



**UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA A DISTÂNCIA**

Ramon Felipe Neves da Silva

Utilizando o Software Geogebra no ensino de Retas no Ensino Médio

Itabaiana – PB

2014

Ramon Felipe Neves da Silva

Utilizando o Software Geogebra no ensino de Retas no Ensino Médio

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Comissão Examinadora do Curso de Licenciatura em Matemática a Distância da Universidade Federal da Paraíba como requisito parcial para obtenção do título de licenciado em Matemática.

Orientador: Prof^o. Ms. José Fabrício Lima de Souza

Itabaiana – PB

2014

Catálogo na publicação
Universidade Federal da Paraíba
Biblioteca Setorial do CCEN

S586u Silva, Ramon Felipe Neves da.

Utilizando o software Geogebra no ensino de retas no ensino médio / Ramon Felipe Neves da Silva. – Itabaiana, 2014.

51f. : il. –

Monografia (Licenciatura em Matemática) / EAD - Universidade Federal da Paraíba.

Orientador: Prof^o Ms. José Fabrício Lima de Souza.

1. Matemática - Ensino e aprendizagem. 2. Software Geogebra. 3. Estudo das retas. I. Título.

RAMON FELIPE NEVES DA SILVA

Utilizando o Software Geogebra no ensino de Retas no Ensino Médio

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Comissão Examinadora do Curso de Licenciatura em Matemática a Distância da Universidade Federal da Paraíba como requisito parcial para obtenção do título de licenciado em Matemática.

Orientador: Prof^o. Ms. José Fabrício Lima de Souza

Aprovado em: 06 / 12 / 2014

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof^o. Ms. José Fabrício Lima de Souza
(Orientador)

Prof^a. Ms. Maria da Conceição Alves Bezerra
(Avaliadora)

Prof^a. Ms. Débora Cristina Santos
(Avaliadora)

Primeiramente a Deus pela dádiva da vida a mim concedida, a meus parentes e amigos que mim apoiaram nesta labuta diária e a todos os docentes que fizeram parte desta caminhada que é o processo de ensino aprendizagem.

AGRADECIMENTOS

A **Deus**, pelo dom do discernimento, por tornar-me forte para vencer os obstáculos e alcançar os conhecimentos objetivados.

A **meus familiares**, por estarem sempre ao meu lado durante toda jornada até o presente momento.

A **minha noiva** por incentivar-me a continuar no curso e esta ao meu lado em todas as etapas na caminhada.

Ao **tutor Presencial**, Analdí Barbosa por sua disponibilidade a mim concedida durante o curso.

Ao **meu orientador**, Fabrício pelo auxílio, comprometimento e dedicação dispostos ao meu favor na construção deste trabalho científico.

Aos **docentes**, pelas contribuições didáticas, acompanhamento ativo e participativo na construção dos meus conhecimentos.

Meus sinceros agradecimentos.

Educação nunca foi despesa. Sempre
foi investimento com retorno garantido.

Arthur Lewis

LISTA DE SIGLAS

EAD – Educação a Distância

E. E. E. F. M – Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio.

USP – Universidade de São Paulo

TCC – Trabalho de Conclusão de Curso

PUC/SP – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

IGI – International Geogebra Institutes

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Barra de Menus e Barra de Ferramentas do Geogebra.....	19
Figura 2: Tela de apresentação do Geogebra.....	19
Figura 3: Pirâmide construída com o software Geogebra.....	20
Figura 4: Retas paralelas construídas no Geogebra.....	21
Figura 5: Retas concorrentes construídas no Geogebra.....	22
Figura 6: Logotipo do Instituto Geogebra no Rio de Janeiro.....	22
Figura 7: Gráfico de uma Hipérbole.....	23
Figura 8: reta r paralela a reta s se, e somente se, $m_r = m_s$	25
Figura 9: Equação reduzida e ângulo de r e s	25
Figura 10: retas concorrentes.....	26
Figura 11: representação de retas perpendiculares.....	26
Figura 12: Representação gráfica das retas $r: 3x + 4y - 3 = 0$ e $s: 6x + 8y + 5 = 0$	28
Figura 13: Representação gráfica da reta $r: x - 2y + c = 0$, com $c = 1$	29
Figura 14: Representação gráfica da movimentação da reta $r: x - 2y + c = 0$, com c variando.....	30
Figura 15: Representação gráfica da reta $r: x - 2y + c = 0$, com $c = -3$, $c = 0$ e $c = 3$	30
Figura 16: Representação gráfica da equação $x - y - 2 = 0$	31
Figura 17: Representação gráfica das retas $r: 3x - 4y - 10 = 0$ e $s: x + y - 1 = 0$	32
Figura 18: Representação gráfica das retas $r: 3x - 4y - 10 = 0$ e $s: 4x + 3y - 1 = 0$	34
Figura 19: Ângulo de interseção das retas $r: 3x - 4y - 10 = 0$ e $s: 4x + 3y - 1 = 0$	34
Figura 20: Representação gráfica de duas retas paralelas interceptadas por uma reta perpendicular.....	35

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Resposta da 2ª Questão (Atividade 1).....	28
Tabela 2: Resposta da 3ª Questão (Atividade 1).....	28
Tabela 3: Resposta da 7ª Questão (Atividade 1).....	31
Tabela 4: Resposta da 3ª Questão (Atividade 2).....	33
Tabela 5: Resposta da 4ª Questão (Atividade 2).....	33
Tabela 6: Resposta da 3ª Questão (Atividade 3).....	35
Tabela 7: Resposta do desafio 3 (Atividade 3).....	36
Tabela 8: 1ª Questão: Como você classificaria a atividade?.....	36
Tabela 9: 2ª Questão: O quanto essas atividades ajudaram você a compreender os assuntos abordados?.....	36
Tabela 10: 3ª Questão: Quanto ao uso do software para a compreensão dos conteúdos você classificaria em.....	37
Tabela 11: 4ª Questão: Como você classificaria o grau de dificuldade de resolução da atividade utilizando o software Geogebra?.....	37

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	14
1.1 Apresentação do tema.....	14
1.2 Memorial.....	16
1.3 Objetivos.....	17
1.3.1 Objetivo Geral.....	17
1.3.2 Objetivos específicos.....	17
2. O SOFTWARE GEOGEBRA	18
2.1 Surgimento do GeoGebra.....	18
2.2 Utilizando o Geogebra no ensino de retas.....	20
2.3 Instituto Geogebra.....	22
3. RETAS	23
3.1 Equações da reta.....	23
3.2 Retas paralelas.....	24
3.3 Retas concorrentes.....	25
3.3.1 Retas perpendiculares.....	26
4. PROCEDIMENTOS E RECURSOS METODOLÓGICOS A SEREM UTILIZADOS	27
4.1 Identificação da escola e da turma.....	27
4.2 Projeto de ação/intervenção na sala de aula.....	27
4.2.1 Primeira Atividade.....	27
4.2.2 Segunda Atividade.....	32
4.2.3 Terceira Atividade.....	33
4.3 Análise dos alunos participantes em relação às atividades aplicadas com a utilização do software Geogebra.....	36
CONSIDERAÇÕES FINAIS	38
REFERÊNCIAS	39
APÊNDICE 1	I
APÊNDICE 2	II
APÊNDICE 3	V
APÊNDICE 4	VI
APÊNDICE 5	VII
ANEXO 1	VIII
ANEXO 2	IX
ANEXO 3	X
ANEXO 4	XI

RESUMO

Este trabalho teve como objetivo analisar-se a reação do alunato em relação a utilização do software Geogebra no ensino de retas paralelas, concorrentes e perpendiculares. Aceitação e/ou rejeição do software pelos discentes, levando-se em consideração que os mesmos são os principais interessados no processo de ensino aprendizagem qualitativo. Historicamente o processo educacional vem sofrendo modificações, evoluindo e se aperfeiçoando ao decorrer dos tempos buscando a melhor maneira para se ensinar e se aprender especificamente a Matemática no que se refere à Geometria. Adotamos como principais teóricos Rocha (2008), Piaget (1982), Varela (1994) e Silveira (1996). Os docentes labutam diuturnamente para proporcionar a seus discentes o melhor ambiente possível de aprendizagem. Baseando-se nisto, o presente trabalho tem como foco demonstrar a alunos e professores as vantagens em se ensinar os conceitos de retas utilizando o software Geogebra, assim como elaborar e aplicar um Projeto de Ação/intervenção na sala de aula com o assunto supracitado em aplicação com o Geogebra. A pesquisa foi realizada na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio “José do Patrocínio”, na cidade de João Pessoa – PB. Os participantes da intervenção foram alunos do 3º ano da escola mencionada. Após a intervenção observamos que a utilização de maneira pratica e flexível proporcionado pelo Geogebra na aplicação de conteúdos Geometricos em particular o aqui citado auxilia o docente de maneira qualificativa e satisfatória.

Palavras-chave: GeoGebra. Retas. Processo educacional.

ABSTRACT

This work had like objective to examine whether the alunato's reaction to the use of Geogebra software in teaching of parallel lines, competitors and perpendiculars. Acceptance and/or rejection of the software by the students, taking into consideration that they are the main stakeholders in quality teaching and learning process. Historically the educational process is coming through changes, evolving and perfecting the course of time searching for the best way to teach and learn specifically Mathematics in relation to Geometric. We have adopted as main theoretical Rocha (2008), Piaget (1982), Julia Varela (1994) and Silveira (1996). Teachers work day and night to provide its students a learning environment as best as possible. Based on that, this monograph focuses on demonstrating students and teachers the advantages of teaching straight using the Geogebra Software, as well as create and apply an Action Project in class room about this subject in application with Geogebra. The research was conducted at the State School of Basic and Secondary Education "José do Patrocínio" in the city of João Pessoa – PB. Participants in the intervention were students of the 3rd year this school. After the intervention we observed that the use of flexible and practice way provided by Geogebra on application of Geometric contents in particular the here cited assists the teacher in a qualificative way and satisfactory.

Keywords: GeoGebra. Straight. Educational process.

1. INTRODUÇÃO

1.1. Apresentação do tema

Durante toda vida acadêmica passamos por diversas etapas e transformações, mudança de professores, assim como de metodologias, mais algo sempre encontra-se presente, a evolução, ao construir o saber e ao buscar o conhecimento estamos em constante crescimento pessoal, intelectual, e até mesmo na vida profissional. O mundo é da mesma forma. Ao ingressar na universidade abriu-se um vasto campo de oportunidades de crescimento evolucionar educacional, onde pude observar o quanto estamos envolvidos com o mundo tecnológico. As crianças cada vez mais cedo aprendem a utilização de aparelhos como os computadores, tablets e celulares, juntamente com estes equipamentos têm-se inseridos softwares que são rapidamente aprendidos e utilizados pelos jovens.

Vivemos em um mundo de constantes renovações, principalmente na área das tecnologias. Frequentemente novos softwares são criados, desde os mais simples aos mais avançados, onde todos apresentam um papel crucial na evolução tecnológica, estando presente em diversas e diferentes áreas das atividades humanas, entre elas o processo de ensino aprendizagem que sofre influencias constantes dessas inovações. As metodologias de ensino estão se transformando, evoluindo, se adaptando, programas voltados para a educação auxiliam de maneira mais frequente os docentes e a internet é um exemplo destas ferramentas tecnológicas, pois sem ela não teríamos os cursos à distância como os disponibilizados pela Universidade Federal da Paraíba (UFPB) com a modalidade de Educação a Distância (EAD).

A disciplina de Matemática ainda é vista por grande parte dos alunos como uma barreira no processo de ensino aprendizagem, um obstáculo de difícil aprendizagem. O Software Geogebra, nome este formado pela junção de **Geometria** e **Algebra**, surge exatamente para auxiliar o professor/orientador na desmistificação deste conceito ultrapassado e inverídico.

Com a utilização do software o docente demonstra para os alunos que a matemática é mais que apenas números e símbolos, embora sua linguagem se baseia nestas duas características, no entanto os conteúdos matemáticos podem ser aprendidos de maneira dinâmica atrativa e renovadora, não se prendendo necessariamente ao método conservador que se apresenta de maneira engessada e insuficiente.

Unificando conteúdos matemáticos em um único lugar, de fácil acesso, com flexibilidade, adaptável e inovador, o Geogebra se mostra uma ferramenta metodológica de grande valia para os docentes, apresenta-se como companheiro dos professores na orientação e ensinamento de conteúdos, conceitos e definições matemáticas, neste caso específico no ensino de retas, definindo a equação geral da reta, a equação reduzida da reta, retas paralelas e retas concorrentes. No caso das retas concorrentes elas podem se apresentar como perpendiculares de acordo com seu Coeficiente Angular.

Segundo Piaget (1982, p.336) “A importância do meio só é sensível, com efeito, num desenvolvimento histórico, quando as experiências adicionadas opõem as séries individuais umas às outras o suficiente para permitir que se determine o papel dos fatores externos”.

Aspectos sociais e culturais possuem influencia sobre as ações adotadas pelos coordenadores e professores de uma instituição de ensino, no entanto esta influencia se modifica quando novos pensamentos surgem, quando novos métodos acadêmicos são inserido na instituição fazendo com que, embora ainda influenciada, o corpo docente possa adaptar-se de maneira positiva as mudanças, inclusive em suas metodologias aplicadas, o que refletira no corpo discente de maneira a vim agregar valores e conhecimentos ainda não proporcionados.

Logo, não se deve simplesmente colocar a disposição dos alunos as ferramentas tecnológicas, mas também, principalmente, mostrá-los como elas os ajudam nas resoluções de problemas, e tratando-se do Geogebra, como ele possibilita a visualização daquilo que esta sendo apresentado, não ficando apenas na simbologia de números e figuras, mas presenciando as modificações e efeitos possíveis. Os alunos, assim como os professores, devem se sentir

motivados, com aulas atrativas, descontraídas, principalmente as de matemática ditas como chatas pela mistificação dos conceitos matemáticos e suas aplicações.

O docente tem a importante tarefa de orientar os alunos no processo de ensino aprendizagem, é assim na utilização de novas ferramentas metodológicas, e as transformações tecnológicas surgem para auxiliar os professores em suas labutas diárias, com planejamentos mais rápidos e organizados, apresentação do conteúdo proposto de maneira mais esclarecida e abrangente possível.

As novas tecnologias e programas educacionais têm por objetivo principal facilitar a interação entre os alunos e os professores em relação aos assuntos direcionados a aprendizagem, onde está aprendizagem seja qualificativa, positiva e satisfatória.

Segundo Varela (1994):

[...] ao lado dos saberes normatizados, existem saberes não totalmente disciplinados, isto quer dizer que, embora as instituições escolares desempenhem de fato funções de submetimento, elas podem desempenhar também funções libertadoras (p.94)

Isto significa que as instituições escolares possibilitam através da pesquisa a libertação do conhecimento de maneira incisiva, contraria as metodologias educacionais muitas vezes apresentadas nas escolas. Estas libertações são possíveis, muitas vezes por causa dos meios tecnológicos como as páginas da Web e softwares.

O texto de José Manoel Moran “Educação e Tecnologias: Mudar para valer!” (2013), apresentou-se fundamental para a escolha da linha de pesquisa deste Trabalho de Conclusão de Curso.

No texto o professor Moran fala sobre a real necessidade de transformação, os professores devem tornar suas aulas verdadeiramente mais atrativas para os alunos e considerando o mundo tecnológico que estamos inseridos, estas tecnologias devem chegar para as salas de aulas com uma orientação correta, proporcionando um processo de ensino-aprendizagem mais qualificativo, atrativo e inovador, onde os alunos busquem em pesquisas na internet respostas para problemas apresentados pelos professores durante as aulas. Que os docentes não temam o novo, pois muitas vezes se fecham para o mesmo com medo de errar, fracassar, mais o fracasso esta no não tentar, pois é tentando que se consegue. Ainda nesse texto ele diz que o sistema bimodal de ensino é o mais qualificado, onde parte das atividades são feitas a distância e parte presencial, exatamente como os cursos apresentados pela Universidade Federal da Paraíba na modalidade EAD, especificamente o de Licenciatura em Matemática a Distância.

Durante as atividades de Estágio Supervisionado muitas peculiaridades educacionais como metodologias, comportamento dos alunos entre outros aspectos tornam-se claramente observáveis para o aluno de licenciatura, é neste momento que a teoria é vista em prática e posteriormente posta em prática.

A utilização de programas educacionais por parte do professor regente durante o processo de observação do estagiário pode influenciá-lo a seguir esta metodologia, desde que considerada satisfatória e com resultados positivos em relação à aprendizagem. Alguns educadores utilizam softwares como o Geogebra em suas aulas, e este trabalho busca aumentar consideravelmente o número de usuários destes softwares, especificamente o Geogebra. Isto ocorrerá a parti de explanações sobre o software e sua utilização.

O Geogebra não só auxilia na apresentação de conteúdos matemáticos, como também na observação de conceitos e peculiaridades de cada assunto envolvido. Além disto, proporciona aos discentes uma alto-avaliação que poderá ajudá-los na correção de seus erros e verificação dos acertos.

Neste trabalho específico temos o ensino de retas como assunto, e o Geogebra complementar a explanação sobre o conteúdo anteriormente citado pelo professor regente e enfatizado pelo aluno aplicador do Projeto de Intervenção que veio a ser elaborado, baseado em uma metodologia de ensino disposta no mesmo.

De acordo com os pensamentos de Silveira (1996, p. 207), o processo de avaliação da aprendizagem é fundamentalmente o eixo que norteia o processo de ensino-aprendizagem, tendo

em vista que produz metodologias que viabilizem, dentro das salas de aula, práticas diferentes, por exemplo, assimples conferências de trabalhos que envolvem exercícios e pesquisas bibliográficas.

Considerando as informações supracitadas e a importância apresentada pelo Geogebra em sua utilização nos conteúdos matemáticos, utilizamos o referido software como ferramenta tecnológica para alunos do ensino médio de uma instituição escolar da 1ª Região de Ensino.

1.2 Memorial

Em fevereiro de 1995, dar início ao meu processo de ensino aprendizagem na cidade de Salgado de São Felix - PB, cidade esta vizinha a Mogeiro – PB de onde sou natural e residente, aos 03 anos de idade, na Escola Municipal de Educação Infantil e Ensino Fundamental José Benedito da Silveira, local em que recebi as primeiras instruções, ditas pré-escolares. Posteriormente, em 1998, aos seis anos, continuando o processo educacional de maneira continuada e progressiva, ingressei nos primeiros anos do Ensino Fundamental no Grupo Escolar João Bezerra de Sales, no Sítio Gavião, em Mogeiro.

Nessa instituição educacional, foi percebida pela professora regente minha evolução em diversas áreas do conhecimento, destacando-se os matemáticos e físicos (chamado de ciências na época), apresentando ênfase nestas áreas do conhecimento entre os meus colegas e perante os docentes, permanecendo em destaque até a conclusão da antiga 4ª série, atualmente 5º ano. Em 2002, inicia-se mais uma etapa ao rumo do conhecimento, ingressando nos anos finais do Ensino Fundamental, na Escola Estadual de Ensino Fundamental João Hibernon da Silva - unidade que se situava mais distante da minha residência, contudo a de melhor acessibilidade considerando que minha casa era a margem do Rio Paraíba, rio este, que limita Salgado de São Felix e Mogeiro. Neste período estudei à tarde apesar de que nos anos anteriores sempre estudei pela manhã.

O fato de ser uma instituição pública, certamente não feriu minha aprendizagem, proporcionou-me grandes benefícios cognitivos, principalmente em virtude da estruturação física e da qualificação dos profissionais que nela trabalhavam. No ano seguinte (2003), fui para a Escola M. I. E. F. M. Eunice Barbosa na cidade de Salgado de São Felix, cursando nesta, minha 6ª série – 7º ano. Posteriormente em 2004 retornei a escola João Hibernon, depois em 2005 para a Escola Eunice Barbosa, onde conclui os anos finais do Ensino Fundamental, sendo aprovado anualmente, sempre com louvor e referência para meus colegas, algo que muito mim orgulha.

No ano seguinte, nesta mesma escola, iniciou-se meu Ensino Médio. Em 2007 passei a estudar na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Ana Ribeiro, na cidade de Salgado de São Felix. Conclui minha Educação Básica na Escola Estadual de Ensino Médio Otávia Silveira, Mogeiro PB, sempre sendo aprovado anualmente sem repetição de ano.

Dois anos depois sou aprovado no vestibular para cursar Licenciatura em Matemática, na Universidade Federal da Paraíba na modalidade EAD no Polo da cidade de Itabaiana - PB. Também foi nesta época que incorporei nas fileiras do Exército Brasileiro, em 2010, onde permaneci durante 4 anos, labutando diuturnamente para conciliar as atividades e deveres militares as necessidade e exigências que são apresentadas quando se estar cursando uma instituição de nível superior, mesmo esta sendo a distância, o que não minimiza em nada suas cobranças necessárias, constante necessidade de comprometimento e dedicação.

Inicialmente, confesso que só queria ter um diploma de nível superior, deixando como segundo plano a função de docente, até mesmo não pretendendo exercer - lá. Mais à medida que ia se passando os semestres e com eles as disciplinas, principalmente após as disciplinas de Estágio Supervisionado I, II, III e IV, percebi que posso fazer a diferença, que serei um educador que fará seus discentes pensarem, agirem, tornarem indivíduos transformadores de seu

meio, não simplesmente aceitar o que lhe são propostos, mais sim, questionar, opinar e participa ativamente nas mudanças no mundo, com conhecimento e sabedoria.

Durante minhas observações nos Estágios Supervisionados pude perceber a influencia que as disciplinas anteriormente estudadas tinham sobre meus julgamentos, minhas conclusões e percepções sobre a maneira que os docentes e discentes observados apresentavam em minha frente. Muitos empecilhos e barreiras se apresentaram em meu processo de ensino e aprendizagem, quando na educação básica, tive que mudar frequentemente de instituição educacional devido ao Rio Paraíba muitas vezes impossibilitar minha ida a escola, algumas vezes durante semanas.

Contudo, sempre busquei dar o meu melhor, e durante estes anos na UFPB Virtual não foi diferente, embora não tenha conseguido concluir o curso no tempo previsto, hoje tenho certeza que estou plenamente capacitado para exercer a função de docente, consciente de que não acabou e que nunca vai acabar a busca pelo conhecimento, pois ela é contínua, diária e constante, tenho plena convicção de que meu processo de ensino aprendizagem concluiu uma grande e importante etapa, contudo, deverei continuar estudando, aprendendo, desenvolvendo-me, capacitando-me cada vez mais e melhor.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo geral

Analisar uma proposta de intervenção para o ensino de Retas utilizando o Software Geogebra, por alunos do 3º ano do Ensino Médio na visão e perspectiva destes discentes, observando as reações de aceitação e/ou rejeição dos mesmos.

1.3.2 Os Objetivos Específicos

Para atingirmos o Objetivo Geral, destacamos os seguintes objetivos específicos:

- Elaborar e aplicar uma proposta de intervenção, envolvendo o ensino de retas, utilizando o Software Geogebra;
- Desenvolver a proposta com uma turma de alunos do 3º ano do Ensino Médio e avaliar os resultados.

2. O SOFTWARE GEOGEBRA

2.1. Surgimento do GeoGebra

Surgindo como parte de um projeto de dissertação de mestrado, com sua primeira versão em 2001, o Geogebra trata-se de um software livre criado por Markus Hohenwarter onde ao decorrer de suas pesquisas eleva o Geogebra para sua tese de doutorado na Universidade de Salzburgo, na Áustria. Markus ganhou vários prêmios e patrocínios para o fortalecimento e ampliação de seus trabalhos, ganhando inclusive o prêmio de software educacional Alemão.

Antes de ser usado na América Latina, o Geogebra inicia sua utilização nos Estados Unidos e na Europa, onde se realiza conferências reunindo renomados nomes de matemáticos entre outras áreas educacionais. Não a muito tempo atrás, realizou-se na cidade de São Paulo, aqui no Brasil, a 1ª Conferência Latino Americana de Geogebra, com o objetivo de ampliar, expandir, maximizar a utilização do Software em todas as áreas de sua abrangência.

O que deu certo, já que após a conferência surgiram novos institutos de maneira consolidadas, sendo estes, no México, Argentina, Uruguai, Chile e Colômbia. (Abar, 2011). Antes da conferência havia apenas três, sendo duas no Brasil situadas na PUC/SP e na Universidade Federal Fluminense.

O Geogebra surge como ferramenta metodológica renovadora, que possibilita a interação e articulação do ensino da álgebra e da geometria, auxiliando os docentes no ensino da matemática em seus diversos níveis, tanto na Educação Básica quanto nos cursos superiores, agregando qualidade e positivismo na metodologia de ensino dos professores, refletindo em um considerável e satisfatório índice de aprendizagem apresentado pelos discentes.

Descartando a necessidade de locomoção dos alunos das salas de aula, o software pode ser utilizado dentro das mesmas, mas sem que os discentes se sintam aprisionados dentro delas, onde o professor com um computador acoplado a um retroprojetor apresenta aos alunos o conteúdo metodológico a ser estudado, mas de maneira flexível e diversificada, transformando uma aula engessada por uma metodologia conservadora que ainda é predominante no Brasil, em uma aula de projeção, de real visualização do conteúdo matemático, de *desfocalização* da visão que os alunos possuem em relação à matemática, assim como uma desmistificação que estes apresentam sobre a mesma, que não se trata apenas cálculo, e sim que pode ser aprendida de maneira atrativa, despertando no corpo discente a vontade de se aprender matemática.

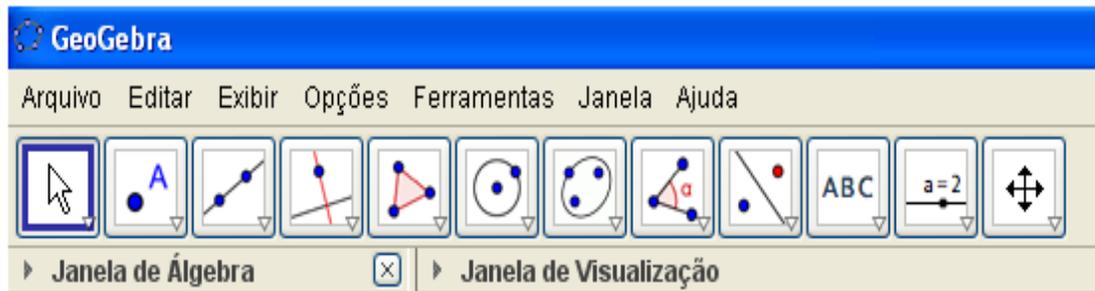
O Geogebra é um software livre e multiplataforma, possibilitando assim sua instalação em computadores com diferentes sistemas operacionais como o Windows, o Linux ou Mac OS. Com o Geogebra pode-se criar figuras e/ou ilustrações a serem utilizadas em outras ferramentas como Microsoft Word, no Open Office ou no LaTeX. Possui versão em português, o que facilita a utilização pelos usuários brasileiros.

O software Geogebra é de fácil utilização. Tendo sua tela de apresentação explanada temos a barra de menus e de ferramentas, possibilitando diversos comandos onde a partir deles é possível compreender melhor as suas utilidades. (ROCHA, 2008)

Na barra de menus, apresentada na parte superior da janela de apresentação do Geogebra se tem os itens arquivo, editar, exibir, opções, ferramentas, janela e ajuda respectivamente nesta ordem, e ao clicar sobre os itens apareceram funções específicas de acordo com o item selecionado. (GEOGEBRA, manual do usuário).

Posteriormente, abaixo da barra de menus, encontramos a barra de ferramentas com diferentes maneiras de trabalho e com variados comandos de utilização. (GEOGEBRA, manual do usuário).

Figura 1 - Barra de Menus e Barra de Ferramentas do Geogebra



Fonte: GeoGebra 5.0

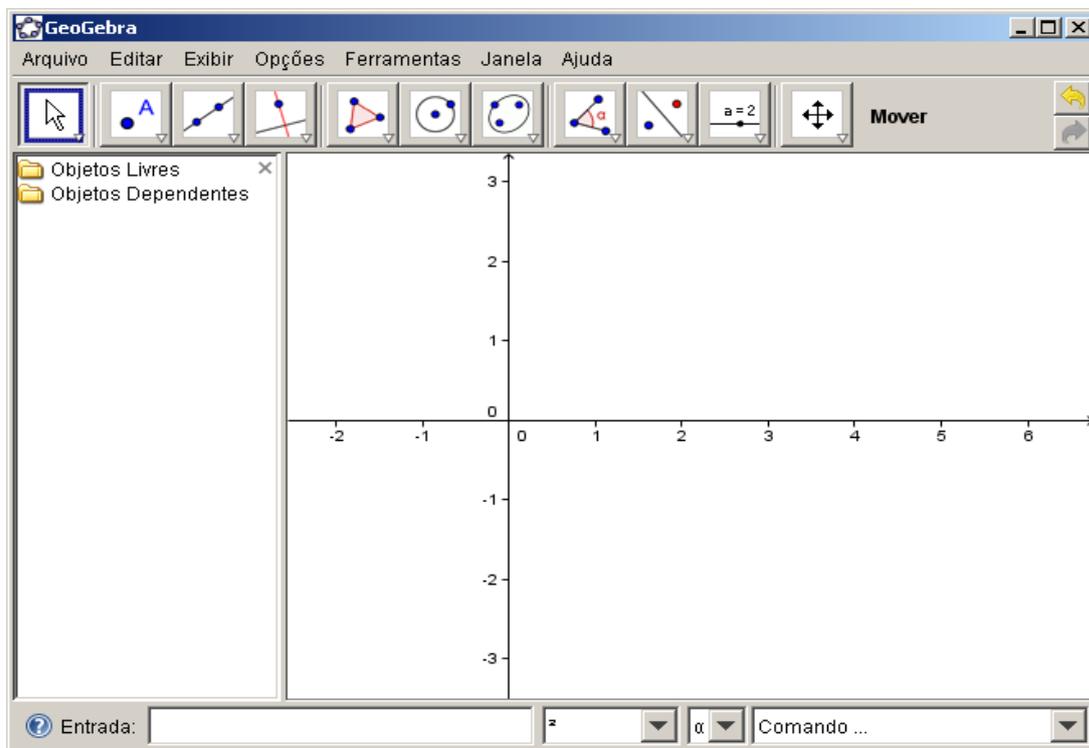
Em seguida a barra de ferramentas se tem duas janelas abertas na tela inicial, a janela geométrica a direita e a algébrica a esquerda onde tornaram as partes visíveis, respectivamente.

Os eixos cartesianos estão exibidos na janela geométrica, caso o usuário deseje poderá retirá-los basta desmarcar a opção Eixo que se encontra no item Exibir na barra de menu, para repor os eixos cartesianos faz-se o mesmo processo só que desta vez marcando a opção Eixo.

Ainda em Exibição, existe a opção Malha para deixar a janela geométrica toda quadriculada, não sendo o caso deixa-se desmarcada esta opção (GEOGEBRA, manual do usuário).

Vejamos como a tela de apresentação fica explanada.

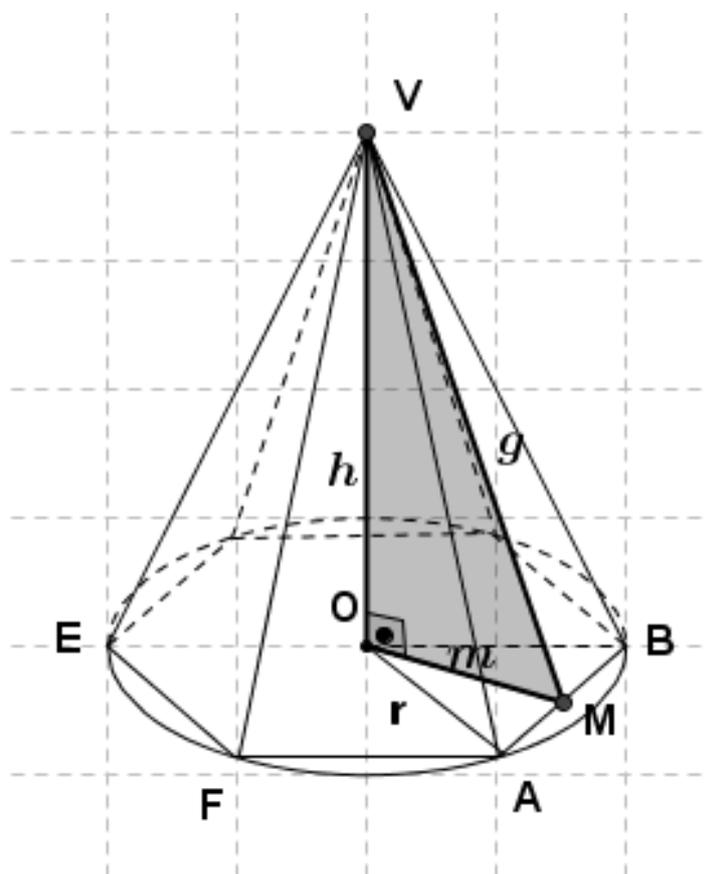
Figura 2- Tela de apresentação do Geogebra



Fonte: Geogebra 5.0

Embora o Geogebra seja uma ferramenta para utilização em figuras bidimensionais, isso não impede que utilizemos esta ferramenta para o ensino de alguns conceitos tridimensionais, como por exemplo, a Geometria Espacial.

Figura 03: Pirâmide construída com o software Geogebra



Fonte: arquivo do pesquisador

2.2. Utilizando o Geogebra no ensino de Retas

Reta é um dos conceitos geométricos que pode ter seu ensinamento facilitado pelo Geogebra. Segundo Giovanni, Castrucci, Junior (1998), a definição de reta é que não possui espessura, não tem começo nem fim e é ilimitada nos dois sentidos.

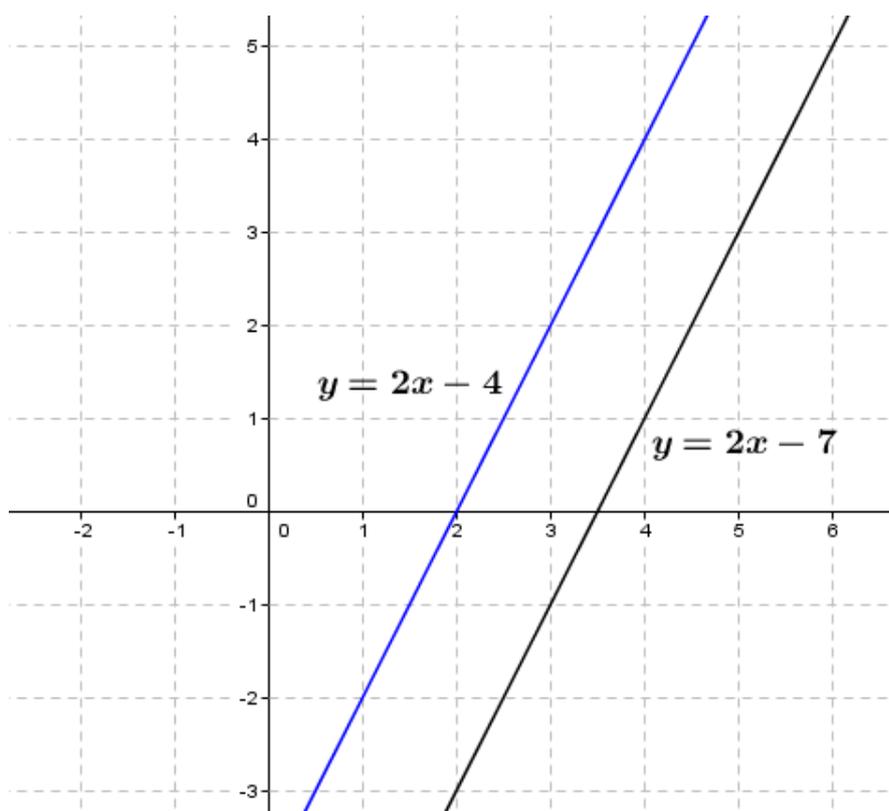
Explicar para os alunos que uma reta não tem fim para suas duas dimensões é complicado, já que eles a veem quando colocadas no papel ou no quadro. Com o software Geogebra torna-se mais simples, pois eles conseguem confirmar que a reta é infinita, por mais que se afaste o zoom da tela principal.

Após a absorção por parte dos alunos do conceito de retas, o professor/orientador poderá introduzir novas observação em relação as propriedades das retas dentro do campo da geometria.

Retas paralelas não possuem nenhum ponto em comum. Giovanni, Castrucci, Junior (1998). A visualização desta afirmação conceitual pode ser verificada com a utilização do Geogebra, onde para provar aos alunos o professor afasta o zoom da tela principal e os alunos

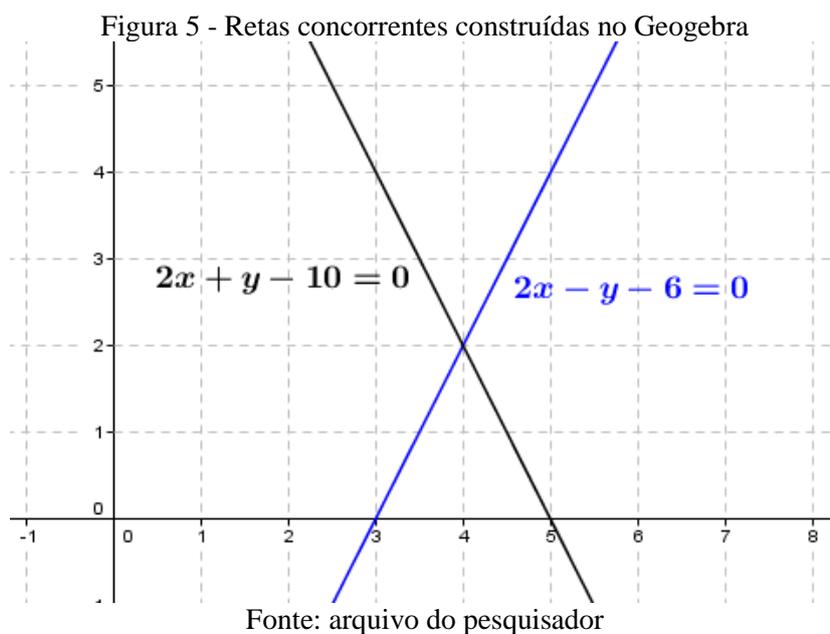
constataram que por maior que seja a parte das retas que eles consigam ver elas não possuem nenhum ponto em comum.

Figura 4 - Retas paralelas construídas no Geogebra



Fonte: arquivo do pesquisador

Retas concorrentes é mais um conceito que pode ser apresentados para os alunos com a utilização do Geogebra. As retas concorrentes possuem apenas um ponto em comum. (SANTANA, et al, 2011). Para que os alunos constatem isto o professor pode pedir para que eles encontrem outro ponto em comum entre as retas, além daquele apresentado pelo professor através do software. Os discentes perceberam que é impossível.



2.3. Instituto Geogebra

Figura 6 – Logotipo do Instituto Geogebra no Rio de Janeiro



Fonte: Instituto Geogebra no Rio de Janeiro

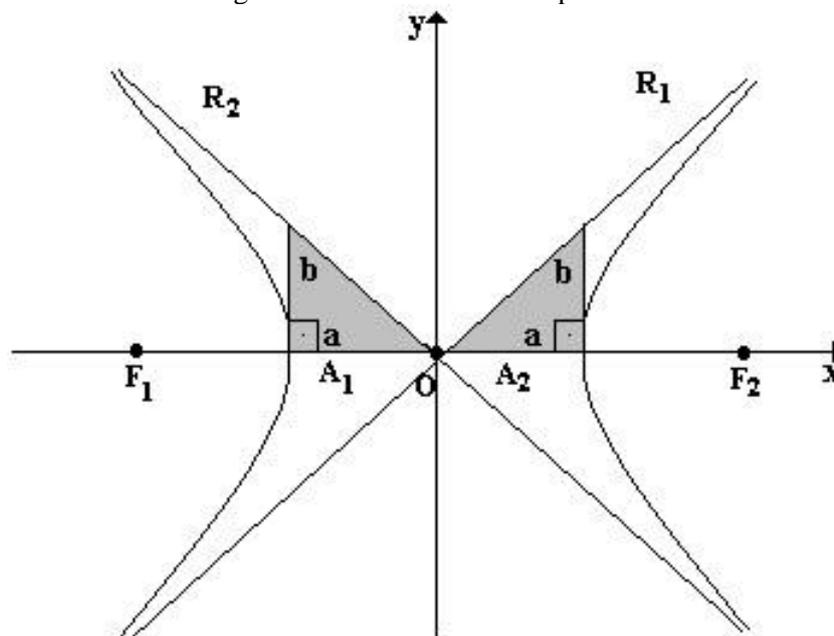
No Brasil, como um dos membros do IGI (International Geogebra Institutes) temos o Instituto Geogebra no Rio de com o objetivo de atrair indivíduos e instituições interessadas na utilização do software Geogebra como ferramenta metodológica aplicada para o ensino e aprendizagem, surgindo assim uma rede de informações aberta de compartilhamento dos conhecimentos adquiridos no treinamento, dando subsídios a docentes e discentes, proporcionando a interação colaborativa entre pesquisadores e profissionais da educação. O instituto tem como propósito as seguintes metas:

- desenvolvimento de materiais para o treinamento de educadores na utilização do Geogebra como ferramenta de ensino aprendizagem e a divulgação da matemática para todos de maneira gratuita;
- desenvolver oficinas (workshops) para professores, certificando-os no uso deste material no Brasil (e, particularmente, no Estado do Rio de Janeiro) e;
- realizar formação presencial e a distância de maneira qualitativa à professores e alunos de cursos superiores de licenciaturas em matemática.

Sediado no Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal Fluminense, o Instituto GeoGebra no Rio de Janeiro tem em sua equipe atual os professores Humberto José Bortolossi (coordenador), Wanderley Moura Rezende e Dirce Uesu Pesco.

3. RETAS

Figura 7 – Gráfico de uma Hipérbole



Fonte: <http://www.brasilecola.com>

Estudo Analítico dos Pontos, Estudo das Retas, Estudo da Circunferência e Estudo das Cônicas são tópicos que se relacionam ao estudo da Geometria Analítica, iniciada no século XVII pelo matemático francês René Descartes que viveu entre os anos de 1596 e 1650. A Geometria Analítica tem como base o uso da Álgebra no estudo da Geometria, sendo chamada também de coordenadas geométricas.

Relacionando a Geometria com a Álgebra, Descartes, elaborou fundamentações matemáticas capazes de determinar distância, localização e coordenadas que relacionavam propriedades de pontos, retas e circunferências. A partir de uma representação geométrica, dados importantes podem ser extraídos de modo numérico, tornando-se uma característica importante da Geometria Analítica.

Isaac Newton e Gottfried Wilhelm Leibniz centralizaram seus estudos na Geometria Analítica, embasando-os em teorias e práticas que auxiliaram para o surgimento de conteúdos como o Cálculo Diferencial e Integral, conteúdos estes, muito utilizados atualmente nos cursos superiores de Matemática, Física e Engenharia, entre outros que se relacionam com os citados. Tratando-se de tamanho, direção e sentido têm-se os vetores, utilizados para explicar e demonstrar situações que se relacionam com o espaço, construindo a essência dos estudos dos espaços vetoriais.

3.1. Equações da reta

Admitindo conhecidas as propriedades que definem um ponto, temos que três pontos estão alinhados se o determinante entre suas coordenadas obtiverem como resultado o 0 (zero). Caso isto ocorra, dizemos que estes pontos pertencem à mesma reta.

Vejam os dados dois pontos $R(x_1, y_1)$ e $F(x_2, y_2)$ temos que o determinante de suas coordenadas é dado da seguinte forma:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Temos assim:

$$\begin{aligned} xy_1 + yx_2 + x_1y_2 - y_1x_2 - yx_1 - y_2x &= 0 \\ x(y_1 - y_2) + y(x_2 - x_1) + (x_1y_2 - y_1x_2) &= 0 \end{aligned}$$

Sabendo-se que x_1, x_2, y_1 e y_2 são constantes, temos:

$$(y_1 - y_2) = a, (x_2 - x_1) = b \text{ e } (x_1y_2 - y_1x_2) = c, \text{ com } a, b \text{ e } c \in R.$$

Logo a **equação geral** da reta que passa pelos pontos R e F é:

$$ax + by + c = 0$$

Para determinarmos a **equação reduzida** da reta isolamos y e obtemos,

$$\begin{aligned} by &= -ax - c \\ y &= -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b} \end{aligned}$$

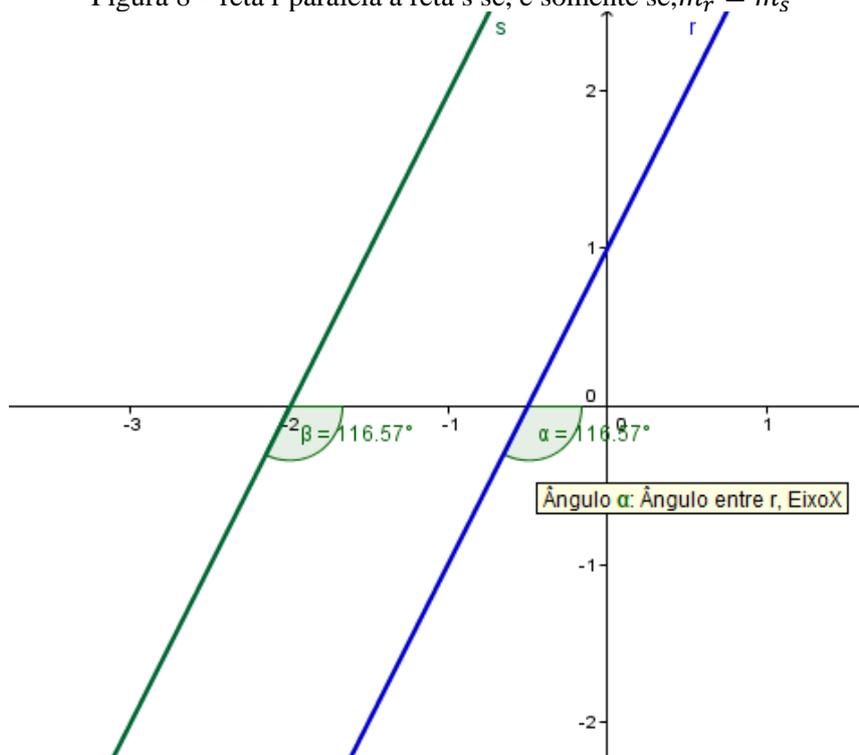
Onde $m = -\frac{a}{b}$ é o **Coefficiente angular** e $n = -\frac{c}{b}$ o **Coefficiente linear**.

3.2. Retas paralelas

Dois retas são ditas paralelas se, e somente se, $\left(-\frac{a}{b}\right)_r = \left(-\frac{a}{b}\right)_s$, ou seja, $m_r = m_s$, logo, se seus coeficientes angulares forem iguais, caso existam, os seus ângulos são congruentes em relação ao eixo OX.

Um exemplo são as retas $r: 2x - y + 1 = 0$ e $s: 2x - y + 4 = 0$ apresentadas na figura abaixo utilizando-se o Geogebra.

Figura 8 – reta r paralela a reta s se, e somente se, $m_r = m_s$



Fonte: arquivo do pesquisador

Vemos que o ângulo de inclinação destas retas, em relação ao eixo OX, são iguais, e observando as equações reduzidas de r e s vemos que $m_r = m_s$.

Figura 9 – Equação reduzida e ângulo de r e s

▶ Janela de Álgebra

- ☐ Reta
 - r: $y = 2x + 1$
 - s: $y = 2x + 4$
- ☐ Ângulo
 - $\alpha = 116,57^\circ$
 - $\beta = 116,57^\circ$

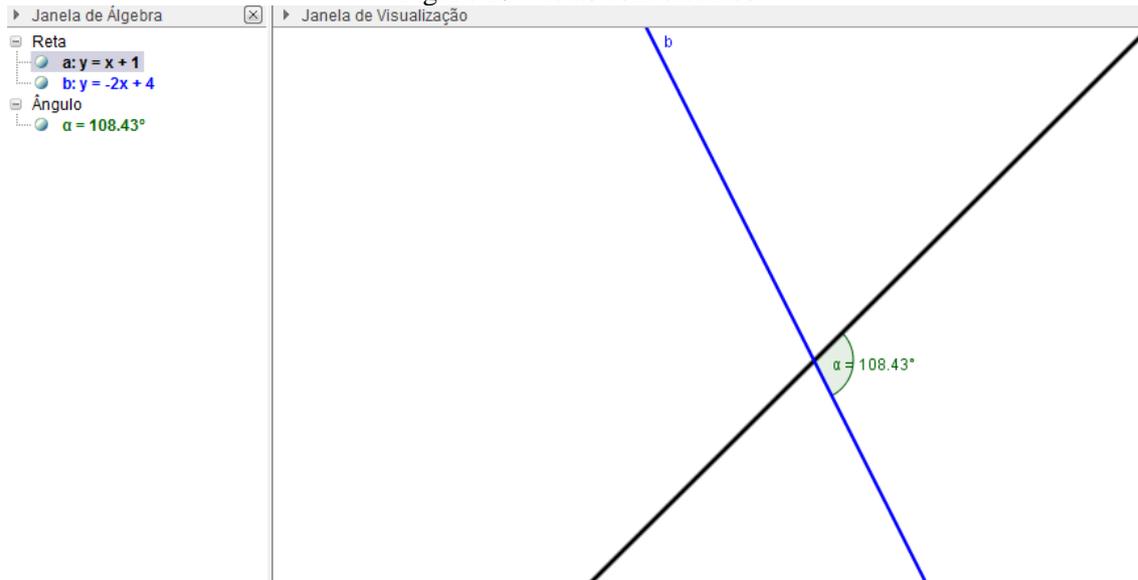
Fonte: arquivo do pesquisador

3.3. Retas concorrentes

Duas retas são concorrentes quando se encontram em um único ponto e possuem Coeficientes angulares distintos. Logo $m_r \neq m_s$.

Veamos o exemplo abaixo representado no Geogebra das retas $a: x - y + 1 = 0$ e $b: 2x + y - 4 = 0$, onde podemos observar em suas equações reduzidas que o coeficiente angular das retas são distintas. Vemos também que, o ângulo formado na interseção das retas é diferente de 90° .

Figura 10 – retas concorrentes



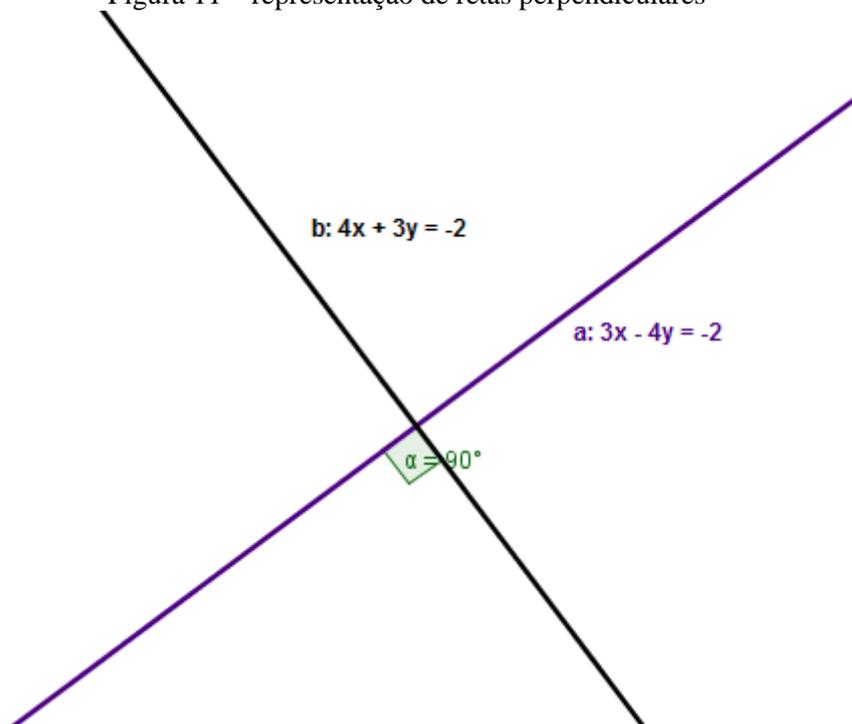
Fonte: arquivo do pesquisador

3.3.1. Retas perpendiculares

As retas concorrentes que formam um ângulo de 90° entre si são ditas **perpendiculares**.

As retas $a: 3x - 4y + 2 = 0$ e $b: 4x + 3y + 2 = 0$, são exemplos de retas perpendiculares. Podemos observar na Janela de Visualização do Geogebra, apresentado na figura abaixo, que o ponto de interseção das retas formam um ângulo de 90° entre si.

Figura 11 – representação de retas perpendiculares



Fonte: arquivo do pesquisador

4. PROCEDIMENTOS E RECURSOS METODOLÓGICOS A SEREM UTILIZADOS

Nosso processo de ensino-aprendizagem começa a sentir de maneira mais enfatizada os impactos que a tecnologia tem causado em seu meio. Apesar de ter sua grande parte ainda enrijecida com uma metodologia conservadora, o processo educacional começa a ser apresentado de maneira mais dinâmica pelos professores, e a tecnologia surge como uma das ferramentas de maior convicção impactante. Buscando analisar de maneira qualitativa os impactos que estas tecnologias tem sobre os alunos, este trabalho trata-se do “Uso de novas tecnologias no ensino da Matemática”, temos o Software Geogebra como programa educacional, o notebook como ferramenta de armazenamento e o Retroprojektor como projetista do conteúdo a ser apresentado, assim como as imagens a serem produzidas pelo Geogebra.

Os procedimentos utilizados nesta intervenção serão citados a seguir, sendo aplicadas ao decorrer das aulas que compõem todo o projeto de intervenção/ação em sala de aula. Os procedimentos foram:

- Projeção de retas utilizando o Geogebra (Docente);
- Exercício proposto para resolução em sala de aula (Discente e Docente);
- Observação (Discente e Docente);
- Participação (Discente e Docente);
- Avaliação para resolução individual (Discente).

O sistema de avaliação será de maneira contínua, tendo em vista que o professor avaliará os alunos durante todas as aulas interagindo com eles para melhor adequar a metodologia, levando em consideração o comportamento, a participação, a inter-relação a ser construída e a resolução das atividades de maneira correta e satisfatória.

4.1. Identificação da escola e da turma

O projeto foi aplicado na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio José do Patrocínio, situada na rua Antônio Correia da Costa, S/N, Funcionários II, na cidade de João Pessoa – PB, para 30 alunos do 3º ano do Ensino Médio, no dia 2 de dezembro de 2014 durante três aulas com duração de 45 minutos cada hora aula, totalizando 2 horas e 15 minutos de duração. As aulas foram no período da manhã, onde o professor regente de Matemática da turma era o Pro. Anderson Roberto.

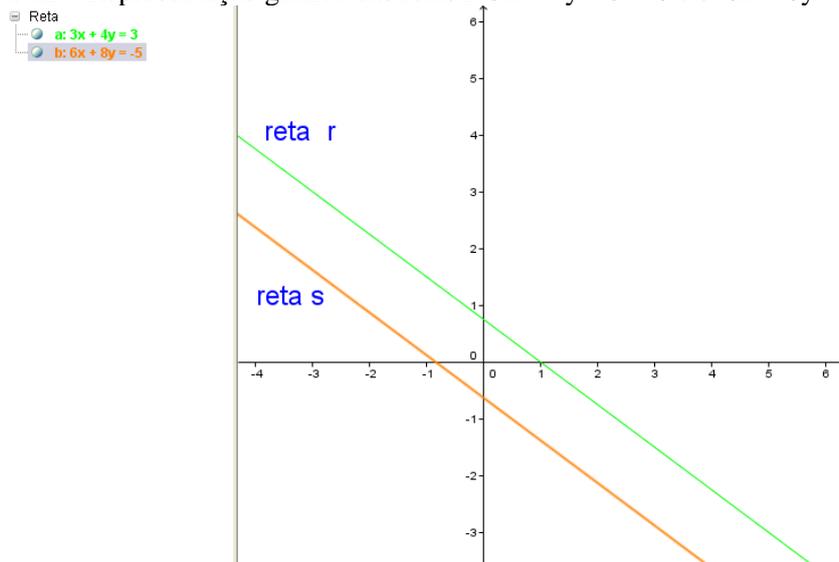
4.2. Projeto de ação/intervenção na sala de aula

4.2.1. Primeira Atividade

Ao chegar à sala de aula alguns dos alunos ainda não estavam presentes, pegamos o retroprojektor na direção da escola e o levamos para ser utilizado durante a aula. Imediatamente após a instalação do aparelho foi projetado à janela de apresentação do Geogebra, e em seguida dissertado sobre o programa, sua utilização em diferentes conteúdos matemáticos, em específico o ensino de retas, isto a medida que o restante da turma estava chegando.

Posteriormente, foi feita a projeção de uma reta com auxílio do Geogebra, identificando a equação geral da reta e como encontrar a equação reduzida no software, assim como o ângulo de inclinação da reta em relação ao eixo OX, o coeficiente angular e coeficiente linear desta reta, onde o mesmo caminho pode ser seguido para se encontrar estas informações sobre outras retas. Depois foi colocada uma segunda reta no gráfico, conforme Figura 12, onde esta é paralela à primeira, isto foi feito para dissertar sobre retas paralelas, identificando as condições necessárias que isto ocorra. Logo após foi aplicada a **Atividade 1** (ver **APÊNDICE 2**), vejamos o resultado:

Figura 12 – Representação gráfica das retas r: $3x + 4y - 3 = 0$ e s: $6x + 8y + 5 = 0$



Fonte: arquivo do pesquisador

No primeiro procedimento foi observado pelos alunos o gráfico das retas r e s, conforme mostra figura 12.

No segundo procedimento: pela observação dos gráficos, o que você pode concluir acerca das retas?

Tabela 1- Resposta da 2ª Questão (Atividade 1)

Dados das respostas dos alunos	Nº de alunos	(%)
As retas são paralelas	22	73,3%
As retas não se tocam, são paralelas	08	26,7%
Total	30	100%

Fonte: arquivo do pesquisador

Na Tabela 1 temos a resposta dos alunos em relação a 2ª questão da Atividade 1. Os dados nela apresentados nos leva a observar que pequena parte dos alunos apresentou uma resposta mais completa, contudo, a resposta dos 73,3% dos alunos não esta errada, já que o objetivo era fazer com que os alunos identificassem que as retas são paralelas.

No terceiro procedimento temos: Nesta parte da atividade, após obter a equação reduzida de ambas as retas, os alunos deveriam reconhecer os coeficientes angulares e lineares.

Tabela 2 – Resposta da 3ª Questão (Atividade 1)

Requisito	Nº de acertos	Nº de erros	Não respondeu
Equação reduzida de r	26	2	2
Coeficiente angular de r	26	2	2
Coeficiente linear de r	28	0	2
Equação reduzida de s	22	4	4
Coeficiente angular de s	22	4	4
Coeficiente linear de s	24	2	4

Fonte: arquivo do pesquisador

Observando a Tabela 2 pode-se concluir que os acertos dos requisitos solicitados na questão não foram 100%, aproximadamente 6,67% dos alunos não responderam os requisitos de 1 ao 3, assim como aproximadamente 13,33% não responderam os requisitos de 4 ao 6.

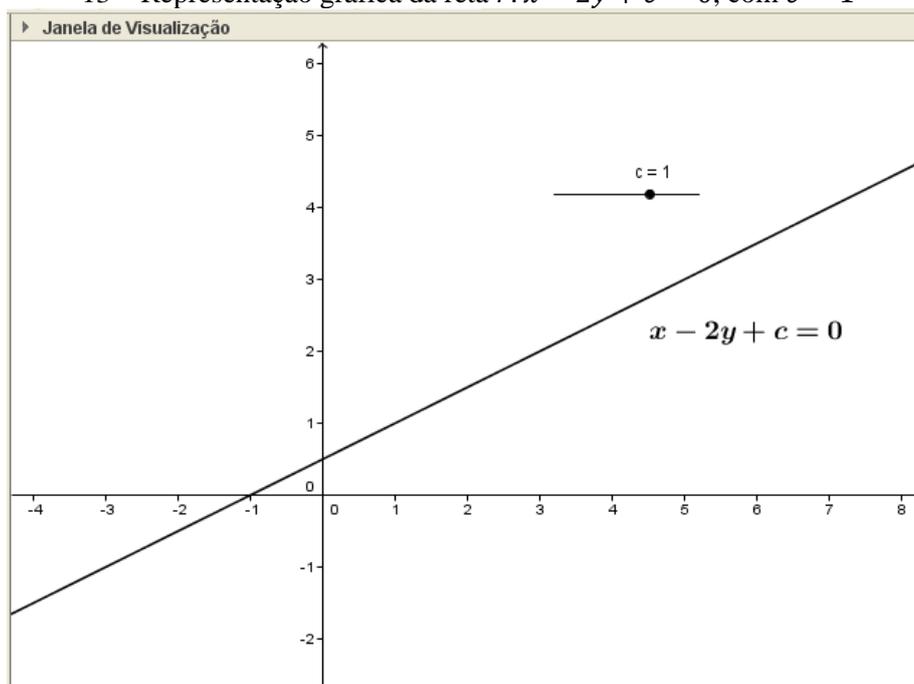
Nenhum aluno errou o requisito 3. Os erros ocorreram por falta de atenção ao transferir as informações do gráfico para o caderno, em sua totalidade invertendo os sinais das respostas.

No quarto procedimento, a partir do que você observou e analisou no item anterior, o que você pode concluir acerca da condição geral para que duas retas sejam paralelas?

Todos os alunos acertaram a resposta da questão 4, na qual o objetivo era fazer com que consigam perceber a condição geral para que duas retas sejam paralelas.

No quinto, construímos nesta parte da atividade um seletor com o auxílio do Geogebra onde a partir da variação do seletor c o aluno é interrogado sobre a função do coeficiente linear da reta.

13 – Representação gráfica da reta $r: x - 2y + c = 0$, com $c = 1$

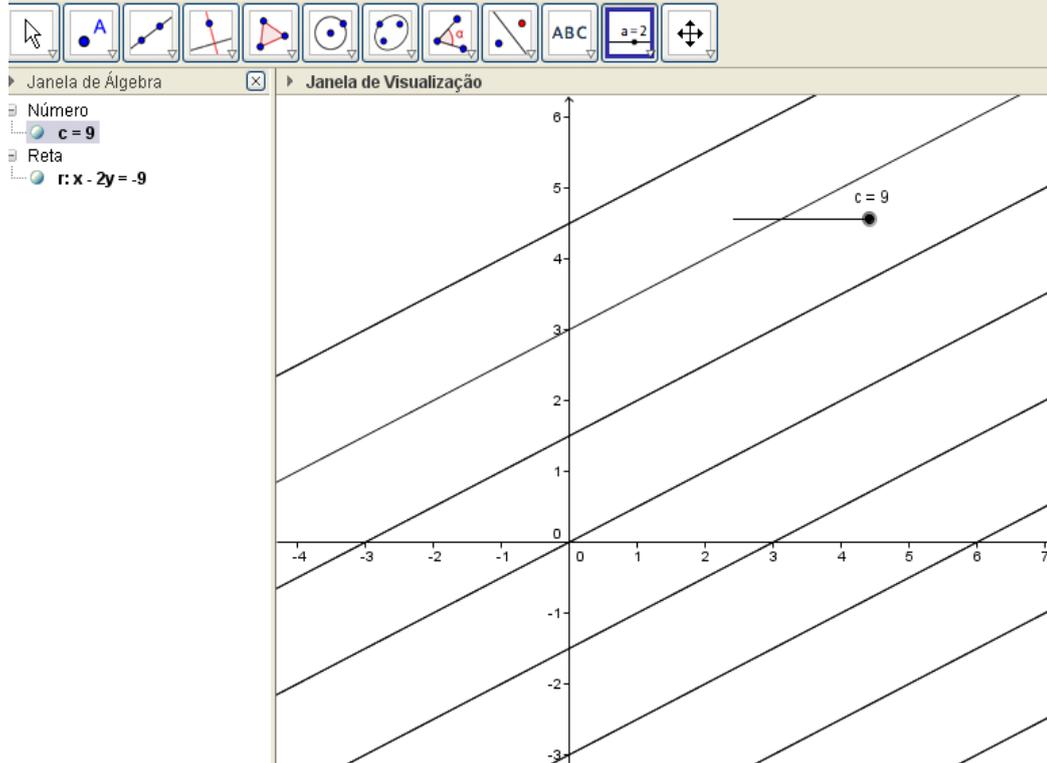


Fonte: arquivo do pesquisador

Esta questão teve 100% de acerto, alcançando o objetivo, fazer com que o aluno perceba que a função do coeficiente linear (ou independente) é deslocar a reta sobre o eixo das coordenadas.

No sexto, seguidas as determinações esplanadas na questão, proporcionou-se que os alunos comprovassem o que a variação do coeficiente linear afetou no gráfico da função. Conforme mostra a Figura 14.

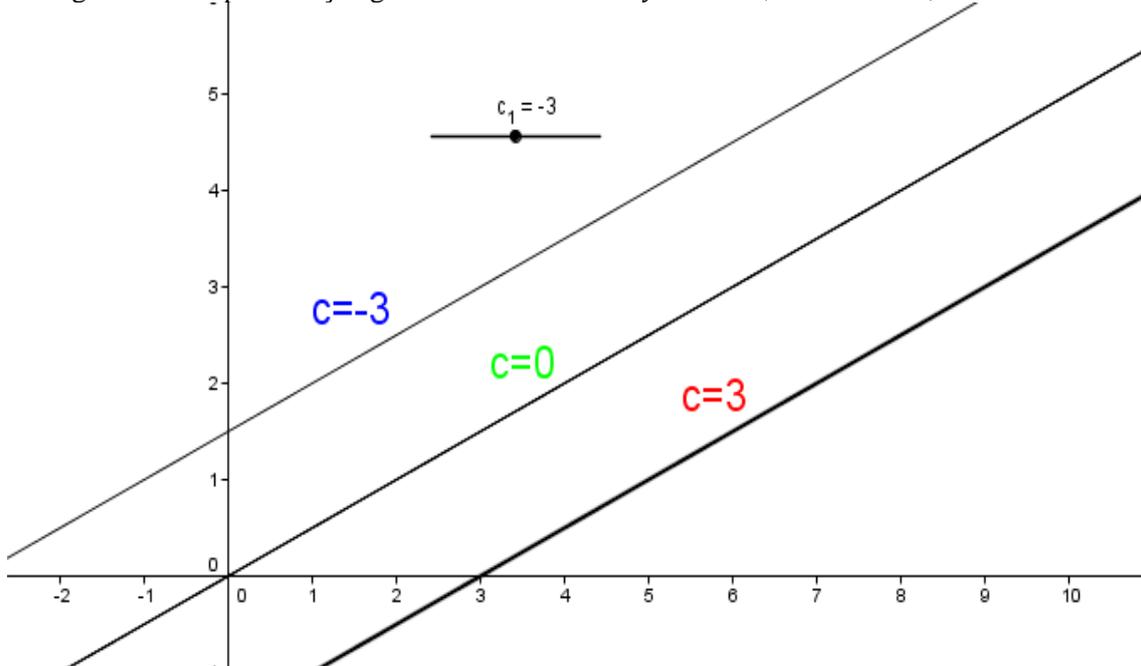
Figura 14 – Representação gráfica da movimentação da reta $r: x - 2y + c = 0$, com c variando



Fonte: arquivo do pesquisador

Sétimo procedimento: Nesta parte escolhemos alguns valores para c no intervalo dado (por exemplo, um valor positivo, um valor negativo e o valor nulo) e os alunos anotavam a equação geral de cada uma das retas. Depois plotamos o gráfico de cada situação, conforme mostra a Figura 15.

Figura 15 – Representação gráfica da reta $r: x - 2y + c = 0$, com $c = -3$, $c = 0$ e $c = 3$



Fonte: arquivo do pesquisador

Tabela 3 – Resposta da 7ª Questão (Atividade 1)

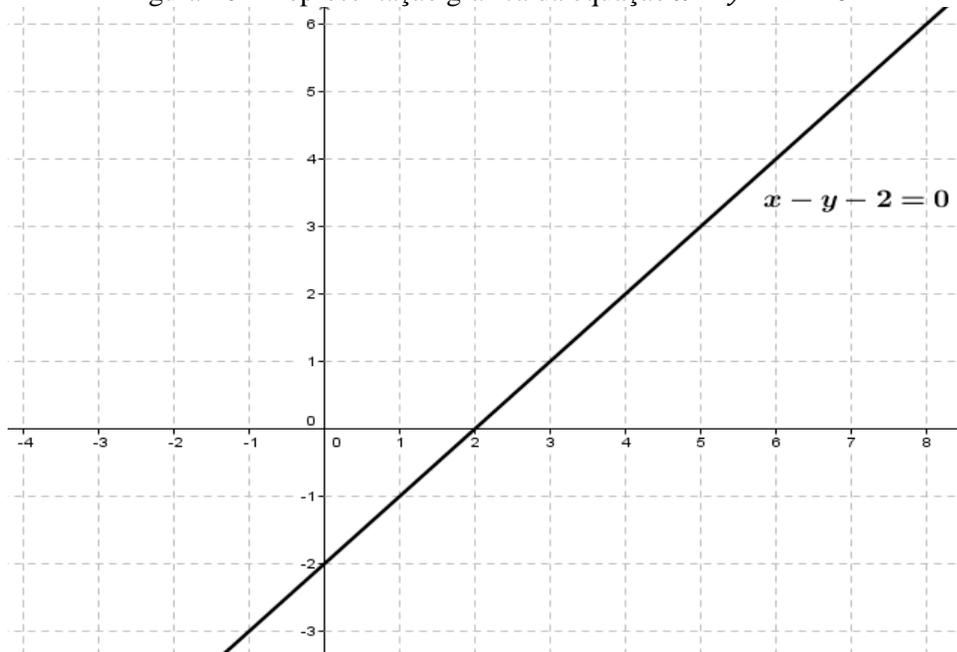
Requisito	Nº de acertos	Nº de erros	Não respondeu
Equação geral de r_1	30	0	0
Coefficiente angular de r_1	30	0	0
Coefficiente linear de r_1	27	2	1
Equação geral de r_2	30	0	0
Coefficiente angular de r_2	30	0	0
Coefficiente linear de r_2	30	0	0
Equação geral de r_3	30	0	0
Coefficiente angular de r_3	30	0	0
Coefficiente linear de r_3	25	4	1

Fonte: arquivo do pesquisador

A Tabela 3 fornece informações sobre as retas r_1 , r_2 e r_3 desenvolvidas na 7ª questão da Atividade 1 (ver APÊNDICE 2). Observando a Tabela 3, vemos que a média do número de acertos dos requisitos foram superiores aos apresentados na 3ª Questão (ver Tabela 2). Todos os alunos acertaram as respostas relacionadas à reta r_2 . Os erros foram cometidos apenas na resposta do coeficiente linear das retas r_1 e r_3 , assim como as não respondidas. Um dos fatores para que isto ocorresse foi a falta de atenção dos alunos ao buscarem estes resultados, invertendo os sinais.

Para finalizar a primeira atividade, lançamos o seguinte desafio:
A figura abaixo representa o gráfico da função $x - y - 2 = 0$. Como seria o gráfico da função $x - y + 2 = 0$? Esboce o gráfico no quadro abaixo utilizando somente o que você aprendeu do item anterior.

Figura 16 – Representação gráfica da equação $x - y - 2 = 0$



Fonte: arquivo do pesquisador

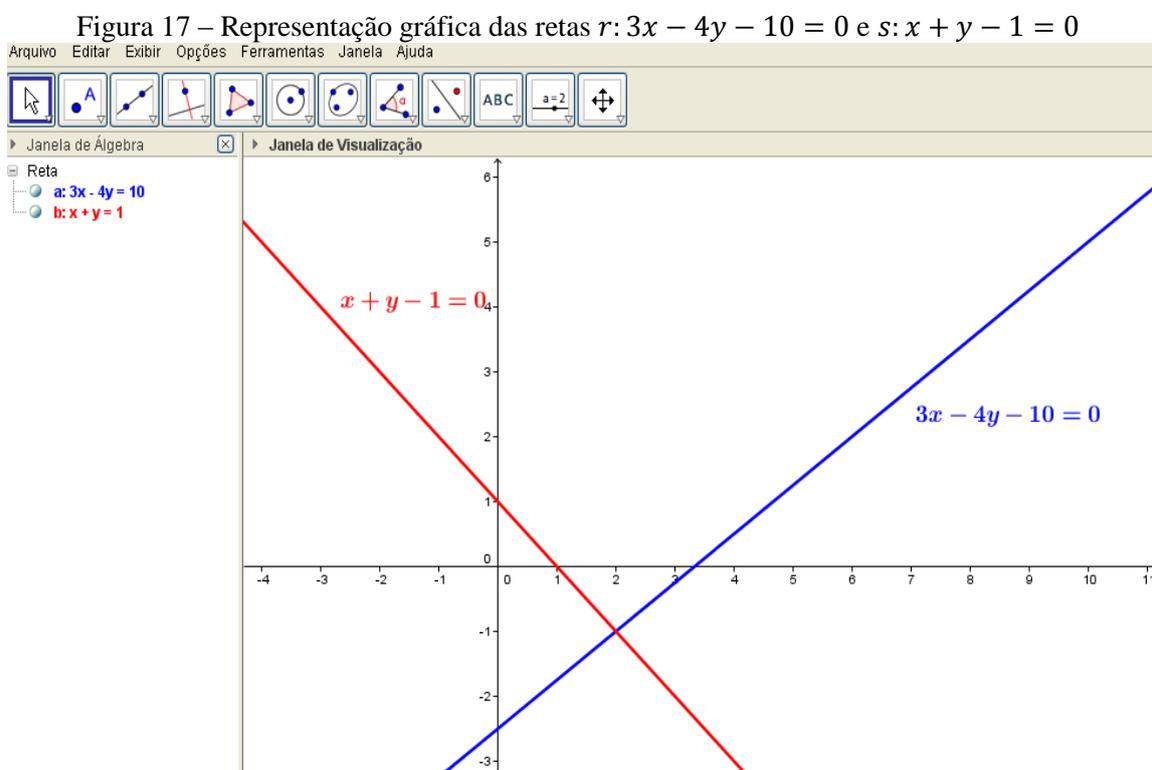
O objetivo do desafio era verificar se o aluno compreendeu bem o uso da translação do coeficiente linear. De acordo com as respostas obtidas, 100% dos alunos acertaram o sentido que a representação gráfica da reta solicitada ficaria em relação a reta apresentada, contudo, aproximadamente 32% erraram os pontos dos eixos OX e OY pelos quais a reta passaria.

4.2.2. Segunda Atividade

Nesta atividade foi introduzida o conteúdo de retas concorrentes, onde imediatamente, a partir da projeção de duas retas concorrentes os alunos identificaram que elas possuem um ponto de interseção, diferente das retas paralelas anteriormente apresentadas. Uns disseram que não apenas elas possuem um ponto de interseção, mas este ponto é único, e afastando o gráfico com o zoom os discentes confirmaram o que o pesquisador havia dito.

Em seguida, outra diferença entre as retas concorrentes e paralelas foi percebida entres os alunos, é que as retas concorrentes possuem ângulos de inclinação distintos, logo seus coeficientes angulares também são distintos. Após explanar sobre retas concorrentes foi aplicada a *Atividade 2* (ver APENDECE 2), onde os alunos tiveram mais tempo para responder em relação a *Atividade 1*, já que o retroprojetor já estava instalado, informações sobre o software Geogebra já tinham sido ditas e o conceito geral de retas já se fazia conhecido pelos alunos. Com isto obteve-se os seguintes resultados:

1ª Procedimento: Neste item os discentes observaram a projeção gráfica das retas $r: 3x - 4y - 10 = 0$ e $s: x + y - 1 = 0$. Conforme a Figura 17.



2ª Procedimento: Com o auxílio do Geogebra, determinamos as coordenadas do ponto de interseção entre as retas. Os alunos observaram a figura acima, e concluíram que o ponto de interseção era $A = (2, -1)$.

3ª Procedimento: Com o auxílio do geogebra determinamos as equações reduzidas das retas e neste momento os alunos deveriam identificar os coeficientes angulares e lineares.

Depois de seguidas as orientações dissertadas na questão obtiveram-se as seguintes respostas:

Tabela 4 – Resposta da 3ª Questão (Atividade 2)

Requisito	Nº de acertos	Nº de erros	Não respondeu
Equação reduzida de r	30	0	0
Coefficiente angular de r	29	1	0
Coefficiente linear de r	28	2	0
Equação reduzida de s	30	0	0
Coefficiente angular de s	29	1	0
Coefficiente linear de s	29	1	0

Fonte: arquivo do pesquisador

Observando-se a Tabela 4, se conclui que com o espaço de tempo maior para a resolução, nenhum aluno deixou de responder os requisitos solicitados. O número de erros foi menor que os apresentados nas Tabelas 2 e 3, conseqüentemente o número de acertos foi maior.

4ª Procedimento: Aqui os alunos após os procedimentos anteriores, deveriam identificar qual a condição para que duas retas sejam concorrentes.

Tabela 5 – Resposta da 4ª Questão (Atividade 2)

Nº de acertos	29	96,67%
Nº de erros	1	3,33%
Total	30	100%

Fonte: arquivo do pesquisador

A resposta desta questão dependia da análise do item anterior, referente à condição geral para que duas retas sejam ditas concorrentes. Vemos na tabela acima que 1 aluno errou a questão, provavelmente por falta de atenção.

Nesta parte da atividade, o aluno deveria responder o *desafio 2*

Um foguete parte de um ponto A e segue uma trajetória em linha reta dada pela equação $3x - 2y - 3 = 0$. Um míssil parte de um ponto B com velocidade suficiente para alcançar o foguete. Considerando que a trajetória do míssil também está em linha reta cuja equação é dada por $4x + 3y - 21 = 0$, é possível que o míssil atinja o foguete? Justifique sua resposta. Em caso positivo, determine as coordenadas da colisão.

Todos os alunos acertaram no que se refere a interseção do míssil com o foguete, afirmando que as retas formadas pela trajetória dos dois são concorrentes por possuírem coeficientes angulares diferentes. Ao se tratar da identificação deste ponto de interseção, 8 alunos não responderam o sistema que daria a resposta, 5 alunos erraram o ponto devido ao desenvolvimento errado do sistema, e 17 alunos acertaram o ponto, onde 6 afirmando que $x = 3$ e $y = 3$, e 11 representaram o ponto como sendo (3,3)

4.2.3. Terceira Atividade

Esta alua foi realizada no 5º horário e não no 6º conforme horário da disciplina de Matemática nessa turma (ver APENDECE 1). Isto ocorreu por solicitação da direção da escola, já que o professor que iria ministrar aula nesse horário precisou se ausentar. Não vendo empecilho acatamos a solicitação. O retroprojetor teve que ser reinstalado na sala, o que demandou um pouco de tempo, aproximadamente 3 minutos. Concluído a instalação do aparelho a aula inicia com a projeção gráfica de duas retas que inicialmente é vista pelos alunos como retas concorrentes, onde eles afirmam serem parecidas com as projetadas durante a explanação deste tipo de retas.

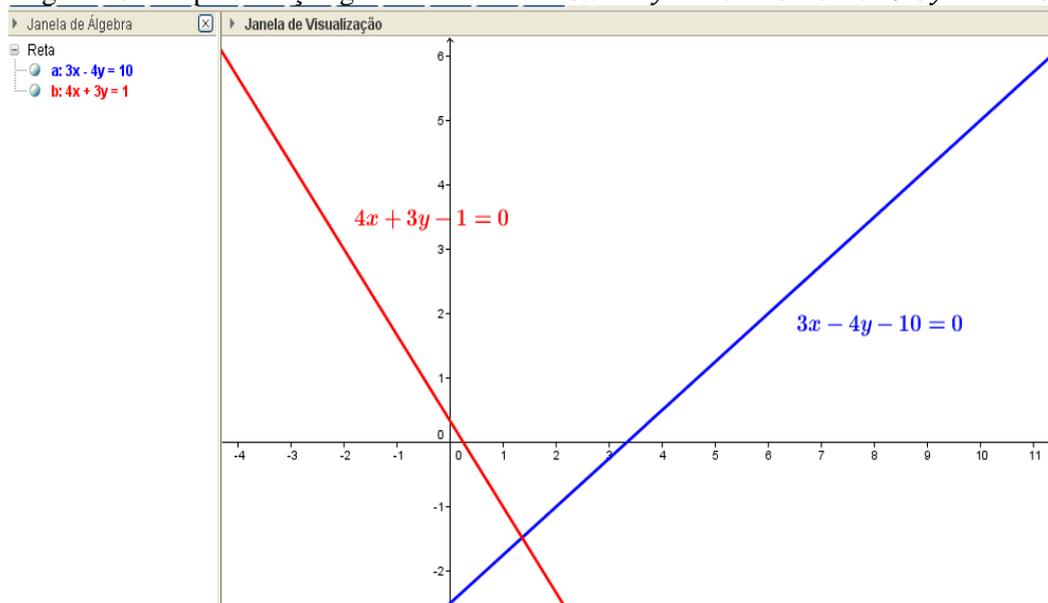
Levamos os alunos a observar para o ângulo formado na interseção das retas que é de 90º, em seguida perguntamos o que define retas concorrentes, e eles respondem terem

coeficientes angulares distintos, possuir apenas um ponto de interseção e terem nesse ponto um ângulo diferente de 90° . Com esta resposta perguntamos por que eles afirmaram que estas duas novas retas também são concorrentes se no ponto de interseção delas forma-se um ângulo de 90° , o que as diferenciam das duas apresentadas na aula anterior. Ficaram avaliando nossa observação e responderam: - é mesmo professor.

Feitas as observações que tornam as retas perpendiculares, as diferenciando das paralelas e até mesmo das concorrentes, em sua peculiaridade, foi aplicada uma terceira atividade avaliativa denominada *Atividade 3* (ver APENDECE 2).

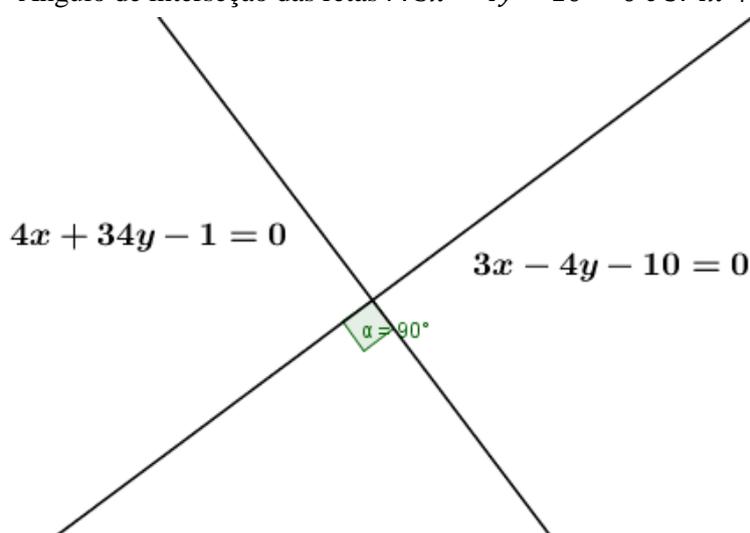
1ª Procedimento: Foi plotado o gráfico das retas $r: 3x - 4y - 10 = 0$ e $s: 4x + 3y - 1 = 0$ utilizando o Geogebra. Conforme mostra a Figura 18.

Figura 18 – Representação gráfica das retas $r: 3x - 4y - 10 = 0$ e $s: 4x + 3y - 1 = 0$



2ª Procedimento: Foi plotado no gráfico o ângulo formado na interseção das retas r e s da questão anterior, seguindo os passos predeterminados nesta questão, onde os alunos verificaram que se trata de um ângulo de 90° . Conforme figura abaixo.

Figura 19 – Ângulo de interseção das retas $r: 3x - 4y - 10 = 0$ e $s: 4x + 3y - 1 = 0$



3ª Procedimento: Com o auxílio do Geogebra determinamos as equações reduzidas das retas e neste momento os alunos deveriam identificar os coeficientes angulares e lineares.

Tabela 6 – Resposta da 3ª Questão (Atividade 3)

Requisito	Nº de acertos	Nº de erros	Não respondeu
Equação reduzida de r	30	0	0
Coefficiente angular de r	30	0	0
Coefficiente linear de r	30	0	0
Equação reduzida de s	30	0	0
Coefficiente angular de s	30	0	0
Coefficiente linear de s	30	0	0

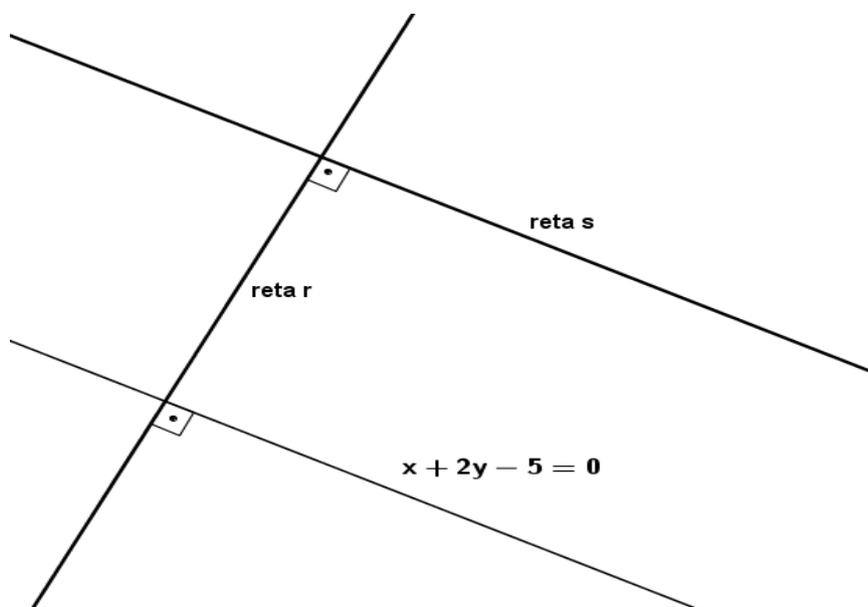
Fonte: arquivo do pesquisador

Analisando a Tabela 6 vemos que 100% dos alunos responderam corretamente os requisitos solicitados, isto indica que ao decorrer das aulas eles concretizaram seus conhecimentos em relação à utilização do Geogebra no fornecimento das informações sobre retas.

4ª Procedimento: O objetivo aqui era fazer com que os alunos, a partir da análise da questão anterior, concluíssem a respeito da definição geral para que duas retas sejam perpendiculares. A resposta foi satisfatória considerando que todos afirmaram que para isto ocorrer as retas devem possuir coeficientes angulares diferentes, além de terem formado em seu ponto de interseção, ponto único este, um ângulo de 90°.

Desafio 3: Nesta parte da atividade os alunos deveriam determinar os coeficientes angulares de duas retas dadas a partir do conhecimento de uma reta específica. Conforme Figura 20.

Figura 20 – Representação gráfica de duas retas paralelas interceptadas por uma reta perpendicular



Fonte: arquivo do pesquisador

Tabela 7 – Resposta do desafio 3 (Atividade 3)

Requisito	Nº de acertos	Nº de erros
Coeficiente angular de r	22	8
Coeficiente angular de s	30	0

Fonte: arquivo do pesquisador

A Tabela 7 retrata que a dificuldade dos alunos está direcionada a resolução de equações que se fazem necessárias para a obtenção das informações de uma reta em relação à outra. Como não se fez necessário à realização de cálculo para descobrir o coeficiente angular da reta s, por se tratar de uma reta paralela a da equação geral dada, todos os alunos participantes acertaram seu coeficiente angular. Porém, como este cálculo se fez necessário para encontrar o coeficiente angular da reta r, alguns alunos erraram a resposta, isto ocorreu porque ao resolverem a equação, $m_r \times m_s = -1$, alguns deles, oito para ser exato, erraram por se confundirem com o sinal negativo.

4.3. Análise dos alunos participantes em relação às atividades aplicadas com a utilização do Software Geogebra

Após aplicação da Atividade 3 na terceira aula, foi proposto um feedback relacionado as três atividade realizadas ao decorrer das três aula de intervenção. (ver APÊNDECE 5)

Tabela 8 – 1ª Questão: Como você classificaria a atividade?

	Nº de alunos	(%) ≈
Sem utilidades	00	0%
Regulares	00	0%
Boas	16	53,33%
Ótimas	14	46,67%
Total	30	100%

Fonte: arquivo do pesquisador

Percebemos a partir da Tabela 8 que houve um equilíbrio na satisfação dos aluno, onde aproximadamente 53,33% consideraram as atividades boas e os demais ótimas.

Tabela 9 – 2ª Questão: O quanto essas atividades ajudaram você a compreender os assuntos abordados?

	Nº de alunos	(%) ≈
Não ajudaram	00	0%
Ajudaram um pouco	00	0%
Ajudaram muito	30	100%
Total	30	100%

Fonte: arquivo do pesquisador

De acordo com a Tabela 9 todos os alunos consideraram a atividade importante para a compreensão dos assuntos abordados.

Tabela 10 – 3ª Questão: Quanto ao uso do software para a compreensão dos conteúdos você classificaria em:

	Nº de alunos	(%) ≈
Sem importância	00	0%
Pouco importante	00	0%
Importante	07	23,33%
Importantíssimo	23	76,67%
Total	30	100%

Fonte: arquivo do pesquisador

Observando as informações contidas na Tabela 10, temos que grande parte dos discentes considerou importantíssima a utilização do Geogebra para a compreensão dos conteúdos abordados, aproximadamente 76,67%. Os outros 23,33% consideraram importante, o que também representa uma grande aceitação, por parte dos alunos, a respeito da incisão do Geogebra como ferramenta metodológica aplicada em sala de aula.

Tabela 11 – 4ª Questão: Como você classificaria o grau de dificuldade de resolução da atividade utilizando o software Geogebra?

	Nº de alunos	(%) ≈
Muito difícil	00	0%
Difícil	00	0%
Razoável	00	0%
Fácil	03	10%
Muito fácil	27	90%
Total	30	100%

Vemos na Tabela 11 que 90% dos alunos classificaram como muito fácil o grau de dificuldade para resolver as atividades usando-se o software Geogebra, representando $\frac{27}{30}$ do corpo discente. Os 10% restantes consideraram as atividades como fácil,

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Faz-se notório o quanto as novas tecnologias se alastram de maneira enfática no processo de ensino-aprendizagem. Os softwares tornam-se ferramentas metodológicas cada vez com mais valia para os educadores e o Geogebra se exalta por suas várias e diferentes possibilidades de aplicação, dentro da sala de aula se apresenta de maneira atrativa e lúdica positiva, onde os alunos despertam o interesse educacional, desmistificando disciplinas como a Matemática e seus conteúdos.

O foco de aplicação deste trabalho foi direcionado para os alunos, tendo em vista que eles são os principais interessados pela aprendizagem. Sendo assim, através de conselhos estudantis possam solicitar do corpo docente uma aplicação metodológica através de tecnologias educacionais que buscam produzir e criar um processo-educacional pautado de inovações e ferramentas voltado para o ensino-aprendizagem qualificativo e satisfatório.

Refletido as informações apresentadas neste trabalho podemos chegar a conclusão de que o software Geogebra é uma forte ferramenta aliada aos docentes na formação curricular dos alunos, assim como facilitador do ensino de determinados conteúdos conceituais. Principalmente proporcionando uma visualização e manipulação de objetos anteriormente apenas imaginados, contudo, o conhecimento e domínio dos educadores em relação ao conteúdo aplicado e, sobretudo da utilização do Geogebra é fundamental para uma aplicação significativa.

Por tanto o software Geogebra pode ser visto como um forte aplicativo aliado de maneira útil na dissertação, compreensão e solução de situações problemas, que englobem o ensino de retas. Apresentando-se como um caminho diferenciado e atrativo de forma extremamente relevante no ensino destes conteúdos.

Contudo, esta poderosa ferramenta metodológica tornasse irrelevante se os educadores não possuírem capacitação e conhecimento para sua utilização, o que seria um desperdício de tal instrumento.

Por se tratar de um software livre de fácil aplicação, podendo ser baixado da internet para diferentes sistemas operacionais, o Geogebra apresenta-se como importante ferramenta educacional, sendo assim, é imprescindível o incentivo aos professores na sua utilização deste software para que a resposta dos alunos em relação a aprendizagem de conteúdos geométricos sejam satisfatórios e aceitáveis.

Conclui-se assim que, as diretrizes e objetivos deste trabalho foram alcançadas, uma vez que as atividades propostas foram realizadas e o software em questão foi utilizado de maneira significativa, trazendo benfeitorias tanto aos alunos, com um esclarecimento mais amplo sobre o conteúdo conceitual aplicado, quanto aos professores.

REFERÊNCIAS

Andrade, Raoni Aguiar – Geogebra: Uma ferramenta computacional para o ensino de geometria no Ensino Fundamental 2. Disponível em: <http://www.uesb.br/mat/download/Trabamonografia/2012/Monografia%20de%20Raoni.p>. Acesso em: 09 out. 2014.

Assis, José Gomes de – Licenciatura em Matemática a Distância / José Gomes de Assis...[et al]._João Pessoa: Editora Universitária UFPB, 2011.

Assis, José Gomes de - Licenciatura em Matemática a Distância. volume 3 / José Gomes de Assis...[et al]. João Pessoa: Gráfica UFPB, 2008.

Fernandes, Ângela Maria Dias – Licenciatura em Matemática a Distância / Ângela Maria Dias Fernandes...[et al]._João Pessoa: Editora Universitária UFPB, 2010.

Licenciatura em Matemática a Distância / Antônio Sales daSilva, Augusto Antônio Pinheiro Neto, Frederico Matias, José Elias dos Santos Filho, José Gomes de Assis, Sérgio de Albuquerque Souza...[et al]._João Pessoa: Editora Universitária UFPB, 2008.

Monte, Edmundo Marinho do – Licenciatura em Matemática a Distância / Edmundo Marinha do Monte...[et al]._João Pessoa: Editora Universitária UFPB, 2010.

Moran, José Manuel – Educação e Tecnologia: Mudar para valer. Disponível em: <http://www.eca.usp.br/prof/moran/site/textos/tecnologias_eduacacao/educatec.pdf>. Acesso em: 11 set. 2014.

Neto, Eufrásio de Andrade Lima – Licenciatura em Matemática a Distância / Eufrásio de Andrade Lima Neto...[et al]._João Pessoa: Editora Universitária UFPB, 2009.

Noé, Marcos - Geometria Analítica. Disponível em: <<http://www.brasilecola.com/matematica/geometria-analitica.htm>>. Acesso em: 30 nov. 2014.

Silva, Antônio de Andrade e – Licenciatura em Matemática a Distância / Antônio de Andrade e Silva...[et al]._João Pessoa: Editora Universitária UFPB, 2009.

Silva, Antônio Sales da. – Matemática a distância. Volume 1 / Antônio Sales da Silva ...[et al]._João Pessoa: Liceu, 2007.

APÊNDICE 1

Conteúdos a serem abordados

- Retas
 1. Equação geral da reta
 2. Equação reduzida da reta
 3. Retas paralelas
 4. Retas concorrentes
 - i. Retas perpendiculares

Conteúdo Conceitual

- Construção da noção de retas usando o Geogebra;
- Interpretação e identificação de pontos em uma reta utilizando o Geogebra;
- Representação gráfica de retas, a partir de sua equação geral, usando o Geogebra;
- Identificando a equação reduzida de uma reta com auxílio do Geogebra;
- Identificando o coeficiente angular e linear de uma reta utilizando o Geogebra;
- Identificando posições relativas entre duas retas usando o Geogebra;
- Atividade de avaliação da aprendizagem.

Conteúdo Atitudinal

- Valorização e uso da linguagem matemática para expressar-se de maneira clara e precisa;
- Predisposição para alterar a estratégia prevista para resolver situações problema quando fazer-se necessário;
- Valorização do trabalho coletivo, assim como o conhecimento individual;
- Colaboração na interpretação e resolução de situações problema;
- Apresentação de comportamento respeitoso e produtivo.

Plano de aula – 02 de dezembro 2014

– Objetivos das aulas

Apresentar o ensino de retas com o auxílio do Geogebra como soft educacional, propondo uma maior inclusão de programas e soft's no processo educacional, especificamente, na disciplina de Matemática.

– Conteúdos a serem trabalhados

Retas, Equação geral da reta, Equação reduzida da reta, Retas paralelas e Retas concorrentes (perpendiculares).

– Material necessário para a aula

Livro didático, quadro negro, lápis marca-texto, notebook (com o software Geogebra) e retroprojetor.

– Tempo estimado

45 minutos hora/aula.

– **As etapas de desenvolvimento das aulas**

Na *1ª aula*, explicar sobre o software utilizado na aula, assim como seu objetivo na aplicação do conteúdo a ser trabalhado. Projeção de uma reta no quadro negro pelo retroprojetor, identificando a equação geral, equação reduzida, ângulo de inclinação, coeficiente angular e coeficiente linear (todas as informações constam na janela de apresentação do Geogebra). Em seguida dissertar sobre a definição de retas paralelas incluindo uma segunda reta paralela à primeira para que os alunos identifiquem a relação existente entre elas de acordo com suas relativas posições. Em seguida aplicar a *Atividade 1* constante no APÊNDECE 2. Feito isto, na *2ª aula* será apresentado às retas concorrentes, dissertando sobre elas a partir de um exemplo projetado no quadro negro pelo retroprojetor, identificando suas características pessoais e diferença com relação as retas paralelas. Logo após, será aplicado a *Atividade 2* (ver APÊNDECE 3), onde o objetivo é identificar a aprendizagem do aluno sobre retas concorrentes, assim com a *Atividade 1* em relação a retas paralelas. Na *3ª aula*, que será a ultima aula do dia, iniciara com a projeção de duas novas retas concorrentes, que no entanto possuirá no seu ponto de intercessão um ângulo de 90° o que as “transformarão” em retas perpendiculares, e é este tipo de reta que será apresentado para os alunos nesta aula. Em seguida aplica-se a *Atividade 3* constante no APÊNDECE 4, depois proposto um *Feedback das atividades realizadas* (ver APÊNDECE 5), feito isto, será dada por encerrada a intervenção na sala de aula, agradecendo aos discentes que se puseram a participar do projeto, ao professor regente por disponibilização das aulas, e a direção pelo acolhimento e aceitação da aplicação do projeto de intervenção na sala de aula.

– **Bibliografia**

Livro didático: Dante, Luiz Roberto. – Matemática : contextos e aplicações / Luiz Roberto Dante – 1. ed. – São Paulo: Ática, 2010. - “Matemática (Ensino médio)”

– **Avaliação**

Aplicação de atividades de avaliação da aprendizagem, observação do comportamento dos alunos, assim como a inter-relação aluno-aluno e aluno-professor.

– **Bibliografia**

Livro didático: Dante, Luiz Roberto. – Matemática : contextos e aplicações / Luiz Roberto Dante – 1. ed. – São Paulo: Ática, 2010. - “Matemática (Ensino médio)”

APÊNDECE 2

Atividade 01

Procedimento 1: Vamos plotar o gráfico das retas r e s no GeoGebra:

$r: 3x + 4y - 3 = 0$ e $s: 6x + 8y + 5 = 0$.

Procedimento 2: Pela observação dos gráficos, o que você pode concluir acerca das retas?

Procedimento 3: Na janela de álgebra do GeoGebra, vamos selecionar a equação da reta r , clicar com o botão direito do mouse em “Equação $y = ax + b$ ” e obter a equação reduzida da reta. Agora, vamos identificar o coeficiente angular e o coeficiente linear da reta r . Logo após, façamos o mesmo com a reta s .

Procedimento 4: A partir do que você observou e analisou no item anterior, o que você pode concluir acerca da condição geral para que duas retas sejam paralelas?

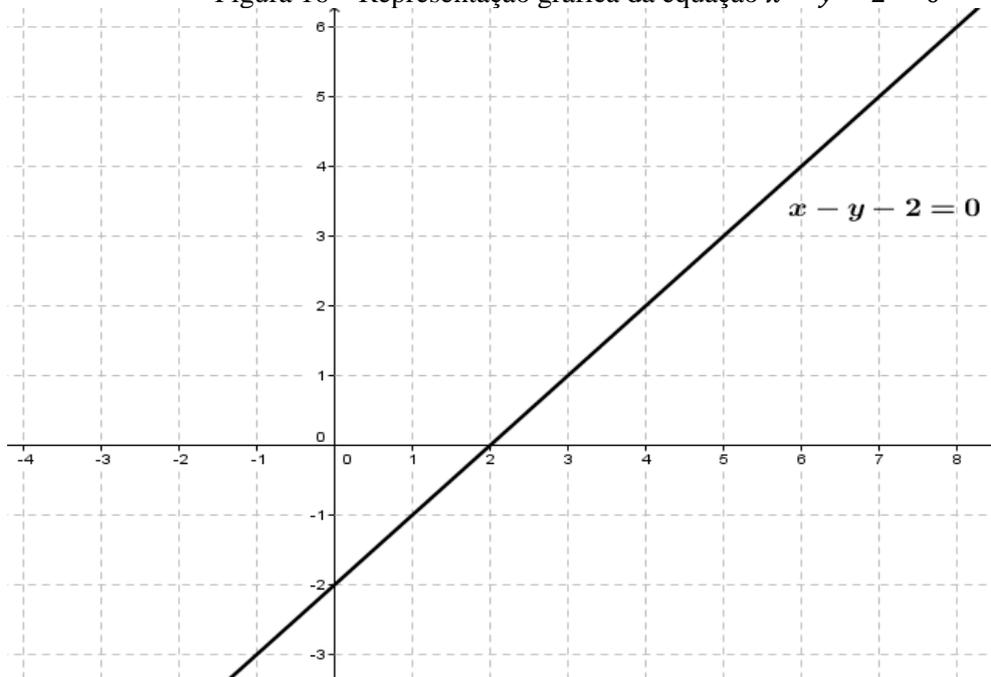
Procedimento 5: Construindo um feixe de retas paralelas. Vamos criar um seletor $c \in [-15, 9]$ com incremento 3. No campo de entrada de dados do GeoGebra, vamos digitar a equação da reta $r: x - 2y + c = 0$. Agora, vamos movimentar o seletor e observar o movimento da reta. O que você observa?

Procedimento 6: Agora, vamos clicar com o botão direito do mouse sobre a reta, selecionar “Habilitar Rastro” e movimentar, para verificar a validade de suas observações do item anterior.

Procedimento 7: Vamos escolher alguns valores para c no intervalo dado (por exemplo, um valor positivo, um valor negativo e o valor nulo) e anotar a equação geral de cada uma das retas. Agora, vamos plotá-las no GeoGebra, obter a equação reduzida e identificar o coeficiente angular e o coeficiente linear de cada uma das retas.

Desafio 1: A figura abaixo representa o gráfico da função $x - y - 2 = 0$. Como seria o gráfico da função $x - y + 2 = 0$? Esboce o gráfico no quadro abaixo utilizando somente o que você aprendeu do item anterior.

Figura 16 – Representação gráfica da equação $x - y - 2 = 0$



Fonte: arquivo do pesquisador

APÊNDECE 3

Atividade 2

Procedimento 1: Vamos plotar o gráfico das retas r e s no GeoGebra:

$$r: 3x - 4y - 10 = 0 \text{ e } s: x + y - 1 = 0.$$

Procedimento 2: Utilizando a barra de ferramentas, vamos clicar no 2º botão e, em seguida, em “Interseção de Dois Objetos”. Agora, vamos clicar sobre o ponto de interseção na tela. Qual é o ponto de interseção das duas retas?

Procedimento 3: Na janela de álgebra do GeoGebra, vamos selecionar a equação da reta r , clicar com o botão direito do mouse em “Equação $y = ax + b$ ” e obter a equação reduzida da reta. Agora, vamos identificar o coeficiente angular e o coeficiente linear da reta r . Logo após, façamos o mesmo com a reta s . Finalmente, verifique algebricamente qual é o ponto de interseção das duas retas:

Procedimento 4: A partir do que você observou e analisou no item anterior, o que você pode concluir acerca da condição geral para que duas retas sejam concorrentes?

Desafio 2: Um foguete parte de um ponto A e segue uma trajetória em linha reta dada pela equação $3x - 2y - 3 = 0$. Um míssil parte de um ponto B com velocidade suficiente para alcançar o foguete. Considerando que a trajetória do míssil também está em linha reta cuja equação é dada por $4x + 3y - 21 = 0$, é possível que o míssil atinja o foguete? Justifique sua resposta. Em caso positivo, determine as coordenadas da colisão.

APÊNDECE 4

Atividade 3

Procedimento 1: Vamos plotar o gráfico das retas r e s no GeoGebra, utilizando $r: 3x - 4y - 10 = 0$ e $s: 4x + 3y - 1 = 0$.

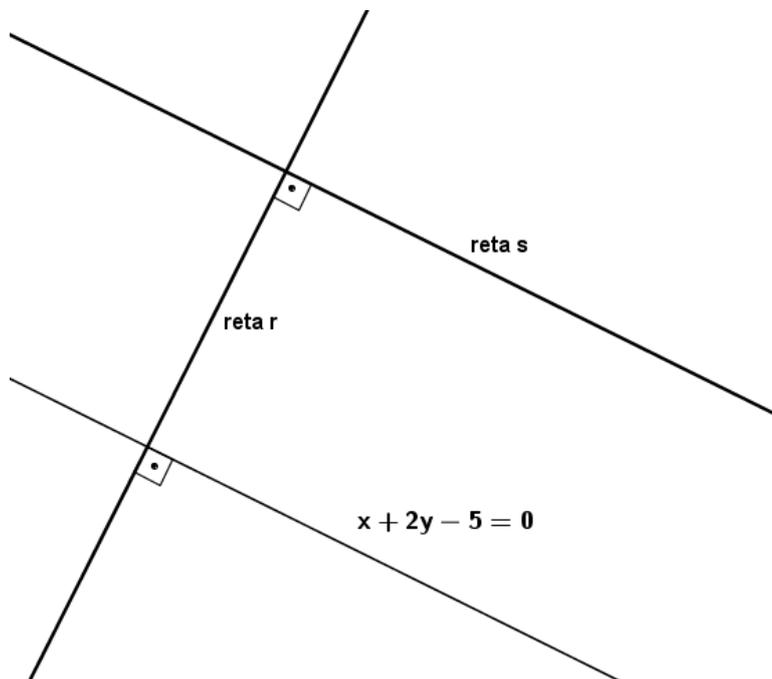
Procedimento 2: Utilizando a barra de ferramentas, vamos clicar no 8º botão e, em seguida, em “ângulo” para medir o ângulo formado pelas retas r e s . Finalmente, verifique qual o valor do ângulo formado no ponto de interseção das retas.

Procedimento 3: Na janela de álgebra do GeoGebra, vamos selecionar a equação da reta r , clicar com o botão direito do mouse em “Equação $y = ax + b$ ” e obter a equação reduzida da reta. Agora, vamos identificar o coeficiente angular e o coeficiente linear da reta r . Logo após, façamos o mesmo com a reta s .

Procedimento 4: A partir do que você observou e analisou no item anterior, o que você pode concluir acerca da condição geral para que duas retas sejam perpendiculares?

Desafio 3: Determine os coeficientes angulares das retas r e da reta s

Figura 20 – Representação gráfica de duas retas paralelas interceptadas por uma reta perpendicular



Fonte: arquivo do pesquisador

APÊNDECE 5

Feedback da atividade

1) Como você classificaria a atividade?

- sem utilidade regular
 boa ótima

2) O quanto essas atividades ajudou você a compreender os assuntos abordados?

- não ajudaram ajudaram um pouco
 ajudaram muito

3) Quanto ao uso do software para a compreensão dos conteúdos você classificaria em:

- sem importância pouco importante
 importante muito importante
 importantíssima

4) Como você classificaria o grau de dificuldade de resolução da atividade utilizando o software Geogebra?

- muito difícil difícil
 razoável fácil
 muito fácil

ANEXO 1

Resposta do aluno referente a Atividade 1

Atividade 1 Allison Rogério

1-

2- As retas são paralelas

3- $r: y = -0,15x + 0,15$ $a_1 = -0,15$ $b_1 = 0,15$
 $s: y = -0,15x - 0,63$ $a_2 = -0,15$ $b_2 = -0,63$

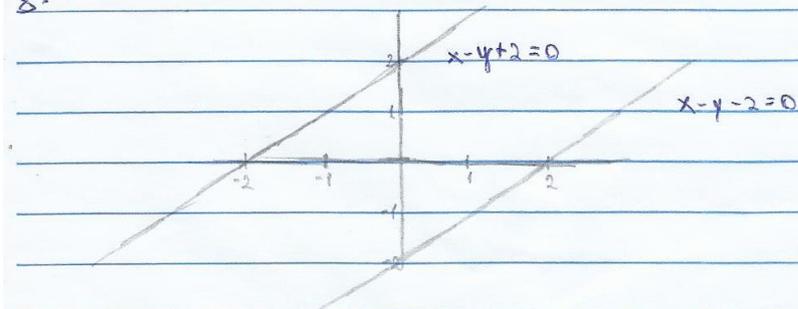
4- As retas devem possuir o mesmo coeficiente angular.

5- A reta se aproxima cada vez mais do eixo OX a medida que muda-se o valor de c.

6-

7- $r_1: x - 2y + 3 = 0$ $a_1 = 1/2$ $b_1 = 3/2$
 $r_2: x - 2y + 0 = 0$ $a_2 = 1/2$ $b_2 = 0$
 $r_3: x - 2y - 3 = 0$ $a_3 = 1/2$ $b_3 = -(3/2)$

8-



ANEXO 3

Resposta do aluno em relação a Atividade 3

Atividade 3

Jamara Araújo

$$3) A: y = 0,75x - 2,5 \quad ar: 0,75 \quad br: -2,5$$

$$B: y = -1,33x + 0,33 \quad ar: -1,33 \quad br: 0,33$$

4) Elas devem possuir coeficiente angular diferente e possuir um ângulo de 90° em seu ponto de interseção.

$$5) ar: -1 \quad ar: 2$$

ANEXO 4

Resposta do Feedback das Atividades 1, 2 e 3

Felipe Naberto

1) Como você classificaria a atividade?

- não teve utilidade nenhuma regular
 boa ótima

2) O quanto essa atividade ajudou você a compreender o assunto abordado?

- não ajudou ajudou um pouco
 ajudou muito

3) Quanto ao uso do software para a compreensão do conteúdo você classificaria em:

- sem importância pouco importante
 importante muito importante
 importantíssima

4) Como você classificaria o grau de dificuldade de resolução da atividade utilizando o software Geogebra?

- muito difícil difícil
 razoável fácil
 muito fácil