramos na figura a seguir:

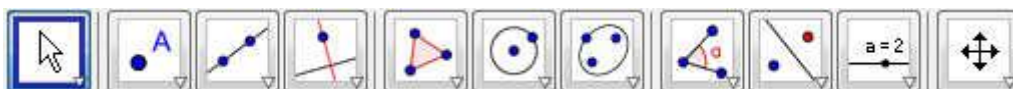


Figura 2 - Barra de Ferramentas do GeoGebra

Fonte: Arquivo pessoal do professor pesquisador.

Para poder visualizar essas ferramentas, basta clicar na parte inferior do ícone. Fazendo isto, o programa abrirá as opções referentes a esta janela. Veja um exemplo na figura seguinte. No caso, clicamos em Reta perpendicular. Observe que para essa ferramenta o GeoGebra orienta quanto ao procedimento de construção de uma reta perpendicular.

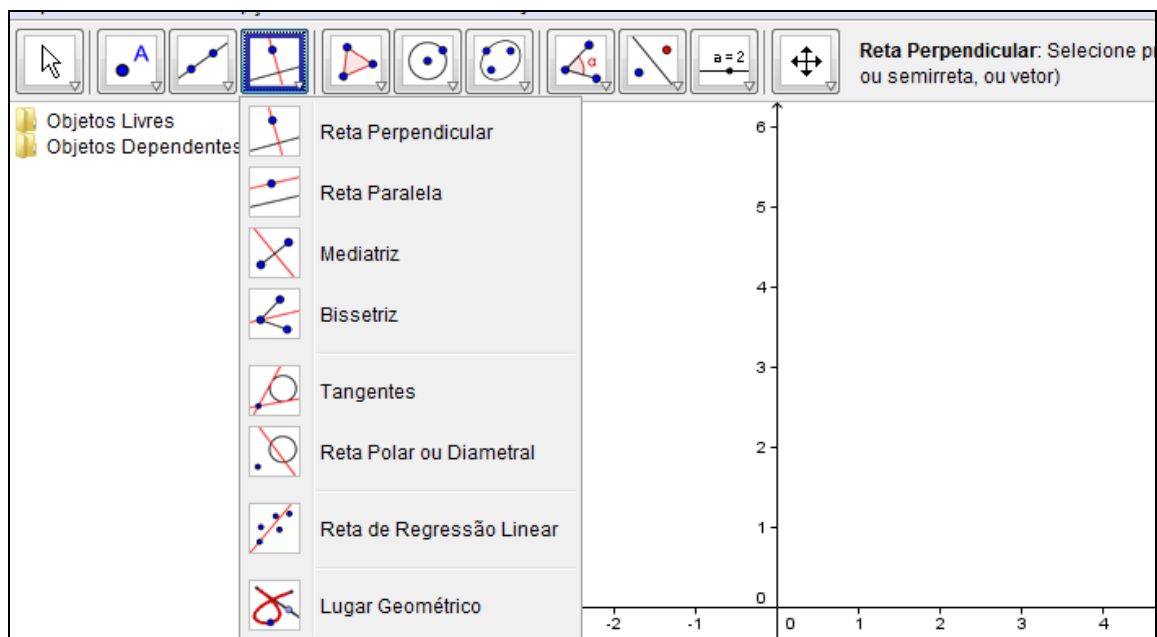


Figura 3 - Selecionando uma ferramenta do GeoGebra

Ao fazer uma análise dos diferentes tipos de *softwares* usados na educação, Valente (2001) observa que o papel do professor é de extrema relevância na aprendizagem dos alunos.

Em todos os tipos de *softwares*, sem o professor preparado para desafiar, desequilibrar o aprendiz, é muito difícil esperar que o *software* por si só crie as situações para ele aprender. A preparação desse professor é fundamental para que a Educação dê o salto de qualidade e deixe de ser baseada na transmissão da informação e na realização de atividades para ser baseada na construção do conhecimento pelo aluno (VALENTE, 2001, p. 10).

Nesse sentido, o professor precisa obter as informações necessárias para assumir o papel de facilitador da construção do conhecimento do aluno e deixar de ser o profissional que transmite informações ao aprendiz. Isso significa ser formado tanto no aspecto computacional, de domínio do computador e dos diferentes *softwares*, quanto no aspecto da integração do computador nas atividades curriculares. O professor deve ser muito claro quando e como usar o computador como ferramenta para estimular a aprendizagem.

Segundo Gravina (1996), esses *softwares* podem ser ferramentas riquíssimas na superação das dificuldades dos alunos com o estudo de conteúdos como os de Geometria. A autora acrescenta que

Vemos emergir uma nova forma de ensinar e aprender Geometria; a partir de exploração experimental viável somente em ambientes informatizados, os alunos conjecturam e, com o feedback constante oferecido pela máquina, refinam ou corrigem suas conjecturas, chegando a resultados que resistem ao “desenho em movimento”, passando então para a fase abstrata de argumentação e demonstração matemática (GRAVINA, 1996, p. 5).

A autora sugere que o professor pode utilizar esse tipo de *software* de duas maneiras: na primeira, os alunos fazem suas próprias construções, mas eles precisam ter domínio dos procedimentos para obterem a construção. Outro modo de trabalhar é com a figura pronta, o professor constrói a figura previamente e a apresenta para os alunos, a qual a autora chama de “caixa preta”. Nesse momento, os alunos são convidados a reproduzi-la, analisando as suas propriedades e fazendo inferências sobre ela. Os problemas propostos podem ser abertos, ou seja, no enunciado não há indicação de resposta. Essa postura investigativa contribui para a formação de uma concepção sobre matemática diferente daquela construída, usualmente, ao longo da vida escolar.

Mostramos a seguir um exemplo de uma atividade de construção com o recurso de um *software* de Geometria Dinâmica:

- Construa um triângulo de vértices A, B e C;
- Trace uma reta perpendicular ao lado BC passando pelo vértice A;
- Trace uma reta paralela ao lado BC passando pelo vértice A;
- Mantenha o lado BC fixo, conforme figura 4;
- Faça o vértice oposto A deslocar-se na reta paralela a este lado.

Obtemos uma família de desenhos com triângulos e segmentos, alturas em diversas situações. O segmento altura passa a ser visto com mais significado. Desmistificando algumas ideias que parte dos alunos apresenta em relação à altura de um triângulo, percebendo como um segmento interno ao triângulo. Ao arrastar um dos vértices, os alunos terão a possibilidade de visualizar na tela o que para eles não é possível com régua e compasso.

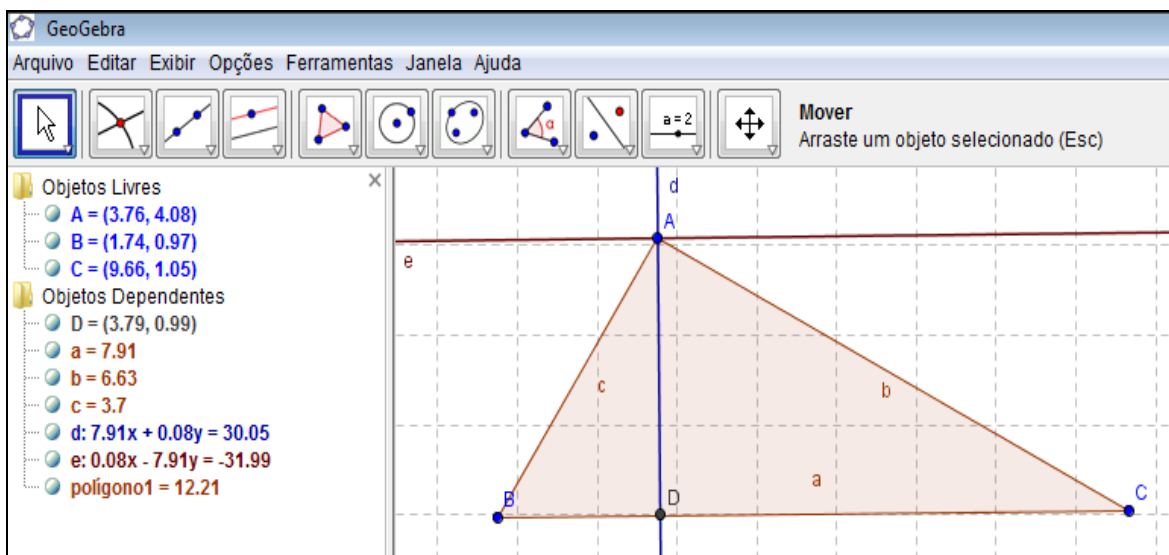


Figura 4 - Traçando a altura de um triângulo com o GeoGebra.

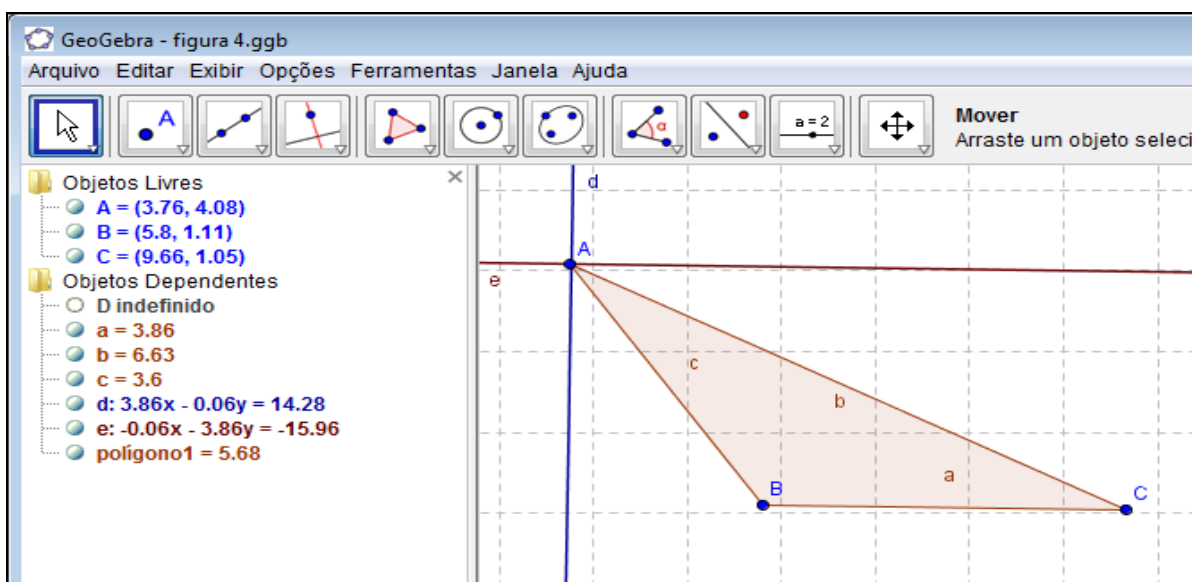


Figura 5 – Figura 4 movimentada.

Outra possibilidade descrita pela autora citada anteriormente, é o professor entregar para o aluno a figura pronta para que ele a investigue. Como exemplo, apresentar o triângulo retângulo, conforme figura 6, entregamos a construção para o aluno; em seguida, pedimos que arraste um de seus vértices em qualquer direção, aumentando e diminuindo o seu tamanho, e analise se o triângulo permanece ou não retângulo, e se permanece, por que isso acontece.

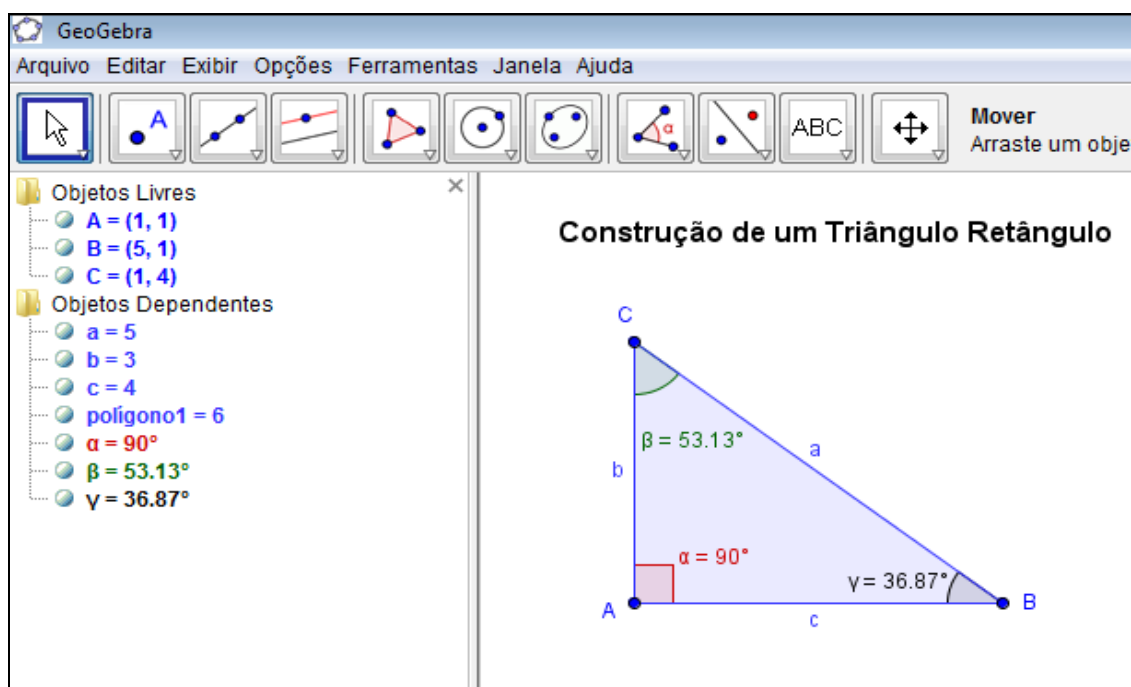


Figura 6 - Construção de um Triângulo Retângulo com o *software* GeoGebra

Para Oliveira e outros (1998 apud ZULATTO, 2002), durante a fase de conjectura, o processo de arrastar pode ser dividido em três categorias no desenvolvimento das atividades, que são: Arrastar sem um propósito determinado, sendo possível encontrar regularidades; arrastar para testar, procurando testar uma hipótese previamente levantada; e lugar geométrico ao arrastar, ao realizar o processo de arrastar preservando algumas regularidades de uma figura, um determinado lugar geométrico será construído. A construção 6 é um exemplo de arrastar para testar uma hipótese levantada previamente.

O *software* GeoGebra apresenta algumas potencialidades no ensino e aprendizagem de Trigonometria. Como citado anteriormente, de posse de um *software* de Geometria Dinâmica, o aluno tem a possibilidade de arrastar os objetos construídos pela tela do computador, tendo como perspectiva fazer testes, levantar hipóteses, perceber regularidades. Permite movimentos interativos que possibilitam ao usuário realizar atividades que não são possíveis com lápis e papel. Como exemplo, podemos citar o processo de visualização no ciclo trigonométrico construído com os recursos do *software*, conforme figura 7.

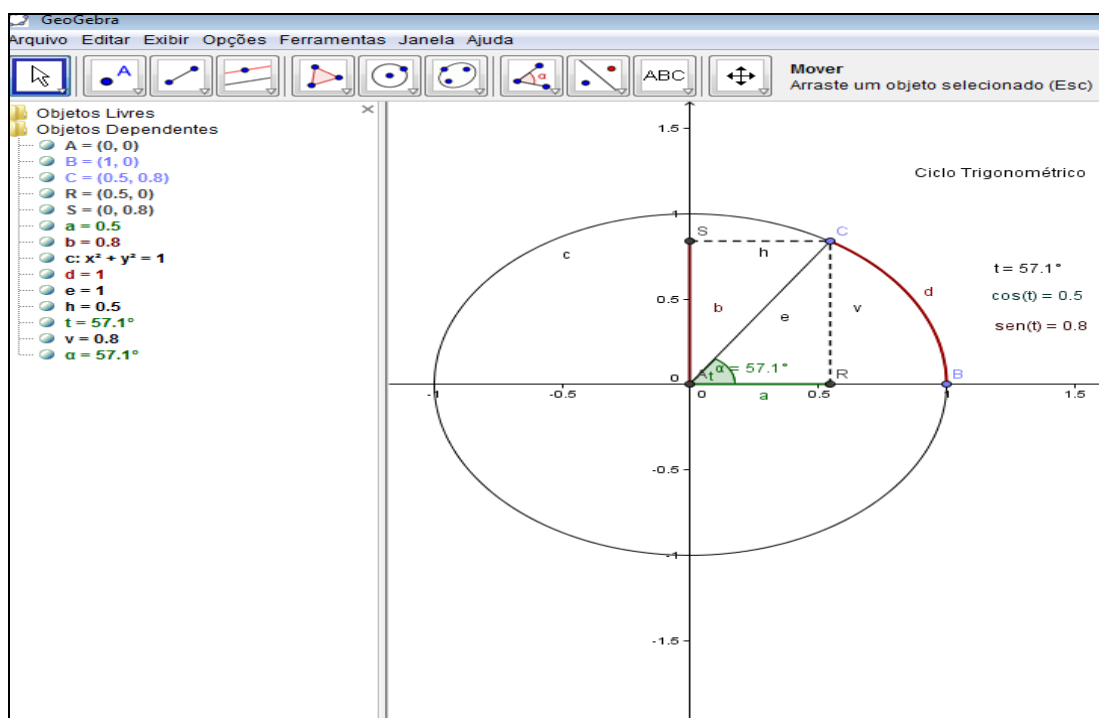


Figura 7 - Construção do Ciclo Trigonométrico com o *software* GeoGebra.

Na lousa, a figura é estática, o aluno terá que imaginar os pontos se movendo, enquanto que, com o recurso do *software*, essa situação é facilitada como o processo de visualização. Para Borba e Villarreal (2005), o componente visual parece ser o principal foco desde que os computadores passaram a ter monitor de vídeo. A visualização é um processo bastante privilegiado em ambientes computacionais. Os autores apresentam em seus trabalhos algumas definições e terminologias associadas à visualização, tais como: *habilidade espacial*, que representa a capacidade em gerar, reter e manipular imagens abstratas; *imagens mentais*, corresponde à percepção de um objeto, mesmo quando ele não está presente aos órgãos dos sentidos; *imagem visual e visualização*, a imagem visual é um esquema mental que representa uma informação visual ou espacial, que inclui diferentes tipos de modelos, pinturas, fórmulas, imagens dinâmicas na mente.

Outro exemplo se refere ao estudo de semelhança de triângulos. São comuns estudantes do Ensino Fundamental e Médio apresentarem algumas dificuldades para entender que os triângulo retângulos não são sempre semelhantes.

O professor pode pedir, com o recurso do *software* GeoGebra, que os alunos construam um triângulo retângulo e em seguida determinem a razão

entre os lados, conforme figuras 8, movimentem um de seus vértices sem alterar a medida dos ângulos e façam anotações do que observaram; em seguida, pode solicitar que arrastem um dos vértices alterando a medida dos ângulos. Ao realizar essa atividade, os alunos terão a oportunidade de argumentar sobre os resultados obtidos e, a partir das suas observações e argumentações, tirar conclusões sobre as propriedades dos triângulos semelhantes. Assim sendo, abre-se um espaço para a constituição de um ambiente em que os alunos se envolvem na discussão matemática, expondo e defendendo suas ideias, comentando as ideias dos colegas e levantando questionamentos sobre os resultados obtidos.

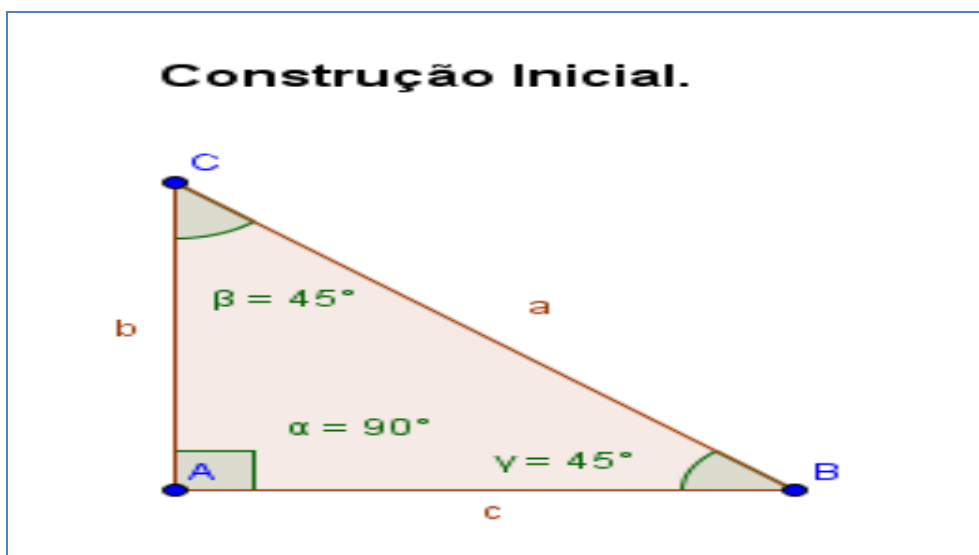


Figura 8 - Construção de Triângulos Retângulos com o GeoGebra.

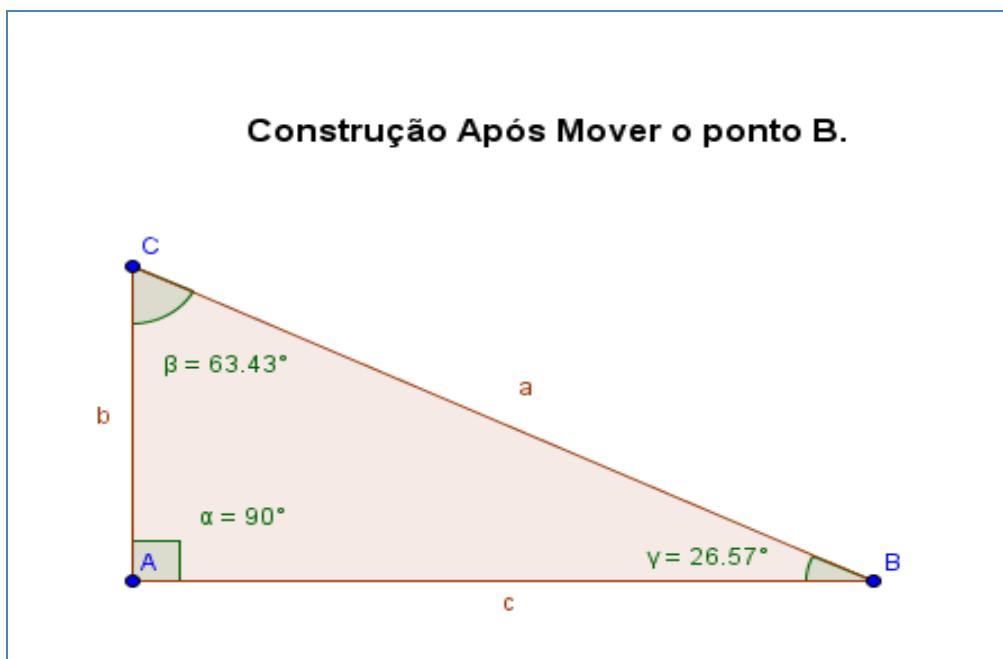


Figura 8b

Ao abordar a trigonometria no triângulo retângulo, o professor pode pedir que os alunos construam o triângulo e determinem as razões trigonométricas. Como a apresentada na figura 9, para que observem o movimento dos vértices do triângulo e possam analisar o que acontece com as razões trigonométricas, fazendo anotações e discutindo quando as razões se alteram e quando os valores são os mesmos. Após as investigações feitas, passam a fazer conjecturas, levantar hipóteses e argumentar sobre os resultados obtidos.

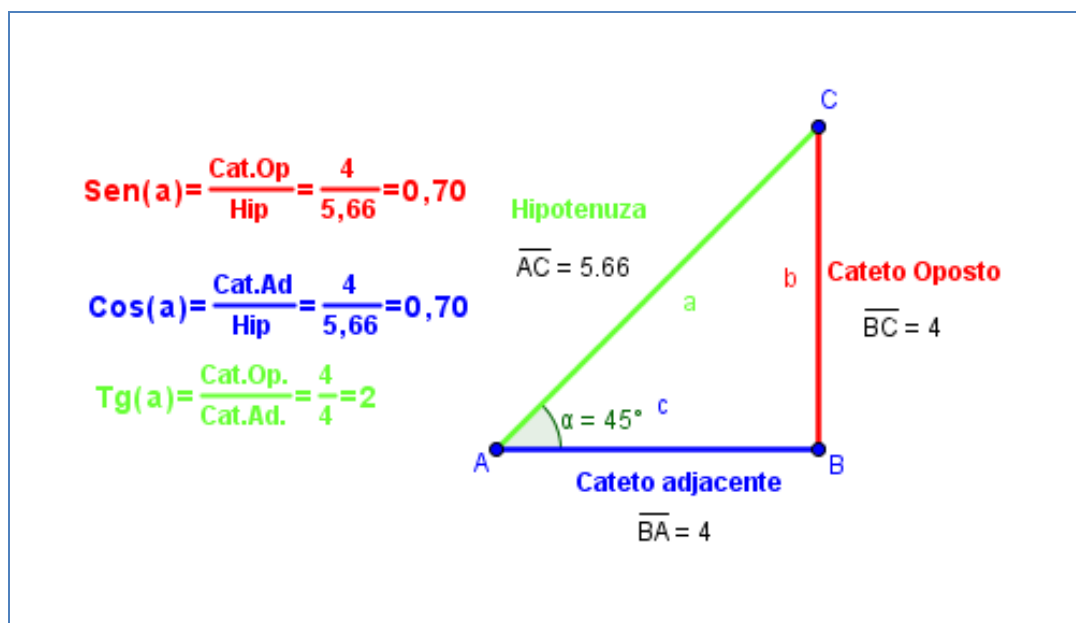


Figura 9 - Razões Trigonômicas no Triângulo Retângulo

5 - CONSTRUÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA COM O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA.

Nesse capítulo, discorreremos sobre a nossa proposta de pesquisa, sujeitos envolvidos, os ambientes da pesquisa, os recursos utilizados, os instrumentos diagnósticos e a sequência didática.

Para o desenvolvimento do nosso estudo, que se apresenta numa perspectiva qualitativa, houve a interação entre o professor pesquisador e os alunos em sala de aula. Elaboramos e aplicamos uma sequência didática que compreende os conceitos básicos da trigonometria. Segundo Bogdan e Biklen (1994), as modalidades qualitativas de pesquisa vêem o ambiente como fonte natural de dados, sendo que o pesquisador é o seu principal instrumento.

Assim sendo, os sujeitos de nossa pesquisa são alunos da 2ª série do ensino médio de uma escola pública estadual da cidade de São Bentinho PB.

5.1 CARACTERIZAÇÃO DO AMBIENTE DA PESQUISA E DOS SUJEITOS ENVOLVIDOS

5.1.1 A escola

A escola onde desenvolvemos nossa pesquisa é a Escola Estadual de ensino Fundamental e Médio “Deputado Leví Olímpio Ferreira”, localizada no centro da cidade de São Bentinho, pertencente à 10ª Região de Ensino da Secretaria de Educação do Estado da Paraíba. Possui 35 (trinta e cinco) funcionários, sendo 22 professores, dos quais 3 são professores de Matemática. A escola funciona nos turnos matutino, vespertino e noturno. Os demais funcionários compõem o quadro de merendeiras, auxiliar de serviços gerais, secretários, coordenadores, supervisores, bibliotecários e diretor. Quanto à estrutura física, conta com 3 (três) salas de aula, todas em funcionamento nos três turnos; uma biblioteca; um laboratório de informática e um auditório. Temos, ainda, a sala dos professores; uma para a secretaria; a diretoria; sala de vídeo, e cozinha.

Quanto ao atendimento, na escola funcionam os Ensinos Fundamental e Médio, sendo que este último só é oferecido apenas no turno da noite. Nos turnos matutino e vespertino, funcionam as turmas do 6º ao 9º anos.

5.1.2 Os sujeitos da pesquisa

Os sujeitos de nossa pesquisa foram os alunos do segundo ano do ensino Médio. A turma conta com 36 alunos, sendo que a frequência média era de apenas 26 alunos. A professora responsável pela disciplina de Matemática e a diretora da escola atenderam ao nosso pedido de ceder a turma para que assim pudessemos realizar o trabalho e junto conosco fizeram com que tudo corresse normalmente. Iniciamos nossas atividades na escola em abril de 2011 e as encerramos no início de maio de 2011. Ao todo, foram 15 encontros.

5.2 Seqüência Didática

A construção da nossa seqüência didática teve como ponto de partida o objetivo geral do nosso estudo: Analisar as potencialidades e limitações do *software* GeoGebra no ensino-aprendizagem dos conceitos básicos de trigonometria. Tal seqüência foi direcionada a alunos da 2ª série do Ensino Médio, momento em que o conteúdo de trigonometria geralmente é abordado. Foi elaborada com o intuito de introduzir os conceitos básicos da trigonometria utilizando os recursos do *software* GeoGebra. Os conteúdos abarcados tratam da trigonometria no triângulo retângulo, passam pelo ciclo trigonométrico, e vão até as funções trigonométricas. Adotamos uma perspectiva investigativa, estabelecendo um diálogo constante entre as investigações no ensino de Matemática e os recursos da TI em sala de aula.

6 - A EXPERIÊNCIA

As aulas de Matemática na turma ocorriam às terças, quartas e quintas-feiras, perfazendo um total de cinco horas-aula semanais. Como o laboratório dispunha de apenas dezoito micro computadores dividimos a turma em dois grupos de trabalho. Desse modo, enquanto um grupo estivesse na sala de informática com o professor pesquisador, o outro ficaria em sala de aula sendo acompanhado pela professora regente. Esse segundo grupo ficava revisando os conteúdos de trigonometria. Quando o primeiro grupo voltava, a professora regente ficava fazendo algumas aplicações investigativas do conteúdo.

O ambiente de cada atividade foi caracterizado pela atuação dos estudantes em parceria com o professor pesquisador junto aos recursos disponíveis. Estiveram sempre à disposição dos alunos um computador com o *software* GeoGebra; o roteiro das atividades que continha as orientações e procedimentos a serem utilizados, e a calculadora, cujo uso foi solicitado em algumas situações. O professor pesquisador dispôs, em algumas das aulas, de um *notebook*, *datashow*, quadro branco, pincel e de um bloco de anotações. Nesse último, eram descritas as discussões dos alunos, as estratégias utilizadas nas construções com o recurso do *software* GeoGebra e no fechamento de cada atividade.

7 - CONSIDERAÇÕES FINAIS

Todas as nossas atividades foram realizadas no laboratório de informática. Iniciamos o nosso trabalho mostrando aos alunos como se faz o manejo das ferramentas do software Geogebra, como está demonstrado na página 33 do nosso trabalho. Depois dessa demonstração distribuimos o roteiro/passos para a construção e, em seguida, acompanhamos as discussões entre os alunos.

Na segunda atividade, os alunos conseguiram perceber através da construção de vários triângulos, aqueles que eram semelhantes. A atividade permitiu a investigação através do processo de arrastar um dos vértices dos triângulos, esse processo promoveu a discussão entre os alunos, permitindo que argumentassem sobre os resultados obtidos. Os alunos perceberam que, ao traçar uma reta paralela a uma das bases do triângulo, os dois triângulos formados são semelhantes.

O processo de visualização através do movimento da construção geométrica permitiu que os alunos percebessem as propriedades dos triângulos semelhantes. Zulatto (2007) ressalta que o processo de arrastar a construção pela tela permite que o estudante faça a análise da figura em várias posições, promovendo, assim, o pensar matematicamente, diferentemente do que acontece com as construções com régua e compasso, ou quando pedimos para que nossos alunos imaginem uma figura sem o recurso visual. Para Lévy (1997), os recursos da informática podem nos proporcionar uma forma diferente de pensar.

Na terceira atividade (semelhança de triângulos retângulos), os alunos apresentaram dificuldades para realizar as construções, não conseguiam entender como traçar o ângulo reto no triângulo. Sugerimos, após muita discussão, que traçassem os triângulos com o recurso das retas paralelas e perpendiculares, disponível no *software*.

Essa atividade proporcionou momentos de discussão bastante valorosos. O processo de arrastar os objetos pela tela permitiu que os alunos compreendessem que os passos envolvidos na construção dos triângulos são importantes para que a figura mantenha as suas propriedades e características.

Na quarta atividade (Razões Trigonômicas no Triângulo Retângulo) objetivamos que os alunos investiguem as propriedades e características das razões trigonométricas nos triângulos retângulos, através do processo de construção e visualização na tela.

Com o roteiro em mãos, os alunos construíram os triângulos e passaram a investigar e fazer suas conjecturas. Afirmaram que, com o roteiro em mãos, é mais fácil de realizar as construções. Apesar disso, alguns alunos apresentaram dificuldades para traçar as retas, visto que assinalavam os pontos sobre as retas e não verificavam se elas eram realmente perpendiculares ou não.

Entenderam que os valores das razões entre os lados do triângulo não se modificam, porque estão na verdade obtendo uma série de triângulos pelo processo de aumentar e diminuir os lados do triângulo inicialmente construído.

Ainda nessa mesma atividade, percebemos que as conclusões tiradas através das construções foram reforçadas. Os alunos argumentaram que, ao arrastarem o vértice C do triângulo, esse aumenta e diminui, mas ao movimentarem o vértice B, a figura é modificada, o ângulo tomado como referência é alterado e, por isso, as razões são diferentes. Como mostra a figura 10.

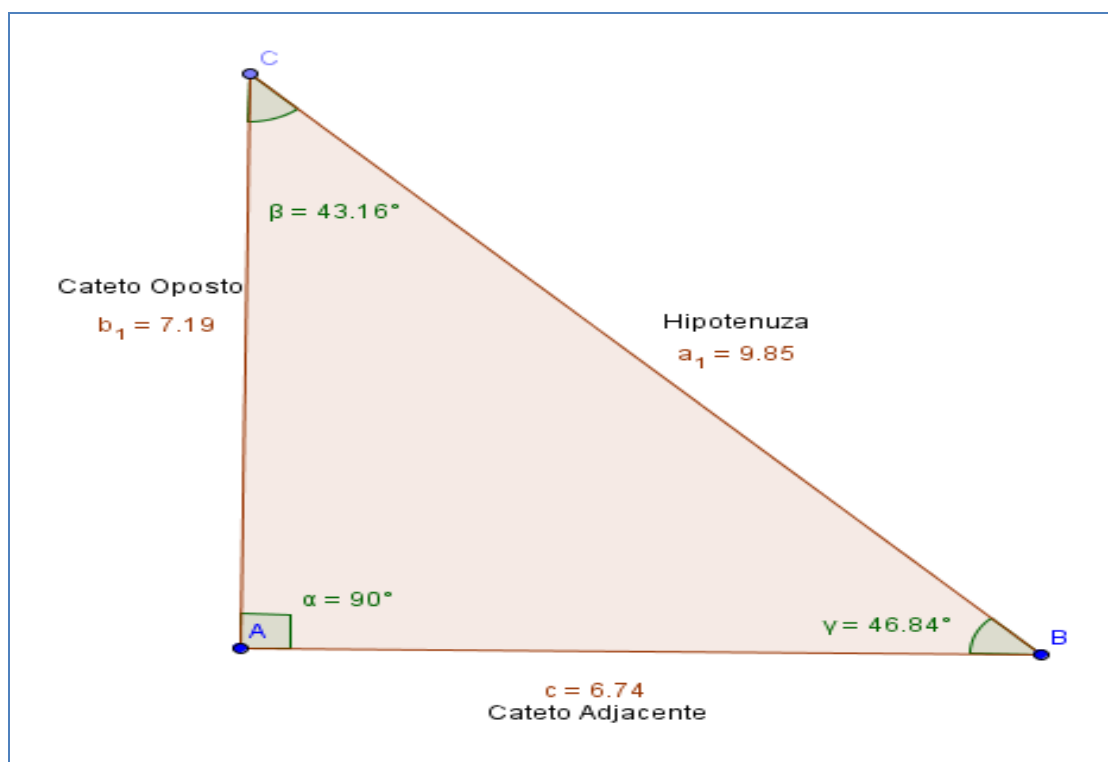


Figura 10 Triângulo Retângulo

A quinta atividade abordou o estudo do ciclo trigonométrico. Como fazíamos em todos os encontros, começamos com uma retomada dos conteúdos discutidos na aula anterior. Em seguida, passamos a entregar o roteiro das atividades que seriam realizadas. Perguntamos se alguém tinha conseguido baixar o *software* para realizar outras atividades; alguns falaram que sim. Um aluno comentou que estava tentando entender melhor o funcionamento do *software* e que em casa conseguiu refazer as atividades propostas em sala.

A partir desse momento, começamos a discutir sobre o roteiro da quinta atividade. Uma vez que a construção da figura requer um domínio maior do *software*, decidimos construí-la previamente, de modo que coube aos alunos apenas observá-la e analisá-la. Eles visualizaram a variação do seno e do cosseno, movimentando o ponto P pelo ciclo trigonométrico. Observaram que as figuras construídas por eles apresentavam um erro; o seno e o cosseno no terceiro quadrante apareciam positivos. Passaram a analisar as duas figuras: a feita por eles e o *applet* que foi entregue. Por que nas construções deles o seno e o cosseno não apresentavam valores negativos?

Após várias investigações, e depois de analisarmos o protocolo de construção das duas figuras, percebemos que a diferença ocorreu devido ao *applet* estabelecer a relação entre os eixos X e Y e o seno e o cosseno. Já na construção feita pelos alunos, determinou-se a razão entre os lados do triângulo, logo os valores eram sempre positivos.

Percebemos assim, que o uso de *softwares* de Geometria Dinâmica requer muito cuidado. Uma atividade mal elaborada pode ocasionar análises incorretas e acarretar em erros conceituais.

Concluimos, com base no que foi discutido até o presente momento, que o uso do *software* GeoGebra pode auxiliar na resolução de problemas de trigonometria, especialmente em atividades investigativas, de forma que os estudantes possam interagir com as figuras construídas.

A nossa observação dos alunos realizando as atividades de trigonometria com auxílio do GeoGebra permitiu que chegássemos às seguintes conclusões no que tange às suas vantagens:

- Permite a exploração visual das figuras construídas, o que não é possível com as figuras estáticas feitas com régua e compasso;
- Facilidade do aluno em construir as figuras com o recurso do *software*;
- Permite que os dados sejam alterados graficamente, mantendo as características da construção (Geometria Dinâmica);
- Aumenta o poder de argumentação do aluno através do processo de arrastar as figuras pela tela do computador, fazendo os sucessivos testes.

Analisando a utilização da Tecnologia Informática, ficou evidente que existem problemas de ordem prática, que podem dificultar a implementação desses recursos em sala de aula. Destacamos os seguintes:

- Necessidade de reestruturação dos laboratórios de informática da rede estadual de ensino da PB, adequando-se à clientela atendida na escola. Essa adequação se refere tanto à quantidade de equipamentos disponíveis, quanto à existência de verbas para a sua manutenção;
- Necessidade de cursos de atualização para que os professores se familiarizem com os diferentes tipos de *softwares* de Matemática disponíveis gratuitamente;
- Falta de conhecimento do sistema operacional instalado na escola.

Para trabalhos futuros que venham a se apoiar de algum modo neste nosso estudo, podemos pensar naquelas que optem tratar do ensino de outros pontos da trigonometria, com o auxílio do *software* GeoGebra. Investigações que possam articular detalhadamente a TI com os recursos de régua e compasso nas construções de figuras planas também pode ser uma possibilidades de pesquisa futura.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, L. C. L. de; NÓBRIGA, J. C. C.. **Explorando tópicos de matemática do ensino fundamental e médio através do GeoGebra**. Disponível em: <<http://www.limc.ufrj.br/htem4/papers/60.pdf>>. Acesso em: 08 abril 2011.

BARBOSA, Alexandre de Queiroz; RODRIGO, Fábio Rocha. **Desafios e perspectivas do ensino dos conteúdos matemáticos por intermédios dos tics**. 2010. Monografia (Licenciatura em Matemática). Faculdade de Matemática do Campus Universitário da Universidade Federal do Pará. Disponível em: <http://www.ebah.com.br/tcc-matematica-alexandre-queiroz-ufpa-castanhal-docx-a97618.html> Acesso em: 28/04/11.

BORBA, M. C.; PENTEADO M. G. **Informática e educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. **Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking**: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization. New York: Springer, 2005. (Mathematics Education Library, 39).

BRASIL, Secretaria de Educação. **Parâmetros curriculares nacionais. Matemática**. Brasília: MEC, 1998.

BRIGUENTI, Maria José L. **Ensino e aprendizagem de trigonometria**: Novas Perspectivas da Educação Matemática. 1994. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho, Rio Claro, SP.

BRITO, Arlete de J., MOREY, Bernadete B. Trigonometria: dificuldades dos professores de Matemática do ensino fundamental. **Revista Horizontes**, Bragança Paulista, v. 22, n.1, p. 65-70, jan/jun. 2004.

BROCARD J. **As Investigações na aula de Matemática**: Um projeto curricular no 8º ano. 2001. Tese (Doutorado). Universidade de Lisboa, Lisboa, 2000.

COSTA, N. M. L., **Funções seno e cosseno**: uma sequência de ensino a partir dos contextos do “mundo experimental” e do computador. 1997. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1997.

ASSIS, Cibelle de Castro Assis; BEZERRA, Maria da Conceição Alves. **Softwares Educativos nas aulas de Trigonometria**. Formação Continuada para professores de Matemática do Ensino Fundamental II da Rede Municipal de João Pessoa – 2010.

ERNEST, P. Investigações, resolução de problemas e pedagogia. In: ABRANTES; LEAL; PONTE (Orgs.). **Investigar para aprender matemática**. Lisboa: APM e Projeto MPT, 1996.

GRAVINA, M. A. Geometria dinâmica: uma nova abordagem para o aprendizado da Geometria. In: **SIMPÓSIO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO**, 7., 1996, Belo Horizonte, SBC, 1996. p. 1-13.

GOLDENBERG, E.P. e CUOCCO, A. A. What is dynamic geometry? In: Leher, R. e Chazan, D. (Eds); **Designing learning environments for developing understanding of geometry and space**. London: Lawrence Erlbaum Associates, 1998, p. 350 – 367.

HOHENWARTER, M.; HOHENWARTER, J.. **Ajuda GeoGebra**: Manual Oficial da Versão 3.2. Tradução e adaptação para português António Ribeiro,. Disponível em: <http://www.geogebra.org/help/docupt_PT.pdf>. Acesso em: 22 abril. 2011.

JUCÁ, S.C.S. **A relevância dos softwares educativos na educação profissional**. Ciências & Cognição, v. 08, p. 22-28, ago. 2006. Disponível em: <<http://www.cienciasecognicao.org.br>>. Acesso em: 10 Mai 2011.

KENSKI, V. M. **Educação e Tecnologias: O novo ritmo da informação**. 5. ed. Campinas, SP. Papyrus, 2009. 141 p.

LIBANEO, José Carlos e outros. **Educação escolar: políticas, estruturas e organização**. 2 ed. São Paulo: Cortez, 2003.

Lopes, Maria Maroni. **Construção e aplicação de uma seqüência didática para o ensino de Trigonometria usando o software Geogebra**. 2010. Dissertação (Mestrado em ensino da matemática). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Centro de Ciências Exatas e da Terra Universidade Federal do Rio Grande do Norte. UFRN. 2010.

MISKULIN, R.G.S. As potencialidades didático-pedagógicas de um laboratório em educação matemática mediada pelas TICs. In: LORENZATO, S.(Org.). O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores. Campinas: Autores Associados, 2009.

NACARATO, A. M. A definição de seno apresentada nos livros didáticos de matemática no século XX. In: **SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA**, 5., 2003, Rio Claro. Anais. Rio Claro: SBHMat, 2003. p.205-213.

OLIVEIRA, H. **Atividades de investigação na aula de Matemática: aspectos da prática do professor**. 1998. Dissertação (Mestrado). Universidade de Lisboa. Lisboa: APM.

PENTEADO, M. G.; BORBA, M. C (Org.). **A informática em ação: formação de professores, pesquisa e extensão**. São Paulo: Olho d'Água, 2000.

PONTE J. P. **Investigação sobre investigações matemáticas em Portugal**. Investigar em Educação, 2003. Disponível em:

<http://www.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigo/_pt.htm>. Acesso em: 30/ abril/ 2011.

PONTE, J. P. Tecnologias de informação e comunicação na formação de professores: que desafios? **Revista Ibero-Americana de Educación**, 2000, n. 24. p.63-90.

SANTOS, M.C. O Cabri- Géomètre e o desenvolvimento do pensamento geométrico: o caso dos quadriláteros. In: Borba, R. ; GUIMARÃES, G. A pesquisa em educação matemática: repercussões em sala de aula. São Paulo: Cortez, 2009.

SCHEFFER, N. F. **Corpo tecnologias matemática**: Uma interação possível no ensino fundamental. Erechim RS: Edifapes, 2002.

VALENTE, J.A. Diferentes usos do computador na educação. In: VALENTE, J.A. (Org.). **Computadores e conhecimento**: repensando a educação. Campinas: Gráfica da UNICAMP, 1993a. p. 1-23.

VALENTE, J.A. Por que o Computador na Educação. In: VALENTE, J.A. (Org.). **Computadores e conhecimento**: repensando a educação. Campinas: Gráfica da UNICAMP, 1993b. p. 24-44.

VALENTE, J. A. (Org.). **O computador na sociedade do conhecimento**. Campinas: UNICAMP/NIED, 1999.

ZULATTO, R. B. A. **Professores de matemática que utilizam softwares de geometria dinâmica**: suas características e perspectivas. 2002. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, UNESP Rio Claro, SP, 2002.

ZULATTO, R. B. A. **A natureza da aprendizagem matemática em um ambiente online de formação continuada de professores.** 2007. 173 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, SP, 2007.

APÊNDICES

Fizemos inicialmente uma explanação sobre o *software* GeoGebra e promovemos algumas atividades de familiarização. Constatamos que os alunos não conheciam o GeoGebra, porém alguns já tinha habilidades com o computador.

Apêndice A

Alturas de triângulos

Os objetivos dessa atividade é de familiarizar os alunos com o *software* GeoGebra, perceber o segmento altura com mais significado e desmistificando algumas ideias que parte dos alunos apresenta em relação à altura de um triângulo percebendo como um segmento interno ao triângulo.

Passos para construção

- Trace uma reta **AB** (*clique no botão, reta definida por dois pontos e na janela gráfica*);
- Marque um ponto **C** fora da reta;
- Trace uma reta paralela a reta AB passando por C (*Clique no botão, reta paralela, na reta AB e no ponto C*);
- Marque um ponto D na reta b paralela a reta AB;
- Trace uma reta perpendicular a reta AB passando por D (*Clique no botão, reta perpendicular, na reta AB e no ponto D*);
- *Construa um triângulo ligando os pontos A, B, D e A.*
- Faça o vértice **D** do triângulo deslocar-se na reta paralela ao lado AB do triângulo, o que você observa ao movimentar o vértice D? Justifique.
- Determine a área do triângulo ABD (*Clique no botão Área e no triângulo*), movimente o vértice **D** do triângulo na reta b. O que você observa?

Procedimentos

1. Cada aluno ficou com um micro a sua disposição e um roteiro da atividade em mãos.
2. Os alunos leram o roteiro da atividade e, em seguida, passaram a construir e analisar os passos de cada construção.
3. Após a construção, discutiram sobre o processo de arrastar as figuras na tela, levantaram hipóteses e formularam conjecturas.

Apêndice B

Semelhança de Triângulos

O objetivo dessa atividade é familiarizar os alunos com o *software* GeoGebra. Os passos que serão utilizados na construção de diferentes triângulos devem possibilitar a visualização das características e propriedades dos triângulos semelhantes.

Passos para construção

- Construa um triângulo de vértices **A**, **B** e **C**
- Marque um ponto **D** no lado **AB** do triângulo;
- Trace uma reta paralela ao lado **BC**;
- Marque a intersecção entre a reta e o lado do triângulo **ABC**;
- Trace o novo triângulo ligando os pontos **A**, **D**, **E**, **A**;
- Determine o comprimento dos lados e a amplitude dos ângulos dos triângulos **ABC** e **ADE**;
- Determine a razão entre os lados dos triângulos **ABC** e **ADE**;
- Movimente um dos vértices do triângulo **ABC**, o que acontece com a razão entre lados?
- Movimente o ponto **D** vértice do triângulo **ADE**, o que acontece com a razão entre os lados?
- Que conclusões você chegou em relação aos triângulos **ABC** e **ADE**? Eles são semelhantes? Justifique

Procedimentos

1. Nessa tarefa assim como na anterior cada aluno ficou com um computador e um roteiro da atividade em mãos.
2. Os alunos leram o roteiro da atividade e, em seguida, passaram a construir e analisar os passos de cada construção.
3. Após a construção, discutiram sobre o processo de arrastar as figuras na tela, levantaram hipóteses e formularam conjecturas.

Apêndice C

Triângulos Retângulos Semelhantes

Essa atividade, assim como as anteriores, objetiva proporcionar aos alunos momentos de familiarização com o *software*.

Passos para construção

- Construa dois ou mais Triângulo retângulo semelhantes em seguida determine a amplitude dos ângulos e o comprimento dos lados. Movimente os vértices dos Triângulos, eles permanecem semelhantes? Justifique.
- Construa triângulos retângulos que não sejam semelhantes, determine o comprimento dos lados e a amplitude dos ângulos. Justifique suas construções, por que os triângulos não são semelhantes? Movimente os vértices dos triângulos, as características se mantêm?

Procedimentos

Levantamento dos conhecimentos prévios sobre triângulos retângulos por meio de questionamentos: Quando um triângulo é considerado retângulo? Como se constrói um triângulo retângulo com régua e compasso? Como posso fazer essa construção com o *software* GeoGebra garantindo que o triângulo seja sempre retângulo?

Apêndice D

Razões Trigonométricas no Triângulo Retângulo

Objetivo dessa atividade é que o aluno investigue as propriedades e características das razões trigonométricas nos triângulos retângulos através do processo de construção e visualização na tela.

Passos para construção

- Trace um segmento de reta AB;
- Trace uma reta b perpendicular ao segmento AB passando por A;
- Marque um ponto C sobre a reta b;
- Construa o triângulo;
- Determine o comprimento dos lados e a amplitude dos ângulos;
- Encontre a razão entre os lados do triângulo, digite na caixa de entrada **(distância [A, C]/distância [B, C])** em seguida digite **(distância [A, B]/distância [B, C])**, aparecerá na janela algébrica a razão entre os lados do triângulo.
- Arraste o vértice B do triângulo, o que você observa em relação às razões? Justifique suas conclusões.

Procedimentos

- Questionamentos de como se deu o processo de construção, feitos oralmente.
- Discussão em dupla sobre as conclusões que chegaram após o processo de mover o objeto na tela.
- Exposição oral justificando o que foi observado após o processo de arrastar a figura pela tela na janela gráfica do *software*

Apêndice E

Ciclo Trigonométrico

O objetivo dessa atividade é investigar as propriedades, noções e conceitos das razões trigonométricas no ciclo trigonométrico.

Passos para construção:

- Construa uma circunferência com centro em A (0, 0) passando por B(0, 1), (Clique em exibir eixo). Insira na caixa de entrada A = (0,0) e em seguida tecle enter, insira o ponto B = (1, 0).
- Fixe os pontos A e B (clique em cima dos pontos com o botão direito do mouse aparecerá à caixa de diálogo, selecione propriedades e fixar ponto).
- Selecione o botão círculo definido pelo centro e um dos seus pontos e clique nos pontos A e B;
- Marque um ponto C na circunferência no primeiro quadrante, trace uma reta perpendicular ao segmento AB passando por C;
- Assinale a intersecção entre a reta r e o segmento AB;
- Trace o triângulo ACD;
- Utilizando a ferramenta distância, determine a medida dos lados do triângulo ACD e complete a tabela.

Procedimentos

Abra a Construção (*applet*) do arquivo, em seguida arraste o ponto P pelo ciclo trigonométrico, o que você observa? O que acontece com o ângulo α e com as razões trigonométricas? Existe alguma relação entre as razões no triângulo retângulo e no ciclo trigonométrico? Justifique sua resposta.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, L. C. L. de; NÓBRIGA, J. C. C.. **Explorando tópicos de matemática do ensino fundamental e médio através do GeoGebra**. Disponível em: <<http://www.limc.ufrj.br/htem4/papers/60.pdf>>. Acesso em: 08 abril 2011.

KENSKI, V. M. **Educação e Tecnologias: O novo ritmo da informação**. 5. ed. Campinas, SP.Papirus, 2009. 141 p.

HOHENWARTER, M.; HOHENWARTER, J.. **Ajuda GeoGebra: Manual Oficial da Versão 3.2**. Tradução e adaptação para português António Ribeiro,. Disponível em: <http://www.geogebra.org/help/docupt_PT.pdf>. Acesso em: 22 abril 2011.

Lopes, Maria Maroni. **Construção e aplicação de uma seqüência didática para o ensino de Trigonometria usando o software Geogebra**. 2010. Dissertação (Mestrado em ensino da matemática). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Centro de Ciências Exatas e da Terra Universidade Federal do Rio Grande do Norte. UFRN. 2010.

Anexo



Universidade Federal da Paraíba
 Unidade de Educação a Distância
 Centro de Ciências Exatas e da Natureza
 Departamento de Matemática
 Coordenação de Licenciatura em Matemática a Distância UFPB



Autorização de Uso de Imagem, Som de Voz, Nome e Dados Biográficos em Obras de Preservação Histórica e Pesquisa Acadêmica.

Eu, abaixo assinado e identificado, autorizo o uso da imagem, som, e dados biográficos em depoimento pessoal concedido e, além de todo e qualquer material entre fotos e documentos apresentados, para compor **obra diversa de preservação histórica e pesquisa** que venha a ser planejada, criada e/ou produzida por **Jossivan Lopes Leite** destinadas à divulgação ao público em geral e/ou para formação de acervo histórico.

A presente autorização abrange os usos acima indicados tanto em mídia impressa (livros, catálogos, revista, jornal, entre outros) como também em mídia eletrônica (programas de rádio, podcasts, vídeos e filmes para televisão aberta e/ou fechada, documentários para cinema ou televisão, entre outros), Internet, Banco de Dados Informatizado *Multimídia*, "home video", DVD ("digital video disc"), suportes de computação gráfica em geral e/ou divulgação científica de pesquisas e relatórios para arquivamento e *formação de acervo histórico como pesquisa acadêmica*, sem qualquer ônus a ESCOLA ESTADUAL DE ENSINO FUNDAMENTAL E MÉDIO DEP. LEVI OLÍMPIO FERREIRA e da UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA ou terceiros por essa expressamente autorizados, que poderão utilizá-los em todo e qualquer projeto e/ou obra de natureza sócio-cultural voltada a *preservação da memória histórica*, em todo território nacional e no exterior.

As obras que utilizarem as imagens, sons, nomes e dados biográficos objetos da presente Autorização, poderão ser disponibilizadas, a exclusivo critério de ESCOLA ESTADUAL DE ENSINO FUNDAMENTAL E MÉDIO DEP. LEVI OLÍMPIO FERREIRA através da licença Creative Commons - Atribuição de Uso Não-Comercial-Compartilhando pela mesma licença em acordo com as leis Brasileiras, ficando certo que o presente documento autoriza essa forma de licenciamento de partes da pesquisa monográfica ou com prévia autorização do seu autor para o uso integral.

Por esta ser a expressão da minha vontade declaro que autorizo o uso acima descrito sem que nada haja a ser reclamado a título de direitos conexos a imagem ou respostas a questionários dos indivíduos que participaram da pesquisa ou a qualquer outro, e assino a presente autorização.

São Bento, 15 de julho de 2011.

E. E. F. M. Levi O. Ferreira
 Rua Ernane Roque de Arruda
 São Bento - PB
 CNPJ: 01.832.104/0001-81

Maria Danda Medeiros Queiroga
 Assinatura do responsável pela instituição (Escola)

M. Danda Medeiros Queiroga
 Diretora
 Mat. 170413-3