



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

OTIMIZAÇÃO DO GERENCIAMENTO DE TEMPO EM PROJETOS COM RESTRIÇÕES
DE RECURSOS E MÚLTIPLOS MODOS DE PROCESSAMENTO: ESTUDO DE CASO
NA CONSTRUÇÃO CIVIL

POLYANNA MAURICIO DE SENA COSTA MONTEIRO

JOÃO PESSOA

2018

POLYANNA MAURICIO DE SENA COSTA MONTEIRO

OTIMIZAÇÃO DO GERENCIAMENTO DE TEMPO EM PROJETOS COM RESTRIÇÕES
DE RECURSOS E MÚLTIPLOS MODOS DE PROCESSAMENTO: ESTUDO DE CASO
NA CONSTRUÇÃO CIVIL

Dissertação apresentada como
requisito para obtenção do grau de
Mestre pelo Programa de Pós-
Graduação em Engenharia de
Produção – PPGEPP do Centro de
Tecnologia – CT da Universidade
Federal da Paraíba.

Orientador: Prof. Dr. Roberto Quirino do Nascimento.
Co-orientador: Prof. Dr. Gilberto Farias de Sousa Filho.

Área de Concentração: Gestão e Otimização de Sistemas de Produção.

Subárea: Pesquisa Operacional.

JOÃO PESSOA
2018

Catálogo na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

M772o Monteiro, Polyanna Mauricio de Sena Costa.
Otimização do Gerenciamento de Tempo em Projetos com
Restrições de Recursos e Múltiplos Modos de
Processamento: Estudo de caso na construção civil. /
Polyanna Mauricio de Sena Costa Monteiro. - João
Pessoa, 2018.
110 f. : il.

Coorientação: Gilberto Farias de Sousa Filho.
Dissertação (Mestrado) - UFPB/CT.

1. Indústria da construção civil. 2. Gerenciamento de
tempo. 3. MRCPSP. 4. PLIM. I. Título

UFPB/BC

POLYANNA MAURICIO DE SENA COSTA MONTEIRO

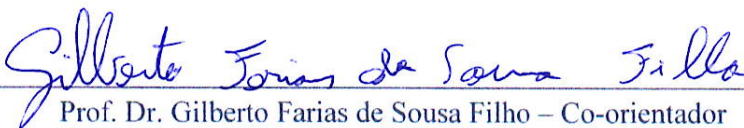
**OTIMIZAÇÃO DO GERENCIAMENTO DE TEMPO EM PROJETOS COM
RESTRICÇÕES DE RECURSOS E MÚLTIPLOS MODOS DE
PROCESSAMENTO: ESTUDO DE CASO NA CONSTRUÇÃO CIVIL**

Dissertação julgada e aprovada em de 2018 como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção no Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal da Paraíba.

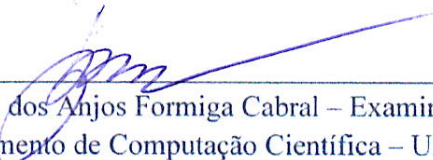
BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Roberto Quirino do Nascimento – Orientador
Departamento de Computação Científica - UFPB



Prof. Dr. Gilberto Farias de Sousa Filho – Co-orientador
Departamento de Computação Científica - UFPB



Prof. Dr. Lucídio dos Anjos Formiga Cabral – Examinador Interno
Departamento de Computação Científica – UFPB



Prof. Dra. Kátia Elizabete Galdino – Examinador Externo
Núcleo de Tecnologias Estratégicas em Saúde – UEPB

JOÃO PESSOA – PB
AGOSTO/2018

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pela coragem, sabedoria e resiliência.

A minha mãe, por sua compreensão, apoio, e amor sem medida. Te amo mãe!

A minha família pelo apoio, ao meu marido e filho pela paciência e compreensão.

Aos meus orientadores Prof. Roberto Quirino e Prof. Gilberto Farias, vocês são pessoas muito especiais para mim. A caminhada foi pesada, mais vocês sempre me incentivaram, ensinaram, dedicaram tempo e paciência para que eu tivesse a melhor formação possível.

A Vicente meu amigo querido que foi um anjo que me ajudou a atravessar o caminho das pedras.

As minhas amigas queridas da SUPLAN pelo apoio, palavras de conforto e encorajamento.

Agradeço a esta universidade, seu corpo docente, direção e administradores por terem me proporcionado essa oportunidade de crescimento educacional e profissional.

E aos membros do PPGEP, pelo apoio, ética, atenção e paciência.

Obrigada a todos.

RESUMO

O sequenciamento eficiente de atividades em projetos de construção civil é um fator determinante de sucesso. Nessa linha, o Problema de Sequenciamento em Projetos com Restrições de Recursos e Múltiplos Modos de Processamento (MRCPSP) tem por objetivo determinar o menor tempo possível de execução das atividades, dados os tempos de execução, as quantidades de recursos necessárias e o total de recursos disponíveis. Investigações anteriores sobre o tema levaram Artigues *et al.* (2003) a propor um modelo de programação linear para o RCPSP. O objetivo desta dissertação é expandir a abrangência do modelo encontrado na literatura, por meio do acréscimo de novas restrições disjuntivas para tratar o MRCPSP. A pesquisa é empírica normativa para experimentos. Foram realizados testes computacionais em instâncias da biblioteca PSPLIB, e um estudo de caso prático. Com os resultados obtidos pode-se afirmar que o modelo é capaz de encontrar soluções viáveis para o problema, em um tempo computacional aceitável.

PALAVRAS-CHAVES: Indústria da Construção Civil. Gerenciamento de Tempo. MRCPSP. PLIM.

ABSTRACT

The efficient sequencing of activities in civil construction projects is a determining factor of success. In this line, the Scheduling Problem in Projects with Restrictions of Resources and Multiple Processing Modes (MRCPSP) aims to determine the shortest possible execution time of the activities, given the execution times, the amount of resources needed and the total resources available. Previous research on the subject has led Artigues et al. (2003) to propose a linear programming model for the RCPSP. The objective of this dissertation is to expand the scope of the model found in the literature, through the addition of new disjunctive constraints to treat the MRCPSP. The research is normative empirical for experiments. Computational tests were carried out in instances of the PSPLIB library, and a practical case study. With the obtained results it can be affirmed that the model is able to find viable solutions to the problem, in a computational time acceptable.

KEYWORDS: Civil Construction Industry. Time management. MRCPSP. PLIM.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1: EXEMPLO DE CICLO DE ATIVIDADES	22
FIGURA 2: EAP GENÉRICA PARA CONSTRUÇÃO DE UM EDIFÍCIO.....	23
FIGURA 3: REDE DE ATIVIDADES DO PROJETO DE CONSTRUÇÃO DE EDIFÍCIOS.	31
FIGURA 4: GRÁFICO DE GANTT DO PROJETO DE CONSTRUÇÃO, APRESENTADO NA TABELA 1, SEÇÃO 2.3.4.	36
FIGURA 5: : DIAGRAMA DE PRECEDÊNCIA DAS ATIVIDADES DA INSTÂNCIA J102_4.MM.	70
FIGURA 6: PROGRAMAÇÃO TEMPORAL DA INSTÂNCIA J102_4.MM.	75
FIGURA 7: CONSUMO DE RECURSOS RENOVÁVEIS X TEMPO - INSTÂNCIA J102_4.MM.	75
FIGURA 8: CONSUMO DE RECURSOS RENOVÁVEIS X TEMPO - INSTÂNCIA J102_4.MM.	76
FIGURA 9: FREQUÊNCIA ACUMULADA DE SOLUÇÕES ENCONTRADAS PELOS MODELOS REFERENCIADOS PARA O GRUPO DE INSTÂNCIAS J10.	81
FIGURA 10: FREQUÊNCIA ACUMULADA DE SOLUÇÕES ENCONTRADAS PELOS MODELOS REFERENCIADOS PARA O GRUPO DE INSTÂNCIAS J12.	812
FIGURA 11: FREQUÊNCIA ACUMULADA DE SOLUÇÕES ENCONTRADAS PELOS MODELOS REFERENCIADOS PARA O GRUPO DE INSTÂNCIAS J14.	82
FIGURA 12: FREQUÊNCIA ACUMULADA DE SOLUÇÕES ENCONTRADAS PELOS MODELOS REFERENCIADOS PARA O GRUPO DE INSTÂNCIAS J16.	83
FIGURA 13: FREQUÊNCIA ACUMULADA DE SOLUÇÕES ENCONTRADAS PELOS MODELOS REFERENCIADOS PARA O GRUPO DE INSTÂNCIAS J18.	83
FIGURA 14: FREQUÊNCIA ACUMULADA DE SOLUÇÕES ENCONTRADAS PELOS MODELOS REFERENCIADOS PARA O GRUPO DE INSTÂNCIAS J20.	84
FIGURA 15: DIAGRAMA DE REDE DE ATIVIDADES – ESTUDO DE CASO.....	89
FIGURA 16: PROGRAMAÇÃO TEMPORAL DO PROJETO – ESTUDO DE CASO.....	98
FIGURA 17: CONSUMO DE RECURSOS RENOVÁVEIS X TEMPO – ESTUDO DE CASO.	99
FIGURA 18: CONSUMO DE RECURSOS NÃO RENOVÁVEIS X TEMPO – ESTUDO DE CASO.	100

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1: PROCESSOS BÁSICOS PARA O GERENCIAMENTO DE PROJETOS.....	20
QUADRO 2: MÉTODOS APLICADOS AO GT DE PROJETOS	25
QUADRO 3: MÉTODOS PESQUISADOS EM GERENCIAMENTO DE PROJETOS.....	39
QUADRO 4: VANTAGENS E DESVANTAGENS DOS MÉTODOS PESQUISADOS....	41

LISTA DE TABELAS

TABELA 1: ATIVIDADES DE PROJETO DE CONSTRUÇÃO RESIDENCIAL UNIFAMILIAR.....	30
TABELA 2: DADOS DE ENTRADA DA INSTÂNCIA J102_4.MM.	71
TABELA 3: RELAÇÃO ENTRE AS ATIVIDADES, SEUS RESPECTIVOS MODOS DE EXECUÇÃO E QUANTIDADES DE RECURSOS REQUERIDOS - INSTÂNCIA J102_4MM.	72
TABELA 4: SOLUÇÃO VIÁVEL PARA O MRCPS P DA INSTÂNCIA J102_4.MM.	74
TABELA 5: RELAÇÃO DE ATIVIDADES DO PROJETO, CONFORME MODO DE PROCESSAMENTO SELECIONADO E SEUS RESPECTIVOS INSTANTES DE INÍCIO E DURAÇÃO - INSTÂNCIA J102_4MM.	74
TABELA 6: GRUPO DE INSTÂNCIAS UTILIZADAS.....	78
TABELA 7: RESULTADOS OBTIDOS X TEMPO DE PROCESSAMENTO COMPUTACIONAL - MODELO DE FLUXO.	79
TABELA 8: RESULTADOS OBTIDOS X TEMPO DE PROCESSAMENTO COMPUTACIONAL - MODELO DE DISCRETIZAÇÃO DO TEMPO.....	79
TABELA 9: RESULTADOS OBTIDOS X TEMPO DE PROCESSAMENTO COMPUTACIONAL - MODELO DE DREXL E SPRECHER (1996).	81
TABELA 10: RELAÇÃO DE ATIVIDADES DO PROJETO DE CONSTRUÇÃO DE EDIFÍCIO, Nº DE MODOS DE PROCESSAMENTO, ATIVIDADES PREDECESSORAS E SUCESSORAS.....	87
TABELA 11: RELAÇÃO ENTRE AS ATIVIDADES, SEUS RESPECTIVOS MODOS DE PROCESSAMENTO E QUANTIDADES DE RECURSOS REQUERIDOS.	90
TABELA 12: SOLUÇÃO VIÁVEL PARA O MRCPS P DO ESTUDO DE CASO.....	95

LISTA DE ABREVIações

ADM – Arrow *Diagramming Method*

AG – Algoritmos Genéticos

B&B – *Branch-and-Bound*

CBIC – Câmara Brasileira da Indústria da Construção

CPM – *Critical Chain Project Management*

EAP – Estrutura Analítica de Projeto

GP – Gerenciamento de Projetos

GT – Gerenciamento de Tempo

ICC – Indústria da Construção Civil

MRCPSP – *Multimode Resource-Constrained Project Scheduling Problem*

PBQP-H (Programa Brasileiro da Qualidade e Produtividade do Habitat).

PD – Programação Dinâmica

PDM – *Precedence Diagramming Method*

PERT – *Program Evaluation and Review Technique*

PIB – Produto Interno Bruto

PL – Programação Linear

PLI – Programação Linear Inteira

PLIM – Programação Linear Inteira Mista

PO – Pesquisa operacional

PMBOK – *Project Management Body of Knowledge*

PSPLIB – *Project Scheduling Problem Library*

RCPSP – *Resource Constrained Project Scheduling Problem*

SBV – Solução Básica Viável

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	DEFINIÇÃO DO TEMA E PROBLEMA.....	13
1.2	JUSTIFICATIVA	15
1.3	OBJETIVOS	16
1.3.1	GERAL.....	16
1.3.2	ESPECÍFICOS	16
1.4	DELIMITAÇÕES	16
1.5	ESTRUTURA DO PROJETO	17
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO DA LITERATURA	18
2.1	DESCRIÇÃO DO CONTEXTO ESTUDADO	18
2.2	GERENCIAMENTO DE PROJETO.....	19
2.3	GERENCIAMENTO DE TEMPO	24
2.3.1	MÉTODO DO DIAGRAMA DE PRECEDÊNCIA (<i>PRECEDENCE DIAGRAMMING METHOD</i> -PDM).....	25
2.3.2	ESTIMATIVA PARAMÉTRICA.....	26
2.3.3	ESTIMATIVAS DE TRÊS PONTOS	27
2.3.4	MÉTODO DO CAMINHO CRÍTICO (CPM).....	29
2.3.5	PROGRAMAÇÃO TEMPORAL, FOLGAS, E GRÁFICO DE GANTT.....	34
2.4	PESQUISA OPERACIONAL APLICADA AO GT	37
2.4.1	MODELAGEM MATEMÁTICA APLICADA AO GP, REVISÃO DA LITERATURA.....	38
2.4.2	PROGRAMAÇÃO LINEAR	42
2.5	PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO EM PROJETOS COM RESTRIÇÕES DE RECURSOS (RCPPS).	46
2.5.1	MODELAGENS MATEMÁTICAS APLICADAS AO RCPSP.....	47
2.6	PROGRAMAÇÃO DE PROJETOS COM RESTRIÇÕES DE RECURSOS E MÚLTIPLOS MODOS DE PROCESSAMENTO.....	56
2.6.1	O MODELO DE LOREZONI <i>ET AL.</i> (2003).....	57
2.6.2	MODELO DE DREXL E SPRECHER.....	60
3	MÉTODOS PROPOSTOS PARA RESOLUÇÃO DO MRCPPS	63
3.1	O MODELO DE FLUXO.....	63
3.2	O MODELO DE DISCRETIZAÇÃO DO TEMPO	67
3.3	EXEMPLO DE APLICAÇÃO DO MODELO PROPOSTO	70
3.4	RESULTADOS COMPUTACIONAIS.....	77
3.4.1	TESTES DE INSTÂNCIAS.....	78
4.0	ESTUDO DE CASO	86
4.1	APRESENTAÇÃO DA EMPRESA E DO PROJETO	86
5	CONCLUSÃO.....	102
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	104

1 INTRODUÇÃO

1.1 DEFINIÇÃO DO TEMA E PROBLEMA

A Indústria da Construção Civil (ICC) apresenta grande impacto sobre a economia brasileira, é capaz de elevar a taxa de emprego, produto, e renda, por absorver uma quantidade significativa de mão-de-obra, bens e serviços ao longo de sua cadeia produtiva. Uma obra de construção de civil consiste em um agrupamento de projetos que possuem um conjunto de atividades, com suas respectivas durações, relações de precedência, e recursos limitados (capital, mão-de-obra, máquinas, equipamentos *etc.*). Atualmente a ICC vem sofrendo retrações significativas em virtude da crise econômica que se instaurou no Brasil desde 2014. A Câmara Brasileira da Indústria da Construção estima um recuo de aproximadamente 5,6% nas vendas do setor, fato que provocou uma perda 12 bilhões de reais, nos últimos 12 meses, para empresas construtoras com capital aberto (CBIC, 2018).

Alguns dos principais problemas apresentados pela ICC advêm da falta de planejamento, gerenciamento de atividades e controle do tempo de execução de projetos. O Guia PMBOK (PMI, 2017) destaca a importância do Gerenciamento do Tempo (GT), como um conjunto de processos que asseguram a conclusão dos projetos no prazo previsto, e englobam as etapas de: planejamento e gerenciamento do cronograma; definição e estimativas de recursos; sequenciamento das atividades; entre outros processos. Geralmente o controle do tempo de execução em obras de construção civil está ligado a uma previsão, que pode ser: pessimista, planejada, ou mais provável.

Estas previsões são feitas durante a fase de planejamento do projeto e estão sujeitas a não acontecerem com 100% de certeza. Mesmo para os mais experientes planejadores, o acerto total é pouco provável. Por isso, o Gerenciamento de Tempo (GT) está ligado diretamente à programação da produção (*scheduling*). Barcaui (2015) destaca a aplicação de algumas ferramentas usadas para auxiliar o GT em projetos, tais como: Gráfico de Gantt, CPM (*Critical Chain Project Management* ou Método da Corrente Crítica), PERT/CPM (*Program Evaluation and Review Technique/ Critical Path Method* ou Técnica de Avaliação de Análise de Programa/ Método do Caminho Crítico), Método do Diagrama de Precedências (PDM), TAPAS, *MS PROJECT*, dentre outras. A aplicação dessas ferramentas possibilita a

programação das atividades do projeto, em um cronograma físico-financeiro preestabelecido, no entanto deixam lacunas quanto à alocação de recursos.

A literatura internacional descreve o problema de Programação em Projetos com Restrições de Recursos como “*Resource Constrained Project Scheduling Problem*” (RCPSP). O RCPSP consiste em definir o instante de início para cada atividade, com base em restrições de precedência e recursos, enquanto busca minimizar o tempo total de execução do projeto (AGARWAL *et al.*, 2011; SCHUTT *et al.*, 2013; HARTMANN, 2013). Diversas abordagens foram propostas ao longo dos anos, com a aplicação de métodos exatos e métodos heurísticos para resolução do RCPSP. Algumas pesquisas apresentam uma abordagem determinística para o problema, tais como: Slowinski (1980); Talbot, (1982); Patterson *et al.* (1989); Sprecher e Drexl, (1996); Sprecher *et al.* (1997); Hartmann e Drexl, (1998); Zhu *et al.* (2006). Outras pesquisas aplicam métodos heurísticos para a resolução do RCPSP, tais como: Chan *et al.* (1996), Hartmann (1998), Hegazy (1999); Boctor (1996), Bouleimen e Lecocq (2003); Nonobe e Ibaraki (2001), Neumann e Zimmermann (2000), Pan *et al.* (2008).

Essa dissertação aborda o RCPSP, em sua versão MRCPSP onde, além das restrições de recursos, são considerados múltiplos modos de processamento. A importância do tema de pesquisa decorre da constatação de que muitos empreendimentos executados no país não passam pela devida análise prévia de projetos, fato que possibilitaria a mitigação de diversas incertezas inerentes ao processo produtivo (FEITOZA, 2014).

Uma alternativa que pode ser usada para mitigar as incertezas associadas ao não cumprimento do prazo de execução em projeto de construção de civil, é a incorporação de modelagem matemática para auxiliar o GT. No entanto, um dos fatores limitantes relatados na literatura, é a ausência de dados disponíveis e confiáveis para subsidiar as análises matemáticas dos processos (PISA; OLIVEIRA, 2013; BARCAUI, 2015). Para preencher essa lacuna, a comunidade acadêmica recorre à experiência de profissionais capacitados que atuam na indústria (ABOURIZK; HALPIN; SAWHNEY, 1993). Afinal, a própria natureza do processo produtivo envolve variáveis que dificultam o uso da modelagem matemática e aumentam a complexidade do problema abordado.

Essa pesquisa propõe um modelo de Programação Linear Inteira Mista, para resolução do MRCPSP. Uma das vantagens da utilização dessa técnica é a capacidade de representar matematicamente as constantes e variáveis de problemas reais. O modelo proposto

foi validado através das instâncias disponíveis na PISPLIB (*Project Scheduling Problem Library*). Na próxima secção encontra-se a justificativa de pesquisa.

1.2 JUSTIFICATIVA

O sequenciamento de atividades em projetos de engenharia surge como elemento fundamental para garantir a produtividade do processo e a qualidade do produto. Segundo Arrotéia *et al.* (2015) o processo construtivo, é formado por um conjunto de atividades multidisciplinares integradas em um cronograma de execução, que por muitas vezes torna-se impraticável em virtude da complexidade do projeto, ou por fatores externos.

A variabilidade do tempo de processamento de atividades em projetos de construção civil provoca impacto direto sobre os prazos de entrega do empreendimento, e recursos aplicados. Por isso é importante à elaboração de um planejamento de construção embaçado em valores determinísticos, capazes de fornecer subsídios para a formação de um orçamento realista e praticável. Nesse sentido, há uma preocupação da ICC com relação às incertezas provenientes da variabilidade do tempo de execução dos projetos, que abre diversas lacunas de pesquisa, tais como:

- (a) a necessidade de melhorar o fluxo das atividades do processo produtivo e consequentemente melhorar o GT;
- (b) o desenvolvimento de novos modelos matemáticos para resolução do problema de Programação em Projetos com Restrições de Recursos e Múltiplos Modos de Processamento (MRCPSC);
- (c) e uma oportunidade para apresentar a PLIM, como uma alternativa viável para a resolução do MRCPSP aplicado à ICC.

A pesquisa em suma apresenta dois modelos de PLIM para resolução do MRCPSP, com objetivo de reduzir o tempo total de execução do projeto (*makespan*), otimizar o uso dos recursos, e atender as restrições de precedência entre as atividades. A principal estratégia enumerativa utilizada para a resolução do problema é o *Branch-and-Bound* (B&B). Essa estratégia baseia-se na construção dinâmica de uma árvore que representa o espaço de solução de todos os escalonamentos viáveis (Brucker *et al.*, 1998). O modelo foi implementado com o auxílio da ferramenta computacional CPLEX em linguagem de programação C++, os

resultados estão disponíveis no capítulo 4 dessa dissertação. A seguir são apresentados o objetivo geral e os específicos da pesquisa.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Geral

Propor um modelo de Programação Linear Inteira Mista (PLIM) para resolução do MRCPSP aplicado à Indústria da Construção Civil.

1.3.2 Específicos

Em termos específicos, destacam-se os seguintes objetivos:

- Observar o problema de Programação em Projetos com Restrições de Recursos e Múltiplos Modos de Processamento na realidade do canteiro de obras, e formular o problema empírico que o represente;
- Selecionar as variáveis do estudo;
- Desenvolver o modelo matemático para resolução do problema;
- Solucionar o modelo;
- E validar o modelo.

1.4 DELIMITAÇÕES

De acordo com o Guia PMBOK (PMI, 2017) existem quatro grandes áreas de desempenho que devem ser analisadas durante a execução de projetos: escopo, qualidade, custo e prazo. A presente pesquisa se restringe ao prazo de execução e ao escopo do projeto. Não serão considerados os efeitos de aditivos de tempo ao cronograma base, nem alterações no escopo do projeto. O objeto de estudo caso trata-se de um projeto de construção de um edifício residencial.

1.5 ESTRUTURA DO PROJETO

A dissertação está organizada em 5 capítulos descritos a seguir:

- Capítulo 1: Neste capítulo são apresentados o tema e o problema de pesquisa, o objetivo geral e os específicos, a justificativa, as delimitações e a estrutura do trabalho.
- Capítulo 2: Neste capítulo são apresentados o contexto de pesquisa e uma breve revisão da literatura a respeito: de gerenciamento de projetos, gerenciamento de tempo, PL, PLIM, RCPSP, MRCPSP e modelos matemáticos referenciados na literatura para resolução do problema de pesquisa.
- Capítulo 3: Neste capítulo são apresentados os modelos matemáticos propostos, os testes computacionais para validação dos mesmos, os resultados obtidos, e uma comparação com os resultados encontrados na literatura.
- Capítulo 4: Neste capítulo é apresentado o estudo de caso prático na ICC.
- Capítulo 5: Neste capítulo são apresentadas às conclusões e recomendações futuras.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO DA LITERATURA

2.1 DESCRIÇÃO DO CONTEXTO ESTUDADO

Na indústria da construção as principais decisões envolvidas no gerenciamento operacional de um projeto são: a designação de atividades (*jobs*) e a programação da produção (*scheduling*), ou seja, a sequência de processamento e o instante de início e término de cada uma das atividades. A meta de qualquer construtora é atingir um nível elevado de eficiência, utilizando a flexibilidade de um *job shop* manual para processar simultaneamente diversas atividades com o mínimo de recursos alocados, em um prazo de entrega preestabelecido.

As principais medidas de desempenho usadas para avaliar a qualidade de um programa de produção, são: *makespan* (que é o instante de execução de todas as atividades do projeto), tempo de fluxo total, atraso total, *lateness*, e número de atividades atrasadas (ARENALES, 2015). Essa pesquisa propõe dois modelos de PLIM para resolução do MRCPPSP, com o foco na minimização do tempo de execução total (*makespan*) de um projeto de Construção Civil.

A empresa selecionada para o estudo de caso adota um sistema produção tradicional. Basicamente, utiliza estruturas de concreto, sistema de vedações com alvenarias de tijolos ou blocos cerâmicos, revestimentos de argamassa e peças cerâmicas, instalações elétricas e hidráulicas embutidas nas paredes, acabamentos com pintura sobre massa corrida, aplicação de forro de gesso, e *etc.*

A construtora utiliza procedimentos padrão para execução das diversas atividades em canteiro. Inicialmente foram analisados os projetos arquitetônico, estruturais e complementares da edificação, para identificar as similaridades e atividades repetitivas que serão processadas em diversos pavimentos. O modelo proposto envolve a aplicação de técnicas de alocação de recursos para realização de atividades em diversos níveis do projeto, considerando as restrições de precedência e tempo de processamento. A seleção do objeto de estudo de caso levou em consideração seguintes fatores:

1) O projeto selecionado apresenta atividades repetitivas, que devem ser desenvolvidas em pavimentos ou trechos da edificação, através de ciclos de produção variáveis.

2) Os recursos e tempos para conclusão do projeto são estimados em função de características físicas, e dos parâmetros de produção pré-selecionados como base no banco de dados e informações de empreendimentos similares desenvolvidos anteriormente pela construtora.

3) E os recursos são dimensionados e alocados às atividades de modo que possam ser processados em regime contínuo, com o intuito de minimizar os tempos de folgas entre as atividades do projeto.

Estas condições, se analisadas sob a perspectiva do dia-a-dia de um canteiro de obras, pode impor restrições para a validação e uso do modelo, pois, nem sempre se consegue manter sequências de atividades programadas, principalmente considerando-se as diversas incertezas do processo produtivo na ICC. Os modelos matemáticos propostos são apresentados no capítulo 3 dessa dissertação, têm o intuito de fornecer uma resposta rápida e eficiente, para auxiliar os tomadores de decisão a otimizar o gerenciamento de tempo de execução em projetos. Ainda no capítulo 3 a autora apresenta os testes computacionais para validação dos modelos.

Na próxima seção são apresentados alguns aspectos sobre o gerenciamento de projetos para que o leitor possa compreender melhor o estudo desenvolvido.

2.2 GERENCIAMENTO DE PROJETO

O gerenciamento de projeto se dá através da aplicação de conhecimentos, habilidades e técnicas de planejamento e controle de processos, com finalidade de se cumprir os requisitos do projeto. De acordo com o Guia PMBOK (PMI, 2017), “um processo é um conjunto de ações e atividades inter-relacionadas, que são executadas para alcançar um produto, serviço ou resultado predefinido”. Cada processo possui entradas, ferramentas, técnicas aplicadas, e suas respectivas saídas.

Todavia, é importante lembrar que o gerenciamento de projetos é um empreendimento integrado, que demanda alinhamento de seus processos, assim como uma coordenação de suas atividades. Cabe à equipe do projeto selecionar os processos que sejam mais apropriados para cumprir os objetivos do projeto, gerenciando estas interações, de forma a garantir que os requisitos dos clientes e das partes interessadas sejam atendidos.

Vargas (2016) afirma que, a gestão do projeto é, na verdade, um conjunto de processos definidos como uma série de ações para obter um resultado. Dessa forma o gerenciamento de projeto é realizado através da aplicação e integração de cinco processos, agrupados logicamente: a Iniciação, o Planejamento, a Execução, o Monitoramento e Controle, e o Encerramento. Esses processos são apresentados no Quadro 1 a seguir.

QUADRO 1: PROCESSOS BÁSICOS PARA O GERENCIAMENTO DE PROJETOS

ETAPAS	DESCRIÇÃO
INICIAÇÃO	Facilita a autorização formal para iniciar um projeto ou uma fase do mesmo. Inclui os processos de desenvolver o termo de abertura do projeto e a declaração do escopo preliminar do projeto.
PLANEJAMENTO	Por meio da coleta de informações de diversas fontes, definem-se as metas e o escopo; são planejadas as ações necessárias para alcançar os objetivos e programam-se as atividades que ocorrerão no projeto. Inclui, entre outros: os processos de desenvolver o plano de gerenciamento do projeto, definição do escopo, definição da atividade, sequenciamento das atividades, estimativas de recursos a serem alocados às atividades, estimativa de duração das atividades, desenvolvimento do cronograma, planejamento da qualidade, planejamento de recursos humanos, planejamento das comunicações, análise qualitativa de riscos, análise quantitativa de riscos e planejamento das compras e aquisições.
EXECUÇÃO	Integra pessoas e outros recursos para realizar o trabalho definido no plano de gerenciamento a fim de cumprir os requisitos do projeto. Inclui, entre outras, as atividades de orientar e gerenciar a execução do projeto, administrar a garantia da qualidade, distribuir as informações e selecionar os fornecedores.
MONITORAMENTO E CONTROLE	Acompanha a execução do projeto, medindo e monitorando regularmente o progresso para identificar variações em relação ao plano de gerenciamento, de forma que possam ser levantados os problemas e tomadas ações corretivas quando necessário para atender aos objetivos do projeto. Inclui os processos de monitorar e controlar o trabalho do projeto, controle do cronograma, controle de custos, relatório de desempenho, monitoramento de riscos e administração de contrato, entre outros.
ENCERRAMENTO	Formaliza a aceitação e entrega do produto, serviço ou resultado e conduz o projeto ou uma fase do projeto a um final ordenado. No caso de cancelamento de um projeto, formaliza o encerramento do mesmo. Inclui os processos de encerrar o projeto e encerramento do contrato.

Fonte: Guia PMBOK (PMI, 2017).

Para Kerzner (2016) o gerenciamento de projetos consiste no planejamento, programação e controle das diversas atividades integradas, com intuito de atingir uma meta. Para facilitar a execução do projeto, ele é dividido em fases, conhecidas como pacotes de trabalho. Nesses pacotes as atividades são planejadas e controladas, fazendo com que o projeto só avance para fase seguinte mediante aprovação da etapa em progresso.

Heldman (2015) destaca que em cada fase do ciclo de vida de um projeto são definidos quais trabalhos técnicos serão necessários, os prazos de entregas que serão obedecidos e os procedimentos que serão revisados e controlados, até a aprovação de um pacote de trabalho e consequentemente o avanço para etapa seguinte.

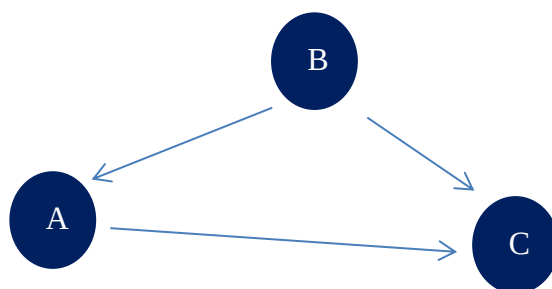
Toda atividade de um projeto necessita de certa quantidade de tempo e recurso para ser executada. Os recursos de um projeto são todas as pessoas, matérias-primas e equipamentos primordiais para execução das atividades (Vieira, 2010). De acordo com Patterson *et al.* (1989), os recursos utilizados em um determinado projeto podem ser classificados em três categorias:

- Recursos renováveis: são limitados em quantidade e podem ser reutilizados ao longo do projeto. Dentre esses tipos de recursos podemos destacar: máquinas, equipamentos e mão de obra;
- Recursos não renováveis: quando a quantidade total do recurso analisado é limitada para o projeto como um todo, não havendo renovação durante o tempo. A utilização desse recurso provoca uma redução na sua disponibilidade, como é o caso da matéria prima e do capital financeiro;
- Recursos duplamente restritos: são recursos restritos às suas quantidades totais no projeto e ao seu consumo em um determinado instante de tempo. Como é o caso do capital financeiro aplicado a cada etapa de execução do planejamento.

Outra definição importante, em relação às atividades de um projeto, são suas relações de precedência. Essas relações determinam que algumas atividades precisam ser realizadas em uma sequência particular, ou seja, uma atividade não pode ser iniciada enquanto suas atividades predecessoras não forem finalizadas. Para exemplificar melhor, supõem-se três atividades A, B e C, conforme ciclo de atividades apresentado na Figura 1. Neste ciclo pode-se verificar que a atividade A só pode ser iniciada após a conclusão de B, e C só pode ser

iniciada após a conclusão de B. Isso porque a atividade B precede as atividades A e C, e a atividade A precede a C.

Figura 1: Exemplo de ciclo de atividades

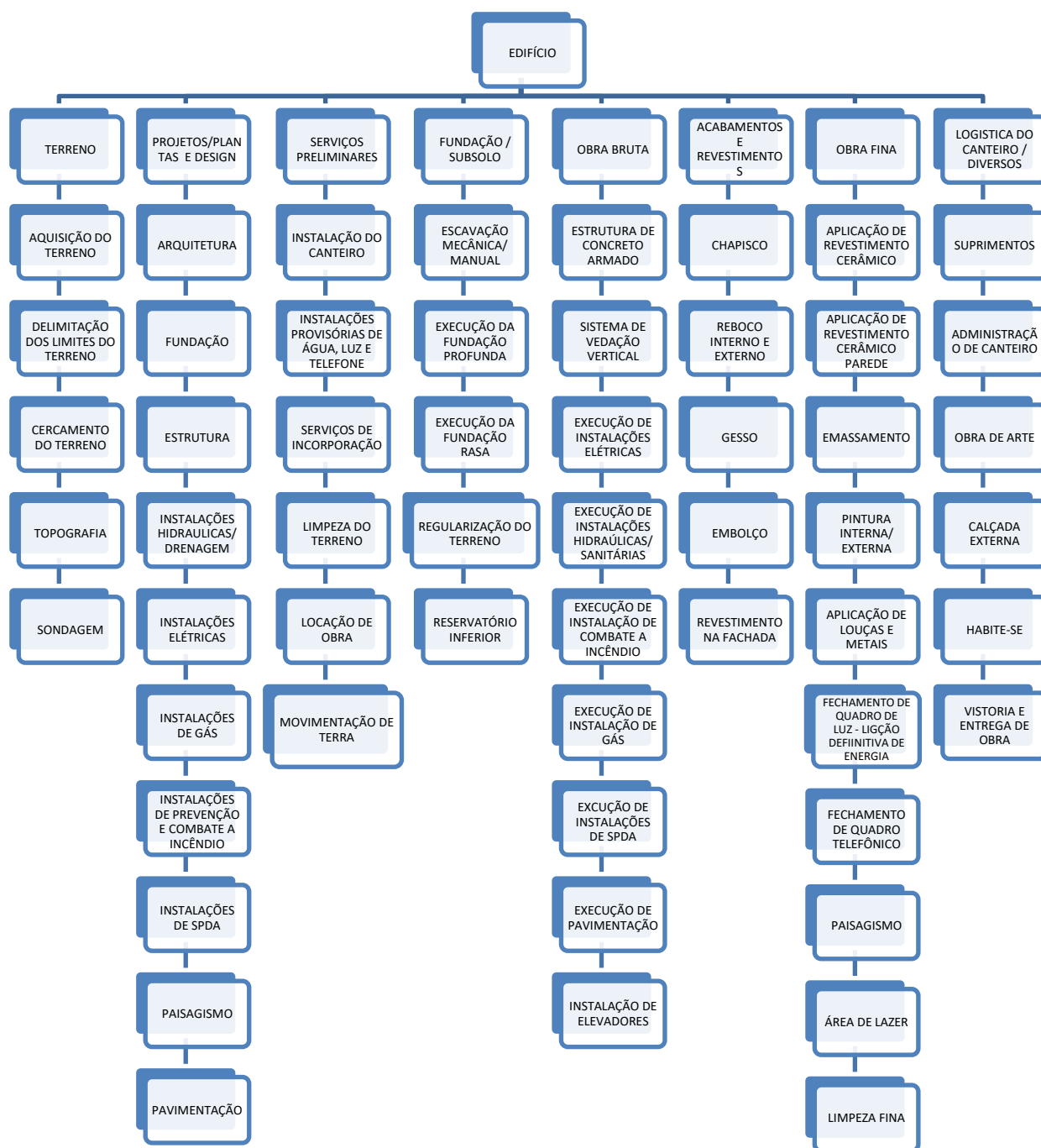


Fonte: O autor (2018).

O processo produtivo da ICC envolve um grande número de atividades, que vão desde a etapa de fundação até a limpeza final do empreendimento. Essas atividades são ordenadas através da Estrutura Analítica do Projeto (EAP). De acordo com o Guia PMBOK (PMI, 2017) a EAP é a decomposição hierárquica e orientada das entregas de trabalho que deverão ser executadas, pelas equipes, para que se consiga atingir os objetivos do projeto. Tem a finalidade de facilitar a explicação do projeto, apresentar as sequências lógicas de execução das atividades, e os resultados dos processos conforme as entradas e saídas.

De maneira prática a EAP permite a visualização de todos os pacotes de trabalho a serem desenvolvidos e as respectivas atividades que serão executadas, para que os resultados possam ser alcançados com êxito. A criação de uma EAP permite estimar o prazo, custo, e recursos necessários para a conclusão do projeto, além de facilitar o controle do escopo (KERZNER, 2016). Previamente à criação da EAP, é necessário definir os componentes e grupos de funcionalidades que irão integrar o projeto, e a estrutura hierárquica das atividades, que geralmente é descrita por nome e respectivo código. A seguir é apresentada na Figura 2 uma EAP genérica para um projeto de construção de edifício.

Figura 2: EAP genérica para construção de um edifício.



Fonte: O autor (2018).

A EAP serve de base para delimitação do escopo do projeto. É usada como controle visual em empreendimentos de grande porte, para facilitar o acompanhamento dos serviços em um cronograma de execução definido pelo gerenciamento de tempo. Na próxima seção são apresentadas algumas características a respeito do gerenciamento de tempo em projetos.

2.3 GERENCIAMENTO DE TEMPO

O Gerenciamento de Tempo (GT) tem o objetivo estabelecer as políticas, os procedimentos e a documentação para o planejamento, desenvolvimento, gerenciamento, execução e controle do cronograma de projeto. Deve garantir que o mesmo termine no prazo preestabelecido, sem que haja atraso, que gere multa e aditivos contratuais (PMI, 2017). O conceito adotado por Barcaui (2015) para o GT em projeto enfatiza a definição sequenciamento de atividades, alocação de recursos, estimativas de duração, processamento e o controle do cronograma.

Lima Jr. (1996) afirma que esta é uma área que vem ganhando um foco cada vez maior dentro do gerenciamento de projetos, devido à prioridade que é dada ao cumprimento dos prazos. Haja vista que, o atraso para conclusão do projeto é normalmente danoso, quase sempre compromete o custo, retarda a entrega da obra, e conseqüentemente, a disponibilidade de iniciar sua utilização. Assaf e Al-Hejji (2006) afirmam que o custo de um equipamento parado, sem produzir, é muito maior que o custo do gerenciamento do projeto para viabilizar a sua entrada em operação, e por isso, o fator tempo é evidenciado. No mesmo sentido Cox *et al.* (2003), afirma que o prazo para conclusão do projeto é um dos indicadores chave de desempenho mais analisados pelos *stakeholders*.

Uma obra de construção de edifícios consiste em um agrupamento de projetos que possuem um conjunto de atividades que tem duração, relações de precedência, e competência de recursos. Quando os recursos aplicados na construção são limitados (tais como: capital, tempo de execução, mão de obra, volume de materiais, *etc.*) na prática são usados métodos que analisam o efeito de possíveis atrasos no cronograma através de métodos matemáticos como o PERT/CPM, que basicamente consistem em encontrar o tempo de execução total de um projeto (*makespan*) (ARENALES, 2015).

De acordo com Barcaui (2015), diversas são as ferramentas usadas para auxiliar o GT em projetos, das quais destacam-se: o Gráfico de Gantt, CPM (*Critical Chain Project Management* ou Método da Corrente Crítica) e o PERT/CPM (*Program Evaluation and Review Technique/ Critical Path Method* ou Técnica de Avaliação de Análise de Programa/ Método do Caminho Crítico), diagrama de precedências, TAPAS, entre outras, apresentadas no Quadro 2 a seguir.

QUADRO 2: MÉTODOS APLICADOS AO GT DE PROJETOS

MÉTODO	APLICAÇÃO
METODO DO DIAGRAMA DE PRECEDÊNCIA	Consiste em uma representação gráfica ordenada que permite a visualização da dependência e simultaneidade das atividades do projeto (PMI, 2017).
PERT	<i>Program Evaluation and Review Technique</i> : consiste de um diagrama onde às atividades, já sequenciadas, são atribuídas três datas estimadas para a duração: pessimista, mais provável e otimista (ZAMMORI; BRAGLIA; FROSOLINI, 2009).
CPM	Possibilita a análise do diagrama de rede do cronograma, calculando as datas de início e término das atividades mais cedo ou mais tarde no caminho de ida e no caminho de volta, fornecendo períodos de tempo dentro dos quais a atividade do cronograma deve ser agendada (PMI, 2017).
GRÁFICO DE BARRAS	Nestes gráficos, as atividades são representadas por barras dispostas de acordo com sua data de início e término, enquanto o comprimento das mesmas mostra a duração (PMI, 2017).
PERT Simplificado	Proposto por Cottrell (1999) é uma rede PERT onde pode se trabalhar com apenas duas datas: mais provável e pessimista. A vantagem, segundo o autor, é reduzir o nível de esforço necessário para se aplicar a técnica PERT.
<i>Generalized Activity Network</i>	Método que visa suprir as deficiências do PERT padrão, permitindo, entre outras particularidades, a inclusão de probabilidades em casos onde diferentes rotas podem ser tomadas após a conclusão de uma tarefa, e a incorporação de <i>loops</i> na rede onde há tarefas repetitivas (DAWSON; DAWSON, 1998).

Fonte: O autor (2018).

Na próxima seção são apresentadas algumas características do Método de Diagrama de Precedências.

2.3.1 Método do Diagrama de Precedência (*Precedence Diagramming Method* – PDM)

O método do diagrama de precedência (PDM) é uma técnica usada para construir um modelo de cronograma em que as atividades são representadas por nós e ligadas graficamente por um ou mais relacionamentos lógicos para mostrar a sequência em que elas devem ser executadas. O PDM inclui quatro tipos de dependências ou relacionamentos lógicos, que podem ser definidos em função de uma atividade predecessora (que é uma atividade que logicamente vem antes de outra dependente), ou de uma atividade sucessora (que acontece após a atividade em execução).

O sequenciamento das atividades inicia-se através da identificação das atividades do projeto, que são apresentadas inicialmente no documento de Declaração do Escopo (documento que especifica as entregas do projeto) e na Estrutura Analítica do Projeto. A partir

dos dados coletados da EAP, é utilizada a técnica de decomposição dos pacotes de trabalho em atividades conforme sequência lógica de execução (PMI, 2017). Durante o sequenciamento das atividades são estabelecidas as relações de dependência entre elas que podem ser do tipo:

- Atividade Término/ Início: uma atividade sucessora só inicia quando sua predecessora acaba;
- Atividade Término/Término: o término da atividade sucessora depende do término da predecessora;
- Atividade Início/ Início: o início da atividade sucessora depende do início da atividade predecessora;
- Atividade Início/ Término: o fim da atividade sucessora depende do início da atividade predecessora.

A representação de um projeto costuma ser feita através de redes de atividades, as quais, por sua vez, mostram os eventos do projeto, com suas durações e recursos necessários (CARDOSO, 2013). Como exemplo de outro método que utilizam essa terminologia destaca-se o Diagrama de Flecha/ Arco (ADM – *Arrow Diagramming Method*). Na próxima seção é feita uma breve revisão sobre estimativa paramétrica.

2.3.2 Estimativa paramétrica

A estimativa paramétrica é uma técnica de estimativa em que um algoritmo é usado para calcular o custo e duração, com base em dados históricos e parâmetros do projeto (PMI, 2017). A estimativa paramétrica utiliza uma relação estatística entre dados históricos e outras variáveis.

Em um projeto de construção civil, o tempo de execução das atividades pode ser determinado através da multiplicação da quantidade de trabalho a ser executado, pela quantidade de horas de mão de obra por unidade de trabalho (conhecida popularmente por h/h). Por exemplo, o tempo necessário para execução da atividade de assentamento de piso cerâmico pode ser estimado pelo número de trabalhadores designados para essa atividade, e a

taxa de produtividade de cada um deles, multiplicada pelo número de horas trabalhadas ao longo do dia, dessa forma tem-se uma estimativa do número de dias que serão necessários para a conclusão de uma determinada atividade.

Esta técnica pode produzir altos níveis de precisão dependendo da sofisticação e dos dados subjacentes utilizados no modelo. Estimativas paramétricas de tempo podem ser aplicadas em todo projeto ou a um segmento do projeto, em conjunto com outros métodos matemáticos. Na próxima seção é feita uma breve revisão sobre estimativas de três pontos.

2.3.3 Estimativas de três pontos

A precisão da estimativa de duração de uma atividade pode ser aperfeiçoada considerando-se o seu grau de incerteza e risco (PMI, 2017). Esse conceito se originou com a Técnica de Revisão e Avaliação de Programa (PERT), que usa três estimativas para definir uma faixa aproximada para o tempo de duração de uma determinada atividade, que são:

- *O tempo mais provável de execução (m):* Essa estimativa é baseada na duração da atividade conforme dados dos recursos prováveis à serem designados, taxa de produtividade, expectativas realistas de disponibilidade para execução, dependências entre as atividades, consideração da influência de terceiros no processo, e certo nível de interrupção entre as atividades;
- *O tempo otimista de execução (a):* Essa estimativa de duração da atividade é baseada na análise do melhor cenário de execução;
- *O tempo pessimista de execução (b):* Essa estimativa de duração da atividade é baseada na análise do pior cenário de execução, ou seja, sujeito aos riscos e incertezas intrínsecos ao processo produtivo, assim como agentes externos ao processo.

Para uma melhor compreensão, imagine que o intervalo (a , b) engloba todas as estimativas possíveis de duração de uma atividade. Como m se encontra em algum ponto na

desse intervalo, calcula-se com base nas estimativas de tempo médio, a duração $\bar{D}$ (1) das atividades e a variância v (2) da seguinte maneira que:

$$\bar{D} = \frac{a + 4m + b}{6} \quad (1)$$

$$v = \frac{b - a}{6} \quad (2)$$

Com o uso das equações é possível estimar a probabilidade em que um nó j da rede (um evento da rede) ocorrerá conforme uma programação temporal predeterminada S_j . Se e_j é o tempo de ocorrência mais cedo do nó j , e a duração das atividades i e j são variáveis aleatórias, então e_j também é uma variável aleatória, considerando que todas as atividades da rede são estatisticamente independentes, pode-se determinar a média $E\{e_j\}$, e a variância $var\{e_j\}$ do tempo de ocorrência mais cedo das atividades utilizando os seguintes critérios:

- 1º) Se houver só um caminho do nó i , ao nó j , então a média $E\{e_j\}$, é a soma das durações esperadas $\bar{D}$, para todas as atividades ao longo desse caminho;
- 2º) A variância $var\{e_j\}$, é a soma das variâncias v de todas as atividades.
- 3º) Porém, se mais de um caminho leva ao nó final j , é necessário primeiro determinar a distribuição estatística da duração do caminho mais longo.

De forma simplificada Taha (2008) recomenda calcular a média $E\{e_j\}$, e a variância $var\{e_j\}$, como sendo a média e a variância do caminho até o nó j que tenha a maior soma das durações esperadas das atividades. Portanto, a probabilidade de que o nó j ocorrerá até o tempo predeterminado S_j , é calculada usando a seguinte fórmula (3):

$$P\{e_j \leq S_j\} = P\left\{\frac{e_j - E\{e_j\}}{\sqrt{\text{var}\{e_j\}}} \leq \frac{S_j - E\{e_j\}}{\sqrt{\text{var}\{e_j\}}}\right\} = P\{\mathbf{z} \leq K_j\} \quad (3)$$

Com K_j , calculado na função (4) a seguir:

$$K_j = \frac{S_j - E\{e_j\}}{\sqrt{\text{var}\{e_j\}}} \quad (4)$$

Onde:

z : é uma variável aleatória normal padronizada, que apresenta média 0 e desvio padrão 1.

A justificativa para esse tipo de análise usar a distribuição normal é que, e_j é a soma das variáveis aleatórias independentes. Na próxima seção é apresentado o método do caminho crítico, com um exemplo de rede de atividades de um projeto de construção civil.

2.3.4 Método do Caminho Crítico (CPM)

O Método do caminho crítico (CPM) é usado para definir a sequência de processamento das atividades de um projeto, de forma a atender as suas relações de precedências. Primeiramente são listadas todas as atividades do projeto, suas respectivas previsões de durações, e relações de precedência, como mostra a Tabela 1, que apresenta o número de atividades do projeto, duração em dias, lista de atividades predecessoras e sucessoras.

TABELA 1: ATIVIDADES DE PROJETO DE CONSTRUÇÃO RESIDENCIAL UNIFAMILIAR.

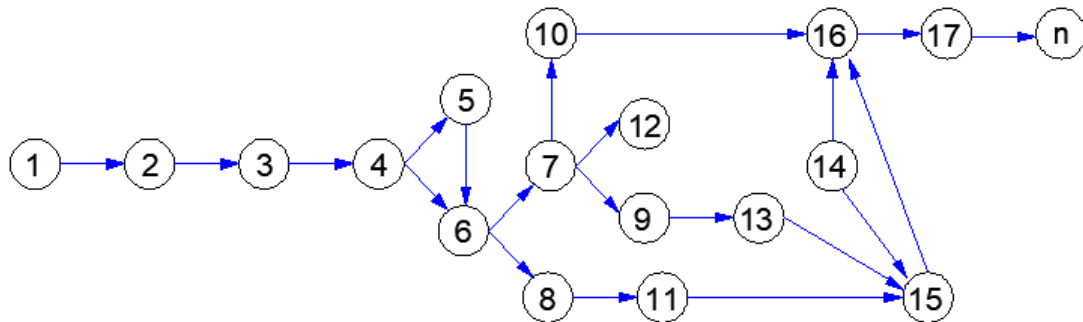
Nº	ATIVIDADE	DURAÇÃO EM DIAS	PREDECESSORAS	SUCESSORAS
1	LIMPEZA DO TERRENO	2	-	2
2	MOBILIZAÇÃO E MONTAGEM DO CANTEIRO	1	1	3
3	ESCAVAÇÃO	3	2	4
4	FUNDAÇÃO	7	3	5, 6
5	INSTALAÇÕES SANITÁRIAS EXTERNAS	10	4	6
6	ALVENARIA	35	5	7,8
7	INSTALAÇÕES SANITÁRIAS INTERNAS	7	6	9, 10, 12
8	COBERTA	5	6	11
9	CONTRAPISO	10	7	13
10	REVESTIMENTO EXTERNO	12	8	16
11	INSTALAÇÕES ELÉTRICAS	6	8	15
12	REVESTIMENTO INTERNO	21	7, 11	14
13	PISO	12	9	15
14	FIXAÇÃO DE PORTAS E ESQUADRIAS	4	12	15, 16
15	PINTURA INTERNA	22	11, 13, 14	16
16	PINTURA EXTERNA	14	10,14, 15	17
17	PAISAGISMO	3	16	-

Fonte: O autor (2018).

Na Figura 3 é apresentada a rede de atividades de projeto, e em seguida um exemplo prático de aplicação do CPM. Na rede consta a relação de precedência entre as atividades, composta por nós e arcos. Para representação do diagrama de rede em questão, considera-se três tipos de nós, o de origem (que é o nó inicial – se apresentado na rede como o nó 1), o de

destino (que é o nó final da rede – se apresenta na rede como nó n), e os nós intermediários que representam as demais atividades do projeto, tais como: 2, 3, 4, *etc.*

Figura 3: Rede de atividades do projeto de construção de edifícios.



Fonte: O autor (2018).

O objetivo dessa representação é calcular o caminho crítico do projeto e posteriormente construir uma programação temporal. Para isso são executados cálculos especiais que reproduzem: a previsão da duração total necessária para conclusão do projeto; e a classificação das atividades em “críticas” e “não-críticas”. Uma atividade crítica é aquela em que, não existe nenhum espaço de tempo, folga ou manobra, na determinação de seus tempos de início e término. Já uma atividade “não-crítica” permite certa folga na programação, de modo que o tempo de início da atividade pode ser adiantado ou atrasado dentro de um intervalo de tempo limite sem que afete a conclusão do projeto como um todo (TAHA, 2008).

Para fazer todos os cálculos necessários definimos um evento na programação do projeto, como um ponto no tempo em que uma atividade é concluída e a outra iniciada. Em termos de rede, um evento corresponde a um nó. E assim são representadas as variáveis do problema:

Tc_j – o tempo mais cedo da ocorrência do evento j ;

Tt_j – o tempo mais tarde da ocorrência do evento j ;

D_{ij} – duração da atividade representada pelo arco (i, j) .

A definição do tempo mais tarde e do tempo mais cedo de ocorrência de um evento é especificada em relação à data de início e término do projeto de construção. Portanto o tempo mais tarde (1) para conclusão do projeto de construção é calculado da seguinte forma:

$$Tt_n = \max.\{Tc_1 + D_{12} + Tc_2 + D_{23} + \dots + Tc_{17} + D_{17n}\} \quad (1)$$

Por definição Tt_n – é o caminho mais longo do nó 1 (origem) ao nó n (destino). Da mesma forma, o caminho mais curto para conclusão do projeto de construção pode ser representado pelo tempo mais cedo de ocorrência da última atividade do projeto (2):

$$Tc_n = \min.\{Tt_1 + D_{12} + Tt_3 + D_{34} + \dots + Tt_{17} + D_{17n}\} \quad (2)$$

O cálculo do caminho crítico é feito em duas etapas: a primeira no sentido do nó inicial ao nó final denominada *forward pass*, que determina o tempo mais tarde de conclusão do projeto de construção. E a segunda com o cálculo feito no sentido do nó final para o nó inicial, denominada *backward pass* que determina o tempo mais cedo de conclusão do projeto (TAHA, 2008). O *backward pass* é concluído quando tempo de ocorrência mais tarde do evento 1 (Tt_1), for calculado. E o *forward pass* é concluído quando o tempo de ocorrência mais cedo do evento n o Tc_n , for calculado. Inicialmente estabelece-se o tempo $Tc_1 = 0$, para indicar que o projeto inicia-se no tempo 0 (zero). Com base nos cálculos, uma atividade (i, j) , será considerada crítica se satisfizer as condições (3), (4) e (5):

$$Tt_1 = Tc_1 \quad (3)$$

$$Tt_n = Tc_n \quad (4)$$

$$Tt_n - Tt_1 = Tc_n - Tc_1 = D_{1n} \quad (5)$$

As três condições acima declaram que o tempo mais cedo e o mais tarde de ocorrência do nó de destino n , são iguais, e que a duração do projeto D_{1n} se ajusta

rigorosamente ao espaço de tempo especificado. Caso a atividade não satisfaça essas três condições, ela é considerada não crítica.

Existem outras maneiras para calcular o caminho crítico de um projeto de construção, como por exemplo, usando programação linear (TAHA, 2008). No modelo de PL, supõe-se que o caminho crítico em uma rede é composto por nós de origem, destino e intermediários. E o modelo apresenta os seguintes parâmetros:

x_{ij} = quantidade de fluxo na atividade (i,j) , para todos os i e j definidos, ou seja,

x_{ij} é uma variável do problema, que assume os valores:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se o arco } (i,j) \text{ for o caminho mais longo} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

D_{ij} = duração da atividade (i,j) para todos os i e j definidos.

A função objetivo (6) do problema do caminho crítico em um projeto apresenta-se da seguinte maneira:

$$\text{Maximizar } Z = \sum_{\substack{\text{todas as atividades} \\ (i,j) \text{ definidas}}} D_{ij} \cdot x_{ij} \quad (6)$$

Todas as variáveis x_{ij} são não negativas. E para cada nó (evento) existe uma única restrição que representa conservação de fluxo entre as atividades, de forma que:

$$\text{Fluxo total de entrada} = \text{Fluxo total de saída}$$

Na próxima seção é feita uma breve revisão sobre programação temporal, folgas e Gráfico de Gantt.

2.3.5 Programação Temporal, Folgas, e Gráfico de Gantt.

Para obtenção da programação temporal de um projeto de construção, é preciso fazer inicialmente dois procedimentos:

- 1º) As atividades críticas do projeto devem ser alinhadas uma após a outra para garantir que o projeto seja concluído dentro do prazo preestabelecido;
- 2º) As atividades não críticas apresentam intervalos de tempo maiores que suas durações, o que permite uma folga (espaço de manobra) para programá-las dentro de seus intervalos de tempo permitidos.

Essa pesquisa de dissertação considera que a programação das atividades não críticas deve acontecer o mais cedo possível, afim de otimização o tempo de “folga”, como uma oportunidade de aceleração do processamento dessas atividades. As folgas são os tempos disponíveis dentro de um intervalo de tempo designado a uma atividade não crítica (TAHA, 2008). Existem dois tipos de folgas, a livre e a total. A folga livre (FF_{ij}) (1) é o excesso do intervalo de tempo definido desde a ocorrência mais cedo do evento i , até a ocorrência mais cedo do evento j dentro da duração da atividade (i, j) , que pode ser representada da seguinte maneira:

$$FF_{ij} = Tc_j - Tc_i - D_{ij} \quad (1)$$

Já a folga total (FT_{ij}) (2) é o excesso do intervalo de tempo definido entre a ocorrência mais cedo do evento i e o término mais tarde do evento j , dentro de uma duração de (i, j) , isto é:

$$FT_{ij} = Tt_j - Tc_i - D_{ij} \quad (2)$$

Por definição:

$$FF_{ij} \leq FT_{ij} \quad (3)$$

A Regra da Bandeira Vermelha é frequentemente utilizada como critério para definição da programação das atividades não críticas de um projeto. A regra impõe as seguintes condições:

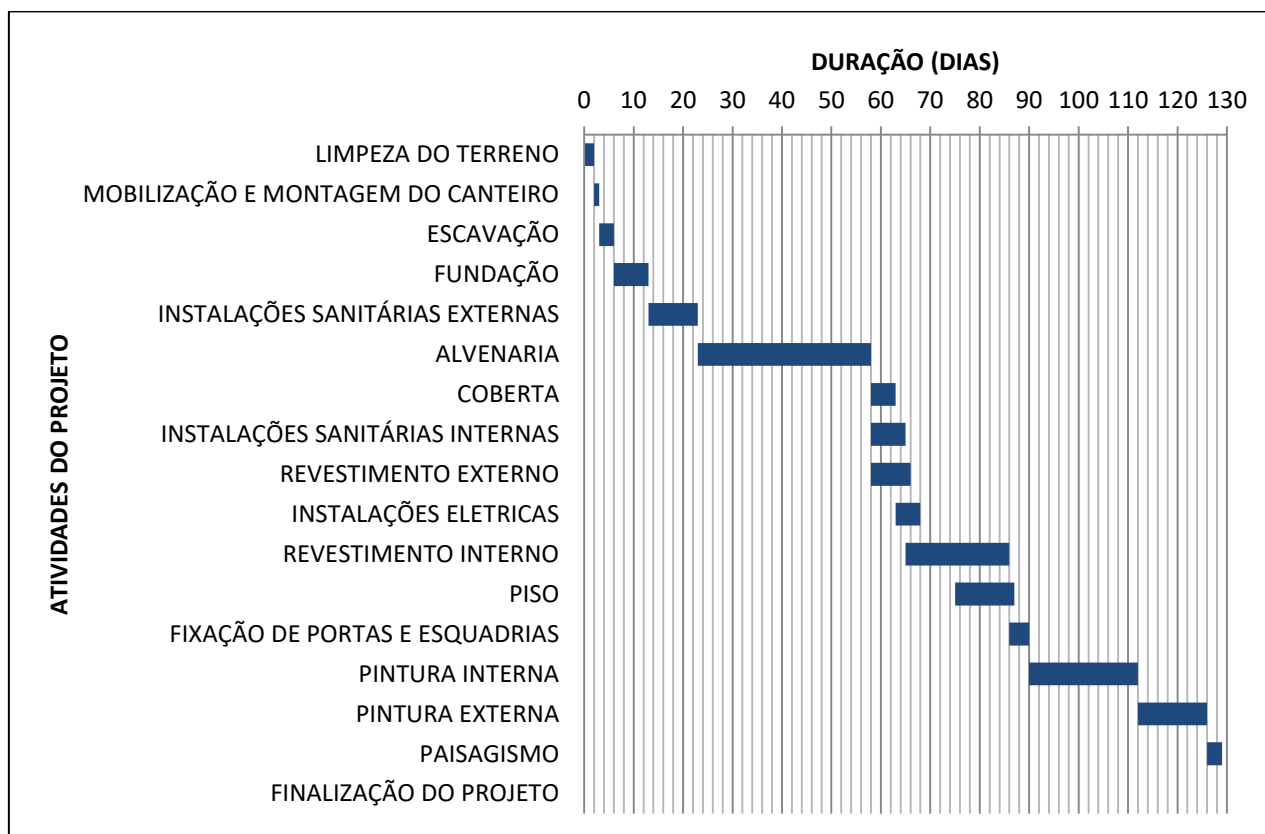
- 1º) Se $FF_{ij} = FT_{ij}$ então a atividade pode ser programada em qualquer tempo dentro de um intervalo (Tc_j, Tt_j) sem causar conflito de programação.
- 2º) Se $FF_{ij} < FT_{ij}$ então a atividade representada pelo arco (i, j) pode ser atrasada por no máximo FF_{ij} , em relação ao tempo mais cedo de ocorrência do evento i , sem causar conflito de programação.

A implicação da regra é que a atividade não crítica (i, j) será sinalizada se sua $FF_{ij} < FT_{ij}$. Para melhor representar a programação temporal das atividades críticas, “não-críticas e folgas em projetos de construção, a pesquisa utiliza o Gráfico de Gantt, também conhecido como cronograma em forma de gráfico de barras horizontais. O gráfico originalmente foi criado pelo engenheiro mecânico Henry Gantt em 1918 (VARGAS, 2016).

O Gráfico de Gantt, também denominado Diagramas de Gantt, apresenta as informações do cronograma de forma que, atividades são listadas no eixo vertical, as datas são mostradas no eixo horizontal, e as durações das atividades aparecem como barras horizontais posicionadas de acordo com suas datas de início e término (PMI, 2017). É um gráfico de fácil compreensão, frequentemente usados para controle e comunicação gerencial, pois apresenta um resumo das atividades seus respectivos intervalos de tempos previstos de execução e conclusão.

O gráfico de Gantt pode ser apresentado de forma mais abrangente (programação de longo prazo) ou de forma mais resumida (programação de curto prazo) conforme distribuição das atividades na EAP. Para uma melhor compressão dos aspectos destacados, a Figura 4 ilustra o Gráfico de Gantt das atividades apresentadas na Tabela 1, seção 2.3.4.

Figura 4: Gráfico de Gantt do projeto de construção, apresentado na Tabela 1, seção 2.3.4.



Fonte: O autor (2018).

Como pode ser observado, o Gráfico de Gantt representa o cronograma de um projeto. É formado primeiramente a partir do nível de pacote de trabalho da EAP, com suas respectivas atividades, estimativas de durações e requisitos para execução devidamente definidos em um intervalo de tempo preestabelecido. Cada atividade é listada no cronograma de acordo com as dependências mostradas no diagrama de redes, e acrescidas de suas durações.

Mattos (2010) ressalta a importância do cronograma, pois baseado em suas informações, pode-se tomar as seguintes providências: programar as atividades; alocar as equipes de trabalho; fazer pedidos de compras; alugar equipamentos; recrutar operários; aferir o progresso das atividades; monitorar os atrasos ou adiantamentos das atividades; replanejar o projeto e *etc.*

Como o problema de pesquisa busca otimizar o gerenciamento de tempo, em projetos com restrições de recursos e múltiplos modos de processamento, a aplicação da técnica CPM

não é suficiente para otimizar o gerenciamento de tempo do projeto do objeto de estudo. Na próxima sessão é feita uma abordagem mais detalhada sobre pesquisa operacional aplicada ao Gerenciamento de Tempo.

2.4 PESQUISA OPERACIONAL APLICADA AO GT

De acordo com a SOBRAPO (2017) a Pesquisa Operacional (PO) é a área de conhecimento que estuda, desenvolve e aplica métodos analíticos avançados para auxiliar na tomada de melhores decisões nas mais diversas áreas de atuação humana. De um ponto de vista prático, a Pesquisa Operacional demanda um esforço de equipe, em geral multidisciplinar, que envolve métodos quantitativos e qualitativos, procura determinar uma melhor utilização de recursos e a otimização das operações empresariais, através de uma estreita cooperação entre líderes (tomadores de decisão), analistas e pessoas que serão afetadas pelas ações de gestão.

Hillier e Lieberman (2013) destacam a importância de dois processos utilizados na construção de um modelo matemático aplicado ao gerenciamento de tempo em projetos. O primeiro consiste na observação do sistema real, como um conjunto complexo, com um grande número de variáveis, de forma não muito definidas. E o segundo processo consiste na formulação de um modelo conceitual, no qual apenas uma parte das variáveis originárias do sistema real são consideradas e analisadas através de modelagem matemática.

Portanto, o modelo conceitual é formulado através da observação do sistema real, e posteriormente transformado em um modelo matemático representado por funções que atribui relações e restrições as variáveis selecionadas para o estudo. De acordo Arenales *et al.*(2015) a abordagem de resolução de um problema por meio da pesquisa operacional envolve as seguintes fases:

- Definição do problema;
- Construção do modelo
- Solução do modelo;
- Validação do modelo;
- e Implementação da solução.

O problema de programação em projetos na ICC envolve a tomada de decisão em nível operacional, como por exemplo: a designação de atividades (*jobs*) em pavimentos ou níveis de execução diferentes, e a programação de atividades (*scheduling*) utilizando várias frentes de trabalho com sequência de processamento e instantes de início e término pré-definidos para cada uma delas.

Arenales (2015) apresenta as principais medidas de avaliação do desempenho em gerenciamento de tempo para produção do tipo *job shop*, como sendo: *makespan*, tempo de fluxo total, atraso máximo, atraso total, *lateness* e número de tarefas atrasadas. O *makespan* é o instante de término de processamento de todas as atividades do projeto. Todas essas medidas citadas são relacionadas à data de entrega das atividades, e estão diretamente ligadas a redução das penalidades, multas e reajustamento de contratos em virtude do não cumprimento dos prazos do cronograma.

Na próxima seção são apresentadas as principais técnicas de otimização aplicadas para resolução de problemas de programação da produção, assim como as vantagens e desvantagens das mesmas.

2.4.1 Modelagem matemática aplicada ao GP, revisão da literatura.

Falcão (2016) destaca a aplicação da modelagem matemática pra resolução de problemas em obras de construção e ressalta as três principais técnicas utilizadas: a Programação Linear Inteira (PLI), a Programação Dinâmica (PD) e os Algoritmos Genéticos (AG). A literatura também apresenta a Programação não-linear como alternativa para solução de problemas de *schedulling* (programação) e *makespan* (tempo de fluxo total de termino de um projeto) em diversas áreas do conhecimento (TAHA, 2008). A seguir são destacados no Quadro 3 os métodos matemáticos mencionados, os principais autores e a finalidade dos estudos desenvolvidos.

QUADRO 3: MÉTODOS PESQUISADOS EM GERENCIAMENTO DE PROJETOS.

ABORDAGEM	MÉTODO	REFERÊNCIAS	FINALIDADE DO ESTUDO
Quantitativa	Programação não-linear	Klanšek (2015); Moussourakis, Haksever (2009)	Minimizar custos
		Lu, Sun, zhang (2008); Zardashti; Yazdanpanah; Nikkhah (2015)	Minimizar Durações
	Programação linear	Kantorovitch (1958); Mayer e Stark (1981); Nandgaonkar (1981); Easa (1987); Christian e Caldera (1988); Jayawardane e Harris (1990); Reda (1990); Jayawardane e Price (1994a,b); Huang e Halpin (1995); Hare <i>et al.</i> (2011); Lima <i>et al.</i> (2013); YAMASHITA, D. S.; MORABITO, R. (2005).	Minimizar Custo
		Ipsilandis (2007).	Minimizar Duração
		Cristóbal (2009); Srouf; Haas; Morton (2006)	Minimizar Duração e Custos.
	Algoritmos genéticos	Hegazy e Wassef (2001); Hegazy (2005).	Minimizar Custo.
		Hyari e El-Rayes (2004); Hyari e El-Rayes (2006); Agrama (2012).	Minimizar Duração.
		El-abbasy, Elazouni, Zayed, (2017). Moselhi e Alshibani (2009); Long e Ohsato (2009).	Minimizar Duração e Custos.
	Programação Dinâmica	Eldin e Senouci (1994); El-Rayes (1997)	Minimizar Custo.
		Selinger (1980); Russell e Caselton (1988); Moselhi e El-Rayes (1993b); El-Rayes e Moselhi (2001)	Minimizar Duração.
		Bakry; Moselhi; Zayed (2014); El-Rayes (2001); Hassanein (2002); Moselhi e Hassanein (2003,2004).	Minimizar Duração e Custos.

Fonte: Adaptado de Falcão (2016).

Das pesquisas apresentadas no Quadro 3, destaca-se o trabalho de El-Rayes *et al.* (2001) utilizam um modelo de programação linear inteira mista para otimizar a utilização dos recursos e o tempo de execução e custo dos projetos de construção repetitivos, como rodovias, edifícios e conjuntos habitacionais.

Klanšek (2015) desenvolveu um novo modelo programação não-linear inteira mista para otimização dos custos de projetos de construção, que inclui funções de restrições e relação de precedência generalizada, restrições de duração dos projetos, condições lógicas e restrições de

custo. O modelo permite a inclusão de uma grande variedade de expressões não lineares e fornece resultados ótimos para o gerenciamento de projetos de construção, formulação de novo gráfico de gráfico de Gantt, histograma e curva S do custo total da construção objeto de estudo.

Srouf *et. al.* (2006) abordam a questão do treinamento da força de trabalho e a alocação de mão de obra em projetos de construção. No estudo os autores apresentam uma estrutura para otimizar o investimento na mão-de-obra disponível e para fazer o melhor uso dela, com a intenção de reduzir os custos do projeto e melhorar o desempenho do cronograma. Construíram um modelo de programa linear, intitulado *Optimal Workforce Investment Model*, para fornecer uma estrutura baseada em otimização, que adequa a oferta à demanda de mão-de-obra na construção de forma mais eficiente através de treinamento, recrutamento e alocação.

El-Abbasy *et. al.* (2017) propõem um modelo de otimização que utiliza algoritmos genéticos para solucionar o problema de agendamento que compreende submodelos de planejamento de projeto, alocação e nivelamento de recursos e previsão de fluxo de caixa. O modelo de otimização foi implementado e testado com sucesso usando diferentes estudos de caso com vários projetos de diferentes tamanhos. O intuito era auxiliar as empresas construtoras a resolver os problemas de priorização de projetos com restrições de recursos, alocando recursos limitados e otimização dos múltiplos objetivos.

Moselhi *et. al.* (2014) utilizam Programação Dinâmica para o desenvolvimento de um algoritmo que atualiza o cronograma, com reescalonamento dinâmico e aceleração otimizada de projetos de construção repetitivos. O reescalonamento dinâmico visa capitalizar a natureza repetitiva do projeto e reduzir *trade-off* entre as atividades, como alternativa para otimização do tempo e custo do projeto. O algoritmo apresentado mantém a continuidade do trabalho e contabiliza atividades típicas e não típicas. Foi implementado em aplicativo de planilha eletrônica, que automatiza cálculos, mas permite que os usuários ajustem o algoritmo. Além da redução do tempo de execução, o algoritmo visa uma melhoria progressiva do processo produtivo, e considera a influência das condições meteorológicas na produtividade das equipes.

Com base na revisão da literatura pode-se dizer que a Programação Linear é utilizada em projetos que apresentam restrições e a função objetivo lineares. A programação inteira se aplica a modelos que possuem variáveis inteiras (ou discretas). A programação dinâmica é

utilizada em modelos onde o problema completo pode ser decomposto em subproblemas menores. E a programação não-linear é utilizada em modelos contendo funções não-lineares.

Uma característica presente em quase todas as técnicas de programação matemática é que a solução ótima do problema não pode ser obtida em um único passo, ou seja, é obtida iterativamente. Para uma melhor compreensão sobre os métodos apresentados, foi elaborado o Quadro 4, que visa destacar as vantagens e desvantagens da aplicação da Programação não-Linear, da Programação Linear, do Algoritmos Genéricos e da Programação Dinâmica.

QUADRO 4: VANTAGENS E DESVANTAGENS DOS MÉTODOS PESQUISADOS.

MÉTODO	VANTAGENS	DESVANTAGENS
Programação não-linear	É utilizada em modelos contendo funções não lineares. São métodos de elevada precisão para problemas de programação da produção, capazes de considerar relações quadráticas entre restrições e coeficientes da função objetivo. Os métodos que mais se destacam são: Método de Programação Linear Sequencial, Método de Programação Quadrática Sequencial, Método das Direções Viáveis e Método do Gradiente Reduzido, entre outros.	São pouco utilizados em meio corporativo, por não incluírem julgamentos em sua formulação e serem de difícil aplicação e compreensão.
Programação linear	São capazes de considerar restrições e independência entre projetos. Dentre os métodos quantitativos, destaca-se pela boa relação entre facilidade de aplicação e precisão do método. Busca a distribuição eficiente de recursos limitados para atender um determinado objetivo, em geral, maximizar lucros ou minimizar custos, e apresenta solução ótima a função objetivo.	A desvantagem em utilizar a PL, está relacionada com o caráter combinatório do problema, e o fato que de quanto maior for o número de variáveis envolvidas no estudo, maior será o tempo de processamento computacional para encontrar uma solução para o problema, isto se a mesma existir.
Algoritmos genéticos	Geralmente usado para resolução de problemas complexos. São baseados em um conjunto de soluções candidatas, que são processadas simultaneamente. Para uma dada função objetivo de um problema de otimização, cada solução tem um valor que reflete sua qualidade ou aptidão, e baseados nesses valores é selecionada a solução candidata. Resumindo apresenta múltiplas soluções para o problema.	Sua principal desvantagem é a precisão da solução a ser encontrada, pois o quanto mais próximo da solução ótima se deseja chegar, mais poder computacional e tempo de processamento são exigidos, principalmente quando são utilizadas funções multimodais. As soluções iniciais são compostas de soluções aleatórias, ou soluções geradas por outro método heurístico. Em resumo não apresenta solução exata para os problemas de programação da produção e sim uma solução candidata.

CONTINUAÇÃO DO QUADRO 4: VANTAGENS E DESVANTAGENS DOS MÉTODOS PESQUISADOS.

Programação Dinâmica	Pode ser usada para resolução de problemas de programação linear, não-linear, contínua ou discreta, com funções diferenciáveis ou não. A principal vantagem é a possibilidade de decompor os problemas em subproblemas menores.	O método possui também desvantagens, entre as quais, as principais são: a necessidade de separabilidade e monotonicidade. Uma função é dita separável se, e somente se, a função de retorno ótimo depender apenas do estágio em que é avaliada, não sendo afetada pelos demais estados do sistema.

Fonte: O autor (2018).

Observa-se que são diversos os estudos que envolvem os métodos quantitativos, e a abordagem científica para tomada de decisão geralmente envolve mais de um modelo matemático. No entanto três técnicas se sobressaem quando se tratam de sequenciamento de atividades com intuito de minimizar o tempo total de execução do projeto (*makespan*), essas técnicas são: Programação Linear Inteira, a Programação Dinâmica, e os Algoritmos Genéricos (MORABITO, 2009; LAWLER, *et. al.*, 1993; ARENALES, 2015).

Essa pesquisa de dissertação utilizará a Programação Linear Inteira Mista (PLIM), para modelar o problema de sequenciamento de atividades, com o intuito de minimizar o tempo de execução de uma obra de construção de edifício. A seguir são apresentados alguns aspectos relevantes sobre a Programação Linear.

2.4.2 Programação Linear

O problema geral de Programação Linear (PL) é utilizado para otimizar (maximizar ou minimizar) uma função linear de variáveis, chamada de "função objetivo", sujeita a uma série de equações ou inequações lineares, chamadas restrições. A formulação do problema a ser resolvido por programação linear segue alguns passos básicos, para isso deve ser definido o objetivo do problema, e a otimização almejada. Por exemplo, maximizar o lucro, o desempenho, o bem-estar social; minimizar os custos, as perdas, o tempo de execução dos projetos.

O objetivo do problema é representado em forma de uma função objetivo, a ser maximizada ou minimizada. Para que a representação matemática da função objetivo aconteça, devem ser definidas as variáveis de decisão envolvidas no estudo. Por exemplo, o sequenciamento de máquinas, a escolha do melhor layout de produção, uma melhor área para corte de terreno em projetos de estradas, e *etc.*

Normalmente, assume-se que as variáveis de um problema de PL são positivas, e estão sujeitas a uma série de restrições, normalmente representadas por inequações, e todas as relações entre as variáveis devem ser lineares. Por exemplo: a quantidade de equipamento disponível, tamanho da área a ser explorada em culturas agrícolas, a capacidade de um reservatório, composição nutricional de alimentos e entre outros.

A Programação Linear (PL) é uma técnica que permite estabelecer a mistura ótima de diversas variáveis segundo uma função objetivo linear, satisfazendo um conjunto de restrições lineares (TAHA, 2008). Este modelo se caracteriza por resolver problemas que apresentem variáveis que possam ser mensuradas e cujos relacionamentos possam ser expressos por meio de expressões lineares (HILLIER; LIBERMAN, 2013).

Para Colin (2007), a Programação Linear é uma das técnicas mais eficientes dentre as ferramentas gerenciais disponíveis, já que existe uma segurança relativamente grande de não existir outra solução melhor quando a modelagem e a solução são apropriadas. Já o valor da Programação Linear reside principalmente em sua aplicação, mesmo quando a modelagem é uma aproximação grosseira do problema real.

Na década de 1940, muitas organizações estavam ávidas por soluções de PL (HALL, 2010). De acordo com Nash (2000), as empresas petrolíferas e químicas lideraram o caminho para otimização do *mix* de produção a partir de múltiplas fontes ou locais. Companhias de transporte e organizações militares também reconheceram cedo que, os problemas de transporte e logística poderiam ser formulados com PL, assim como a aplicação nos problemas econômicos de agricultura de larga escala também se deu antecipadamente.

Outros exemplos de aplicação da PL podem ser encontrados no planejamento da produção, alocação de recursos, fluxo de trânsito e tráfego de redes. A aplicação da PL é tão vasta que pode até mesmo ser usada para manter a confiabilidade de estatísticas governamentais. Embora seja um campo de estudo mais recente, o uso de métodos de programação linear para auxílio à gestão de portfólio de projetos e à gestão de projetos também é possível. Yang e Lin (2013), por exemplo, propõe a aplicação de um modelo

Programação Linear Fuzzy multi-objetivo para gestão de projetos, enquanto Lopes e Costa (2007) sugerem um modelo de decisão baseado em decisão multicritério e programação inteira.

Nos últimos anos, os gestores de projetos têm vivenciado um ambiente mais desafiador, na medida em que o ciclo de vida de produtos está diminuindo e há aumento na demanda por serviços personalizados. Isso significa que muitas das incertezas presentes na gestão de projetos não podem ser eliminadas, o que faz com que a alocação de recursos e tomada de decisão se torne mais importante e também mais complicada do ponto de vista do gerenciamento (YANG; LIN, 2009).

Arenales *et al.* (2015) afirma que o objetivo do problema de Programação Linear (PL) é representado em forma de uma função objetivo, onde um sistema real convertido em um sistema conceitual. Para que a representação matemática da função objetivo aconteça, devem ser definidas as variáveis de decisão envolvidas no estudo. Quando um problema de PL apresenta apenas variáveis inteiras ele é considerado um problema de Programação Linear Inteira (PLI), porém se apresentar variáveis inteiras e reais é denominado um problema de PLIM, que é representado como:

$$z = \max c^T x + d^T y \quad (1)$$

$$Ax + Dy \leq b \quad (2)$$

$$x \in R_+^n, \quad y \in Z_+^p \quad (3)$$

Onde:

- A , é uma matriz $(m \times n)$;
- D é uma matriz $(m \times p)$;
- c^T é um vetor $(1 \times n)$;
- b um vetor $(m \times 1)$, que representam os parâmetros do problema.
- Os vetores variáveis são: x e y com dimensões $(n \times 1)$ e $(p \times 1)$.
- R_+^n : representa o espaço dos vetores com n componentes reais e não negativas.
- Z_+^p : representa o espaço dos vetores com p componentes inteiras e não negativas.

Se todas as variáveis do problema assumirem o valor 0 ou 1, tem-se um problema de programação 0 -1, ou programação binária, descrita da seguinte maneira:

$$z = \max c^T x \quad (1)$$

$$Ax \leq b \quad (2)$$

$$x \in B^n \quad (3)$$

Quando consideramos a resolução de problemas de PLI ou PB, os métodos de resolução são métodos ótimos (exatos). Porém quando consideramos um problema de PLIM os métodos de resolução mais utilizados são os métodos heurísticos que apresentam uma solução aproximada. De acordo com Hillier e Liberman (2013) um modelo de Programação Linear possui as seguintes características:

- Proporcionalidade: a contribuição de determinada variável de decisão deve ser diretamente proporcional ao valor da variável;
- Aditividade: a soma das contribuições individuais das variáveis presentes no modelo deve representar a contribuição total das variáveis da função objetivo e restrições;
- Certeza: os coeficientes das restrições e da função objetivo são determinísticos.

Uma vez formulado o problema, muitos algoritmos podem ser utilizados para sua solução. O algoritmo Simplex é o mais famoso deles, consiste em um método para resolução de problemas de PL, em que se parte de uma Solução Básica Viável (SBV) para uma Solução Básica Viável adjacente até que seja encontrada uma solução ótima para o problema, se a mesma existir.

A aplicação desse método Simplex, originalmente proposto por Dantzig em 1947, foi viabilizada com o desenvolvimento computacional e continua sendo um dos principais algoritmos para solucionar problemas de Programação Linear atualmente, por ter proporcionado a solução de problemas PL com aplicação direta no planejamento e tomada de decisão em grandes organizações. Embora o método seja relativamente simples do ponto de vista prático e teórico, é preciso resolver alguns detalhes para sua aplicação, como por exemplo, encontrar a solução básica viável inicial e detectar se o problema não possui solução ou se possui infinitas soluções.

Essas questões, somadas à necessidade de memória para execução do algoritmo em problemas mais complexos, é objeto de discussão de diversos autores desde a criação do algoritmo (HILLIER; LIBERMAN, 2013). O sucesso do algoritmo Simplex derivou a criação de outros algoritmos tais como o Dual Simplex e o Primal-Dual, e tem dominado a Pesquisa Operacional prática por mais de meio século (ARENALES, 2015). Na próxima seção é apresentado o problema de pesquisa.

2.5 PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO EM PROJETOS COM RESTRIÇÕES DE RECURSOS (RCPSP).

Blazewicz *et al.* (1983) e Lawler *et al.* (1993) definem o RCPSP como uma generalização do *Job Shop Problem* (JSP), portanto, pertencente à classe de problemas matemáticos da classe NP- completo. Brucker *et al.* (1998) o caracteriza conforme: número de projetos executados simultaneamente, a natureza das informações do projeto, tipos de ligações permitidas; possibilidade de interrupção, modos de execução, tipos de recursos utilizados, número de recursos utilizados, número de objetivos e tipos de objetivos. Na forma original do RCPSP, toda e qualquer atividade, uma vez iniciada, não pode ser interrompida “*nonpreemptive case*” (BOCTOR, 1993). Os métodos voltados para a possibilidade de interrupção das atividades “*preemptive case*” podem ser encontrados em Schrage (1972), Weglarz *et al.* (1977) e Slowinski (1980).

O RCPSP pode envolver um único projeto (*single-project scheduling*), ou vários projetos (*multi-project scheduling*). A forma clássica de abordagem do problema considera apenas um modo de processamento para cada atividade (*single mode*). Porém, quando existem mais de um modo de processamento para as atividades do projeto, pode-se dizer que o problema pertence à classe de múltiplos modos (*multi-mode*) (BOCTOR, 1996; ARTIGUES; ROUBELLAT, 2000; DEMEULEMEESTER; HERROELEN, 2002). A pesquisa em suma aborda o problema de Programação em Projetos com Restrições de Recursos e Múltiplos Modos de Processamento (MRCPSP).

Nas próximas seções são apresentados os modelos matemáticos mais utilizados para resolução do RCPSP.

2.5.1 Modelagens matemáticas aplicadas ao RCPSP.

Os métodos para resolução de problemas de Otimização Combinatória podem ser divididos em dois grupos: os que apresentam procedimentos ótimos (buscam produzir soluções ótimas para o problema, através de programação matemática mais rigorosa) e os métodos de solução heurísticos, que visam a produzir boas soluções aproximadas (CRAVO, 2009).

O Problema de Programação em Projetos com Restrições de Recursos (RCPSP) é constituído genericamente por um conjunto de atividades, $N = \{1, 2, 3, 4, \dots, n\}$, e um conjunto de recursos $R = \{1, 2, 3, \dots, k\}$. Onde cada tipo de recurso $k \in R$ está disponível em uma quantidade constante de R_k unidades. Cada atividade $i \in N$ necessita de uma quantidade q_{ik} de unidades do recurso k para ser executada. A atividade i é executada em p_i unidades de tempo sem interrupção. Os valores de R_k , q_{ik} e p_i são não negativos. As relações de precedência são definidas entre as atividades. E o objetivo é determinar a data de início t_i para cada atividade i do projeto, de forma que:

- A quantidade de cada tipo de recurso utilizado, durante um determinado período de tempo do projeto seja menor ou igual à quantidade total disponível deste recurso;
- Todas as relações de precedências entre as atividades devem ser atendidas;
- Atinja o objetivo de minimizar o *makespan* $C_{max} = \max_{i=1}^n C_i$, onde:
 $C_i = t_i + p_i$, representa a data de conclusão da atividade i .

Na literatura existem diversos modelos matemáticos propostos para o Problema de Programação em Projetos com Restrições de Recursos (RCPSP), nas próximas seções serão apresentados alguns desses modelos.

2.5.1.1 O modelo de Vieira *et al.*

Em Vieira *et al.* (2010) foi formulado o modelo de Programação Linear Inteira Mista (PLIM), para resolução do RCPSP que é representado da seguinte forma:

$$\text{Minimizar } t_{n+1} \quad (1)$$

Sujeito à:

$$t_{n+1} - t_i - p_i - \delta_i \geq 0, \quad i = 1, K, n \quad (2)$$

$$p_i \geq p_{iw^i k} - a_{iw^i k} \cdot x_{ik} \quad i = 1, K, n; \quad k = 1, K, r \quad (3)$$

$$t_j - p_j - \delta_i - \alpha_{ij} - M \cdot y_{ij} \leq -M \quad i = 0, 1, \dots, n; \quad j = 1, \dots, n+1, i \neq j \quad (4)$$

$$f_{ijk} - l_{ijk} \cdot y_{ij} \leq 0 \quad i = 0, 1, \dots, n; \quad j = 1, \dots, n+1, i \neq j; \quad k = 1, K, r \quad (5)$$

$$\sum_{j=1}^{n+1} f_{0jk} = R_k \quad k = 1, K, r \quad (6)$$

$$\sum_{j=1}^{n+1} f_{ijk} - x_{ik} = \underline{q}_{ik} \quad i = 1, K, n; \quad k = 1, K, r \quad (7)$$

$$\sum_{i=0}^n f_{ijk} - x_{ik} = \underline{q}_{jk} \quad j = 1, K, n; \quad k = 1, K, r \quad (8)$$

$$\sum_{i=0}^n f_{in+1k} = R_k \quad k = 1, K, r \quad (9)$$

$$y_{ij} + y_{ji} \leq 1 \quad \forall (i, j) \in E - \{E_0 \cup E_1\} \quad (10)$$

$$y_{ij} + y_{ji} = 1 \quad \forall (i, j) \in E_0 \cup E_1 \quad (11)$$

$$y_{ij} = 1 \quad \forall (i, j) \in E_1 \quad (12)$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in E \quad (13)$$

$$t_i \geq 0 \quad \forall i = 1, K, n+1 \quad (14)$$

$$0 \leq x_{ik} \leq \overline{q}_{ik} - \underline{q}_{ik} \quad i = 1, K, n; \quad k = 1, K, r \quad (15)$$

$$f_{ijk} \geq 0 \quad i = 1, K, n; \quad k = 1, K, r \quad (16)$$

Onde:

- t_i ($i = 1, \dots, n$): denotam a data de início da atividade i ;
- n : denotam o número de atividades do projeto;
- 0 e $n+1$: denotam duas atividades fictícias que representam respectivamente o

início e o término do projeto;

- t_0 : denota a data de início do projeto, correspondente a data de início de uma atividade fictícia, com índice 0;
- t_{n+1} : denota a data de término do projeto, que corresponde à data de início da atividade fictícia, com índice $n+1$;
- $k = 1, \dots, r$: denota os tipos de recurso do projeto;
- R_k : denota a quantidade máxima do k -ésimo recurso utilizado;
- q_{ik} : denota a quantidade do k -ésimo recurso utilizado na execução da i -ésima atividade;
- $\overline{q_{ik}} - \underline{q_{ik}}$: denotam, respectivamente, a quantidade máxima e mínima do k -ésimo recurso permitido que pode ser utilizado na execução da i -ésima atividade;
- p_i : denota o tempo de execução da i -ésima atividade;
- $y_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{se a } i - \text{ésima atividade está sendo executada} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$
- f_{ijk} : denota a quantidade de recurso k que será transferida da i -ésima atividade para a j -ésima atividade do projeto;
- x_{ik} : denota a quantidade do recurso k que será alocada para acelerar a execução da i -ésima atividade;
- l_{ijk} : denota a quantidade máxima do recurso k -ésimo que pode ser transferido da i -ésima atividade para a j -ésima;
- E : representa o conjunto de indexadores de pares de atividades, de forma que $E = \{(i, j) : i = 0, 1, \dots, n; j = 1, \dots, n+1; i \neq j \text{ onde a atividade } i \text{ precede a atividade } j\}$;
- E_0 : representa o conjunto de indexadores de pares de atividades que não podem ser executadas simultaneamente; de forma que, $E_0 = \{(i, j) : i = 0, 1, \dots, n, j = 1, \dots, n+1, i \neq j \text{ tal que a atividade } i \text{ precede a atividade } j\}$
- E_1 : representa o conjunto de indexadores de pares de atividades cuja à precedência é preestabelecida; de forma que, $E_1 = \{(i, j) : i = 0, 1, \dots, n, j = 1, \dots, n+1, i \neq j \text{ tal que a atividade } i \text{ precede a atividade } j\}$

- δ_i : denota o tempo de repouso mínimo associado à atividade i , ou seja, corresponde ao tempo mínimo de espera que deve ser obedecido após o término da execução da atividade i ;
- $\alpha_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } (i,j) \in E_0 \cup E_1 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$
- $a_{iw^i k}$: denota o coeficiente de diminuição do tempo de execução da i -ésima atividade, considerando w^i números segmentados, quando uma unidade do k -ésimo recursos é alocada;
- $M = \sum_{i=0}^n (\bar{p}_i + \delta_i)$, onde $\bar{p}_i = \max \bar{p}_{ik}$ representa o maior tempo de execução da i -ésima atividade entre todos os tempos máximos de execução de cada atividade, quando elas são executadas com a quantidade mínima permitida do k -ésimo recurso.

A função objetivo (1) indica a minimização da data de finalização do projeto (t_{n+1}). As restrições (2) impõem que a atividade fictícia (de índice $n+1$) preceda todas as demais atividades ($y_{in+1} = 1$, $i = 0, 1, \dots, n$). As restrições (3) definem o tempo de execução de cada atividade do projeto como uma função linear da quantidade de recurso alocada. As restrições (4) estabelecem a precedência da atividade i em relação à atividade j . Elas serão ativadas quando $y_{ij} = 1$ e inativas quando $y_{ij} = 0$. Por sua vez as restrições (5) estabelecem limites para o fluxo de recurso entre a atividade i e a atividade j .

Note que, se $y_{ij} = 0$, necessariamente deve-se ter $f_{ijk} = 0$. As restrições (6) estabelecem que o somatório dos fluxos de recurso que saem da atividade inicial é igual à quantidade total disponível desse recurso. As restrições (7) e (8) expressam que a quantidade de recurso que entra em uma atividade deve ser igual à quantidade de recurso que sai da mesma, ou seja, garante a continuidade de fluxo. As restrições (9) garantem que a quantidade total de recurso que chega à atividade final é igual à quantidade total disponível desse recurso.

As restrições (10) e (11) impossibilitam que as variáveis de precedência y_{ij} e y_{ji} sejam simultaneamente iguais a um. As restrições (10) definem uma relação disjuntiva entre duas atividades e as restrições (11) definem a sequência entre duas atividades. As relações (12) garantem as precedências, estabelecidas a priori. As restrições (13) definem o domínio das variáveis y_{ij} . E finalmente, as restrições (14), (15) e (16) estabelecem, respectivamente, a

positividade das datas de início das atividades, dos limites mínimos e máximos para a quantidade de recurso, assim como a positividade dos fluxos de recursos.

A formulação proposta por Vieira (2010) estende-se para mais de um tipo de recurso, e o tempo de execução de cada atividade do projeto é definido como função linear da quantidade de recurso alocada, representada pelas restrições (3). Dessa forma, são propostas aproximações lineares envolvendo um número arbitrário de segmentos de retas para as funções que relacionam o tempo de execução com a quantidade de recurso. Nota-se também que existe uma restrição deste tipo para cada segmento de reta considerado na aproximação. Dessa forma, p_i atende todas as restrições (3), ou seja, para um dado q_i , a restrição (3) ativa será aquela correspondente ao segmento de reta que fornece o maior valor de p_i . Isso garante que o tempo de processamento da atividade i será calculado de acordo com o segmento de reta apropriado.

Com relação ao parâmetro de entrada δ_i , pode-se dizer que ele será diferente de zero somente para aquelas atividades que necessitem de um tempo mínimo de espera após a sua execução, ou seja, entre duas atividades sequenciadas a priori, a última só poderá ser iniciada após o término completo da primeira. Por outro lado, se existir fluxo de recurso entre duas atividades, que não são sequenciadas, o δ_i não deverá ser considerado. Dessa forma, o valor da constante α_{ij} ficará ativo para o primeiro caso, onde as atividades são sequenciais, e inativo caso contrário.

A abordagem de resolução do modelo aplica o Método de Decomposição de Benders, e pode ser melhor explicada em Vieira *et al.* (2010). A seguir é apresentado o modelo de Artigues *et al.* (2003).

2.5.1.2 O modelo de Artigues *et al.*

O modelo de Vieira *et al.* (2010) foi adaptado do modelo de Artigues *et al.* (2003) que considera os seguintes dados de entrada para o problema:

- $N = \{1, \dots, n\}$ é o conjunto das atividades i do projeto;
- $R = \{1, \dots, r\}$ é o conjunto dos k recursos.

Para cada recurso k pertencente a $\mathcal{R}$ tem-se uma capacidade finita R_k associada. E cada atividade $i \in N$ requer uma quantidade não negativa q_{ik} do recurso $k \in \mathcal{R}$ para ser executada, e tem duração de p_i unidades de tempo. As restrições de precedência entre as atividades do projeto são representadas por um conjunto de arcos E , de modo que, $(i, j) \in E$, significa que a atividade j deve começar após a conclusão da atividade i . As variáveis do modelo são: S , f_{ijk} e x_{ij} . Onde:

- $S = \{S_1, S_2, \dots, S_{n+1}\}$, ou seja, S_i representa o tempo de início da atividade i .

A dificuldade para resolução do RCPSP resulta das restrições de limitação para o uso de recursos, que impedem que algumas atividades sejam executadas em um mesmo intervalo de tempo. Essas restrições podem ser definidas da seguinte maneira: uma quantidade de recurso k não pode ser alocada simultaneamente em mais de uma atividade no mesmo intervalo de tempo. Dessa forma, em uma solução viável do problema uma quantidade de recurso alocada na atividade i deve ser transferida diretamente para a atividade j , após o término de seu processamento. Para isso, define-se duas variáveis de decisão:

- f_{ijk} : a quantidade de recurso k que será transferida da i -ésima atividade para a j -ésima atividade do projeto;
- x_{ij} : uma variável binária que assume o valor de 1, se a atividade j está restrita à iniciar após atividade i ser concluída.

A variável x_{ij} é uma variável que garante que as relações de precedência entre as atividades do projeto sejam atendidas. O modelo considera a existência de duas atividades

fictícias na rede $i = 0$, e $i = n + 1$, onde a quantidade de recurso requerida para o processamento da atividade $i = 0$, é igual à requerida para o processamento da atividade $i = n + 1$, ou seja, $q_{0k} = q_{n+1k} = R_k, \forall k \in \mathcal{R}$; e o tempo de processamento da atividade $i = 0$, é igual ao tempo de processamento da atividade $i = n + 1$, indicando $p_0 = p_{n+1} = 0$.

Os parâmetros M e N são dois números inteiros suficientemente grandes e arbitrários, usados para ativar e desativar as restrições do modelo apresentado a seguir:

$$\text{Min } C_{max} \quad (1)$$

Sujeito à:

$$x_{ij} = 1 \quad \forall (i, j) \in E, \quad (2)$$

$$S_j - S_i - M \cdot x_{ij} \leq p_i - M \quad \forall i \in V \cup \{s\}, \forall j \in V \cup \{t\}, \quad (3)$$

$$f_{ijk} - N \cdot x_{ij} \leq 0 \quad \forall i \in V \cup \{s\}, \forall j \in V \cup \{t\}, \forall k \in \mathcal{R} \quad (4)$$

$$\sum_{j \in V \cup \{t\}} f_{ijk} = r_{ik} \quad \forall i \in V \cup \{s\}, \forall k \in \mathcal{R} \quad (5)$$

$$\sum_{i \in V \cup \{s\}} f_{ijk} = r_{jk} \quad \forall j \in V \cup \{t\}, \forall k \in \mathcal{R} \quad (6)$$

$$C_{max} \geq S_i + p_i \quad \forall i \in V \quad (7)$$

$$f_{ijk} \in \mathbb{N} \quad \forall i \in V \cup \{s\}, \forall j \in V \cup \{t\}, \forall k \in \mathcal{R} \quad (8)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in V \cup \{s\}, \forall j \in V \cup \{t\} \quad (9)$$

A função objetivo (1) é o critério de otimização do problema, ou seja, busca minimizar o *makespan*. As restrições (2) garantem as relações de precedência entre as atividades. As restrições (3) são disjuntivas, garantem que duas atividades relacionadas que usam um mesmo tipo de recurso k não possam ser executadas simultaneamente. As restrições (4) descrevem a relação entre as variáveis f_{ijk} e x_{ij} , implica que quando $f_{ijk} = 0$, $x_{ij} = 0$ para, $\forall k \in \mathcal{R}$. As restrições (5) e (6) expressam que o fluxo de recursos k que entra e que sai de uma atividade deve ser igual à capacidade requerida desse recurso para execução dessa atividade especificamente, enfatizando a conservação de fluxo na rede. A restrição (7) calcula o *makespan*, e as restrições (8) e (9) apresentam o domínio das variáveis f_{ijk} e x_{ij} respectivamente.

Para resolução do modelo Artigues *et al.* (2003) aplicou a meta-heurística Busca

Tabu, que é um método que consiste em explorar espaços de soluções, movendo-se de uma solução para outra que seja seu melhor vizinho. O critério para escolha de um melhor vizinho é aplicado para que a solução não fique presa a um ótimo local. O modelo provou ser eficiente para instâncias robustas da literatura. A seguir é apresentado o modelo de Brucker e Knust (1998) para o RCPSP.

2.5.1.3 O modelo de Brucker e Knust

O modelo para resolução do RCPSP é estruturado da seguinte forma: são dadas as atividades $i = 1, \dots, n$, e a quantidade de recursos renováveis do tipo k disponível. Originalmente a atividade i deve ser programada em um intervalo de tempo p_i , sem possibilidade de interrupção. No entanto a formulação de proposta por Brucker e Knust *et al.* (1998), adota uma nova forma de calcular o limite inferior para o RCPSP, baseada na formulação proposta por Mingozzi *et al.* (1998), que presume que a execução das atividades do projeto podem ser interrompidas, ou seja, a condição de preempção é permitida.

Nessa situação as restrições de precedências são parcialmente relaxadas e tratadas como disjunções. Como isso, a formulação de programação linear contém um número exponencial de variáveis, que em projetos com grande números de atividades é difícil garantir a otimalidade da solução. Assim, em vez de calcular os valores ótimos dos programas lineares eles consideraram versões mais restritas do programa linear dual, que podem ser resolvidas heurísticamente.

O cálculo do limite inferior do problema é do tipo destrutivo, ou seja, tende a encontrar o limite inferior pelo caminho inverso. Considera-se T um valor inicial para o limite superior, tenta-se a existência de um sequenciamento preemptivo com o *makespan* $C_{max} \leq T$. Comprovando a inviabilidade do problema preemptivo, $T+1$ será o valor do limite inferior para o RCPSP. Os autores associam uma variável artificial a cada subconjunto de atividades que podem ser executadas simultaneamente sem violar as restrições de recursos e de precedência. Dessa forma os pesquisadores conseguiram formular o problema de programação linear que possui os seguintes dados:

- n : representa o número de atividades do projeto;
- $I_t = \{ [z_0, z_1], \dots, [z_{t-1}, z_t] \}$ é o conjunto dos $t = \{ 1, \dots, \tau \}$ sucessivos intervalos de tempo de comprimento igual a $z_t - z_{t-1}$;
- N_{jt} : é um subconjunto $j = \{ 1, \dots, n \}$ de atividades que podem ser executadas simultaneamente no intervalo $t = \{ 1, \dots, \tau \}$, não havendo restrições de precedência ou disjunções entre elas, e respeitam as restrições de recursos no tempo;
- N_t : é o conjunto de todos os subconjuntos viáveis N_{jt} que podem ser executados no mesmo intervalo I_t .
- Para cada N_{jt} é relacionado um vetor de incidência $a_i^{jt} \in \{0, 1\}$ definido por:

$$a_i^{jt} = \begin{cases} 1, & \text{se } i \in N_{jt} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

As variáveis de decisão do modelo são: u_t, x_{jt} .

- u_t é a variável artificial para $t = \{ 1, \dots, \tau \}$;
- x_{jt} é o número de unidades de tempo para que todas as atividades do subconjunto N_{jt} sejam executadas simultaneamente.

O modelo:

$$\text{Min} \sum_{t=1}^{\tau} u_t \quad (1)$$

Sujeito à:

$$\sum_{t=1}^{\tau} \sum_{j=1}^{f_t} a_i^{jt} \cdot x_{jt} \geq p_i \quad i = 1, \dots, n, \quad (2)$$

$$- \sum_{j=1}^{f_t} x_{jt} + u_t \geq -z_t + z_{t-1} \quad t = \{ 1, \dots, \tau \} \quad (3)$$

$$x_{jt} \geq 0 \quad t = \{ 1, \dots, \tau \}, \quad j = \{ 1, \dots, f_t \} \quad (4)$$

$$u_t \geq 0 \quad t = \{ 1, \dots, \tau \} \quad (5)$$

A solução só irá existir para viabilizar o problema preemptivo se a programação linear tiver uma solução ótima de valor igual a zero, com todos os valores das variáveis artificiais u_t também iguais a zero. As restrições (2) garantem que todas as atividades i serão executadas pelo menos p_i unidades de tempo, de forma que todas as atividades sejam executadas completamente. As restrições (3) asseguram que o tempo de execução das atividades sequenciais dentro de intervalo I_t não excedam o comprimento desse intervalo. As restrições (4) e (5) definem o domínio das variáveis x_{jt} e u_t respectivamente. Para essa formulação, se o valor ótimo da função objetivo por maior que zero, o problema preemptivo é considerado inviável e o valor da função objetivo mais uma unidade será o limite inferior considerado para o RCPSP. Na próxima seção são apresentados alguns aspectos sobre o MRCPSP.

2.6 PROGRAMAÇÃO DE PROJETOS COM RESTRIÇÕES DE RECURSOS E MÚLTIPLOS MODOS DE PROCESSAMENTO.

O Problema de Programação em Projetos com Restrições de Recursos e Múltiplos Modos de Processamento (MRCPSP) é constituído genericamente por um conjunto de atividades, $N = \{1, 2, 3, 4, \dots, n\}$, e um conjunto de recursos $R = \{1, 2, 3, \dots, k\}$. Onde cada tipo de recurso $k \in R$ está disponível em uma quantidade constante R_k unidades. Cada atividade $i \in N$ necessita de uma quantidade q_{ik} de unidades do recurso k para ser executada. A atividade i é executada em p_i unidades de tempo sem interrupção. E os recursos do projeto podem ser classificados em três tipos distintos: renovável, não-renovável e duplamente restrito

Os valores de R_k , q_{ik} e p_i são não negativos. E as relações de precedência são definidas entre as atividades. Além dessas restrições, existe um conjunto de modos de processamento M onde, $M = \{1, 2, 3, 4, \dots, m\}$. Cada atividade do projeto só pode ser atribuída apenas um modo selecionado, e a quantidade de recursos requeridas para o processamento da atividade q_{ikm} varia conforme o modo selecionado.

O objetivo é minimizar o tempo total de execução do projeto de forma que: a quantidade de cada tipo de recurso utilizada, durante um determinado período de tempo seja menor ou igual à quantidade total disponível deste recurso; e todas as relações de precedências entre as atividades devem ser atendidas (MORI, CHING, 1997). O MRCPSP é uma variação do problema clássico (RCPSP). Na próxima seção será apresentado o modelo de Lorezoni *et al.* (2003), para o MRCPSP.

2.6.1 O modelo de Lorezoni *et al.* (2003)

O modelo matemático desenvolvido por Lorezoni *et al.* (2003), para resolução do MRCPSP, apresenta os seguintes parâmetros:

- T : é conjunto de atividades a serem executadas;
- j : é uma atividade que pertencente a T ;
- $<$: define a relação de precedência entre as atividades;
- $[l_j, \bar{L}_j]$: representa o intervalo de tempo em que as atividades devem ser programadas;
- s_j : corresponde ao tempo de início da atividade j , uma variável do problema que se deseja identificar;
- ρ_j e γ_j : são parâmetros que definem o quanto uma atividade está atrasada ou adiantada em relação ao intervalo $[l_j, \bar{L}_j]$, em que ela pode ser programada;
- R : é conjunto de recursos renováveis disponíveis para consumo nas execuções das atividades do projeto;
- N : conjunto de recursos não-renováveis disponíveis para consumo nas execuções das atividades;

- M_j : é conjunto de modos m de processamento de uma determinada atividade $j \in T$. Para cada modo de execução de uma determinada atividade estão associados um tempo de processamento e uma quantidade de recursos (renováveis e não-renováveis) a serem consumidas;

- v_m : é uma quantidade de recurso requerida para execução de uma atividade j no modo m .

p_{jrm} : tempo de processamento da atividade $j \in T$, no modo $m \in M_j$;

- $q_{j,r,m}$: é a demanda do recurso renovável $k \in R$ ou $k \in N$, requeridos para o processamento da atividade $j \in T$, modo $m \in M_j$;

- $\tau_{j,r,m}(t)$: é o instante de início da atividade $j \in T$, no modo $m \in M_j$, desse modo para a atividade artificial 0, considera-se $p_{j,r_0^m,m} = 0$, portanto $\tau_{j,r_0^m,m}(t) = t$; e para a atividade artificial k , considera-se $\tau_{j,r_k^m,m}(t) = \min.\{\tau \mid \tau_{j,r_{k-1}^m,m}(t) + p_{j,r_{k-1}^m,m} \leq \tau \ \& \ \exists i \text{ alocado ao um intervalo de tempo } a_{r_k^m,i} \leq \tau + p_{j,r_k^m,m} \leq b_{r_k^m,i}\}$ para $k = 1, \dots, v_m$. Nessa configuração o uso de recurso r_k^m , só pode ser iniciado após o término do uso do recurso pela atividade antecessora r_{k-1}^m , ou seja, um recurso renovável só pode ser transferido de uma atividade para outra após o término de sua utilização, em outro instante de processamento maior ou igual ao tempo de finalização da atividade predecessora que estava aplicando esse recurso anteriormente.

- $U(r, t)$: é uma abreviação que o conjunto de atividades T utilizam o recurso k , no instante de tempo t . Onde $U(r, t) = j \in T \mid y_{j,m} = 1, \& \tau_{j,r,m}(t_j) \leq t \leq \tau_{j,r,m}(t_j) + p_{j,r,m}$, com $m \in M_j$.

- $y_{j,m}$: é uma variável binária que indica que uma atividade t está sendo executada em um modo m .

O modelo:

$$\text{Min} \sum_{j \in T}^T \rho_j (\bar{l}_j - t_j)^+ + \gamma_j (t_j - \bar{L}_j)^+ \quad (1)$$

Sujeito à:

$$\sum_{j \in U(r,t)} \sum_{m \in M_j} p_{j,m} \cdot q_{j,r,m} \leq c_{r,t} \quad \forall r \in R, t \in \mathbb{N}, \quad (2)$$

$$\sum_{m \in M_j} p_{j,m} = 1 \quad \forall j \in T \quad (3)$$

$$s_j \leq t_j \quad \forall j \in T \quad (4)$$

$$\sum_{m \in M_j} (\tau_{j,r_{v_m}^m}(t_j) + p_{j,r_{v_m}^m}) \cdot y_{j,m} \leq t_j, \quad \forall j, j' \in T, j < j' \quad (5)$$

$$y_{j,m} \in \{0,1\} \quad \forall j \in T, m \in M_j \quad (6)$$

$$t_j \in \mathbb{N} \quad \forall j \in T \quad (7)$$

A função objetivo (1) busca minimizar o intervalo de tempo $[l_j, \bar{L}_j]$ em que as atividades $j \in T$ devem ser programadas, com o menor atraso possível e também com a menor antecipação possível, para isso são atribuídas às penalidades ρ_j , e γ_j . As inequações (2) estabelecem as restrições de uso dos recursos do projeto. As restrições (3) indicam que cada atividade só pode ser executada um modo de processamento. As restrições (4) indicam que a execução da atividade j , não pode iniciar antes do seu tempo de liberação t_j . As inequações (5) determinam que uma atividade j , só pode ser iniciada após a finalização de todas as suas predecessoras atividade j' . As restrições (6) e (7) representam os domínios das variáveis $y_{j,m}$ e t_j , respectivamente. Na próxima seção é apresentado o modelo de Drexel e Sprecher (1996) para resolução do MRCPSp.

2.6.2 Modelo de Drexl e Sprecher

O modelo de Drexl e Sprecher (1996) é referenciado pela biblioteca de instâncias PSPLIB com os melhores resultados ótimos encontrados para maioria de instâncias do MRCPS. O modelo baseia-se nas seguintes premissas:

- Um projeto é composto por um conjunto de atividades $j \in J$, onde $j = 1, 2, 3, \dots, n$; essas atividades possuem uma relação de precedência que deve ser obedecida de forma que uma atividade j só poderá ser iniciada após o termino de sua predecessora $h \in P_j$. As atividades são representadas em uma estrutura de rede do tipo AON (*active - on - node*) onde os nós representam às atividades, e os arcos a relação de precedência entre elas.
- São introduzidas duas atividades fictícias à rede de atividades do projeto uma no início e uma no final para representar que o projeto tem um único início e fim.
- Cada atividade j só pode ser executada por um único modo de processamento M_j , após escolhido o modo não pode alterar esse modo, e a atividade não pode ser interrompida durante seu processamento;
- A cada modo de processamento m é associado um período de duração d_{jm} e uma quantidade de recurso renovável R , não renovável N e duplamente restrito D ;
- O consumo de recursos renovável K_{rt}^p ($r \in R$) será restrito em intervalos de tempo t ($t = 1, 2, 3, \dots, \bar{T}$), assim como o consumo de recursos duplamente restritos K_{rt}^δ ($r \in D$);
- Os recursos não renováveis e duplamente restritos tem uma capacidade máxima de aplicação representada respectivamente por K_r^v ($r \in N$) e K_r^δ ($r \in D$).
- Quando uma atividade j é escalonada no modo m a ela é atribuída uma quantidade de recursos não renováveis k_{jmr}^v , uma quantidade de recursos duplamente restritos k_{jmr}^δ , e uma quantidade de recursos renováveis k_{jmr}^p .
- LS_j, LF_j : representam respectivamente o tempo mais tarde de início e o tempo mais tarde de finalização da atividade j ;

A formulação de Drexl e Sprecher (1996) baseia-se no problema de Talbot (1982), que usa a variável de decisão:

- $x_{jmt} : \begin{cases} 1, & \text{se a atividade } j \text{ esta sendo processada no modo } m \text{ no período } t \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$

Com $j = 1, 2, 3, \dots, J; t = EF_j, \dots, LF_j$

O modelo de programação linear proposto por Drexl e Sprecher (1996) é:

$$\text{Minimize } \Phi(x) = \sum_{m=1}^{M_j} \sum_{t=EF_j}^{LF_j} t \cdot x_{jmt} \quad (1)$$

Sujeito à:

$$\sum_{m=1}^{M_j} \sum_{t=EF_j}^{LF_j} x_{jmt} = 1 \quad j = 1, 2, 3, \dots, J \quad (2)$$

$$\sum_{m=1}^{M_h} \sum_{t=EF_h}^{LF_h} x_{hmt} \leq \sum_{m=1}^{M_j} \sum_{t=EF_j}^{LF_j} (t - d_{jm}) \cdot x_{jmt} \quad j = 2, 3, \dots, J \quad \text{e } h \in P_j \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^J \sum_{m=1}^{M_j} k_{jmr}^\rho \cdot \sum_{q=\max\{t, EF_j\}}^{\min\{t+d_{jm}-1, LF_j\}} x_{jmq} \leq K_{rt}^\rho \quad r \in R, t = 1, 2, \dots, \bar{T} \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^J \sum_{m=1}^{M_j} k_{jmr}^v \cdot \sum_{t=EF_j}^{LF_j} x_{jmt} \leq K_r^v \quad r \in N \quad (5)$$

$$x_{jmt} \in \{0, 1\} \quad \begin{matrix} j = 2, 3, \dots, J; m = 1, 2, \dots, M; \\ t = EF_j, \dots, LF_j \end{matrix} \quad (6)$$

A formulação apresentada trata-se de um modelo exato, onde a restrição (1) representa a função objetivo que busca a minimização do *makespan*. As restrições (2) determinam que para cada atividade só possa ser atribuído um único modo de processamento. As restrições (3) garantem que as relações de precedência entre as atividades sejam atendidas. As restrições (4) garantem o somatório das quantidades de recursos renováveis atribuídas

k_{jmr}^p às atividades em processamento, num determinado intervalo de tempo não ultrapasse a quantidade disponível K_{rt}^p . As restrições (5) garantem que a quantidade de recursos não renováveis consumidos k_{jmr}^v no processamento das atividades não ultrapasse o disponível. E finalmente a restrição (6) apresenta o domínio da variável x_{jmt} .

O Algoritmo exato proposto pelos autores tem como principal característica garantir a otimalidade da solução encontrada. No contexto do MRCPSP, o algoritmo exato referenciado é essencialmente um algoritmo de pesquisa e enumeração baseados no método de partição e avaliação sucessiva (*Branch-and-Bound*). Algoritmos baseados em árvores de precedência consistem em construir diferentes escalonamentos ao longo de uma árvore de pesquisa, escolhendo nos ramos da árvore pares de modo-atividade que possam ser escalonados e definindo os instantes de tempos mais cedo em que cada atividade pode ser realizada. O processo de *backtracking* realizado ao longo da árvore gera soluções alternativas que podem ser comparadas pela função objetivo.

Para se encontrar a solução o algoritmo percorre o caminho que leva da raiz da árvore até um nível mais baixo, que corresponde a uma sequência viável de escalonamento de atividades que respeita as relações de precedência. O modelo Drexl e Sprecher (1996) foi aplicado em diversas instâncias da PSPLIB e os resultados apresentados são considerados promissores. Na maioria dos casos a solução foi obtida com um tempo de processamento inferior a 20 s, no Capítulo 4 dessa dissertação é feita uma abordagem mais detalhada sobre os resultados obtidos pelos autores. Em geral, esse tipo de abordagem exige grande esforço computacional e longo tempo de processamento, o que os torna proibitivos para instâncias consideradas de grande porte. No capítulo 3 dessa dissertação são apresentados os modelos propostos para resolução do MRCPSP.

3 MÉTODOS PROPOSTOS PARA RESOLUÇÃO DO MRCPSP

A pesquisa de dissertação apresenta dois novos modelos matemáticos, para resolução do MRCPSP, o primeiro denominado de “Modelo de Fluxo”, baseia-se no critério de conservação de fluxo de recursos entre atividades, utiliza uma metodologia similar à de Artigues *et al.* (2003). O segundo modelo baseia-se no critério de discretização do tempo de processamentos das atividades e na linearização de variáveis que inicialmente seriam não-linear, ambos foram desenvolvido exclusivamente para esta pesquisa.

3.1 O MODELO DE FLUXO

O modelo utiliza uma abordagem similar a utilizada por Artigues *et al.* (2003). O problema de pesquisa é considerado um problema de Programação Linear Inteira Mista (PLIM), por apresentar variáveis inteiras e reais. É um problema de programação em postos de trabalho distintos, com restrições de precedências entre as atividades. O modelo baseia-se na conservação de fluxo de recursos renováveis, com foco em minimizar o *makespan*. Basicamente considera-se que o fluxo de recursos renováveis é transferido de uma atividade para outra. O fluxo parte do nó inicial percorre a rede de atividades e termina no nó final, ao mesmo tempo em que atende todas as restrições de precedência entre as atividades.

Os parâmetros adotados são:

- E : representa um par de atividades onde, $E = \{(i, j) : i = 0, 1, \dots, n; j = 1, \dots, n + 1; \text{onde } i \neq j \text{ dessa forma a atividade } i \text{ precede a atividade } j\}$;
- n : denota o número de atividades do projeto;
- $s = 0$ e $t = n + 1$: representam duas atividades fictícias atribuída no início e no fim do projeto;
- S_0 : correspondente a data de início de uma atividade fictícia, com índice 0, ou seja,

representa o início do projeto;

- V : representa o conjunto de atividades do projeto;
- C_{max} : representa a data de término do projeto, ou seja, a data de início da atividade fictícia com índice $n+1$ introduzida no final da rede;
- $k = 1, \dots, r$: denota os tipos de recurso do projeto;
- R_k : denota a quantidade máxima de recursos do tipo k , disponíveis no projeto;
- r_{ikm} : denota a quantidade de recurso do tipo k requerida para o processamento da atividade i no modo $m \in M$;
- p_{im} : denota o tempo de processamento da atividade i , no modo M ;
- M e N : são dois números reais e inteiros suficientemente grandes acrescentados as restrições disjuntivas do modelo;

As variáveis do modelo são:

S_i ($i = 1, \dots, n$): variável denota o instante de início da i -ésima atividade do projeto;

x_{ij} : é uma variável binária, de decisão que indica que a atividade j só pode ser iniciada após o término da atividade i , onde:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se a atividade } i \text{ precede a atividade } j \\ 0, & \text{nada pode ser afirmado} \end{cases}$$

f_{ijk} : é variável que denota a quantidade de recurso do tipo k que será transferida da atividade i para a atividade j ;

y_{im} : é a variável binária de decisão que indica que a atividade i está sendo executada no modo M , onde:

$$y_{im} = \begin{cases} 1, & \text{se a } i \text{ atividade esta sendo processada no modo } M \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

A função objetivo é representada na equação (1):

$$\text{Min } C_{max} \quad (1)$$

Sujeito à:

$$x_{ij} = 1 \quad \forall (i, j) \in E, \quad (2)$$

$$S_j - S_i \geq \sum_{m \in M} p_{im} \cdot y_{im} - M(1 - x_{ij}) \quad \forall i \in V \cup \{s\}, \forall j \in V \cup \{t\}, \forall k \in \mathcal{R}, \quad (3)$$

$$\sum_{k \in \mathcal{R} \cup \bar{\mathcal{R}}} f_{ijk} \leq N \cdot x_{ij} \quad \forall i \in V \cup \{s\}, \forall j \in V \cup \{t\}, \forall k \in \mathcal{R} \cup \bar{\mathcal{R}}, \quad (4)$$

$$\sum_{j \in V \cup \{t\}} f_{ijk} = \sum_{m \in M} r_{ikm} \cdot y_{im} \quad \forall i \in V \cup \{s\}, \forall k \in \mathcal{R}, \quad (5)$$

$$\sum_{i \in V \cup \{s\}} f_{ijk} = \sum_{m \in M} r_{jkm} \cdot y_{jm} \quad \forall j \in V \cup \{t\}, \forall k \in \mathcal{R}, \quad (6)$$

$$\sum_{i \in V \cup \{s\}} f_{ivk} - \sum_{j \in V \cup \{t\}} f_{vjk} = \sum_{m \in M} r_{vkm} \cdot y_{vm} \quad \forall v, j \in V, \forall k \in \bar{\mathcal{R}}, \quad (7)$$

$$\sum_{i \in V \cup \{s\}} f_{sjk} = \mathcal{R}_k \quad \forall k \in \mathcal{R} \cup \bar{\mathcal{R}}, \quad (8)$$

$$f_{ijk} \geq 0 \quad \forall i \in V, \forall k \in \mathcal{R} \cup \bar{\mathcal{R}}, \quad (9)$$

$$C_{max} \geq S_i + \sum_{m \in M} p_{im} \cdot y_{im} \quad \forall i \in V \quad (10)$$

$$\sum_{m \in M_i} y_{im} = 1 \quad \forall i \in V \quad (11)$$

$$f_{ijk} \in \mathbb{N} \quad \forall i \in V \cup \{s\}, \forall j \in V \cup \{t\}, \forall k \in \mathcal{R} \cup \bar{\mathcal{R}} \quad (12)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in V \cup \{s\}, \forall j \in V \cup \{t\} \quad (13)$$

$$y_{im} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in V, \quad \forall m \in M \quad (14)$$

Na formulação do modelo a equação (1) representa a função objetivo que busca minimizar *makespan*. As restrições (2) e (3) garantem as relações de precedência entre as atividades. Mais especificamente as restrições (3) garantem que o tempo de início de j , será sempre maior ou igual ao tempo de finalização de i , sendo i a atividade predecessora, e $\sum_{m \in M} p_{im} \cdot y_{im}$ o tempo de processamento da atividade i no modo m . Como se tratam restrições disjuntivas, quando $x_{ij} = 0$, as mesmas estarão inativas. As restrições (4) descrevem as relações entre as variáveis f_{ijk} e x_{ij} , isso implica que, se $x_{ij} = 0$, então $f_{ijk} = 0$, para todos os recursos renováveis $\mathcal{R}$ e não renováveis $\bar{\mathcal{R}}$ disponíveis no projeto.

As restrições (5) e (6) representam a conservação de fluxo de recursos entre as atividades, ou seja, a quantidade total de recurso do tipo k alocada à atividade i deve ser igual à quantidade total de recurso do tipo k requerida pela atividade para entrar em processamento no modo m . As restrições (7) representam o consumo dos recursos não renováveis aplicados em cada atividade, dessa forma, a quantidade de recurso não renovável $\bar{\mathcal{R}}$, aplicada a atividade deve ser deduzida da quantidade total de recurso disponível R_k . As restrições (8) garantem que a quantidade de recursos aplicados ou consumidos no projeto não pode ser superior ao limite R_k preestabelecido e a restrições (9) garantem a inicialização do fluxo de recurso a partir da atividade *dummy*.

A restrição (10) garante o *makespan*. As restrições (11) garantem que para cada atividade só pode ser atribuído um único modo de processamento. E as restrições (12), (13) e (14) representam os domínios das variáveis.

3.2 O MODELO DE DISCRETIZAÇÃO DO TEMPO

Com intuito de tornar o modelo matemático uma representação do problema real analisado, fez-se necessário a imposição de algumas premissas de modelagem, estabelecidas a partir da natureza do problema e da observação, *in loco*, das peculiaridades do processo produtivo na ICC. Nessa abordagem é proposto um modelo de PLIM com discretização uniforme no tempo. São utilizadas variáveis contínuas, inteiras e binárias. As variáveis binárias representam as decisões a serem tomadas. Os eventos do projeto devem começar e terminar no início de cada intervalo de tempo. O objetivo deste modelo é minimizar o *makespan*. As restrições foram construídas respeitando-se os procedimentos operacionais, as restrições físicas do processo e a demanda de recursos por atividade.

O modelo apresenta os seguintes parâmetros:

- J : denota o conjunto de atividades do projeto;
- P_j : denota o conjunto de atividades predecessoras da atividade j .
- n : denota o número de atividades do projeto;
- T : representa a discretização unitária do horizonte de tempo do projeto;
- T_{max} : representa somatório de todos dos tempos de processamento de todas as atividades do projeto;
- M : representa os modos de processamento do projeto;
- $j = n + 1$: representa uma atividade fictícia introduzida no final da rede de atividades, onde f_{n+1} corresponde ao *makespan* do projeto;
- $\mathcal{R}$: representa o conjunto de recursos renováveis do projeto;
- $\bar{\mathcal{R}}$: representa o conjunto de recursos não renováveis do projeto;
- R_k : representa a quantidade máxima de recursos do tipo k disponíveis para

execução do projeto;

- B_k : representa o conjunto de atividades que necessitam do recurso do tipo k para serem processadas;
- q_{jkm} : representa a quantidade de recursos do tipo k requerida pela atividade j no modo de processamento m ;
- p_{jm} : denota o tempo de processamento da atividade j no modo M ;

E as variáveis do modelo, são:

- f_i ($i = 1, \dots, n$): é a variável que denota o instante de início da i -ésima atividade do projeto;
- a_{jt} : é a variável binária de decisão que indica que a atividade j está sendo processada no tempo t , e pode assumir os seguintes valores:

$$a_{jt} = \begin{cases} 1, & \text{se a atividade } i \text{ está sendo processada no tempo } t \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- y_{im} : é a variável binária, de decisão que indica que a atividade i está sendo executada no modo M , e pode assumir os seguintes valores:

$$y_{im} = \begin{cases} 1, & \text{se a atividade } i \text{ esta sendo processada no modo } M \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

A função objetivo é representada na equação (1):

$$\text{Min } f_{n+1} \quad (1)$$

Sujeito à:

$$f_i + \sum_{m \in M} p_{im} \cdot y_{im} \leq f_j \quad j = 1, \dots, n+1; \forall i \in P_j \quad (2)$$

$$f_j \leq t \cdot a_{jt} + T_{max}(1 - a_{jt}) \quad \forall j \in J; \forall t \in T \quad (3)$$

$$t \cdot a_{jt} \leq f_j + \sum_{m \in M} p_{jm} \cdot y_{jm} \quad \forall j \in J; \forall t \in T \quad (4)$$

$$\sum_{t \in T} a_{jt} = \sum_{m \in M_j} p_{jm} \cdot y_{jm} \quad \forall j \in J; \forall t \in T; m \in M \quad (5)$$

$$\sum_{j \in B_k} \sum_{m \in M} q_{jrm} \cdot a_{jt} \cdot y_{jm} \leq R_k \quad \forall k \in \mathcal{R}; \forall t \in T \quad (6)$$

$$\sum_{j \in B_k} \sum_{m \in M} q_{jrm} \cdot y_{jm} \leq R_k \quad \forall k \in \bar{\mathcal{R}} \quad (7)$$

$$f_i \in \mathbb{R} \quad \forall i \in J \quad (8)$$

$$y_{jm} \in \{0,1\} \quad (9)$$

$$a_{jt} \in \{0,1\} \quad (10)$$

Na formulação do modelo a equação (1) representa a função objetivo que busca minimizar *makespan*, as restrições (2) garantem as relações de precedência entre as atividades. As restrições (3) e (4) representam a relação entre as variáveis f_i e a_{jt} , de modo que nenhuma atividade j possa ser atribuída em um tempo $t < f_j$, e também não possa ser atribuída em um tempo maior que o seu processamento ($\sum_{m \in M} p_{im} \cdot y_{im}$). As restrições (5) determinam que cada atividade j deve ser atribuída a um intervalo de tempo igual ao seu tempo de processamento ($\sum_{m \in M} p_{im} \cdot y_{im}$). As restrições (6) garantem que quantidade máxima de recursos renováveis alocados não ultrapasse a quantidade de recurso disponível em cada instante de tempo t discretizado. As restrições (7) garantem que quantidade máxima de recurso não renováveis alocados em cada atividade não ultrapassem a quantidade de recurso disponível para o projeto. E as restrições (8), (9) e (10) representam o domínio das variáveis.

Note que a restrição (6) do modelo em questão não é linear, por isso foi adicionado ao modelo a variável w_{jtm} , e às restrições (11), (12) e (13) abaixo, afim de linearizá-la, de forma que:

$$w_{jtm} \leq a_{jt} \quad \forall j \in J; \forall t \in T, m \in M_j \quad (11)$$

$$w_{jtm} \leq y_{jm} \quad \forall j \in J; \forall t \in T, m \in M_j \quad (12)$$

$$w_{jtm} \geq a_{jt} + y_{jm} - 1 \quad \forall j \in J; \forall t \in T, m \in M_j \quad (13)$$

Dessa forma w_{jtm} é uma variável binária de decisão que indica que a atividade j está sendo processada no tempo t e modo m selecionado. E pode assumir os seguintes valores:

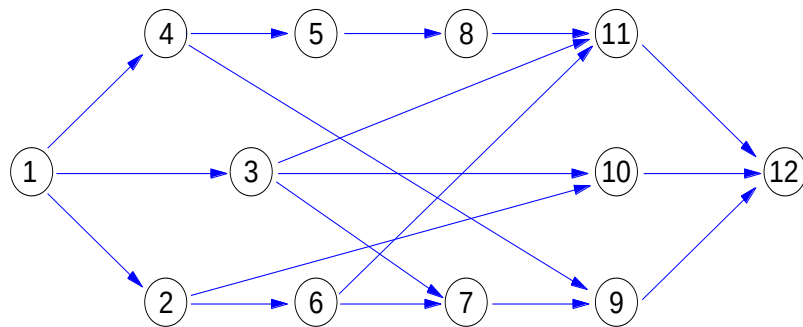
$$w_{jtm} = \begin{cases} 1, & \text{se a atividade } i \text{ esta sendo processada no modo } M \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Na próxima seção é apresentado um exemplo do problema de Programação em Projetos com Restrições de Recursos e Múltiplos Modos de Processamento (MRCPSP).

3.3 EXEMPLO DE APLICAÇÃO DO MODELO PROPOSTO

Para exemplificar o problema de pesquisa considera-se a instância J102_4.mm da PSPLIB (*Project Scheduling Library*). A instância possui um total de doze atividades, sendo dez atividades reais e duas fictícias (a primeira e a última). As atividades fictícias são introduzidas à rede para demonstrar de maneira mais evidente que o projeto possui um único início e fim. O diagrama de Precedência do projeto é apresentado na Figura 5.

Figura 5: Diagrama de Precedência das atividades da instância J102_4.mm.



Fonte: O autor (2018).

No diagrama pode ser verificada a dependência entre as atividades e representada em forma de arcos de ligações. Se determinada atividade j depende da finalização de outra atividade i , então diz-se que i é uma atividade predecessora de j , de modo que j só poderá ser

escalonada após o término de i (como acontece com a atividade 6, que só pode ser escalonada após a finalização da atividade 2). Para resolução do problema serão aplicados os dois modelos propostos.

O Modelo de Fluxo vai calcular a solução viável para o problema com base nas variáveis: S_i ($i = 1, \dots, n$) que denota a data de início e término do projeto, com $S_i \in \mathbb{Z}$. A variável binária x_{ij} indica que a atividade j só pode ser iniciada após o término da atividade i , $x_{ij} \in \{0,1\}$; y_{im} é uma variável binária, de decisão que indica que a atividade i -ésima está sendo executada no modo M , onde $y_{im} \in \{0,1\}$; e f_{ijk} é a variável que denota a quantidade de recurso do tipo k que será transferida da atividade i para a atividade j , com $f_{ijk} \in \mathbb{R}$.

Já o Modelo de Discretização do Tempo vai calcular a solução viável para o problema com base nas variáveis: f_i ($i = 1, \dots, n$) que denota a data de início da i -ésima atividade do projeto com $f_i \in \mathbb{Z}$; utilizando a variável binária a_{jt} para indicar que a atividade j está sendo processada no tempo t , com $a_{jt} \in \{0,1\}$; e a variável binária de decisão y_{im} para indicar que a atividade i está sendo executada no modo M , com $y_{im} \in \{0,1\}$.

Na Tabela 2 a seguir são apresentadas as atividades da instância selecionada, o número de modos de processamento, nº de sucessoras diretas, e a relação de sucessoras para cada atividade do projeto.

TABELA 2: DADOS DE ENTRADA DA INSTÂNCIA J102_4.MM.

ATIVIDADE	Nº DE MODOS DE PROCESSAMENTO	Nº DE SUCESSORAS	SUCESSORAS DIRETAS
1	1	3	2, 3, 4
2	3	2	6,10
3	3	3	7, 10, 11
4	3	2	5, 9
5	3	1	8
6	3	2	7, 11
7	3	1	9
8	3	1	11
9	3	1	12
10	3	1	12
11	3	1	12
12	1	0	-

Fonte: PSPLIB (2018).

Em seguida, na Tabela 3 são relacionadas à lista de atividades, suas respectivas durações associadas a cada modo processamento e a quantidade de recurso requerida por cada modo da instância J102_4.mm.

TABELA 3: RELAÇÃO ENTRE AS ATIVIDADES, SEUS RESPECTIVOS MODOS DE EXECUÇÃO E QUANTIDADES DE RECURSOS REQUERIDOS - INSTÂNCIA J102_4MM.

ATIVIDADE	MODOS	DURAÇÃO	R_1	R_2	N_1	N_2
1	1	0	0	0	0	0
2	1	2	0	4	3	0
	2	6	0	4	0	7
	3	8	0	3	0	7
3	1	2	0	10	4	0
	2	3	0	5	3	0
	3	7	0	4	0	7
4	1	5	3	0	0	7
	2	9	1	0	7	0
	3	10	0	8	0	6
5	1	4	7	0	8	0
	2	4	6	0	0	8
	3	6	4	0	8	0
6	1	2	0	4	6	0
	2	3	0	4	0	3
	3	5	2	0	1	0
7	1	1	10	0	10	0
	2	4	0	5	0	4
	3	9	6	0	0	4
8	1	2	5	0	0	8
	2	6	0	7	7	0
	3	10	4	0	6	0
9	1	1	6	0	0	6
	2	4	6	0	10	0
	3	6	3	0	10	0
10	1	6	10	0	0	4
	2	8	0	4	6	0
	3	8	9	0	0	3

CONTINUAÇÃO TABELA 3: RELAÇÃO ENTRE AS ATIVIDADES, SEUS RESPECTIVOS MODOS DE EXECUÇÃO E QUANTIDADES DE RECURSOS REQUERIDOS - INSTÂNCIA J102_4MM.

ATIVIDADE	MODO	DURAÇÃO	R_1	R_2	N_1	N_2
11	1	4	4	0	0	7
	2	5	0	9	0	4
	3	5	3	0	8	0
12	1	0	0	0	0	0
Total de recursos disponíveis de cada tipo:			9	9	35	31

Fonte: PSPLIB (2018).

Note que existem três modos de processamento para as atividades 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 e 11, e apenas um modo de processamento para as atividades 1 e 12, isto acontece por que essas últimas são atividades fictícias introduzidas na rede, enquanto as primeiras são atividades reais do projeto. Outra observação é o tempo de processamento das atividades, que varia conforme o modo selecionado.

A cada modo de processamento estão associados diferentes consumos de recursos renováveis e não renováveis assim como diferentes tempos de processamento. Em cada modo de processamento podem ser consumidos dois diferentes tipos de recursos renováveis e dois diferentes tipos de recursos não renováveis. Na Tabela 7, os recursos não renováveis são indicados como N_1 e N_2 , enquanto os recursos renováveis são indicados como R_1 e R_2 .

Para se chegar à resolução do problema deve-se atribuir a cada atividade, um dos seus possíveis modos de processamento, e verificar se a atividade selecionada respeita as restrições de precedência e de recursos disponíveis no projeto. Primeiramente é preciso definir o modo de processamento de cada atividade e relacionar a quantidade de recursos requerida por aquele modo, com a quantidade de recursos disponível no projeto. Caso a quantidade de recurso requerida pelo modo selecionado exceda a disponibilidade existente, a atividade não é poderá ser processada naquele modo, e o algoritmo segue em busca de um modo compatível que atenda as restrições de recurso do projeto.

A solução viável do problema é encontrada quando todas as atividades do projeto são escalocadas, e todas as restrições de precedência e recursos são atendidas. A Tabela 4 apresentadas os modos selecionados para cada atividade da instância J102_4.mm em uma solução viável do problema. Os modos foram selecionados com a utilização do modelo de

fluxo, cujos detalhes já foram apresentados na seção 3.1. É importante ressaltar que nenhum dos modos selecionados viola isoladamente, os limites disponíveis de recursos para a instância analisada.

TABELA 4: SOLUÇÃO VIÁVEL PARA O MRCPSP DA INSTÂNCIA J102_4.MM.

ATIVIDADE	MODO	DURAÇÃO	R_1	R_2	N_1	N_2
1	1	0	0	0	0	0
2	1	2	0	4	3	0
3	2	3	0	5	3	0
4	1	5	3	0	0	7
5	1	4	7	0	8	0
6	2	3	0	4	0	3
7	2	4	0	5	0	4
8	1	2	5	0	0	8
9	1	1	6	0	0	6
10	2	8	0	4	6	0
11	3	5	3	0	8	0
12	1	0	0	0	0	0
Total de recursos consumidos:			9	9	28	28

Fonte: O autor (2018).

O Modelo Fluxo encontra a solução viável para o problema, que apresenta $C_{max} = 18$ (*makespan*), melhor solução ótima conforme *benchmark* da PSPLIB para a instância J102_4.mm. A solução encontrada apresenta consumo de recursos não renováveis menor do que o disponível para projeto. A seguir na Tabela 5, são relacionados o tempo de início, modo de processamento e o tempo de processamento de cada atividade da instância.

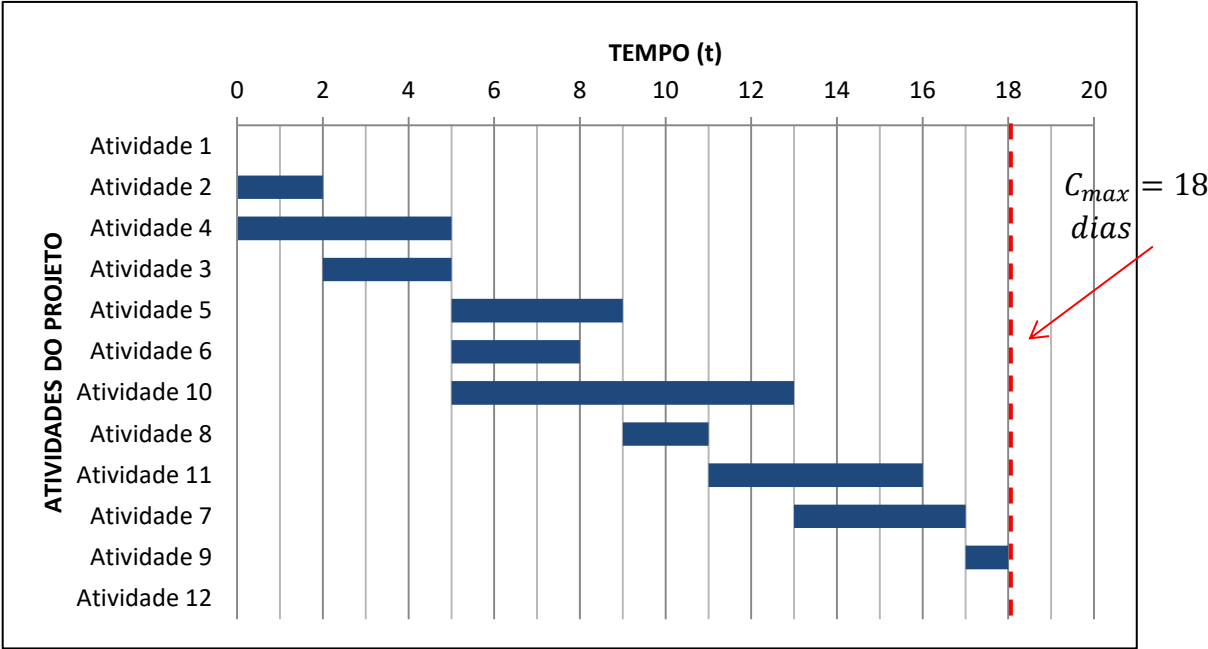
TABELA 5: RELAÇÃO DE ATIVIDADES DO PROJETO, CONFORME MODO DE PROCESSAMENTO SELECIONADO E SEUS RESPECTIVOS INSTANTES DE INÍCIO E DURAÇÃO - INSTÂNCIA J102_4MM.

Atividades	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Modos	1	1	2	1	1	2	2	1	1	2	3	1
S_i	0	0	2	0	5	5	13	9	17	5	11	18
p_i	0	2	3	5	4	3	4	2	1	8	5	0

Fonte: O autor (2018).

Para melhor exemplificar o resultado encontrado pelo Modelo de Fluxo, a Figura 6 apresenta a programação temporal do projeto, a Figura 7 é ilustrada a alocação dos recursos renováveis do tipo R_1 e R_2 no horizonte do projeto, e a Figura 8 ilustra o consumo acumulado de recursos não renováveis no tempo de processamento total do projeto.

Figura 6: Programação temporal da instância J102_4.mm.



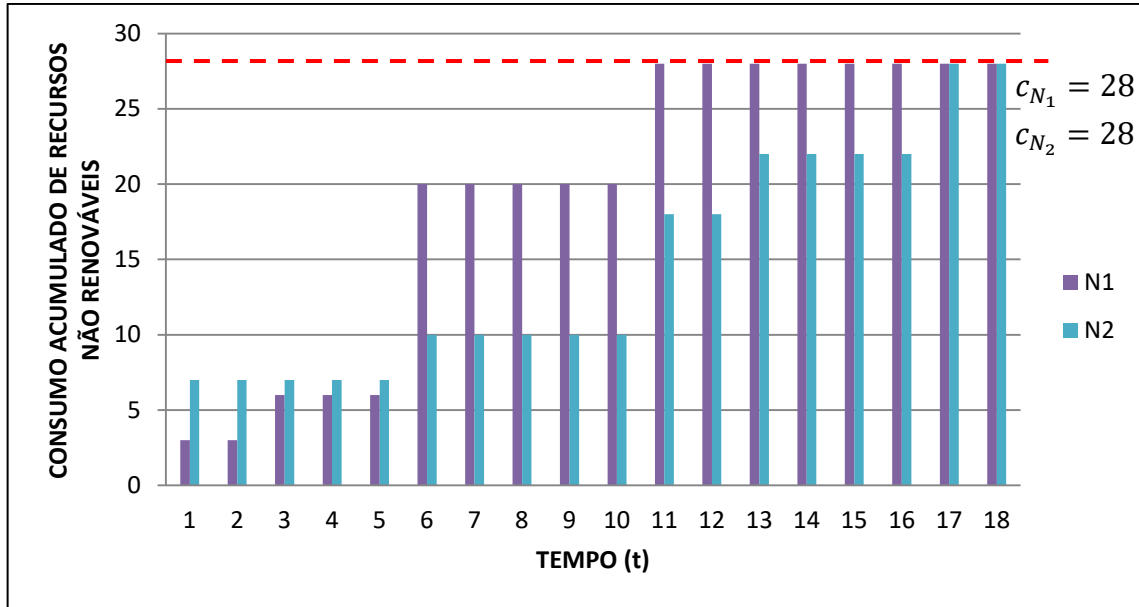
Fonte: O autor (2018).

Figura 7: Consumo de Recursos Renováveis x Tempo - instância J102_4.mm.



Fonte: O autor (2018).

Figura 8: Consumo de Recursos Renováveis x Tempo - instância J102_4.mm.



Fonte: O autor (2018).

Note que nenhuma atividade violou as relações de precedência ou de recursos em nenhum instante de tempo t relacionado no gráfico. As variáveis de fluxo f_{ijk} do modelo, garantem que os recursos renováveis sejam transferidos de uma atividade para outra sem que haja o uso superior ao disponível. Enquanto as variáveis de decisão x_{ij} garantem que as relações de precedências entre as atividades sejam atendidas.

Na próxima seção são apresentados os desempenhos do Modelo Fluxo e do Modelo de Discretização do Tempo, aplicados aos conjuntos de instâncias j10mm, j12mm, j16mm, j18mm e j20mm disponíveis na PSPLIB (*Project Scheduling Library*), a fim de validar a eficácia dos modelos propostos.

3.4 RESULTADOS COMPUTACIONAIS

Para analisar o desempenho dos modelos matemáticos propostos nesta pesquisa, alguns experimentos computacionais foram realizados utilizando um microcomputador equipado com um processador *Intel 7*, 3.4 GHz, 16GB de memória RAM, e sistema operacional Linux Ubuntu 14.04. Os modelos matemáticos foram implementados no CPLEX (versão 9.1) e aplicados para resolução de diversos conjuntos de instâncias da PSPLIB (*Project Scheduling Library*). Após a aplicação são comparados os resultados obtidos pelos modelos propostos com aos resultados disponíveis em Drexl e Sprecher (1996). Esse estudo comparativo foi elaborado a fim de validar o Modelo de Fluxo e o Modelo de Discretização do Tempo para resolução do MRCPSP.

A PSPLIB (2018) possui um conjunto de testes com diversas instâncias agrupadas por número de atividades e por complexidade do problema (*single-mode*, *multi-mode etc.*). Na plataforma digital são disponibilizados os melhores valores de *makespan* encontrados para cada uma das instâncias. As soluções podem ser ótima, heurística ou *lower bounds*, além disso, a biblioteca apresenta os métodos de resolução e os autores referenciados.

As instâncias selecionadas para o estudo são referência quando se trata de problemas de MRCPSP. Foram usadas por diversos pesquisadores nacionais e internacionais dois quais destacam-se: Nonobe e Ibaraki (2003); Hartmann (1997); Drexl e Sprecher (1996); Kolisch e Drexl (1996); Mika (1999); Nonobe e Ibaraki (1998); Cravo (2009); Vieira (2010), entre outros. Na próxima seção são apresentados os resultados obtidos com a aplicação do Modelo de Fluxo e do Modelo de Discretização do Tempo.

3.4.1 Testes de Instâncias

Os grupos de problemas testados são formados por projetos compostos por dez, doze, quatorze, dezesseis, dezoito e vinte atividades, onde cada atividade possui uma lista de sucessoras, número de modos de processamentos possíveis, duração e demanda de recursos renováveis e não renováveis. As instâncias geradas para MRCPSP foram construídas no gerador Pro-Gen (*Project Generator*), desenvolvido por Kolisch e Sprecher (1996) e possuem as características apresentadas na Tabela 6.

TABELA 6: GRUPO DE INSTÂNCIAS UTILIZADAS.

GRUPO	Nº DE INSTÂNCIAS	Nº DE ATIVIDADES	Nº DE MODOS DE PROCESSAMENTO	Nº DE RECURSOS RENOVÁVEIS	Nº DE RECURSOS NÃO - RENOVÁVEIS
J10	536	10	3	2	2
J12	547	12	3	2	2
J14	551	14	3	2	2
J16	550	16	3	2	2
J18	552	18	3	2	2
J20	554	20	3	2	2

Fonte: PSPLIB (2018).

A primeira coluna da Tabela 6 refere-se ao nome do grupo da instância, a segunda indica o número total de projetos que o grupo de instância possui, a terceira indica o número de atividades, a quarta indica o número de modos de processamento, a quinta representa a quantidade de recursos renováveis e a sexta indica a quantidade de recursos não renováveis disponíveis. Por exemplo, o grupo de instâncias J10 possui um total de 536 projetos, com 10 atividades, que podem ser processadas de 3 modos distintos. Para cada modo são disponibilizados 2 tipos de recursos renováveis e 2 tipos de recursos não renováveis.

As instâncias da biblioteca estão disponíveis em arquivos do tipo mm.zip ou mm.tgz, no site <http://www.om-db.wi.tum.de/psplib/main.html>. Esses arquivos possuem informações sobre as atividades do projeto, relações de precedência, modos de processamento, duração e quantidade de recursos requeridos. No *site* também são encontrados os resultados ótimos, e o tempo de processamento necessário para obtenção das soluções das instâncias dos grupos J10,

J12, J14, J16, J18, J20. Comparando os resultados disponibilizados pela PSPLIB e os resultados obtidos com a aplicação dos modelos propostos nessa pesquisa, é possível avaliar o desempenho dos modelos e validá-los, com base no número de soluções ótimas e no tempo de processamento computacional. Para isso é apresentado na Tabela 7 com os resultados obtidos com a aplicação do Modelo de Fluxo, e na Tabela 8 com os resultados obtidos através da aplicação do Modelo de Discretização do Tempo.

TABELA 7: RESULTADOS OBTIDOS X TEMPO DE PROCESSAMENTO COMPUTACIONAL - MODELO DE FLUXO.

Instância	Tempo de processamento computacional (s)							
	[0; 0.5]	(0.5; 5]	(5; 20]	(20;100]	(100; 500]	(500; 2000]	(2000; 10000]	>10000
J10	430	75	25	5	1	-	-	-
J12	405	78	49	10	5	-	-	-
J14	339	112	38	33	16	8	4	-
J16	315	111	44	20	21	17	15	-
J18	259	141	40	25	16	15	12	0
J20	191	181	42	21	25	20	14	-

Fonte: O autor (2018).

TABELA 8: RESULTADOS OBTIDOS X TEMPO DE PROCESSAMENTO COMPUTACIONAL - MODELO DE DISCRETIZAÇÃO DO TEMPO.

Instância	Tempo de processamento computacional (s)							
	[0; 0.5]	(0.5; 5]	(5; 20]	(20;100]	(100; 500]	(500; 2000]	(2000; 10000]	>10000
J10	-	266	62	54	9	145	-	-
J12	-	302	136	73	23	13	-	-
J14	-	245	164	96	39	7	-	-
J16	-	246	142	93	57	12	-	-
J18	-	195	179	95	57	22	-	-
J20	-	87	247	131	63	12	-	-

Fonte: O autor (2018).

Em análise a Tabela 7 pode-se verificar que o modelo de Fluxo encontra soluções ótimas para todas as instâncias dos grupos J10 e J12. Das 551 instâncias do grupo J14, não foi possível encontrar a solução ótima em apenas uma instância (j1437_10.mm). Das 550 instâncias do grupo J16, não foi possível encontrar soluções ótimas para sete instâncias (j1613_2mm, j1621_7mm, j1645_3mm, j1645_6mm, j1645_10mm, j1661_7, j1661_9mm). Para as 552 instâncias do grupo J18, o modelo não conseguiu obter resultados ótimos em 44 instâncias analisadas. Das 554 instâncias do grupo J20, o modelo não conseguiu obter resultados ótimos em 60 instâncias.

Em análise a Tabela 8 percebe-se que, o Modelo de Discretização do Tempo obteve soluções ótimas para todas as instâncias dos grupos J10, J12, J14 e J16. Já para as instâncias do grupo J18 o modelo consegue encontrar 548 soluções ótimas, em um total de 552 instâncias. Nesta situação, apenas para as instâncias j1837_9.mm, j1845_10.mm, j1837_3.mm e j1837_8.mm não foi possível encontrar solução ótima.

Ainda em análise da Tabela 8, nota-se que, das 554 instâncias do grupo J20, em apenas 14 não foi possível encontrar solução ótima. Isso por que foi estabelecido um tempo de processamento computacional limite de seis horas. Como nesse período os resultados não foram encontrados o programa interrompeu a busca pela solução, e partiu para solucionar a instância seguinte.

Para comparar os resultados obtidos com o Modelo de Fluxo, e o Modelo de Discretização do Tempo, são apresentados os resultados da pesquisa de Drexler e Sprecher (1996). Os autores aplicaram o modelo de programação linear inteira apresentado na seção 2.5.2 dessa dissertação, aos mesmos grupos de instâncias analisadas. O modelo foi implementado no compilador GNU, em linguagem de programação C, em um computador com processador Intel 80486dx, 66 Mhz, 16 Mb de memória RAM. Os resultados obtidos pelos autores são apresentados na Tabela 9.

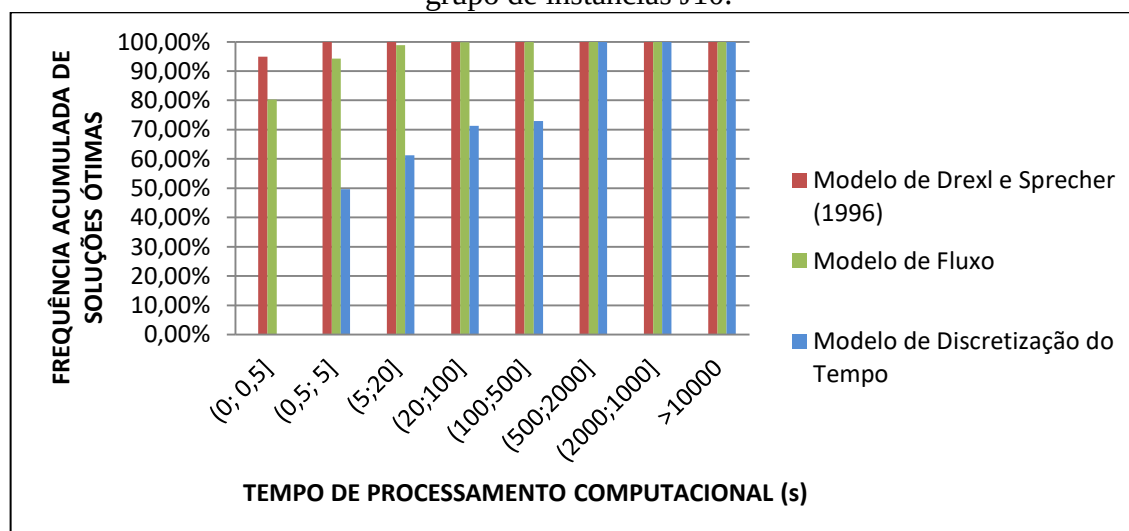
TABELA 9: RESULTADOS OBTIDOS X TEMPO DE PROCESSAMENTO COMPUTACIONAL - MODELO DE DREXL E SPRECHER (1996).

Instância	Tempo de processamento computacional (s)							
	[0; 0.5]	(0.5; 5]	(5; 20]	(20;100]	(100; 500]	(500; 2000]	(2000; 10000]	>10000
J10	509	27	-	-	-	-	-	-
J12	439	106	2	-	-	-	-	-
J14	318	188	43	2	-	-	-	-
J16	254	169	78	41	8	-	-	-
J18	197	156	72	77	39	11	-	-
J20	166	126	60	78	69	37	16	2

Fonte: Drexl e Sprecher (1996).

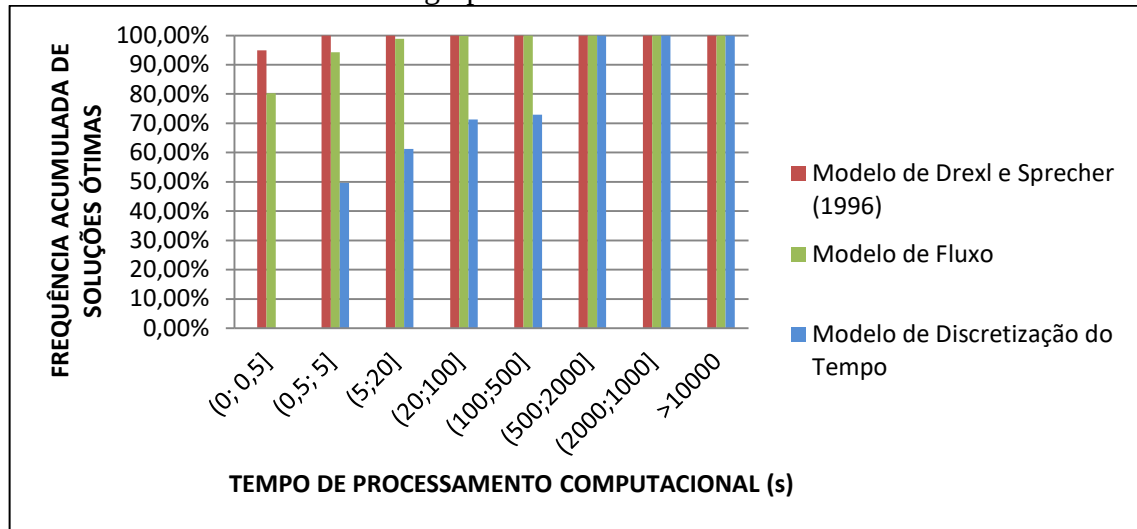
Note que o modelo proposto pelos autores consegue resolver todas as instâncias do Grupo J10, 12, J14, J16, J18 e J20. Ou seja, consegue resolver um total de 3290 instâncias do MRCPSPP referenciado na PSPLIB (2018). Não é atoa que o manuscrito dos autores é uma referência internacional, serve de base para muitas pesquisas científicas desenvolvidas na atualidade. Para ficar mais claro a comparação entre o modelo de Drexl e Sprecher (1996), o Modelo de Fluxo, e o Modelo de Discretização do Tempo são ilustradas nas Figuras 9, 10, 11, 12, 13,14, a frequência acumulada do número de soluções encontradas pelos três métodos e o tempo de processamento computacional necessário.

Figura 9: Frequência acumulada de soluções encontradas pelos modelos referenciados para o grupo de instâncias J10.



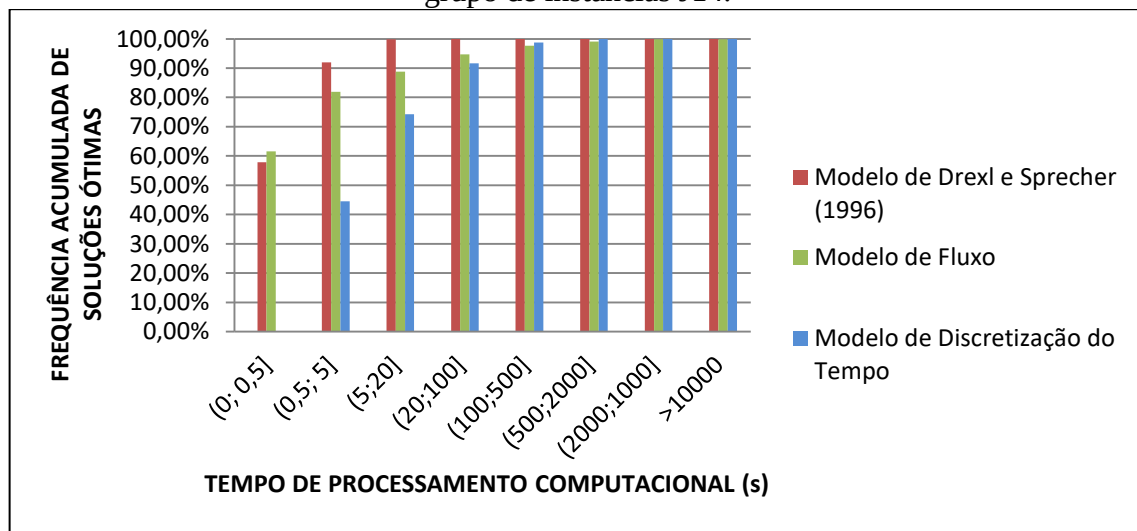
Fonte: O autor (2018).

Figura 10: Frequência acumulada de soluções encontradas pelos modelos referenciados para o grupo de instâncias J12.



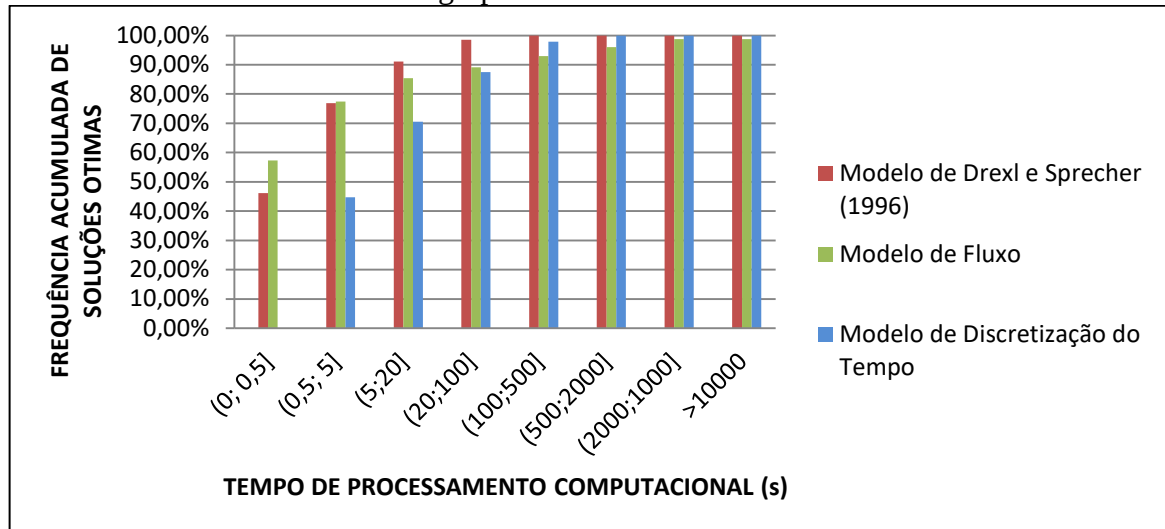
Fonte: O autor (2018).

Figura 11: Frequência acumulada de soluções encontradas pelos modelos referenciados para o grupo de instâncias J14.



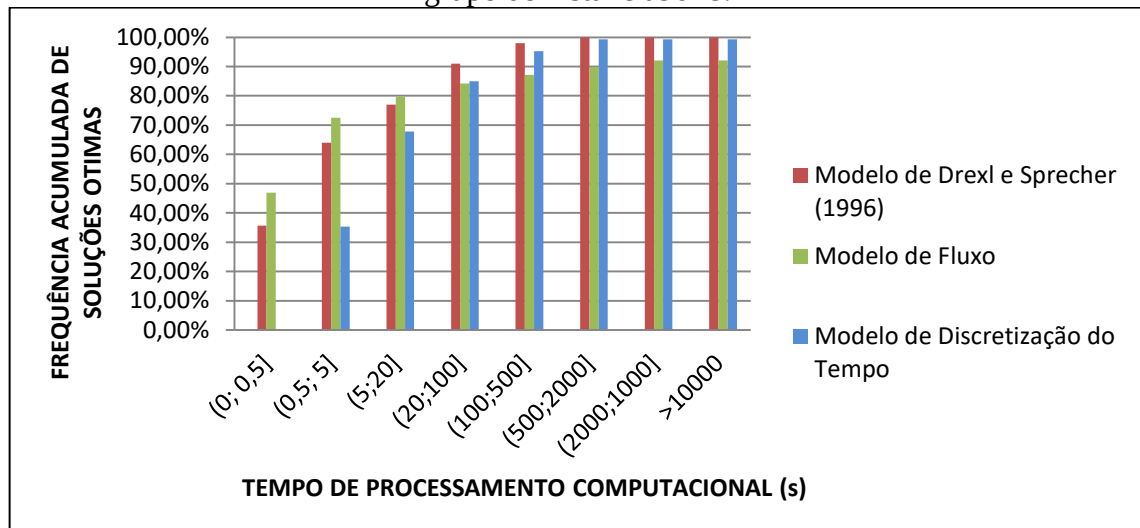
Fonte: O autor (2018).

Figura 12: Frequência acumulada de soluções encontradas pelos modelos referenciados para o grupo de instâncias J16.



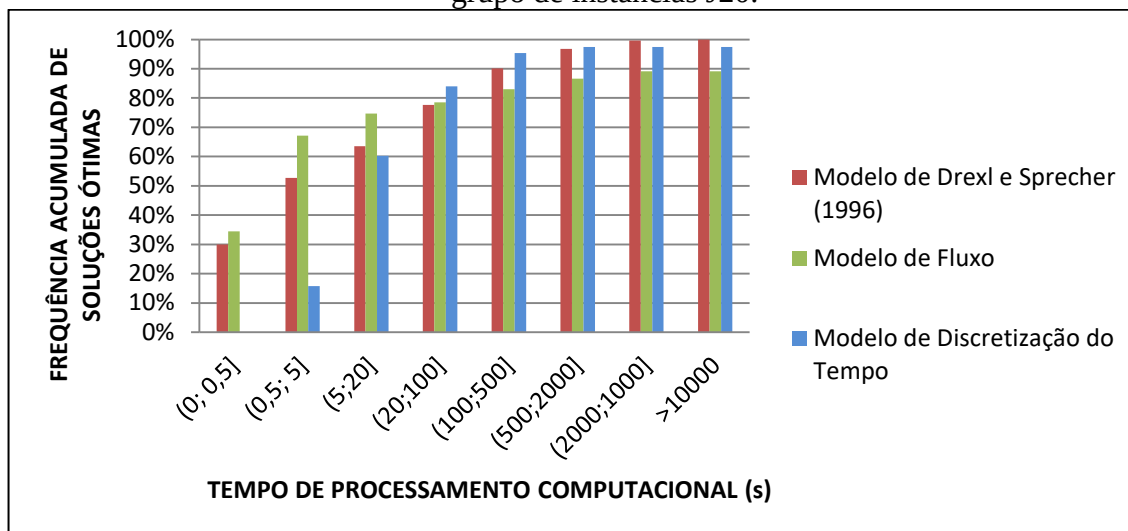
Fonte: O autor (2018).

Figura 13: Frequência acumulada de soluções encontradas pelos modelos referenciados para o grupo de instâncias J18.



Fonte: O autor (2018).

Figura 14: Frequência acumulada de soluções encontradas pelos modelos referenciados para o grupo de instâncias J20.



Fonte: O autor (2018).

Com base nos gráficos de frequência acumuladas das soluções ótimas obtidas e apresentados nas Figuras 9, 10, 11, 12, 13 e 14, pode-se afirmar que em um horizonte de 0s a 1000s o modelo de programação linear proposto por Drexl e Sprecher (1996) resolve 100% das instâncias dos grupos J10, J12, J14, J16, J18 e J20. Já o Modelo de Fluxo proposto obteve 100% das soluções ótimas para as instâncias dos grupos J10, J12, J14; 99% das soluções ótimas para as instâncias do grupo J16, 92% das soluções ótimas para as instâncias do grupo J18, e 89% das soluções ótimas para as instâncias do grupo J20, conforme *benchmark* da PSPLIB (2018).

Já o Modelo de Discretização do Tempo obteve 100% das soluções ótimas para as instâncias dos grupos J10, J12, J14, J16. No caso das instâncias do grupo J18 obteve 99% das soluções ótimas e para as instâncias do grupo J20 obteve 97% das soluções mencionadas no *benchmark* da biblioteca. Tanto para o Modelo de Fluxo quanto para o Modelo de Discretização do Tempo foi estabelecida uma tolerância (ou gap) admissível de 0,0%, entre a solução encontrada e o limitante superior da melhor solução inteira possível, a fim de garantir a otimalidade da solução encontrada.

O tempo de processamento computacional máximo estabelecido para ambos os modelos foi 21600 segundos (6 horas), neste intervalo se os modelos não encontrassem

uma solução viável para o problema com um gap de 0%, o processamento seria interrompido, e seguia-se para resolução da próxima instância. À medida que o número de atividades dos projetos aumentava, a eficiência dos resultados obtidos diminuía, isso acontece porque se trata de um problema NP-difícil.

Em análise aos gráficos comparativos da frequência de soluções ótimas encontradas, percebe-se que o Modelo de Fluxo é mais rápido que o Modelo de Discretização do Tempo, isso acontece em função da variável T_{max} , pois quanto maior o horizonte de projeto, maior a quantidade de variáveis e análises feitas pelo modelo. Embora os resultados obtidos pelo Modelo de Fluxo e pelo Modelo de Discretização do Tempo não tenham atingido os resultados referenciados em Drexel e Sprecher (1996), eles são suficientes para validar os modelos propostos.

Após as análises apresentadas pode-se afirmar que ambos os modelos têm potencial para auxiliar na tomada de decisão quanto ao gerenciamento de tempo em projetos com restrições de recursos e múltiplos modos de processamento. Os modelos abrem portas para uma melhor compreensão das variáveis do problema, e propiciam análises quantitativas capazes de apoiar a tomada de decisão em nível estratégico. Na próxima seção é apresentado o estudo de caso aplicado na ICC.

4 ESTUDO DE CASO

4.1 APRESENTAÇÃO DA EMPRESA E DO PROJETO

A primeira etapa para elaboração da problemática envolvendo o MRCPSP na Indústria da Construção Civil (ICC) foi à seleção do projeto objeto de estudo. O projeto selecionado pertence a uma construtora que atua no ramo da construção civil desde 1988. Possui experiência de 30 anos no mercado paraibano, é conhecida por sua pontualidade na entrega de empreendimentos, e recentemente aderiu aos critérios de certificação do PBQP-H (Programa Brasileiro da Qualidade e Produtividade do Habitat).

O estudo desenvolvido tem como base as técnicas de Pesquisa Operacional (PO). Primeiro observou-se do sistema real (o sistema produtivo da ICC), como um conjunto complexo de variáveis do problema, em seguida foi definido o objetivo do estudo, identificadas às características da edificação, o sistema construtivo, o tempo de execução do empreendimento, e os custos relacionados. O projeto selecionado trata-se da construção de um edifício com onze pavimentos (térreo, coberta, subsolo e oito pavimentos tipo), que abrange as seguintes atividades: estrutura em concreto armado, fundação em hélice contínua, sistema de alvenaria de vedação, instalações hidráulicas, sanitárias e elétricas embutidas nas paredes, forro de gesso, revestimento cerâmico, pintura, aplicação de esquadrias de alumínio e vidro, entre outras.

Com base nos documentos pertinentes ao escopo do projeto (EAP, Cronograma Base, Orçamento e Projetos Executivos) foi feita uma análise de viabilidade de execução do empreendimento frente ao prazo preestabelecido. Para um melhor entendimento do problema, a pesquisadora apresenta na Tabela 10 a lista de atividades do projeto, etapa construtiva, descrição das atividades, nº de modos de processamento, e relações de precedência.

TABELA 10: RELAÇÃO DE ATIVIDADES DO PROJETO DE CONSTRUÇÃO DE EDIFÍCIO, Nº DE MODOS DE PROCESSAMENTO, ATIVIDADES PREDECESSORAS E SUCESSORAS.

Nº	ETAPA	DESCRIÇÃO DA ATIVIDADE	Nº DE MODOS	ATIVIDADE PREDECESSORA	ATIVIDADE SUCESSORA
1	INICIO DO PROJETO	INICIALIZAÇÃO	1	-	2
2	MOBILIZAÇÃO	MOBILIZAÇÃO PARA INICIO DA OBRA	3	1	3
3	MOVIMENTO DE TERRA	MOVIMENTO DE TERRA	3	2	4
4	FUNDAÇÕES	FUNDAÇÕES	3	3	5
5	ESTRUTURA	ESTRUTURA PAV. SUBSOLO, TÉRREO, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, COBERTA E RESERVATÓRIOS)	3	4	6, 8
6	OBRA BRUTA	ALVENARIA EXTERNA (SUBSOLO, PAV. TÉRREO, 1,2,3,4,5,6,7,8, COBERTURA)	3	5	7, 8, 10, 21
7	OBRA BRUTA	CONTRAPISO ((SUBSOLO, PAV. TÉRREO, 1,2,3,4,5,6,7,8, COBERTURA)	3	6	19
8	OBRA BRUTA	ALVENARIA INTERNA - MARCAÇÃO (SUBSOLO, PAV. TÉRREO, 1,2,3,4,5,6,7,8, COBERTURA)	3	6, 7	9
9	OBRA BRUTA	ALVENARIA INTERNA - ELEVACÃO (SUBSOLO, PAV. TÉRREO, 1,2,3,4,5,6,7,8, COBERTURA)	3	8	10, 15
10	OBRA BRUTA	CHAPISCO INTERNO (SUBSOLO, PAV. TÉRREO, 1,2,3,4,5,6,7,8, COBERTURA)	3	6, 9	11, 13, 14
11	OBRA BRUTA	MESTRAMENTO (SUBSOLO, PAV. TÉRREO, 1,2,3,4,5,6,7,8, COBERTURA)	3	10	12
12	OBRA BRUTA	CONTRAMARCOS E MARCOS DE PCF (SUBSOLO, PAV. TÉRREO, 1,2,3,4,5,6,7,8, COBERTURA)	3	11	13
13	OBRA BRUTA	MASSA ÚNICA (SUBSOLO, PAV. TÉRREO, 1,2,3,4,5,6,7,8, COBERTURA)	3	10, 12	18
14	OBRA BRUTA	INSTALAÇÕES ELÉTRICAS 1 - ELETRODUTOS, CAIXAS E QUADROS EM PAREDES (SUBSOLO, PAV. TÉRREO, 1,2,3,4,5,6,7,8, COBERTURA)	3	10	16
15	OBRA BRUTA	INSTALAÇÕES AF/ESG 1 - TUBULAÇÕES E REGISTROS EM PAREDES	3	9	18
16	OBRA BRUTA	INSTALAÇÕES ELÉTRICAS 2 - TUBULAÇÃO EM TETOS (SUBSOLO, PAV. TÉRREO, 1,2,3,4,5,6,7,8, COBERTURA)	3	14	17
17	OBRA BRUTA	INSTALAÇÕES ELÉTRICAS 3 - FIAÇÃO (SUBSOLO, PAV. TÉRREO, 1,2,3,4,5,6,7,8, COBERTURA)	3	16	20, 31
18	OBRA BRUTA	IMPERMEABILIZAÇÕES DE WC E VARANDAS (PAV. TÉRREO, 1,2,3,4,5,6,7,8, COBERTURA)	3	13, 15	23
19	OBRA BRUTA	IMPERMEABILIZAÇÃO COM MANTA ASFÁLTICA (PAV. COBERTA)	3	7	22
20	OBRA BRUTA	FORRO DE GESSO (SUBSOLO, PAV. TÉRREO, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, COBERTURA)	3	17	25
21	FACHADAS	SERVIÇOS NA FACHADA	3	6	35

CONTINUAÇÃO DA TABELA 10: RELAÇÃO DE ATIVIDADES DO PROJETO DE CONSTRUÇÃO DE EDIFÍCIO, Nº DE MODOS DE PROCESSAMENTO, ATIVIDADES PREDECESSORAS E SUCESSORAS.

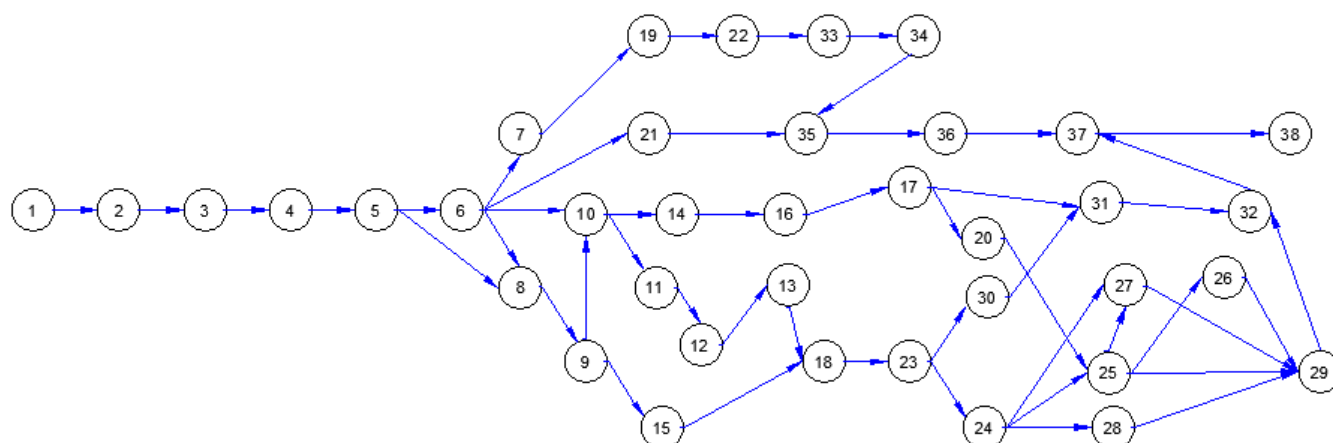
Nº	ETAPA	DESCRIÇÃO DA ATIVIDADE	Nº DE MODOS	ATIVIDADE PREDECESSORA	ATIVIDADE SUCESSORA
22	COBERTA, CASA DE MÁQUINAS, RESERVATÓRIO	COBERTA E CASA DE MÁQUINAS	3	19	33
23	OBRA FINA	CERÂMICA PAREDES	3	18	24, 30
24	OBRA FINA	CERÂMICA PISOS	3	23	25, 27, 28
25	OBRA FINA	PINTURA 1 - MASSA PVA E LIXAMENTO	3	20	26, 27, 28, 29
26	OBRA FINA	ESQUADRIAS DE ALUMINIO E VIDROS	3	25	29
27	OBRA FINA	PORTAS DE ALUMINIO E VIDROS	3	24, 25	29
28	OBRA FINA	KIT DE PORTAS DE MADEIRA COM FERRAGENS	3	24	29
29	OBRA FINA	PINTURA 2 - PRIMEIRA DEMÃO DE TINTA	3	25, 26, 27, 28	32
30	OBRA FINA	BANCADAS DE WC /COZINHA /SERVIÇO	3	23	31
31	OBRA FINA	LOUÇAS/METAIS/ ACABAMENTOS (INTERRUPTORES /TOMADAS /DISJUNTORES)	3	17, 30	32
32	OBRA FINA	PINTURA 3 - SEGUNDA DEMÃO DE TINTA	3	29, 31	37
33	ELEVADORES	INSTALAÇÃO DE ELEVADORES	3	22	34
34	EQUIPAMENTOS	INSTALAÇÃO DE EQUIPAMENTOS COMPLEMENTARES	3	33	35
35	DIVERSOS	CALÇADA EXTERNA	3	21, 34	36
36	DIVERSOS	JARDINS	3	35	37
37	DIVERSOS	LIMPEZA, REVISÃO E ENTREGA	3	32, 36	38
38	FINALIZAÇÃO	FINALIZAÇÃO	1	37	-

Fonte: EAP da empresa (2018).

A Tabela 10 apresenta o projeto de construção do edifício com 38 atividades, que subdividem-se em 12 etapas de produção: início de projeto, mobilização do canteiro, movimento de terra, fundação, estrutura, obra bruta, fachadas, cobertas, reservatórios e casa de máquinas, obra fina, diversos e finalização. Para que o leitor compreenda melhor a

complexidade do problema, a Figura 15 apresenta o Diagrama de Rede de atividades do projeto.

Figura 15: Diagrama de Rede de Atividades – Estudo de Caso.



Fonte: O autor (2018)

Após definição das relações de precedência entre as atividades, a pesquisadora procedeu com a coleta de informações quanto aos possíveis modos de processamento utilizados pela empresa. Foi constatado que existem três modos de processamento diferentes, o primeiro envolve a utilização de mão de obra própria pré-estabelecida no orçamento base do empreendimento; o segundo utiliza mão-de-obra terceirizada proveniente da empresa A, e o terceiro utiliza mão-de-obra terceirizada da empresa B. Geralmente a empresa selecionada para o estudo aplica o regime de subempreitada, onde acontece o fornecimento de mercadorias, fabricação, colocação, e montagem efetuada por terceiros dentro do canteiro de obras.

Para apresentar as características dos modos de processamento usados pela construtora, foi elaborada a Tabela 11, que relaciona a lista de atividades projeto, suas respectivas durações, modo processamento e quantidade de recurso requerido. De acordo com a tabela, as atividades 2 a 37 possuem três possíveis modos de processamento, enquanto as atividades 1 e 38 possuem apenas um. Isto acontece porque, essas últimas são as atividades fictícias introduzidas na rede para que o projeto tenha um único início e fim.

TABELA 11: RELAÇÃO ENTRE AS ATIVIDADES, SEUS RESPECTIVOS MODOS DE PROCESSAMENTO E QUANTIDADES DE RECURSOS REQUERIDOS.

Nº	DESCRIÇÃO DA ATIVIDADE	MODO	DURAÇÃO PREVISTA EM DIAS	R_1	R_2	N_1
1	INÍCIO DO PROJETO	1	0	0	0	0
2	MOBILIZAÇÃO E MONTAGEM DO CANTEIRO	1	12	2	6	10000
		2	9	3	5	11500
		3	5	4	6	12000
3	MOVIMENTO DE TERRA	1	15	4	10	30000
		2	11	4	12	34500
		3	8	4	14	36000
4	FUNDAÇÕES	1	120	4	10	602000
		2	90	6	12	692300
		3	75	7	14	722400
5	ESTRUTURA PAV. SUBSOLO, TÉRREO, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, COBERTA E RESERVATÓRIOS)	1	285	4	4	1506379
		2	269	5	5	1530481
		3	252	6	6	1536507
6	ALVENARIA EXTERNA (SUBSOLO, PAV. TÉRREO, 1,2,3,4,5,6,7,8, COBERTURA)	1	140	4	4	34560
		2	90	5	5	39744
		3	60	6	4	41472
7	CONTRAPISO ((SUBSOLO, PAV. TÉRREO, 1,2,3,4,5,6,7,8, COBERTURA)	1	21	4	4	36480
		2	18	5	5	41952
		3	15	6	4	43776
8	ALVENARIA INTERNA - MARCAÇÃO (SUBSOLO, PAV. TÉRREO, 1,2,3,4,5,6,7,8, COBERTURA)	1	62	2	2	13920
		2	46	3	3	16008
		3	31	4	4	16704
9	ALVENARIA INTERNA - ELEVAÇÃO (SUBSOLO, PAV. TÉRREO, 1,2,3,4,5,6,7,8, COBERTURA)	1	60	4	6	34560
		2	45	5	10	39744
		3	30	6	8	41472
10	CHAPISCO INTERNO (SUBSOLO, PAV. TÉRREO, 1,2,3,4,5,6,7,8, COBERTURA)	1	60	6	6	36480
		2	45	7	7	41952
		3	30	8	6	43776

CONTINUAÇÃO DA TABELA 11: RELAÇÃO ENTRE AS ATIVIDADES, SEUS RESPECTIVOS MODOS DE EXECUÇÃO E QUANTIDADES DE RECURSOS REQUERIDOS – CONSTRUÇÃO DE EDIFÍCIO.

Nº	DESCRIÇÃO DA ATIVIDADE	MODO	DURAÇÃO PREVISTA EM DIAS	R_1	R_2	N_1
11	MESTRAMENTO (SUBSOLO, PAV. TÉRREO, 1,2,3,4,5,6,7,8, COBERTURA)	1	55	4	4	25920
		2	41	6	4	29808
		3	28	6	6	31104
12	CONTRAMARCOS E MARCOS DE PCF (SUBSOLO, PAV. TÉRREO, 1,2,3,4,5,6,7,8, COBERTURA)	1	55	4	4	17280
		2	41	5	5	19872
		3	28	6	4	20736
13	MASSA ÚNICA (SUBSOLO, PAV. TÉRREO, 1,2,3,4,5,6,7,8, COBERTURA)	1	120	6	6	100800
		2	90	7	7	115920
		3	60	8	6	120960
14	INSTALAÇÕES ELÉTRICAS 1 - ELETRODUTOS, CAIXAS E QUADROS EM PAREDES (SUBSOLO, PAV. TÉRREO, 1,2,3,4,5,6,7,8, COBERTURA)	1	40	5	5	45600
		2	25	6	6	52440
		3	18	8	6	54720
15	INSTALAÇÕES AF/ESG 1 - TUBULAÇÕES E REGISTROS EM PAREDES	1	40	4	4	36480
		2	25	6	6	41952
		3	18	8	4	43776
16	INSTALAÇÕES ELÉTRICAS 2 - TUBULAÇÃO EM TETOS (SUBSOLO, PAV. TÉRREO, 1,2,3,4,5,6,7,8, COBERTURA)	1	55	10	8	45600
		2	41	11	6	52440
		3	28	12	6	54720
17	INSTALAÇÕES ELÉTRICAS 3 - FIAÇÃO (SUBSOLO, PAV. TÉRREO, 1,2,3,4,5,6,7,8, COBERTURA)	1	120	5	5	91200
		2	90	6	6	104880
		3	60	8	6	109440
18	IMPERMEABILIZAÇÕES DE WC E VARANDAS (PAV. TÉRREO, 1,2,3,4,5,6,7,8, COBERTURA)	1	90	4	4	34560
		2	75	5	5	39744
		3	60	6	6	41472
19	IMPERMEABILIZAÇÃO COM MANTA ASFÁLTICA (PAV. COBERTA)	1	15	1	1	1000
		2	12	2	1	1150
		3	9	3	2	1200
20	FORRO DE GESSO (SUBSOLO, PAV. TÉRREO, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, COBERTURA)	1	90	8	4	134400
		2	75	9	5	154560
		3	60	10	6	161280

CONTINUAÇÃO DA TABELA 11: RELAÇÃO ENTRE AS ATIVIDADES, SEUS RESPECTIVOS MODOS DE EXECUÇÃO E QUANTIDADES DE RECURSOS REQUERIDOS – CONSTRUÇÃO DE EDIFÍCIO.

Nº	DESCRIÇÃO DA ATIVIDADE	MODO	DURAÇÃO PREVISTA EM DIAS	R_1	R_2	N_1
21	SERVIÇOS NA FACHADA	1	162	10	10	253600
		2	122	12	12	291640
		3	100	14	14	304320
22	COBERTA E CASA DE MÁQUINAS	1	47	4	3	7610
		2	35	5	3	8752
		3	24	6	4	9132
23	CERÂMICA PAREDES	1	65	10	10	57600
		2	50	12	10	66240
		3	35	14	10	69120
24	CERÂMICA PISOS	1	74	10	10	57600
		2	56	12	10	66240
		3	40	14	10	69120
25	PINTURA 1 - MASSA PVA E LIXAMENTO	1	74	12	0	40500
		2	56	14	0	46575
		3	40	16	0	48600
26	ESQUADRIAS DE ALUMINIO E VIDROS	1	79	4	4	74400
		2	60	5	5	85560
		3	45	6	6	89280
27	PORTAS DE ALUMINIO E VIDROS	1	10	2	2	10000
		2	8	3	3	11500
		3	6	4	4	12000
28	KIT DE PORTAS DE MADEIRA COM FERRAGENS	1	50	2	2	17280
		2	40	3	3	19872
		3	32	4	4	20736
29	PINTURA 2 - PRIMEIRA DEMÃO DE TINTA	1	89	12	0	40500
		2	75	14	0	46575
		3	61	16	0	48600
30	BANCADAS DE WC /COZINHA /SERVIÇO	1	55	4	4	45600
		2	41	5	5	52440
		3	28	6	6	54720
31	LOUÇAS/METAIS/ ACABAMENTOS (INTERRUPTORES /TOMADAS /DISJUNTORES)	1	79	4	4	28800
		2	60	5	5	33120
		3	45	6	6	34560

CONTINUAÇÃO DA TABELA 11: RELAÇÃO ENTRE AS ATIVIDADES, SEUS RESPECTIVOS MODOS DE EXECUÇÃO E QUANTIDADES DE RECURSOS REQUERIDOS – CONSTRUÇÃO DE EDIFÍCIO.

Nº	DESCRIÇÃO DA ATIVIDADE	MODO	DURAÇÃO PREVISTA EM DIAS	R_1	R_2	N_1
32	PINTURA 3 - SEGUNDA DEMÃO DE TINTA	1	45	12	0	54000
		2	34	14	0	62100
		3	24	16	0	64800
33	INSTALAÇÃO DE ELEVADORES	1	160	2	2	7000
		2	120	4	2	8750
		3	90	6	4	10500
34	INSTALAÇÃO DE EQUIPAMENTOS COMPLEMENTARES	1	50	1	2	5000
		2	38	1	3	5800
		3	25	1	4	6600
35	CALÇADA EXTERNA	1	35	1	1	3000
		2	26	2	1	3480
		3	18	2	2	3960
36	PAISAGISMO	1	20	1	2	2000
		2	15	1	3	2320
		3	12	1	4	2640
37	LIMPEZA REVISÃO E ENTREGA	1	116	0	10	48000
		2	87	0	12	55680
		3	60	0	14	63360
38	FINALIZAÇÃO DO PROJETO	1	0	0	0	0
QUANTIDADE TOTAL DE RECURSOS DISPONÍVEIS =				38	30	3950000

Fonte: Series históricas da empresa (2018).

Como pode ser verificado para cada modo de processamento são associados diferentes consumos de recursos renováveis (R_1 e R_2) e não renovável (N_1). A estrutura de apresentação dos recursos do projeto é resumida da seguinte forma:

- O recurso do tipo R_1 representa a quantidade necessária de profissionais qualificados para execução de uma determinada atividade do projeto, como por exemplo: a quantidade de pedreiros, carpinteiros, soldadores, pintores, betoneiro, *etc.*

- O recurso do tipo R_2 representa a quantidade de profissionais com pouca experiência, ou auxiliares, necessários para a execução de uma determinada atividade do projeto, como por exemplo: a quantidade de serventes, auxiliar de armador, de carpintaria, de eletricista, *etc.*
- E o recurso do tipo N_1 representa o valor monetário dos materiais de consumo necessários, somado ao valor monetário das horas de trabalho dos recursos do tipo R_1 e R_2 necessárias para execução de cada uma das atividades do projeto.

Ao observar a Tabela 11, percebe-se que o tempo de processamento das atividades varia conforme o modo selecionado. O M_1 , é o modo com maior duração e menor consumo de recursos (sejam eles renováveis ou não renováveis). O M_2 apresenta um acréscimo na demanda de recursos do tipo R_1 e R_2 , e uma leve redução no tempo de processamento das atividades. E o M_3 apresenta maior demanda de recursos (renováveis e não renováveis) e menor tempo de processamento.

As séries históricas da empresa mostram que para suprir alguns atrasos que ocorrem durante a execução de projeto (ação de intempéries, atraso na entrega de materiais ou equipamentos), a empresa aumenta mão de obra em períodos estratégicos a fim de cumprir com afinco o cronograma preestabelecido. No entanto, com o acréscimo na demanda dos recursos renováveis, conseqüentemente ocorre um aumento no consumo dos recursos não-renováveis, ou seja, o custo aumenta. Daí torna-se relevante à aplicação de uma ferramenta que auxilie o Gerenciamento de Tempo, a fim de elaborar novas estratégias que correspondam às expectativas dos *stakeholders*.

Para se chegar à resolução do problema deve-se atribuir a cada atividade, um dos possíveis modos de processamento, e verificar se a atividade selecionada respeita as restrições de precedência e de recursos. Primeiramente é preciso definir o modo de processamento de cada atividade e relacionar a quantidade de recursos requerida por aquele modo com a quantidade de recursos disponível no projeto. Caso a quantidade de recurso requerida pelo modo selecionado exceda a disponibilidade existente, a atividade não poderá ser processada naquele modo específico, e o algoritmo segue em busca de um modo compatível que atenda as restrições de recurso do projeto. A solução viável do problema é encontrada quando todas

as atividades do projeto são escalonadas, e todas as restrições de precedência e recursos são atendidas.

Para resolução do MRCPSP do estudo de caso, foram implementados o Modelo de Fluxo e o Modelo de Discretização do tempo, em linguagem de programação C++ executados em um microcomputador equipado com um processador *Intel 7*, 3.4 GHz com 16GB de memória RAM, em sistema operacional Linux Ubuntu 14.04.

Com o Modelo de Discretização do Tempo não foi possível encontrar uma solução viável para o problema em um tempo computacional aceitável, pois o número de variáveis inteiras do mesmo depende da dimensão do T_{max} (a soma do tempo de duração de todas as atividades projeto). Como o tempo médio de duração das atividades do projeto de construção é de 1056 dias, o algoritmo *Branch-and-Bound* precisou executar muitos ramos para garantir a integralidade do resultado, isso fez com que o CPLEX atingisse o limite preestabelecido de 6 horas e não encontrasse uma solução viável para o problema.

No entanto, através da aplicação da Modelo de Fluxo, cujos detalhes já foram apresentados na seção 3.1 dessa dissertação, foi possível encontrar uma solução viável para o MRCPSP do estudo de caso em apenas 1,50 segundos. A solução é apresentada na Tabela 12.

TABELA 12: SOLUÇÃO VIÁVEL PARA O MRCPSP DO ESTUDO DE CASO.

ATIVIDADE	MODO	DURAÇÃO	R_1	R_2	N_1
1	1	0	0	0	0
2	3	5	2	10	12000
3	3	8	4	14	36000
4	3	75	7	14	722400
5	3	252	6	6	1536507
6	3	60	6	4	41472
7	1	21	4	4	36480
8	3	31	4	4	16704
9	3	30	6	8	41472
10	3	30	8	8	43776
11	3	28	6	6	31104

CONTINUAÇÃO DA TABELA 12: SOLUÇÃO VIÁVEL PARA O MRCPSP DO ESTUDO DE CASO.

ATIVIDADE	MODO	DURAÇÃO	R_1	R_2	N_1
12	3	28	6	4	20736
13	3	60	8	6	120960
14	3	18	8	6	54720
15	1	40	4	4	36480
16	3	28	12	6	54720
17	3	60	8	6	109440
18	3	60	6	6	41472
19	3	9	2	2	1200
20	1	90	8	4	134400
21	1	162	10	10	253600
22	3	24	6	4	9132
23	3	35	14	10	69120
24	3	40	14	10	69120
25	3	40	16	0	48600
26	3	45	6	6	89280
27	1	10	2	2	10000
28	3	32	4	4	20736
29	3	61	16	0	48600
30	3	28	6	6	54720
31	3	45	6	6	34560
32	3	24	16	0	64800
33	1	160	2	2	7000
34	3	28	1	4	6600
35	3	18	2	2	3960
36	3	12	1	4	2640
37	3	60	0	14	63360
38	1	0	0	0	0
Total de recursos Não Renováveis consumidos:					3944845

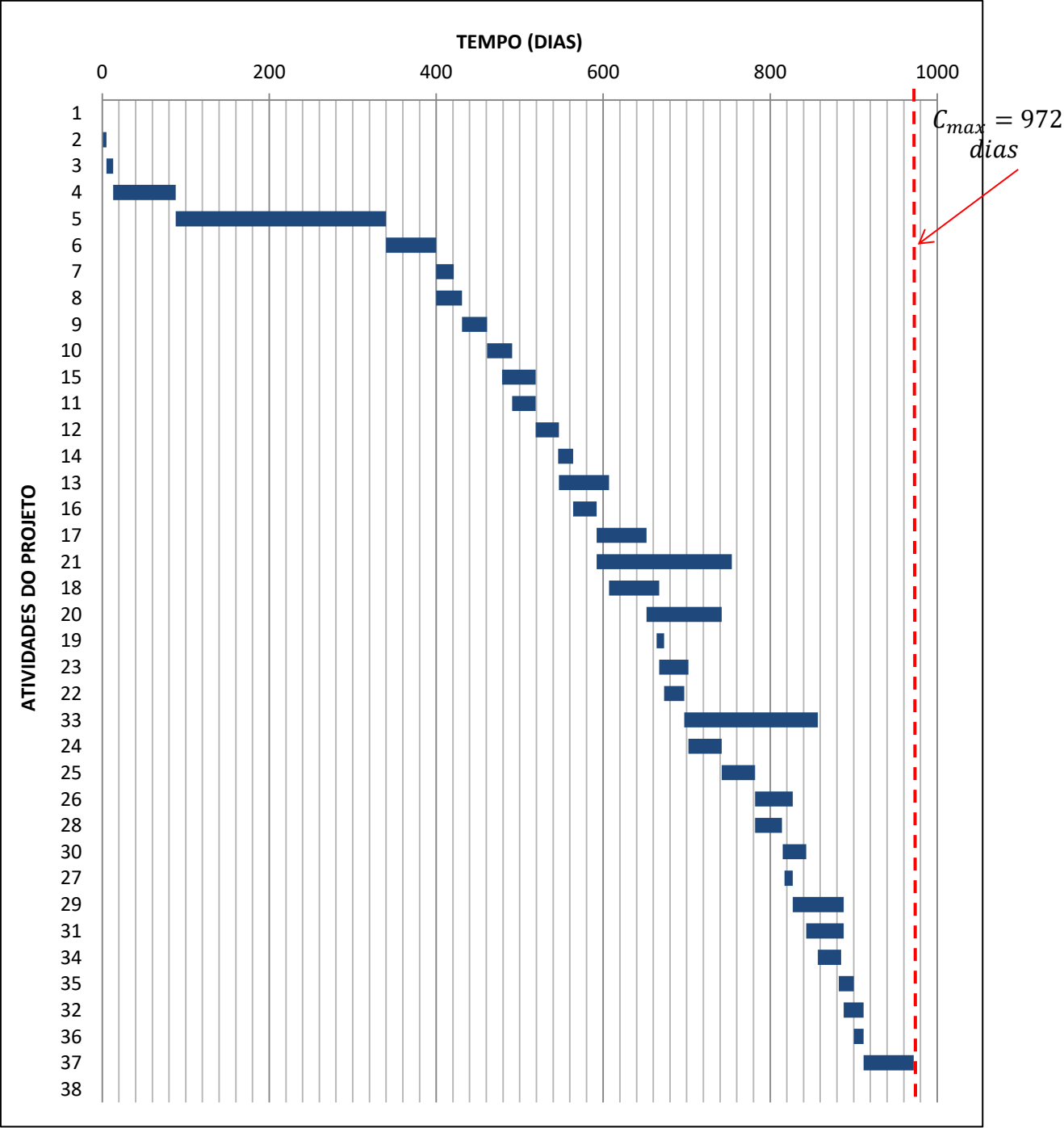
Fonte: O autor (2018).

Com a aplicação do Modelo Fluxo foi possível encontrar $C_{max} = 972$ dias (*makespan*). Para controlar o tempo de execução do projeto, normalmente a empresa utiliza o *software Ms Project* da *Microsoft*. Com a aplicação do *software* a equipe de planejamento estratégico da empresa encontrou um *makespan* de 1056 dias. A solução encontrada pelo Modelo de Fluxo utiliza em sua maioria o modo M_3 , ou seja, aplica um acréscimo na demanda dos recursos R_1 e R_2 . Com o acréscimo da aplicação dos recursos renováveis é possível acelerar o cronograma de execução, de forma que o resultado apresentado proporciona uma redução de 84 dias no prazo de entrega do empreendimento. Esse período de 84 dias pode ser considerado um *buffer* de projeto, isso quer dizer que, caso alguma atividade do projeto sofra atraso por diversas incertezas pertinentes ao processo produtivo, o cronograma base ainda será atendido.

Além de reduzir o tempo de processamento o Modelo de Fluxo consegue atender os requisitos de aplicação de recursos renováveis e não renováveis, de forma que em nenhum período analisado ocorre aplicação de quantidade de recursos superior ao limite preestabelecido. De posse dos dados da solução encontrada, foi elaborada uma nova programação temporal para o projeto, o gráfico da frequência de utilização dos Recursos Renováveis e o gráfico de consumo dos recursos não renováveis, apresentados respectivamente nas Figuras 16, 17 e 18.

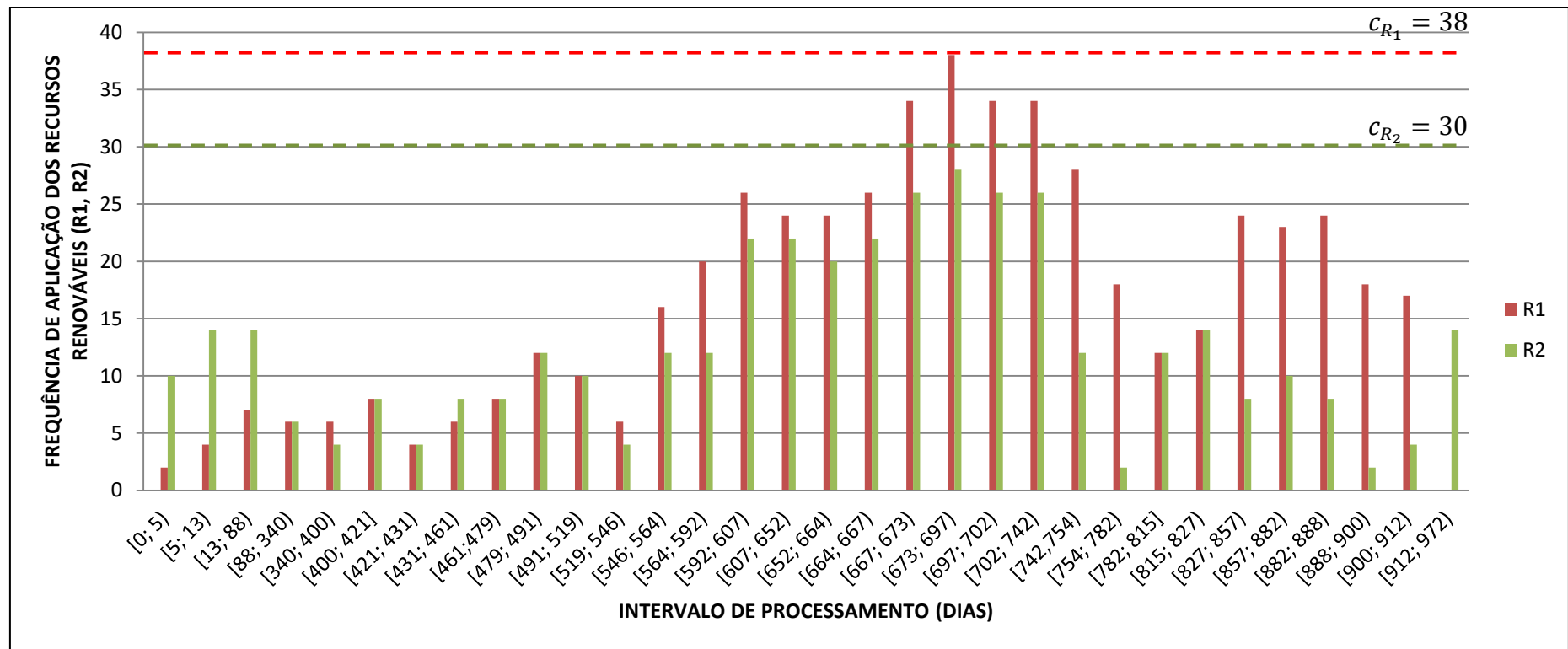
Se observar a programação temporal do projeto (Figura 16), nenhuma atividade violou as relações de precedência. Isso acontece porque a variável de decisão x_{ij} garante que as relações de precedências entre as atividades sejam atendidas. Em observação as Figura 17 e 18 é possível verifica que as restrições de recursos do projeto são atendidas, haja vista que, em nenhum intervalo de tempo houve um consumo além dos limites mencionados na Tabela 11. Neste caso a variável f_{ijk} do modelo de fluxo garante a transferência de recursos renováveis de uma atividade para outra sem que haja uso superior ao disponível.

Figura 16: Programação temporal do projeto – Estudo de Caso.



Fonte: O autor (2018).

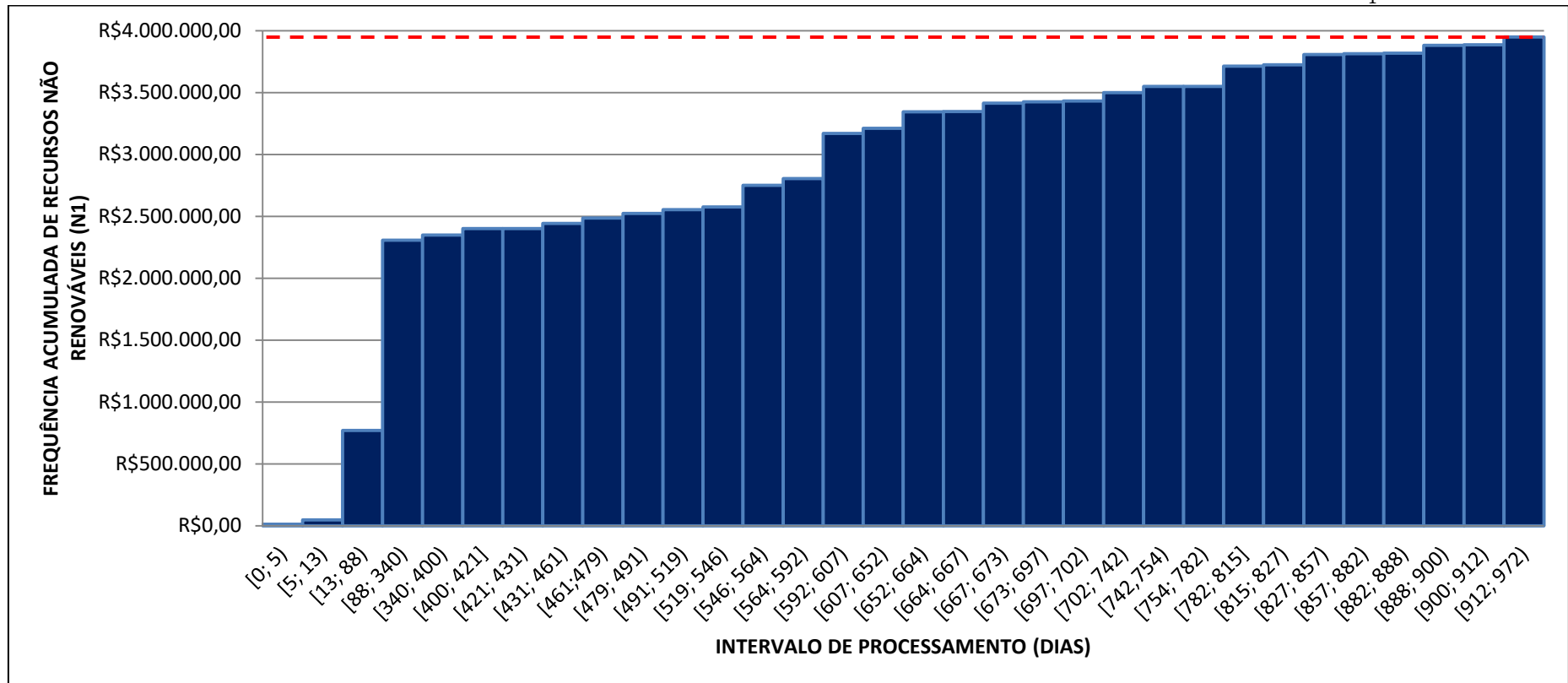
Figura 17: Consumo de Recursos Renováveis x Tempo – Estudo de Caso.



Fonte: O autor (2018).

Figura 18: Consumo de Recursos Não Renováveis x Tempo – Estudo de Caso.

$$c_{N_1} = R\$ 3.950.000,00$$



Fonte: O autor (2018).

Com o estudo de caso conclui-se que, embora o *MS Project* seja um software capaz de gerenciar três demandas importantes de um projeto de construção civil: escopo, tempo e custo, sua eficiência depende da experiência do profissional que o gerencia. A pesquisa constatou uma deficiência no que se refere à vulnerabilidade dos dados, e informações implantadas no programa, pois foram identificadas oportunidades de aceleração do projeto que poderiam ter sido implantadas pela equipe de planejamento da empresa.

Neste caso, cabe ao gerente de planejamento verificar se os dados implantados no *software* correspondem à realidade vivenciada pela indústria. Em virtude dos resultados encontrados, sugere-se que o engenheiro de planejamento vivencie o dia a dia do processo produtivo na indústria, para que sejam observadas se as estimativas dos tempos de processamento das atividades correspondem à realidade do processo. Na próxima seção são feitas as considerações finais sobre a pesquisa.

5 CONCLUSÃO

Neste trabalho foram apresentados dois algoritmos exatos, um baseado no modelo de Artigues *et al.* (1996), e outro de autoria própria para resolução do MRCPSP. Os algoritmos são relativamente simples e podem ser vistos como pontos de partida para o desenvolvimento de métodos exatos mais efetivos. Os desempenhos dos algoritmos foram comparados com o algoritmo exato apresentado em Drexler e Sprecher (1996). Ambos os modelos foram implementados no aplicativo CPLEX, utilizando as configurações padrão deste *solver* para resolução dos testes de instâncias, e do estudo de caso prático. Os testes foram realizados em 3290 instâncias da PSPLIB, que apresentam diferentes características. Essas instâncias foram geradas aleatoriamente pelo programa ProGen e apresentadas pela primeira vez em Kolisch e Sprecher (1996).

Os resultados mostraram que o Modelo de Fluxo é computacionalmente viável para resolver problemas de sequenciamento em projetos com até 50 atividades, alcançando a otimalidade em 96% dos resultados encontrados, demandando tempos computacionais inferiores a 1 minuto. Já o modelo de Discretização do Tempo obteve a marca de 96% dos resultados ótimos em um tempo computacional menor ou igual a 2 minutos. Os testes serviram para validar ambos os modelos e aplicá-los a um estudo de caso prático na indústria da construção civil.

Com a aplicação do Modelo de Discretização do tempo não foi possível encontrar resultado ótimo para o Estudo de Caso em um tempo de processamento computacional aceitável. No entanto, com aplicação do Modelo de Fluxo foi possível encontrar uma solução viável para o problema em 1,50 segundos. Com o resultado obtido foi possível identificar uma deficiência no planejamento estratégico da empresa no que se refere à escolha do modo de processamento predominantemente. Se aplicada à solução encontrada pelo Modelo de Fluxo a empresa obtém uma aceleração no processo produtivo de 84 dias em relação ao cronograma base. Este período pode ser considerado um *buffer* de projeto, ou seja, caso alguma atividade sofra atraso por diversas incertezas pertinentes ao processo produtivo, ainda existe a possibilidade de entrega do empreendimento conforme o cronograma.

Algumas possibilidades de trabalhos futuros seria a aplicação de novas regras de *branching* para o algoritmo *Branch-and-Bound*, tornando-o mais eficaz na resolução de

novas instâncias. Também pretende-se implementar a meta-heurística GRASP, para resolução de instâncias de maior porte.

Em suma, o desenvolvimento de um método de programação de atividades em projetos que forneça uma solução de boa qualidade em tempo computacional viável, encontra grande respaldo no ambiente competitivo e dinâmico das empresas. Os ganhos advindos da aplicação de tal ferramenta no gerenciamento das atividades corporativas contribuem para a redução no tempo de processamento, consumo de recursos do projeto, e auxiliam a tomada de decisões em âmbito estratégico.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABOURIZK, S. M.; HALPIN, D. W.; SAWHNEY, A. Construction simulation and distribution fitting in a data deficient environment. In: *International Symposium on Uncertainty Modeling and Analysis*. University of Maryland, College Park, MD , 1993, p. 493-499.
- AGARWAL, A.; COLAK, S.; ERENGUC, S. A neurogenetic approach for the resource-constrained project scheduling problem. *Computers & Operations Research*. v.38, n.1, p. 44–50, 2011.
- ANDRADE, E. L. Introdução à pesquisa operacional: métodos e técnicas para análise de decisão. Rio de Janeiro: LTC, 2009.
- ARENALES, Marcos *et al.* *Pesquisa operacional: para cursos de engenharia*. Elsevier Brasil, 2015.
- ARROTÉIA A.V.; AMARAL T. G.; MELHADO, S.B. Gestão de projetos e sua interface com o canteiro de obras sob a ótica da preparação da execução de obras (PEO). *Ambiente construído*. Porto Alegre, v.14, n.4, p.183–200, 2014.
- ARTIGUES, C.; ROUBELLAT, F. A polynomial activity insertion algorithm in a multi-resource schedule with cumulative constraints and multiple modes. *European Journal of Operational Research*. v.127, p.297–316, 2000.
- ARTIGUES, C.; MICHELON, P.; REUSSER, S. Insertion techniques for static and dynamic resource-constrained project scheduling. *European Journal of Operational Research*. v.149, p.249–267, 2003.
- ASSAF, S. A.; AL-HEJJI, S. Causes of delay in large construction projects. *Int. J. Project Management*. v.24. n.4. p. 349–357, 2006.
- BARCAUI, A. B. *et al.* Gerenciamento do tempo em projetos. Editora FGV, 2015.
- BALLARD, G.; HOWELL, G. Shielding Production: Essential Step in Production Control. *Journal of Construction Engineering and Management*. v.124, n.1, p.11–17, 1998.
- BLAZEWICZ, J.; LENSTRA, J.; KAN, A. Scheduling subject to resource constraints: classifications and complexity. *Discrete Applied Mathematics*. v. 5, p. 11–24, 1983.
- BARRAZA, G. A.; BACK, E. W.; MATA, F. Probabilistic monitoring of project performance using SS-curves. *Journal of Construction Engineering and Management*. v. 126, n. 2, p. 142–148, 2000.

BARBOSA, A. S. *Uso de indicadores de desempenho nas empresas construtoras brasileiras: diagnostico e orientações para utilização*. 2010. Tese (Doutorado – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção. Área de Concentração em Processos e Gestão de Operações) – Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2010.

BOCTOR, F. F. A New and Efficient Heuristic for Scheduling Projects with Resource Restrictions and Multiple Execution Model. *European Journal of Operational Research*. v.90. p. 349–361, 1996.

BOCTOR, F.F. Heuristics for scheduling projects with resource restrictions and several resource-duration modes. *International Journal of Production Research*. v. 31, p.2547–2558, 1993.

BOUER, R.; CARVALHO, M. M. Metodologia singular de gestão de projetos: condição suficiente para a maturidade em gestão de projetos. *Revista Produção*. v. 15, n. 3, p. 347–361, 2005.

BOULEIMEN, K.; LECOCQ, H. A new efficient simulated annealing algorithm for the resource-constrained project scheduling problem and its multiple mode version. *European Journal of Operational Research*. v.149 nº 2, p.268–281, 2003.

BRUCKER P.; KNUST S.; SCHOO A., Thiele O. A branch and bound algorithm for the resource constrained project scheduling problem. *European Journal of Operational Research*. v.107, p. 272–288, 1998.

CBIC (2018). Câmara Brasileira da Indústria da Construção. Disponível em: <http://cbic.org.br/>. Acesso em: 8 de Maio de 2018.

CHAN, W.; CHUA, D. K. H.; AND KANNAN, G. Construction resource scheduling with genetic algorithms. *Journal of Construction Engineering and Management*. v. 122, n.2, p.125–132, 1996.

COX, R. F.; ISSA, R. R. A.; AHRENS, D. (2003). Management's perception of key performance indicators for construction. *Journal of Construction Engineering and Management*. v. 129, n. 2, pp. 142-51.

DAWSON R.J.; DAWSON C.W. Practical proposals for managing uncertainty and risk in project planning. *International Journal of Project Management*. v.16, n. 5, p. 299-310, 1998.

DEMEULEMEESTER, E., HERROELEN, W.. *Project Scheduling: A Research Handbook*. Kluwer Academic Publishers, 2002.

EL-ABBASY, MOHAMMED S.; ELAZOUNI, A.; ZAYED, T. Generic Scheduling Optimization Model for Multiple Construction Projects. *Journal of Computing in Civil Engineering*. v. 127, n.4, p.040170031–0401700317, 2017.

ELDIN, N.; SENOUCI, A. Scheduling and Control of Linear Projects. *Canadian Journal of Civil Engineering*. v.21, n.2, p. 219–230, 1994.

EL-RAYES, K. A. Optimized Scheduling for Repetitive Construction Projects. *Journal of Management in Engineering*. v.22, n.1, p.11–19, 2006.

EL-RAYES, K. Optimum Planning of Highway Construction under A + B Bidding Method. *Journal of Construction Engineering and Management*. v. 127, n. 4, p.18–27, 2001.

FALCÃO, V. A. *Modelo de roteirização para a terraplenagem em obras rodoviárias aplicando programação linear inteira*. 2016. 104 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Transportes) – Centro de Tecnologia, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2016.

FEITOZA, V.A.S. (2014). *Influência do sistema de gestão de produtividade no custo e prazo de execução dos empreendimentos do Distrito Federal*. Dissertação de Mestrado em Construções Cíveis. Publicação: E.DM-012A/14, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 143 p. (2014).

FORMOSO, C. Análise quantitativa de indicadores de planejamento e controle da produção: impactos do sistema Last Planner e fatores que afeta a sua eficácia. Porto Alegre, 2009.

GARDONI, P.; REINSCHMIDT, K.; KUMAR, R. A probabilistic framework for Bayesian adaptive forecasting of project progress. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*. v. 22, p. 182–196, 2007.

HAJJAR, D.; ABOURIZK, S. M. Unified Modeling Methodology for Construction Simulation. *Journal of Construction Engineering and Management*. v. 128, n. 2, p. 174, 2002.

HARE, L. W.; KOCH, V. R.; ANDLUCET, Y. Models and algorithms to improve earthwork operations in road design using mixed integer linear programming. *European Journal of Operational Research*. v.215, p.470–480, 2011.

HARTMANN, S. A competitive genetic algorithm for resource-constrained project scheduling. *Nav. Res. Log.* v.45, n.7, p. 733–750, 1998.

HARTMANN, S.; DREXL, A. Project scheduling with multiple modes: A comparison of exact algorithms. *Networks*, v.32, p.283–297, 1998.

HARTMANN, S. Project scheduling with resource capacities and requests varying with time: a case study. *Flexible Services and Manufacturing Journal*. v. 25(1-2), p. 74–93, 2013.

HEGAZY, T. Optimization of resource allocation and leveling using genetic algorithms. *Journal of Construction Engineering and Management*. v. 125, n. 3, p. 167–175, 1999.

HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. *Introdução à pesquisa operacional*. McGraw Hill Brasil, 2013.

HONDA, R. H. *Subsídios para o planejamento da implantação do sistema de Lean Construction em uma construtora*. 2011. Trabalho de Conclusão de Curso (Curso de Engenharia de Produção) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia de Produção, São Paulo, SP: 2011.

HUANG, R AND HALPIN, D. POLO. Planning and Optmization for Linear Operations. In: PROCEEDINGS OF THE 1995 SECOND CONGRESS ON COMPUTING IN CIVIL ENGINEERING, Atlanta, GA, v.1, p.1126–1133, 1995.

IPSILANDIS, P. G. Multiobjective linear programming model for scheduling linear repetitive projects. *Journal of Construction Engineering and Management*. v. 133, n. 6, p. 417–424, 2007.

KERZNER, Harold. *Gestão de Projetos: As Melhores Práticas*. Bookman Editora, 2016.

KERN, A. P.; SOARES, A. C.; FORMOSO, C. T. O Custo Meta no Planejamento e Controle de Custos de Empreendimentos de Construção. In: ENCONTRO NACIONAL DE TECNOLOGIA NO AMBIENTE CONSTRUÍDO, 11., Florianópolis, SC, 2006. **Anais...** Florianópolis: Antac, 2006.

KERN, A.P. Proposta de um modelo de planejamento e controle de custos de empreendimentos de construção. 2005. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

KLANŠEK, U. Mixed-Integer Nonlinear Programming Model for Nonlinear Discrete Optimization of Project Schedules under Restricted Costs. *Journal of Construction Engineering and Management*. v. 142, n. 3, p. 04015088-1 – 04015088-13, 2016.

KOLISCH, R., SPRECHER, A. PSPLIB – A project scheduling problem library. *European Journal of Operational Research*. v.96, p. 205–216, 1996.

KOSKELA, L. *Application of the new production philosophy to the construction industry*. Stanford, 1992. (Technical Report 72).

KOSKELA, L. *An exploration towards a production theory and its application to construction*. 2000, 296 f. Thesis. (Doctor of Technology), Technical Research Centre of Filand – VTT. Helsinki, 2000.

LAWLER, E. L. *et al.* Sequencing and scheduling: Algorithms and complexity. *Handbooks in operations research and management science*. v. 4, p. 445-522, 1993.

LORENZONI, L. L.; AHONEN, H; ALVARENGA, A.G. A multi-mode resource-constrained scheduling problem in the context of port operations. In: *Computers & Industrial Engineering* 50 p.55–65, 2006.

MORI M.; CHING C. T. A genetic algorithm for multi-mode resource constrained project scheduling problem. *European Journal of Operational Research*. v.100, p. 134–141, 1997.

MOSELHI, O; HASSANEIN, A. Optimized Scheduling of Linear Projects. *Journal of Construction Engineering and Management*. v. 129, n. 6, p.664–673, 2003.

MOUSSOURAKIS, J.; HAKSEVER, C. Project compression with nonlinear cost functions. *Journal of Construction Engineering and Management*, v. 136, n. 2, p. 251–259, 2009.

NAGANO, M. S.; MOCCELLIN, J. V.; LORENA, L. A. N. Programação da produção *flow shop* permutacional com Minimização do tempo médio de fluxo. In: *SIMPOSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL (SPBO)*, 36. São João Del Rei. Anais 2004...p.10

NEUMANN, K.; ZIMMERMANN, J. Procedures for resource leveling and net present value problems in project scheduling with general temporal and resource constraints. *European Journal of Operational Research*. v.127, nº 2, p. 425–443, 2000.

NONOBE, K.; IBARAKI, T. Formulation and tabu search algorithm for the resource constrained project scheduling problem. *Essays and Surveys in Metaheuristics*. C. C. Ribeiro and P. Hansen, eds., Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, p.557–588, 2001.

PAN, N. H.; HSAIO, P.W.; CHEN, K. Y. A study of project scheduling optimization using Tabu Search algorithm. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*. v.21, n.7, p.1101–1112, 2008.

PATTERSON, J.; SLOWINSKI, R.; TALBOT, F.; WEGLARZ, J. An algorithm for a general class of precedence and resource constrained scheduling problem. In: *Slowinsky, R., Weglarz, J. (Eds.), Advances in Project Scheduling*. Elsevier, Amsterdam, p. 3–28, 1989.

PMI. *Project Management Body of Knowledge*. GUIA PMBOK, 6ª. ed. EUA: Project Management Institute, 2016.

PISA, B.; OLIVEIRA, A. Gestão de Projetos na Administração Pública: Um instrumento para o planejamento e desenvolvimento. In: *SEMINÁRIO NACIONAL DE PLANEJAMENTO E DESENVOLVIMENTO*. Curitiba, 2013.

PSPLIB, *Project Scheduling Problem Library*. Maio (2018) Disponível em :<
<http://www.om-db.wi.tum.de/psplib/main.html>.>

REDA, R. RPM: Repetitive Project Modeling. *Journal of Construction Engineering and Management*. v.116, n.2, p.316–330, 1990.

ROSSATO, I. F.. *Uma metodologia para a análise e solução de problemas*. Dissertação de Mestrado – Curso de Pós-Graduação em Engenharia de Produção e Sistema, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1996.

SCHRAGE, L. Solving Resource-Constrained Network Problems by Implicit Enumeration, Preemptive Case. *Operations Research*. v.20, n.3, p.668–677, 1972.

SCHUTT, A.; FEYDY, T.; STUCKEY, P. J.; WALLACE, M. G. Solving RCPSP/max by lazy clause generation. *Journal of Scheduling*. v.16, n. 3, p. 273–289, 2013.

SLOWINSKI, R. *Two Approaches to Problems of Resource Allocation among Project Activities - A Comparative Study*. *The Journal of the Operational Research Society*. v.31, n.8, p. 711–723, 1980.

SPRECHER, S.; DREXL A.; HARTMANN. An exact algorithm for project scheduling with multiple modes. *OR Spektrum*. v. 19, p. 195–203, 1997.

SPRECHER A.; HARTMAN S.; DREXL A. An exact algorithm for project scheduling with multiple modes. *OR Spektrum*. v. 19, p.195–203, 1997.

SPRECHER A.; DREXL A. “Solving multi-mode resource-constrained project scheduling problems by a simple, general and powerful sequencing algorithm. Part I: Theory. *Manuskripte aus den Instituten für Betriebswirtschaftslehre*, nº 385. University of Kiel, Germany, 1996.

SPRECHER A.; DREXL A. Solving multi-mode resource-constrained project scheduling problems by a simple, general and powerful sequencing algorithm. Part II: Theory, *Manuskripte aus den Instituten für Betriebswirtschaftslehre*, nº 386. University of Kiel, Germany, 1996.

SROUR, I. M.; HAAS, C. T.; MORTON, D. P Linear programming approach to optimize strategic investment in the construction workforce. *Journal of Construction Engineering and Management*. v. 132, n. 11, p. 1158–1166, 2006.

- TALBOT, F. Resource-constrained project scheduling problem with time resource trade-offs: The nonpreemptive case. *Management Science*. v.28, p.1197 – 1210, 1982.
- TAHA, H. A.; MARQUES, A. S.; SCARPEL, R. A. *Pesquisa operacional*. Pearson Education do Brasil, 2008.
- TUBINO, D. F. *Manual de Planejamento e Controle da Produção*. São Paulo: Atlas, 1997.
- VARGAS, R. V. *Gerenciamento de Projetos (8ª Edição): Estabelecendo diferenciais competitivos*. Brasport, 2016.
- VIEIRA, C. S., PINTO, R. L. U. F. E CARVALHO, C. R. V. (2010). O Problema de Sequenciamento em Projetos com Restrições de Recursos Modelado como um Problema de Programação Linear Inteira Mista. *42º Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*.
- WEGLARZ J.; BLAZEWICZ J.; CELLARY W.; SLOWINSKI, R. Algorithm 520: An Automatic Revised Simplex Method for Constrained Resource Network Scheduling. *ACM Trans. Math. Softw.* v.3, n. 3, p.295–300, 1977.
- WU, J.; L, L.; YANG, F.; YAN, H. Bargaining game model in the evaluation of decision making units. *Expert Systems with Applications*, v.36, n.3, p.4357–4362, 2009.
- YAMASHITA, D. S.; MORABITO, R. Um algoritmo exato para o problema de programação de projetos com custo de disponibilidade de recursos e múltiplos modos. *Pesquisa Operacional*. v. 27, n. 1, p. 27– 49, 2007.
- ZHU G.; BARD J.; YU G. A branch-and-cut procedure for the multimode resource-constrained project-scheduling problem. *INFORMS, Journal on Computing*. v.18, n.3, p.377 – 390, 2006.
- ZAMMORI, F. A.; BRAGLIA, M.; FROSOLINI, M. A fuzzy multi-criteria approach for critical path definition. *International Journal of Project Management*. v.27, n.3, p. 278– 291. (2009).