



Universidade Federal da Paraíba

Centro de Tecnologia

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL E**

**AMBIENTAL**

**– MESTRADO –**

**Márcio Santos Gonçalves**

**ANÁLISE DINÂMICA DE LAJE DE AMBIENTE DE TRABALHO  
SUBMETIDA A CARGAS DE CAMINHADA**

**João Pessoa/PB**

**Março de 2017**



Universidade Federal da Paraíba

Centro de Tecnologia

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL E  
AMBIENTAL  
– MESTRADO –**

**ANÁLISE DINÂMICA DE LAJE DE AMBIENTE DE TRABALHO  
SUBMETIDA A CARGAS DE CAMINHADA**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental da Universidade Federal da Paraíba, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre.

**Márcio Santos Gonçalves**

**Orientador: Prof. Dr. Roberto Leal Pimentel**

**João Pessoa/PB**

**Março de 2017**

G635a Gonçalves, Márcio Santos.  
Análise dinâmica de laje de ambiente de trabalho  
submetida a cargas de caminhada / Márcio Santos Gonçalves.  
- João Pessoa, 2017.  
85 f.: il. -

Orientador: Roberto Leal Pimentel.  
Dissertação (Mestrado) - UFPB/CT

1. Engenharia Civil - Estruturas. 2. Estruturas - Vibrações.  
3. Lajes – Vibrações excessivas. 4. Cargas de Caminhadas.  
I. Título.

UFPB/BC

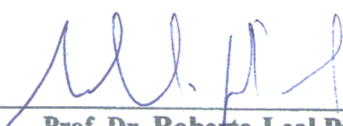
CDU: 624.04(043)

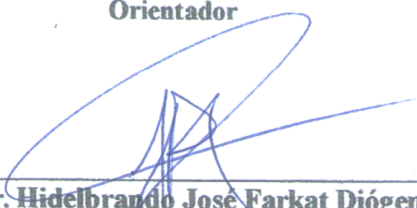
**“ANÁLISE DINÂMICA DE LAJE DE AMBIENTE DE TRABALHO  
SUBMETIDA A CARGAS DE CAMINHADA”**


**MÁRCIO SANTOS GONÇALVES**

**Dissertação aprovada em 2 de março de 2017  
Período Letivo: 2016.2**

**BANCA EXAMINADORA:**

  
\_\_\_\_\_  
**Prof. Dr. Roberto Leal Pimentel**  
**Orientador**

  
\_\_\_\_\_  
**Prof. Dr. Hidelbrando José Farkat Diógenes**  
**Examinador Interno**

  
\_\_\_\_\_  
**Prof. Dr. José Luis Vital de Brito**  
**Examinador Externo**

**João Pessoa/PB  
2017**



Aos amantes da ciência e da tecnologia.

## **AGRADECIMENTOS**

A minha mãe, Rosilene, e a meu irmão, Alexandre, pelo amor, constante incentivo e apoio incondicional.

À Danielle e Maria das Graças, pessoas que surgiram em meus caminhos e que me dão importantes lições sobre o amor e a amizade.

Ao meu orientador, prof. Roberto Leal Pimentel, que forneceu contribuições imprescindíveis à conclusão deste trabalho.

A esta instituição, Universidade Federal da Paraíba, pelos recursos fornecidos e necessários ao desenvolvimento desta pesquisa.

A todos os meus amigos que, direta ou indiretamente, contribuíram em mais esta etapa de minha formação acadêmica.

“Conhece-te a ti mesmo e conhecerás o universo e os deuses.”  
(Sócrates)

## RESUMO

Vibrações excessivas em estruturas têm sido investigadas durante décadas. Desde o século XIX até a contemporaneidade, ocorrências de tal fenômeno têm surpreendido tanto profissionais da engenharia quanto usuários de estruturas afetadas (pontes, passarelas, arquibancadas). Tal fenômeno pode resultar em várias consequências negativas, como: insatisfação dos usuários; sentimento de insegurança nas pessoas; prejuízos econômicos; perda de produtividade num ambiente de trabalho; etc. A partir das décadas de 1950 e 1960, situações de vibrações excessivas em lajes começaram a ser relatadas com regularidade e, até o momento, estudos de caso continuam a ser publicados na literatura científica. O comportamento dinâmico de Lajes de Ambientes de Trabalho (LATs) é um tema significativo devido ao fato destas estruturas estarem, diariamente, suscetíveis a vibrações devido à atuação de cargas de caminhada. Atualmente, critérios normativos para o projeto de lajes recomendam a hipótese na qual uma única pessoa caminha sobre a estrutura, enquanto verificação deste Estado Limite de Serviço de Vibrações Excessivas (ELS-VE). Entretanto, o recorrente número de registros de vibrações excessivas em LATs coloca em dúvida a eficiência de tal recomendação. Nesse contexto, este trabalho apresenta investigações sobre o comportamento dinâmico de um modelo numérico (via método dos elementos finitos) de uma LAT submetida a cargas de caminhada em diferentes cenários de movimentação de pessoas. Nas simulações, foi utilizado o modelo de carga expresso pela Série de Fourier, com recomendações da ISO 10137. Foram realizadas simulações considerando cenários com uma pessoa, com duas pessoas caminhando numa mesma trajetória e com duas pessoas caminhando em trajetórias distintas, em situação de ressonância. Graus diversos de sincronização entre os passos das pessoas e diferenças de tempo entre o início da trajetórias de um e outro indivíduo foram incluídos. Resultados indicam que valores RMS de aceleração (medidos no centro da laje) dos cenários com duas pessoas excedem, na maior parte dos cenários, acelerações em cenários com uma pessoa, possuindo significativas variações percentuais. Tal fato sugere a necessidade da consideração de diferentes números de pessoas em recomendações normativas afins, visando contribuir para a elaboração de critérios mais eficientes para projetos de LATs, no que concerne à prevenção de vibrações excessivas por ação de cargas de caminhada.

**PALAVRAS-CHAVE:** vibração, laje, ambiente de trabalho, carga de caminhada.

## **ABSTRACT**

Excessive vibrations in civil structures have been studied along decades. From the 19<sup>th</sup> century to present days, the occurrences of such phenomenon have surprised both engineering professionals and users of affected structures (e.g.: bridges, footbridges, grandstands). This phenomenon can result in many negative consequences, such as: dissatisfaction of users, people's feeling of insecurity; loss of productivity at a workplace; further economic losses; etc. From the 1950s and 1960s, cases involving excessive floor vibrations started being reported regularly and, up to date, research studies on these cases have been continuously published in the scientific literature. The dynamic behavior of office floors is a significant research theme, once floors are daily subjected to walking-induced loads. Currently, criteria of design guides/standards recommend computational simulations of a single-walker excitation for verifying vibration serviceability of office floors. However, the recurrent number of excessive vibration cases leads to doubts the effectiveness of such recommendation. In this context, this work presents investigations on the dynamic behavior of a FEM (Finite Element Method) model of office floor subjected to walking loads in different scenarios of people's transit. In these simulations, the walking load model expressed by the Fourier Series was used, with recommendations of the international standard ISO 10137. It was simulated resonant excitation scenarios with one person into walking activity, two people walking along the same trajectory, and two people walking along the different trajectories. Levels of synchronization between people's walking excitations and time differences between walkers were considered. Results indicate that RMS acceleration values (measured at the center of the slab) of two-walker scenarios exceed, in most scenarios, those ones measured in one-walker scenarios, with significant percentage changes. Such fact suggests the need for considering different numbers of walker in normative recommendations, aiming at contributing to more efficient structural design of office floors, in terms of prevention of excessive vibrations due to walking-induced excitation.

**KEYWORDS:** vibration, floor, office, walking load.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Situação de interação entre fonte, meio e receptor. ....	13
Figura 2 - Modelos massa-mola-amortecedor simplificados. Sistema de um grau de liberdade (esquerda) e de vários graus de liberdade (direita). ....	16
Figura 3 – Envoltória da resposta de vibração livre amortecida de um sistema linear. ....	20
Figura 4 - Exemplos de layouts de LAT: (a) ambiente com corredores laterais; (b) ambiente com padrão de corredores em forma de malha (nos casos a e b, setas indicam sentido dos corredores; (c) ambiente de trabalho com amplo espaço central para movimentação (região na cor cinza), denominado <i>open-plan office</i> . ....	23
Figura 5 - Direções de vibração. ....	29
Figura 6 - Curvas de referência para LATs. ....	29
Figura 7 - Respostas genéricas de LAT. ....	36
Figura 8 - Ciclo de caminhada. ....	37
Figura 9 - Carga de caminhada pela Série de Fourier. ....	39
Figura 10 - Carga de caminhada do guia HIVOSS. ....	41
Figura 11 - Seção transversal da laje. ....	45
Figura 12 - Modelo numérico da laje. ....	46
Figura 13 - Código empregado para a realização e obtenção de características modais. ....	47
Figura 14 - Código para aplicação da carga em cada etapa da análise transiente. ....	50
Figura 15 - Simulação com duas pessoas caminhando com diferença de 1,67 s entre si. ....	51
Figura 16 - Trajetórias de caminhada dos cenários com uma pessoa. ....	53
Figura 17 – Diferentes instantes de tempo considerados entre as caminhadas de duas pessoas. ....	54
Figura 18 – Quadro-resumo da metodologia usada na etapa de simulações de cenários. ....	54
Figura 19 - FFT do sinal da Carga ISO 10137. ....	57
Figura 20 - Resposta da laje sob o Cenário 6. ....	58
Figura 21 - Resposta da laje sob o Cenário 4. ....	59
Figura 22 - Probabilidade de não-excedência de valores aRMS, em relação aos cenários com duas pessoas na Trajetória 6. Coluna referente a aRMS,1, em destaque. ....	59
Figura 23 - Probabilidade de não-excedência de valores aRMS, em relação aos cenários com duas pessoas nas Trajetórias 6 e 4. Coluna referente a aRMS,1, em destaque. ....	61

Figura 24 - Probabilidade de não-excedência de valores aRMS, em relação aos cenários com duas pessoas com início simultâneo da trajetória. Coluna referente a aRMS,1, em destaque. ....	62
Figura 25 - Probabilidade de não-excedência de valores aRMS, em relação aos cenários com duas cargas com diferença de 5 s entre si. Coluna referente a aRMS,1, em destaque. ....	63
Figura 26 - Probabilidades de não-excedência para simulações com duas pessoas numa na trajetória com diferenças de tempo entre si. Destaque para as probabilidades de não-excedência em relação a aRMS,1.....	64
Figura 27 – Probabilidades de excedência ao longo das simulações.....	65
Figura 28 - Código ANSYS para modelagem da laje.....	82
Figura 29 - Código ANSYS para análise modal e transiente.....	84

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Tipos de vibração de sistemas lineares.....	18
Tabela 2 - Taxas de amortecimento de LATs. ....	22
Tabela 3– Casos de vibrações excessivas em lajes.....	24
Tabela 4– Limiares de aceleração de pico para diferentes taxas de amortecimento. ....	27
Tabela 5– Fatores multiplicativos segundo o ambiente de vibrações.....	30
Tabela 6– Histórico de critérios contra vibrações excessivas. ....	32
Tabela 7 – Duração de fases em relação ao tempo de um ciclo de caminhada.....	37
Tabela 8 – Coeficientes K do modelo de função polinomial da carga de um pé. ....	41
Tabela 9– Pesquisas sobre frequência média de passos.....	42
Tabela 10– Valores médios de taxa de passos, velocidade e comprimento de passo.....	42
Tabela 11 - Características do modelo numérico. ....	45
Tabela 12– Características do modelo numérico da LAT.....	46
Tabela 13– DLFs e ângulos de fase recomendados pela ISO. ....	47
Tabela 14– Modos de vibração do modelo numérico.....	56
Tabela 15 - Resultados de cenários com 1 pessoa.....	58
Tabela 16- Aumentos percentuais nos 60 cenários.....	60
Tabela 17 - Aumentos percentuais nos 54 cenários.....	61
Tabela 18 - Aumentos percentuais nos 79 cenários com tempo de 0 s.....	63
Tabela 19- Aumentos percentuais nos 68 cenários com tempo de 5 s.....	64
Tabela 20– Simulações com 2 pessoas na mesma trajetória. ....	74
Tabela 21– Simulações com 2 pessoas em trajetórias distintas.....	78



## SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO .....	13
1.1. GENERALIDADES .....	13
1.2. MOTIVAÇÕES PARA O TRABALHO .....	14
1.3. OBJETIVO.....	15
1.3.1. Objetivo geral .....	15
1.3.2. Objetivos específicos .....	15
1.4. ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO.....	15
2. REFERENCIAL TEÓRICO .....	16
2.1. DINÂMICA DAS ESTRUTURAS: CONCEITOS PRELIMINARES.....	16
2.2. VIBRAÇÕES EXCESSIVAS EM LAJES DE AMBIENTES DE TRABALHO.....	20
2.2.1. Casos de vibrações excessivas em LATs .....	23
2.2.2. Medidas para mitigação de vibrações excessivas .....	25
2.3. CRITÉRIOS NORMATIVOS DE ELS-VE CONTRA VIBRAÇÕES EXCESSIVAS EM LATs	
26	
2.3.1. Critério modificado de Reiher-Meister .....	26
2.3.2. Critério de Allen & Rainer .....	27
2.3.3. Critério de Murray .....	28
2.3.4. Critérios da ISO .....	28
2.3.5. Critério de Ellingwood & Tallin.....	30
2.3.6. Critérios de Bachmann & Ammann e de Ohlsson.....	30
2.3.7. Critério da AISC .....	30
2.3.8. Critérios de normas brasileiras .....	31
2.3.9. Histórico e problemática dos critérios de vibração em LATs .....	32
3. MODELOS DE CARGAS DE CAMINHADA .....	35
3.1. MODELO MATEMÁTICO PARA A SOMA DAS CARGAS DE AMBOS OS PÉS .....	38
3.2. MODELOS MATEMÁTICOS PARA A CARGA DE CADA PÉ.....	39
3.3. FREQUÊNCIA DE PASSOS, VELOCIDADE E COMPRIMENTO DE UM PASSO .....	41
4. METODOLOGIA .....	43
4.1. ELABORAÇÃO E ANÁLISE DO MODELO NUMÉRICO DA LAT .....	43
4.1.1. Dimensionamento da LAT .....	43
4.1.2. Modelagem numérica.....	44

4.1.3.	Verificação de modos de vibração.....	46
4.2.	ESCOLHA E ANÁLISE DO MODELO DE CARGA.....	47
4.3.	SIMULAÇÃO DE CENÁRIOS DE MOVIMENTAÇÃO DE PESSOAS .....	49
4.3.1.	Aplicação da carga no modelo numérico da LAT .....	49
4.3.2.	Cenários versus Layouts .....	55
5.	RESULTADOS E DISCUSSÕES .....	56
5.1.	AVALIAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO DA LAT .....	56
5.2.	AVALIAÇÃO DO MODELO DE CARGA DA ISO 10137.....	57
5.3.	SIMULAÇÕES DE CENÁRIOS DE MOVIMENTAÇÃO .....	57
5.3.1.	Cenários de caminhada com uma pessoa.....	57
5.3.2.	Cenários de caminhada com duas pessoas: mesma trajetória .....	59
5.3.3.	Cenários de caminhada com duas pessoas: trajetórias distintas.....	60
5.3.4.	Simulações com diferentes tempos para o início da caminhada .....	61
5.3.5.	Avaliação da quantidade de cenários simulados .....	64
6.	CONCLUSÕES .....	66
7.	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	67
8.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	68
9.	APÊNDICE A - SIMULAÇÃO DE CAMINHADA COM 2 PESSOAS (MESMA TRAJETÓRIA).....	73
10.	APÊNDICE B - SIMULAÇÃO DE CAMINHADA COM 2 PESSOAS (TRAJETÓRIAS DISTINTAS) .....	77
11.	APÊNDICE C - CÓDIGO ANSYS PARA MODELAGEM DA LAJE.....	81
12.	APÊNDICE D - CÓDIGO PARA EXECUÇÃO DA ANÁLISE MODAL E TRANSIENTE.....	83

## 1. INTRODUÇÃO

### 1.1. Generalidades

Nas grandes cidades, o intenso processo de urbanização tem levado a uma crescente verticalização dos ambientes de trabalho; a maioria destes ambientes tem sido construída em edificações de altura progressivamente maior, usando um número expressivo de lajes. Por outro lado, fatores de ordem política, econômica e social têm contribuído para que o fenômeno do intenso desenvolvimento das cidades preze não só por etapas de projeto e execução de estruturas com técnicas racionais, mas também há uma tendência a uma maior manutenção da segurança e da qualidade da vida profissional das pessoas que utilizam as Lajes de Ambientes de Trabalho (LATs).

Porém, ao longo dos anos, ocorrências de vibrações excessivas em LATs têm se tornado cada vez mais frequentes. Esse fenômeno traz consigo uma série de implicações socioeconômicas, como a menor estima dos usuários pelos ambientes afetados e a potencial desvalorização econômica de edificações que apresentem tal fenômeno. Hanagan (2005) descreve um caso no qual o pagamento do aluguel dos usuários do imóvel foi judicialmente suspenso até que uma solução fosse encontrada para a mitigação de vibrações excessivas no ambiente. Portanto, aspectos relativos a um comportamento dinâmico ótimo de uma LAT a ser projetada e executada constituem relevante tema de pesquisa.

Middleton & Brownjohn (2010), dentre outros autores, analisam as ocorrências de vibrações em LATs devido a cargas de caminhada sob três aspectos: as cargas dinâmicas de excitação propriamente ditas (fontes), as características dos sistemas estruturais (meio) e a avaliação dos níveis de vibração recebidos em determinados pontos (receptores). A Figura 1 mostra a presença dos aspectos numa LAT.

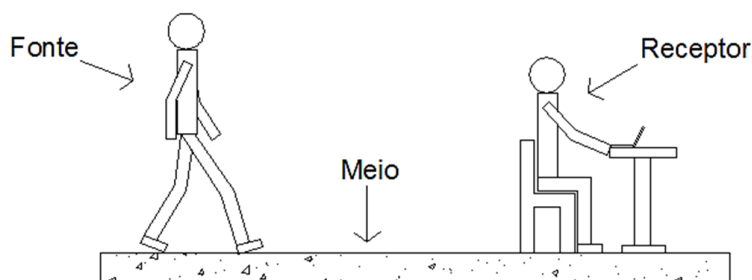


Figura 1- Situação de interação entre fonte, meio e receptor.

Primeiramente, vibrações podem ocorrer devido a variadas fontes de excitação. Estas fontes de excitação podem não estar previstas nas normas e guias para projetos estruturais, podendo resultar em vibrações excessivas. No caso das LATs, uma importante fonte de excitação dinâmica são as cargas de caminhada diretamente aplicadas sobre a estrutura, advindas da movimentação de pessoas (MIDDLETON & BROWNJOHN, 2010).

Em segundo lugar, deve-se levar em conta a observação de certas características das lajes. Propriedades como a frequência natural, a taxa de amortecimento, a geometria e as dimensões da estrutura, presença de elementos não-estruturais, locais pelos quais cargas dinâmicas transitam, etc. influenciam no comportamento dinâmico de uma laje (MIDDLETON & BROWNJOHN, 2010).

Finalmente, níveis elevados de vibrações propagadas numa laje, podem resultar em efeitos negativos, no tocante ao uso das estruturas afetadas. Por exemplo, a sensação de insegurança nas pessoas e a impossibilidade de realização de tarefas que exigem atenção dos usuários de uma LAT, bem como o prejuízo no uso de equipamentos eletrônicos de precisão (exemplo: microscópio, aparelhos de ressonância magnética, etc.) são alguns desses efeitos.

Normas/guias nacionais e internacionais têm estabelecido orientações para projetos estruturais de LATs, com o objetivo de prevenir níveis excessivos de vibração. Entretanto, nota-se que normativas vigentes são passíveis de avaliação quanto ao número de pedestres a serem considerados em simulações de cenários de movimentação.

## **1.2. Motivações para o trabalho**

Considera-se relevante a investigação do comportamento dinâmico de LATs sob cenários distintos de movimentação de pessoas devido a:

- Abordagem de investigação similar acerca de cenários de movimentação de indivíduos resultando em vibrações em passarelas;
- Recorrência de casos de vibrações excessivas em LATs durante as últimas décadas;
- Necessidade de avaliação de modelos de carga aplicada durante a caminhada de um indivíduo;
- Necessidade de aprimoramento de normas referentes ao projeto de LATs, no âmbito da simulação de estados de serviço visando a prevenção de vibrações excessivas.

### **1.3. Objetivo**

#### **1.3.1. Objetivo geral**

Comparar níveis de vibrações geradas em cenários de movimentação de pessoas com uma (recomendação normativa) e com duas pessoas em caminhada, sejam numa mesma trajetória ou em trajetórias distintas, por meio de simulações computacionais num modelo numérico de laje, visando o aperfeiçoamento de critérios de normas contra vibrações excessivas em LATs.

#### **1.3.2. Objetivos específicos**

- Investigar a representatividade de modelos de carga de caminhada propostos na literatura científica;
- Modelagem numérica de uma LAT em software de elementos finitos;
- Realizar simulações computacionais, obtendo acelerações no modelo numérico de LAT, considerando cenários com uma e com mais pessoas em caminhada, em trajetórias condicionadas ao *layout* dos ambientes de trabalho;
- Sugerir possíveis modificações de critérios afins presentes nos atuais ELS-VE de normas e guias de projeto.

### **1.4. Organização do trabalho**

O trabalho consta de nove capítulos, sendo o primeiro de introdução. O segundo capítulo apresenta um referencial teórico, começando por uma abordagem sobre conceitos teóricos preliminares, relação causa-efeito e prevenção de vibrações excessivas. O terceiro capítulo mostra uma discussão sobre modelos de carga de caminhada presentes na literatura. O quarto capítulo explica a metodologia empregada na modelagem numérica da LAT e nas simulações de cenários de caminhada. O quinto capítulo é dedicado à apresentação e discussão dos resultados obtidos em análises do modelo da LAT, das cargas empregadas e das simulações de cenários. O sexto capítulo apresenta conclusões do trabalho. Os últimos três capítulos incluem referências e apêndices do trabalho.

## 2. REFERENCIAL TEÓRICO

Visando uma melhor exposição do tema, este capítulo está dividido em três partes. A primeira parte discute conceitos preliminares sobre a dinâmica das estruturas, apresentando variáveis que possuem influência no comportamento dinâmico de um sistema estrutural. A segunda parte é dedicada a aspectos teóricos relevantes sobre o caminhar humano, enquanto fonte de excitação dinâmica. A terceira parte é voltada a um histórico de casos de vibrações excessivas em LATs, com ênfase para as causas e efeitos de tais fenômenos vibratórios. Finalmente, a quarta parte do capítulo apresenta atuais critérios de Estados Limites de Serviço de Vibrações Excessivas (ELS-VE) para a prevenção de vibrações excessivas em LATs, adotados por normas e guias de projeto, bem como destaca suas limitações.

### 2.1. Dinâmica das estruturas: conceitos preliminares

No âmbito da análise dinâmica de sistemas estruturais, na fase elástica e linear, os mesmos podem ser representados por modelos simplificados, constituído por três componentes: uma massa, uma mola e um amortecedor (Figura 2), com  $n$  graus de liberdade (correspondentes ao número de direções nas quais pode haver movimento do sistema).

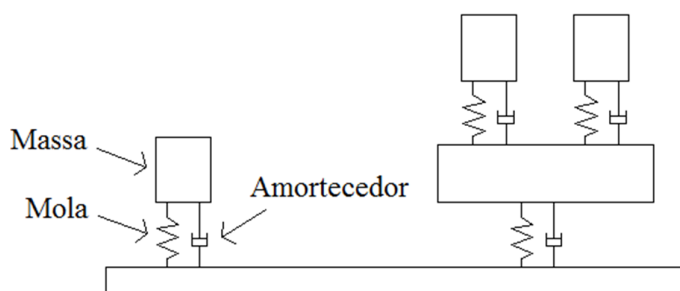


Figura 2 - Modelos massa-mola-amortecedor simplificados. Sistema de um grau de liberdade (esquerda) e de vários graus de liberdade (direita).

Vibrações em sistemas estruturais lineares, com um ou mais graus de liberdade, são regidas pela Equação do Movimento (Equação 1). Esta equação diferencial de segunda ordem inclui matrizes de massa, de amortecimento e de rigidez do sistema estrutural, bem como vetores de aceleração, velocidade e deslocamentos e a(s) função(ões) que define(m) a(s) carga(s) de excitação(ões) dinâmica(s) que atua(m) sobre a estrutura. A dimensão dos vetores

e a ordem das matrizes da Equação 1 são de acordo com o número de graus de liberdade do sistema.

$$[m]\{\ddot{x}\} + [c]\{\dot{x}\} + [k]\{x\} = \{F(t)\} \quad (1)$$

Onde:

$[m]$ : Matriz de massa.

$[c]$ : Matriz de amortecimento.

$[k]$ : Matriz de rigidez.

$\{\ddot{x}\}$ : Vetor de acelerações.

$\{\dot{x}\}$ : Vetor de velocidades.

$\{x\}$ : Vetor de deslocamentos.

$\{F(t)\}$ : Vetor de forças de excitação dinâmica aplicadas.

A expressão matemática de uma força de excitação dinâmica atuante sobre uma estrutura é genericamente expressa por uma função trigonométrica  $F(t)$  (Equação 2), sendo dependente da amplitude da excitação, da frequência angular da excitação e do ângulo de fase.

$$F(t) = F_0 \sin(\omega t + \varphi) \quad (2)$$

Onde:

$F(t)$ : Função periódica da excitação.

$F_0$ : Máxima magnitude da excitação (amplitude).

$\omega$ : Frequência angular da excitação ( $\omega = 2\pi f$ , onde  $f$  é a frequência, inversa ao período da força).

$t$ : Instante de tempo.

$\varphi$ : Ângulo de fase.

O amortecimento do sistema pode ser de vários tipos (de Coulomb, histerético, etc.). O amortecimento empregado na Equação 1 é do tipo viscoso, correspondente a uma força proporcional à velocidade relativa entre partes constituintes do sistema.

Dependendo da consideração de uma taxa de amortecimento (parcela do amortecimento crítico do sistema) e da existência da força harmônica, diferentes tipos de vibrações podem ocorrer (Tabela 1). Os tipos de vibração também podem ser linear (no qual massa, mola e amortecedor comportam-se linearmente, permitindo o princípio da superposição de efeitos) ou não-linear e, ainda, determinístico (no qual a magnitude da força de vibração é conhecida, num dado instante de tempo) ou randômica (RAO, 2011).

Tabela 1 - Tipos de vibração de sistemas lineares.

Vibração	Força	Amortecimento
Livre não-amortecida	$F(t) = 0$	$c = 0$
Livre amortecida	$F(t) = 0$	$c \neq 0$
Forçada não-amortecida	$F(t) \neq 0$	$c = 0$
Forçada amortecida	$F(t) \neq 0$	$c \neq 0$

Uma vez que vibrações em LATs por atuação de cargas dinâmicas de caminhada são forçadas e amortecidas (lineares e determinísticas), ênfase é dada a este tipo de vibração. A solução da Equação 1, para a vibração forçada amortecida de um Sistema de 1 Grau de Liberdade (S1GL), é apresentada na Equação 3.

A Equação 3 é a soma de duas respostas: uma correspondente à vibração livre do S1GL (solução homogênea da equação diferencial, mostrada na Equação 4) e outra correspondente à vibração forçada do S1GL (solução particular da equação diferencial, mostrada na Equação 5).

$$x(t) = x_h + x_p \quad (3)$$

Onde:

$x(t)$ : Deslocamento, em função do instante de tempo  $t$ .

$x_h$ : Função do tempo  $t$ , sendo solução homogênea da Equação 1.



$x_p$ : Função do tempo  $t$ , sendo solução particular da Equação 1.

$$x_h = X_{h,0} e^{-\zeta \omega_n t} \text{sen}(\omega_d t + \theta) \quad (4)$$

Onde:

$x_h$ : Deslocamento, em vibração livre, do S1GL.

$X_{h,0}$ : Máxima amplitude de deslocamento da solução homogênea.

$\zeta$ : Taxa de amortecimento  $\left(\zeta = \frac{c}{c_{crit}}; c: \text{amort.}, c_{crit} : \text{amort. crítico do S1GL}\right)$ .

$\omega_n$ : Frequência angular fundamental do S1GL.

$\omega_d$ : Frequência de vibração amortecida do S1GL  $(\omega_d = \left[\sqrt{1 - \zeta^2}\right] \omega_n)$ .

$\theta$ : Ângulo de fase da função.

$$x_p = X_{p,0} \text{sen}(\omega t + \delta) \quad (5)$$

Onde:

$x_p$ : Deslocamento, em vibração forçada, do S1GL.

$X_{p,0}$ : Máxima amplitude de deslocamento da solução particular.

$\omega$ : Frequência angular da força harmônica.

$\delta$ : Ângulo de fase da função.

Em vibração forçada amortecida, a resposta do sistema inicia como uma soma de ambas as respostas (com a resposta de vibração livre,  $x_h$ , decaindo exponencialmente). Após um instante de tempo  $t$ , a resposta expressa pela solução homogênea torna-se desprezível e o sistema passa a responder apenas sob a expressão da solução particular ( $x_p$ ). Por esse motivo, a solução homogênea (que torna-se praticamente nula, após um período de tempo) é denominada *resposta transiente* e a solução particular (que permanece enquanto a força harmônica atuar) é dita *resposta permanente* do sistema.

A taxa de amortecimento de um sistema linear pode ser verificada através da análise da envoltória do sinal de resposta do sistema (Figura 3). A envoltória consiste numa curva

exponencial que inclui a taxa de amortecimento ( $\zeta$ ) e a frequência fundamental do sistema ( $\omega_n$ ) em sua função (além de uma constante X).

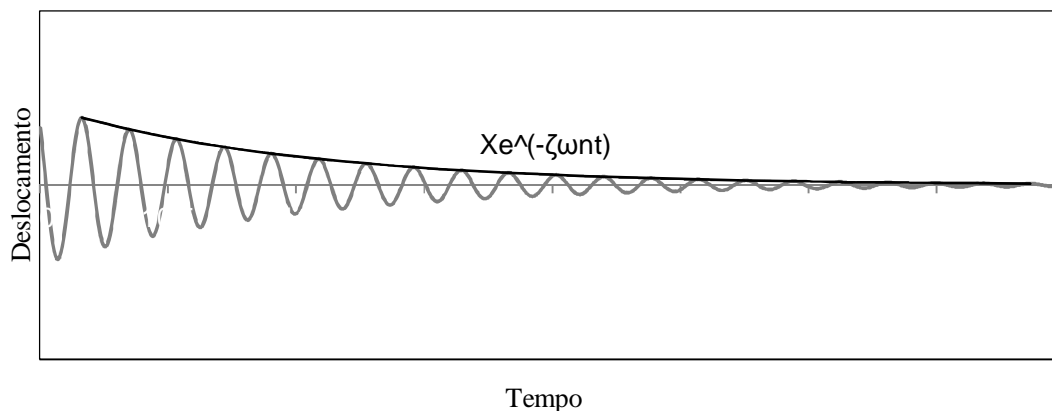


Figura 3 – Envoltória da resposta de vibração livre amortecida de um sistema linear.

## 2.2. Vibrações excessivas em lajes de ambientes de trabalho

É notável uma progressiva recorrência de vibrações em lajes. Hanagan (2005) registrou casos de vibrações excessivas em diferentes locais, de uma instituição de ensino a um estabelecimento comercial. Pan et al. (2008) investigaram potencial ocorrência de vibrações excessivas num laboratório de biotecnologia. Davis et al. (2014) investigaram um caso de vibrações excessivas numa laje recém construída de um restaurante.

Níveis excessivos de vibrações em lajes podem ocorrer em função do efeito de ressonância. Uma das frequências naturais da laje pode ser próxima de uma das frequências dos primeiros harmônicos das forças de excitação originadas pelos passos de uma pessoa. Devido a tal proximidade entre frequência de excitação (caminhada) e frequência do meio (laje), pode haver efeito de ressonância (magnificação da resposta dinâmica da estrutura).

Além da ressonância, outros aspectos contribuem para o surgimento e propagação de níveis elevados de vibrações em LATs. Nesse sentido, características da estrutura da laje e da configuração espacial do ambiente de trabalho são citadas nos próximos parágrafos.

**Material estrutural:** A massa específica dos materiais usados num sistema estrutural pode modificar a resposta deste a fontes de excitação dinâmica. O uso de materiais leves e de alta resistência mecânica é resultado de intensos avanços tecnológicos que visam o emprego peças estruturais resistentes, de fácil transporte e prática moldagem/montagem, visando a uma otimização de tempo e de recursos financeiros na fase de execução de estruturas. Estes

materiais podem resultar em menores massa e rigidez estrutural de uma laje, podendo gerar maior probabilidade/propagação de excitação e em maiores amplitudes, devido a uma menor resistência inercial da estrutura sob ações de cargas dinâmicas, como ocorre no caso das LATs.

Frequência fundamental: Lajes costumam ser classificadas como de alta frequência (com frequência fundamental maior que 10Hz) e de baixa frequência (com frequência fundamental menor que 10Hz). As lajes de baixa frequência são mais suscetíveis a efeitos dinâmicos gerados por cargas de caminhada devido ao fato de suas frequências fundamentais (menor frequência natural da estrutura) estarem próximas à(s) frequência(s) da(s) força(s) de excitação que esteja(m) atuando sobre a estrutura. Diretrizes de normas internacionais fazem esta distinção (lajes de alta e baixa frequência), a exemplo da BS 6472 (2008) e da ISO 10137 (2007).

Taxa de amortecimento: esta taxa corresponde a uma proporção do amortecimento crítico da estrutura. A presença e o tipo de elementos não-estruturais presentes numa LAT podem modificar a porcentagem da taxa de amortecimento (maiores taxas podem mitigar a propagação de vibrações indesejadas). Murray (2001) afirma que elementos não-estruturais são grandes fontes de amortecimento. Hanagan (2005) comenta que partições (divisórias) que se estendem do piso ao teto atenuam substancialmente vibrações induzidas por cargas de caminhada, sejam instaladas na laje problemática ou na laje abaixo.

Outros exemplos de elementos não-estruturais são partições fixas e desmontáveis (que não alcançam o teto) entre salas, móveis para arquivo de documentos, estantes, forros de teto, pisos elevados de escritórios, etc. O amortecimento também depende do tipo estrutural da laje (ex.: peças pré-fabricadas, moldadas *in loco*, metálicas, etc.). Ambientes de trabalho que praticamente não possuem elementos não-estruturais são usualmente classificados como *paperless offices*. Estimativas para taxas de amortecimentos de LATs são encontradas na Tabela 2.

Geometria: A geometria dos elementos estruturais leva em consideração tendências arquitetônicas contemporâneas que determinam sua aparência estética. Nesse contexto, lajes têm sido executadas com peças estruturais mais esbeltas (menor área de seção transversal), mais extensas (maiores vãos livres) ou possuindo determinadas condições de apoio (estruturas em balanço, por exemplo). Estas características confluem para uma maior susceptibilidade do sistema a vibrações excessivas por ação dos passos de indivíduos no ambiente. Ambientes de trabalho com grandes espaços abertos são geralmente classificados como *open-plan offices*. É

relevante destacar que a disposição dos elementos estruturais de uma laje influencia sua resposta dinâmica, resultando em pontos de mais ou menos susceptibilidade a vibrações, o que pode ser avaliado pela identificação dos modos de vibração da laje (análise modal).

Layout do ambiente de trabalho: ambientes de trabalho possuem diferentes padrões de layouts (Figura 4), implicando em trajetórias distintas percorridas pelos usuários, podendo gerar efeitos vibratórios indesejáveis. Ainda, LATs podem ter sua configuração espacial modificada devido a mudanças na finalidade de uso do ambiente, expondo a estrutura a cargas dinâmicas não previstas no projeto estrutural original, podendo gerar vibrações inesperadas que excedam níveis normativos, como exemplificado por Hanagan (2005) ao descrever um estudo de caso.

Tabela 2 - Taxas de amortecimento de LATs.

Referência	Taxa de amortecimento ( $\beta$ )
Murray et al. (2003)	2% (LAT, estrutura em aço, com poucos elementos não-estruturais)
	5% (LAT, estrutura em aço, com elem. não-estrut. fixos)
	0,8% - 3% (LAT de conc. arm. ou metálica, simplesmente apoiada)
ISO 10137 (2007)	1% - 5% (LAT de concreto armado ou metálica, contínua)
	0,8% - 3% (LAT protendida e/ou pré-moldada)
	1% - 3% (LAT de concreto armado, maciça)
UKCS (2005)	1% - 2% (LAT protendida; LAT de concreto armado não-fissurada)
	1,5% - 3% (LAT de concreto armado fissurado)
	4,5% (LAT com alta presença de mobília, partições, etc.)
HIVOSS (2007)	3% (LAT típica, estrutura metálica em aço)
Smith et al. (2009)	1,1 % (LAT com pouca, ou nenhuma, mobília)
	3,0 % (LAT com mobília, em condições normais de serviço)

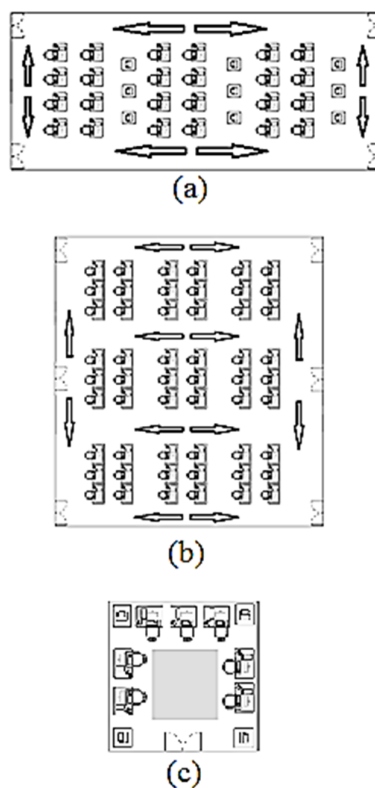


Figura 4 - Exemplos de layouts de LAT: (a) ambiente com corredores laterais; (b) ambiente com padrão de corredores em forma de malha (nos casos a e b, setas indicam sentido dos corredores; (c) ambiente de trabalho com amplo espaço central para movimentação (região na cor cinza), denominado *open-plan office*.

### 2.2.1. Casos de vibrações excessivas em LATs

A literatura científica tem reportado vários casos de vibrações excessivas em lajes de ambientes de trabalho. A Tabela 3 apresenta estudos de casos de vibrações em lajes realizados nos últimos anos. Na maioria destes casos, o estudo se deu em resposta a reclamações de usuários/proprietários dos locais afetados por vibrações excessivas.

Tabela 3– Casos de vibrações excessivas em lajes.

Prop. Dinâmicas	Tipo Estrutural	Características do Ambiente
Caso 1		
Frequência: 4.29 Hz Taxa de amort.: 2.76% (CANTIENI et al., 1998)	Sistema estrutural de aço leve.	-Trajetória: NI (Não Informada). -Elementos Não-Estruturais (ENE)/Mobília: computadores; paredes não-estruturais num vão. -Dimensões: três vãos de 8,6 x 8,6 m.
Caso 2		
Frequência: 6.15 Hz Taxa de amort.: descrito como “alta taxa”. (HANAGAN et al., 2002)	Laje mista (aço-concreto).	-Trajetória: NI. -ENE/Mobília: <i>open-plan</i> , com diferentes atividades de trabalho. -Dimensões: quatro vãos de 11 x 8.5 m).
Caso 3		
Frequência: 7.40 Hz Taxa de amort.: 4.20%. (CANTIENI & BIRO, 2005)	Laje de concreto armado.	-Trajetória: NI. -ENE/Mobília: divisórias altas. -Dimensões: 7x7 m (aproximadamente).
Caso 4		
Frequência: 4.70 Hz Taxa de amort.: NI. (HANAGAN, 2005)	Laje mista (aço-concreto).	-Trajetória: parte central da laje. -ENE/Mobília: computadores; tipo <i>paperless office</i> ; algumas divisórias. -Dimensões: 9.1 x 14.3 m (área problemática).
Caso 5		
Frequência: 5.25 Hz Taxa de amort.: NI (SETAREH et al., 2006)	Laje de concreto leve sobre vigas de aço.	-Trajetória: NI. -ENE/Mobília: piso elevado; com divisórias. -Dimensões: 12.5 x 9.15 m.
Caso 6		
Frequência: 4.38 Hz Taxa de amort.: NI. (SETAREH et al., 2006)	Laje mista (aço-concreto).	-Trajetória: laterais (bordas) da laje. -ENE/Mobília: piso elevado; <i>open-plan office</i> . -Dimensões: 12.2 x 9.15 m.
Caso 7		
Frequência: 5.20 Hz Taxa de amort.: 1.80%. (PAVIC et al. 2007)	Laje mista (aço-concreto).	-Trajetória: NI. -ENE/Mobília: tipo <i>open-plan</i> ; mobiliado. -Dimensões: 22.25 x 38.20 m (Dimensões de trecho problemático: 11.25 x 6.75 m)
Caso 8		
Frequência: 6.40 Hz Taxa de amort.: 3%. (DÍAZ& REYNOLDS, 2010)	Laje mista (aço-concreto).	-Trajetória: laterais (bordas) da laje. -ENE/Mobília: escritório aberto; ausência de divisórias; escritório tipo <i>paperless</i> . -Dimensões: 24 x 72 m. (Dimensões de trecho problemático: 6 x 6 m)
Caso 9		
Frequência: 5.60 Hz Taxa de amort.: 2%. (LINDENBERG & FRACZEK, 2013)	Laje pré-moldada sobre vigas de concreto.	-Trajetória: NI. -ENE/Mobília: tradicional, presença de divisórias altas. -Dimensões: 15.25 x 14 m.

### 2.2.2. Medidas para mitigação de vibrações excessivas

Uma vez que níveis elevados de vibrações numa laje sejam identificados, é possível tomar medidas que busquem sanar este problema. Logo, algumas potenciais medidas são discutidas, bem como suas limitações.

O guia de projeto HIVOSS (2007), estabelece algumas medidas que podem ser tomadas para vibrações em lajes metálicas. A primeira delas é o aumento da massa modal do sistema estrutural e é considerada a mais efetiva. Pode ser realizada por adição de argamassa de regularização ou pelo ajuste da rigidez de peças de suporte de modo a permitir uma maior participação da área da laje em modos de vibração. Em adição ao que esta norma afirma, entretanto, a adição de massa altera frequências naturais da estrutura de modo que possam coincidir com outro múltiplo de frequência de passos de usuários, o que perpetuaria o problema. Portanto, cuidado especial é necessário.

Outra medida prevista por este guia é o ajuste de frequência da laje. No projeto estrutural de lajes, pode-se calcular a rigidez de elementos estruturais, resultando numa laje com frequência (fundamental) não coincidente com múltiplos de frequências usuais de passos (1,8-2,4 Hz). Em lajes já finalizadas, a frequência pode ser facilmente alterada, ajustando a rigidez de vigas metálicas (placas metálicas podem ser adicionadas a vigas (HIVOSS, 2007)). Vale salientar que esta medida não gera grandes alterações, permitindo apenas pequenas modificações de frequência. Além disso, Murray et al. (2003) comenta que a adição de barras metálicas em vigas não provoca mudanças significativas.

O amortecimento da laje também pode ser modificado. Isto se dá pela instalação de sistemas de amortecimento. Entretanto, os amortecedores atuam de maneira mais efetiva em pontos onde há maior resposta dinâmica (ex.: centro de vão de uma laje), sendo impraticável a instalação destes dispositivos nestes locais (HIVOSS, 2007). Materiais de fricção ou viscoelásticos podem atuar, ainda que de maneira limitada, na atenuação de vibrações em lajes. Elementos não-estruturais (vide Seção 2.3) podem ser instalados ou realocados para produzir mais amortecimento estrutural.

Segundo Murray et al. (2003), a adição de rigidez em vigas pode ser eficaz para atenuar vibrações advindas de caminhadas. Uma das técnicas realizadas para a adição de rigidez é a soldagem de placas na base de vigas metálicas que suportam a laje (caso existam na estrutura). O HIVOSS (2007) comenta que a verificação do efeito da adição de rigidez pode se dar pela modelagem numérica da estrutura reparada, verificando que os modos de

vibração resultantes não mais apresentam deslocamentos significativos em áreas anteriormente afetadas por vibrações.

Murray et al. (2003) propõem a realocação de atividades que geram vibrações indesejadas para outros ambientes (ex.: pessoas que não mais sensíveis a vibrações podem ter seus postos de trabalho remanejados para pontos de menor excitação, como locais próximos a pilares e vigas).

Finalmente, a ISO 10137 (2007) também recomenda algumas medidas. Dentre elas, duas são dignas de ênfase em relação a vibrações excessivas por ação de cargas de caminhada: a mudança de frequência natural da laje e a instalação de sistemas de amortecimento.

### **2.3. Critérios normativos de ELS-VE contra vibrações excessivas em LATs**

Critérios para verificação de ELS-VE de lajes sob vibrações induzidas por cargas de caminhada têm sido estabelecidos ao longo dos anos. Os critérios podem definir limites máximos de vibrações aceitáveis para lajes, em termos de deflexões, velocidades ou acelerações de vibrações na estrutura. A ISO (10137, 2007) afirma que, quando ELS-VE sob vibrações excessivas são verificados, a variável medida é, usualmente, a aceleração.

#### **2.3.1. Critério modificado de Reiher-Meister**

O critério de Reiher-Meister (1931) é de percepção humana a vibrações. Para a elaboração da escala, um grupo de pessoas, paradas e em pé, foram sujeitas a vibrações permanentes com frequências variando de 5 Hz a 100 Hz e amplitudes de 0,01 mm a 10 mm (a escala é baseada em limites máximos permissíveis de deslocamentos) classificando a percepção do grupo numa escala com as seguintes classificações:

- Vibrações Não-Perceptíveis;
- Vibrações Levemente Perceptíveis;
- Vibrações Distintamente Perceptíveis;
- Vibrações Fortemente Perceptíveis.



Lenzen (1966), após estudar lajes compósitas de aço e concreto, propôs a escala modificada de Reiher-Meister. Lenzen (1966) não sugeriu limites de frequência e/ou amplitude para prevenir vibrações excessivas. McCormick (1974), baseando-se em estudos de critérios afins de projeto e testes em LATs, concluiu que lajes nas quais a taxa de amortecimento excede 3% são aceitáveis se forem classificados abaixo do nível “Vibrações Distintamente Perceptíveis”. Classificações acima deste limite seriam aceitas se a LAT apresentar taxa de amortecimento acima de 10%. Murray (1975) analisou várias lajes de concreto apoiadas sobre vigas de aço e recomendou que sistemas estruturais com taxa de amortecimento entre 4% e 10%, cuja classificação encontra-se acima do nível “Vibrações Distintamente Perceptíveis” podem resultar em problemas de vibrações excessivas e sistemas na faixa “Vibrações Fortemente Perceptíveis” são inaceitáveis para usuários e proprietários.

### 2.3.2. Critério de Allen & Rainer

Allen & Rainer (1976) propuseram uma escala para quantificar o limiar de perturbação causada às pessoas devido a vibrações geradas por passos. A escala é baseada em limites máximos permissíveis para acelerações de pico, sendo desenvolvida a partir de dados obtidos em 42 testes de percepção de vibrações por usuários de LATs com grandes vãos. Os limiares são constantes para valores de frequência de excitação menores ou iguais a 10 Hz (Tabela 4).

Tabela 4– Limiares de aceleração de pico para diferentes taxas de amortecimento.

Amortecimento (%)	Limiar da Aceleração de Pico (m/s <sup>2</sup> )
-	0,05
3	0,175
6	0,5
12	1,75

Fonte: Allen & Rainer (1976).

### 2.3.3. Critério de Murray

Diferentemente dos critérios anteriores, o critério de Murray (1981) é baseado no segundo tipo supracitado (estimativa da resposta dinâmica da laje). Murray (1981) recomendou que a taxa de amortecimento de uma LAT satisfaça a Equação 6.

$$D > 35A_0f_n + 2,5 \quad (6)$$

Onde:

$D$ : Taxa de amortecimento (%).

$A_0$ : Amplitude inicial de teste *heel-drop*, impacto de calcanhar (polegadas).

$f_n$ : Primeira frequência natural (Hz).

### 2.3.4. Critérios da ISO

A Organização Internacional de Normalização (ISO) elaborou normas sobre limites permissíveis de vibrações em lajes. Três destas normas merecem destaque: a ISO 2631-1 (1997), a ISO 2631-2 (2003) e a ISO 10137 (2007). Cada norma possui abordagens específicas sobre vibrações excessivas em estruturas:

- ISO 2631-1 (1997): Devido ao fato de a percepção humana ser mais ou menos sensível a vibrações em determinadas frequências de excitação, e em diferentes direções de vibrações em relação ao corpo humano, esta norma pondera níveis de vibrações que podem ser percebidos pelas pessoas. A Figura 5 apresenta tais direções. As ponderações são dadas por fatores multiplicativos que podem minorar, ou não, valores de acelerações medidas, funcionando como um filtro. O HIVOSS (2007) informa que, para vibrações atuantes na direção vertical (eixo Z), o fator multiplicativo é igual a 1, não alterando níveis de vibração;
- ISO 2631-2 (2003): Esta norma é recomendada quando a direção na qual vibrações críticas ocorrem é desconhecida. Além disso, a ISO 2631-2 (2003) é a norma de referência para a maioria de normas/guias de projeto europeus afins. A ISO 2631-2 (2003) estabelece uma curva de referência (Figura 6) para limites máximos permissíveis de valores

RMS (*Root Mean Square*; raiz quadrada da média aritmética de valores quadráticos) de vibrações na direção vertical (ISO 2631-2, 2003);

- ISO 10137 (2007): a norma estabelece recomendações para simulações de cenários de movimentação de pessoas (ex.: como a escolha modelo de carga de caminhada). Ainda, a ISO 10137 (2007) também estabelece fatores multiplicativos para a curva de referenciada ISO 2631-2, visando ajustar a curva de referência a diferentes ambientes (Tabela 5). A Figura 6 já apresenta curvas para dois tipos diferentes de ambiente, aplicando-se um fator multiplicativo em cada caso.

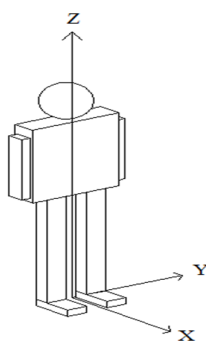


Figura 5 - Direções de vibração

Fonte: adaptado da ISO 2631-1 (1997).

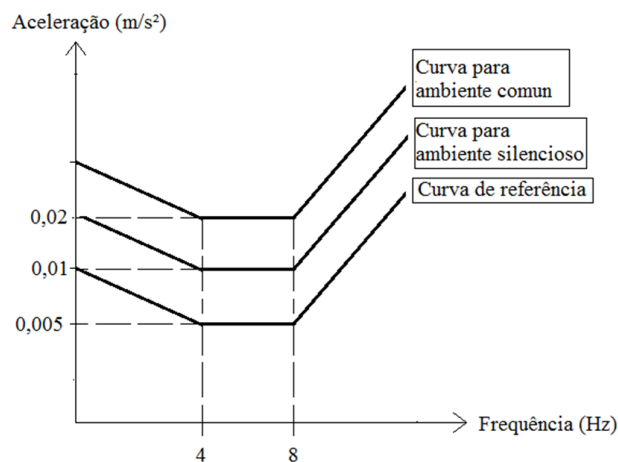


Figura 6 - Curvas de referência para LATs.

Fonte: adaptado da ISO 2631-2 (1997).

Tabela 5– Fatores multiplicativos segundo o ambiente de vibrações.

Tipo de ambiente	Período	Fator Multiplicativo
Ambientes críticos (hospitais, laboratórios de precisão)	Dia	1
	Noite	1
Residencial	Dia	2 a 4
	Noite	1 a 4
Ambiente de trabalho silencioso	Dia	2
	Noite	2
Ambientes de trabalho comuns (ex.: escola)	Dia	4
	Noite	4
Oficinas	Dia	8
	Noite	8

Fonte: adaptado da ISO 10137 (2007).

#### 2.3.5. Critério de Ellingwood & Tallin

O critério de Ellingwood & Tallin (1984) e Ellingwood et al. (1986) recomendaram um critério para lajes de ambientes de trabalho comerciais baseado num limite de tolerância de aceleração de 0,005g (onde g corresponde à aceleração da gravidade) para cargas de caminhada. Este critério é satisfeito se a deflexão máxima de uma laje, sob um carregamento de 2 kN em qualquer ponto de sua superfície, não exceda 0,5 mm.

#### 2.3.6. Critérios de Bachmann & Ammann e de Ohlsson

Bachmann & Ammann (1987) recomendam que lajes mistas de aço e concreto tenham frequência fundamental mínima igual a 9 Hz e Ohlsson (1988) informa que esta não deve ser menor que 8 Hz para lajes de concreto leve.

#### 2.3.7. Critério da AISC

O guia de projeto para estruturas da Instituto Americano de Construção em Aço (AISC), elaborado por Murray et al. (2003) contém recomendações para a estimativa de picos de acelerações decorrente de cargas de caminhada em LATs, dada pela Equação 7. O

numerador  $P_0 e^{(-0,35 f_n)}$  da equação corresponde a força harmônica efetiva, devido a carga de caminhada, que resulta em resposta dinâmica em ressonância, na frequência fundamental da laje.

$$\frac{a}{g} = \frac{P_0 e^{(-0,35 f_n)}}{\beta W} \leq \frac{a_0}{g} \quad (7)$$

Onde:

$\frac{a}{g}$ : Aceleração estimada para a laje, em relação à aceleração da gravidade (%);

$\frac{a_0}{g}$ : Máx. acel. de pico, relativa à acel. da gravidade, recomendada pela ISO (igual a 0,5%);

$P_0$ : Carga constante atuante sobre a laje, com valor recomendando de 0,29 KN para LATs;

$f_n$ : Frequência fundamental da laje (Hz);

$\beta$ : Taxa de amortecimento igual a 0,03 (3%), recomendada para LATs (vide Tabela 2);

$W$ : Peso equivalente da estrutura (KN).

A abordagem da AISC (MURRAY et al., 2003) apresenta-se de maneira muito simplificadora, considerando um valor constante para representar o efeito dinâmico de cargas de caminhada.

### 2.3.8. Critérios de normas brasileiras

Dentre as normas brasileiras afins, três podem ser citadas: a NBR 6118 (2014), a NBR 8800 (2008) e a NBR 15575-2 (2013). Estas normas, apesar de recentemente submetidas a revisões, tratam as situações de vibrações excessivas devido a cargas de caminhada de maneira superficial, não fornecendo nenhuma metodologia de cálculo.

Vale salientar que as normas brasileiras estabelecem a verificação da frequência natural como parâmetro de avaliação de uma LAT em relação a potenciais ocorrências de vibrações excessivas.

### 2.3.9. Histórico e problemática dos critérios de vibração em LATs

A Tabela 6 apresenta uma ordem cronológica dos critérios contra vibrações excessivas supracitados.

Tabela 6– Histórico de critérios contra vibrações excessivas.

Ano	Referência	Tipo de Ambiente
1931	Reiher & Meister	Ambientes em geral
1966	Lenzen	Ambientes de trabalho
1974	McCormick	Ambientes de trabalho
1975	Murray	Ambientes de trabalho
1976	Allen & Rainer	Ambientes de trabalho
1981	Murray	Ambientes de trabalho
1984	Ellingwood & Tallin	Ambientes de trabalho
1986	Ellingwood et al.	Ambientes de trabalho
1988	Ohlsson	Ambientes Residenciais/de trabalho
1989	Wyatt	Ambientes Residencial/de trabalho
2003	ISO 2631-2	Ambientes de trabalho
2003	Murray et al.	Ambientes em geral

Fonte: Murray et al. (2003).

Pavic & Reynolds (2001) afirmam que vibrações causadas por cargas de caminhada são complexas, sendo difícil isolar a laje destas fontes de excitação dinâmica. Então, vibrações causadas por uma pessoa em caminhada sobre a estrutura podem ser excessivas. Portanto, vários pesquisadores têm estabelecido o cenário de caminhada em que uma única pessoa está andando sobre a laje como critério norteador para verificação de ELS-VE contra vibrações excessivas em LATs.

É notável que quantidades maiores de pessoas em movimentação não são consideradas nas normas supracitadas. Maiores quantidades de pessoas em movimentação podem ocorrer em decorrência de cenários mais realísticos, que levem em conta certas características, como:

- Horários de maior e menor fluxo de indivíduos durante horários comerciais;
- Horários de início e fim de expedientes de trabalho;
- Tipo de atividade laboral desenvolvida numa LAT;
- Disposição espacial da mobília no ambiente;
- Disposição espacial de elementos não-estruturais (ex.: partições, etc.).

Entretanto, a recorrência de casos de vibrações excessivas em lajes é digna de atenção: no histórico apresentado (vide Tabela 3), os casos têm ocorrido durante as três últimas décadas. O projeto estrutural de LATs ainda continua a ser concebido de acordo com recomendações normativas que seguem tal critério norteador.

Fato similar ocorreu para a análise do comportamento dinâmico de passarelas: normas de projeto consideravam, para verificação de ELS-VE contra vibrações excessivas, apenas um único indivíduo em caminhada sobre a passarela (SÉTRA, 2006). Posteriormente, chegou-se à conclusão de que a condição de caminhada de um único indivíduo não se apresentava eficiente para tal verificação. Para simular cenários de movimentação de  $N$  pessoas, numa abordagem mais realística, um fator  $K$  passou a ser multiplicado pela efeito dinâmico produzido por uma única pessoa (Equação 8).

$$K = \sqrt{\lambda T} \quad (8)$$

Onde:

$\lambda$ : Taxa de pedestres que caminham pela estrutura (pedestres/segundo);

$T$ : Tempo de travessia de um pedestre sobre a passarela (s), sendo igual ao quociente entre o comprimento da passarela e a velocidade de caminhada do pedestre.

De acordo com a norma do SÉTRA (2006) a abordagem equivale a considerar que  $N$  pessoas presentes na estrutura são equivalentes a  $\sqrt{N}$  pessoas (uma vez que  $\lambda T = N$ ) com a mesma frequência de passos.

Há indícios de que a hipótese na qual apenas um indivíduo caminhando não reproduz cenários realísticos e/ou críticos numa LAT em condições de serviço. Chen et al. (2012) realizaram testes numa laje de concreto com cerca de 41 m de vão, avaliando vibrações produzidas em percursos de caminhada com apenas uma pessoa e com mais indivíduos.

Ainda, concluíram que o cenário de movimentação com mais de uma pessoa andando na mesma taxa de passos foi a situação mais crítica.

Vale salientar que, em LATs com dimensões próximas àquelas apresentadas nos estudos de caso da Tabela 3, a movimentação de grupos numerosos de indivíduos é pouco esperada. Todavia, a movimentação simultânea de um pequeno grupo de usuários (ex.: duas, três pessoas etc.), em variadas trajetórias, é passível de ocorrer durante expedientes de trabalho. Portanto, situações de movimentação destes pequenos grupos, na mesma taxa de passos, podem vir a se tornar cenários críticos de movimentação (vibrações excessivas), mas não são atualmente consideradas em normas e guias de projeto (fato que pode gerar incertezas quanto à eficiência desses critérios de projeto).



### 3. MODELOS DE CARGAS DE CAMINHADA

O caminhar humano é uma combinação de movimentos translacionais e rotacionais do corpo humano (KERR, 1998). Em termos gerais, o caminhar humano apresenta variabilidade entre as pessoas, segundo aspectos biológicos e sociais: idade, tipo físico, cultura, personalidade, etc. Varela & Batista (2009) exemplificam tal variabilidade com uma comparação entre o andar de um jovem (impactos de calcanhar mais intensos) e de um idoso (caminhar leve).

Dentre as possíveis fontes de excitação dinâmica em LATs, as cargas geradas pela movimentação de pessoas são dignas de especial atenção devido a algumas características, como a quantidade de cargas em ação simultânea; as frequências das cargas de excitação; e os ângulos de fase destas cargas.

Em relação à primeira característica (quantidade): as cargas de caminhada atuam frequentemente durante os expedientes de trabalho em LATs, variando em quantidade entre horários de começo e término de atividades laborais. Logo, situações nas quais um dado número de cargas (pessoas) atuem simultaneamente pode levar a cenários de níveis elevados de vibração.

Em relação à segunda característica (frequência): cargas dinâmicas podem ter frequências de excitação ( $f$ ) - taxa de passo ou múltiplos da mesma- próximas à frequência fundamental de lajes de ambientes de trabalho, fato que pode elevar a resposta dinâmica da laje (efeito de ressonância). Um comparativo entre as respostas dinâmicas de uma laje dentro e fora do estado de ressonância é apresentado na Figura 7.

Muitos avanços foram realizados em estudos sobre o caminhar humano. Segundo Kerr (1998), a maioria dos estudos sobre o caminhar humano são realizados em relação ao plano sagital (plano XZ da Figura 4). Um dos aspectos abordados nestes estudos é a descrição, em fases, da movimentação de uma pessoa.

Hoje, fases do andar são conhecidas, constituindo o ciclo de caminhada. Duas fases são destacadas: a fase de contato e a fase de balanço. A Figura 8 apresenta o ciclo de caminhada de uma pessoa, com ênfase no movimento de uma de suas pernas. A fase de apoio está compreendida entre o impacto do calcanhar de um pé até o instante de tempo no qual este mesmo pé perde contato com a estrutura. A fase de balanço, logo em seguida, corresponde ao intervalo de tempo em que o pé que não está em contato com a estrutura posiciona-se para o

próximo passo. Quando essas duas fases ocorrem, um ciclo de caminhada é completado (ROSE & GAMBLE, 1994).

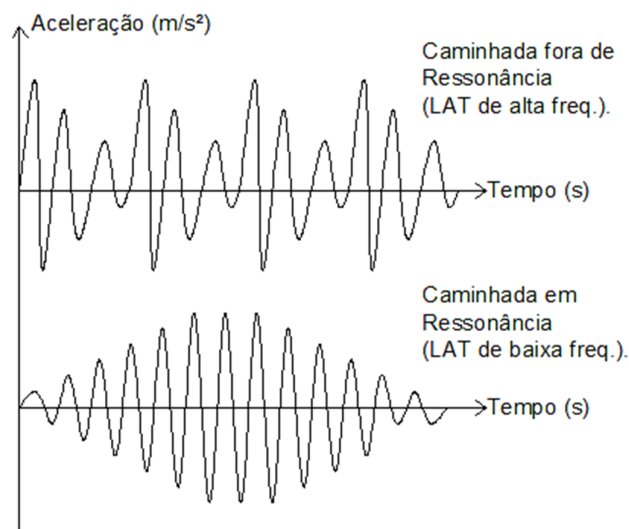


Figura 7 - Respostas genéricas de LAT.

Fonte: adaptado do HIVOSS, (2007).

A Tabela 7 apresenta medições das durações das fases de apoio e balanço, além do período no qual os dois pés estão em contato com a estrutura, em termos de porcentagens do tempo de um ciclo de caminhada. Esses valores são de referência, uma vez que tendem a sofrer mudanças a depender de pessoas para pessoa, da taxa de passos, do comprimento do passo, etc.

É importante notar que, nas fases da caminhada, o indivíduo mantém, pelo menos, um dos pés em contato com a estrutura. Isso é o que distingue a caminhada da corrida (nessa última, há fases nas quais o indivíduo não está exercendo forças sobre a estrutura; ou seja, momentos nos quais ambos os pés perdem contato com a estrutura).

Quanto à terceira característica (ângulos de fase): estes representam o efeito de sincronização/dessincronização entre os passos de um e outro indivíduo em caminhada. Cargas sincronizadas (cargas aplicadas em fase) tendem a gerar maiores níveis de vibração em estruturas, enquanto cargas dessincronizadas tendem a atenuar efeitos dinâmicos de vibrações entre si (cargas aplicadas fora de fase).

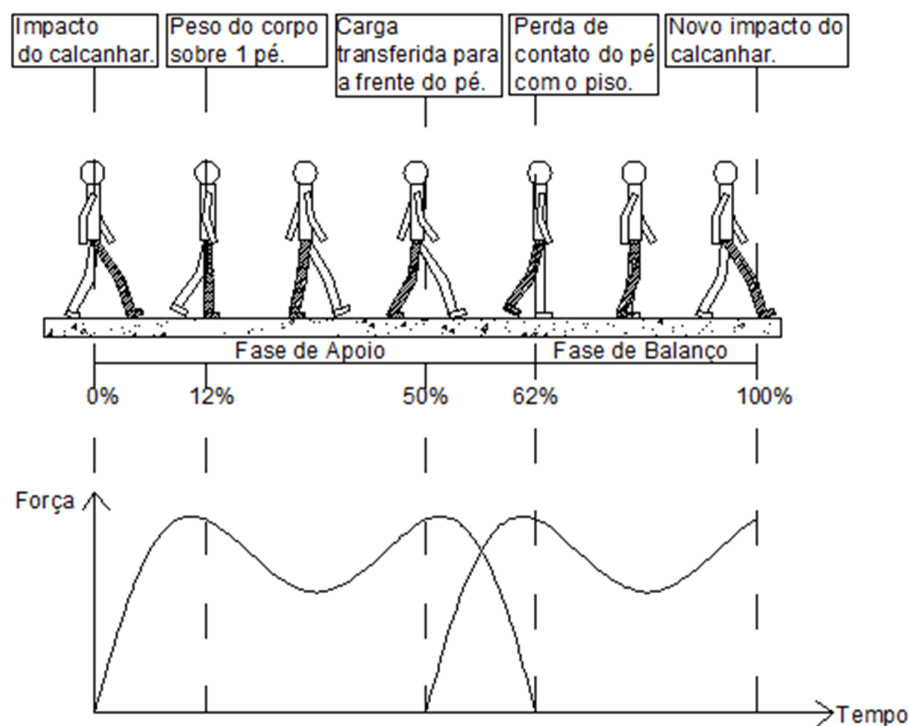


Figura 8 - Ciclo de caminhada.

Fonte: adaptado de Rose & Gamble (1994).

Tabela 7 – Duração de fases em relação ao tempo de um ciclo de caminhada.

Referência	Fases do Ciclo (totalizam 100% do tempo de ciclo)		Dois Pés em Contato (tempo incluído entre as duas fases)
	Apoio	Balanço	
Kerr (1980)	60%	40%	-
Kharb et al. (2011)	60%	40%	10%
Rose & Gamble (1994)	62%	38%	12%

Araújo Júnior et al. (2013) realizaram testes num protótipo de passarela instrumentada com diferentes números de pessoas para analisar o efeito de sincronização entre passos. Resultados indicaram que os ângulos de fase das cargas de caminhada tendem a ser progressivamente representados por uma distribuição do tipo uniforme. Portanto, ângulos de fase distintos possuem igual probabilidade de ocorrência em cenários de movimentação de pessoas pelo caminhar.

As equações que representam cargas de caminhada também dependem do peso da pessoa que está andando. Zivanovic & Pavic (2011) afirmam que descrições precisas sobre

distribuições de probabilidade de pesos de pessoas são de difícil obtenção. Entretanto, na literatura, há recomendações para o peso padrão de uma pessoa, com valores que encontrados num intervalo de 700 N a 800 N. As normas BS 5400 (1978), AISC/CISC (Murray et al., 2003) e UKCS (2005) estabelecem um peso de 700 N. Smith et al. (2009) recomendam um valor de 746 N. Bachmann et al. (1995) recomendam um peso padrão de 800 N. Pavic et al. (2001) refere-se ao peso de 800 N como peso médio de uma pessoa. Fanning & Devin (2016) utilizaram o peso de 800 N em simulações numéricas envolvendo uma pessoa em caminhada sobre uma laje de office, para avaliar seu comportamento dinâmico.

As expressões matemáticas que representam as cargas de caminhada de uma pessoa são divididas em dois modelos: representação da carga total dos dois pés e representação da carga aplicada por cada pé. A representação da carga total expressa a soma das cargas aplicadas sobre a estrutura pelos pés, ao longo da locomoção. Este modelo de representação da carga de caminhada é comumente expressa pela série de Fourier (Bachmann & Ammann, 1987), adotado por várias normas/guias vigentes (ISO, SCI, UKCS, AISC/CISC).

Existem modelos de carga probabilísticos e determinísticos. Os probabilísticos admitem certa variabilidade na magnitude das forças aplicadas em cada ciclo de caminhada. Os modelos determinísticos (que são os modelos utilizados neste trabalho) assumem que ambos os pés exercem exatamente a mesma força sobre a estrutura e que o sinal de força é perfeitamente periódico, resultando numa repetição exata das cargas em cada ciclo de caminhada.

### 3.1. Modelo matemático para a soma das cargas de ambos os pés

A representação matemática da soma das cargas de ambos os pés de uma pessoa é amplamente realizada através da Série de Fourier. A maioria das normas que visam à prevenção de vibrações excessivas em LATs têm adotado a representação da carga de caminhada pela Série de Fourier, ao longo das últimas três décadas. Dentre tais normas, a ISO 10137 (2007) figura como principal referência.

A representação da carga de caminhada de uma pessoa pela Série de Fourier (Equação 9) é apresentada na Figura 9.

$$F(t) = Q \left[ 1 + \sum_{i=1}^k \alpha_i \sin(2\pi f_p t + \varphi_i) \right] \quad (9)$$

Onde:

$Q$ : Peso da pessoa;

$i$ : Número do harmônico;

$k$ : Número máximo de harmônicos considerados;

$\alpha_i$ : Fator dinâmico de carga do harmônico  $i$ ;

$f_p$ : Taxa de passos;

$\varphi_i$ : Ângulo de fase do harmônico  $i$ , em relação ao primeiro harmônico.

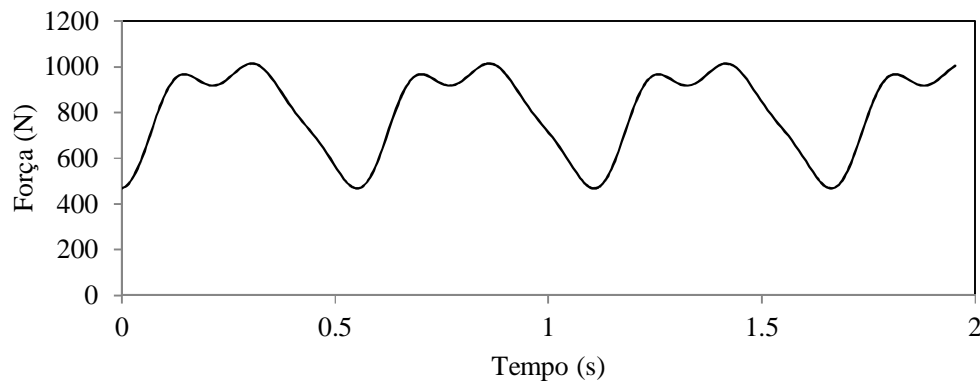


Figura 9 - Carga de caminhada pela Série de Fourier.

Entretanto, atenção especial deve ser dada à aplicação de cargas de caminhada expressas pela Série de Fourier. No modelo numérico, quando a atuação da carga de um pé termina, a carga assume valor nulo no nó onde estava sendo aplicada, instantaneamente. Logo em seguida, a carga passa a atuar no próximo nó do modelo da laje (próximo passo do indivíduo), de maneira também instantânea, com um valor não nulo (a carga já é aplicada com um valor não nulo). Logo, não há uma transição contínua entre as cargas de um e outro pé, sendo uma adaptação do ciclo de cargas que é observado em medições experimentais do andar humano.

### 3.2. Modelos matemáticos para a carga de cada pé

Pesquisas têm proposto cargas relacionadas a cada pé. Tais modelos também são expressos por funções matemáticas. *A priori*, a vantagem destes modelos é a possibilidade de simulação computacional com maior fidelidade à fase de transição de cargas entre um pé e outro, durante a movimentação de uma pessoa. Ou seja, a carga de cada pé é aplicada em cada

ponto onde é efetivamente aplicada (por exemplo, em cada nó do modelo), e não a carga referente à somatória das forças de exercidas pelos dois pés.

Galbraith & Barton (1970) propuseram um modelo para a carga de cada pé no qual as forças aplicadas partem do valor nulo, atingem um patamar e permanecem num valor constante até seguirem uma curva descendente até o valor nulo, novamente.

Varela & Battista (2009) propuseram um aperfeiçoamento da representação da carga do caminhar humano pela Série de Fourier. Trata-se de uma aproximação matemática da reação do piso, incluindo o pico de carga referente ao impacto do calcanhar na estrutura. Resultados de testes de caminhada, realizados num protótipo de laje construído em laboratório, mostraram que o impacto de calcanhar pode representar amplificações nas amplitudes de vibração por ressonância. Porém, o modelo de carga proposto no referido trabalho excitou demasiadamente alguns modos de vibração da estrutura.

Ainda, os autores concluem que a representação da carga somente pela Série de Fourier (sem os ajustes) subestima amplitudes de modos de vibração mais altos. Porém, uma vez que a faixa de frequências de maior interesse para o conforto de usuários de lajes está entre 4 Hz e 8 Hz, a Série de Fourier é satisfatória para estimar realisticamente as amplitudes de vibração em fase de projeto (VARELA E BATTISTA, 2009).

O grupo HIVOSS (2007) sugere uma função polinomial que representa a carga de cada pé (Equação 10). A função possui constantes (K) que são coeficientes determinados em função da frequência de passos ( $f_s$ ) (Tabela 8). O gráfico desta função, apresentado na Figura 10, possui semelhança significativa com séries de dados experimentais, com destaque para a reprodução razoável do impacto do calcanhar na estrutura (primeiro pico do gráfico). A carga é aplicada durante um tempo determinado em função da taxa de passos (Equação 11).

$$\frac{F(t)}{G} = K_1 t + K_2 t^2 + K_3 t^3 + K_4 t^4 + K_5 t^5 + K_6 t^6 + K_7 t^7 + K_8 t^8 \quad (10)$$

Onde:

G: Peso da pessoa;

$K_i$ : Parâmetros.

$$t_s = 2,6606 - 1,757f_s + 0,3844f_s^2 \quad (11)$$

Onde:

$f_s$ : Taxa de passos.

Tabela 8 – Coeficientes K do modelo de função polinomial da carga de um pé.

Constante	$f_s \leq 1,75 \text{ Hz}$	$1,75 \leq f_s \leq 2 \text{ Hz}$	$f_s \geq 2 \text{ Hz}$
$K_1$	$-8f_s + 38$	$24f_s - 18$	$75f_s - 120,4$
$K_2$	$376f_s - 844$	$-404f_s + 521$	$-1720f_s + 3153$
$K_3$	$-2804f_s + 6025$	$4224f_s - 6274$	$17055f_s - 31936$
$K_4$	$6308f_s - 16573$	$-29144f_s + 45468$	$-94265f_s + 175710$
$K_5$	$1732f_s + 13619$	$109976f_s - 175808$	$298940f_s - 553736$
$K_6$	$-24648f_s + 16045$	$-217424f_s + 353403$	$-529390f_s + 977335$
$K_7$	$31839f_s - 33614$	$212776f_s - 350259$	$481665f_s - 888037$
$K_8$	$-12948f_s + 15532$	$-81572f_s + 135624$	$-174265f_s + 321008$

Fonte: HIVOSS (2007).

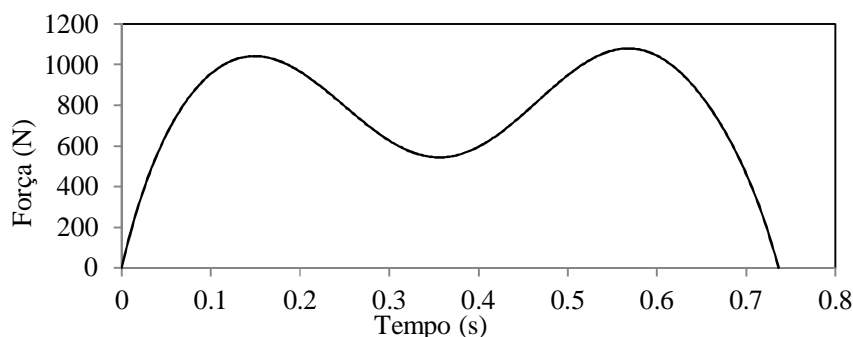


Figura 10 - Carga de caminhada do guia HIVOSS.

Fonte: adaptado do HIVOSS (2007).

### 3.3. Frequência de passos, velocidade e comprimento de um passo

Duas variáveis são indispensáveis para caracterizar o andar de um indivíduo: a frequência de passos e o comprimento de um passo .

Estudos sobre a frequência de passos do caminhar tem sido realizados. Um dos primeiros é o de Matsumoto et al. (1978), que indicou que as taxas de passos de uma amostra de 505 indivíduos (aleatoriamente escolhidos) obedeceu a uma distribuição normal na qual a taxa média de passos das pessoas é de 2,0 Hz, tendo um desvio-padrão de 0,173 Hz. As distribuições estatísticas de Pachi & Ji (2005) e de Sahnaci & Kasperski (2005) resultaram

numa taxa média de passos de 1,80 Hz. Um sumário dos resultados deste e de outros pesquisadores é apresentado na Tabela 9.

Tabela 9– Pesquisas sobre frequência média de passos.

Autor	Taxa média de passos (Hz)	Desvio-padrão (Hz)
Matsumoto et al. (1978)	2,00	0,173
Dallard et al. (1980)	1,90	0,250
Kramer & Kebe (1980)	2,20	0,300
Bachmann & Ammann (1987)	2,00	0,130
Ebrahimpour (1996)	1,80	-
Zivanovic et al. (2005)	1,87	0,186
Pachi & Ji (2005)	1,83	-
Sahnaci & Kasperski (2005)	1,80	-
Ricciardelli et al. (2007)	1,84	0,172

Smith et al. (2009) apresentam uma informação específica para a estimativa da taxa de passos: em ambientes fechados (ex.: escritórios), menores distâncias são percorridas em caminhada, de maneira que a velocidade na qual as pessoas se deslocam tende a diminuir, recomendando a taxa de passos de 1,80 Hz. Omenzetter et al. (2013) afirmam que a frequência de passos de 1,8 Hz é mais apropriada, quando se considera a caminhada de pessoas em offices com partições. Fanning & Devin (2016) também utilizaram a taxa de passos de 1,8 Hz em simulações computacionais com uma pessoa em caminhada sobre a laje de um office. Wheeler (1982) descreveu uma função polinomial relacionando comprimentos de passos de um indivíduo para diferentes frequências de passos (Tabela 10).

Tabela 10– Valores médios de taxa de passos, velocidade e comprimento de passo.

Movimento	Taxa de passos (Hz)	Velocidade de caminhada (m/s)	Comprimento de passo (m)
Caminhada lenta	1,7 (aprox.)	1,1 (aprox.)	0,65 (aprox.)
Caminhada normal	2,0 (aprox.)	1,5 (aprox.)	0,75 (aprox.)
Caminhada rápida	2,3 (aprox.)	2,2 (aprox.)	0,96 (aprox.)
Corrida lenta	2,5 (aprox.)	3,3 (aprox.)	1,32 (aprox.)
Corrida rápida	Maior que 3,2	Maior que 5,5	Maior que 1,72

Fonte: Wheeler (1982).



## 4. METODOLOGIA

A metodologia deste trabalho pode ser dividida em três partes: elaboração do modelo numérico, elaboração do modelo de carga e execução das simulações de cenários de movimentação.

Primeiramente, a elaboração do modelo numérico da laje é apresentada, abordando da etapa de dimensionamento da estrutura (laje e vigas) à escolha de elementos finitos para a modelagem. Ainda, os modos de vibração do modelo são avaliados. Em segundo lugar, tem-se a escolha de um modelo de carga e a atribuição valores para variáveis envolvidas (DLFs, ângulos de fase, peso, etc.). A terceira parte trata sobre as simulações dos cenários de caminhada, empregando tanto o modelo de carga quanto o modelo numérico anteriormente descritos.

### 4.1. Elaboração e análise do modelo numérico da LAT

#### 4.1.1. Dimensionamento da LAT

O modelo numérico investigado corresponde a uma laje maciça protendida. Este tipo estrutural foi escolhido para garantir que a seção transversal da laje permanecesse íntegra (sem aparecimento de fissuras), de modo a garantir que o momento de inércia corresponda à toda a área da seção. Esta consideração, de fato, não afeta os objetivos da análise. Visa apenas tornar conceitualmente coerente a utilização de um momento de inércia único ao longo de toda a estrutura, bem como a definição de uma espessura compatível com a situação de laje protendida. Pavic et al. (2001) afirma que efeitos de segunda ordem, devido à protensão, não devem ser considerados na análise de propriedades dinâmicas de lajes internamente protendidas. Ainda, a laje considerada não possui engrossamentos ou capitéis (laje lisa) sendo suportada em todas as bordas por vigas biapoiadas.

A fim de reproduzir simulações de movimentação de pessoas em estado de ressonância, a frequência fundamental (frequência natural do 1º modo de vibração) do modelo numérico deveria corresponder a um múltiplo da frequência das cargas dinâmicas aplicadas. Além disso, o critério de prevenção de vibrações da ISO 2631-2 (2003) é mais rígido para lajes cujas frequências fundamentais estejam entre 4 e 8 Hz: os valores máximos de aceleração de pico e aceleração RMS ( $a_{RMS}$ ) são  $0,05 \text{ m/s}^2$  e  $0,02 \text{ m/s}^2$ , respectivamente (ISO 2631-2,

2007). Uma vez que a frequência de passos escolhida foi de 1,8 Hz (discussão na Seção 4.1.3), a frequência de 5,4 Hz foi adotada para o 1º modo de vibração da laje, correspondendo ao terceiro múltiplo inteiro da frequência de passos:  $3 \times 1,8 = 5,4$  Hz, estando no intervalo supracitado (4-8 Hz). Após ajustes nas dimensões em planta da estrutura, a superfície da laje possui dimensões de 12,65 m x 12,10 m.

Nawy (2009) recomenda que o quociente entre a dimensão do maior vão (L) de uma laje maciça protendida e a dimensão de sua espessura (H) deve ser igual a 45 (considerando carregamento total igual a 5 kN/m²), como uma estimativa na fase de pré-dimensionamento. Emerick (2005) recomenda um valor para L/H próximo a 40. Neste caso, a abordagem de Emerick foi utilizada (Equação 12).

$$H = \frac{L}{40} = \frac{12,65}{40} = 0,316 \text{ m } (\sim 32 \text{ cm}) \quad (12)$$

Para a altura das vigas de borda (biapoiadas), a recomendação de Emerick (2005) é de  $L/A=16$ , onde L é o maior vão da laje e A é a altura da viga (considerando carregamento total na laje igual a 5 kN/m²) (Equação 13). A dimensão de base da viga igual a 20 cm for considerada razoável para o porte da estrutura.

$$A = \frac{L}{16} = \frac{12,65}{16} = 0,791 \text{ m } (\sim 80 \text{ cm}) \quad (13)$$

#### 4.1.2. Modelagem numérica

O modelo da laje foi elaborado em elementos finitos, possuindo elementos de casca (modelagem da laje, situada no plano XY) e elementos de lineares (modelagem das vigas), como mostrado na Tabela 11. O modelo é elástico e linear, possuindo um total de 342 nós.

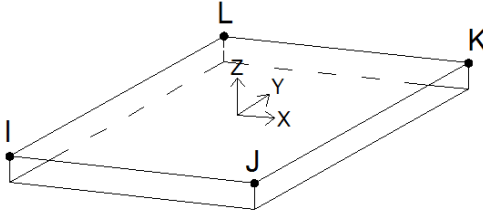
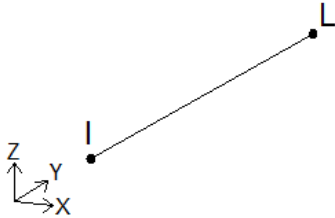
Nimmen et al. (2014) analisaram a influência da modelagem das condições de apoio na frequência natural, ao comparar três modelos numéricos de uma mesma laje: modelo cujas bordas foram baseadas no projeto estrutural da laje (maior parte biapoiada e menores trechos engastados e em balanço); modelo com todas as bordas biapoiadas e modelo com todas as bordas engastadas. Resultados indicaram que, avaliando os seis primeiros modos de vibração, o modelo com todas as bordas biapoiadas apresentou frequências naturais mais próximas àquelas identificadas experimentalmente na estrutura.

Neste trabalho, é assumido que a maior parte das bordas da estrutura real seria biapoiada, de acordo com as recomendações de Nimmen et al. (2014). Portanto, a consideração de todas as bordas biapoiadas no modelo numérico é satisfatória, sendo assim realizado.

Amortecimento do tipo viscoso foi considerado igual a 2% do amortecimento crítico, para os três primeiros modos de vibração. A Tabela 12 apresenta um sumário das propriedades físicas e geométricas do modelo. A seção transversal da laje e das vigas são apresentadas na Figura 11. O modelo numérico é mostrado na Figura 12.

Detalhes sobre o código do software ANSYS empregado na modelagem são apres

Tabela 11 - Características do modelo numérico.

Elemento	Descrição	Representação
Casca	Elemento com 4 nós (I, J, K, L), cada qual com 6 graus de liberdade (3 direções para translações e 3 direções para rotações; direções ao longo dos eixos X, Y e Z). A espessura da casca é informada em cada nó.	
Viga	Elementos uniaxiais com capacidade de tração, compressão, torção e flexão, com 2 nós (I e J), cada qual com 6 graus de liberdade (3 direções para translações e 3 direções para rotações; direções ao longo dos eixos X, Y e Z). Permite translação do centro de gravidade em relação ao centróide da seção transversal (a ser utilizado, neste caso).	

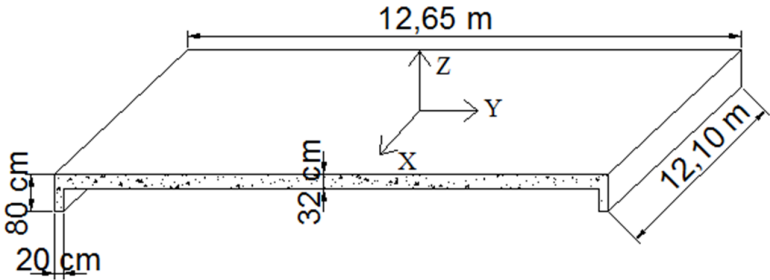


Figura 11 - Seção transversal da laje.

Tabela 12– Características do modelo numérico da LAT.

Propriedades Físicas	Propriedades Geométricas
Módulo (estático) de Elasticidade Longitudinal: $2,7 \times 10^{10}$ N/m <sup>2</sup> (Concreto C30) (ABNT, 2014)	Dimensões da Laje: 12,65x12,10 m
Módulo (estático) de Elasticidade Transversal: $1,125 \times 10^{10}$ N/m <sup>2</sup> (Concreto C30) (ABNT, 2014)	Dimensões das Vigas: 20x80 cm
Coefficiente de Poisson: 0,2	Dimensões dos Elementos de Casca: 70x70 cm (aprox.)
Massa específica do Concreto: 2500 (Kg/m <sup>3</sup> ) (ABNT,2014)	Espessura da Seção: 32 cm

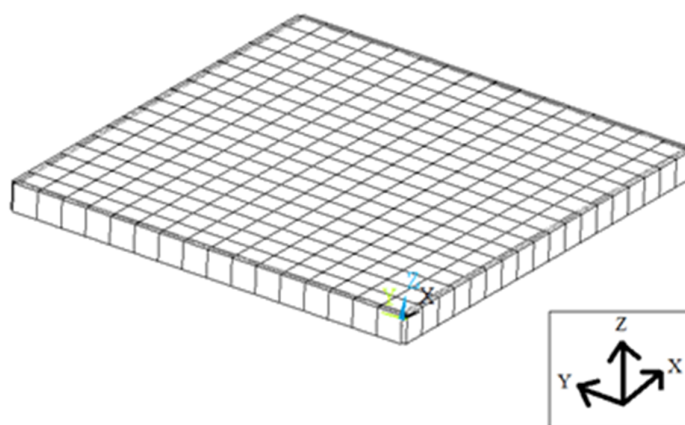


Figura 12 - Modelo numérico da laje.

#### 4.1.3. Verificação de modos de vibração

As frequências dos modos de vibração e suas respectivas formas modais foram obtidas através de análise modal, apresentadas adiante. O código empregado no ANSYS para a realização é apresentado na Figura 13.

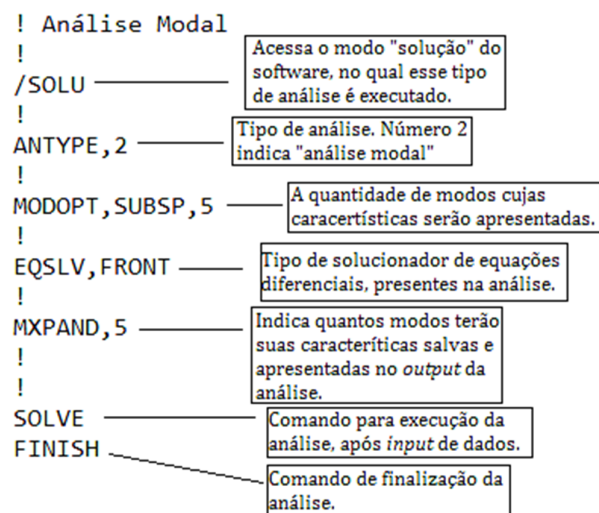


Figura 13 - Código empregado para a realização e obtenção de características modais.

## 4.2. Escolha e análise do modelo de carga

O peso de cada pessoa foi considerado igual a 800 N, enquanto peso padrão. Para a taxa de passos de 1,8 Hz, a largura de cada passo adotada foi considerada igual a 70 cm (correspondendo à distância entre os nós do modelo da laje).

Uma vez que o modelo de carga do guia HIVOSS é destinado à representação da carga aplicada por um pé, um sinal foi gerado para várias cargas subsequentes, incluindo uma zona de transição na qual a carga de um pé decresce e a carga do outro pé é aplicada. Entretanto, realizado o sinal, notou-se que a zona de transição apresentou um pico de carga mais alto que a as cargas aplicadas por cada pé, individualmente. Por não constituir uma adaptação realística, este modelo não foi utilizado nas simulações.

Portanto, adotou-se a representação da carga de caminhada através da Série de Fourier. Os fatores dinâmicos de carga (DLFs) e os ângulos de fase entre harmônicos ( $\varphi_i$ ) adotados são os recomendados pela ISO 10137 (2007), apresentados na Tabela 13. Devido a isso, tal modelo será referenciado, doravante, como “Modelo de Carga da ISO 10137”.

Tabela 13– DLFs e ângulos de fase recomendados pela ISO.

Harmônico	DLF	Ângulo de Fase (°)
1	0,37(f-1) (igual a 0,296, p/ 1,8 Hz)	0
2	0,1	90
3	0,06	90

Fonte: ISO 10137 (2007).

Ellis & Ji (2004) afirmam que o número de termos da Série de Fourier a serem empregados depende da contribuição destes para a resposta da estrutura, incluindo possível ocorrência de ressonância. Uma vez que a frequência do terceiro harmônico da Série de Fourier (5.4 Hz) empregada coincide com a frequência fundamental do modelo da LAT investigado, foram utilizados os três primeiros harmônicos da série.

Segundo discussões anteriores, muitos valores foram adotados para várias variáveis presentes no modelo de carga da ISO 10137. Dentre estes, duas variáveis são analisadas: os valores dos DLFs e das frequências dos modos.

Para certificar que o sinal da carga de caminhada, ao longo do tempo, apresenta os valores adotados para os DLFs e para as frequências de cada harmônico, uma Transformada Rápida de Fourier (*Fast Fourier Transform*, ou FFT) foi utilizada para avaliar o espectro do sinal.

A FFT é um algoritmo numérico capaz de converter um sinal no domínio do tempo num sinal no domínio da frequência. Assim sendo, é possível identificar os pares ordenados (frequência, DLF) referentes aos picos do sinal no domínio da frequência. A FFT possui alguns requisitos para ser realizada. Por exemplo, o número de pontos considerados do sinal no domínio do tempo, para realizar a FFT, deve ser igual ao valor de uma potência de base 2 ( $2^n$ , sendo  $n$  um número natural); ainda, um trecho periódico (ciclos completos) do sinal no domínio do tempo deve ser utilizado para que o sinal gerado (domínio da frequência) não apresente vazamentos espectrais (amplitudes do sinal calculado sofrem “achatamento” e “espalhamento”, distribuindo-se para outras raia espectrais), que retiram a qualidade do sinal no domínio da frequência, dificultando a identificação da posição de picos.

A FFT foi realizada num trecho periódico do sinal da carga (30 ciclos), sendo composto por 2048 pontos ( $2^{11} = 2048$ ), entre 0 a 16,66 s, aproximadamente. Após tentativas anteriores, notou-se que a frequência de 1,8 Hz estaria melhor localizada na 30ª raia espectral. Portanto, o seguinte cálculo foi realizado:

- Primeiramente, dividiu-se o número referente à 30ª raia pela frequência desejada nesta posição ( $30/1,8 = 0,06$  Hz/raia). Então, a cada 16,67 raia (valor inverso de 0,06), 1 Hz seria “percorrido” pelas raia;
- Dividindo 16,67 raia/Hz pelo número total de raia (2048 raia), tem-se que  $t = 0,008138$  s estão presentes em cada raia espectral.

### 4.3. Simulação de cenários de movimentação de pessoas

Visando avaliar o comportamento dinâmico da LAT, com uma pessoa em caminhada, seis trajetórias (6 cenários) foram consideradas em simulações (Figuras 16a a 16f). As simulações destes cenários foram executadas pelo método de superposição de modos (via Método dos Elementos Finitos), sendo uma análise linear e em regime elástico.

A ISO 10137 (2007) classifica a caminhada de uma pessoa sobre uma laje como uma ação dinâmica que varia no espaço e no tempo (ISO 10137, 2007). Portanto, as cargas de caminhada foram aplicadas, movendo-se entre os nós, ao longo de cada trajetória.

O procedimento realizado para aplicação das cargas foi o seguinte: primeiramente, as cargas de caminhada foram aplicadas até o valor de tempo  $t$  alcançar valor aproximado ao do período de vibração (0,553 s). Daí então, foi estabelecida carga nula neste nó e aplicada carga com valor subsequente da Série de Fourier no nó seguinte (ausência de uma transição contínua entre as cargas de cada pé, como discutido na Seção 3.1; vide Figura 14).

#### 4.3.1. Aplicação da carga no modelo numérico da LAT

Para a simulação numérica, foi utilizado o software ANSYS. A aplicação da carga no software é explicada a seguir.

Primeiramente, para assegurar que todos os nós do modelo não possuíam quaisquer cargas aplicadas anteriormente à análise, foi estabelecido carga nula em todos os nós.

O ANSYS executa a análise transiente, aplicando o algoritmo numérico de Newmark a cada instante  $\Delta t = t/k$  de tempo (onde  $k$  é um número natural). Adotando-se  $k = 7$ , para  $t = 0,008138$  s, tem-se  $\Delta t \approx 0,01$  (um valor conveniente). Este valor é um input no comando *Deltim* ( $\Delta t$ ), durante a execução da análise transiente, no software ANSYS.

O  $\Delta t$  escolhido foi comparado com o valor  $\Delta t_{\text{estabilidade}}$ , que é o parâmetro de Newmark: um intervalo de tempo abaixo do qual a estabilidade do algoritmo é garantida, preservando a coerência da análise. Uma vez que  $\Delta t_{\text{estabilidade}} = 1/(60f_1)$ , onde  $f_1$  é a frequência fundamental do modelo, tem-se  $\Delta t_{\text{estabilidade}} = 0,003084$  s. Como  $\Delta t < \Delta t_{\text{estabilidade}}$ , a estabilidade é garantida.

A Figura 14 apresenta parte da estrutura do código utilizado na aplicação de cargas na simulação de cada cenário. Notar a variação do tempo  $t$ , da magnitude da força no instante  $t$  e dos nós nos quais a carga é aplicada.

Ao longo de todas as simulações, o valor RMS do sinal de acelerações abrangeu apenas o intervalo de tempo no qual a(s) carga(s) estavam atuando sobre o modelo (variando de 10 a 15 segundos de duração, a depender do cenário). Os valores de aceleração não foram minorados pelo fator multiplicativo para vibrações na direção vertical (eixo Z), pois este é igual a 1, para uma frequência de excitação de 1,8 Hz (HIVOSS, 2007), como apresentado na Seção 2.3.4. O ANSYS apresent, como output, um histórico de valores de aceleração a cada instante de tempo t, permitindo a posterior identificação de valores RMS.

Dentre estas simulações, foram identificados os cenários com os dois maiores valores de  $a_{RMS}$  ( $a_{RMS,1}$  e  $a_{RMS,2}$ ), em medições realizadas no nó central da laje, como mostrado na Figura 14.

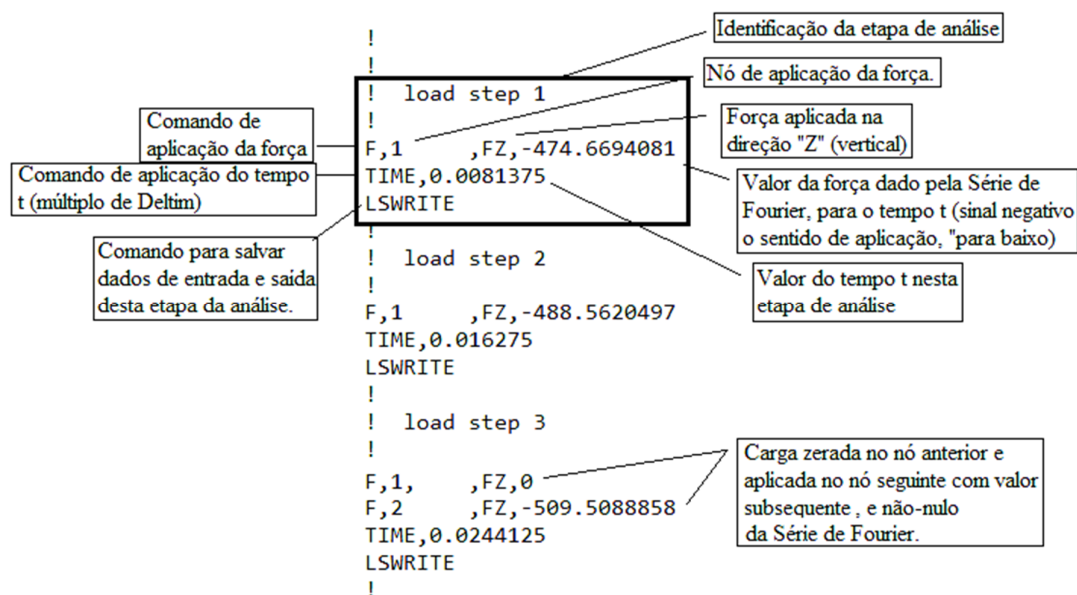


Figura 14 - Código para aplicação da carga em cada etapa da análise transiente.

Em seguida, cenários com duas pessoas em caminhada foram avaliados. Inicialmente, uma diferença de 1,67 s (correspondendo a uma distância de 2,10 m; 3 nós) foi utilizada entre as cargas (Figura 15). Esta distância foi estabelecida como uma distância média entre as duas pessoas.



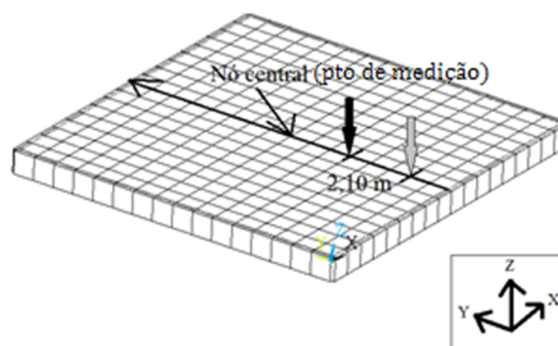


Figura 15 - Simulação com duas pessoas caminhando com diferença de 1,67 s entre si.

Para abranger um maior número possível de situações, considerou-se que a segunda pessoa iniciaria seu trajeto em diferentes instantes de tempo, em relação à primeira pessoa (Figuras 17a, 17b e 17c), constituindo três casos: diferença de 0 s (início simultâneo da caminhada), 1,67 s e 5 s.

Em termos de simulação, para o caso de 1,67 s, por exemplo, a carga 1 foi posta em movimento sobre diferentes nós e, após 1,67 s, a carga 2 passou a atuar sobre o modelo, no nó de início da trajetória. Tal estratégia visa simular entradas defasadas, no tempo, tornando os cenários mais realísticos.

Além do efeito de defasagem no tempo, o efeito de sincronização é igualmente importante. Para cada um dos três casos, foi estabelecido diferentes ângulos de fase entre as carga, visando representar diferentes graus de sincronização entre os passos das duas pessoas. Os ângulos de fase obedecem a uma distribuição estatística uniforme (como discutido no início do Capítulo 3). Um conjunto de 100 ângulos de fase foram assim gerados (variando entre  $0^\circ$  e  $360^\circ$ ), em cada análise.

Em termos práticos, cada ângulo de fase correspondeu a um determinado tempo adicionado ao tempo  $t$  da carga 2. O ângulo  $0^\circ$  corresponde a um acréscimo nulo e o ângulo  $360^\circ$  corresponde a 0,55 s (período de aplicação, inverso da frequência 1,8). Por exemplo, o ângulo de  $45^\circ$  corresponde a  $(45/360) \cdot (0,55) = 0,0683$  s. Portanto, o tempo de 0,0683 s foi adicionado a cada instante de tempo  $t$  da carga 2, causando um efeito de dessincronização: enquanto a carga 1 pode estar crescendo, a carga 2 pode apresentar valores progressivamente menores.

Primeiramente, foram simulados 100 cenários com duas pessoas, caminhando ao longo da trajetória onde foi obtida a  $a_{RMS,1}$ . Em cada cenário, um ângulo de fase entre as cargas foi considerado, representando o grau de sincronização entre os passos das 2 pessoas.

Outros 100 cenários com duas pessoas foram simulados. Mais 100 ângulos de fase foram gerados em distribuição uniforme, cada qual sendo atribuído a uma simulação. Desta vez, uma pessoa caminha ao longo da trajetória da  $a_{RMS,1}$  e a outra pessoa caminha na trajetória do  $a_{RMS,2}$ .

As acelerações obtidas em cada uma das 100 simulações com as duas pessoas caminhando na mesma trajetória foram comparadas com a  $a_{RMS,1}$ . Então, avaliou-se a probabilidade das acelerações obtidas nos 100 cenários, excederem a  $a_{RMS,1}$ . Procedimento análogo foi realizado com o conjunto de 100 simulações com duas pessoas caminhando em trajetórias diferentes.

Identificado o conjunto de 100 cenários com maior probabilidade de excederem  $a_{RMS,1}$ , este foi submetido a um novo conjunto de simulações para avaliar o efeito da diferença entre o início da movimentação de uma pessoa em relação à outra. Agora, foram considerados o início simultâneo da movimentação para as duas cargas (0 s de diferença) e a diferença de 5 s entre o movimento das cargas (além das simulações com diferença de 1,67 s entre as cargas, já realizadas).

A Figura 18 apresenta um quadro-resumo da metodologia empregada na etapa de simulações numéricas dos cenários de caminhada.

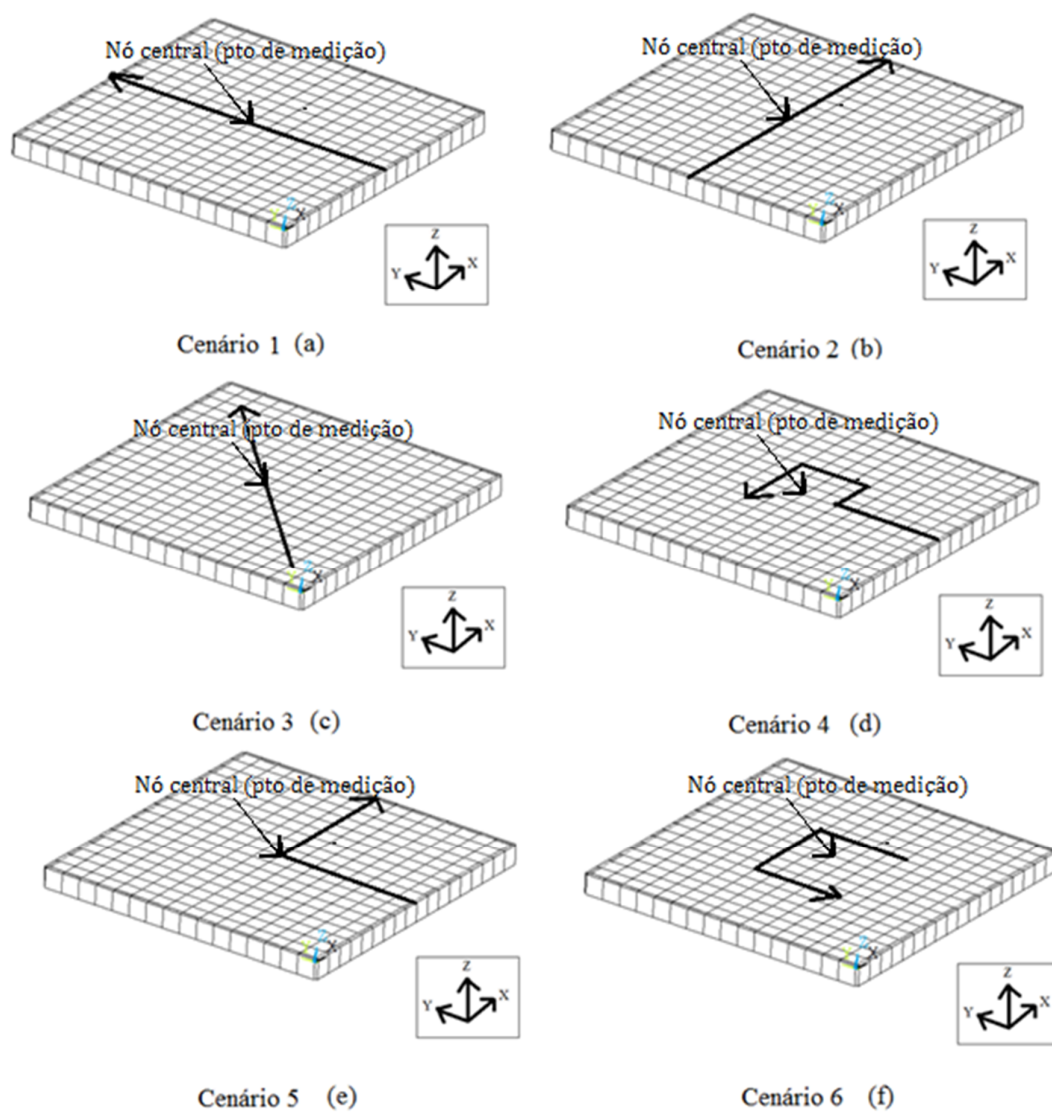


Figura 16 - Trajetórias de caminhada dos cenários com uma pessoa.

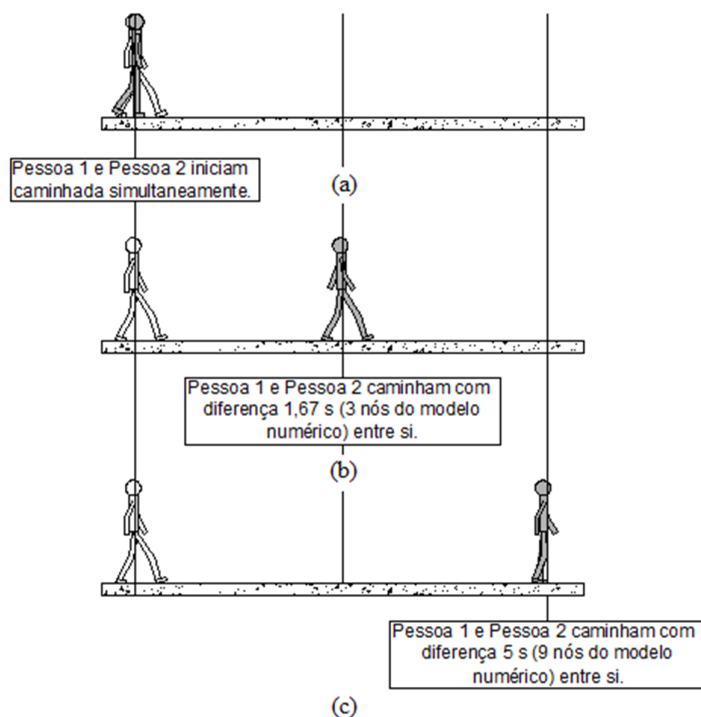


Figura 17 – Diferentes instantes de tempo considerados entre as caminhadas de duas pessoas.

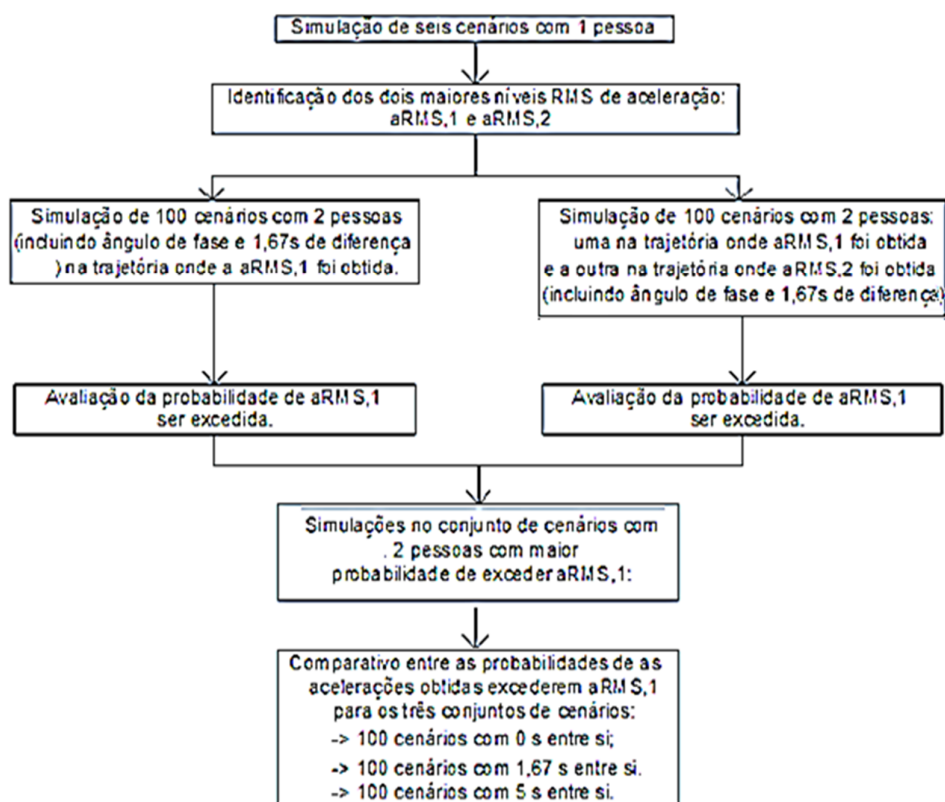


Figura 18 – Quadro-resumo da metodologia usada na etapa de simulações de cenários.

#### 4.3.2. Cenários *versus* Layouts

É importante notar que os cenários simulados correspondem à suposição de que o terceiro layout (vide Figura 4c) é o layout da LAT investigada (LAT com espaço central para movimentação, *open-plan*). Isso se deve ao sistema estrutural do modelo numérico da LAT: laje simplesmente apoiada, apenas com vigamentos de borda. Uma vez que os maiores níveis de vibração ocorrem próximo ao centro da laje, o layout da Figura 4c fornece cenários potencialmente críticos. Outros layouts também podem resultar em cenários de caminhada potencialmente crítico, uma vez que sejam considerados diferentes sistemas estruturais para a laje

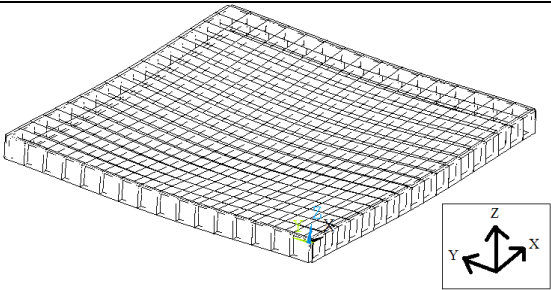
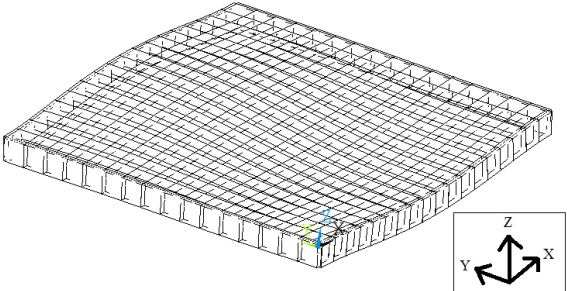
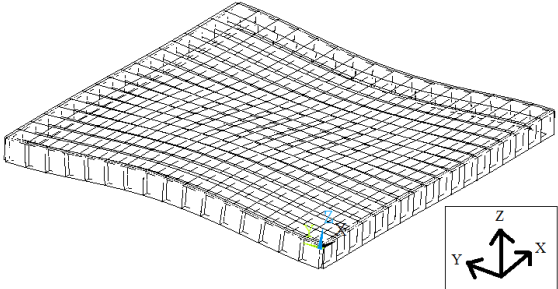
## 5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os resultados de avaliações do modelo numérico da laje, do modelo de carga adotado e das simulações dos cenários de cargas são apresentados e discutidos a seguir.

### 5.1. Avaliação do modelo numérico da LAT

Realizada a análise modal, as frequências naturais e as formas modais de vibração identificadas são apresentados na Tabela 14.

Tabela 14– Modos de vibração do modelo numérico.

Modo	Frequência (Hz)	Representação
1	5,404	
2	10,627	
3	10,968	

## 5.2. Avaliação do modelo de carga da ISO 10137

O sinal gerado pela FFT é apresentado na Figura 19. As frequências identificadas no sinal representam as frequências múltiplas de 1,8 Hz para os três primeiros harmônicos do sinal da carga (1,8 Hz; 3,6 Hz e 5,4 Hz). Além disso, os DLFs também correspondem àqueles adotados.

Em relação ao terceiro harmônico: a frequência de 5,4 Hz do terceiro pico do sinal garante a excitação da laje (frequência fundamental: 5,4 Hz) em situação de ressonância, como planejado; o valor verificado do DLF do terceiro pico (0,06) permite que a senóide relativa ao terceiro harmônico do sinal da carga atue com a desejada amplitude (6% do peso estático do caminhante).

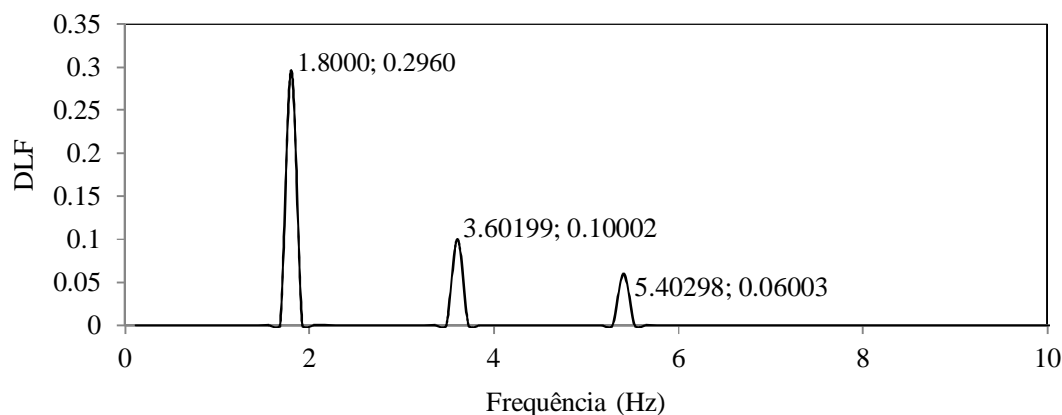


Figura 19 - FFT do sinal da Carga ISO 10137.

## 5.3. Simulações de cenários de movimentação

### 5.3.1. Cenários de caminhada com uma pessoa

Os resultados das 6 simulações de cenários com uma pessoa em caminhada são apresentados. Os valores de  $a_{RMS}$  constam na Tabela 15. Maiores valores RMS, e seus respectivos cenários, são destacados.

Tabela 15 - Resultados de cenários com 1 pessoa.

Cenário	$a_{RMS}$ (m/s <sup>2</sup> )
1	0,009564
2	0,009671
3	0,009643
4	0,010382 ( $a_{RMS,2}$ )
5	0,009443
6	0,010977 ( $a_{RMS,1}$ )

Os valores RMS obtidos não possuem grandes variações entre si, apresentando uma média aritmética de 0,009947 m/s<sup>2</sup>. Em relação aos seus maiores valores, o Cenário 6 é classificado como cenário crítico e o Cenário 4, como segundo pior cenário, em termos de vibrações excessivas produzidas no ambiente de trabalho. Portanto, as Trajetórias 6 e 4 foram utilizadas em simulações com 2 pessoas. Os sinais dos históricos de aceleração ao longo do tempo dos cenários Cenários 6 e 4 são apresentados nas Figuras 20 e 21, respectivamente.

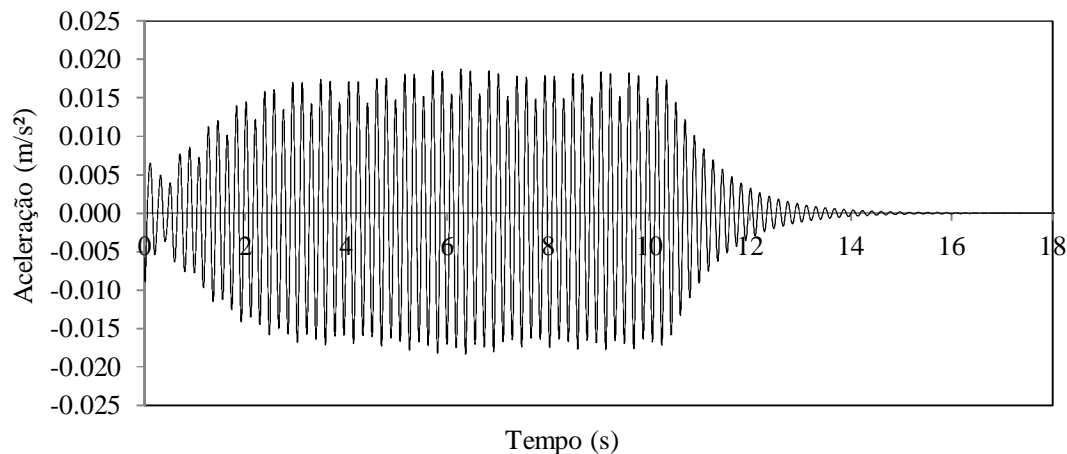


Figura 20 - Resposta da laje sob o Cenário 6.



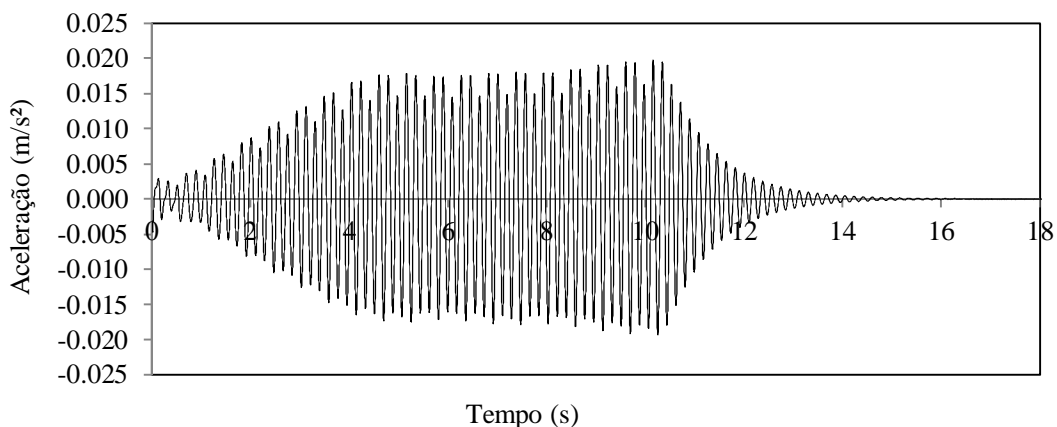


Figura 21 - Resposta da laje sob o Cenário 4.

### 5.3.2. Cenários de caminhada com duas pessoas: mesma trajetória

Gerados em distribuição estatística uniforme, 100 ângulos de fase foram atribuídos nas simulações (Apêndice A). A Figura 22, apresenta a probabilidade de não-excedência dos valores  $a_{RMS}$  dos cenários com 2 pessoas ao longo da Trajetória 6 em relação a  $a_{RMS,1}$ .

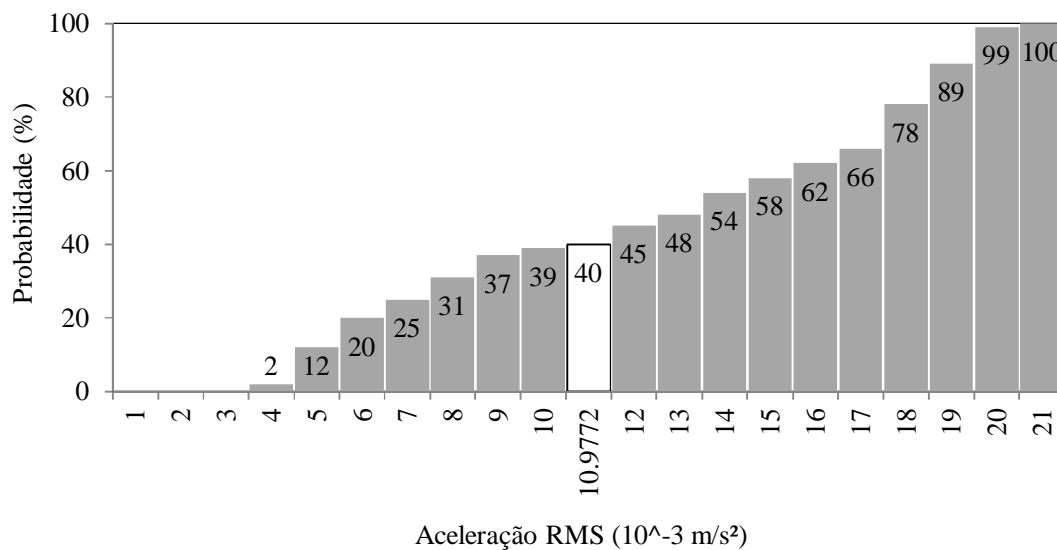


Figura 22 - Probabilidade de não-excedência de valores  $a_{RMS}$ , em relação aos cenários com duas pessoas na Trajetória 6. Coluna referente a  $a_{RMS,1}$ , em destaque.

A coluna destacada da Figura 22 indica que 40% destes cenários possui valor menor ou igual a  $a_{RMS,1}$ . A Tabela 16 apresenta o conjunto dos 60 cenários com valores superiores a  $a_{RMS,1}$ , explicitando os aumentos percentuais. Os valores superiores a  $a_{RMS,1}$  apresentam

grande variabilidade: o maior e o menor aumentos percentuais são iguais a 0,59% e 83,19%, respectivamente.

Tabela 16- Aumentos percentuais nos 60 cenários.

Aumento (A) em Relação a $0,010977 \text{ m/s}^2$ ( $a_{\text{RMS},1}$ )	Quantidade
$< 10\%$	5 cenários (8,33%)
$10\% \leq A < 20\%$	4 cenários (6,67%)
$20\% \leq A < 30\%$	5 cenários (8,33%)
$30\% \leq A < 40\%$	8 cenários (13,33%)
$40\% \leq A < 50\%$	3 cenários (5%)
$50\% \leq A < 60\%$	9 cenários (15%)
$60\% \leq A < 70\%$	11 cenários (18,34%)
$70\% \leq A < 80\%$	14 cenários (23,33%)
$80\% \leq A < 90\%$	1 cenário (1,67%)
Total	60 cenários (100%)

### 5.3.3. Cenários de caminhada com duas pessoas: trajetórias distintas

Outros 100 cenários foram simulados (Apêndice B). A Figura 23, apresenta a probabilidade de não-excedência de valores RMS de aceleração dos cenários com duas pessoas ao longo das Trajetórias 4 e 6 em relação a  $a_{\text{RMS},1}$  (coluna em destaque).

A coluna destacada indica que 46% destes cenários possui valor menor ou igual a  $a_{\text{RMS},1}$ . A Tabela 17 apresenta mais detalhes sobre os aumentos percentuais dos 54 cenários com acelerações superiores a  $a_{\text{RMS},1}$ . Similarmente ao caso anterior, as acelerações superiores a  $a_{\text{RMS},1}$  apresentam grande variabilidade: o maior e o menor aumentos percentuais são iguais a 1,50% e 74,98%, respectivamente.

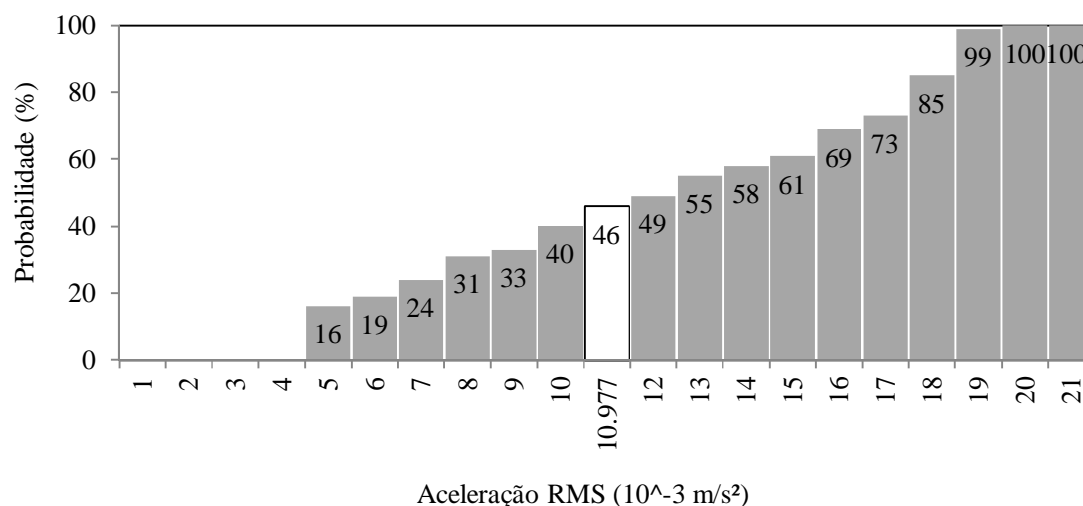


Figura 23 - Probabilidade de não-excedência de valores aRMS, em relação aos cenários com duas pessoas nas Trajetórias 6 e 4. Coluna referente a aRMS,1, em destaque.

Tabela 17 - Aumentos percentuais nos 54 cenários.

Aumento (A) em Relação a $0,010977 \text{ m/s}^2$ ( $a_{\text{RMS},1}$ )	Quantidade
$< 10\%$	3 cenários (5,56%)
$10\% \leq A < 20\%$	6 cenários (11,11%)
$20\% \leq A < 30\%$	5 cenários (9,26%)
$30\% \leq A < 40\%$	4 cenários (7,41%)
$40\% \leq A < 50\%$	7 cenários (12,96%)
$50\% \leq A < 60\%$	7 cenários (12,96%)
$60\% \leq A < 70\%$	18 cenários (33,33%)
$70\% \leq A < 80\%$	4 cenários (7,41%)
Total	54 cenários (100%)

#### 5.3.4. Simulações com diferentes tempos para o início da caminhada

Uma vez que o conjunto de 100 cenários com duas pessoas ao longo de uma mesma trajetória apresentou maior probabilidade de exceder  $a_{\text{RMS},1}$  (60% de probabilidade), mais simulações foram realizadas nesta abordagem (que possui resultados mais críticos), incluindo os tempos de 0 s (duas pessoas iniciam trajetória no mesmo instante) e de 5 s entre o início da movimentação de uma pessoa e outra.

Foram simulados 100 cenários para o tempo de 0 s e outros 100 cenários para o tempo de 5 s. Em cada cenários, foram considerados ângulos de fase entre as cargas, gerados em distribuição estatística uniforme.

As probabilidades de não-excedência de acelerações dos cenários com tempo 0 s entre as cargas são apresentadas na Figura 24.

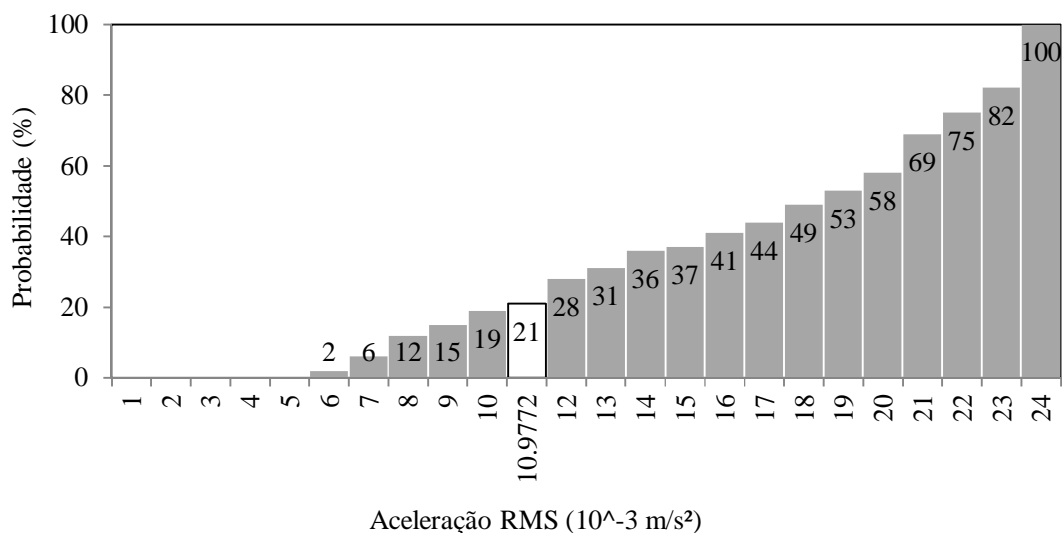


Figura 24 - Probabilidade de não-excedência de valores  $a_{RMS}$ , em relação aos cenários com duas pessoas com início simultâneo da trajetória. Coluna referente a  $a_{RMS,1}$ , em destaque.

A coluna destacada indica que 21% destes cenários possui valor menor ou igual a  $a_{RMS,1}$ . A Tabela 18 indica o quão maiores que  $a_{RMS,1}$  são os 79 valores de aceleração superiores.

As probabilidades de não-excedência de acelerações dos cenários com tempo 5 s entre as cargas são apresentadas na Figura 25. A coluna destacada indica que 32% destes cenários possui valor menor ou igual a  $a_{RMS,1}$ . Em outras palavras, 68 cenários apresentam acelerações medidas superiores a  $a_{RMS,1}$ .

Aumentos percentuais do conjunto dos 68 cenários com acelerações medidas superiores a  $a_{RMS,1}$  são apresentadas na Tabela 19.

Tabela 18 - Aumentos percentuais nos 79 cenários com tempo de 0 s.

Aumento (A) em Relação a 0,010977 m/s <sup>2</sup> (a <sub>RMS,1</sub> )	Quantidade
< 10%	8 cenários (10,13%)
10% ≤ A < 20%	3 cenários (3,80%)
20% ≤ A < 30%	4 cenários (5,06%)
30% ≤ A < 40%	2 cenários (2,53%)
40% ≤ A < 50%	5 cenários (6,33%)
50% ≤ A < 60%	5 cenários (6,33%)
60% ≤ A < 70%	3 cenários (3,80%)
70% ≤ A < 80%	7 cenários (8,86%)
80% ≤ A < 90%	10 cenários (12,66%)
90% ≤ A < 100%	7 cenários (8,86%)
100% ≤ A < 110%	7 cenários (8,86%)
110% ≤ A < 120%	18 cenários (22,78%)
Total	79 cenários (100%)

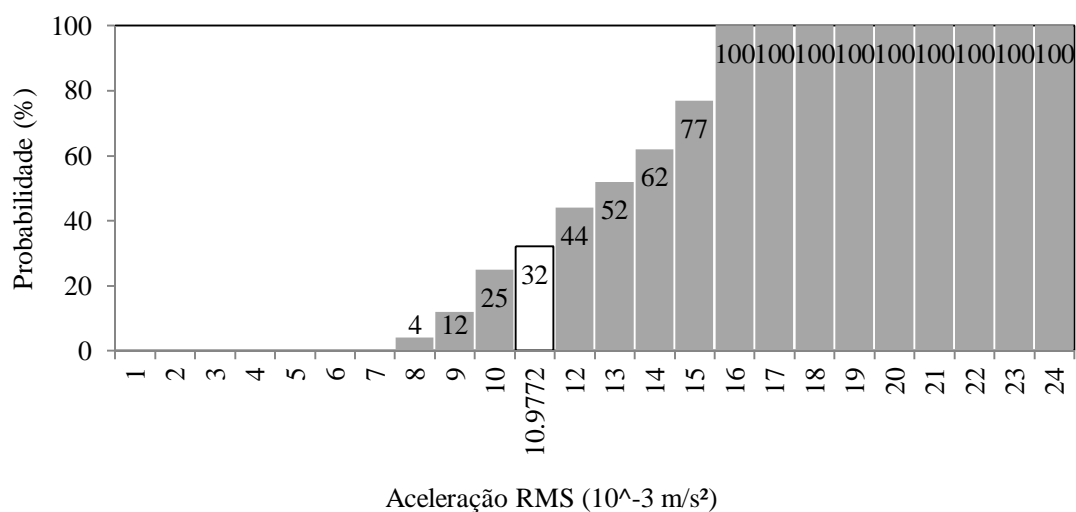
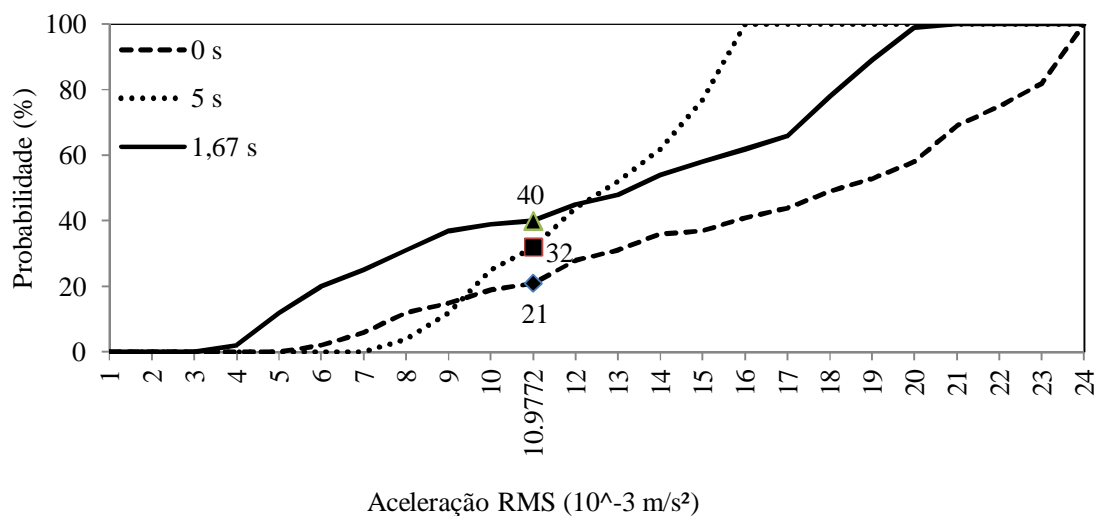


Figura 25 - Probabilidade de não-excedência de valores aRMS, em relação aos cenários com duas cargas com diferença de 5 s entre si. Coluna referente a aRMS,1, em destaque.

Tabela 19- Aumentos percentuais nos 68 cenários com tempo de 5 s.

Aumento (A) em Relação a 0,010977 m/s <sup>2</sup> (a <sub>RMS,1</sub> )	Quantidade
< 10%	13 cenários (19,12%)
10% ≤ A < 20%	9 cenários (13,24%)
20% ≤ A < 30%	13 cenários (19,12%)
30% ≤ A < 40%	18 cenários (26,47%)
40% ≤ A < 50%	15 cenários (22,06%)
Total	68 cenários (100%)

Um comparativo entre as curvas correspondentes às probabilidades de não-excedência para os três conjuntos (de 100 simulações cada)– referentes aos tempos de 0 s, 1,67 s e 5 s – são apresentadas na Figura 26, onde nota-se que a curva referente ao tempo de 0 s possui a menor probabilidade de exceder a<sub>RMS,1</sub>, em relação às outras curvas.



### 5.3.5. Avaliação da quantidade de cenários simulados

Ao todo quatro conjuntos de 100 cenários com duas pessoas em caminhada foram simulados:

- 100 cenários com duas pessoas em trajetórias distintas;

- 100 cenários com duas pessoas na mesma trajetória (sem diferença de tempo, 0 s);
- 100 cenários com duas pessoas na mesma trajetória (diferença de 1,67 s);
- 100 cenários com duas pessoas na mesma trajetória (diferença de 5 s).

Todos os conjuntos foram progressivamente simulados em grupos de 10 cenários por vez (ex.: 10, 20, 30, 40, etc.), avaliando-se a porcentagem de excedência a  $a_{RMS,1}$  à medida em que o número de simulações aumentava. O comparativo pode ser visualizado na Figura 27.

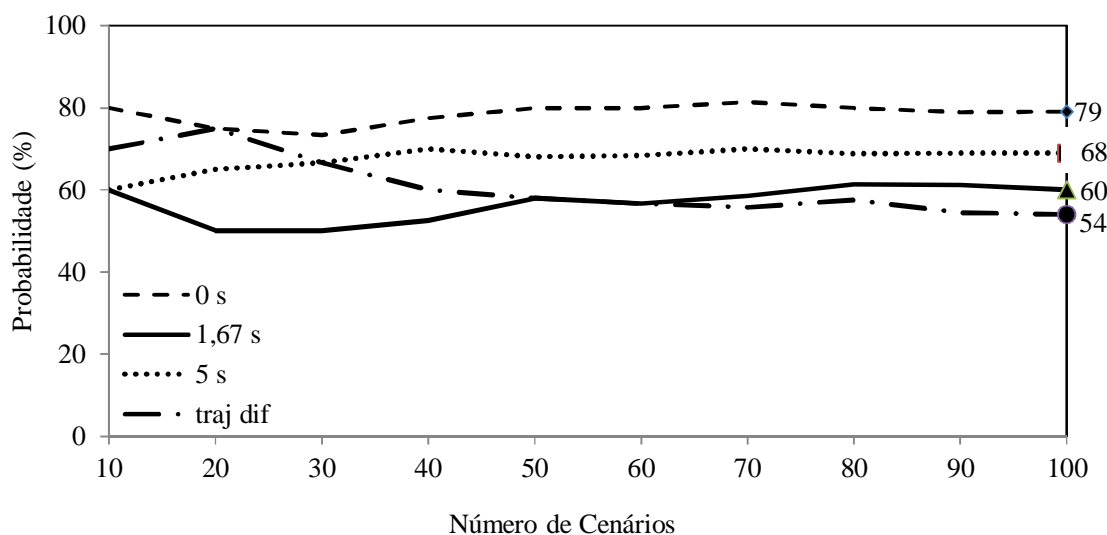


Figura 27 – Probabilidades de excedência ao longo das simulações.

O gráfico da Figura 27 indica que, em todos os conjuntos de 100 simulações, houve uma estabilização da probabilidade de excedência a  $a_{RMS,1}$  (apresentados no final de cada curva da Figura 27). Tal estabilização funcionou como uma ferramenta para certificar que maiores quantidades de simulações numéricas, em cada conjunto, não traria mudanças significativas às probabilidades de excedência a  $a_{RMS,1}$ . Portanto, a quantidade de 100 simulações, para cada conjunto, é satisfatória.

## 6. CONCLUSÕES

Casos de vibrações excessivas por atuação de cargas de caminhada em LATs têm sido registrados com recorrência na literatura, havendo indício de que a consideração de um único indivíduo em caminhada sobre a estrutura possa não ser representativa para a avaliação do comportamento dinâmico de uma LAT.

Nesse sentido, esta pesquisa avaliou simulações num modelo numérico de LAT sob cenários de movimentação nos quais uma pessoa, duas pessoas caminhando ao longo da mesma trajetória e duas pessoas caminhando em trajetórias diferentes, comparando respostas obtidas em termos de valores de  $a_{RMS}$  gerados em cada cenário.

Resultados de simulações indicaram que um conjunto de 100 cenários com duas pessoas numa mesma trajetória, iniciando suas trajetórias com diferença de 1,67 s entre si, apresentou probabilidade de excedência a  $a_{RMS,1}$  (maior aceleração obtida em cenários com uma pessoa) de 60%, sendo ligeiramente maior que a probabilidade apresentada no conjunto de 100 cenários com duas pessoas em trajetórias diferentes (54%).

Um conjunto de 100 cenários com duas pessoas (mesma trajetória sem diferença de tempo) apresentou probabilidade de excedência de 79%, sendo maior que a probabilidade do conjunto com 5 s de diferença (68%): uma maior proximidade entre indivíduos resulta em maiores vibrações. Salienta-se que o conjunto de simulações com duas pessoas em trajetória simultânea, apresenta cerca de 23% do conjunto de valores RMS de aceleração como sendo superiores a  $a_{RMS,1}$  com significativos aumentos percentuais (110%, 120% de aumento em relação a  $a_{RMS,1}$ ). Portanto, há maior potencial de ocorrência de vibrações excessivas, neste caso.

Para que níveis de vibrações não sejam subestimados, os critérios normativos necessitam ter uma abordagem mais ampla:

- Considerando quantidades maiores de pessoas em caminhada;
- Recomendando simulações de caminhada em trajetórias iguais e distintas, segundo o layout da LAT;
- Estabelecendo simulações com diferença de tempo entre percursos das pessoas.

Tal abordagem pode contribuir para a prevenção de casos de vibrações excessivas por atuação de cargas dinâmicas de caminhada.



## **7. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS**

Sugestões para pesquisas futuras são abaixo citadas:

- Utilização de outros modelos de carga, que representem a transição entre os passos dos pés de uma pessoa;
- Ajuste do sinal gerado pelo modelo de carga HIVOSS e sua aplicação nas simulações;
- Obtenção de dados experimentais sobre os padrões de movimentação de pessoas em LATs do ambiente urbano, realizada por meio de monitoramento de pessoas em LATs.

## 8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALLEN, D. E.; RAINER, J. H. (1976). **Vibration Criteria for Long Span Floors**. Canadian Journal of Civil Engineering, Vol. 3, No. 2, The National Research Council of Canada, June.

**ANSYS Command Reference**. Release 12.1. ANSYS, Inc. November 2009.

ARAÚJO JÚNIOR, M. C., PIMENTEL, R. L., FERNANDES, H. M. B. (2013). **Synchronization among Pedestrians in Footbridges due to Crowd Density**. J Bridge Eng., v. 18, p. 400-408.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimentos**. Rio de Janeiro, 2014. 221 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8800: Projeto de Estruturas de aço e de Estruturas de Concreto de Edifícios**. Rio de Janeiro, 2008. 237 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 15575-2: Edificações Habitacionais – Desempenho – Requisitos para os Sistemas Estruturais**. Rio de Janeiro, 2013.

BACHMANN, H.; AMMANN W. J.; DEISCHL F.; EISENMANN, J.; FLOEGL, I.; HIRSCH G. H.; KLEIN, G. K.; LANDE, G. J.; MAHRENHOLTZ, O.; NATKE, H. G.; NUSSBAUMER, H.; PRETLOVE, A. J.; RAINER, J. H.; SAEMANN, E. U.; STEINBEISSER, L. **Vibration problems in structures: practical guidelines**. Basel-Boston-Berlin: Birkhauser, 1995. 234 p.

BACHMANN, H.; AMMANN, W. **Vibrations in Structures Induced by Man and Machines**. Structural Engineering Document, 3ed, International Association for Bridge and Structural Engineering (IABSE), ch. 2: Man-Induced Vibrations, and Appendix A: Case Reports, 1987.

BSI (British Standards Institution). (2008). **Guide to Evaluation of Human Exposure to Vibration in Buildings**. Vibration Sources Other Than Blasting. BS 6472-1:2008, London.

CANTIENI, R. & BIRO, T. (2005). **Office Floor Vibrations: Modal Parameter Identification and Vibration Monitoring**. Proceedings of the International Conference on Noise and Vibration Engineering. 6 p.

CANTIENI, R.; PIETRZKO, S.; DEGER, Y. (1998). **Modal Investigation of an Office Building Floor**. Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering, January 1998 with, pp. 1172-1178.

CHEN, J.; QINSHENG LIU; XIONGXION S. (2012). **Field Measurements and Assessment of Vibration Serviceability of As-Built Long-Span Concrete Floor**. Int. J. Structural Engineering, Vol. 3, Nos. 1/2.

DALLARD, P., FITZPATRICK, T., FLINT, A., LOW, A. (2001). **Pedestrian-Induced Lateral Vibration**. ASCE Journal of Bridge Engineering, 6(6), 412-417. Der Bauingenieur, 54(5), 195 –199.

DAVIS, B.; LIU, D.; MURRAY, T. M. (2014). **Simplified Experimental Evaluation of Floors Subject to Walking-Induced Vibration**. Journal of Performance of Constructed Facilities, 28 (5), 8 pp.

DÍAZ, I. M.; REYNOLDS, P. **Acceleration Feedback Control of Human-Induced Floor Vibrations**. Engineering Structures, 32, pp. 63–173.

EBRAHIMPOUR, A.; HAMAM, A.; SACK, R. L. and PATTEN, W. N. (1996). **Measuring and Modeling Dynamic Loads Imposed by Moving Crowds**. ASCE Journal of Structural Engineering, 122(12), 1468 -1474. ISSN: 0733-9445.

ELLINGWOOD, B. & TALLIN, A. (1984). **Structural Serviceability: Floor Vibrations**. Journal of Structural Engineering ASCE, 110(2), pp. 401-419.

ELLIS, B. R. & JI, T. (2004). **Response of Structures Subject to Dynamic Crowd Loads**. BRE Digest 426, ISBN 1 86081 1744.

EMERICK, A. A. (2005). **Projeto e Execução de Lajes Protendidas**. 1 ed. Brasília: Interciência.

FANNING, P.J.; DEVIN, A. (2016). **Vibration Transmission Through Non-Structural Partitions Between Building Floor Levels**. In: Pakzad S., Juan C. (eds) Dynamics of Civil Structures, Volume 2. Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series. Springer, Cham.

GALBRAITH, F. W. & BARTON, M. V. (1970). **Ground Loading from Footsteps**. Journal of the Acoustical Society of America, v. 48, p. 1277-1292.

HANAGAN, L. M. (2005). **Walking-Induced Floor Vibration Case Studies**. Journal of Architectural Engineering, 11, p. 14-18.

HANAGAN, L.M., TRETHEWEY, M.W., BEALS, M.F., FARWELL-GREINER, J.J. (2002). **Modal Testing of Multi-Bay Steel-Framed Floors**. Proceedings of IMAC-XX: A Conference on Structural Dynamics, February 4 - 7, 2002, Society for Experimental Mechanics, Bethel, CT, 5p.

HUMAN INDUCED VIBRATIONS OF STEEL STRUCTURES (HIVOSS) (2007). **Human-Induced Vibration of Steel Structures – Vibration Design of Floors: Background Document**, European Commission.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION (ISO). **ISO 10137: Bases for Design of Structures – Serviceability of Buildings and Walkways Against Vibration**. 2007.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION (ISO). **ISO 2631-1: Mechanical Vibration and Shock – Evaluation of Human Exposure to Whole-Body Vibration. Part 1: General Requirements.** 1997.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION (ISO). **ISO 2631-2: Mechanical Vibration and Shock – Evaluation of Human Exposure to Whole-Body Vibration. Part 2: Vibrations in Buildings.** 2003.

KERR, S. C. (1998). **Human-Induced Loading in Staircases.** Phd Thesis. University of London, 259 p.

KHARB, A., SAINI, V., JAIN, Y., DHIMAN, S. (2013). **A Review of Gait Cycle and Its Parameters.** IJCEM Int J Comput Eng Manag. 2011;13:78–83.

KRAMER, H. & KEBE, H. W. (1980). **Man-induced structural vibrations.** Der Bauingenieur, 54(5), 195–199.

LENZEN, K. H. (1966). **Vibration of Steel Joist-Concrete Slab Floors.** Engineering Journal, 3rd Qtr., AISC, pp. 133-136.

LINDENBERG, R. E. & FRACZEK, J. (2013). **From Old to New: Vibration Issues with Old Buildings and Their New Office Spaces.** Proceedings of Structures Congress, pp. 1747-1758.

MATSUMOTO, Y.; NISHIOKA, T.; SHIOJIRI, H.; MATSUZAKI, K. (1978). **Dynamic Design of Footbridges.** IABSE Proceedings, vol. 17/18:1–15.

MCCORMICK, M. M. (1974). **Office Floor Vibration: Design Criteria and Tests.** Melbourne Research Laboratories, The Broken Hill Proprietary Company Lmt., Melbourne, Australia.

MIDDELTON, C. J. & BROWNJOHN, J. M. W (2010). **Response of High-Frequency Floors: A Literature Review.** Engineering Structures, 32, pp. 337-352.

MURRAY, T. M. (1975). **Design to Prevent Floor Vibrations.** Engineering Journal, AISC, Chicago, Illinois, pp. 82-87.

MURRAY, T. M. (2001). **Tips For Avoiding Office Building Floor Vibrations.** Modern Steel Construction, March.

MURRAY, T. M. ALLEN, D. E., UNGAR, E. E. (2003). **Design Guide 11: Floor Vibrations Due to Human Activity,** 2nd Edition . American Institute of Steel Construction (AISC), Canadian Institute of Steel Construction (CISC).

Murray, T. M., (1981). **Acceptability Criterion for OccupantInduced Floor Vibrations.** Engineering Journal, 2nd Qtr., AISC, pp., 62-70.

NAWY, E. G. (2009). **Prestressed Concrete – A Fundamental Approach.** 5 ed. New Jersey: Prentice Hall.

OMENZETTER, P.; KOHLI, V.; DESGEORGES, Y. (2013). **Evaluation of Timber-Concrete Floor Performance under Occupant-Induced Vibrations Using Continuous Monitoring**. Key Engineering Materials, Vols. 569-570, pp. 230-237.

PACHI, A. & JI, T. (2005). **Frequency and Velocity of People Walking**. The Structural Engineer 83(3), p. 36–40.

PAN, T. C.; YOU, X.; LIM, C. L. (2008). **Evaluation of Floor Vibration in a Biotechnology Laboratory Caused by Human Walking**. Journal of Performance of Constructed Facilities, 22 (3), pp. 122–130.

PAVIC, A., REYNOLDS, P., WALDRON, P., BENNETT, K. (2001). **Dynamic modelling of post-tensioned concrete floors using finite element analysis**. Finite Elements in Analysis and Design, 37, p. 305-323.

PAVIC, A.; MISKOVIC, Z.; REYNOLDS, P. (2007). **Modal Testing and Finite-Element Model Updating of a Lively Open-Plan Composite Building Floor**. Journal of Structural Engineering © ASCE, 133(4): 550-558.

RAO, S. S. **Mechanical Vibrations**. 5. ed. São Paulo, SP: Pearson Prentice Hall, 2011, 1084 p.

REIHER, H.; MEISTER, F. J. (1931). **The Effect of Vibration on People**. Traduzido de Forsch. Geb. Ing. Wes: 2 (11) 381-6, by U. S. Air Material Command. Tradução F-TS616-RE. Wright Field, Ohio, AMC, 1946.

RICCIARDELLI, F.; BRIATICO C.; INGÓLFSSON, E. T.; GEORGAKIS C. T. (2007). **Experimental validation and calibration of pedestrian loading models for footbridges**. In proceedings: Experimental Vibration Analysis for Civil Engineering Structures, Porto (Portugal).

ROSE, J.; GAMBLE, J. G. (1994). **Human Walking**. 2 ed. Baltimore: Williams & Wilkins.

SAHNACI, C. & KASPERSKI, M. (2005). **Random Loads Induced by Walking**, Proceeding of the Sixth European Conference on Structural Dynamics (EURODYN 2005), p. 441–446, Paris, France, 4–7 September.

SERVICE D'ÉTUDES TECHNIQUES DES ROUTES ET AUTOROUTES (SÉTRA). **Footbridges: Assessment of Vibrational Behaviour of Footbridges under Pedestrian Loading**. Technical Guide. SÉTRA: Paris, 2006; 131.

SETAREH, M.; RITCHEY, J.; BAXTER, A. J.; MURRAY T. M. (2006). **Pendulum Tuned Mass Dampers for Floor Vibration Control**. Journal of Performance of Constructed Facilities © ASCE, February 2006, 20 (1): 64-73.

SMITH, A. L.; HICKS, S. J.; DEVINE, P; J (2009). **Design of Floors for Vibration: A New Approach**. The Steel Construction Institute. 114 pp.

UNITED KINGDOM CONCRETE SOCIETY (UKCS) (2005). **Concrete society technical report n° 43 (CSTR 43): Post - tensioned concrete floors design handbook**, London, UK.

VAN NIMMEN, K.; GEZELS, B.; DE ROECK, G.; VAN DEN BROECK, P. (2014). **The Effect of Modelling Uncertainties on the Vibration Serviceability Assessment of Floors**. Proceedings of the 9<sup>th</sup> International Conference on Structural Dynamics (EURODYN 2014), p. 959-966, Porto, Portugal, 30 June - 2 July.

VARELA, W. D., BATTISTA, R. C. (2009). **Um Modelo para a Estimativa Realista das Vibrações em Estruturas Induzidas por Pessoas Caminhando**. Revista Sul-Americana de Engenharia Estrutural, v. 6, n. 1.

WHEELER, J., E (1982). **Prediction and Control of Pedestrian Induced Vibration in Footbridges**. Journal of Structural Division (ASCE), ST9:2045–2065.

ZIVANOVIC, S. & PAVIC, A. (2011). Quantification of Dynamic Excitation Potential of Pedestrian Population Crossing Footbridges. Shock and Vibration, 18, 563-577.

ZIVANOVIC, S., PAVIC, A., REYNOLDS, P.; VUJOVIC, P. (2005). **Dynamic Analysis of Lively Footbridge under Everyday Pedestrian Traffic**. Sixth European Conference on Structural Dynamics (EURODYN 2005) 1 (2005), p. 453–459. Paris, France, 4–7 September.

**9. APÊNDICE A - SIMULAÇÃO DE CAMINHADA COM 2 PESSOAS (MESMA  
TRAJETÓRIA)**

Tabela 20– Simulações com 2 pessoas na mesma trajetória.

Cenário	Angulo de Fase (°)	$a_{RMS}$	$> a_{RMS,1}$	Variação Percentual (%)
1	124	0.019753	SIM	79.95
2	70	0.005628	NÃO	-48.73
3	305	0.003372	NÃO	-69.28
4	21	0.017376	SIM	58.30
5	30	0.014593	SIM	32.94
6	0	0.020109	SIM	83.19
7	323	0.009537	NÃO	-13.12
8	311	0.004642	NÃO	-57.71
9	233	0.018926	SIM	72.41
10	267	0.016718	SIM	52.29
11	75	0.007729	NÃO	-29.59
12	315	0.005851	NÃO	-46.70
13	76	0.008249	NÃO	-24.85
14	25	0.016302	SIM	48.51
15	273	0.014674	SIM	33.68
16	290	0.008278	NÃO	-24.59
17	34	0.013412	SIM	22.18
18	40	0.011042	SIM	0.59
19	168	0.008605	NÃO	-21.61
20	196	0.007178	NÃO	-34.61
21	137	0.018519	SIM	68.70
22	87	0.012352	SIM	12.53
23	300	0.004232	NÃO	-61.44
24	349	0.018277	SIM	66.50
25	345	0.017176	SIM	56.47
26	302	0.003655	NÃO	-66.70
27	18	0.018222	SIM	66.00
28	77	0.008437	NÃO	-23.14
29	293	0.006740	NÃO	-38.60
30	301	0.004057	NÃO	-63.04
31	150	0.015190	SIM	38.38
32	313	0.005202	NÃO	-52.61
33	22	0.017176	SIM	56.47
34	333	0.013475	SIM	22.76



Tabela 20 – Simulações com 2 pessoas na mesma trajetória (Continuação).

Cenário	Angulo de Fase (°)	$a_{RMS}$	$> a_{RMS,1}$	Variação Percentual (%)
35	95	0.015323	SIM	39.59
36	75	0.007729	NÃO	-29.59
37	251	0.019507	SIM	77.71
38	68	0.005081	NÃO	-53.71
39	206	0.011310	SIM	3.04
40	53	0.005838	NÃO	-46.81
41	313	0.005202	NÃO	-52.61
42	355	0.019251	SIM	75.37
43	134	0.018930	SIM	72.45
44	256	0.018932	SIM	72.46
45	227	0.017844	SIM	62.56
46	103	0.017307	SIM	57.66
47	337	0.014931	SIM	36.02
48	34	0.013412	SIM	22.18
49	320	0.008238	NÃO	-24.96
50	140	0.017861	SIM	62.71
51	357	0.019532	SIM	77.94
52	194	0.006445	NÃO	-41.29
53	68	0.004997	NÃO	-54.48
54	77	0.008459	NÃO	-22.94
55	75	0.007566	NÃO	-31.08
56	192	0.005708	NÃO	-48.00
57	208	0.012246	SIM	11.56
58	16	0.018518	SIM	68.69
59	116	0.019512	SIM	77.75
60	184	0.017861	SIM	62.71
61	89	0.013123	SIM	19.55
62	186	0.004266	NÃO	-61.14
63	224	0.017320	SIM	57.78
64	355	0.019299	SIM	75.81
65	10	0.019511	SIM	77.74
66	175	0.006010	NÃO	-45.25
67	349	0.018277	SIM	66.50
68	231	0.018644	SIM	69.85
69	220	0.016231	SIM	47.86
70	65	0.004275	NÃO	-61.06

Tabela 20 – Simulações com 2 pessoas na mesma trajetória (Continuação).

Cenário	Angulo de Fase (°)	$a_{RMS}$	$> a_{RMS,1}$	Variação Percentual (%)
71	91	0.013888	SIM	26.51
72	205	0.011100	SIM	1.12
73	331	0.012570	SIM	14.51
74	261	0.018105	SIM	64.93
75	344	0.017861	SIM	62.71
76	75	0.017003	SIM	54.90
77	166	0.009177	NÃO	-16.40
78	236	0.019388	SIM	76.62
79	273	0.014674	SIM	33.68
80	66	0.004462	NÃO	-59.35
81	315	0.005851	NÃO	-46.70
82	345	0.017176	SIM	56.47
83	189	0.004959	NÃO	-54.82
84	333	0.013475	SIM	22.76
85	95	0.015323	SIM	39.59
86	238	0.019506	SIM	77.70
87	240	0.019664	SIM	79.14
88	95	0.015323	SIM	39.59
89	185	0.004072	NÃO	-62.90
90	183	0.004034	NÃO	-63.25
91	73	0.006685	NÃO	-39.10
92	292	0.007288	NÃO	-33.61
93	83	0.011079	SIM	0.93
94	282	0.011336	SIM	3.27
95	173	0.006574	NÃO	-40.12
96	163	0.010462	NÃO	-4.70
97	171	0.007364	NÃO	-32.91
98	268	0.016254	SIM	48.07
99	344	0.017150	SIM	56.23
100	232	0.018819	SIM	71.44

**10. APÊNDICE B - SIMULAÇÃO DE CAMINHADA COM 2 PESSOAS  
(TRAJETÓRIAS DISTINTAS)**

Tabela 21– Simulações com 2 pessoas em trajetórias distintas.

Cenário	Ângulo de Fase (°)	$a_{RMS}$	$> a_{RMS,1}$	Variação Percentual (%)	$> a_{RMS,2}$	Variação Percentual (%)
1	13	0.018265	SIM	66.39	SIM	75.92
2	91	0.013315	SIM	21.30	SIM	28.25
3	81	0.009638	NÃO	-12.20	NÃO	-7.16
4	152	0.014005	SIM	27.58	SIM	34.89
5	19	0.017063	SIM	55.44	SIM	64.35
6	123	0.018658	SIM	69.97	SIM	79.71
7	309	0.004586	NÃO	-58.23	NÃO	-55.83
8	307	0.004360	NÃO	-60.28	NÃO	-58.01
9	228	0.017158	SIM	56.30	SIM	65.27
10	89	0.012373	SIM	12.72	SIM	19.18
11	110	0.017668	SIM	60.95	SIM	70.18
12	264	0.016385	SIM	49.26	SIM	57.82
13	101	0.015976	SIM	45.54	SIM	53.89
14	237	0.018345	SIM	67.12	SIM	76.70
15	144	0.015982	SIM	45.59	SIM	53.94
16	101	0.015976	SIM	45.54	SIM	53.89
17	213	0.013385	SIM	21.93	SIM	28.92
18	169	0.007808	NÃO	-28.87	NÃO	-24.80
19	314	0.006084	NÃO	-44.58	NÃO	-41.40
20	228	0.017158	SIM	56.30	SIM	65.27
21	255	0.017970	SIM	63.71	SIM	73.09
22	40	0.010861	NÃO	-1.06	SIM	4.61
23	157	0.012103	SIM	10.26	SIM	16.58
24	59	0.004686	NÃO	-57.31	NÃO	-54.86
25	178	0.004686	NÃO	-57.31	NÃO	-54.86
26	208	0.011469	SIM	4.48	SIM	10.47
27	290	0.007938	NÃO	-27.68	NÃO	-23.54
28	18	0.017389	SIM	58.41	SIM	67.50
29	325	0.010251	NÃO	-6.61	NÃO	-1.26
30	347	0.017192	SIM	56.62	SIM	65.60
31	101	0.015976	SIM	45.54	SIM	53.89
32	65	0.004765	NÃO	-56.59	NÃO	-54.10
33	163	0.010320	NÃO	-5.99	NÃO	-0.60
34	265	0.016217	SIM	47.74	SIM	56.21

Tabela 21 – Simulações com 2 pessoas em trajetórias distintas (Continuação).

Cenário	Ângulo de Fase (°)	$a_{\text{RMS}}$	$> a_{\text{RMS},1}$	Variação Percentual (%)	$> a_{\text{RMS},2}$	Variação Percentual (%)
35	11	0.018592	SIM	69.37	SIM	79.08
36	317	0.007055	NÃO	-35.73	NÃO	-32.05
37	45	0.008775	NÃO	-20.07	NÃO	-15.48
38	191	0.005573	NÃO	-49.23	NÃO	-46.32
39	281	0.011313	SIM	3.06	SIM	8.97
40	183	0.004498	NÃO	-59.03	NÃO	-56.68
41	262	0.016828	SIM	53.30	SIM	62.09
42	290	0.007938	NÃO	-27.68	NÃO	-23.54
43	11	0.018592	SIM	69.37	SIM	79.08
44	163	0.010320	NÃO	-5.99	NÃO	-0.60
45	3	0.019208	SIM	74.98	SIM	85.01
46	36	0.012351	SIM	12.52	SIM	18.97
47	153	0.013502	SIM	23.00	SIM	30.06
48	205	0.010404	NÃO	-5.22	SIM	0.21
49	170	0.007451	NÃO	-32.12	NÃO	-28.23
50	43	0.009770	NÃO	-10.99	NÃO	-5.89
51	301	0.004586	NÃO	-58.22	NÃO	-55.82
52	353	0.018230	SIM	66.08	SIM	75.60
53	40	0.004997	NÃO	-54.48	NÃO	-51.87
54	219	0.015058	SIM	37.18	SIM	45.04
55	80	0.009398	NÃO	-14.38	NÃO	-9.47
56	101	0.005708	NÃO	-48.00	NÃO	-45.02
57	94	0.014086	SIM	28.32	SIM	35.67
58	287	0.009002	NÃO	-17.99	NÃO	-13.29
59	148	0.015025	SIM	36.88	SIM	44.72
60	148	0.015025	SIM	36.88	SIM	44.72
61	305	0.004189	NÃO	-61.84	NÃO	-59.65
62	330	0.012089	SIM	10.13	SIM	16.44
63	356	0.018628	SIM	69.70	SIM	79.43
64	45	0.008775	NÃO	-20.07	NÃO	-15.48
65	207	0.011142	SIM	1.50	SIM	7.32
66	170	0.005804	NÃO	-47.12	NÃO	-44.09
67	40	0.017861	SIM	62.71	SIM	72.04
68	165	0.009245	NÃO	-15.78	NÃO	-10.95

Tabela 21 – Simulações com 2 pessoas em trajetórias distintas (Continuação).

Cenário	Ângulo de Fase (°)	$a_{\text{RMS}}$	$> a_{\text{RMS},1}$	Variação Percentual (%)	$> a_{\text{RMS},2}$	Variação Percentual (%)
69	130	0.018327	SIM	66.95	SIM	76.52
70	36	0.004275	NÃO	-61.06	NÃO	-58.83
71	58	0.004839	NÃO	-55.92	NÃO	-53.39
72	301	0.004625	NÃO	-57.87	NÃO	-55.45
73	245	0.018675	SIM	70.12	SIM	79.88
74	249	0.018524	SIM	68.75	SIM	78.43
75	8	0.018905	SIM	72.22	SIM	82.09
76	156	0.012527	SIM	14.12	SIM	20.67
77	16	0.017843	SIM	62.54	SIM	71.86
78	29	0.014586	SIM	32.87	SIM	40.49
79	237	0.018377	SIM	67.41	SIM	77.00
80	185	0.004543	NÃO	-58.61	NÃO	-56.24
81	236	0.009245	NÃO	-15.78	NÃO	-10.95
82	51	0.006627	NÃO	-39.63	NÃO	-36.17
83	134	0.017843	SIM	62.54	SIM	71.86
84	300	0.004768	NÃO	-56.57	NÃO	-54.08
85	292	0.007466	NÃO	-31.99	NÃO	-28.09
86	294	0.006533	NÃO	-40.49	NÃO	-37.08
87	157	0.012307	SIM	12.12	SIM	18.54
88	295	0.006399	NÃO	-41.70	NÃO	-38.36
89	359	0.018946	SIM	72.60	SIM	82.49
90	307	0.004034	NÃO	-63.25	NÃO	-61.14
91	162	0.010478	NÃO	-4.55	SIM	0.92
92	227	0.016948	SIM	54.39	SIM	63.24
93	111	0.017924	SIM	63.28	SIM	72.65
94	266	0.015981	SIM	45.58	SIM	53.93
95	64	0.004602	NÃO	-58.08	NÃO	-55.67
96	293	0.006906	NÃO	-37.09	NÃO	-33.48
97	49	0.007431	NÃO	-32.31	NÃO	-28.42
98	257	0.017683	SIM	61.08	SIM	70.32
99	44	0.009278	NÃO	-15.48	NÃO	-10.63
100	236	0.018277	SIM	66.50	SIM	76.04

## **11. APÊNDICE C - CÓDIGO ANSYS PARA MODELAGEM DA LAJE**

```

/TITLE, Laje                ! Título do projeto
/FILNAME, Laje              ! Nome do arquivo
/UNITS,SI                   ! Sistema internacional de unidades SI
/ESHAPE,1,1                 ! Comando de escala do modelo
/PREP7                      ! Comando para iniciar criação do modelo
MP,EX,1,2.7e10              ! Módulo de elasticidade longitudinal
MP,GXY,1,1.125e10           ! Módulo de elasticidade transversal
MP,PRXY,1,0.2               ! Coeficiente de Poisson
MP,DENS,1,2500              ! Densidade
MP,DAMP,1,0.03              ! Amortecimento
ET,1,SHELL181               ! Elemento de casca
ET,2,BEAM44                  ! Elemento de viga
!Modelagem da laje
R,1,0.32,0.32,0.32,0.32,,,3000000000,3000000000,0
!Modelagem das vigas
R,2,0.16,5.33333e-4,8.53333e-3,0.40,0.10,
RMODIF,2,13,,, -0.24,
RMODIF,2,16,,, -0.24,
! Dimensões da laje
a=12.65
b=12.10
! Vértices da laje
k,1,0,0,0
k,2,a,0,0
k,3,a,b,0
k,4,0,b,0
! Bordas da laje (linhas)
LSTR,1,2
lesize,1,,,18
LSTR,2,3
lesize,2,,,17
LSTR,3,4
lesize,3,,,18
LSTR,4,1
lesize,4,,,17
AL,1,2,3,4                  ! Área superficial da laje
LLIST,ALL, , ,              ! Listagem de todas as linhas
FLST,5,4,4,ORDE,2          ! Linhas a serem selecionadas
FITEM,5,1                   ! Começo da seleção: linha 1
FITEM,5,-4                  ! Término da seleção: linha 4
! Junção das linhas numa única entidade
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,PS1X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,S,_Y
CMSEL,S,_Y1
LATT,1,2,2,0, , ,
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
AATT,1,1,1,0
! Criação de malhas
AMESH,ALL
LMESH,ALL
!Condições de apoio
DK,1,UX,,,UY,UZ,ROTX,ROTY,ROTZ
DK,2,UX,,,UY,UZ,ROTX,ROTY,ROTZ
DK,3,UX,,,UY,UZ,ROTX,ROTY,ROTZ
DK,4,UX,,,UY,UZ,ROTX,ROTY,ROTZ
save                        ! Salvar modelo
fini                        ! Finalizar modelagem

```

Figura 28 - Código ANSYS para modelagem da laje.



## **12. APÊNDICE D - CÓDIGO PARA EXECUÇÃO DA ANÁLISE MODAL E TRANSIENTE**

```

!Análise Modal
/SOLU                                ! Comando para entrar no modo "Solução" do software
ANTYPE,2                             ! Tipo de análise (2 = modal)
MODOPT,SUBSP,5                       ! Tipo de análise modal
EQSLV,FRONT                          ! Tipo de solucionador de equações
MXPAND,5                             ! Quantidade de modos salvos no arquivo de resultados
SOLVE                                ! Salvar dados
FINISH                               ! Finalizar execução do código
!
!Análise Transiente
/SOLU                                ! Comando para entrar no modo "Solução" do software
ANTYP,4                              ! Tipo de análise (4 = transiente)
TRNOPT,MSUP,6                       ! Análise transiente por superposição modal
TINTP,0.                             ! Parâmetros de integração de Newmark (alfa, gama, etc.)
MDAMP,1,0.03,0.03,0.03              ! Amortecimento de cada modo de vibração
DELTIM,0.0011625                    ! Tempo de cada substep
!Cargas iniciais nulas em todos os nós
F,1,FZ,0                             ! Nó inicial: 1
.
.
F,10,FZ,0                           ! Nó final: 10
LSWRITE                             ! Salvar dados de entrada e saída nesta etapa de análise
!Cargas em movimento sobre nós de uma dada trajetória
! load step 1
F,1,FZ,-474.6694081
TIME,0.0081375
LSWRITE
.
.
! load step 68
F,1,FZ, 0                           ! Mudança de nó: carga nula no nó anterior
F,2,FZ,-467.2347492                 ! Carga aplicada no nó seguinte
TIME,0.55335
LSWRITE
.
.
! load step 68
F,10,FZ,0                           ! Carga nula no final da trajetória
TIME,8.2
LSWRITE
.
.
LSSOLVE,1,1298                      ! Solução aplicada a todas as etapas
FINISH                               ! Finalizar execução do código
/POST26
FILE,Fourier-C1.1,rdsp              ! Ler arquivo de resultados da análise transiente
!
! Review results of solution
!
NSOL,2,206,U,Z,DESL-Fourier-C1.1-NÓ206 ! Dados de deslocamentos verticais dos nós
deriv,3,2,1,,VEL-Fourier-C1.1-NÓ206    ! Dados sobre velocidades dos nós
deriv,4,3,1,,ACEL-Fourier-C1.1-NÓ206    ! Dados sobre aceleração dos nós
/OUTPUT,ACEL-Fourier-C1.1-NÓ206,txt     ! Gerar arquivo de texto: dados de aceleração
save                                    ! Salvar dados
FINISH                                ! Finalizar execução do código

```

Figura 29 - Código ANSYS para análise modal e transiente.