



Universidade Federal da Paraíba
Centro de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica
Mestrado-Doutorado

**MODELAGEM E ACIONAMENTO DE UMA MÁQUINA DE
INDUÇÃO DE SEIS FASES COM INJEÇÃO HARMÔNICA PARA
GANHO DE TORQUE**

por

Elves Sousa e Silva

*Dissertação de mestrado apresentada à Universidade Federal da
Paraíba para obtenção do Grau de Mestre*

ELVES SOUSA E SILVA

**MODELAGEM E ACIONAMENTO DE UMA MÁQUINA DE
INDUÇÃO DE SEIS FASES COM INJEÇÃO HARMÔNICA PARA
GANHO DE TORQUE**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal da Paraíba, em cumprimento às exigências para obtenção do Grau de Mestre.

Orientador: Professor Dr. Isaac Soares de Freitas

Catálogo na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

S586m Silva, Elves Sousa e.

Modelagem e acionamento de uma máquina de indução de
seis fases com injeção harmônica para ganho de torque /
Elves Sousa e Silva. - João Pessoa, 2018.
124 f. : il.

Orientação: Isaac Soares de Freitas.
Dissertação (Mestrado) - UFPB/CT.

1. Engenharia Mecânica. 2. Máquina hexafásica -
Modelagem. 3. Injeção harmônica - Acionamento. I.
Freitas, Isaac Soares de. II. Título.

UFPB/BC

**MODELAGEM E ACIONAMENTO DE UMA MÁQUINA DE
INDUÇÃO DE SEIS FASES COM INJEÇÃO
HARMÔNICA PARA GANHO DE TORQUE**

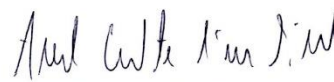
por

Elves Sousa e Silva

Dissertação aprovada em 09 de março de 2018



Prof. Dr. Isaac Soares de Freitas
Orientador – UFPB



Prof. Dr. Abel Cavalcante Lima Filho
Examinador Interno - UFPB



Prof. Dr. José Artur Alves Dias
Examinador Externo –IFPB

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a minha família, em especial a meus pais Elson Araújo e Dijanira de Fátima, mesmo com todas as dificuldades me deram a oportunidade de aprender o valor da educação.

Ao meu Amigo e Irmão Rafael Bendito dos Santos, que Deus o tenha.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço a Deus por ter me concedido esta vida e pela força que sempre me dá para seguir em frente. Ao Senhor toda gratidão.

Aos meus pais e minha irmã Eva Souza pela constante motivação.

A minha noiva Karla Pereira, por sempre ser companheira de qualquer hora e toda sua família pelo apoio e motivação.

Ao professor Isaac Freitas, por toda atenção, paciência, preocupação e amizade nesta caminhada, levarei suas palavras e ensinamentos para sempre.

Aos professores Ítalo e Camila pela orientação e auxílio constante nas atividades de laboratório, vocês merecem todos os agradecimentos.

Aos companheiros de laboratório Zariff, Ronan, Prof^a. Tatiana, Marcos, Geovane, Fábio e Altemir pelos ensinamentos e partilha dos trabalhos.

Ao professor Artur Dias pela motivação e orientação desde a graduação.

Aos amigos da turma 2016.1 do PPGEM, em especial Lair, Josué e Patrick pela partilha dos momentos e estudos. Ainda também destaco os colegas: Fabrício, Marciano, Fábio e Júlio César, aprendi muito com todos vocês.

A todo o Movimento CJC pelo apoio, orações e compreensões, sempre é por vocês.

Aos meus irmãos que ganhei na vida: Roberto Filho, Robson, Bruno, Nicolas e o apoio incondicional do meu padrinho Joab Júnior. E a todos os demais que colaboraram de forma direta ou indireta nesse trabalho.

A coordenação do PPGEM e a Capes pelo apoio financeiro.

MODELAGEM E ACIONAMENTO DE UMA MÁQUINA DE INDUÇÃO DE SEIS FASES COM INJEÇÃO HARMÔNICA PARA GANHO DE TORQUE

RESUMO

A grande maioria dos sistemas de geração de energia elétrica, produtos e processos industriais utilizam-se de máquinas com número de fases igual a três. A predominância do sistema trifásico conduziu ao uso mais frequente de máquinas trifásicas. Porém, com o avanço das chaves semicondutoras e o desenvolvimento de conversores, o número de fases deixa de ser um fator limitador no estudo e aplicação de máquinas polifásicas. Pode-se utilizar máquinas com um número de fases superior a três e obter diversas vantagens, tais como: menor sensibilidade ao desbalanceamento da tensão, redução da frequência de *ripple*, redução da tensão do barramento quando associada a conversores multiníveis, redução dos harmônicos de corrente no barramento CC, aumento do torque com injeção de corrente harmônica, dentre outras. Este trabalho apresenta a modelagem matemática de uma máquina assimétrica de seis fases (levando em consideração aspectos construtivos) e estudo do acionamento para ganho de torque com injeção de terceiro harmônico. A partir do estudo, as equações foram implementadas em um DSP, que realiza o comando de um conversor acionando a máquina da forma desejada, os sinais de velocidade e formas de onda das correntes são apresentados e comparados com os resultados de simulação para validação da teoria.

Palavras chaves – modelagem máquina hexafásica, simulação computacional, acionamento com injeção harmônica e ganho de torque.

MODELING AND ACTIVATION OF A SIX-PHASE INDUCTION MACHINE WITH HARMONIC INJECTION FOR TORQUE GAIN

ABSTRACT

The vast majority of electric power generation systems, products and industrial processes use machines with a number of phases equal to three. The predominance of the three-phase system led to the more frequent use of three-phase machines. However, with the advancement of the semiconductor switches and the development of converters, the number of phases is no longer a limiting factor in the study and application of polyphase machines. It is possible to use machines with a number of phases higher than three and to obtain several advantages, such as: lower sensitivity to voltage unbalance, reduction of ripple frequency, reduction of bus voltage when associated to multilevel converters, reduction of current harmonics in the DC bus, increase of torque with injection of harmonic current, among others. This work presents the mathematical modeling of an asymmetric machine of six phases (taking into consideration constructive aspects) and study of the drive for gain of torque in third harmonic injection. From the study, the equations were implemented in a DSP, which performs the command of a converter by actuating the machine in the desired way, the velocity signals and waveforms of the currents are presented and compared with the results of simulation for validation of the theory.

Keywords – modeling of six-phase machine, computational simulation, harmonic injection drive and torque gain.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	I
LISTA DE TABELAS	III
CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO	1
1.1 INTRODUÇÃO GERAL.....	1
1.2 OBJETIVO GERAL	3
1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	3
CAPÍTULO II – MODELAGEM DA MÁQUINA HEXAFÁSICA.....	4
2.1. APRESENTAÇÃO E REPRESENTAÇÕES DA MÁQUINA.....	5
2.2. DESCRIÇÃO DOS ELEMENTOS DO ESTATOR.....	14
2.2.1. MATRIZ DE INDUTÂNCIAS DO ESTATOR	14
2.2.2. MATRIZ DE RESISTÊNCIAS DO ESTATOR	16
2.3. DESCRIÇÃO DOS ELEMENTOS DO ROTOR.....	17
2.3.1. MATRIZ DE INDUTÂNCIAS DO ROTOR	17
2.3.2. MATRIZ DE RESISTÊNCIAS DO ROTOR.....	21
2.4. MATRIZ DAS INDUTÂNCIAS ENTRE O ROTOR E O ESTATOR	22
2.5. EQUAÇÕES DAS TENSÕES E FLUXOS	26
2.6. EXPRESSÃO DO CONJUGADO ELETROMAGNÉTICO	27
2.7. CONCLUSÕES.....	28
CAPÍTULO III – TRANSFORMAÇÃO DO MODELO	29
3.1. MODELO TRANSFORMADO PARA $\alpha\beta$	29
3.1.1. MATRIZ DE INDUTÂNCIAS PRÓPRIAS DO ESTATOR TRANSFORMADA PARA $\alpha\beta$	30
3.1.2. MATRIZ DE INDUTÂNCIAS PRÓPRIAS DO ROTOR TRANSFORMADA PARA $\alpha\beta$	31
3.1.3. MATRIZ DE RESISTÊNCIAS PRÓPRIAS DO ESTATOR TRANSFORMADA PARA $\alpha\beta$	32
3.1.4. MATRIZ DE INDUTÂNCIAS ENTRE O ROTOR E O ESTATOR TRANSFORMADA PARA $\alpha\beta$..	33
3.1.5. MODELO PARA AS 36 PRIMEIRAS COMPONENTES HARMÔNICAS	37

3.1.6.	MODELO TRANSFORMADO ATÉ A 5ª COMPONENTE HARMÔNICA	40
3.2.	MUDANÇA DE REFERENCIAL DAS VARIÁVEIS DO ROTOR – TRANSFORMADA DE PARK..	41
3.3.	MODELO DA MÁQUINA EM UM REFERENCIAL GENÉRICO	43
3.4.	REPRESENTAÇÃO COMPLEXA DO MODELO DA MÁQUINA.....	44
3.5.	MODELO DE ESTADO ESTACIONÁRIO	45
3.6.	CONCLUSÕES.....	48
CAPÍTULO IV – ANÁLISES DOS CIRCUITOS DE REGIME PERMANENTE.....		49
4.1.	CONCLUSÕES.....	53
CAPÍTULO V – SIMULAÇÃO DINÂMICA		54
5.1.	SIMULAÇÃO COM AS TRÊS PRIMEIRAS COMPONENTES HARMÔNICAS	54
5.2.	CONCLUSÕES.....	60
CAPÍTULO VI – ACIONAMENTO DA MÁQUINA HEXAFÁSICA.....		61
6.1.	INVERSOR DE FREQUÊNCIA MULTIFÁSICO	61
6.1.1.	INVERSOR COM SEIS BRAÇOS E NEUTROS SEPARADOS.....	64
6.1.2.	INVERSOR COM SEIS BRAÇOS E NEUTROS CONECTADOS.....	68
6.1.3.	INVERSOR COM SETE BRAÇOS E NEUTROS CONECTADOS.....	69
6.2.	CONCLUSÕES.....	73
CAPÍTULO VII – DESCRIÇÃO DA BANCADA EXPERIMENTAL		74
7.1.	BANCADA E INVERSOR	74
7.2.	PROCESSADOR DIGITAL DE SINAIS (DSP) PARA ACIONAMENTO DO INVERSOR	76
7.3.	SENSOR DE VELOCIDADE	78
7.4.	SISTEMA ELETROMECAÂNICO DE FRENAGEM.....	80
7.5.	CONCLUSÕES.....	80
CAPÍTULO VIII – RESULTADOS SIMULADOS E EXPERIMENTAIS		81
8.1.	RESULTADOS DE SIMULAÇÃO.....	82
8.2.	RESULTADOS EXPERIMENTAIS	85
8.3.	CONCLUSÕES DO CAPÍTULO VIII	89
CAPÍTULO IX – CONCLUSÕES GERAIS.....		90
9.1.	TRABALHOS FUTUROS.....	90
REFERÊNCIAS		92
APÊNDICE A		95
A.1.	EFEITOS CONSTRUTIVOS DE MÁQUINAS CA.....	95
A.1.1.	FATORES DE DISTRIBUIÇÃO DE BOBINAS	102

A.1.2.	EFEITO DE ABERTURA DE RANHURA.....	106
A.1.3.	EFEITO DE <i>SKEW</i> DA BOBINA	107

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Diagrama fasorial da máquina de seis fases	6
Figura 2.2 – Enrolamentos de fase no estator	6
Figura 2.3 – Fases no rotor	10
Figura 2.4 – Par de polos do estator sobre rotor	18
Figura 3.1 – Circuito equivalente	47
Figura 4.1 – Curvas genérica Torque × Velocidade	49
Figura 4.2 – Torque × Velocidade para cada componente harmônica	50
Figura 4.3 – Torque × Velocidade terceiro e quinto harmônicos	51
Figura 5.1 – Torque × Velocidade para componente fundamental	55
Figura 5.2 – Velocidade rotórica para componente fundamental	55
Figura 5.3 – Torque × Velocidade para fundamental somado ao 3º harmônico	56
Figura 5.4 – Velocidade rotórica para fundamental somado ao 3º harmônico	57
Figura 5.5 – Torque × Velocidade para fundamental somado ao 3º e 5º harmônicos	57
Figura 5.6 – Velocidade rotórica para fundamental somado ao 3º e 5º harmônicos	58
Figura 5.7 – Torque × Velocidade individual para componente de 3º harmônico ..	59
Figura 5.8 – Torque × Velocidade individual para componente de 5º harmônico ..	59
Figura 6.1 – Inversor Hexafásico	62
Figura 6.2 – Inversor com 7 fases	69
Figura 7.1 – Bancada experimental	74
Figura 7.2 – Chave (a) e Módulo de chaves semicondutoras (b)	75
Figura 7.3 – <i>Driver</i> SKHI 23/12	76
Figura 7.4 – Plataforma F28379D Delfino Experimenter Kit	77

Figura 7.5 – Encoder incremental.....	78
Figura 7.6 – Desenho do acoplador para o encoder.....	79
Figura 7.7 – Encoder acoplado	79
Figura 7.8 – Gerador CC da DeLorenzo®.....	80
Figura 8.1 – Curvas simuladas das correntes do Experimento I.....	82
Figura 8.2 - Curva simulada da velocidade do experimento 1	83
Figura 8.3 – Curvas simuladas das correntes do Experimento II	84
Figura 8.4 - Curva simulada da velocidade do Experimento II.....	84
Figura 8.5 – Curvas reais das correntes do Experimento I.....	85
Figura 8.6 - Curva real da velocidade do Experimento I.....	85
Figura 8.7 – Curvas reais das correntes do Experimento II.....	86
Figura 8.8 - Curva real da velocidade do Experimento II	86
Figura A.9 – Espira e Bobina	95
Figura A.10 – Estator e rotor (ETRICAL, 2017).....	96
Figura A.11 – Máquina de Indução em corte (D&F, 2017)	96
Figura A.12 – Bobina no estator.....	97
Figura A.13 – Estator e Rotor em Plano horizontal.....	98
Figura A.14 – Regra da mão direita para o Campo Magnético	99
Figura A.15 – Distribuição da FMM nos 360° da máquina.....	100
Figura A.16 – FMM em plano cilíndrico.....	100
Figura A.17 – FMM para uma máquina de 4 polos.....	101
Figura A.18 – Bobina com passo fracionário	103
Figura A.19 – Distribuição de bobinas com passo fracionário.....	103
Figura A.20 – Distribuição da FMM	104
Figura A.21 – Bobinas distribuídas	104
Figura A.22 – <i>Phase - Belt</i>	105
Figura A.23 – Efeito de Abertura de slot.....	106
Figura A.24 – Efeito de <i>Skew</i>	107

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 - Torques máximos para cada componente harmônico.....	52
Tabela 4.2 – Impedâncias do circuito equivalente.....	52

LISTA DE SÍMBOLOS

A_a – área de seção do anel

A_s – área do condutor do estator

b_o – abertura da ranhura do estator

CA – Corrente Alternada

CC – Corrente Contínua

C_e – conjugado eletromagnético

D_i – diâmetro interno do estator

DSP – Processador Digital de Sinais

FMM – Força Magneto Motriz

g – entreferro (gap)

g_k – índice de referencial no genérico

H – campo magnético

h – ordem da componente harmônica

I – corrente elétrica

k – fase

k_a – fator de acoplamento

k_{dh} – fator de distribuição de bobina

k_{ph} – fator de encurtamento de bobina

k_{sh} – fator de *skew*

$k_{\gamma h}$ – fator de abertura de ranhura

LKC – lei de Kirchoff das correntes

l_e – comprimento do estator

l_{ms} – comprimento médio de uma espira das bobinas do estator

$L_{\delta s}$ – indutância de dispersão

L_{sM} – indutância de magnetização

L_{rM} – indutância mútua do rotor

$L_{r\delta a}$ e $L_{r\delta b}$ – indutâncias de dispersão do rotor

L_{rs} – indutância mútua entre estator e rotor

L_{rs} – indutância mútua entre rotor e estator

L_{ss} – matriz de indutâncias próprias do estator

L_{rr} – matriz de indutâncias próprias do rotor

L_{rrm} – matriz de indutâncias mútuas do rotor

$L_{rr\delta}$ – matriz de indutâncias de dispersão do rotor

m – número de fases do estator

m_r – número de fases do rotor

N_r – número total de barras do rotor

N_t – número de condutores por polo por fase

N_T – número total de espiras da fase

N_{ti} – número de espiras

p – número de pares de polos

PMW – Modulação por Largura de Pulso

q – número de bobinas no *Phase Belt*

r_r – resistência do rotor

r_s – resistência do estator

r_k – índice de referencial no rotor

$\mathbf{R}_{ss}$ – matriz de resistências do estator

$\mathbf{R}_{rr}$ – matriz de resistências do rotor

rpm – rotações por minuto

s – número de barras do rotor

s_k – índice de referencial no estator

α – ângulo elétrico entre grupos trifásicos

α_r – ângulo elétrico entre fases do rotor

α_s – ângulo de *skew*

β_r – ângulo de *skew* das barras do rotor

γ – ângulo de defasagem entre duas bobinas, ou lados de bobina

θ – ângulo mecânico

θ_m – ângulo mecânico

θ_e – ângulo elétrico

δ_{gk} – ângulo genérico

τ_r – passo da ranhura do rotor

ρ_s – resistividade do condutor do estator

ϕ_k – ângulo de deslocamento da fase

μ_0 – permeabilidade magnética no vácuo

χ – ângulo de abertura da ranhura

ω – velocidade angular

λ – fluxo magnético

CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO

1.1 INTRODUÇÃO GERAL

As vantagens da máquina de indução com rotor em gaiola de esquilo já são consolidadas em relação a outros tipos de máquinas, por funcionar pelo efeito da indução estas são livres de comutadores e anéis coletores. A ausência dessas partes mecânicas reduz a necessidade de manutenção e perdas provenientes do atrito, aumentando assim sua robustez, que é interessante no ponto de vista de aplicações industriais ou de ambientes com condições severas de operação.

Ao longo da história os sistemas de distribuição se basearam em sistemas trifásicos, porém com a aplicação dos conversores estáticos o número de fases não precisa ser limitado. Uma máquina com número de fases superior a três apresenta diversas vantagens em relação aos sistemas trifásicos. Como as máquinas multifásicas ainda são objetos de pesquisa, sua comercialização ainda é tênue fabricadas na maioria dos casos sob encomenda e não em linha de produção.

- i) a redução das correntes por fase (GLUKHOV e MURAVLEVA, 2007);
- ii) redução da tensão do barramento quando associada a conversores multiníveis;
- iii) tolerância a falha (MIRANDA, et al., 2009);
- iii) redução da frequência *ripple* do conjugado eletromagnético (APSLEY, et al., 2006);

- iv) redução do valor do menor FMM harmônico espacial;
- v) aumento do torque com a injeção de corrente harmônica;
- vi) menor sensibilidade a desbalanceamento de tensão;
- vii) maior eficiência (Redução de perdas ôhmicas no estator e rotor) (APSLEY, et al., 2006);
- viii) maior valor de torque por cada ampere de corrente para um mesmo volume ferromagnético (PARSA, 2005);
- ix) melhoria das características acústicas (PARSA, 2005);
- x) redução dos harmônicos de corrente no barramento CC (PARSA, 2005).

Essas características são bastante interessantes para o desenvolvimento de aplicações que necessitem de solicitação de torque que não pode ser produzido, ou demandaria máquinas trifásicas de maior porte como: tração de veículos elétricos e locomotivas, propulsão de navios elétricos e aeronáutica. Do ponto de vista da geração de energia elétrica um sistema multifásico possui maior aproveitamento para a geração eólica, por se tratar de um sistema de geração a velocidade variável, pois o vento não é constante, uma máquina multifásica operando com ventos de menor intensidade produzirá uma tensão com menor *ripple* e assim de mais fácil estabilização. Um dos problemas ambientais dos geradores eólicos é o ruído audível causado pelo vento nas pás, mecanismos e gerador, a melhoria das características acústicas da máquina multifásica atenua estes efeitos.

Diante de tantas vantagens em relação as máquinas de três fases diversas pesquisas têm sido desenvolvidas com a finalidade de implementar estes sistemas. Na literatura sobre o estudo do controle e desempenho das máquinas síncronas com número de fases superior a três podem ser encontrados em GLUKHOV e MURAVLEVA (2007). Em LYRA e LIPO (2002), foi aplicada a técnica de injeção de harmônicos para melhoria do torque em uma máquina multifásica; o trabalho de SANTOS Jr, et al. (2011) aponta o uso harmônicos para redução da pulsação de torque de uma máquina de seis fases; em BASTOS, et al. (2015), foi realizado um estudo sobre a contribuição do terceiro harmônico no torque de uma máquina de nove fases.

As máquinas multifásicas apresentam pulsação de torque reduzida, densidade de fluxo e torque aprimorados, também potência reduzida no conversor de energia do sistema de acionamento e graus de liberdade adicionais que podem ser usados para capacidade tolerância a falhas e acionamento (TOLİYAT, 1991), (LEVI, 2007).

1.2 OBJETIVO GERAL

Desenvolver um sistema eletromecânico que proporcione ganho de torque em uma máquina de indução assimétrica de seis fases.

1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Modelar uma máquina de indução assimétrica de seis fases;

Definir uma estratégia de acionamento para ganho de torque com injeção harmônica;

Validar o modelo teórico com aplicação experimental.

CAPÍTULO II – MODELAGEM DA MÁQUINA HEXAFÁSICA

Este capítulo apresenta a modelagem de uma máquina assíncrona de seis fases. Partindo do cálculo das indutâncias e resistências, obtendo as equações para as tensões, correntes e torque. Além disso, são apresentadas as matrizes de transformação, e por fim o modelo transformado com expressões reduzidas. Toda a modelagem considera os parâmetros construtivos da máquina apresentados detalhadamente no Apêndice A, tais parâmetros são descritos a seguir.

k_{ph} - fator de encurtamento de bobina;

k_{dh} - fator de distribuição de bobina;

k_{xh} - efeito de abertura da ranhura;

k_{sh} - efeito de skew da bobina.

Para se obter uma modelagem e simulação mais fieis a máquina real, consideraremos todos os efeitos construtivos. Dessa forma a equação (2.1) representa a distribuição da FMM considerando todos os efeitos, $k_h = k_{ph}k_{dh}k_{xh}k_{sh}$.

$$F = \sum_{h=1,3,5,7...}^{+\infty} \left[F_s \text{sen} \left(h\theta - (2q-1) \frac{h\gamma}{2} - \frac{\pi}{2} \right) \right] \quad (2.1)$$

Onde:

$$F_s = \frac{4}{\pi} \frac{N_t i_s}{2} \frac{k_h}{h} \quad (2.2)$$

Detalhes sobre a distribuição da FMM ao longo da máquina são discutidos com uma maior riqueza de detalhes no Apêndice A.

2.1. APRESENTAÇÃO E REPRESENTAÇÕES DA MÁQUINA

A máquina em estudo possui estator com 36 ranhuras, o enrolamento é hexafásico com 6 polos, camada dupla, Figura 2.1. Cada par de polos do enrolamento em questão é formado por duas bobinas conectadas em série. As fases consistem de seis bobinas conectadas em série, cada bobina possui N_{ti} espiras. Portanto temos $N_t = 2N_{ti}$ condutores por fase por polo.

Assim:

N_{ti} - número de espiras por fase por ranhura;

$N_{ti} = N_t/q$ - Se passo pleno, ou $N_{ti} = N_t/2q$, se passo fracionário;

$N_T = pN_t$ - número total de espiras da fase.

p - número de pares de polos;

O enrolamento da fase possui N_T condutores por fase por polo está distribuído em q ranhuras por polo por fase, se passo pleno, ou $2q$ ranhuras por polo por fase, se passo fracionário.

Quando o número de fases é ímpar e primo os enrolamentos de uma máquina com n fases podem ser dispostos defasados de um ângulo $\alpha = 2\pi/n$, neste caso temos uma máquina dita simétrica. Se o número de fases de uma máquina é par, ou é um número ímpar não primo, os enrolamentos podem ser dispostos de forma diferente, com k enrolamentos e a subfases (SILVA, 2015). Deste modo o deslocamento no espaço entre as primeiras fases será dado por $\alpha = \pi/n$, assim a máquina é considerada uma máquina polifásica assimétrica (SILVA, 2015).

Este trabalho apresenta a modelagem de uma máquina assimétrica de seis fases com $\alpha = \pi/n = 30^\circ$ como apresentado na Figura 2.1. A distribuição das bobinas nas 36 ranhuras da máquina é apresentada na Figura 2.2.

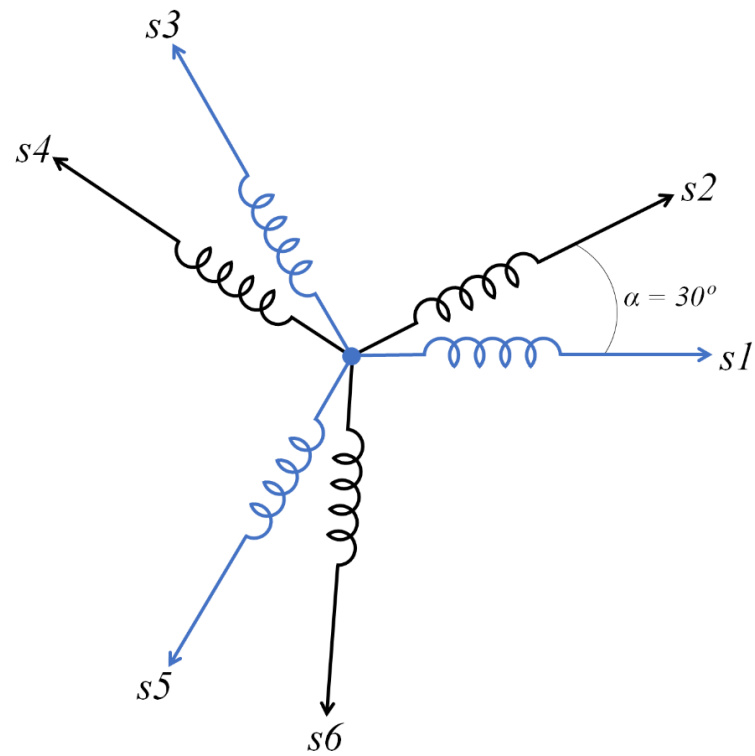


Figura 2.1 – Diagrama fasorial da máquina de seis fases

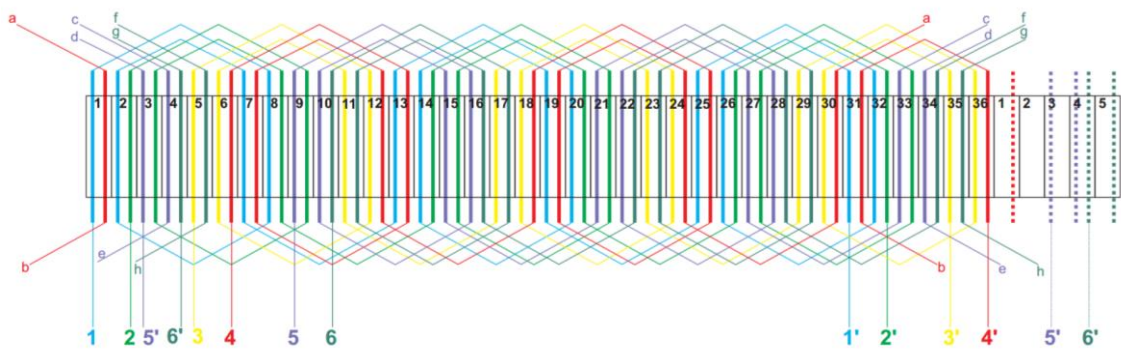


Figura 2.2 – Enrolamentos de fase no estator

A FMM de uma fase k do estator é dada pela expressão (2.3).

$$f_{sk}(\theta_e) = \sum_{h=1,3,5,7\dots}^{+\infty} \left[\frac{4 N_t i_{sk}}{\pi} \frac{k_h}{2} \frac{1}{h} \text{sen} \left(h\theta_e - (2q-1) \frac{h\gamma}{2} - h\phi_k \right) \right] \quad (2.3)$$

Onde ϕ_k é o ângulo de deslocamento da fase k . A resultante de FMM de uma fase m dos enrolamentos é apresentada em (2.4).

$$f_{sk}(\theta_e) = \sum_{k=1,2,3\dots}^m \left[\sum_{h=1,3,5\dots}^{+\infty} \frac{4 N_t i_{sk}}{\pi} \frac{k_h}{2} \frac{1}{h} \text{sen}(h(\theta'_e - \phi_k)) \right] \quad (2.4)$$

Em que: $\theta'_e = \theta_e - (2q-1) \frac{\gamma}{2}$.

Expandindo a equação (2.4), temos (2.5).

$$f_{sk}(\theta_e) = \frac{4 N_t i_{sk}}{\pi} \frac{1}{2} \sum_{h=1,3,5\dots}^{+\infty} \frac{k_h}{h} \left(\text{sen}(h\theta'_e) \sum_{k=1,3,5\dots}^m i_{sk} \cos(h\phi_k) - \cos(h\theta'_e) \sum_{k=1,3,5\dots}^m i_{sk} \text{sen}(h\phi_k) \right) \quad (2.5)$$

Definindo duas correntes α e β , da seguinte forma:

$$i_{s\alpha h} = \sum_{k=1,3,5\dots}^m i_{sk} \cos(h\phi_k) \quad (2.6)$$

$$i_{s\beta h} = - \sum_{k=1,3,5\dots}^m i_{sk} \text{sen}(h\phi_k) \quad (2.7)$$

Logo, poderemos reescrever a equação (2.5):

$$f_{sk}(\theta_e) = \frac{4 N_t i_{sk}}{\pi} \frac{1}{2} \sum_{h=1,3,5\dots}^{+\infty} \frac{k_h}{h} \left(i_{s\alpha h} \text{sen}(h\theta'_e) + i_{s\beta h} \cos(h\theta'_e) \right) \quad (2.8)$$

Da expressão (2.8) cada componente harmônico h pode ser visto como dois sistemas alimentados por $i_{s\alpha h}$ e $i_{s\beta h}$, que são combinações lineares das correntes de fase (2.9) a (2.12).

Observação: os termos em negrito sempre indicam vetores ou matrizes, termos com nomenclatura similar não destacados em negrito representam variáveis ou constantes de dimensão um.

$$\mathbf{i}_{s\alpha h} = \mathbf{t}_{s\alpha h}^T \mathbf{i}_s \quad (2.9)$$

$$\mathbf{i}_{s\beta h} = \mathbf{t}_{s\beta h}^T \mathbf{i}_s \quad (2.10)$$

Onde:

$$\mathbf{t}_{s\alpha h}^T = [\cos h\phi_1 \quad \cos h\phi_2 \quad \cos h\phi_3 \dots \cos h\phi_m] \quad (2.11)$$

$$\mathbf{t}_{s\beta h}^T = [\sin h\phi_1 \quad \sin h\phi_2 \quad \sin h\phi_3 \dots \sin h\phi_m] \quad (2.12)$$

E $\mathbf{i}_s$ (2.13), é o vetor das correntes de fase.

$$\mathbf{i}_s = [i_{s1} \quad i_{s2} \quad \dots \quad i_{sm}]^T \quad (2.13)$$

Haverá uma limitação do número de componentes $\mathbf{i}_{s\alpha h}$ e $\mathbf{i}_{s\beta h}$, essa limitação é dada pelo número de fases da máquina, logo, m fases irão produzir m componentes distintas, $\mathbf{i}_{s\alpha h}$ e $\mathbf{i}_{s\beta h}$. Para uma máquina de seis fases assimétrica os ângulos de deslocamento do estator são apresentados a seguir em (2.14).

$$\phi_1 = 0 \quad \phi_2 = \frac{\pi}{6} \quad \phi_3 = \frac{2\pi}{3} \quad \phi_4 = \frac{5\pi}{6} \quad \phi_5 = \frac{4\pi}{3} \quad \phi_6 = \frac{3\pi}{2} \quad (2.14)$$

De posse dessas informações, pode-se definir uma matriz que converta os termos de correntes de fase para termos em função das componentes $\alpha\beta$. Partindo das equações anteriores e dos ângulos dados em (2.14), teremos (2.15):

$$\begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ i_{s\gamma} \\ i_{s\delta} \\ i_{s\epsilon} \\ i_{s\zeta} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s1} \\ i_{s2} \\ i_{s3} \\ i_{s4} \\ i_{s5} \\ i_{s6} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Outra forma de escrever a equação acima seria como em (2.16):

$$\mathbf{i}_{s\alpha\beta} = \mathbf{T}_{s\alpha\beta}^T \mathbf{i}_s \quad (2.16)$$

$\mathbf{i}_{s\alpha\beta}$ é o vetor de correntes no plano $\alpha\beta$.

As colunas da matriz $\mathbf{T}_{s\alpha\beta}$ formam uma base ortogonal no espaço $\mathbb{R}^6$, logo é uma matriz ortogonal onde:

$$\mathbf{T}_{s\alpha\beta}^{-1} = \frac{2}{6} \mathbf{T}_{s\alpha\beta}^T \quad (2.17)$$

Assim:

$$\mathbf{i}_s = \frac{2}{6} \mathbf{T}_{s\alpha\beta} \mathbf{i}_{s\alpha\beta} \quad (2.18)$$

Até o momento foram estudadas as equações para o estator, agora serão abordadas as mesmas análises para o rotor da máquina. A máquina em estudo possui rotor em gaiola de esquilo com 27 barras e três pares de polos.

Com o rotor em gaiola de esquilo, consideraremos cada malha do rotor composta por duas barras consecutivas correspondem a uma fase, conforme apresentado na Figura 2.3. Dessa forma, as correntes de fase são as mesmas correntes de malha e o número de fases do rotor é igual ao número de malhas sob um par de polos (PEREIRA, et al. 2006).

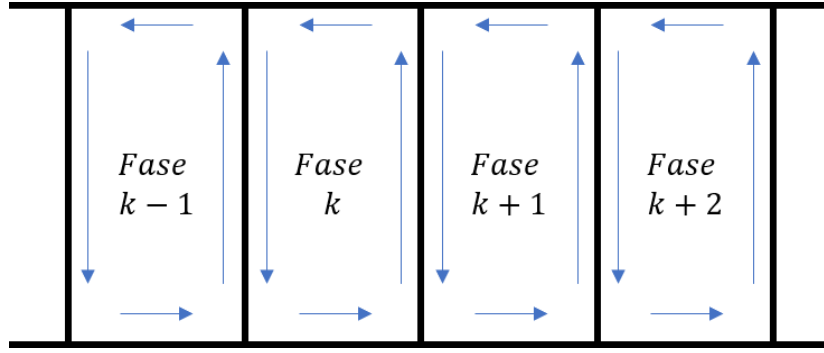


Figura 2.3 – Fases no rotor

Se a razão entre o número de barras do rotor e o número de pares de polos da máquina for um número inteiro, só precisamos considerar as fases do rotor como sendo a relação entre número de barras e pares de polos. Se a relação não for um número inteiro, o modelo deve considerar mais pares de polos (FUDEH e ONG, 1983).

Assim o número de fases, m_r , do rotor pode ser calculado por (2.17).

$$m_r = \frac{s}{p} = 9 \quad (2.17)$$

Onde:

s - Número de barras do rotor.

p - Número de pares de polos do estator.

As barras do rotor são inclinadas e os efeitos de abertura de ranhura serão adicionados posteriormente. Cada par de barras do rotor formam uma malha k percorrida por uma corrente i_{rk} . A série de Fourier da FMM para o rotor será dada em (2.18).

$$f_{rk}(\theta') = \frac{2}{\pi} i_{rk} \sum_{h=1}^{+\infty} \frac{1}{h} \text{sen}\left(\frac{h\pi}{m_r}\right) \cos\left(h\left(\theta' - \left(k - \frac{1}{2}\right)2\pi/m_r\right)\right) \quad (2.18)$$

Assim como no estator a FMM resultante será limitada pelo número de fases do rotor da máquina, logo temos a expressão (2.19).

$$f_r(\theta') = \sum_{h=1}^9 f_{rk}(\theta') \quad (2.19)$$

Do mesmo modo feito para o estator, através das identidades trigonométricas, podemos expandir a equação (2.18) na forma apresentada em (2.20).

$$f_{rk}(\theta') = \frac{2}{\pi} \sum_{h=1}^{+\infty} \frac{\text{sen}\left(\frac{h\pi}{m_r}\right)}{h} [\mathbf{i}_{r\alpha h} \text{sen}(h\theta') + \mathbf{i}_{r\beta h} \cos(h\theta')] \quad (2.20)$$

Onde:

$$\mathbf{i}_{r\alpha h} = \sum_{k=1,3,5\dots}^{mr} i_{rk} \cos\left(h \frac{2\pi}{m_r} (k-1)\right) \quad (2.21)$$

$$\mathbf{i}_{r\beta h} = - \sum_{k=1,3,5\dots}^{mr} i_{rk} \text{sen}\left(h \frac{2\pi}{m_r} (k-1)\right) \quad (2.22)$$

Da expressão (2.20) cada componente harmônico pode ser visto como dois sistemas alimentados por $\mathbf{i}_{r\alpha h}$ e $\mathbf{i}_{r\beta h}$, que são combinações lineares das correntes de fase do rotor (2.24) e (2.25).

$$\mathbf{i}_{r\alpha h} = \mathbf{t}_{r\alpha h}^T \mathbf{i}_r \quad (2.23)$$

$$\mathbf{i}_{r\beta h} = -\mathbf{t}_{r\beta h}^T \mathbf{i}_r \quad (2.24)$$

Onde:

$$\mathbf{t}_{r\alpha h}^T = [\cos h\phi'_1 \quad \cos h\phi'_2 \quad \cos h\phi'_3 \dots \cos h\phi'_{mr}] \quad (2.25)$$

$$\mathbf{t}_{r\beta h}^T = [\text{sen } h\phi'_1 \quad \text{sen } h\phi'_2 \quad \text{sen } h\phi'_3 \dots \text{sen } h\phi'_{mr}] \quad (2.26)$$

E $\mathbf{i}_r$, é o vetor das correntes de fase do rotor.

$$\mathbf{i}_r = [i_{r1} \quad i_{r2} \quad \dots \quad i_{rmr}]^T \quad (2.27)$$

As barras do rotor são dispostas simetricamente, diferente do estator, sendo assim, na matriz de transformação existe um ângulo ϕ' , incrementado de si mesmo a cada elemento da matriz. Logo: $\phi'_1 = 1\phi'$, $\phi'_2 = 2\phi'$, e assim por diante, limitado pelo número de fases mr .

Assim obtemos a equação (2.28).

(2.28)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{i}_{r9} \\ \mathbf{i}_{r8} \\ \mathbf{i}_{r7} \\ \mathbf{i}_{r6} \\ \mathbf{i}_{r5} \\ \mathbf{i}_{r4} \\ \mathbf{i}_{r3} \\ \mathbf{i}_{r2} \\ \mathbf{i}_{r1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \cos \frac{2}{9} \gamma & \cos \frac{4}{9} \gamma & \frac{1}{2} \sqrt{3} & \frac{1}{2} \sqrt{3} & \cos \frac{4}{9} \gamma & \cos \frac{2}{9} \gamma \\ 0 & \sin \frac{2}{9} \gamma & \sin \frac{4}{9} \gamma & \frac{1}{2} \sqrt{3} & \sin \frac{1}{9} \gamma & \frac{1}{2} \sqrt{3} & \sin \frac{4}{9} \gamma \\ 1 & \frac{1}{2} \sqrt{3} & \frac{1}{2} \sqrt{3} & 1 & \frac{1}{2} \sqrt{3} & 1 & \frac{1}{2} \sqrt{3} \\ 0 & \frac{1}{2} \sqrt{3} & \frac{1}{2} \sqrt{3} & 0 & \frac{1}{2} \sqrt{3} & 0 & \frac{1}{2} \sqrt{3} \\ 1 & \frac{1}{2} \sqrt{3} & \frac{1}{2} \sqrt{3} & \frac{1}{2} \sqrt{3} & \frac{1}{2} \sqrt{3} & \frac{1}{2} \sqrt{3} & \frac{1}{2} \sqrt{3} \\ 0 & \sin \frac{1}{9} \gamma & \sin \frac{2}{9} \gamma & \frac{1}{2} \sqrt{3} & \sin \frac{4}{9} \gamma & \sin \frac{1}{9} \gamma & \sin \frac{2}{9} \gamma \\ 1 & \cos \frac{4}{9} \gamma & \cos \frac{2}{9} \gamma & \frac{1}{2} \sqrt{3} & \cos \frac{4}{9} \gamma & \cos \frac{2}{9} \gamma & \cos \frac{4}{9} \gamma \\ 0 & \sin \frac{4}{9} \gamma & \sin \frac{2}{9} \gamma & \frac{1}{2} \sqrt{3} & \sin \frac{1}{9} \gamma & \sin \frac{2}{9} \gamma & \sin \frac{4}{9} \gamma \\ 1 & \cos \frac{2}{9} \gamma & \cos \frac{4}{9} \gamma & \frac{1}{2} \sqrt{3} & \cos \frac{2}{9} \gamma & \cos \frac{4}{9} \gamma & \cos \frac{2}{9} \gamma \\ 0 & \sin \frac{2}{9} \gamma & \sin \frac{4}{9} \gamma & \frac{1}{2} \sqrt{3} & \sin \frac{1}{9} \gamma & \sin \frac{2}{9} \gamma & \sin \frac{4}{9} \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{r9} \\ \mathbf{i}_{r8} \\ \mathbf{i}_{r7} \\ \mathbf{i}_{r6} \\ \mathbf{i}_{r5} \\ \mathbf{i}_{r4} \\ \mathbf{i}_{r3} \\ \mathbf{i}_{r2} \\ \mathbf{i}_{r1} \end{bmatrix}$$

Outra forma de escrever a equação (2.28) seria:

$$\mathbf{i}_{r\alpha\beta} = \mathbf{T}_{r\alpha\beta}^T \mathbf{i}_r \quad (2.29)$$

As colunas da matriz $\mathbf{T}_{r\alpha\beta}$ formam uma base ortogonal no espaço $\mathbb{R}^9$, logo é uma matriz ortogonal onde:

$$\mathbf{T}_{r\alpha\beta}^{-1} = \frac{2}{9} \mathbf{T}_{r\alpha\beta}^T \quad (2.30)$$

Assim:

$$\mathbf{i}_r = \frac{2}{9} \mathbf{T}_{r\alpha\beta} \mathbf{i}_{r\alpha\beta} \quad (2.31)$$

2.2. DESCRIÇÃO DOS ELEMENTOS DO ESTATOR

2.2.1. MATRIZ DE INDUTÂNCIAS DO ESTATOR

O cálculo da indutância própria é feito considerando a densidade de fluxo produzida no *gap* por uma fase, a indutância é obtida expandindo a relação entre esse fluxo produzido e a corrente de fase, conforme apresentado em PEREIRA, et al. (2006).

A indutância própria de uma bobina sem considerar a dispersão será dada por (2.32). Note-se a presença dos efeitos construtivos k_h .

$$L_{s11m} = L_{sM} \sum_{h=1,3,5...}^{+\infty} \left(\frac{k_h}{h} \right)^2 \quad (2.32)$$

Em que L_{sM} é a indutância de magnetização, apresentada em (2.33). Considera-se que os enrolamentos do estator possuem mesmo número N_t de espiras.

$$L_{sM} = \frac{4}{\pi} \frac{N_t^2}{2} \frac{\mu_0}{g} D_i l_e \quad (2.33)$$

Onde,

μ_0 - permeabilidade magnética no vácuo.

D_i - diâmetro interno do estator.

l_e - comprimento do estator.

A indutância própria é a soma da equação (2.32) com a indutância de dispersão $L_{\delta s}$, esta última pode ser calculada conforme KOSTENKO e PIOTROVSKY (1974). Como os enrolamentos possuem mesmo número de espiras, as indutâncias próprias serão iguais. Desta forma-se a matriz de indutâncias próprias do estator é representada por (2.34).

$$\mathbf{L}_{ss} = L_{sM} \left(\frac{k_h}{h} \right)^2 \begin{bmatrix} 1 & \cos \frac{\gamma}{6} & \cos \frac{2\gamma}{3} & \cos \frac{5\gamma}{6} & \cos \frac{4\gamma}{3} & \cos \frac{3\gamma}{2} \\ \cos \frac{\gamma}{6} & 1 & \cos \frac{\gamma}{2} & \cos \frac{2\gamma}{3} & \cos \frac{7\gamma}{6} & \cos \frac{4\gamma}{3} \\ \cos \frac{2\gamma}{3} & \cos \frac{\gamma}{2} & 1 & \cos \frac{\gamma}{6} & \cos \frac{2\gamma}{3} & \cos \frac{5\gamma}{6} \\ \cos \frac{5\gamma}{6} & \cos \frac{2\gamma}{3} & \cos \frac{\gamma}{6} & 1 & \cos \frac{\gamma}{2} & \cos \frac{2\gamma}{3} \\ \cos \frac{4\gamma}{3} & \cos \frac{5\gamma}{6} & \cos \frac{2\gamma}{3} & \cos \frac{\gamma}{2} & 1 & \cos \frac{\gamma}{6} \\ \cos \frac{3\gamma}{2} & \cos \frac{4\gamma}{3} & \cos \frac{5\gamma}{6} & \cos \frac{2\gamma}{3} & \cos \frac{\gamma}{6} & 1 \end{bmatrix} \mathbf{I}_6 \quad (2.34)$$

Onde: $\mathbf{I}_6$ é uma matriz identidade de ordem 6.

A matriz de indutâncias próprias apresentada em (2.34), pode ser obtida por meio de projeção de uma fase sobre outra, baseando-se na Figura 2.1, será apresentada a projeção da fase s1 sobre as demais fases:

s1 sobre s1 – não há ângulo, logo, $\cos(0) = 1$;

s1 sobre s2 – o ângulo formado é de $\pi/6$, logo surge o elemento, $\cos(\pi/6)$;

s1 sobre s3 – o ângulo formado é de $2\pi/3$, logo surge o elemento, $\cos(2\pi/3)$;

s1 sobre s4 – o ângulo formado é de $5\pi/6$, logo surge o elemento, $\cos(5\pi/6)$;

s1 sobre s5 – o ângulo formado é de $4\pi/3$, logo surge o elemento, $\cos(4\pi/3)$;

s1 sobre s6 – o ângulo formado é de $3\pi/2$, logo surge o elemento, $\cos(3\pi/2)$.

Observa-se claramente que os elementos encontrados correspondem a primeira linha da matriz, porém nas outras linhas, a referência muda. Dessa forma, cada linha corresponde a projeção de uma fase em relação as outras.

2.2.2. MATRIZ DE RESISTÊNCIAS DO ESTATOR

É possível encontrar a resistência para uma bobina a partir da fórmula relacionada com a resistividade dada em (2.35).

$$r_s = \rho_s \mathcal{M}_{ms} \frac{1}{A_s} N_T \quad (2.35)$$

Onde:

A_s - área do condutor do estator (bitola do fio);

ρ_s - resistividade do condutor do estator;

l_{ms} - comprimento médio de uma espira das bobinas do estator $l_{ms} \cong 2l_e + D_i\pi/p$;

l_e - comprimento do pacote.

Assim sendo, a matriz de resistências do estator é apresentada em (2.36).

$$\mathbf{R}_{ss} = \begin{bmatrix} r_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_s \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

2.3. DESCRIÇÃO DOS ELEMENTOS DO ROTOR

2.3.1. MATRIZ DE INDUTÂNCIAS DO ROTOR

Com as m_r fases ocupando $2\pi(\text{rad})$ em ângulos elétricos, cada barra distancia-se da vizinha por um ângulo elétrico α_r , dado por (2.37).

$$\alpha_r = \frac{2\pi}{m_r} \quad (2.37)$$

Cada laço do rotor será considerado como uma fase. O laço é formado por duas barras consecutivas e os dois segmentos de anel que as unem sobre um par de polos do estator, a Figura 2.4 apresenta um par de polos do estator sobre o rotor com 27 barras, e servirá de base para as deduções apresentadas a seguir.

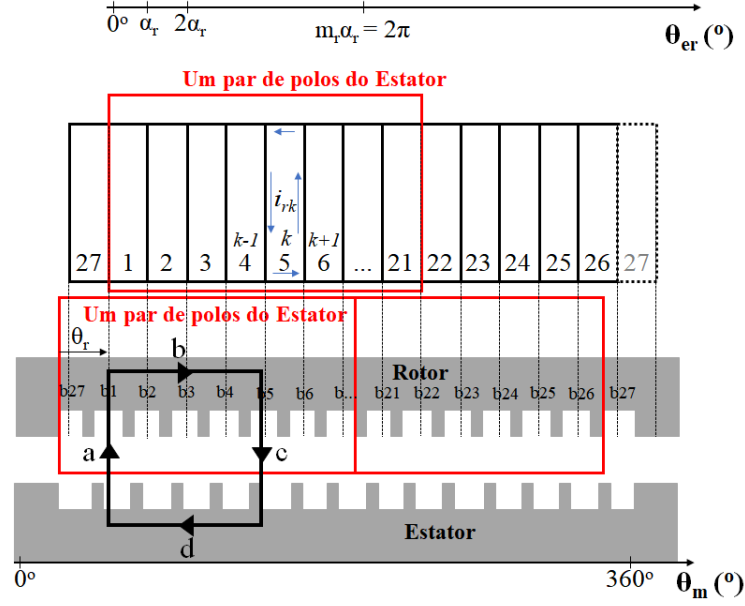


Figura 2.4 – Par de polos do estator sobre rotor

Onde: θ_{er} é o ângulo elétrico medido a partir da barra 1 do rotor.

Usando o teorema da superposição pode-se determinar a indutância própria da malha k . Tomando a Figura 2.4 com um procedimento similar ao apresentado no Apêndice A, a aplicação da lei de Ampère no percurso abcd.

Seja o campo $H(0)$, o campo em $\theta_{er} = 0$, se H_1 é o campo na região $0 \leq \theta_{er} \leq (k-1)\alpha_r$:

$$H_1(\theta_{er})g = H(0)g \quad (2.38)$$

Seja H_2 o campo na região $(k-1)\alpha_r \leq \theta_{er} \leq k\alpha_r$:

$$H(0)g - H_2(\theta_{er})g = -i_{rk} \quad (2.39)$$

Seja H_3 o campo na região $k\alpha_r \leq \theta_{er} \leq 2\pi$:

$$H_3(\theta_{er})g = H(0)g \quad (2.40)$$

Conforme descrito em LIPO (2017), define-se a relação entre H_1 e H_2 .

$$H_1(\theta_{er}) = -H_2(\theta_{er}) \frac{1}{m_r - 1} \quad (2.41)$$

Substituindo o termo $H_1(\theta_{er})$ na equação 2.39, encontramos a equação de H_2 (2.42), e consequentemente, substituindo a equação 2.42 em 2.41, encontra-se a equação para H_1 (2.43).

$$H_2(\theta_{er})g = \frac{m_r - 1}{m_r} i_{r1} \quad (2.42)$$

$$H_1(\theta_{er})g = -\frac{1}{m_r} i_{r1} \quad (2.43)$$

Assim, a densidade de fluxo no entreferro é apresentada nas equações a seguir:

$$B_1(\theta_{er}) = -\mu_0 \frac{1}{m_r} \frac{1}{g} i_{r1} \quad (2.44)$$

$$B_2(\theta_{er}) = \mu_0 \frac{m_r - 1}{m_r} \frac{1}{g} i_{r1} \quad (2.45)$$

Considerando a máquina não saturada, a área efetiva onde há distribuição de fluxo é o dente do rotor, logo o fluxo entra pelo dente e não pela ranhura. Assim a expressão (2.46) para o fluxo leva em consideração a área do dente e a densidade de fluxo.

$$\phi_{kk} = \mu_0 \frac{1}{m_r} \frac{(m_r - 1)}{m_r} \frac{1}{g} l_e \frac{(\tau_r - b_0)}{\tau_r} \frac{2\pi r_r}{p} i_{r1} \quad (2.46)$$

Onde τ_r é o passo da ranhura do rotor e b_0 a abertura da ranhura.

A indutância mútua L_{rM} do rotor deriva da expressão do fluxo concatenado com a fase do rotor, causado pela FMM criada pela corrente de malha, e será dada por (2.47).

$$L_{rM} = \mu_0 \frac{(m_r - 1)}{m_r^2} \frac{1}{g} l_e \frac{(\tau_r - b_0)}{\tau_r} \frac{2\pi r_r}{p} \quad (2.47)$$

A indutância própria de cada malha do rotor, apresentada em (2.48) será dada pela soma de L_{rM} com a indutância de dispersão (2.49).

$$L_{rr} = L_{rM} + L_{r\delta} \quad (2.48)$$

$$L_{r\delta} = L_{r\delta a} + L_{r\delta b} \quad (2.49)$$

Onde $L_{r\delta a}$ e $L_{r\delta b}$ são as indutâncias de dispersão das barras com os segmentos de anel.

Como o rotor possui 27 barras temos $m_r = 9$ fases no rotor. Assim a expressão (2.47) resulta em (2.50).

$$L_{rM} = \mu_0 \frac{8}{81} \frac{1}{g} l_e \frac{(\tau_r - b_0)}{\tau_r} \frac{2\pi r_r}{p} \quad (2.50)$$

r_r é a resistência de uma fase do rotor, sua expressão será apresentada posteriormente.

As matrizes de indutâncias mútuas e de dispersão são calculadas como descrito em PEREIRA, et al. (2006) e são apresentadas em (2.51) e (2.52), respectivamente.

Como as fases do rotor são malhas, as correntes de fase são as correntes dessas malhas, assim a corrente de cada barra pertence a duas malhas, logo a indutância está associada a duas malhas vizinhas, assim a matriz de indutâncias não é diagonal.

$$\mathbf{L}_{rrm} = \frac{1}{8} L_{rM} \begin{bmatrix} 8 & \text{↖} & \text{↖} & \text{↖} & \text{↖} & \text{↖} & \text{↖} & \text{↖} & \text{↖} \\ \text{↖} & 8 & \text{↖} & \text{↖} & \text{↖} & \text{↖} & \text{↖} & \text{↖} & \text{↖} \\ \text{↖} & \text{↖} & 8 & \text{↖} & \text{↖} & \text{↖} & \text{↖} & \text{↖} & \text{↖} \\ \text{↖} & \text{↖} & \text{↖} & 8 & \text{↖} & \text{↖} & \text{↖} & \text{↖} & \text{↖} \\ \text{↖} & \text{↖} & \text{↖} & \text{↖} & 8 & \text{↖} & \text{↖} & \text{↖} & \text{↖} \\ \text{↖} & \text{↖} & \text{↖} & \text{↖} & \text{↖} & 8 & \text{↖} & \text{↖} & \text{↖} \\ \text{↖} & \text{↖} & \text{↖} & \text{↖} & \text{↖} & \text{↖} & 8 & \text{↖} & \text{↖} \\ \text{↖} & \text{↖} & \text{↖} & \text{↖} & \text{↖} & \text{↖} & \text{↖} & 8 & \text{↖} \\ \text{↖} & \text{↖} & \text{↖} & \text{↖} & \text{↖} & \text{↖} & \text{↖} & \text{↖} & 8 \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

$$\mathbf{L}_{rr} = \begin{bmatrix} L_{r1} & \mathcal{L}_{r12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathcal{L}_{r19} \\ \mathcal{L}_{r12} & L_{r2} & \mathcal{L}_{r23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathcal{L}_{r23} & L_{r3} & \mathcal{L}_{r34} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathcal{L}_{r34} & L_{r4} & \mathcal{L}_{r45} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathcal{L}_{r45} & L_{r5} & \mathcal{L}_{r56} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathcal{L}_{r56} & L_{r6} & \mathcal{L}_{r67} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathcal{L}_{r67} & L_{r7} & \mathcal{L}_{r78} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathcal{L}_{r78} & L_{r8} & \mathcal{L}_{r89} \\ \mathcal{L}_{r19} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathcal{L}_{r89} & L_{r9} \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

2.3.2. MATRIZ DE RESISTÊNCIAS DO ROTOR

As resistências próprias do rotor, equação (2.53), são calculadas em duas partes: a resistência das duas barras e a resistência das duas partes dos anéis que ligam as duas barras.

$$R_r = 2R_{ra} + R_{rb} \quad (2.53)$$

No caso do rotor, existem resistências mútuas relativas às barras compartilhadas entre malhas vizinhas: $R_{kj} = -R_{rb}$ para $j = k - 1$ e $j = k + 1$.

Através do comprimento do segmento de anel (2.54), podemos calcular a resistência própria (2.55) e a resistência mútua (2.56).

$$l_e = r_r \frac{\mathcal{C}}{p} = r_r \frac{2\gamma}{pm_r} \quad (2.54)$$

$$R_{ra} = \frac{2r_r \gamma}{pm_r} \frac{1}{A_a} = \frac{D\gamma}{N_r} \frac{1}{A_a} \quad (2.55)$$

$$R_{rb} = \frac{l_e}{\cos \varphi} \frac{1}{A_b} \quad (2.56)$$

Onde:

$N_r = pm_r$ – Número total de barras do rotor;

A_a – área de seção do anel;

D – diâmetro da máquina;

β_r – ângulo de *skew* das barras do rotor;

A_b – área de seção das barras do rotor.

De modo análogo ao apresentado para as indutâncias, a corrente de cada barra do rotor é compartilhada por duas malhas, logo a resistência está associada a duas malhas vizinhas, assim a matriz de resistências não é diagonal como apresentado em (2.57).

$$\mathbf{R}_{rr} = \begin{bmatrix} R_r & \mathcal{R}_{rb} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathcal{R}_{rb} \\ \mathcal{R}_{rb} & R_r & \mathcal{R}_{rb} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathcal{R}_{rb} & R_r & \mathcal{R}_{rb} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathcal{R}_{rb} & R_r & \mathcal{R}_{rb} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathcal{R}_{rb} & R_r & \mathcal{R}_{rb} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathcal{R}_{rb} & R_r & \mathcal{R}_{rb} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathcal{R}_{rb} & R_r & \mathcal{R}_{rb} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathcal{R}_{rb} & R_r & \mathcal{R}_{rb} \\ \mathcal{R}_{rb} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathcal{R}_{rb} & R_r \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

2.4. MATRIZ DAS INDUTÂNCIAS ENTRE O ROTOR E O ESTATOR

Conforme apresentado por LIPO (2017) com a fase 1 do estator alimentada o fluxo que cruza a área da malha k do rotor é apresentado na equação (2.58):

$$\phi_{rk \rightarrow s1} = r_r l_e \frac{\mu_0}{g} \frac{4}{\pi} N_t \frac{1}{p} \sum_{h=1,3,5...}^{+\infty} \frac{k_h}{h^2} \text{sen} \frac{h(\alpha_r - \alpha_0)}{2} \text{sen} \left(h \left(\theta_r - (2q - 1) \frac{\gamma_e}{2} + \left(k - \frac{1}{2} \right) \alpha_r \right) \right) \quad (2.58)$$

Como há um deslocamento entre estator e rotor, a equação para uma fase k do rotor com uma fase 1 do estator será dada por (2.59):

$$L_{rks1} = \sum_{h=1,3,5...}^{+\infty} L_{rmh} \text{sen} \left(h \left(\theta_r - (2q - 1) \frac{\gamma_e}{2} + \left(k - \frac{1}{2} \right) \alpha_r \right) \right) \quad (2.59)$$

Sendo:

$$L_{rmh} = r_r l_e \frac{\mu_0}{g} \frac{4}{\pi} N_t \frac{1}{p} \frac{k_h}{h^2} \text{sen} \frac{h(\alpha_r - \alpha_0)}{2} \quad (2.60)$$

Definindo: $\alpha_x = \theta_r - (2q - 1) \frac{\gamma_e}{2} \frac{1}{2} \alpha_r$, podemos simplificar 2.59 para a equação (2.61).

$$L_{rks1} = \sum_{h=1,3,5...}^{+\infty} L_{rmh} \text{sen} (h(\alpha_x + (k - 1) \alpha_r)) \quad (2.61)$$

Assim uma indutância mútua da fase k do rotor com uma fase l do estator, será dada por:

$$L_{rksl} = \sum_{h=1,3,5...}^{+\infty} L_{rmh} \text{sen} (h(\alpha_x + (k - 1) \alpha_r - \alpha_l)) \quad (2.61)$$

Onde: α_l é o respectivo ângulo da fase correspondente: $\pi/6, 2\pi/3, 5\pi/6...$

Com base nessas informações a matriz de indutâncias mútuas $\mathbf{L}_{rs}$ é apresentada em (2.62).

Já a matriz de indutâncias entre Estator e Rotor $\mathbf{L}_{sr}$ é definida como a transposta da matriz de indutâncias entre Rotor e Estator. Dessa forma, temos a relação (2.63).

$$\mathbf{L}_{sr} = \mathbf{L}_{rs}^T \quad (2.63)$$

(2.62)

2.5. EQUAÇÕES DAS TENSÕES E FLUXOS

A tensão induzida em uma bobina qualquer é dada por (2.63).

$$v_i = \frac{d\lambda_i}{dt} \quad (2.63)$$

Na convenção receptor, a tensão nos terminais da bobina é apresentada em (2.64)

$$v_i = r i_i + \frac{d\lambda_i}{dt} \quad (2.65)$$

Assim, os vetores das tensões para o estator e rotor da máquina são apresentadas em (2.66) e (2.67), respectivamente.

$$\mathbf{V}_s = \mathbf{R}_{ss} \mathbf{i}_s + \frac{d\boldsymbol{\lambda}_s}{dt} \quad (2.66)$$

$$0 = \mathbf{R}_{rr} \mathbf{i}_r + \frac{d\boldsymbol{\lambda}_r}{dt} \quad (2.67)$$

Como o rotor é em Gaiola de Esquilo, temos em sua construção barras curto circuitadas, logo não existe o termo $\mathbf{V}_r$ para tensão no rotor.

Os termos $\boldsymbol{\lambda}_s$ e $\boldsymbol{\lambda}_r$ representam vetores dos fluxos do estator e rotor, respectivamente, suas equações são apresentadas em (2.68) e (2.69).

$$\boldsymbol{\lambda}_s = \mathbf{L}_{ss} \mathbf{i}_s + \mathbf{L}_{sr} \mathbf{i}_r \quad (2.68)$$

$$\boldsymbol{\lambda}_r = \mathbf{L}_{rr} \mathbf{i}_r + \mathbf{L}_{rs} \mathbf{i}_s \quad (2.69)$$

2.6. EXPRESSÃO DO CONJUGADO ELETROMAGNÉTICO

A expressão geral para a energia é dada por (2.70).

$$\mathbf{W} = \frac{1}{2} \mathbf{i}^T \mathbf{L} \mathbf{i} \quad (2.70)$$

Onde o termo $\mathbf{L}$, representa as matrizes de indutâncias e $\mathbf{i}$ é o vetor de correntes da máquina, conforme apresentados nas equações (2.71) e (2.72).

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{ss} & \mathbf{L}_{sr} \\ \mathbf{L}_{rs} & \mathbf{L}_{rr} \end{bmatrix} \quad (2.71)$$

$$\mathbf{i} = \begin{bmatrix} \mathbf{i}_s \\ \mathbf{i}_r \end{bmatrix} \quad (2.72)$$

O torque (2.73) é obtido pela derivando-se a energia em relação ao ângulo mecânico θ_m .

$$c_e = \frac{d\mathbf{W}}{d\theta_m} \quad (2.73)$$

Fazendo as devidas substituições, a expressão do torque (2.74) possui relação direta com as correntes e indutâncias mútuas.

$$c_e = p \mathbf{i}_r^T \left[\frac{d}{d\theta_r} \mathbf{L}_{rs} \right] \mathbf{i}_s = p \mathbf{i}_s^T \left[\frac{d}{d\theta_r} \mathbf{L}_{sr} \right] \mathbf{i}_r \quad (2.74)$$

O modelo completo da máquina, considerando todas as componentes harmônicas, é apresentado nas equações a seguir.

$$\lambda_s = \mathbf{L}_{ss} \mathbf{i}_s + \mathbf{L}_{sr} \mathbf{i}_r \quad (2.75)$$

$$\lambda_r = \mathbf{L}_{rr} \mathbf{i}_r + \mathbf{L}_{rs} \mathbf{i}_s \quad (2.76)$$

$$\mathbf{V}_s = \mathbf{R}_{ss}\mathbf{i}_s + \frac{d\lambda_s}{dt} \quad (2.77)$$

$$0 = \mathbf{R}_{rr}\mathbf{i}_r + \frac{d\lambda_r}{dt} \quad (2.78)$$

$$c_e = p\mathbf{i}_r^T \left[\frac{d}{d\theta_r} \mathbf{L}_{rs} \right] \mathbf{i}_s = p\mathbf{i}_s^T \left[\frac{d}{d\theta_r} \mathbf{L}_{sr} \right] \mathbf{i}_r \quad (2.79)$$

2.7. CONCLUSÕES

Este capítulo apresentou o desenvolvimento do modelo da máquina fazendo sua apresentação e descrevendo a teoria e cálculos analíticos dos componentes da máquina. Sendo possível sua representação matemática dos elementos elétricos e mecânicos, e o estabelecimento de relações entre os mesmos. As equações desenvolvidas servem de base para as análises e cálculos nas representações posteriores.

CAPÍTULO III – TRANSFORMAÇÃO DO MODELO

O modelo da máquina, equações (2.75) a (2.79), será transformado para um modelo de variáveis $\alpha\beta$ aplicando-se as matrizes de transformação apresentadas em (2.15) e (2.28).

As matrizes $\mathbf{T}_{s\alpha\beta}$ e $\mathbf{T}_{r\alpha\beta}$ serão ajustadas para $\mathbf{A}_s$ e $\mathbf{A}_r$, de modo que as novas matrizes de transformação sejam ortonormais. Dessa forma as transformações permitirão a conservação de energia entre os modelos (FUDEH, 1983).

$$\mathbf{A}_s = \sqrt{\frac{2}{6}} \mathbf{T}_{s\alpha\beta} \quad (3.1)$$

$$\mathbf{A}_r = \sqrt{\frac{2}{9}} \mathbf{T}_{r\alpha\beta} \quad (3.2)$$

Sendo assim uma variável $\mathbf{x}_{s\alpha\beta} = \mathbf{A}_s \mathbf{x}_s$ em que $\mathbf{x}_s$ é uma matriz de variáveis do estator a serem transformadas. E uma variável $\mathbf{x}_{r\alpha\beta} = \mathbf{A}_r \mathbf{x}_r$ em que $\mathbf{x}_r$ é uma matriz de variáveis do rotor a serem transformadas.

3.1. MODELO TRANSFORMADO PARA $\alpha\beta$

As expressões para os fluxos (3.2) e (3.3) e tensões (3.4) e (3.5), respectivamente do estator, rotor e conjugado eletromagnético (3.6) da máquina são apresentadas nas equações a seguir, todas estas variáveis passaram pela transformação.

$$\lambda_{s\alpha\beta} = \mathbf{L}_{ss\alpha\beta} \mathbf{i}_{s\alpha\beta} + \mathbf{L}_{sr\alpha\beta} \mathbf{i}_{r\alpha\beta} \quad (3.3)$$

$$\lambda_{s\alpha\beta} = \mathbf{L}_{rr\alpha\beta} \mathbf{i}_{r\alpha\beta} + \mathbf{L}_{rs\alpha\beta} \mathbf{i}_{s\alpha\beta} \quad (3.4)$$

$$\mathbf{v}_{s\alpha\beta} = r_s \mathbf{i}_{s\alpha\beta} + \frac{d\lambda_{s\alpha\beta}}{dt} \quad (3.5)$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{R}_{rr} \mathbf{i}_{r\alpha\beta} + \frac{d\lambda_{r\alpha\beta}}{dt} \quad (3.6)$$

$$c_e = p \mathbf{i}_{s\alpha\beta}^T \frac{d\mathbf{L}_{sr\alpha\beta}}{d\theta_r} \mathbf{i}_{r\alpha\beta} = p \mathbf{i}_{r\alpha\beta}^T \frac{d\mathbf{L}_{rs\alpha\beta}}{d\theta_r} \mathbf{i}_{s\alpha\beta} \quad (3.7)$$

Para realizar a transformação das matrizes de resistências e indutâncias aplicam-se as matrizes de transformação apresentadas anteriormente, deste modo teremos a transformação dessas matrizes apresentadas de (3.8) a (3.12).

$$\mathbf{L}_{ss\alpha\beta} = \mathbf{A}_s^T \mathbf{L}_{ss} \mathbf{A}_s \quad (3.8)$$

$$\mathbf{L}_{rr\alpha\beta} = \mathbf{A}_r^T \mathbf{L}_{rr} \mathbf{A}_r \quad (3.9)$$

$$\mathbf{R}_{rr\alpha\beta} = \mathbf{A}_r^T \mathbf{R}_{rr} \mathbf{A}_r \quad (3.10)$$

$$\mathbf{L}_{sr\alpha\beta} = \mathbf{A}_s^T \mathbf{L}_{sr} \mathbf{A}_r \quad (3.11)$$

$$\mathbf{L}_{rs\alpha\beta} = \mathbf{A}_r^T \mathbf{L}_{rs} \mathbf{A}_s \quad (3.12)$$

Percebe-se nas equações a seguir seguem uma limitação na ordem das componentes harmônicas de acordo com o número de fases. Por exemplo: para as seis tensões de fase basta considerar as três primeiras harmônicas, como uma componente $\alpha\beta$ é composta por duas outras componentes, as três primeiras harmônicas são suficientes para as tensões de fase, mantendo assim a relação de 6 variáveis antes e depois da transformação.

3.1.1. MATRIZ DE INDUTÂNCIAS PRÓPRIAS DO ESTATOR TRANSFORMADA PARA $\alpha\beta$

A matriz $\mathbf{L}_{ss\alpha\beta}$ obtida de (2.34) é apresentada em (3.13).

$$\mathbf{L}_{ss\alpha\beta} = \begin{bmatrix} l_{s1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & l_{s1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & l_{s3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l_{s3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & l_{s5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & l_{s5} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Onde os elementos da matriz de $\mathbf{L}_{ss\alpha\beta}$ são apresentados nas equações de (3.14) a (3.16).

$$l_{s1} = 3L_{sM} \left(\frac{k_h}{h} \right)^2 \left(\frac{2\pi}{h} \right)^2 \quad (3.14)$$

$$l_{s3} = 3L_{sM} \left(\frac{k_h}{h} \right)^2 \left(\frac{2\pi}{h} \right)^2 \quad (3.15)$$

$$l_{s5} = 3L_{sM} \left(\frac{k_h}{h} \right)^2 \left(\frac{2\pi}{h} \right)^2 \quad (3.16)$$

3.1.2. MATRIZ DE INDUTÂNCIAS PRÓPRIAS DO ROTOR TRANSFORMADA PARA $\alpha\beta$

A matriz $\mathbf{L}_{rr\alpha\beta}$ obtida de (2.48) é apresentada em (3.17).

$$\mathbf{L}_{rr\alpha\beta} = \begin{bmatrix} l_{r1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & l_{r1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & l_{r3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l_{r3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & l_{r5} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & l_{r5} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & l_{r7} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & l_{r7} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & l_{r9} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Onde os elementos da matriz de $\mathbf{L}_{rr\alpha\beta}$ são apresentados nas equações de (3.17) a (3.21).

$$l_{r1} = \frac{9}{8} L_{Mr} \left[L_{r\varphi} \cos 2\theta_9 + L_{r\theta} \right] \quad (3.17)$$

$$l_{r3} = \frac{9}{8} L_{Mr} \left[L_{r\varphi} \right] \quad (3.18)$$

$$l_{r5} = \frac{9}{8} L_{Mr} \left[L_{r\varphi} \cos 2\theta_9 + L_{r\theta} \right] \quad (3.19)$$

$$l_{r7} = \frac{9}{8} L_{Mr} \left[L_{r\varphi} \cos 2\theta_9 + L_{r\theta} \right] \quad (3.20)$$

$$l_{r9} = L_{r\varphi} \cos 2\theta_9 \quad (3.21)$$

3.1.3. MATRIZ DE RESISTÊNCIAS PRÓPRIAS DO ESTATOR TRANSFORMADA PARA $\alpha\beta$

A matriz $\mathbf{R}_{rr\alpha\beta}$ obtida de (2.57) é apresentada em (3.22).

$$\mathbf{R}_{rr\alpha\beta} = \begin{bmatrix} r_{r1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_{r1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_{r3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_{r3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_{r5} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_{r5} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_{r7} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_{r7} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_{r9} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Onde os elementos da matriz de $\mathbf{R}_{rr\alpha\beta}$ são apresentados nas equações de (3.23) a (3.27).

$$r_{r1} = R_r \angle 2 \cos\left(\frac{2\gamma}{9}\right) R_{rb} \quad (3.23)$$

$$r_{r3} = R_r \angle R_{rb} \quad (3.24)$$

$$r_{r5} = R_r \angle 2 \cos\left(\frac{\gamma}{9}\right) R_{rb} \quad (3.25)$$

$$r_{r7} = R_r \angle 2 \cos\left(\frac{5\gamma}{9}\right) R_{rb} \quad (3.26)$$

$$r_{r9} = R_r \angle 2 R_{rb} \quad (3.27)$$

3.1.4. MATRIZ DE INDUTÂNCIAS ENTRE O ROTOR E O ESTATOR TRANSFORMADA PARA $\alpha\beta$

Os elementos de indutâncias da máquina sofrem alteração de acordo com a ordem da componente harmônica aplicada. Na matriz de indutâncias fica claro o surgimento de novos elementos em diferentes posições por conta da ordem do harmônico aplicado.

A matriz de indutâncias mútuas transformada é composta de outras seis submatrizes apresentadas em (3.28):

$$\begin{aligned}
\mathbf{P}_h &= \begin{bmatrix} \sin \theta_r & \cos \theta_r \\ \cos \theta_r & \sin \theta_r \end{bmatrix} & \mathbf{N}_h &= \begin{bmatrix} \sin \theta_r & \cos \theta_r \\ \cos \theta_r & \sin \theta_r \end{bmatrix} \\
\mathbf{O}_h &= \begin{bmatrix} \sin \theta_r & \cos \theta_r \\ \cos \theta_r & \sin \theta_r \end{bmatrix} & \mathbf{Q}_h &= \begin{bmatrix} \sin \theta_r & \cos \theta_r \\ \cos \theta_r & \sin \theta_r \end{bmatrix} \\
\mathbf{Z}_h &= \begin{bmatrix} \sin \theta_r & \cos \theta_r \end{bmatrix} & \mathbf{H}_h &= \begin{bmatrix} \sin \theta_r & \cos \theta_r \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{3.28}$$

Para obter uma relação simplificada da representação, são definidas as relações abaixo:

$$\begin{aligned}
l_{sr\mathbf{P}(n)} &= \sqrt{9/2} \mathbf{L}_{rs(36x+n)} \mathbf{P}(36x+n) \\
l_{sr\mathbf{N}(n)} &= \sqrt{9/2} \mathbf{L}_{rs(36x+n)} \mathbf{N}(36x+n) \\
l_{sr\mathbf{O}(n)} &= \sqrt{9/2} \mathbf{L}_{rs(36x+n)} \mathbf{O}(36x+n) \\
l_{sr\mathbf{Q}(n)} &= \sqrt{9/2} \mathbf{L}_{rs(36x+n)} \mathbf{Q}(36x+n) \\
l_{sr\mathbf{Z}(n)} &= \sqrt{9/2} \mathbf{L}_{rs(36x+n)} \sqrt{2} \mathbf{Z}(36x+n) \\
l_{sr\mathbf{H}(n)} &= \sqrt{9/2} \mathbf{L}_{rs(36x+n)} \sqrt{2} \mathbf{H}(36x+n)
\end{aligned} \tag{3.29}$$

A matriz de indutâncias mútuas, obtida a partir de (2.64), até a 36° componente harmônica é apresentada em (3.29). As matrizes $\mathbf{O}$ são matrizes nulas, cuja ordem é indicada no texto.

$$\mathbf{L}_{rs} = \begin{bmatrix} l_{sr\mathbf{P00}} & l_{sr\mathbf{N05}} & l_{sr\mathbf{O07}} & l_{sr\mathbf{Q09}} \\ l_{sr\mathbf{P05}} & l_{sr\mathbf{N00}} & l_{sr\mathbf{O01}} & l_{sr\mathbf{Q03}} \\ l_{sr\mathbf{P03}} & l_{sr\mathbf{N03}} & l_{sr\mathbf{O03}} & l_{sr\mathbf{Q01}} \\ l_{sr\mathbf{P01}} & l_{sr\mathbf{N01}} & l_{sr\mathbf{O01}} & l_{sr\mathbf{Q00}} \\ l_{sr\mathbf{Z00}} & l_{sr\mathbf{H07}} & l_{sr\mathbf{O09}} & l_{sr\mathbf{Q09}} \end{bmatrix} \tag{3.30}$$

Necessitaremos da matriz transposta para aplicações posteriores, logo é necessário definir algumas relações para que a representação também seja simplificada.

$$\begin{aligned}
\mathbf{P}_h &= \mathbf{N}_h^T & \mathbf{Q}_h &= \mathbf{Q}_h^T \\
\mathbf{N}_h &= \mathbf{P}_h^T & \mathbf{O}_h &= \mathbf{O}_h^T \\
\mathbf{X}_h &= \begin{bmatrix} \sin(h\theta_r') \\ \cos(h\theta_r') \end{bmatrix} & \mathbf{U}_h &= \begin{bmatrix} \sin(h\theta_r') \\ \cos(h\theta_r') \end{bmatrix} \\
\mathbf{Z}_h &= \mathbf{X}_h^T & \mathbf{H}_h &= \mathbf{U}_h^T
\end{aligned} \tag{3.31}$$

Assim a matriz transposta é apresentada em (3.32):

(3.32)

$$\mathbf{L}_{rs}^T \otimes \mathbf{F} \left[\begin{array}{cccccc} l_{sr\mathbf{P}\mathbf{0}\mathbf{0}} \begin{smallmatrix} \equiv \\ \equiv \end{smallmatrix} l_{sr\mathbf{N}\mathbf{0}\mathbf{5}\mathbf{0}} & & & & & \\ & \Downarrow_2 \blacktriangleleft & l_{sr\mathbf{P}\mathbf{0}\mathbf{0}} \begin{smallmatrix} \equiv \\ \equiv \end{smallmatrix} l_{sr\mathbf{O}\mathbf{0}\mathbf{5}\mathbf{0}} \begin{smallmatrix} \equiv \\ \equiv \end{smallmatrix} l_{sr\mathbf{Q}\mathbf{0}\mathbf{1}\mathbf{0}} \begin{smallmatrix} \equiv \\ \equiv \end{smallmatrix} l_{sr\mathbf{N}\mathbf{0}\mathbf{3}\mathbf{0}} & & l_{sr\mathbf{O}\mathbf{0}\mathbf{3}\mathbf{0}} \begin{smallmatrix} \equiv \\ \equiv \end{smallmatrix} l_{sr\mathbf{Q}\mathbf{0}\mathbf{3}\mathbf{0}} & l_{sr\mathbf{N}\mathbf{0}\mathbf{1}\mathbf{0}} \begin{smallmatrix} \equiv \\ \equiv \end{smallmatrix} l_{sr\mathbf{P}\mathbf{0}\mathbf{5}\mathbf{0}} & \\ & & & \Downarrow_2 \blacktriangleleft & \Downarrow_2 \blacktriangleleft & \Downarrow_1 \blacktriangleleft \\ l_{sr\mathbf{O}\mathbf{0}\mathbf{7}\mathbf{0}} \begin{smallmatrix} \equiv \\ \equiv \end{smallmatrix} l_{sr\mathbf{Q}\mathbf{0}\mathbf{9}\mathbf{0}} & & \Downarrow_2 \blacktriangleleft & & l_{sr\mathbf{P}\mathbf{0}\mathbf{0}} \begin{smallmatrix} \equiv \\ \equiv \end{smallmatrix} l_{sr\mathbf{N}\mathbf{0}\mathbf{1}\mathbf{0}} & l_{sr\mathbf{Q}\mathbf{0}\mathbf{0}} \begin{smallmatrix} \equiv \\ \equiv \end{smallmatrix} l_{sr\mathbf{O}\mathbf{0}\mathbf{2}\mathbf{0}} & l_{sr\mathbf{Z}\mathbf{0}\mathbf{0}} \begin{smallmatrix} \equiv \\ \equiv \end{smallmatrix} l_{sr\mathbf{H}\mathbf{0}\mathbf{7}\mathbf{0}} \\ & & & & & & \Downarrow_1 \blacktriangleleft \end{array} \right]$$

3.1.5. MODELO PARA AS 36 PRIMEIRAS COMPONENTES HARMÔNICAS

As equações a seguir apresentam as expressões da máquina para as 36 primeiras harmônicas. Através da transformação possível determinar o modelo em variáveis de duas dimensões.

$$\begin{aligned} \mathbf{i}_{s\alpha\beta h} &= \begin{bmatrix} i_{sah} \\ i_{s\beta h} \end{bmatrix} & \mathbf{i}_{r\alpha\beta h} &= \begin{bmatrix} i_{rah} \\ i_{r\beta h} \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{\lambda}_{s\alpha\beta h} &= \begin{bmatrix} \lambda_{sah} \\ i_{s\beta h} \end{bmatrix} & \boldsymbol{\lambda}_{r\alpha\beta h} &= \begin{bmatrix} \lambda_{rah} \\ \lambda_{r\beta h} \end{bmatrix} \\ \mathbf{v}_{s\alpha\beta h} &= \begin{bmatrix} v_{sah} \\ v_{s\beta h} \end{bmatrix} & \boldsymbol{\phi} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.33)$$

Porém, como o número de fases do rotor é ímpar haverá uma componente isolada $\mathbf{i}_{r\alpha 9}$. A partir destas definições e das equações anteriores é possível determinar as equações dos fluxos para o estator, apresentadas a seguir.

$$\lambda_{s\alpha\beta 1} = l_{s1} \mathbf{i}_{s\alpha\beta 1} + \sum_{x=0}^{\infty} \begin{bmatrix} (l_{sr\mathbf{P}(1)} + l_{sr\mathbf{N}(35)}) \mathbf{i}_{r\alpha\beta 1} + \\ (l_{sr\mathbf{O}(13)} + l_{sr\mathbf{Q}(23)}) \mathbf{i}_{r\alpha\beta 5} + \\ (l_{sr\mathbf{N}(11)} + l_{sr\mathbf{P}(25)}) \mathbf{i}_{r\alpha\beta 7} \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

$$\lambda_{s\alpha\beta 3} = l_{s3} \mathbf{i}_{s\alpha\beta 3} + \sum_{x=0}^{\infty} \begin{bmatrix} (l_{sr\mathbf{P}(3)} + l_{sr\mathbf{O}(15)} + l_{sr\mathbf{Q}(21)} + l_{sr\mathbf{N}(33)}) \mathbf{i}_{r\alpha\beta 3} + \\ (l_{sr\mathbf{Z}(9)} + l_{sr\mathbf{H}(27)}) \mathbf{i}_{r\alpha\beta 9} \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

$$\lambda_{s\alpha\beta 5} = l_{s5} \mathbf{i}_{s\alpha\beta 5} + \sum_{x=0}^{\infty} \begin{bmatrix} (l_{sr\mathbf{O}(17)} + l_{sr\mathbf{Q}(19)}) \mathbf{i}_{r\alpha\beta 1} + \\ (l_{sr\mathbf{P}(5)} + l_{sr\mathbf{N}(31)}) \mathbf{i}_{r\alpha\beta 5} + \\ (l_{sr\mathbf{Q}(7)} + l_{sr\mathbf{O}(29)}) \mathbf{i}_{r\alpha\beta 7} \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

Fluxos para o rotor:

$$\lambda_{r\alpha\beta 1} = l_{r1}\mathbf{i}_{r\alpha\beta 1} + \sum_{x=0}^{\infty} \left[\begin{array}{l} (l_{sr\mathbf{P}(1)} + l_{sr\mathbf{N}(35)})\mathbf{i}_{s\alpha\beta 1} + \\ (l_{sr\mathbf{O}(17)} + l_{sr\mathbf{Q}(19)})\mathbf{i}_{s\alpha\beta 5} \end{array} \right] \quad (3.37)$$

$$\lambda_{r\alpha\beta 3} = l_{r3}\mathbf{i}_{r\alpha\beta 3} + \sum_{x=0}^{\infty} [(l_{sr\mathbf{P}(3)} + l_{sr\mathbf{O}(15)} + l_{sr\mathbf{Q}(21)} + l_{sr\mathbf{N}(33)})\mathbf{i}_{r\alpha\beta 3}] \quad (3.38)$$

$$\lambda_{r\alpha\beta 5} = l_{r5}\mathbf{i}_{r\alpha\beta 5} + \sum_{x=0}^{\infty} \left[\begin{array}{l} (l_{sr\mathbf{O}(13)} + l_{sr\mathbf{Q}(23)})\mathbf{i}_{s\alpha\beta 1} + \\ (l_{sr\mathbf{P}(5)} + l_{sr\mathbf{N}(31)})\mathbf{i}_{s\alpha\beta 5} \end{array} \right] \quad (3.39)$$

$$\lambda_{r\alpha\beta 7} = l_{r7}\mathbf{i}_{r\alpha\beta 7} + \sum_{x=0}^{\infty} \left[\begin{array}{l} (l_{sr\mathbf{N}(11)} + l_{sr\mathbf{P}(25)})\mathbf{i}_{s\alpha\beta 1} + \\ (l_{sr\mathbf{Q}(7)} + l_{sr\mathbf{O}(29)})\mathbf{i}_{s\alpha\beta 5} \end{array} \right] \quad (3.40)$$

$$\lambda_{r\alpha 9} = l_{r9}\mathbf{i}_{r\alpha 9} + \sum_{x=0}^{\infty} [(l_{sr\mathbf{Z}(9)} + l_{sr\mathbf{H}(27)})\mathbf{i}_{s\alpha 3}] \quad (3.41)$$

A partir das equações dos fluxos é possível desenvolver a equação para o conjugado eletromagnético:

$$\begin{aligned} c_e = & \sum_{x=0}^{\infty} p\mathbf{i}_{s\alpha\beta 1}^T \left(\frac{dl_{sr\mathbf{P}(1)}}{d\theta_r} + \frac{dl_{sr\mathbf{N}(35)}}{d\theta_r} \right) \mathbf{i}_{r\alpha\beta 1} + p\mathbf{i}_{s\alpha\beta 1}^T \left(\frac{dl_{sr\mathbf{O}(13)}}{d\theta_r} + \frac{dl_{sr\mathbf{Q}(23)}}{d\theta_r} \right) \mathbf{i}_{r\alpha\beta 5} \\ & + p\mathbf{i}_{s\alpha\beta 1}^T \left(\frac{dl_{sr\mathbf{N}(11)}}{d\theta_r} + \frac{dl_{sr\mathbf{P}(25)}}{d\theta_r} \right) \mathbf{i}_{r\alpha\beta 7} \\ & + \sum_{x=0}^{\infty} p\mathbf{i}_{s\alpha\beta 3}^T \left(\frac{dl_{sr\mathbf{P}(3)}}{d\theta_r} + \frac{dl_{sr\mathbf{O}(15)}}{d\theta_r} + \frac{dl_{sr\mathbf{Q}(21)}}{d\theta_r} + \frac{dl_{sr\mathbf{N}(33)}}{d\theta_r} \right) \mathbf{i}_{r\alpha\beta 3} \\ & + p\mathbf{i}_{s\alpha\beta 3}^T \left(\frac{dl_{sr\mathbf{Z}(9)}}{d\theta_r} + \frac{dl_{sr\mathbf{H}(27)}}{d\theta_r} \right) \mathbf{i}_{r\alpha\beta 9} \\ & + \sum_{x=0}^{\infty} p\mathbf{i}_{s\alpha\beta 5}^T \left(\frac{dl_{sr\mathbf{O}(17)}}{d\theta_r} + \frac{dl_{sr\mathbf{Q}(19)}}{d\theta_r} \right) \mathbf{i}_{r\alpha\beta 1} + p\mathbf{i}_{s\alpha\beta 5}^T \left(\frac{dl_{sr\mathbf{P}(5)}}{d\theta_r} + \frac{dl_{sr\mathbf{N}(31)}}{d\theta_r} \right) \mathbf{i}_{r\alpha\beta 5} \\ & + p\mathbf{i}_{s\alpha\beta 5}^T \left(\frac{dl_{sr\mathbf{Q}(7)}}{d\theta_r} + \frac{dl_{sr\mathbf{O}(29)}}{d\theta_r} \right) \mathbf{i}_{r\alpha\beta 7} \end{aligned} \quad (3.42)$$

Ainda é possível reescrever o modelo de uma forma mais simplificada, para isso usaremos as definições apresentadas nas equações (3.43) e (3.44).

$$\mathbf{i}_{ra\beta h}^{\mathbf{P}_h} = \mathbf{P}_h \mathbf{i}_{ra\beta h} \quad \mathbf{i}_{ra\beta h}^{\mathbf{Q}_h} = \mathbf{Q}_h \mathbf{i}_{ra\beta h} \quad (3.43)$$

$$\mathbf{i}_{ra\beta h}^{\mathbf{N}_h} = \mathbf{N}_h \mathbf{i}_{ra\beta h} \quad \mathbf{i}_{ra\beta h}^{\mathbf{O}_h} = \mathbf{O}_h \mathbf{i}_{ra\beta h}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{i}_{sa\beta h}^{\mathbf{P}_h} &= \mathbf{P}_h \mathbf{i}_{sa\beta h} & \mathbf{i}_{sa\beta h}^{\mathbf{Q}_h} &= \mathbf{Q}_h \mathbf{i}_{sa\beta h} \\ \mathbf{i}_{sa\beta h}^{\mathbf{N}_h} &= \mathbf{N}_h \mathbf{i}_{sa\beta h} & \mathbf{i}_{sa\beta h}^{\mathbf{O}_h} &= \mathbf{O}_h \mathbf{i}_{sa\beta h} \end{aligned} \quad (3.44)$$

$$l_{mh} = \sqrt{9/2} L_{rsh}$$

As equações a seguir apresentam o modelo completo para as 36 primeiras componentes harmônicas.

$$\begin{aligned} \lambda_{sa\beta 1} &= l_{s1} \mathbf{i}_{sa\beta 1} + l_{m1} \mathbf{i}_{ra\beta 1}^{\mathbf{P}_1} + l_{m55} \mathbf{i}_{ra\beta 1}^{\mathbf{N}_{35}} + l_{m13} \mathbf{i}_{ra\beta 5}^{\mathbf{O}_{13}} + l_{m23} \mathbf{i}_{ra\beta 5}^{\mathbf{Q}_{23}} + \\ &\quad + l_{m11} \mathbf{i}_{ra\beta 7}^{\mathbf{N}_{11}} + l_{m25} \mathbf{i}_{ra\beta 7}^{\mathbf{P}_{25}} \end{aligned} \quad (3.45)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{sa\beta 3} &= l_{s3} \mathbf{i}_{sa\beta 3} + l_{m3} \mathbf{i}_{ra\beta 3}^{\mathbf{P}_3} + l_{m15} \mathbf{i}_{ra\beta 3}^{\mathbf{O}_{15}} + l_{m21} \mathbf{i}_{ra\beta 3}^{\mathbf{Q}_{21}} + \\ &\quad + l_{m33} \mathbf{i}_{ra\beta 3}^{\mathbf{N}_{33}} + l_{m33} \mathbf{i}_{ra\beta 9}^{\mathbf{Z}_9} + l_{m33} \mathbf{i}_{ra\beta 9}^{\mathbf{H}_{27}} \end{aligned} \quad (3.46)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{sa\beta 5} &= l_{s5} \mathbf{i}_{sa\beta 5} + l_{m17} \mathbf{i}_{ra\beta 1}^{\mathbf{O}_{17}} + l_{m19} \mathbf{i}_{ra\beta 1}^{\mathbf{Q}_{19}} + l_{m5} \mathbf{i}_{ra\beta 5}^{\mathbf{P}_5} + l_{m31} \mathbf{i}_{ra\beta 5}^{\mathbf{N}_{31}} + \\ &\quad + l_{m7} \mathbf{i}_{ra\beta 7}^{\mathbf{Q}_7} + l_{m25} \mathbf{i}_{ra\beta 7}^{\mathbf{O}_{29}} \end{aligned} \quad (3.47)$$

$$\lambda_{ra\beta 1} = l_{r1} \mathbf{i}_{ra\beta 1} + l_{m1} \mathbf{i}_{sa\beta 1}^{\mathbf{P}_1} + l_{m55} \mathbf{i}_{sa\beta 1}^{\mathbf{N}_{35}} + l_{m17} \mathbf{i}_{sa\beta 5}^{\mathbf{O}_{17}} + l_{m19} \mathbf{i}_{sa\beta 5}^{\mathbf{Q}_{19}} \quad (3.48)$$

$$\lambda_{ra\beta 3} = l_{r3} \mathbf{i}_{ra\beta 3} + l_{m3} \mathbf{i}_{sa\beta 3}^{\mathbf{P}_3} + l_{m15} \mathbf{i}_{sa\beta 3}^{\mathbf{O}_{15}} + l_{m21} \mathbf{i}_{sa\beta 3}^{\mathbf{Q}_{21}} + l_{m33} \mathbf{i}_{sa\beta 3}^{\mathbf{N}_{33}} \quad (3.49)$$

$$\lambda_{ra\beta 5} = l_{r5} \mathbf{i}_{ra\beta 5} + l_{m13} \mathbf{i}_{sa\beta 1}^{\mathbf{O}_{13}} + l_{m23} \mathbf{i}_{sa\beta 1}^{\mathbf{Q}_{23}} + l_{m5} \mathbf{i}_{sa\beta 5}^{\mathbf{P}_5} + l_{m31} \mathbf{i}_{sa\beta 5}^{\mathbf{N}_{31}} \quad (3.50)$$

$$\lambda_{r\alpha\beta 7} = l_{r13}\mathbf{i}_{r\alpha\beta 13} + l_{m11}\mathbf{i}_{s\alpha\beta 1}^{\mathbf{N}_{11}} + l_{m25}\mathbf{i}_{s\alpha\beta 1}^{\mathbf{P}_{25}} + l_{m7}\mathbf{i}_{s\alpha\beta 5}^{\mathbf{Q}_7} + l_{m29}\mathbf{i}_{s\alpha\beta 5}^{\mathbf{O}_{29}} \quad (3.51)$$

$$\lambda_{r\alpha 9} = l_{r9}\mathbf{i}_{r\alpha 9} + l_{m9}\mathbf{i}_{s\alpha 3}^{\mathbf{Z}_9} + l_{m27}\mathbf{i}_{s\alpha 3}^{\mathbf{H}_{27}} \quad (3.52)$$

$$\mathbf{v}_{s\alpha\beta k} = r_s\mathbf{i}_{s\alpha\beta k} + \frac{d\lambda_{s\alpha\beta k}}{dt}, (k = 1,3,5) \quad (3.53)$$

$$\emptyset = r_{rk}\mathbf{i}_{r\alpha\beta k} + \frac{d\lambda_{r\alpha\beta k}}{dt}, (k = 1,3,5,7,9) \quad (3.54)$$

$$c_e = pl_{m1}\mathbf{i}_{s\alpha\beta 1}^T \mathbf{C}\mathbf{i}_{r\alpha\beta 1}^{P_1} + 3pl_{m3}\mathbf{i}_{s\alpha\beta 3}^T \mathbf{C}\mathbf{i}_{r\alpha\beta 3}^{P_3} + 5pl_{m5}\mathbf{i}_{s\alpha\beta 5}^T \mathbf{C}\mathbf{i}_{r\alpha\beta 5}^{P_5} - 7pl_{m7}\mathbf{i}_{s\alpha\beta 5}^T \mathbf{C}\mathbf{i}_{r\alpha\beta 7}^{Q_7} - 9pl_{m9}\mathbf{i}_{s\alpha 3}^T \mathbf{C}\mathbf{i}_{r\alpha\beta 9}^{Z_9} \quad (3.55)$$

Pela observação da equação do torque (3.55), as primeiras componentes do estator e rotor são relacionadas par a par, e depois começam a se relacionar com pares harmônicas distintas, o que deve ser nulo. Logo, se desprezarmos as componentes a partir da sétima e o modelo fica todo desacoplado.

3.1.6. MODELO TRANSFORMADO ATÉ A 5ª COMPONENTE HARMÔNICA

Considerando os elementos das matrizes e equações apresentadas, pode-se observar a contribuição de cada harmônico na composição do modelo.

Assim temos as equações para cada variável do modelo transformado até a 5ª componente harmônica, apresentadas de (3.56) a (3.60).

Com: $h = 1, 3, 5$.

$$\lambda_{s\alpha\beta h} = l_{sh}\mathbf{i}_{s\alpha\beta h} + l_{mh}\mathbf{P}_h\mathbf{i}_{r\alpha\beta h} \quad (3.56)$$

$$\lambda_{r\alpha\beta h} = l_{rh}\mathbf{i}_{r\alpha\beta h} + l_{mk}\mathbf{N}_h\mathbf{i}_{s\alpha\beta h} \quad (3.57)$$

$$\mathbf{v}_{s\alpha\beta h} = r_s \mathbf{i}_{s\alpha\beta h} + \frac{d\lambda_{s\alpha\beta h}}{dt} \quad (3.58)$$

$$\emptyset = r_h \mathbf{i}_{r\alpha\beta h} + \frac{d\lambda_{r\alpha\beta h}}{dt} \quad (3.59)$$

$$c_e = pl_{m1} \mathbf{i}_{s\alpha\beta 1}^T \mathbf{C} \mathbf{i}_{r\alpha\beta 1}^{P_1} + 3pl_{m3} \mathbf{i}_{s\alpha\beta 3}^T \mathbf{C} \mathbf{i}_{r\alpha\beta 3}^{P_3} + 5pl_{m5} \mathbf{i}_{s\alpha\beta 5}^T \mathbf{C} \mathbf{i}_{r\alpha\beta 5}^{P_5} \quad (3.60)$$

A título de apresentação, a equação (3.60) demonstra a contribuição das componentes harmônicas de terceira e quinta ordem na produção de torque da máquina.

Sendo:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.61)$$

$$\mathbf{i}_{s\alpha\beta h}^{P_h} = \mathbf{P}_h \mathbf{i}_{r\alpha\beta h} \quad (3.62)$$

A escolha das matrizes $\mathbf{P}_h$ e $\mathbf{N}_h$, nas expressões dos fluxos e conjugado, se dá por meio da teoria de indutores acoplados. Na transformação de variáveis $\alpha\beta$ aplicadas no fluxo e torque, a matriz vizinha as indutâncias próprias são as matrizes $\mathbf{P}_h$ e $\mathbf{N}_h$. Dessa forma, as demais são de tão baixa influência para o fluxo e torque que podem ser consideradas desprezíveis.

3.2. MUDANÇA DE REFERENCIAL DAS VARIÁVEIS DO ROTOR – TRANSFORMADA DE PARK

Como o modelo agora é desacoplado é possível realizar esta transformação, pois o número de variáveis do rotor e estator agora são os mesmos.

Na equação (3.63), a matriz $\mathbf{P}_h$ fornece uma rotação no eixo na corrente do rotor $\mathbf{i}_{r\alpha\beta h}$ de tal maneira que as componentes do vetor são dadas por (3.42).

$$\mathbf{i}_{s\alpha\beta h}^{P_h} = \mathbf{P}_h \mathbf{i}_{r\alpha\beta h} \quad (3.63)$$

As componentes desse vetor estão arranjadas com os fluxos e correntes do estator, $\lambda_{s\alpha\beta h}$ e $i_{s\alpha\beta h}$. Se os fluxos e correntes do rotor forem rotacionados por N_h , obtém-se uma nova representação do modelo ativo da máquina, em que todas as variáveis (rotor e estator) estarão num mesmo quadro de referência das variáveis do estator $\lambda_{s\alpha\beta h}$, $i_{s\alpha\beta h}$ e $v_{s\alpha\beta h}$.

Daqui em diante serão incluídas nas variáveis um índice para indicar em que quadro de referência estão sendo representadas. O índice que indica a referência do rotor é “r_h” e o do estator será “s_h”.

$$\mathbf{x}_{s\alpha\beta h}^{s_k} = \mathbf{x}_{s\alpha\beta h} \quad (3.64)$$

$$\mathbf{x}_{r\alpha\beta h}^{r_k} = \mathbf{x}_{r\alpha\beta h} \quad (3.65)$$

As componentes do vetor do rotor podem ser convertidas para a referência do estator através de (3.66) e (3.67).

$$x_{r\alpha\beta h}^{s_h} = x_{r\alpha\beta h}^{p_h} = \mathbf{P}_h x_{r\alpha\beta h}^{r_k} \quad (3.66)$$

$$x_{r\alpha\beta h}^{r_h} = \mathbf{P}_h^{-1} x_{r\alpha\beta h}^{p_h} = \mathbf{N}_h x_{r\alpha\beta h}^{s_h} \quad (3.67)$$

Assim o modelo transformado é apresentado nas equações de (3.68) a (3.73).

$h = 1, 3, 5$.

$$\lambda_{s\alpha\beta h}^{s_h} = l_{sh} i_{s\alpha\beta h}^{s_h} + l_{mh} i_{r\alpha\beta h}^{s_h} \quad (3.68)$$

$$\lambda_{r\alpha\beta h}^{s_h} = l_{rh} i_{r\alpha\beta h}^{s_h} + l_{mh} i_{s\alpha\beta h}^{s_h} \quad (3.69)$$

$$v_{s\alpha\beta h}^{s_h} = r_s i_{s\alpha\beta h}^{s_h} + \frac{d\lambda_{s\alpha\beta h}^{s_h}}{dt} \quad (3.70)$$

$$\emptyset = r_r i_{r\alpha\beta h}^{s_h} + h\omega_r \mathbf{D} \lambda_{r\alpha\beta h}^{s_h} + \frac{d\lambda_{r\alpha\beta h}^{s_h}}{dt} \quad (3.71)$$

$$c_{eh} = pkl_m i_{s\alpha\beta h}^{s_h T} \mathbf{C} i_{r\alpha\beta h}^{s_h} = phl_m \left(i_{sah}^{s_h} i_{r\beta h}^{s_h} - i_{rah}^{s_h} i_{s\beta h}^{s_h} \right) \quad (3.72)$$

$$c_e = \sum_{h=1,3,5} c_{eh} \quad (3.73)$$

Onde:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.74)$$

E $\omega_r = \frac{d\theta_r}{dt}$ é a velocidade elétrica da máquina em rad/s.

3.3. MODELO DA MÁQUINA EM UM REFERENCIAL GENÉRICO

O modelo da máquina com referencial no estator, apresentado anteriormente, pode ser convertido em um referencial genérico, rotacionando todos os vetores representados no referencial do estator (“s_h”) com um ângulo genérico δ_{gh} . Os vetores no novo referencial são indicados por um índice “g_h”. Por fim a transformação pode ser aplicada para qualquer estator e rotor.

$$\mathbf{x}_{\alpha\beta h}^{g_h} = \mathbf{G}_h \mathbf{x}_{\alpha\beta h}^{s_h} \quad (3.75)$$

$$\mathbf{x}_{\alpha\beta h}^{s_h} = \mathbf{G}_h^{-1} \mathbf{x}_{\alpha\beta h}^{g_h} \quad (3.76)$$

Sendo:

$$\mathbf{G}_h = \begin{bmatrix} \sin(\delta_{gh}) & \cos(\delta_{gh}) \\ -\cos(\delta_{gh}) & \sin(\delta_{gh}) \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{G}_h^{-1} = \begin{bmatrix} \sin(\delta_{gh}) & -\cos(\delta_{gh}) \\ \cos(\delta_{gh}) & \sin(\delta_{gh}) \end{bmatrix} \quad (3.77)$$

O modelo transformado resultará nas equações apresentadas em (3.78) a (3.83).

$$\lambda_{s\alpha\beta h}^{g_h} = l_{sh} \mathbf{i}_{s\alpha\beta h}^{g_h} + l_{mh} \mathbf{i}_{r\alpha\beta h}^{g_h} \quad (3.78)$$

$$\lambda_{r\alpha\beta h}^{g_h} = l_{rh} \mathbf{i}_{r\alpha\beta h}^{g_h} + l_{mh} \mathbf{i}_{s\alpha\beta h}^{g_h} \quad (3.79)$$

$$\mathbf{v}_{s\alpha\beta h}^{g_h} = r_s \mathbf{i}_{s\alpha\beta h}^{g_h} + \frac{d\lambda_{s\alpha\beta h}^{g_h}}{dt} + \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{gh} \\ \omega_{gh} & 0 \end{bmatrix} \lambda_{s\alpha\beta h}^{g_h} \quad (3.80)$$

$$\emptyset = r_r \mathbf{i}_{r\alpha\beta k}^{g_k} + \frac{d\lambda_{r\alpha\beta k}^{g_k}}{dt} + \begin{bmatrix} 0 & -(\omega_{gh} - h_{\omega r}) \\ (\omega_{gk} - h_{\omega r}) & 0 \end{bmatrix} \lambda_{r\alpha\beta h}^{g_h} \quad (3.81)$$

$$c_{eh} = phl_m \mathbf{i}_{s\alpha\beta h}^{g_h T} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{i}_{r\alpha\beta h}^{g_h} = phl_m \left(\mathbf{i}_{rah}^{g_h} \mathbf{i}_{s\beta h}^{g_h} - \mathbf{i}_{sah}^{g_h} \mathbf{i}_{r\beta h}^{g_h} \right) \quad (3.82)$$

$$c_e = \sum_{h=1,3,5} c_{eh} \quad (3.83)$$

Onde $\omega_{gh} = \frac{d\delta_{gh}}{dt}$ é a velocidade no referencial genérico para cada componente harmônico.

3.4. REPRESENTAÇÃO COMPLEXA DO MODELO DA MÁQUINA

Vamos definir a representação complexa, com as partes reais e imaginárias para qualquer vetor de estator ou rotor $\mathbf{x}_{\alpha\beta h}^{g_h}$.

$$\hat{\mathbf{x}}_{s\beta\alpha h}^{g_h} = \frac{1}{2} \left(\mathbf{x}_{s\beta h}^{g_h} + j \mathbf{x}_{sah}^{g_h} \right) \quad (3.84)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{r\beta\alpha h}^{g_h} = \frac{1}{2} \left(\mathbf{x}_{r\beta h}^{g_h} + j \mathbf{x}_{rah}^{g_h} \right) \quad (3.85)$$

Essas quantidades complexas e seus conjugados podem ser obtidos pela transformação apresentada em (3.86).

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_{s\beta\alpha h}^{g_h} \\ \hat{\mathbf{x}}_{s\beta\alpha h}^{g_h*} \end{bmatrix} = \mathbf{T}_c \mathbf{x}_{s\alpha\beta h}^{g_h} \quad \text{e} \quad \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_{r\beta\alpha h}^{g_h} \\ \hat{\mathbf{x}}_{r\beta\alpha h}^{g_h*} \end{bmatrix} = \mathbf{T}_c \mathbf{x}_{r\alpha\beta h}^{g_h} \quad (3.86)$$

Sendo:

$$\mathbf{T}_c = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} i & 0 \\ -i & 0 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{T}_c^{-1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} -i & i \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.87)$$

Aplicando a transformação obtemos o modelo da máquina simplificado, em (3.88) a (3.88).

$$\hat{\lambda}_{s\beta\alpha h}^{g_h} = l_{sk}\hat{i}_{s\beta\alpha h}^{g_h} + l_{mh}\hat{i}_{r\beta\alpha h}^{g_h} \quad (3.88)$$

$$\hat{\lambda}_{r\beta\alpha h}^{g_h} = l_{sk}\hat{i}_{r\beta\alpha h}^{g_h} + l_{mh}\hat{i}_{s\beta\alpha h}^{g_h} \quad (3.89)$$

$$\hat{v}_{s\beta\alpha h}^{g_h} = r_s\hat{i}_{s\beta\alpha h}^{g_h} + j\omega_{gh}\hat{\lambda}_{s\beta\alpha h}^{g_h} + \frac{d\hat{\lambda}_{s\beta\alpha h}^{g_h}}{dt} \quad (3.90)$$

$$\emptyset = r_r\hat{i}_{r\beta\alpha h}^{g_h} + j(\omega_{gh} - h\omega_r)\hat{\lambda}_{r\beta\alpha h}^{g_h} + \frac{d\hat{\lambda}_{r\beta\alpha h}^{g_h}}{dt} \quad (3.91)$$

$$c_{eh} = jpk l_{mh} \left(\hat{i}_{s\beta\alpha h}^{g_h*} \hat{i}_{r\beta\alpha h}^{g_h} - \hat{i}_{s\beta\alpha h}^{g_h} \hat{i}_{r\beta\alpha h}^{g_h*} \right) = ph l_{mh} \left(\hat{i}_{s\alpha h}^{g_h} \hat{i}_{r\beta h}^{g_h} - \hat{i}_{r\alpha h}^{g_h} \hat{i}_{s\beta h}^{g_h} \right) \quad (3.92)$$

$$c_e = \sum_{h=1,3,5} c_{eh} \quad (3.93)$$

Cada FMM do modelo complexo pode ser visto como uma máquina de indução independente, que pode ser alimentada independentemente por um sistema balanceado de duas fases. A contribuição dos torques de cada máquina resulta em um torque equivalente apresentado em (3.93). Dessa forma a injeção de componentes harmônicos no acionamento da máquina contribui com o aumento do torque.

3.5. MODELO DE ESTADO ESTACIONÁRIO

Como as máquinas estão desacopladas, cada par de componentes de tensão pode ter suas frequências escolhidas de forma independente. Assume-se que cada componente do estator na referência estacionária, $\hat{v}_{s\alpha\beta h}^{s_h}$, como um sistema bifásico senoidal equilibrado com frequência ω_{vh} .

Para colocar o modelo da máquina com cada componente harmônico na estrutura de referência síncrona dessa tensão específica, teremos: $\omega_{gh} = \omega_{vh}$ e temos (3.94).

$$\delta_{gh} = \omega_{vh}t + \delta_{oh} \quad (3.94)$$

Na transformação do referencial genérico para o referencial síncrono de cada componente, g_h tende para v_h . Portanto no estado estacionário as variáveis da máquina na referência síncrona serão dadas por (3.96) a (3.100).

$$\hat{\lambda}_{s\beta\alpha h}^{v_h} = l_{sh}\hat{\mathbf{i}}_{s\beta\alpha h}^{v_h} + l_{mh}\hat{\mathbf{i}}_{r\beta\alpha h}^{v_h} \quad (3.96)$$

$$\hat{\lambda}_{r\beta\alpha h}^{v_h} = l_{sk}\hat{\mathbf{i}}_{r\beta\alpha h}^{v_h} + l_{mk}\hat{\mathbf{i}}_{s\beta\alpha h}^{v_h} \quad (3.97)$$

$$\hat{\mathbf{v}}_{s\beta\alpha h}^{v_h} = r_s\hat{\mathbf{i}}_{s\beta\alpha h}^{v_h} + j\omega_{vh}\hat{\lambda}_{s\beta\alpha h}^{v_h} \quad (3.98)$$

$$\emptyset = r_r\hat{\mathbf{i}}_{r\beta\alpha h}^{v_h} + j(\omega_{vh} - h\omega_r)\hat{\lambda}_{r\beta\alpha h}^{v_h} \quad (3.99)$$

$$c_{eh} = jphl_{mh} \left(\hat{\mathbf{i}}_{s\beta\alpha k}^{v_{h*}} \hat{\mathbf{i}}_{r\beta\alpha k}^{v_h} - \hat{\mathbf{i}}_{s\beta\alpha k}^{v_h} \hat{\mathbf{i}}_{r\beta\alpha k}^{v_{h*}} \right) = phl_{mh} \left(\mathbf{i}_{sah}^{v_h} \mathbf{i}_{r\beta h}^{v_h} - \mathbf{i}_{rah}^{v_h} \mathbf{i}_{s\beta h}^{v_h} \right) \quad (3.100)$$

$$c_e = \sum_{h=1,3,5} c_{eh} \quad (3.101)$$

As tensões e conjugado do modelo anterior podem ser escritas em função das tensões e correntes, assim é apresentado nas equações de (3.102) a (3.80).

$$\hat{\mathbf{v}}_{s\beta\alpha h}^{v_h} = r_s\hat{\mathbf{i}}_{s\beta\alpha h}^{v_h} + j\omega_{vh}l_{sh}\hat{\mathbf{i}}_{s\beta\alpha h}^{v_h} + j\omega_{vh}l_{mh}\hat{\mathbf{i}}_{r\beta\alpha h}^{v_h} \quad (3.102)$$

$$\emptyset = r_{rh}\hat{\mathbf{i}}_{r\beta\alpha h}^{v_h} + j\omega_{vhr}l_{rh}\hat{\mathbf{i}}_{r\beta\alpha h}^{v_h} + j\omega_{vhr}l_{mh}\hat{\mathbf{i}}_{s\beta\alpha h}^{v_h} \quad (3.103)$$

$$c_{eh} = jpk_{mh} \left(\hat{\mathbf{i}}_{s\beta\alpha h}^{v_{h*}} \hat{\mathbf{i}}_{r\beta\alpha h}^{v_h} - \hat{\mathbf{i}}_{s\beta\alpha h}^{v_h} \hat{\mathbf{i}}_{r\beta\alpha h}^{v_{h*}} \right) \quad (3.104)$$

Sendo:

$$\omega_{vhr} = \omega_{vh} + h\omega_r \quad (3.105)$$

Definindo:

$$\hat{\mathbf{i}}_{m\beta\alpha h}^{vh} = \hat{\mathbf{i}}_{s\beta\alpha h}^{vh} + \hat{\mathbf{i}}_{r\beta\alpha h}^{vh} \quad (3.106)$$

as equações podem ser escritas como:

$$\hat{\mathbf{v}}_{s\beta\alpha h}^{vh} = r_s \hat{\mathbf{i}}_{s\beta\alpha h}^{vh} + j\omega_{vh} l_{lsh} \hat{\mathbf{i}}_{s\beta\alpha h}^{vh} + j\omega_{vh} l_{mh} \hat{\mathbf{i}}_{m\beta\alpha h}^{vh} \quad (3.107)$$

$$\emptyset = \frac{r_{rh}}{\sigma_h} \hat{\mathbf{i}}_{r\beta\alpha h}^{vh} + j\omega_{vh} l_{lrh} \hat{\mathbf{i}}_{r\beta\alpha h}^{vh} + j\omega_{vh} l_{mh} \hat{\mathbf{i}}_{m\beta\alpha h}^{vh} \quad (3.108)$$

Com o escorregamento:

$$\sigma_h = \frac{\omega_{vh} - h\omega_r}{\omega_{vh}} \quad (3.109)$$

E as indutâncias:

$$l_{lsh} = l_{sh} - l_{mh} \quad (3.110)$$

$$l_{lrh} = l_{rh} - l_{mh} \quad (3.111)$$

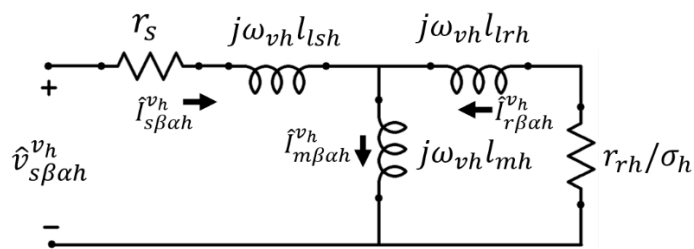


Figura 3.1 – Circuito equivalente

3.6. CONCLUSÕES

Neste capítulo foram apresentadas as novas representações que simplificam e dão novas ferramentas de análise sobre a máquina. A transformação das variáveis permite não apenas a simplificação do modelo, mas também que o mesmo possa ser analisado em regime permanente, fornecendo assim os elementos necessários as análises de ganho de torque, as quais são alvo deste trabalho.

CAPÍTULO IV – ANÁLISES DOS CIRCUITOS DE REGIME PERMANENTE

Neste capítulo é apresentada a análise do ganho de torque pela injeção de componentes harmônicas no modelo em estado estacionário ou regime permanente.

A curva característica da Figura 4.1 apresenta o torque em função da velocidade rotórica ω_r ou do escorregamento σ_h .

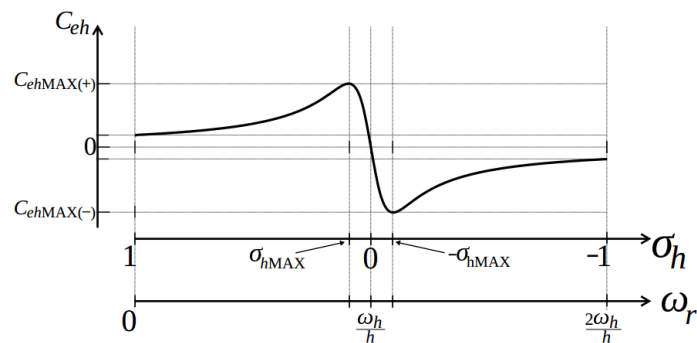


Figura 4.1 – Curvas genérica Torque × Velocidade

Analisando a curva da Figura 4.1 podemos observar que com uma frequência de alimentação igual a $\omega_h = h\omega_s$ a curva cai no mesmo ponto ω_h/h . Se a frequência de estado estacionário de cada componente for escolhida para ser $\omega_h = h\omega_s$, todas as componentes harmônicas terão velocidade síncrona na mesma velocidade do rotor.

A partir das equações (3.107) e (3.108) a curva de torque de estado estacionário para cada componente harmônico pode ser encontrada através da equação (4.1).

$$C_{eh} = 2ph \frac{\omega_h l_{mh}^2}{\left(r_s \frac{r_{rh}}{\sigma_h} - \omega_h^2 \frac{l_{sh} l_{rh}}{\kappa_h}\right)^2 + \omega_h^2 \left(r_s l_{rh} + l_{sh} \frac{r_{rh}}{\sigma_h}\right)^2} \frac{r_{rh}}{\sigma_h} |\hat{v}_{s\beta ah}^{vh}|^2 \quad (4.1)$$

Sendo:

$$\kappa_h = \frac{l_{sh} l_{rh}}{l_{sh} l_{rh} - l_{mh}^2} = \frac{1}{1 - \frac{l_{mh}^2}{l_{sh} l_{rh}}} \quad (4.2)$$

A Figura 4.2 apresenta os gráficos Torque × Velocidade simulados, considerando os parâmetros construtivos da máquina, para as três primeiras componentes harmônicas na máquina hexafásica.

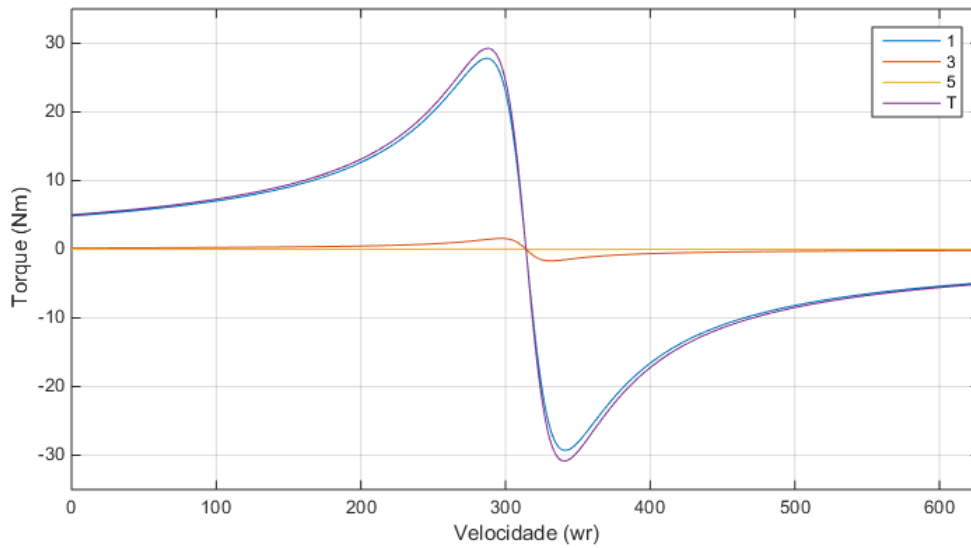


Figura 4.2 – Torque × Velocidade para cada componente harmônica

A legenda indica a curva correspondente a componente harmônica, o símbolo T na legenda indica a somatória da contribuição particular de cada torque.

Da Figura 4.2, pode-se observar que cada componente harmônico espacial se comporta como uma máquina de $p \times h$ polos. As curvas são apresentadas para uma frequência síncrona $\omega_s = 100\pi$, cada componente de frequência foi escolhido como $\omega_h = h\omega_s$, assim a amplitude da tensão é escolhida como:

$$|\hat{v}_{s\beta\alpha h}^{vh}| = \frac{|\hat{v}_{s\beta\alpha 1}^{v1}|}{h} \quad (4.3)$$

Dessa forma, o torque total é melhorado pela injeção das terceira e quinta componentes harmônicas nas tensões de fase. Percebe-se também que, a medida que a ordem da componente harmônica aumenta, menor será sua contribuição no ganho de torque. Isso pode ser observado no gráfico da Figura 4.3 que apresenta de forma ampliada as contribuições de torque das componentes de terceiro e quinto harmônico espacial.

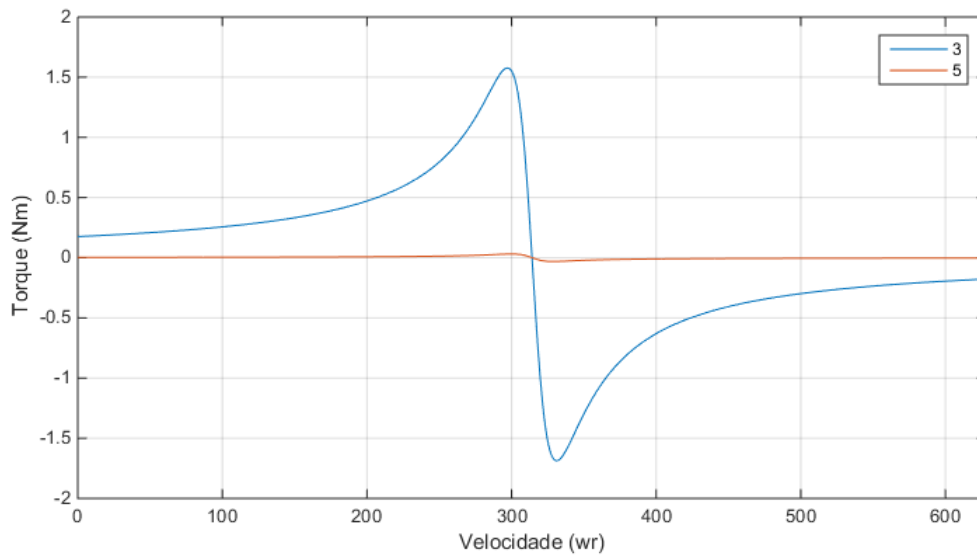


Figura 4.3 – Torque × Velocidade terceiro e quinto harmônicos

A componente de terceiro harmônico tem valor mais expressivo na contribuição do torque. Para efeitos de comparação a Tabela 4.1 fornece um comparativo entre os valores máximos de torque obtidos para cada componente harmônico.

Tabela 4.1 - Torques máximos para cada componente harmônico

$C_{e\max}$	$C_{e1\max}$	$C_{e3\max}$	$C_{e5\max}$
29.26 N.m	27.79 N.m	1.57 N.m	0.03 N.m
$C_{e\max}/C_{e1\max}$	$C_{e3\max}/C_{e1\max}$	$C_{e5\max}/C_{e1\max}$	
1.05 N.m	0.056 N.m	0.001N.m	

Nota-se que o torque total $C_{e\max}$ é 5% maior que o torque produzido pela componente fundamental $C_{e1\max}$ sozinho. Por outro lado, o torque produzido pela componente de quinto harmônico pode ser considerado desprezível.

Através das equações apresentadas no capítulo anterior, podemos perceber que os componentes do circuito de regime permanente sofrem modificação, a depender da componente harmônica injetada no modelo. A tabela 4.2 apresenta os principais as impedâncias em função das componentes harmônicas simuladas.

Tabela 4.2 – Impedâncias do circuito equivalente

	1º Harmônico	3º Harmônico	5º Harmônico
Impedância Equivalente	0.0298 Ω	0.0173 Ω	0.0038 Ω

Além de baixo torque, como apresentado anteriormente, a medida que se aumenta a ordem da componente harmônica é reduzida o valor da impedância equivalente da máquina. Isso acarretará um aumento na corrente gerando esforços na máquina.

4.1. CONCLUSÕES

Este capítulo constitui a análise teórica do ganho de torque em função da injeção de componentes harmônicos no modelo da máquina. Assim foi possível definir que as primeiras componentes contribuem de forma mais significativa para o ganho de torque.

Além disso, é possível analisar a redução da impedância da máquina com a elevação da ordem do harmônico injetado, ou seja, as componentes de ordem mais elevada, além de ter baixíssima contribuição na elevação do conjugado eletromagnético, provocam um aumento na corrente o que pode afetar a vida útil da máquina.

CAPÍTULO V – SIMULAÇÃO DINÂMICA

Este capítulo apresentará as simulações de comportamento dinâmico da máquina de seis fases considerando a componente fundamental e a aplicação de correntes harmônicas. Serão apresentadas as curvas de torque para as primeiras harmônicas espaciais.

5.1. SIMULAÇÃO COM AS TRÊS PRIMEIRAS COMPONENTES HARMÔNICAS

O gráfico da Figura 5.1 apresenta a curva de torque considerando apenas a componente fundamental em 50 Hz. No tempo de 2s foi aplicada uma carga com valor de 2 N. m. A mesma carga será aplicada em outros casos para fins de comparação.

Também para a componente fundamental é apresentada a curva de velocidade da máquina, Figura 5.2, a qual sofre uma perturbação e apresenta queda em seu valor quando o conjugado mecânico é inserido.

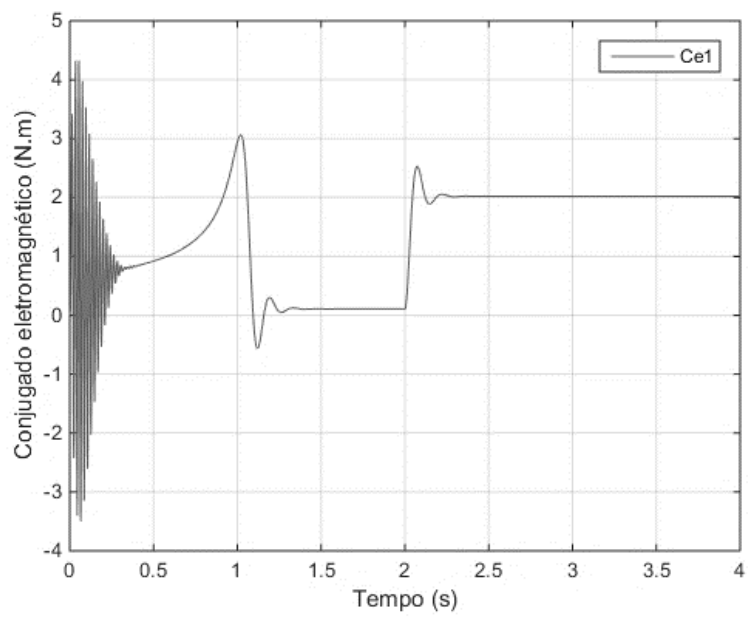


Figura 5.1 – Torque para componente fundamental

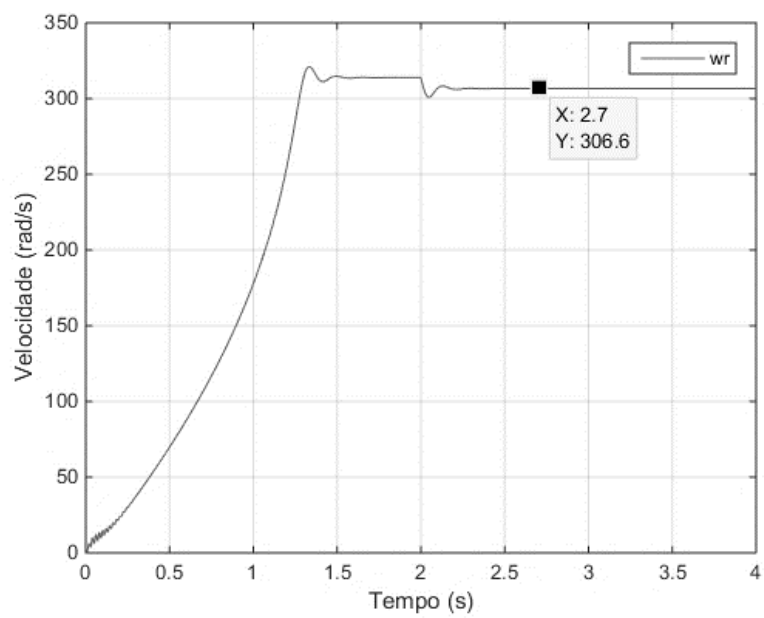


Figura 5.2 – Velocidade rotórica para componente fundamental

Aplicando-se a componente de terceiro harmônico, nota-se uma elevação do conjugado eletromagnético para a mesma carga mecânica.

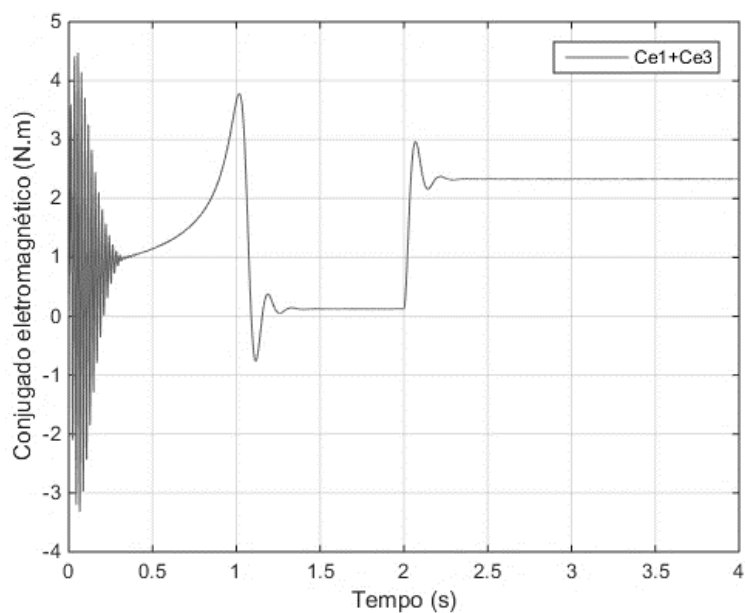


Figura 5.3 – Torque para fundamental somado ao 3º harmônico

Com relação a velocidade também é possível notar uma pequena elevação mesmo sob carga mecânica após decorridos 2s.

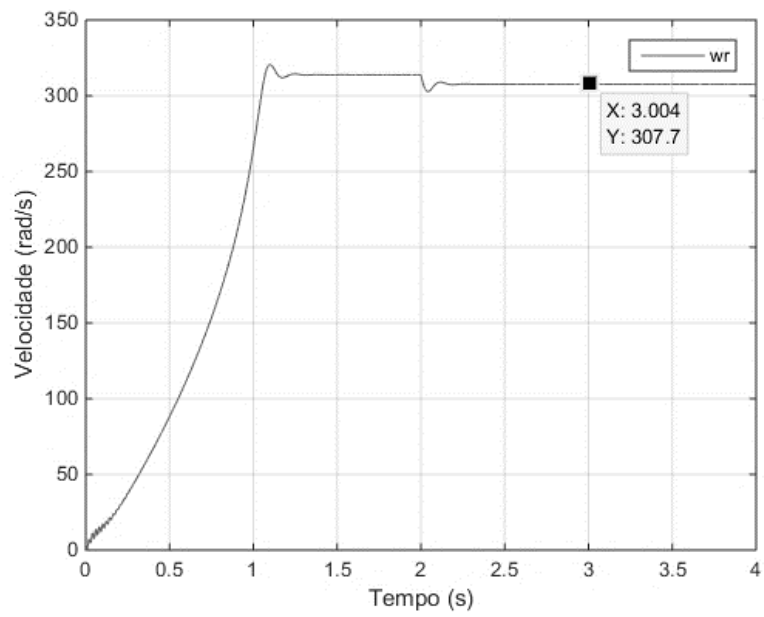


Figura 5.4 – Velocidade rotórica para fundamental somado ao 3º harmônico

Com a adição do 5º harmônico teremos as curvas a seguir:

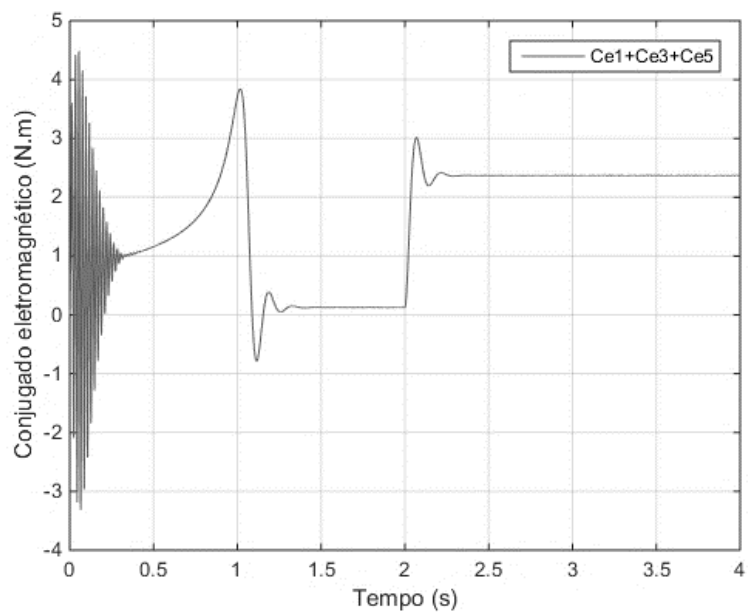


Figura 5.5 – Torque para fundamental somado ao 3º e 5º harmônicos

Nota-se que a elevação do conjugado é relativamente desprezível em relação a componente de terceiro harmônico, o mesmo pode ser dito da velocidade, Figura 5.6.

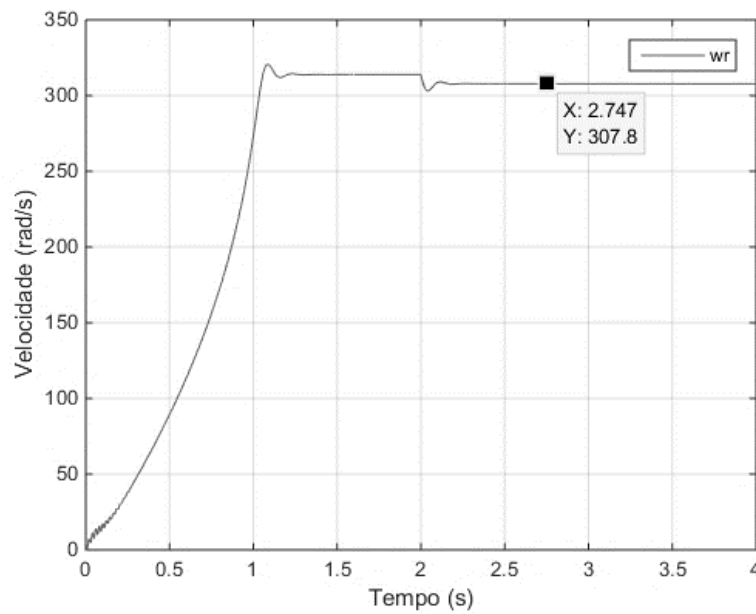


Figura 5.6 – Velocidade rotórica para fundamental somado ao 3º e 5º harmônicos

As figuras a seguir mostram as contribuições individuais de torque para as componentes de terceiro e quinto harmônicos operando sob mesma carga, inserida no mesmo intervalo de tempo apresentado anteriormente.

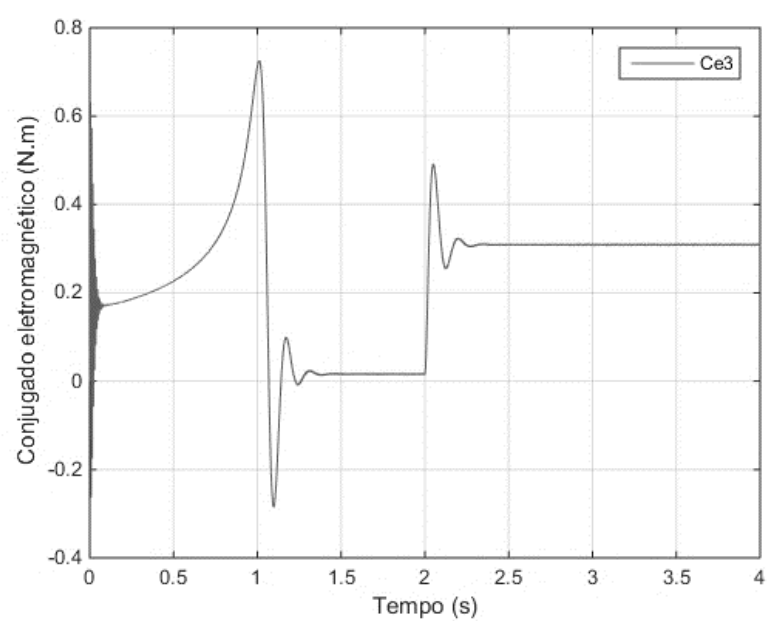


Figura 5.7 – Torque individual para componente de 3º harmônico

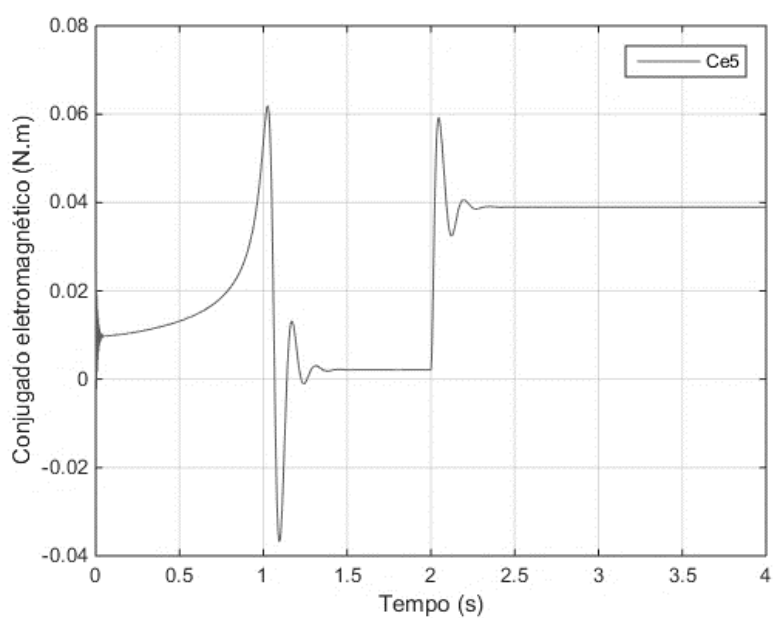


Figura 5.8 – Torque individual para componente de 5º harmônico

5.2. CONCLUSÕES

As simulações realizadas nesse capítulo comprovam a veracidade das informações do capítulo anterior. A medida que a ordem da componente harmônica aumenta menor é a contribuição com o torque. O terceiro harmônico é o que mais pode contribuir em torque para a máquina hexafásica. Nota-se também que a velocidade rotórica também pode ser considerada como um parâmetro que comprova a injeção de torque. Visto que a velocidade apresentou uma pequena elevação mesmo com a máquina em carga, após a aplicação dos harmônicos.

CAPÍTULO VI – ACIONAMENTO DA MÁQUINA HEXAFÁSICA

O acionamento da máquina necessita de um conversor estático. A máquina poderá então ser ligada em três topologias diferentes: neutros juntos e neutros separados flutuantes e não flutuantes.

6.1. INVERSOR DE FREQUÊNCIA MULTIFÁSICO

Um inversor de frequência é um equipamento capaz de sintetizar um sinal de tensão alternada a partir de um sinal de tensão contínua, com amplitude e frequência controladas através do chaveamento de dispositivos semicondutores. Para uma melhor compreensão na Figura 6.1 pode se observar um inversor com seis fases.

A tensão de alimentação é fornecida pela rede, na figura a fonte de corrente alternada, posteriormente essa tensão passa por um retificador, um circuito composto por diodos que transformam a tensão de corrente alternada em tensão de corrente contínua pulsante. Para que a tensão na saída do retificador torne-se o mais próximo possível de uma tensão CC é utilizado um banco de capacitores. Dessa forma temos uma tensão de corrente contínua disponível para processamento através da etapa das chaves semicondutoras.

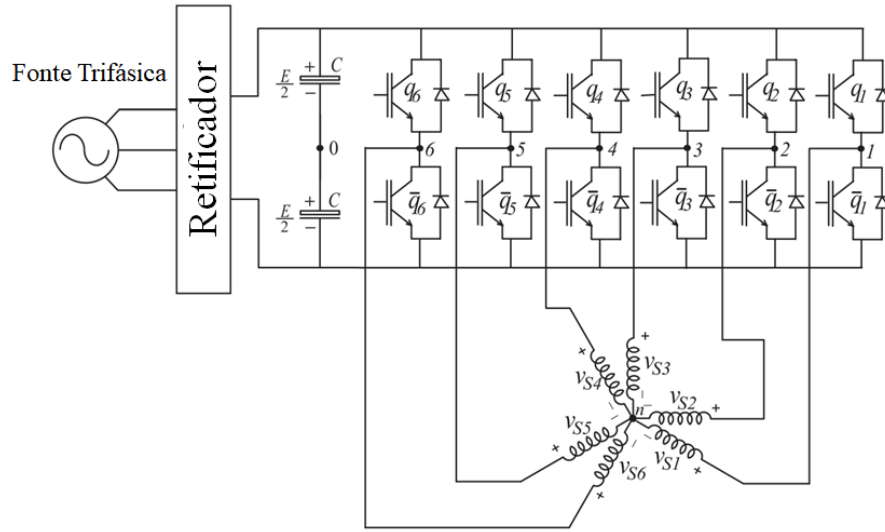


Figura 6.1 – Inversor Hexafásico

Cada chave, indicada por q e seu sinal complementar $\bar{q}$ fornece uma tensão positiva ou negativa dependendo do seu estado lógico. Por exemplo, se q_6 possuir nível lógico 1 (chave fechada), $\bar{q}_6$ possuirá nível lógico 0 (chave aberta), e a tensão fornecida no ponto 6 será positiva. Assim é possível converter a tensão contínua novamente em tensão alternada, só que agora com frequência e amplitude controladas pelo DSP.

Para fins de acionamento da máquina o conversor também é modelado.

As análises a seguir discorrerão sobre diferentes casos de conexão das bobinas da máquina com o conversor, a ideia é escolher a melhor forma de acionamento de modo que possam ser injetadas as componentes harmônicas para ganho de torque. Sabe-se que o terceiro harmônico contribui de forma significativa no ganho de torque da máquina. Também na literatura encontramos exemplos (BASTOS, et al., 2015), (SILVA, 2015), em que são indicados que as componentes de terceiro harmônico são capazes de produzir uma quantidade maior de torque, quando injetadas na máquina.

Para modelagem tomemos as variáveis transformadas em $\alpha\beta$ ($\mathbf{x}_{s\alpha\beta}$), a matriz de transformação, e por hora algumas variáveis que denotaremos por $\mathbf{x}_s$. Assim teremos a equação (6.1).

$$\mathbf{x}_{s\alpha\beta h} = \mathbf{T}_{s\alpha\beta}^T \mathbf{x}_s \quad (6.1)$$

$$\begin{bmatrix} x_{s\alpha} \\ x_{s\beta} \\ x_{s\gamma} \\ x_{s4} \\ x_{s5} \\ x_{s6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{s1} \\ x_{s2} \\ x_{s3} \\ x_{s4} \\ x_{s5} \\ x_{s6} \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

Observa-se uma relação com as variáveis situadas no plano $\alpha\beta$:

$$\begin{bmatrix} x_{s\alpha}^s \\ x_{s\beta}^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{s1} \\ x_{s2} \\ x_{s3} \\ x_{s4} \\ x_{s5} \\ x_{s6} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} x_{s\alpha}^s = x_{s1} - x_{s3} + x_{s5} \\ x_{s\beta}^s = x_{s2} - x_{s4} + x_{s6} \end{matrix} \quad (6.3)$$

Teremos algumas definições a serem levadas em consideração a respeito das tensões na máquina e no conversor, estas definições servem para todos os casos.

Assim teremos, para $k = 1, 2, 3, 4, 5$ e 6 :

v_{ko} – Tensão de polo – diferença de potencial do ponto x de saída do inversor, para o centro do barramento CC (tensão nula);

v_{no} – Tensão no neutro – ddp do ponto neutro (centro das conexões dos enrolamento da máquina), para o centro do barramento CC;

v_{sk} – Tensão de fase – tensão na saída do conversor.

6.1.1. INVERSOR COM SEIS BRAÇOS E NEUTROS SEPARADOS

Nesta análise vamos considerar a máquina de seis fases composta por dois grupos trifásicos isolados, assim teremos um ponto de neutro para as fases 1, 3 e 5, e outro ponto neutro para as fases 2, 4 e 6. Dessa forma teremos dois pontos de neutro que serão denotados por v_{no1} e v_{no2} .

Por LKC, para dois grupos trifásicos separados as somas das correntes para cada grupo serão nulas (6.4).

$$\begin{aligned} i_{s1} + i_{s3} + i_{s5} &= 0 \\ i_{s2} + i_{s4} + i_{s6} &= 0 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} i_{s\alpha}^s &= 0 \\ i_{s\beta}^s &= 0 \end{aligned} \quad (6.4)$$

Tomando o modelo para $\alpha\beta_3$ teremos (6.5):

$$\begin{aligned} v_{s\alpha} &= r_s i_{s\alpha} + \frac{d\psi_{s\alpha}}{dt} \\ v_{s\beta} &= r_s i_{s\beta} + \frac{d\psi_{s\beta}}{dt} \end{aligned} \quad (6.5)$$

Como as tensões na máquina são definidas a partir dos produtos das correntes com as resistências somadas as derivadas dos fluxos, a partir de (6.4) a tensão na parte resistiva será nula.

Observemos ainda os planos vetoriais para o caso com neutros separados.

A relação entre as tensões de fase e de polo são dadas em (6.6).

$$\begin{aligned}
V_{10} &= V_{s1} - V_{no1} \\
V_{20} &= V_{s2} - V_{no2} \\
V_{30} &= V_{s3} - V_{no1} \\
V_{40} &= V_{s4} - V_{no2} \\
V_{50} &= V_{s5} - V_{no1} \\
V_{60} &= V_{s6} - V_{no2}
\end{aligned} \tag{6.6}$$

Na forma matricial, definamos as tensões de fase:

$$\begin{bmatrix} V_{s1} \\ V_{s2} \\ V_{s3} \\ V_{s4} \\ V_{s5} \\ V_{s6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{10} \\ V_{20} \\ V_{30} \\ V_{40} \\ V_{50} \\ V_{60} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_{no1} \\ V_{no2} \\ V_{no1} \\ V_{no2} \\ V_{no1} \\ V_{no2} \end{bmatrix} \tag{6.6}$$

Aplicando a transformação $\alpha\beta$ nas tensões de fase, teremos:

$$\mathbf{v}_{s\alpha\beta} = \mathbf{T}_{s\alpha\beta} \begin{bmatrix} V_{10} \\ V_{20} \\ V_{30} \\ V_{40} \\ V_{50} \\ V_{60} \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{s\alpha\beta} \begin{bmatrix} V_{no1} \\ V_{no2} \\ V_{no1} \\ V_{no2} \\ V_{no1} \\ V_{no2} \end{bmatrix} \tag{6.7}$$

$$\mathbf{v}_{s\alpha\beta} = \mathbf{T}_{s\alpha\beta} \begin{bmatrix} V_{10} \\ V_{20} \\ V_{30} \\ V_{40} \\ V_{50} \\ V_{60} \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{s\alpha\beta} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3V_{no1} \\ 3V_{no2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{6.8}$$

Expandindo os termos das matrizes e vetores (6.9).

$$\begin{bmatrix} v_{s\alpha}^s \\ v_{s\beta}^s \\ v_{s\gamma}^s \\ v_{s\delta}^s \\ v_{s\epsilon}^s \\ v_{s\zeta}^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{10} \\ v_{20} \\ v_{30} \\ v_{40} \\ v_{50} \\ v_{60} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3v_{no1} \\ 3v_{no2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.9)$$

Como as tensões no plano $\alpha_3\beta_3$ são nulas, teremos (6.10):

$$\begin{aligned} v_{no1} &= \frac{1}{3} (v_{10} + v_{30} + v_{50}) \\ v_{no2} &= \frac{1}{3} (v_{20} + v_{40} + v_{60}) \end{aligned} \quad (6.10)$$

Assim, os planos vetoriais ativos serão:

$$\begin{bmatrix} v_{s\alpha}^s \\ v_{s\beta}^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{10} \\ v_{20} \\ v_{30} \\ v_{40} \\ v_{50} \\ v_{60} \end{bmatrix} \quad (6.11)$$

$$\begin{bmatrix} v_{s\gamma}^s \\ v_{s\delta}^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{10} \\ v_{20} \\ v_{30} \\ v_{40} \\ v_{50} \\ v_{60} \end{bmatrix} \quad (6.12)$$

Com a máquina operando com neutros separados teremos ação apenas das componentes de 1ª e 5ª harmônica.

Neste trabalho estamos usando um conversor de 2 níveis, a depender do estado das chaves semicondutoras, 1 ou 0, teremos a equação (6.13) que rege o comportamento de tal conversor. Onde: E – tensão no barramento CC do inversor.

$$v_{k0} = \sum_{k=1}^6 q_k E \leq \frac{E}{2} \quad (6.13)$$

Assim temos as relações entre os planos vetoriais e os estados das chaves:

$$\begin{bmatrix} v_{s\alpha}^s \\ v_{s\beta}^s \end{bmatrix} = \frac{E}{2} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{3} & 1 \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \end{bmatrix} E \leq \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \frac{E}{2} \right\} \quad (6.14)$$

$$\begin{bmatrix} v_{s\alpha}^s \\ v_{s\beta}^s \end{bmatrix} = \frac{E}{2} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} & 1 \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \end{bmatrix} E \leq \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \frac{E}{2} \right\} \quad (6.15)$$

O que resulta em:

$$\begin{bmatrix} v_{s\alpha}^s \\ v_{s\beta}^s \end{bmatrix} = \frac{E}{2} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{3} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \end{bmatrix} E \quad (6.16)$$

$$\begin{bmatrix} v_{s\alpha}^s \\ v_{s\beta}^s \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{3} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \end{bmatrix} E \quad (6.17)$$

6.1.2. INVERSOR COM SEIS BRAÇOS E NEUTROS CONECTADOS

Diferente da análise anterior, neste caso não haverá separação dos neutros dos dois grupos trifásicos. Haverá então um único terminal de neutro (v_{no}) para todas as fases. Assim todas as correntes fluem para um único ponto.

Lembrando que, da transformação apresentada em (6.18), pode-se deduzir que:

$$\begin{aligned} i_{s\alpha} &= i_{s1} - i_{s3} - i_{s5} \\ i_{s\beta} &= i_{s2} - i_{s4} - i_{s6} \end{aligned} \quad (6.18)$$

De LKC, para o sistema de seis fases teremos que:

$$i_{s1} - i_{s3} - i_{s5} - i_{s2} - i_{s4} - i_{s6} = 0 \Rightarrow i_{s\alpha}^s = -i_{s\beta}^s \quad (6.19)$$

Dessa forma a expressão para o conjugado da máquina no plano $\alpha_3 \beta_3$ será:

$$c_{e3} = \frac{3}{2} p l_{m3} \omega_{s\alpha} i_{r\alpha} - i_{r\alpha} i_{s\alpha} - \frac{3}{2} p l_{m3} \omega_{r\beta} i_{r\beta} - i_{r\beta} i_{s\beta} \quad (6.20)$$

A componente c_{e3} terá um valor médio se $i_{s\alpha 3}$ e $(i_{r\beta 3} + i_{r\alpha 3})$ tiverem mesma frequência haverá uma pulsação de torque no dobro de tal frequência, cuja amplitude é

alta. Consequentemente a melhor opção será anular esta componente através da separação dos neutros.

6.1.3. INVERSOR COM SETE BRAÇOS E NEUTROS CONECTADOS

Adicionando um sétimo par de chaves, braço, ao inversor de seis fases podemos impor a componente de terceiro harmônico de forma independente e aproveitá-la para ganho de torque no acionamento da máquina.

A conexão da saída do sétimo braço será no ponto neutro da máquina, como apresentado na Figura 6.2.

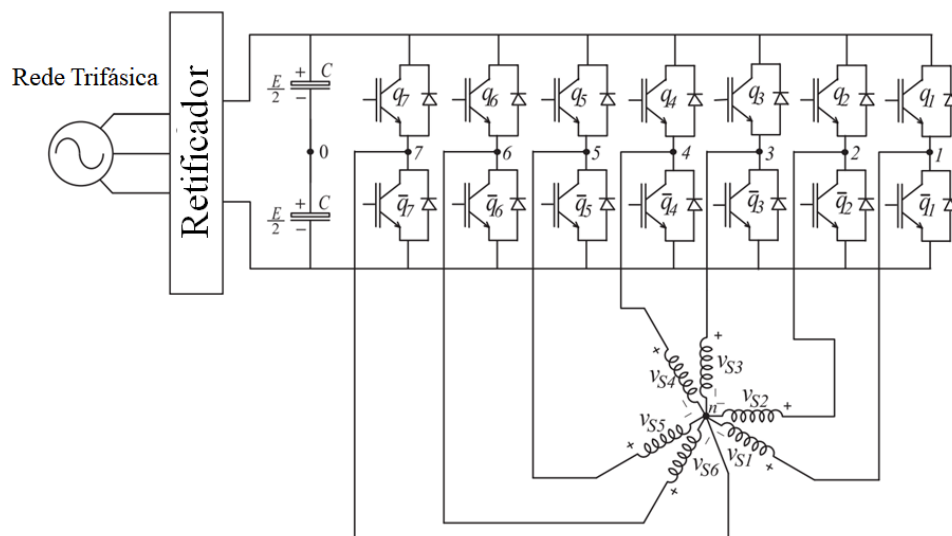


Figura 6.2 – Inversor com 7 fases

Assim, existirão novas relações para as tensões de polo e de fase da máquina (6.16).

$$\begin{aligned}
 v_{s1} &= v_{10} + v_{70} \\
 v_{s2} &= v_{20} + v_{70} \\
 v_{s3} &= v_{30} + v_{70} \\
 v_{s4} &= v_{40} + v_{70} \\
 v_{s5} &= v_{50} + v_{70} \\
 v_{s6} &= v_{60} + v_{70}
 \end{aligned} \tag{6.21}$$

Na forma matricial, definamos as tensões de fase:

$$\begin{bmatrix} v_{s1} \\ v_{s2} \\ v_{s3} \\ v_{s4} \\ v_{s5} \\ v_{s6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{10} \\ v_{20} \\ v_{30} \\ v_{40} \\ v_{50} \\ v_{60} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} v_{70} \tag{6.22}$$

Aplicando a transformação $\alpha\beta$ nas tensões de fase, teremos:

$$\mathbf{v}_s \otimes \mathbf{T}_s \otimes \begin{bmatrix} v_{10} \\ v_{20} \\ v_{30} \\ v_{40} \\ v_{50} \\ v_{60} \end{bmatrix} = \mathbf{T}_s \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} v_{70} \tag{6.23}$$

$$\mathbf{v}_s \otimes \mathbf{I} \mathbf{T}_s \otimes \begin{bmatrix} v_{10} \\ v_{20} \\ v_{30} \\ v_{40} \\ v_{50} \\ v_{60} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} v_{70} \quad (6.24)$$

Expandindo os termos das matrizes e vetores (6.25).

$$\begin{bmatrix} v_{s\mathcal{A}}^s \\ v_{s\mathcal{A}}^s \\ v_{s\mathcal{B}}^s \\ v_{s\mathcal{B}}^s \\ v_{s\mathcal{B}}^s \\ v_{s\mathcal{B}}^s \end{bmatrix} \mathbf{I} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{10} \\ v_{20} \\ v_{30} \\ v_{40} \\ v_{50} \\ v_{60} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} v_{70} \quad (6.25)$$

Assim, os planos vectoriais ativos serão:

$$\begin{bmatrix} v_{s\mathcal{A}}^s \\ v_{s\mathcal{A}}^s \end{bmatrix} \mathbf{I} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{10} \\ v_{20} \\ v_{30} \\ v_{40} \\ v_{50} \\ v_{60} \end{bmatrix} \quad (6.26)$$

$$\begin{bmatrix} v_{s\mathcal{B}}^s \\ v_{s\mathcal{B}}^s \end{bmatrix} \mathbf{I} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{10} \\ v_{20} \\ v_{30} \\ v_{40} \\ v_{50} \\ v_{60} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix} v_{70} \quad (6.27)$$

$$\begin{bmatrix} v_{s\alpha}^s \\ v_{s\beta}^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2}\sqrt{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{10} \\ v_{20} \\ v_{30} \\ v_{40} \\ v_{50} \\ v_{60} \end{bmatrix} \quad (6.28)$$

Dessa forma haverá contribuição do terceiro componente harmônico.

Assim, teremos as mesmas relações entre os planos e estados das chaves, para as componentes $\alpha_1\beta_1$ e $\alpha_5\beta_5$, apresentadas em (6.16) e (6.17), já para as componentes $\alpha_3\beta_3$, teremos:

$$\begin{bmatrix} v_{s\alpha}^s \\ v_{s\beta}^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \end{bmatrix} E \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix} \frac{E}{2} \left(q_7 \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix} E \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix} \frac{E}{2} \right) \quad (6.29)$$

$$\begin{bmatrix} v_{s\alpha}^s \\ v_{s\beta}^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \end{bmatrix} E \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix} \frac{E}{2} q_7 \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix} E \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix} \frac{E}{2} \quad (6.30)$$

O que resulta em:

$$\begin{bmatrix} v_{s\alpha}^s \\ v_{s\beta}^s \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \end{bmatrix} E \begin{bmatrix} q_7 \\ q_7 \end{bmatrix} 3E \quad (6.31)$$

$$\begin{bmatrix} v_{s\alpha}^s \\ v_{s\beta}^s \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} q_1 - q_3 - q_5 - 3q_7 \\ q_2 - q_4 - q_6 - 3q_7 \end{bmatrix} E \quad (6.32)$$

6.2. CONCLUSÕES

O capítulo apresentou de forma breve o funcionamento do conversor e a teoria necessária de modo que a estrutura e o software fossem capazes de ser implementados na bancada e no DSP, de modo a atender o acionamento com componentes harmônicos de menor ordem.

CAPÍTULO VII – DESCRIÇÃO DA BANCADA EXPERIMENTAL

Este capítulo apresenta os equipamentos necessários ao desenvolvimento do trabalho. Para sua execução e validação através de experimentos.

7.1. BANCADA E INVERSOR

A bancada para coleta de resultados experimentais é apresentada na figura a seguir.

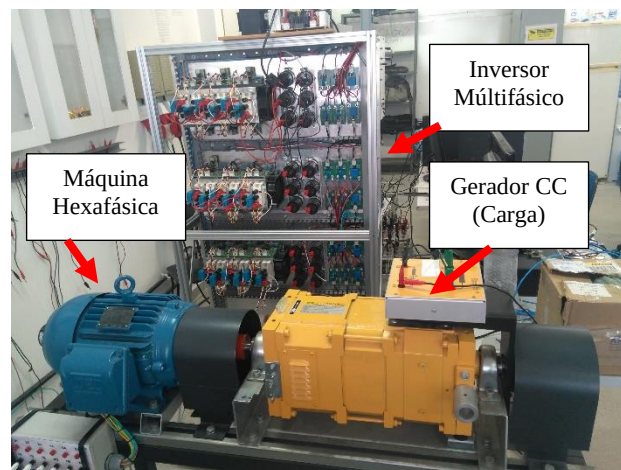


Figura 7.1 – Bancada experimental

As conexões do inversor com a máquina foram apresentadas na Figura 6.2, porém algumas de suas partes constituintes merecem ser destacadas. No total, o inversor possui um total de 18 braços de chaves semicondutoras. Uma chave pode ser apresentada na Figura 7.2 (a), já a Figura 7.2 (b) apresenta as chaves compondo um módulo de seis braços montado no inversor.

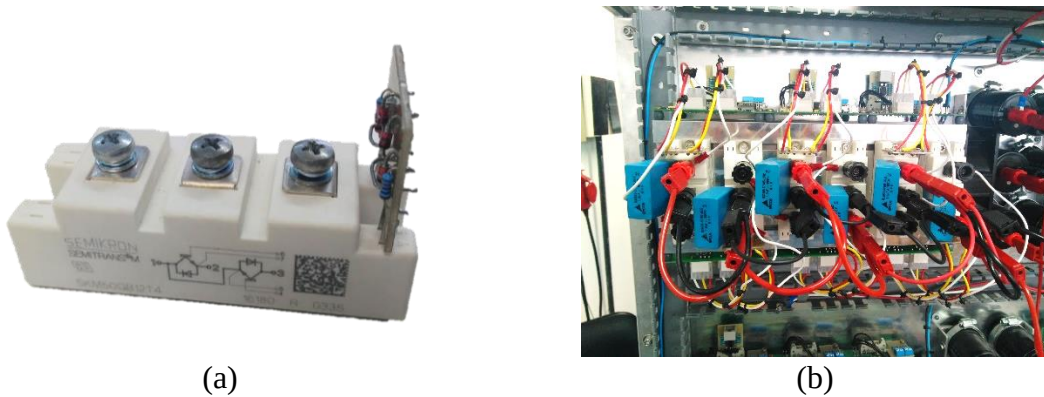


Figura 7.2 – Chave (a) e Módulo de chaves semicondutoras (b)

Estas chaves operam na potência de acionamento da máquina, logo os sinais de acionamento devem ser condicionados. O dispositivo que faz a interface entre os sinais e os tornam adequados para a potência das chaves é o *driver* e apresentado na Figura 7.3.

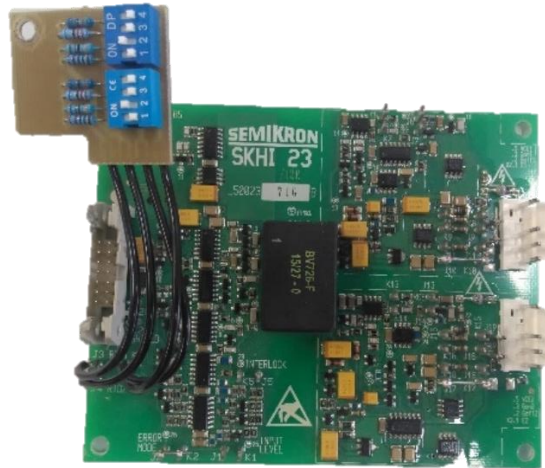


Figura 7.3 – *Driver SKHI 23/12*

Tanto o *driver* como as chaves semicondutoras são do mesmo fabricante, a SEMIKRON[®]. O *Driver SKHI 23/12* é compatível com tensões de entrada de 5V a 15V, pode comandar duas chaves de forma independente, comanda chaves que podem operar com tensões de até 1200V, possui isolação e tempo morto.

7.2. PROCESSADOR DIGITAL DE SINAIS (DSP) PARA ACIONAMENTO DO INVERSOR

O processador utilizado no acionamento das chaves e para toda a programação foi o TMS320F28379, plataforma F28379D Delfino Experimenter Kit da empresa Texas Instruments[®]. Uma imagem da plataforma é apresentada na Figura 7.1.

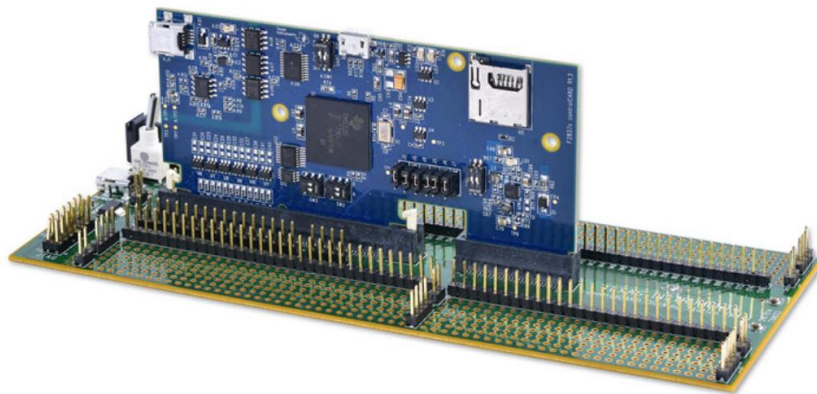


Figura 7.4 – Plataforma F28379D Delfino Experimenter Kit

As características mais relevantes desta plataforma para este trabalho são destacadas seguir:

- Duas CPUs de 32bits;
 - Alta performance com frequência de 200MHz;
 - Unidade de ponto flutuante de precisão única IEEE 754 (FPU);
 - Memória interna de 512KB (256KW) ou 1MB (512KW) de Flash (ECC-Protected);
 - Unidade de Matemática Trigonométrica (TMU);
 - Até 169 pinos de entrada / saída de uso geral multiplexados (GPIO) individualmente com filtragem de entrada;
 - 24 canais de modulador de largura de pulso (PWM);
 - 16 canais de modulador de largura de pulso de alta resolução (HRPWM);
- Três módulos para captura de sinais de encoder (eQEP);

7.3. SENSOR DE VELOCIDADE

Para realizar o cálculo da velocidade do eixo da máquina, foi utilizado um encoder incremental de eixo rígido do fabricante Hohner®. Sua alimentação vai de 5V a 28V, com canais de saída A, B, O e seus complementares. Apresenta uma resolução de 5000 pulsos por volta. A Figura 7.2 apresenta a imagem do encoder utilizado.



Figura 7.5 – Encoder incremental

Como o projeto necessita de testes da máquina operando sob carga, foi necessário o acoplamento do encoder na parte traseira da máquina, assim o eixo da máquina fica disponível para o acoplamento de carga. Diante da indisponibilidade no mercado de um acoplador para esta conexão, foi desenvolvido um modelo, que posteriormente foi fabricado em impressora 3d.

Vale destacar que o modelo foi criado em software livre, o FreeCAD®. A Figura 7.3 apresenta o desenho do modelo 3d.

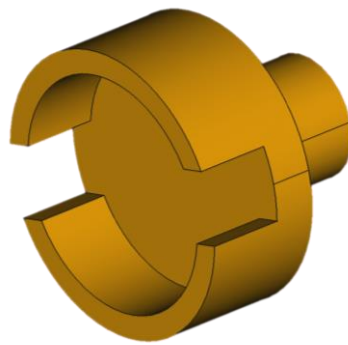


Figura 7.6 – Desenho do acoplador para o encoder

O acoplador possui ranhuras que se encaixam perfeitamente no eixo traseiro da máquina, sem a necessidade de remover a ventoinha de refrigeração. A Figura 7.7 (a) apresenta a peça acoplada ao encoder. Já em 7.7 (b) o encoder está acoplado na máquina.



(a)



(b)

Figura 7.7 – Encoder acoplado

Um acoplamento feito sob medida atenua as vibrações no sensor, minimizando erros de leitura que podem ser provocados por essa condição.

7.4. SISTEMA ELETROMECAÂNICO DE FRENAGEM

Com a finalidade de se testar a máquina operando com cargas em seu eixo foi acoplada ao eixo da máquina, um gerador CC do fabricante DeLorenzo®. Uma carga resistiva é colocada no campo da máquina, e através da variação da tensão na armadura faz-se o controle da força eletromotriz, como as máquinas CC e hexafásica estão conectadas pelo eixo, o gerador CC impõe uma carga, simulando uma situação comum na prática. Dessa forma podem ser coletados os resultados para a máquina de seis fases com carga. A Figura 7.8 apresenta o gerador CC.

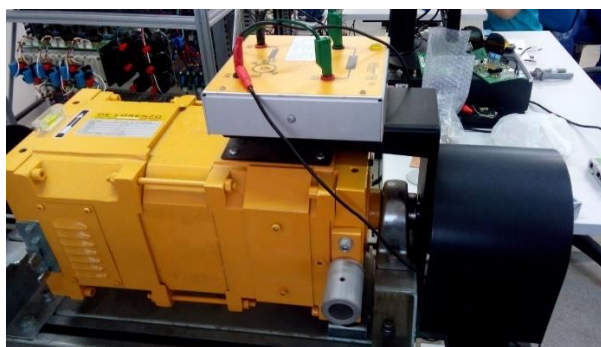


Figura 7.8 – Gerador CC da DeLorenzo®

7.5. CONCLUSÕES

Este capítulo apresentou os detalhes da bancada experimental, com a capacidade de acionamento do conversor e os equipamentos disponíveis, pôde-se realizar não apenas o acionamento, mas realizar testes onde o equipamento simula a aplicação com cargas reais. Fato que sempre ocorre em ambientes industriais ou não.

CAPÍTULO VIII – RESULTADOS SIMULADOS E EXPERIMENTAIS

O sistema foi projetado e simulado para demonstrar que a injeção de harmônicos no acionamento pode contribuir com a produção de torque de uma máquina polifásica.

Os experimentos demonstrados a seguir validam o modelo e a teoria sobre máquinas polifásicas. Serão apresentados dois experimentos, que demonstram a ação da injeção de componentes harmônicas no acionamento da máquina. Em ambos os casos, o barramento CC do inversor foi ajustado para uma tensão de 400V.

Experimento I: Neste procedimento a máquina foi testada sem carga e começou a operar com uma tensão balanceada aplicada ao plano $V_{\alpha\beta 1}$, componente fundamental de frequência $\omega_1 = 100\pi$. Tensões nulas foram aplicadas aos planos $V_{\alpha\beta 3}$ e $V_{\alpha\beta 5}$. Depois que a máquina atingiu a condição de estado estacionário, foi aplicada uma tensão nula aos planos $V_{\alpha\beta 1}$ e $V_{\alpha\beta 5}$, e uma tensão balanceada ao plano $V_{\alpha\beta 3}$, com frequência $\omega_3 = 300\pi$.

Experimento II: No segundo experimento a máquina começa a operar sem carga mecânica, com uma tensão balanceada aplicada ao plano $V_{\alpha\beta 1}$, componente fundamental de frequência $\omega_1 = 100\pi$. E tensões nulas aplicadas aos planos $V_{\alpha\beta 3}$ e $V_{\alpha\beta 5}$. Após atingir o estado estacionário, foi inserida uma carga mecânica elevada. Depois uma tensão balanceada é aplicada ao plano $V_{\alpha\beta 3}$, com frequência $\omega_3 = 300\pi$.

8.1. RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

As simulações computacionais foram realizadas no software MATLAB[®] da Mathworks, as equações do modelo foram implementadas em um *script* e calculadas pelo método de Euler. Em seguida os resultados foram plotados de forma gráfica.

As Figuras 8.1 e 8.2 apresentam as formas de onda para duas correntes de fase e velocidade relacionadas ao Experimento I.

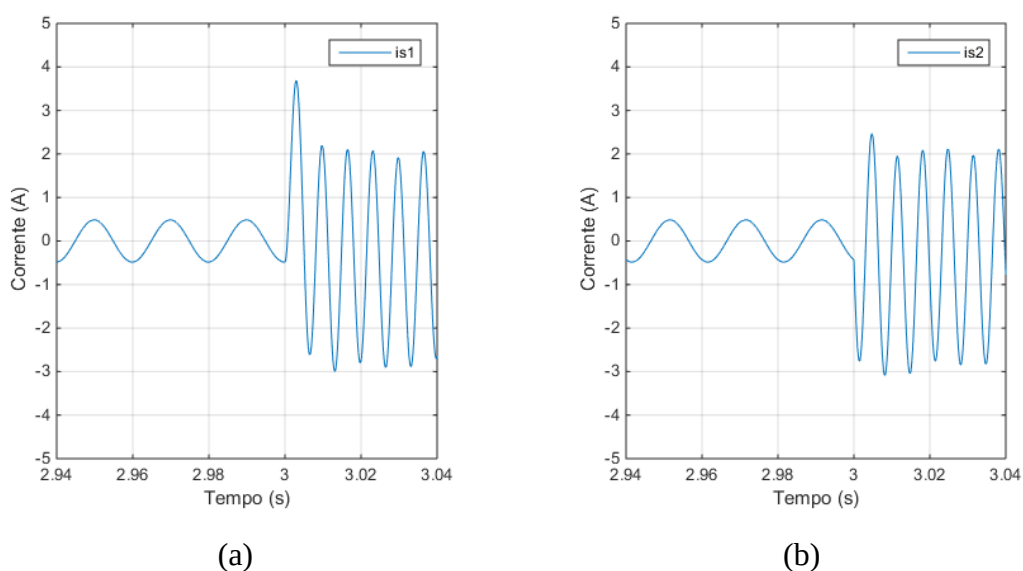


Figura 8.1 – Curvas simuladas das correntes do Experimento I

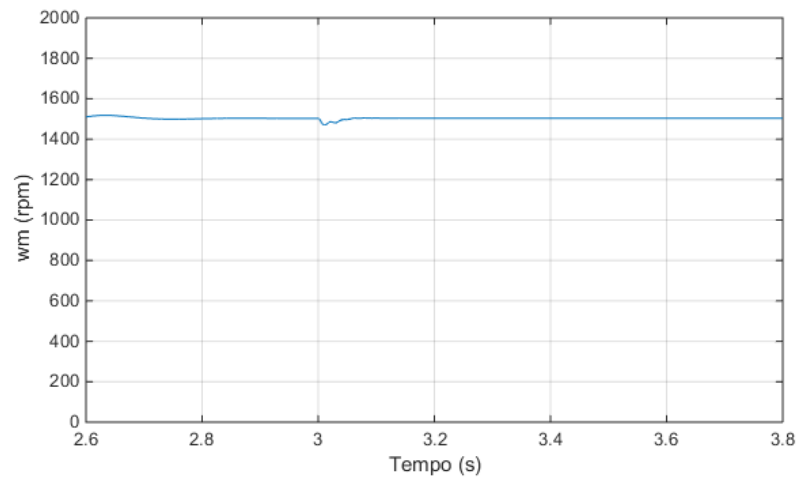
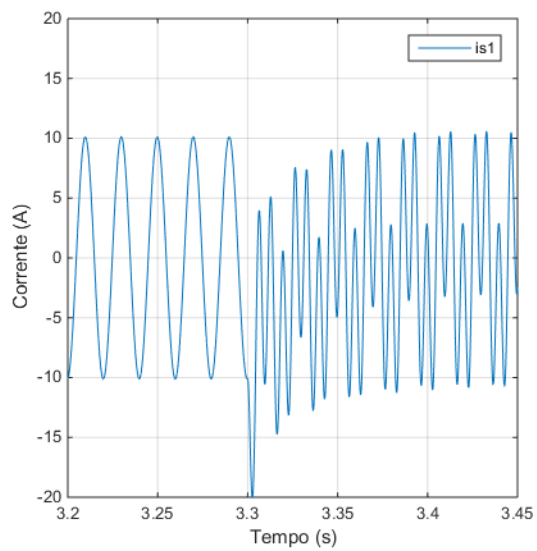


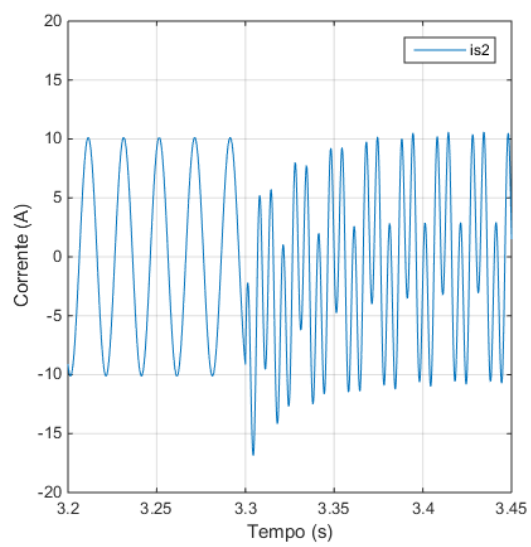
Figura 8.2 - Curva simulada da velocidade do experimento 1

Observa-se que a máquina continua funcionando quase não afetada após a componente fundamental ter sua tensão desligada e o terceiro harmônico ter sua tensão ligado. O que demonstra a eficácia da produção de torque do terceiro harmônico.

Em seguida as Figuras 8.3 e 8.4 apresentam as formas de onda para duas correntes de fase e velocidade relacionadas ao Experimento II.



(a)



(b)

Figura 8.3 – Curvas simuladas das correntes do Experimento II

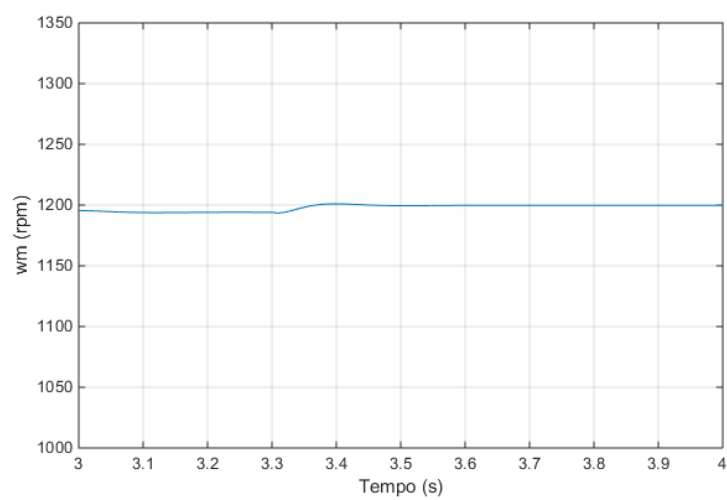


Figura 8.4 - Curva simulada da velocidade do Experimento II

8.2. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Os resultados experimentais foram realizados com os aparatos apresentados no Capítulo 6, o software para programação do DSP é o Code Composer[®]. Os sinais de velocidade foram adquiridos com o Code Composer[®] com um link no MATLAB[®] para plotagem dos dados. Os sinais das correntes das fases 1 e 2 da máquina foram adquiridos com osciloscópio da Agilent[®].

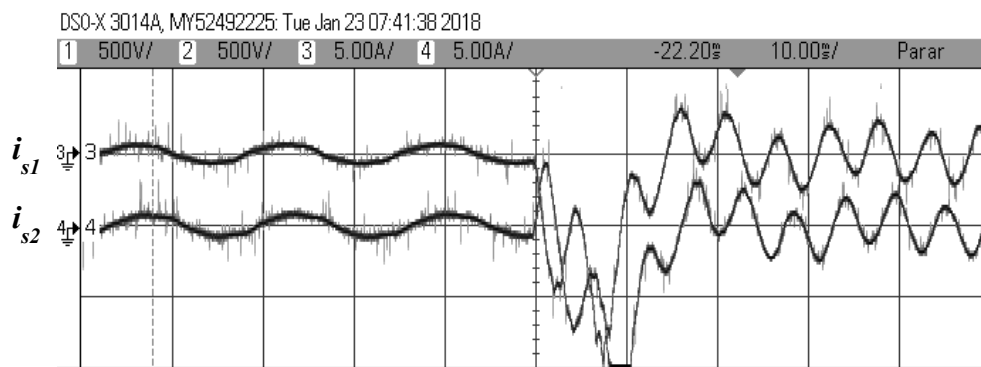


Figura 8.5 – Curvas reais das correntes do Experimento I

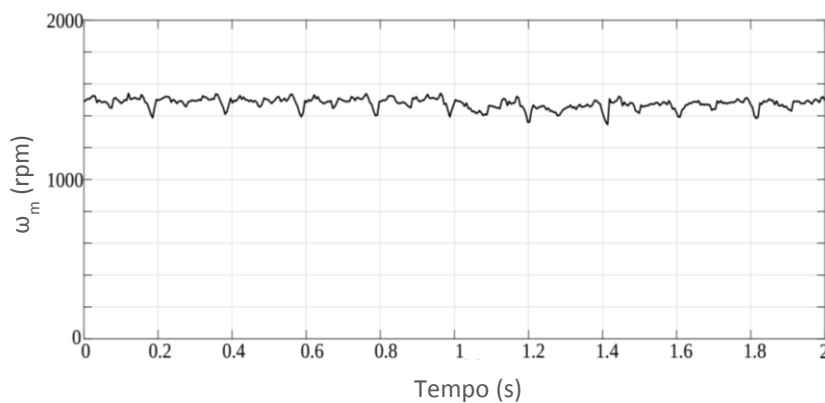


Figura 8.6 - Curva real da velocidade do Experimento I

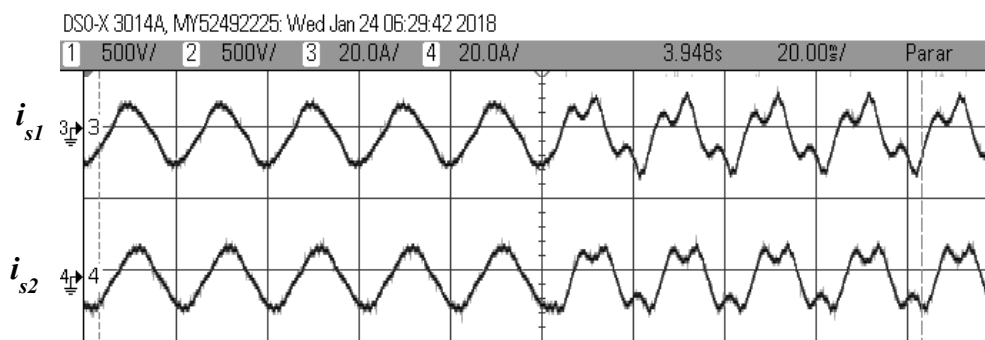


Figura 8.7 – Curvas reais das correntes do Experimento II

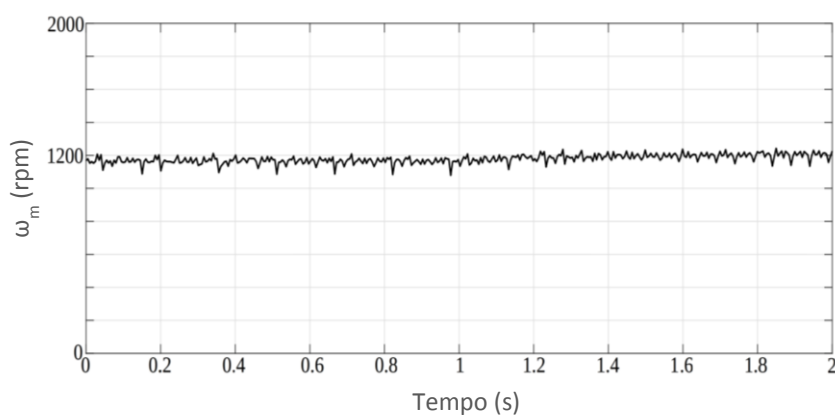


Figura 8.8 - Curva real da velocidade do Experimento II

Além dos experimentos já apresentados, foram construídas as curvas de Torque x Velocidade com diferentes valores de carga mecânica aplicada ao eixo da máquina.

A Figura 8.9 apresenta as curvas de torque em função da velocidade, nota-se que o torque com injeção da componente de terceiro harmônico somado a fundamental é sempre superior ao torque com apenas a componente fundamental.

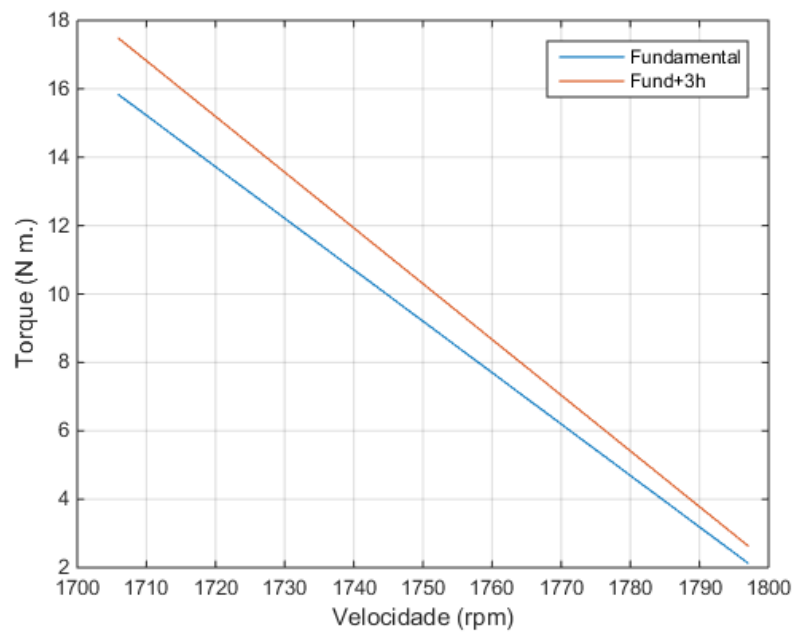


Figura 8.9 – Curvas de torque em função da velocidade

Também foi com os dados obtidos anteriormente, pode-se levantar a curva de contribuição de torque da componente de terceiro harmônico sobre a componente fundamental, em função da velocidade. O gráfico do ganho de torque percentual é apresentado na figura 8.10.

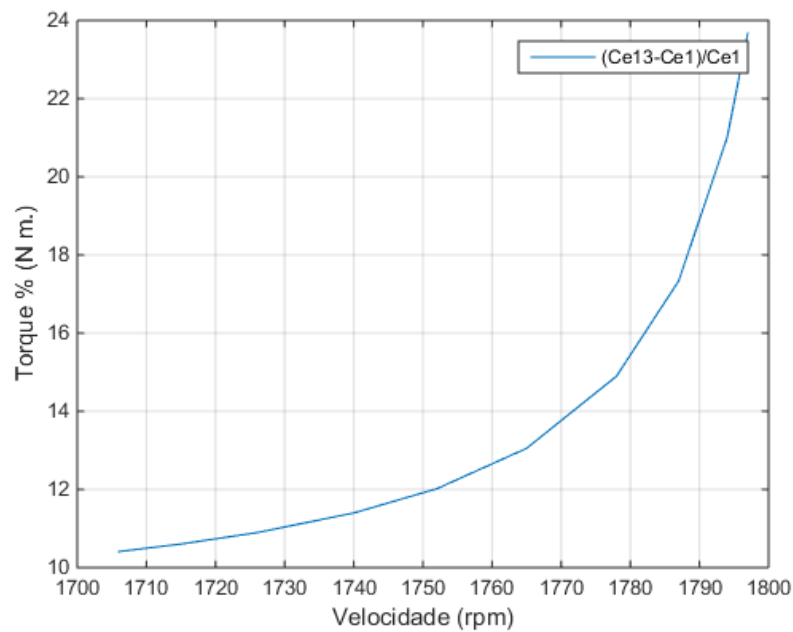


Figura 8.10 – Curvas de torque, ganho e potência em função da velocidade

Os resultados experimentais possuem boa correlação com os simulados, validando o modelo. Observa-se que após a injeção da componente de terceiro harmônico, a velocidade da máquina, mesmo com carga, aumenta comprovando assim o ganho de torque.

8.3. CONCLUSÕES DO CAPÍTULO VIII

Este capítulo comprova a teoria e prática do trabalho, atendendo as expectativas no desenvolvimento do trabalho, a boa correlação entre os dados e aspectos teóricos valida a modelagem. O aumento da corrente com a injeção do terceiro harmônico pode ser observado, sendo essa característica e o ganho de torque fatores limitantes na aplicação da técnica com harmônicos de ordem superior a três.

CAPÍTULO IX – CONCLUSÕES GERAIS

De acordo com os experimentos realizados pode-se comprovar a eficácia da modelagem e da teoria apresentada. A máquina apresentou resultados satisfatórios diante das operações em vazio e sob carga. A técnica de injeção de harmônicos proporciona a um sistema eletromecânico um ganho de torque em uma máquina, assim, deixam de ser necessárias máquinas de dimensões maiores para suprir a necessidade do torque solicitado. Esse aspecto torna-se positivo do ponto de vista funcional e estético, assim sistemas de propulsão e veículos elétricos podem ter a mesma produção de torque para um motor que ocupa menos espaço.

Além disso, uma máquina com seis fases pode continuar operando sob condição de falha de ausência de uma das fases, diferente de máquinas trifásicas.

9.1. TRABALHOS FUTUROS

Como trabalhos futuros pretende-se aproveitar as características da máquina hexafásica para o desenvolvimento de novas pesquisas no desenvolvimento de técnicas de acionamento e controle, tais como:

- Estudo do conversor para otimização do sistema com novas técnicas de acionamento;
- Estudar e desenvolver um sistema de controle para máquinas multifásicas, controle de posição, torque e velocidade;

- Desenvolvimento de material: algoritmos, simulações, ensaios e testes, para posteriores aplicações práticas em sistemas industriais.

REFERÊNCIAS

- APSLEY, J., WILLIAMSON, S., SMITH, A. and BARNES, M. *Induction motor performance as a function of phase number*. Electric Power Applications, IEEE Proceedings -, vol. 153, november 2006.
- BASTOS, R. R., VALLE, R. M., NAU, S. L., FILHO, B. J. Cardoso. *Modelling and analysis of a nine-phase induction motor with third harmonic current injection*, 9th International Conference on Power Electronics and ECCE Asia (ICPE-ECCE Asia), p. 688, Jul. 2015.
- ETRICAL. *Optimizing Electrical Motor Efficiency: Get More Bang for Your Buck*. Disponível em <<https://etrical.blogspot.com.br/2016/07/difference-between-squirrel-cage-and-wound-rotor-induction-motor.html>>. Acesso em 10 de novembro de 2017.
- FUDEH, H. R. and ONG, C. M. *Modeling and analysis of induction machines containing space harmonics part i: Modeling and transformation*. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, PAS-102(8):2608-2615, Aug 1983.
- D&F. *Difference between Squirrel Cage and Slip Ring Induction Motor*. Disponível em <<http://www.dfliq.net/optimizing-electrical-motor-efficiency-get-more-bang-for-your-buck/>>. Acesso em 10 de novembro de 2017.
- GLUKHOV, D. and MURAVLEVA, O. *Multiphase induction motors for variable speed drives*. in Compatibility in Power Electronics, 2007. CPE '07, pp. 1 –2, 29 2007-june 1 2007.

- KAUR, K., CHOWDHURY, S. and CROSSLEY, P. *Control of wind power generation system - a survey report*. In Electricity Distribution, 2009 20th International Conference and Exhibition on, pp. 1 –5, june 2009.
- KOSTENKO, M. and PIOTROVSKY, I. *Electrical Machines*. vol. 1–2 Moscow, Russia: Mir, 1974.
- LEVI, E., BOJOI, R., PROFUMO, F., TOLİYAT, H. A. and WILLIAMSON S. *Multiphase induction motor drives – a technology status review*. IET Electric Power Applications, 1(4): 489-516, July 2007.
- LIPO, T. A. *Introduction to AC Machine Design*. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, NJ, USA, aug 2017.
- LYRA, R. O. C.; LIPO, T. A. *Torque Density Improvement in a Six-Phase Induction Motor With Third Harmonic Current Injection*, IEEE Transactions on Industry Applications, p. 1351-1360, Sep. 2002.
- MIRANDA, Reginaldo Sousa ; JACOBINA, C. B. ; LIMA, Antonio Marcus Nogueira. *Modeling and analysis of six-phase induction machine under fault condition*. In: Brazilian Power Electronics Conference, 2009, Bonito. COBEP 2009, 2009. p. 824-829.
- PARSA, L. *On advantages of multi-phase machines*, in Industrial Electronics Society. IECON 2005. 31st Annual Conference of IEEE, p. 6 pp., nov. 2005.
- PEREIRA, L. A. SCHARLAU, C. C. PEREIRA, L. F. A. and HAFFNER, J. F. *General model of a five-phase induction machine allowing for harmonics in the air gap field*. IEEE Transactions on Energy Conversion, 21(4):891-899, Dec 2006.
- SANTOS Jr, E. C. dos., JACOBINA, Cursino Brandão., SILVA, O.I. da. *Six-phase machine drive system with nine-switch converter*, 37th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society, (IECON Australia), Jan. 2011.
- SILVA, I. *Modelagem e acionamento de uma máquina de indução de nove fases baseado em modulação espacial vetorial - SVPWM*. 2015. 127 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2015.

TOLIYAT, H. A., LIPO, T. A. and WHITE, J. C. *Analysis of a concentrated winding induction machine for adjustable speed drive applications i. motor analysis*. IEEE Transactions on Energy Conversion, 6(4): 679-683, Dec 1991.

APÊNDICE A

A.1. EFEITOS CONSTRUTIVOS DE MÁQUINAS CA

Os enrolamentos das máquinas elétricas são compostos por bobinas, Figura A.1(b), estas por sua vez são um conjunto de espiras. Uma espira, corresponde a um condutor disposto em uma volta, Figura A.1(a).



Figura A.11 – Espira e Bobina

Uma máquina de indução é basicamente composta de duas partes: o estator, parte fixa, e o rotor, parte móvel. A Figura A.2 apresenta, respectivamente, um estator e rotor de uma máquina de indução.

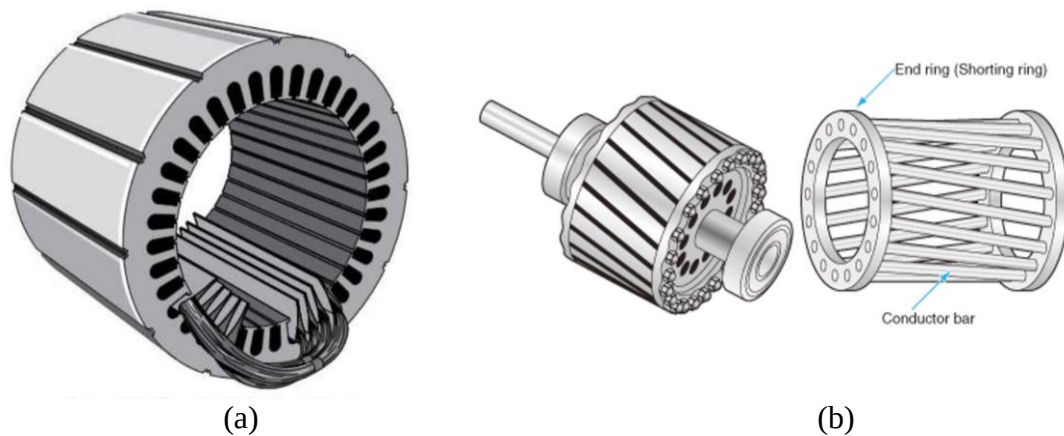


Figura A.12 – Estator e rotor (ETRICAL, 2017)

O rotor de uma máquina pode ser bobinado ou, como apresentado na Figura A.2(b), formado por barras curto-circuitadas através de dois anéis. Por conta do aspecto este último rotor é chamado de Rotor em Gaiola de Esquilo. Percebe-se que no estator existem ranhuras onde são depositadas as bobinas.

Para fins de ilustração a Figura A.3, apresenta uma máquina de indução em corte, onde podem ser observadas suas principais partes construtivas.

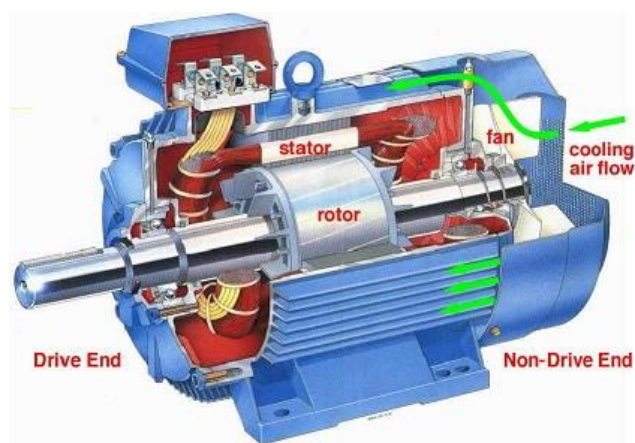


Figura A.13 – Máquina de Indução em corte (D&F, 2017)

Tomemos então uma superfície cilíndrica, o estator da máquina, onde distribuimos uma bobina como apresentado sua vista frontal na Figura A.4, o símbolo $\times$ (abaixo de a) indica que o condutor entra no plano do papel, e a simbologia do ponto (abaixo de a') indica que o condutor sai do plano do papel em direção ao leitor. Quando os dois lados de uma bobina são afastados por um ângulo de 180° , esta bobina é chamada de bobina a passo pleno.

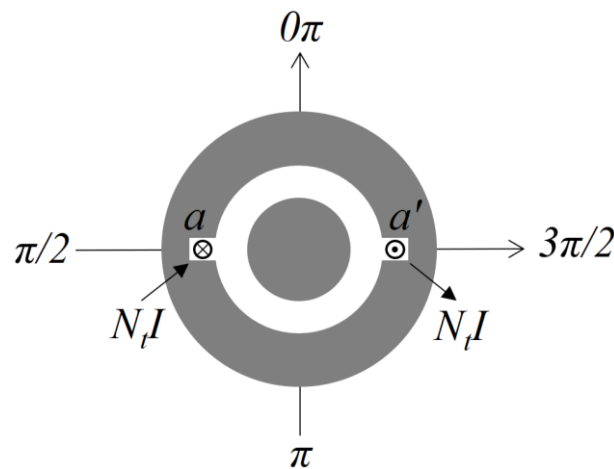


Figura A.14 – Bobina no estator

Onde: N_t , indica o número de espiras, percorridas por uma corrente I .

Ainda na Figura A.4 temos as duas partes principais, o estator, onde está situada a bobina, e o círculo no centro da figura que representa o rotor da máquina. Percebe-se que as duas partes são separadas de uma distância chamada de entreferro em inglês *gap*, por isso na literatura esta distância é denotada por g . Para realizar análise da distribuição das forças faremos a distribuição do estator e rotor em um plano horizontal, como apresentado na Figura A.5.

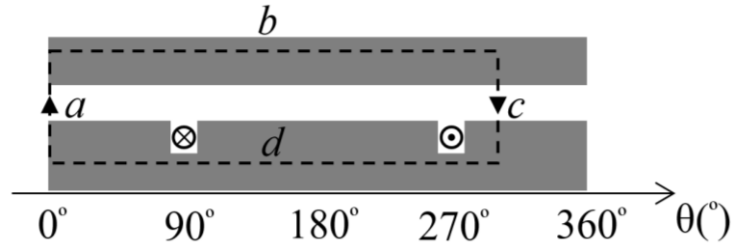


Figura A15 – Estator e Rotor em Plano horizontal

Ao fazer circular uma corrente pela bobina da máquina o rotor é submetido a um campo magnético H , que produzirá uma Força Magneto Motriz (FMM).

A Figura A.5 também indica os percursos de ação da FMM, estes são denotados pelas letras a, b, c e d, formando assim um contorno fechado.

A equação de Ampere, (A.1), diz que o campo magnético formado em um contorno fechado resulta na corrente envolvida no percurso.

$$\oint Hdl = \text{Corrente Envolvida} \quad (\text{A.1})$$

Como temos N_t condutores no contorno da Figura A.5, teremos a equação (A.2).

$$\oint Hdl = N_t I \quad (\text{A.2})$$

A permeabilidade magnética no ferro da máquina é tão alta em relação ao ar que quase toda a força magneto motriz é gasta neste percurso, logo, não a FMM no ferro é desprezível (LIPO, 2017).

Assim basta calcular a integral nos percursos a e c da Figura A.5, e desprezando a FMM no ferro teremos a equação (A.3).

$$\int H dl_a + \int H dl_c = Hg + Hg = N_t I \quad (A.3)$$

O termo g surge na equação, pois os percursos a e c são integrados ao longo do gap.

Assim, a equação (A.4) apresenta a FMM em função da corrente e do número de espiras.

$$FMM = \frac{N_t I}{2} \quad (A.4)$$

Levando em consideração o sentido da corrente na Figura A.5, símbolo $\times$ como ponto de entrada e símbolo ponto como ponto de saída, e a regra da mão direita apresentada brevemente na Figura A.6, é fácil perceber que, no ponto de saída da corrente, ocorrerá inversão das linhas de campo.

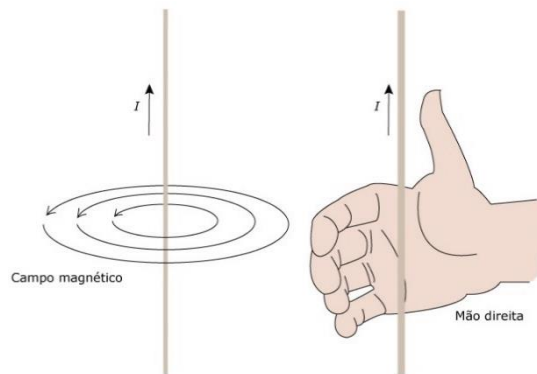


Figura A.16 – Regra da mão direita para o Campo Magnético

Dessa forma a distribuição das linhas de campo formará dois polos ao longo dos 360° da máquina. A Figura A.7 (a) apresenta rotor e estator em plano horizontal com os

respectivos sentidos de ação da FMM e os polos formados, Figura A.7 (b), para uma distribuição de bobina a passo pleno.

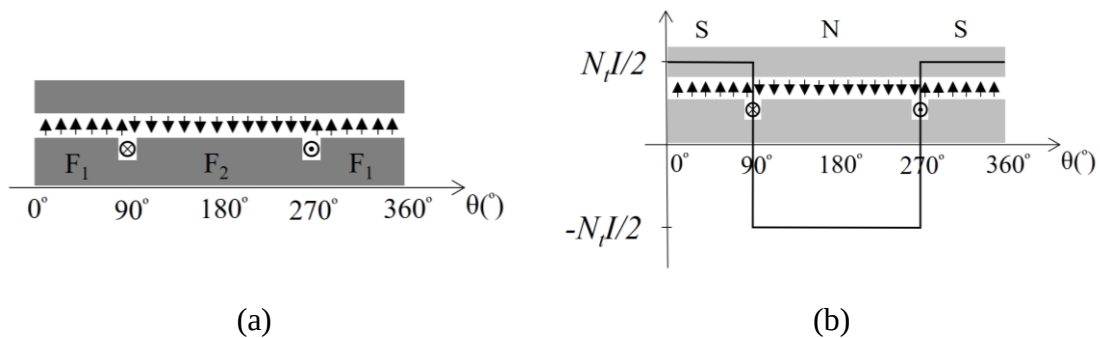


Figura A.17 – Distribuição da FMM nos 360° da máquina

Fazendo a mesma distribuição da figura anterior, só que agora em plano cilíndrico Figura A.8 (a), podemos observar a distribuição da FMM e os campos $H_1(\theta)$ e $H_2(\theta)$.

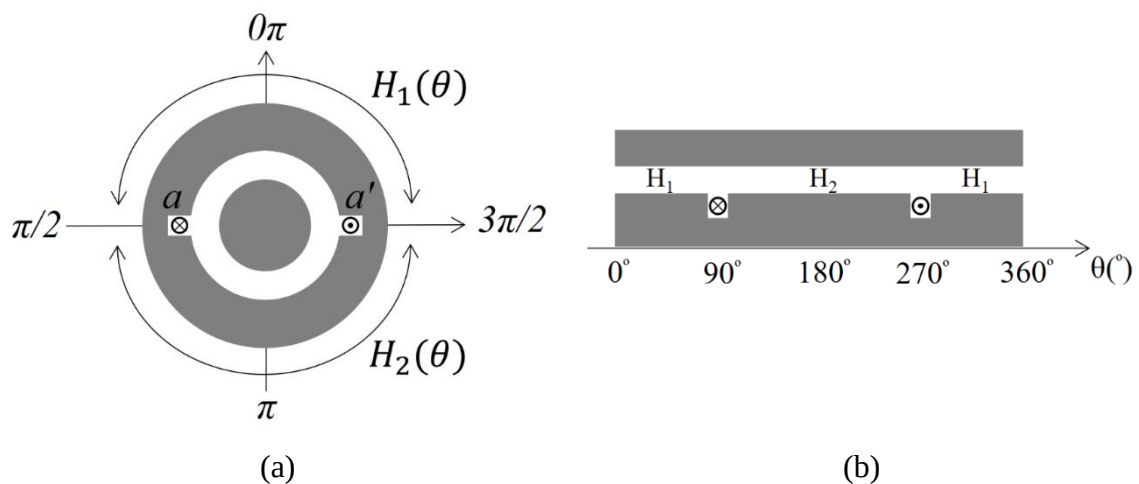


Figura A.18 – FMM em plano cilíndrico

Pelas Figuras A.7 e A.8, notamos que a intensidade de campo é H_1 entre -90° e 90° , e H_2 entre 90° e 270° , os valores das intensidades são descritos nas equações A.4 e A.5.

$$H_1 g = \frac{N_t I}{2} \quad (\text{A.4})$$

$$H_1 g = -H_2 g \quad (\text{A.5})$$

A onda quadrada da FMM, apresentada na Figura A.7 pode ser representada em termos da série de Fourier para uma onda quadrada. Assim poderemos calcular a FMM, para a máquina de 2 polos e bobina a passo pleno, através da equação (A.6).

$$F = \frac{4}{\pi} \left(\frac{N_t I}{2} \right) \sum_{h=1,3,5,7,\dots}^{\infty} \frac{1}{h} \text{sen} \left(h \left(\theta - \frac{3\pi}{2} \right) \right) \quad (\text{A.6})$$

O termo h indica a ordem da componente harmônica.

Fazendo a mesma dedução para uma máquina de 4 polos, percebe-se que serão gerados 2 ciclos de FMM, como apresentado na Figura A.9. A série de Fourier para este caso é apresentada na equação (A.7).

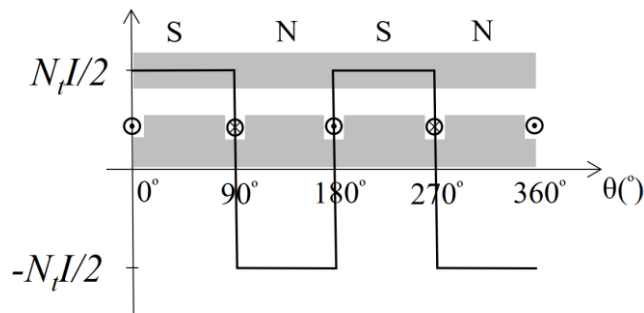


Figura A.19 – FMM para uma máquina de 4 polos

$$F = \frac{4}{\pi} \left(\frac{N_t I}{2} \right) \sum_{h=1,3,5,7 \dots}^{\infty} \frac{1}{h} \text{sen}(2\theta) \quad (\text{A.7})$$

Pela Figura A.9 e equação (A.7) notamos que dois ciclos da FMM cabem dentro de um ciclo mecânico de 360° , ou seja, 360° mecânicos são equivalentes a 720° elétricos, com esta relação podemos deduzir a equação (A.8), que relaciona graus mecânicos θ_m com graus elétricos θ_e .

$$\theta_e = \frac{p\theta_m}{2} \quad (\text{A.8})$$

Onde: $\theta_m = \theta$ e p = número de polos.

A.1.1. FATORES DE DISTRIBUIÇÃO DE BOBINAS

Uma máquina real não possuirá apenas uma bobina, mas um conjunto delas. Dependendo do tipo de distribuição destas bobinas teremos alguns efeitos provocados na distribuição da FMM ao longo da máquina. Estes efeitos sofrem influência da ordem das componentes harmônicas. Tomemos a seguinte situação, os lados de uma bobina não estão mais separados por 180° , mas agora por 180° somado de um ângulo γ , Figura A.10 (a), assim deixamos de ter uma bobina a passo pleno e teremos uma bobina com passo fracionário. A Figura A.10 (b) apresenta a distribuição da FMM para este caso.

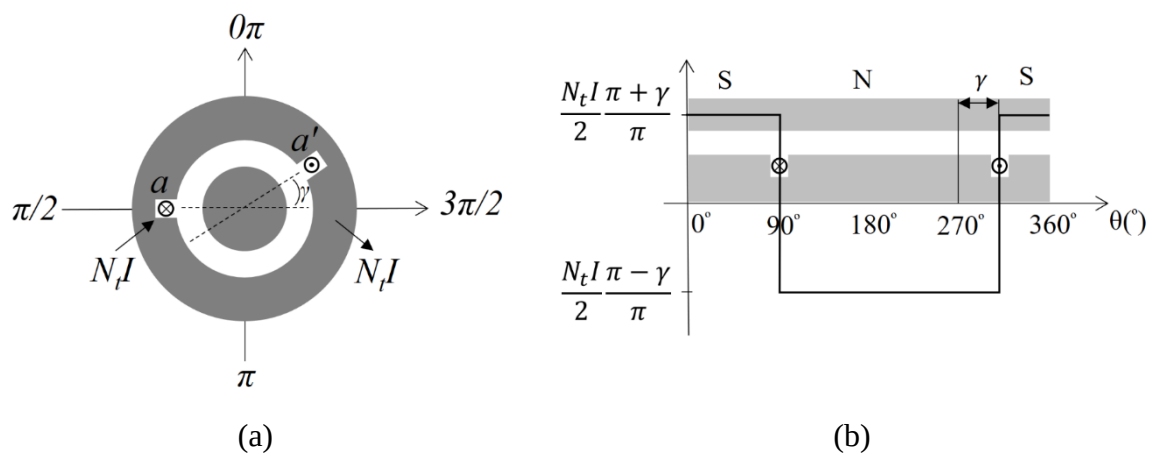


Figura A.20 – Bobina com passo fracionário

Percebe-se que a distribuição tem uma nova amplitude e uma defasagem em relação a uma bobina de passo pleno. Tomemos então outro caso, Figura A.11, onde adicionamos duas bobinas a passo pleno defasadas do ângulo γ .

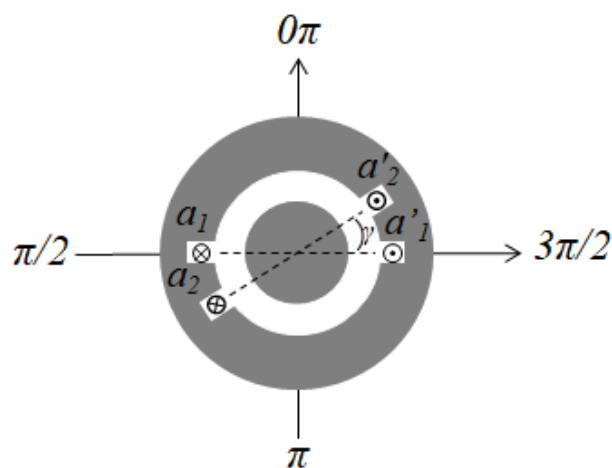


Figura A.21 – Distribuição de bobinas com passo fracionário

A distribuição da FMM neste caso será formada pela soma das FMM das duas bobinas, como apresentado na Figura A.12.

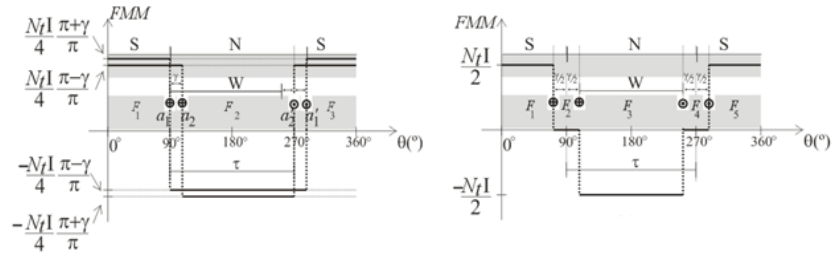


Figura A.22 – Distribuição da FMM

Essa reorganização das bobinas faz surgir na distribuição um termo denominado fator de encurtamento de bobina, apresentado na equação (A.9).

$$k_{ph} = \cos \frac{h\gamma}{2} \quad (\text{A.9})$$

De acordo com os gráficos da Figura A.12 pode-se concluir que, se houver uma deposição de mais bobinas dessa forma o comportamento da distribuição da FMM será como o apresentado no gráfico da Figura A.13.

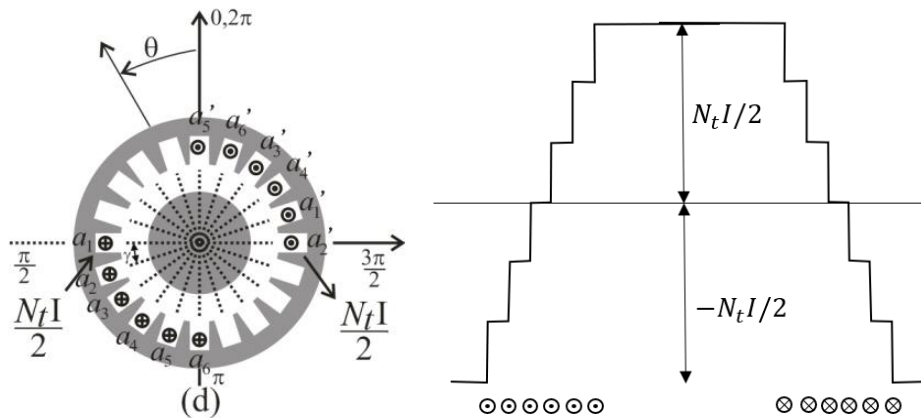


Figura A.23 – Bobinas distribuídas

Dessa forma, a distribuição da FMM também muda (A.10), o fator de encurtamento de bobina (A.9) é atualizado para (A.12) e também surge o fator de distribuição das bobinas (A.13).

$$F = \sum_{h=1,3,5,7...}^{+\infty} \left[F_{ph} \text{sen} \left(h\theta - (2q-1) \frac{h\gamma}{2} - \frac{\pi}{2} \right) \right] \quad (\text{A.10})$$

$$k_{ph} = \frac{1}{h} \left(\text{sen} \frac{h\gamma}{2} \right) \cos \frac{qh\gamma}{2} \quad (\text{A.12})$$

$$k_{dh} = \frac{\text{sen} \frac{qh\gamma}{2}}{q \text{sen} \frac{h\gamma}{2}} \quad (\text{A.13})$$

Onde q é o número de bobinas no *Phase Belt*.

Phase - Belt que é a área onde temos a disposição um número de bobinas por polo por fase, essa área é representada pela Figura A.14.

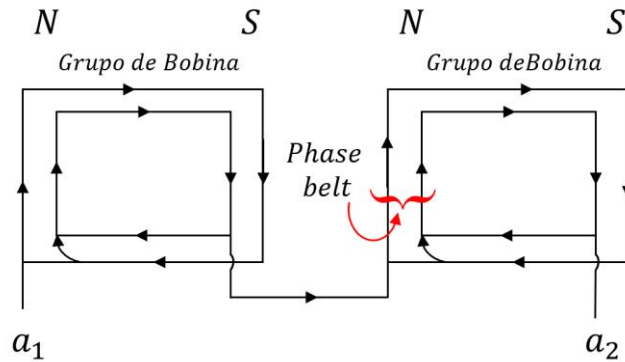


Figura A.24 – *Phase - Belt*

A.1.2. EFEITO DE ABERTURA DE RANHURA

A distribuição de FMM na ranhura não ocorre de forma retangular, como apresentado em casos anteriores. O ângulo de abertura da ranhura tem um efeito de filtragem na FMM, este efeito causa uma variação de difícil cálculo, porém pode-se conseguir uma boa aproximação assumindo que a variação da FMM ocorre de forma linear (LIPO, 2017).

Desta forma a Figura A.15 apresenta a forma de onda da FMM considerando o efeito de abertura de ranhura.

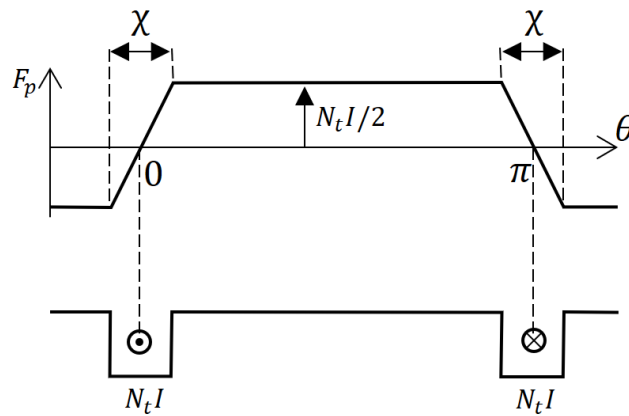


Figura A.25 – Efeito de Abertura de ranhura

Da série de Fourier, obtemos a equação (A.14), do efeito de abertura da ranhura.

$$k_{xh} = \frac{\text{sen}\left(\frac{hx}{2}\right)}{\frac{hx}{2}} \quad (\text{A.14})$$

A.1.3. EFEITO DE SKEW DA BOBINA

A distribuição da bobina ao longo do comprimento axial da máquina, eixo “Z” em vista de topo (parte retangular da Figura A.16 (a)), faz com que o campo não seja constante nesse percurso, também apresentando formato trapezoidal, devido ao ângulo α_s , como apresentado na Figura A.16 (b).

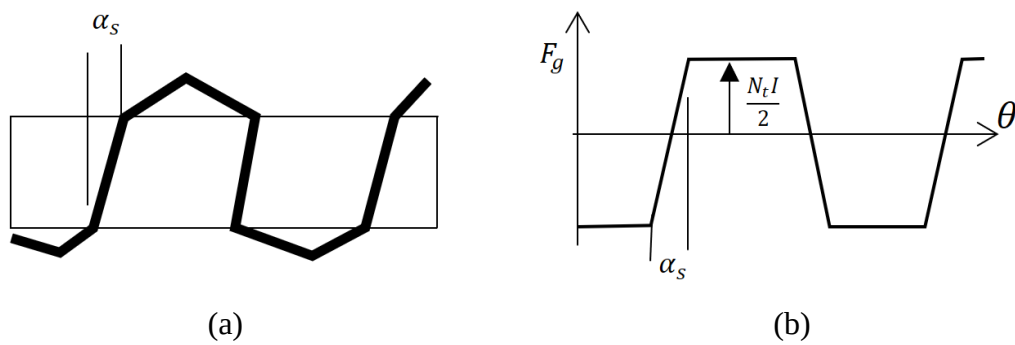


Figura A.26 – Efeito de Skew

Da série de Fourier para o caso anterior, obtemos a equação (A.15), que apresenta o efeito de skew da bobina.

$$k_{sh} = \frac{\text{sen}\left(\frac{\alpha_s}{2}\right)}{\frac{h\alpha_s}{2}} \quad (\text{A.15})$$