

**UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS APLICADAS
COORDENAÇÃO DO CURSO DE GRADUAÇÃO EM ADMINISTRAÇÃO
SERVIÇO DE ESTÁGIO SUPERVISIONADO EM ADMINISTRAÇÃO**

RODRIGO MEIRA VIRGINIO

**UTILIZAÇÃO DO MODELO DE MARKOWITZ NA SELEÇÃO DE CARTEIRAS NO
MERCADO ACIONÁRIO BRASILEIRO**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DO CURSO

ÁREA: ADMINISTRAÇÃO FINANCEIRA

João Pessoa – PB

Outubro/2012

RODRIGO MEIRA VIRGINIO

**UTILIZAÇÃO DO MODELO DE MARKOWITZ NA SELEÇÃO DE CARTEIRAS NO
MERCADO ACIONÁRIO BRASILEIRO**

Trabalho de Conclusão do Curso Apresentado à
Coordenação do Serviço de Estágio
Supervisionado em Administração, do Curso de
Graduação em Administração, do Centro de
Ciências Sociais Aplicadas da Universidade
Federal da Paraíba, em Cumprimento às
Exigências para a Obtenção do Grau de Bacharel
em Administração.

Orientador: Prof. Ms. Francisco Roberto Farias Guimarães Jr.

João Pessoa – PB

Outubro/2012

V817u Virginio, Rodrigo Meira.

Utilização do modelo de Markowitz na seleção de carteiras no mercado acionário brasileiro./ Rodrigo Meira Virginio. – João Pessoa: UFPB, 2012
56f.:il.

Orientador: Prof. Francisco Roberto Farias Guimarães Júnior.
Monografia (Graduação em Administração) – UFPB/CCSA.

1. Markowitz. 2. Seleção de carteiras. 3. Planilhas eletrônicas.
4. Mercado acionário brasileiro I. Título.

UFPB/CCSA/BS

CDU: 658:336.76(81)(043.2)

RODRIGO MEIRA VIRGINIO

**UTILIZAÇÃO DO MODELO DE MARKOWITZ NA SELEÇÃO DE CARTEIRAS NO
MERCADO ACIONÁRIO BRASILEIRO**

Trabalho de Conclusão do Curso Aprovado em: 29 de Outubro de 2012.

Banca Examinadora

Orientador: Prof.º Francisco Roberto Farias Guimarães Jr.

Prof.º Márcio André Veras Machado

Prof.º Cezar Augusto Ruiz Temoche

“O erro não se torna verdade por multiplicar-se na crença de muitos, nem a verdade se torna erro por ninguém a ver.”

Mahatma Gandhi

RESUMO

O investimento em ações é uma excelente oportunidade de ganhos para o investidor, sobretudo no longo prazo. Porém, como se trata de um mercado com alta volatilidade, são necessários alguns conhecimentos sobre seu comportamento e suas características antes da decisão de investir. Mais ainda, ao investir seu capital em apenas uma ação, o investidor toma para si todo o risco a que essa empresa está exposta, conforme vários autores, entre eles Assaf Neto (2008). Este trabalho baseia-se na moderna teoria das carteiras, desenvolvida por H. Markowitz (1952), cujo objetivo é permitir que cada investidor construa uma carteira eficiente de ações, adaptada ao seu perfil. Neste trabalho é utilizada uma série histórica diária dos preços de alguns ativos durante 24 meses, no período de março de 2010 a março de 2012, num total de 499 observações de cada ativo. Assim, foram criadas duas carteiras teóricas, a fim de encontrar as carteiras eficientes com os ativos disponíveis a cada uma delas. Além disso, também é feita uma comparação entre o desempenho dessas carteiras e o índice Bovespa, ou seja, o desempenho das carteiras em relação à média do mercado. Com a análise dos dados, pode-se concluir que o modelo de Markowitz mostra-se uma importante ferramenta na seleção de uma carteira de ativos. Os benefícios da diversificação de ativos são comprovados na prática através de exemplos no mercado brasileiro. A otimização das carteiras torna-se mais simples devido à facilidade da utilização das ferramentas eletrônicas disponíveis, sobretudo aquelas aqui tratadas, sendo acessível até mesmo aos investidores iniciantes, sem muita experiência no mercado de capitais. Dessa forma, o investidor é capaz de selecionar uma carteira que atenda as suas exigências pessoais.

Palavras-chave: Markowitz. Seleção de carteiras. Planilhas eletrônicas

SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES	9
LISTA DE QUADROS.....	10
1. INTRODUÇÃO	11
1.1 Delimitação do tema.....	12
1.2 Problema	13
1.3 Objetivos	13
1.3.1 <i>Objetivo geral</i>	13
1.3.2 <i>Objetivos específicos</i>	13
1.4 Justificativa.....	14
2. TEORIA DE CARTEIRAS	15
2.1 Perfil do investidor.....	16
2.2 A Moderna Teoria de Carteiras	18
2.3 Avaliação de ativos	19
2.3.1 <i>Retorno de um ativo</i>	19
2.3.2 <i>Risco de um ativo</i>	21
2.3.3 <i>Retorno de uma carteira de ativos</i>	23
2.3.4 <i>Risco de uma carteira de ativos</i>	24
2.3.5 <i>Covariância e Coeficiente de Correlação</i>	27
2.3.6 <i>Cálculo do risco de uma carteira</i>	28
2.3.7 <i>Avaliando o desempenho de carteiras</i>	29
2.3.8 <i>Cálculo do coeficiente beta de um ativo (CAPM)</i>	30
3. O MODELO DE MARKOWITZ.....	33
3.1 Formalização do modelo de Markowitz	34
3.2 Programação Linear	36
3.2.1 <i>Elementos básicos da Programação Linear</i>	36
3.3 Solver	38
4. METODOLOGIA	42
4.1 Sobre os índices utilizados.....	43

4.2 Composição das carteiras teóricas	43
4.3 Procedimentos	46
5. RESULTADOS	51
5.1 Carteiras igualmente divididas	51
5.2 Carteiras com maior retorno.....	51
5.3 Carteira com menor risco	52
5.4 Índice de Sharpe	53
6. CONCLUSÃO	54
REFERÊNCIAS	55

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Os riscos de uma carteira de ativos	25
Figura 2 - Planilha com exemplo da PL.....	37
Figura 3 - Configurando o Solver	38
Figura 4 - Mensagem do Solver após aplicar a PL.....	38
Figura 5 - Planilha com a solução ótima encontrada.....	39
Figura 6 - Planilha com cálculo dos betas das ações.....	42
Figura 7 - Gráfico de dispersão dos betas dos ativos	42
Figura 8 - Exemplo de Planilha com os retornos diários calculados	45
Figura 9 - Exemplo de Planilha mostrando a composição da carteira.....	45
Figura 10 - Exemplo de Planilha mostrando a matriz de covariâncias	45
Figura 11 - Exemplo de Planilha com variância e retorno de cada ativo em uma carteira	46
Figura 12 - Exemplo de Planilha com cálculo do risco e o do retorno de uma carteira	46

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Exemplo do cálculo do risco de um ativo	22
Quadro 2 - Exemplo de retorno de uma carteira	23
Quadro 3 - Exemplo de risco e retorno	32
Quadro 4 - Exemplo de matriz de correlação	32
Quadro 5 - Exemplo de composição da carteira	32
Quadro 6 - Exemplo de PL – quantidade de produtos	35
Quadro 7 - Exemplo de PL – restrições	35
Quadro 8 - Exemplo de PL – Elementos básicos	36
Quadro 9 - Lista das ações da carteira defensiva e suas respectivas empresas e setores.....	43
Quadro 10 – Lista das ações da carteira Cíclica e suas respectivas empresas e setores	44
Quadro 11 - Resultados das carteiras igualmente divididas	47
Quadro 12 - Resultados da otimização que maximiza o retorno	48
Quadro 13 - Resultados da otimização que minimiza o risco.....	48
Quadro 15 - Resultados da comparação entre a carteira através do índice de Sharpe.....	49

1. INTRODUÇÃO

A Teoria da Carteira teve como ponto de partida o artigo de Harry Markowitz: *Portfolio selection*, publicado em 1952, no *journal of finance*. Foi desenvolvida com a finalidade de verificar a relação entre risco e retorno sob a ótica da eficiência dos mercados. Esta teoria procura, por meio da diversificação, encontrar o ponto ótimo entre o retorno e o risco, onde, para cada nível de risco, há a possibilidade de encontrar a carteira com a maior rentabilidade esperada. (GONÇALVES Jr; PAMPLONA; MONTEVECHI, 2002).

O *capital asset pricing model* (CAPM) proposto por Sharpe na década de 70 veio a ser um incremento à teoria do portfólio, pois busca, assim como na teoria da carteira, mensurar a rentabilidade e o risco, bem como avaliar os ativos transacionados no mercado. Este modelo também estuda a racionalização dos agentes, ou seja, estuda o mercado e o comportamento do investidor, a fim de indicar-lhe qual será o investimento racional (ASSAF NETO, 2008).

Apesar de ser um modelo bastante importante e de ampla aceitação, onde há a aplicabilidade em várias áreas das finanças, alguns estudos apontam o CAPM como sendo pouco eficaz devido à generalização do fator de risco observado por esse modelo (ASSAF NETO, 2008).

Em busca de uma melhor avaliação de risco-retorno, foi criado, em 1976, por *Stephen Ross*, o modelo chamado *Arbitrage Pricing Model* (APT), que busca mensurar a relação entre risco e retorno, por meio da observação de fatores mais específicos, sejam eles conjunturais e até mesmo setoriais. Portanto, o APT pode ser uma ferramenta mais confiável, na medida em que aumenta a necessidade de maior detalhamento no estudo do risco x retorno (DIAS CURTO, 2002).

Em 1970, Fama propõe a hipótese da eficiência dos mercados. Tal hipótese consiste na relação do nível de informação atribuída ao preço dos ativos, ou seja, o preço dos ativos é mensurado a partir da quantidade, qualidade e disponibilidade de informações que há no mercado (LIMA *et al.*, 2008).

De acordo com Lima *et al.* (2008, p. 6), “o mercado refletirá as informações que foram emitidas a ele no preço das ações como inspirado por Fama (1970, 1991)”.

1.1 Delimitação do tema

A volatilidade dos mercados pode gerar prejuízos aos agentes envolvidos, porém tais variações podem ser o caminho para obter um melhor retorno. Muitos investidores buscam o mercado de ações, na esperança de obterem lucro advindo da volatilidade dos ativos transacionados nele.

Investir em um único ativo significa estar sujeito, unicamente, às suas variações, ou seja, o sucesso ou fracasso desse ativo implicará no sucesso ou fracasso de todo o investimento. A teoria de carteira serve como ferramenta que oferece a possibilidade de otimização dos investimentos, com isso, o investidor pode optar por investimentos mais seguros ou mais arriscados, além de contar com a diminuição do risco diversificável.

O modelo de Markowitz (1952) pode ser usado tanto por investidores avançados como por iniciantes, com a ajuda da programação linear e a utilização de planilhas eletrônicas que simplificam sobremaneira os cálculos envolvidos. O modelo de Markowitz pode ser usado para a formação de carteiras de investimentos no Brasil. Com isso, é necessário avaliar a sua utilização e desempenho no mercado brasileiro.

1.2. Problema

O modelo de otimização de carteiras de Markowitz (1952) apresenta um bom resultado para o mercado de capitais brasileiro?

1.3. Objetivos:

1.3.1 Objetivo geral

Mostrar a importância da diversificação na formação de carteiras e a aplicação do modelo de Markowitz no processo de seleção de carteiras com a utilização de planilhas eletrônicas.

1.3.2 Objetivos específicos

- 1) Estudar os princípios da diversificação de carteiras;
- 2) Verificar a utilidade de planilhas eletrônicas no processo de formação e diversificação de carteiras;
- 3) Avaliar o processo de diversificação de carteiras por meio de um caso prático.

1.4 Justificativa

Na busca por investimentos mais rentáveis, os investidores acabam encontrando alguns obstáculos. Dentre os mais destacados, está o risco. Portanto, muitos investidores acabam atraídos por investimentos com menor retorno, por possuírem aversão ao risco. Ou seja, o investidor acaba preferindo investimentos mais simples e seguros, investindo em ativos quase livres de risco. Isto acaba por diminuir a eficiência e, conseqüentemente, a rentabilidade desses investidores. Com isso, surge a necessidade de estudar modelos e ferramentas que tornem mais efetivos esses investimentos.

O conhecimento e a tecnologia formam a base principal para o aprimoramento dos investimentos no mercado. A falta de conhecimento gera o medo de investir e, muitas vezes, os possíveis investidores acreditam que aprender a investir é uma tarefa complicada, por se tratar de cálculos matemáticos. Este trabalho oferece o arcabouço científico e tecnológico que visa o aperfeiçoamento de investimentos realizados por agentes brasileiros, podendo tornar os investimentos mais rentáveis de maneira prática e objetiva.

Dessa forma, negociar com ações pode ser uma ótima opção para o investidor que pretende auferir ganhos financeiros. Mas, para isso, se faz necessário uma maior compreensão do mercado de capitais, pois, apesar de apresentar boas oportunidades, a má utilização desse mercado pode ser fatal, devido à volatilidade que possui.

2. TEORIA DE CARTEIRAS

Os indivíduos poupam uma parcela da sua renda para poderem gastar mais no futuro. Essa poupança pode ser incrementada por meio de investimentos em ações. Dessa forma, tanto o investimento em poupança, quanto o investimento em ações, tem como objetivo o aumento do consumo futuro dos indivíduos (CAVALCANTE; MISUMI; RUDGE, 2005).

De acordo com o modelo de racionalização proposto por *Sharpe*, é esperado que os investidores racionais sempre procurem obter retorno financeiro (ASSAF NETO, 2008). Caso o risco de dois ou mais ativos sejam iguais, o agente escolherá o de maior retorno esperado, caso os retornos esperados sejam idênticos, o investidor optará pelo ativo com menor risco (CAVALCANTE; MISUMI; RUDGE, 2005).

Portanto, pode-se afirmar que os agentes realizam investimentos, simplesmente, em busca do aumento do retorno e/ou diminuição do risco.

Investir no mercado de ações pode ser mais rentável que investir em fundos de renda fixa, por exemplo. Porém, um incremento na rentabilidade é, muitas vezes, acompanhado de um aumento do risco. O investidor que não deseja incorrer em riscos maiores aos que está disposto a aceitar pode recorrer à criação de uma carteira de investimentos (HIEDA; ODA, 1998).

Apesar da alta complexidade do processo de investimento em ações, devido às variáveis que o influenciam, podem-se destacar, basicamente, duas variáveis que determinam tal processo, risco e retorno (ASSAF NETO, 2008).

A partir do exposto acima, é possível determinar as variáveis mais importantes a serem estudadas. O risco e o retorno são a base para o estudo do processo de investimentos, pois tais variáveis determinarão, de acordo com o perfil do investidor, qual é o melhor investimento a ser realizado. A busca pelo ponto ótimo, passa, inexoravelmente, pelo crivo da avaliação do risco e retorno que cada investimento oferece.

2.1 Perfil do investidor

As decisões tomadas por um investidor são delineadas pelo seu perfil. Sendo assim, os investimentos realizados por um agente serão definidos pelos seus objetivos em relação ao retorno, prazo e risco (HIEDA; ODA, 1998).

Cavalcante, Misumi e Rudge (2005) definem, basicamente, três classes mais comuns de investidores e a composição de suas respectivas carteiras:

O conservador é o investidor avesso ao risco, pois busca pela preservação do capital. Costuma aplicar 50% do capital em imóveis, seguros, ouro, poupança e títulos federais. Cerca de 40% em títulos de renda fixa e apenas 10% do seu capital em ações *Blue Chips* e 2° linha.

O especulador almeja ganhar dos indicadores. Investe 10% do seu capital em títulos de renda fixa, 40% em ações especulativas e operações alavancadas e 50% em ações de alto desempenho.

O Agressivo se dispõe a riscos elevados, pois busca maior desempenho e não hesita nas decisões. Aplica 40% de sua carteira em títulos de renda fixa de alta liquidez. Cerca de 30% do seu capital é investido em ações especulativas e operações alavancadas, e os outros 30% em ações de primeira linha.

Apesar de um investidor poder apresentar diferentes perfis em relação a investimentos isolados, a composição da sua carteira terá de apresentar um risco de acordo com o seu perfil. Ou seja, o agente pode adotar um comportamento agressivo com um determinado ativo, enquanto apresenta um comportamento conservador com outro. O que realmente determinará o perfil é a reunião desses investimentos isolados em uma única carteira (ROSS; WESTERFIELD; JAFFE, 1995).

Como já foi dito, o risco e o retorno são os fatores determinantes do perfil do investidor. É necessário que haja a prévia mensuração do retorno esperado e dos níveis de risco tolerados pelo agente. Dessa forma, os investimentos podem variar de acordo com diversos fatores, tais como a quantidade de capital disponível, o prazo de resgate dos retornos e outros (ASSAF NETO, 2008).

Em relação aos ativos, Cavalcante, Misumi e Rudge (2005) afirmam que podem ser definidas duas classes deles:

Ativos de Renda Fixa apresentam baixo risco e conseqüentemente baixo retorno. São remunerados pela taxa de juros e separados em dois tipos, de acordo com a forma de remuneração; os pré-fixados e os pós-fixados. Têm data de resgate previamente estabelecida. Um bom exemplo de ativo de renda fixa é o CDB.

Ativos de Renda Variável são caracterizados pela impossibilidade de determinação de sua rentabilidade e prazo, pois estão expostos à variação do mercado. As ações são o principal exemplo de ativos de renda variável.

De acordo com Cavalcante, Misumi, Rudge (2005, p. 46), "Uma ação representa a menor parcela do capital social de uma empresa... o detentor de uma ação (acionista) não é um credor da empresa, mas sim um de seus proprietários"

O retorno esperado pelos acionistas com o investimento no mercado de capitais é idêntico ao retorno exigido pelas empresas quando estas avaliarem projetos de investimento com risco. Ao investir nas ações de uma empresa, o agente assume os riscos e se torna sócio dela, tendo direito a lucros, mas, também, responsabilidade nos prejuízos da empresa (ROSS; WESTERFIELD; JAFFE, 1995).

De acordo com Cavalcante, Misumi e Rudge (2005) as ações possuem, basicamente, duas formas de remuneração:

A **Distribuição dos Dividendos** é a distribuição, entre os acionistas, dos lucros auferidos pela empresa. Ou seja, os acionistas terão parte do lucro da empresa de acordo com a quantidade de ações que possuem.

A **Valorização da Ação** é o valor adicional que a ação adquire quando o preço de determinada ação sobe após a sua compra pelo investidor. É a diferença entre o preço de compra (inicial) e o preço de venda (final).

As sociedades por ações oferecem suas ações, no intuito de captar recursos de terceiros para seus investimentos, enquanto os agentes compram tais ações na esperança de auferir ganhos financeiros, seja pela distribuição de dividendos e/ou valorização da ação (ROSS; WESTERFIELD; JAFFE, 1995).

Ainda de acordo com Ross, Westerfield e Jaffe (1995), as ações podem ser emitidas de duas formas:

O **Mercado Primário** é onde os títulos são negociados pela primeira vez. Esses títulos são comprados por grupos chamados *underwriting* que, por sua vez, revende os

títulos a um preço superior. O mercado Primário possui dois tipos de vendas de ações: ofertas públicas e colocações fechadas.

O **Mercado Secundário** é onde os títulos são negociados após a sua venda original. Nesse mercado, não há o repasse de recursos para a empresa emitente, pois esta já recebeu remuneração no mercado Primário, ocorrendo apenas a transferência de propriedade dessas ações.

2.2 A Moderna Teoria de Carteiras

Há vários tipos de risco que o agente pode estar sujeito. Portanto, o investidor deverá avaliar e escolher qual será a relação risco/retorno que estará disposto a assumir. É necessário frisar que o investidor tem a possibilidade de diminuir a sua exposição ao risco a cada nível de retorno (ASSAF NETO, 2008).

De acordo com Cavalcante, Misumi e Rudge (2005), em se tratando de ações, o investidor se expõe, basicamente, a dois tipos de risco:

O Risco de crédito se refere à inadimplência, é o risco de o credor não receber de volta o valor de resgate quando do vencimento.

O Risco de Mercado se refere à variação de preço do ativo e está associado a fatores externos à empresa, sejam eles, políticos, econômicos, sociais etc.

O risco de um ativo isolado é diferente do risco de um ativo mantido fora de uma carteira de investimentos. Por isso, há a afirmação de que ao investir em uma única ação, o agente assume o mesmo risco que a empresa emissora dos títulos se expõe. Com a diversificação, observou-se que ao investir em vários ativos diferentes, gera-se a possibilidade de redução do risco (ASSAF NETO, 2008).

Foi por meio dessas observações que surgiu a teoria do portfólio, realizada por Harry Markowitz em 1952, que oferece as técnicas e ferramentas necessárias para a obtenção de um aumento no retorno ou diminuição do risco em carteiras de investimentos (GONÇALVES Jr; PAMPLONA; MONTEVECHI, 2002).

A diversificação de carteiras é um assunto mais complexo e profundo do que parece, pois necessita levar em consideração os diferentes tipos de risco.

A rentabilidade, que pode ser entendida como a diminuição do risco e/ou aumento do retorno, é limitada pelo risco sistemático. Ou seja, a carteira só terá seu risco mitigado até certo número de ativos, a partir daí, a carteira apresentará o mesmo nível de risco, pois ela passa a conservar o risco sistemático (ASSAF NETO, 2008).

A seguir, serão estudados os efeitos da diversificação de carteiras e a escolha da carteira considerada ótima no processo de investimento.

2.3 Avaliações de ativos

Há diversas ferramentas para a avaliação de ativos. Serão apresentadas algumas dessas ferramentas, como o cálculo do beta de ativos, do risco e do retorno de ativos isolados e dos mesmos ativos inseridos em uma carteira de investimento, bem como o risco e o retorno de uma carteira de investimentos. Será estudado, também, a covariância entre esses ativos. Tais ferramentas são fundamentais para entender o modelo proposto por Markowitz.

2.3.1 Retorno de um ativo

Quando se faz um investimento, o objetivo inicial é que se venha a obter recompensas, ou seja, receber algo em troca pelo capital empregado. Em investimentos financeiros, o objetivo maior é que se possa obter retornos financeiros como forma de compensar a exposição ao risco que o capital sofreu.

Segundo Gitman (2010, p. 184) “o retorno é o ganho ou a perda total sofrido por um investimento em certo período”.

De acordo com Gitman (2010) e Ross, Westerfield e Jaffe (1995), os retornos de um ativo podem ser calculados da seguinte forma. Exemplo adaptado de (ROSS; WESTERFIELD; JAFFE, 1995):

No início do ano, o investidor compra 10 (dez) ações da empresa X, ao preço de R\$ 100,00 cada. Então o Investimento Total (I_T) foi de:

$$I_T = R\$ 100,00 \times 10 = R\$ 1.000,00$$

Muitas empresas costumam distribuir dividendos durante o ano. Portanto, o cálculo do retorno deverá contemplar o recebimento dos dividendos distribuídos. A empresa X distribuiu, durante o ano, dividendos no valor de R\$ 1,00 por ação. Temos:

$$\text{Div} = R\$ 1,00 \times 10 = R\$ 10,00$$

No encerramento do ano, as ações da empresa X valorizaram para R\$ 110,00. O que significa que o investidor obteve o seguinte ganho de capital:

$$\text{Retorno} = (R\$ 100,00 - R\$ 110,00) \times 10 = R\$ 100,00$$

No caso de uma desvalorização das ações da empresa X, o retorno esperado do investidor seria negativo, ou seja, se caracterizaria uma perda.

Vale lembrar que nesse cálculo devem ser computados todos os valores recebidos. Portanto, o cálculo do retorno deverá contemplar não só a valorização da ação, como também o recebimento dos dividendos distribuídos. Dessa forma, o cálculo do Retorno Total é:

$$\text{Ret. Total} = (\text{Div}) R\$ 10,00 + (\text{Ganho ou Perda}) R\$ 100,00 = R\$ 110,00$$

Adiante, será calculada a taxa de retorno desse ativo. Para facilitar a comparação do desempenho de um ativo, é preciso converter o retorno em taxa. Sendo assim, a taxa de retorno para o investimento do exemplo é de:

$$\text{Retorno} = \frac{(P_{t+1} - P_t)}{P_t} = \frac{R\$ 110,00 - R\$ 100,00}{R\$ 100,00} = 0,01 = \mathbf{10\%}$$

Onde:

O **Retorno** é a variação do preço da ação dividida pelo preço inicial;

P_t é o preço da ação no começo do período;

P_{t+1} é o preço da ação no final do período.

Os cálculos acima demonstrados podem ser utilizados para qualquer investimento financeiro, observando as devidas adaptações. Porém, o presente trabalho tem como foco o mercado de ações. Por isso, foram demonstrados os cálculos necessários para mensurar o ganho e perda com ações.

De acordo com Ross, Westerfield e Jaffe (1995), a taxa de retorno total de uma ação é calculada pela seguinte expressão:

$$(1) \text{ Retorno Total} = \frac{P_t - P_{t+1} + Div}{P_{t+1}}$$

Onde:

P_t é o preço inicial da ação;

P_{t+1} é o preço final da ação;

Div representa os dividendos.

2.3.2 Risco de um ativo

O risco é considerado mais complexo do que o retorno, por envolver mais fatores subjetivos. É uma possibilidade de perda, pois o seu conceito é voltado para o futuro. Em se tratando de investimentos financeiros, o risco pode ser visto como a probabilidade de não obter o retorno esperado de um determinado ativo, principalmente quando se trata de retornos negativos (ASSAF NETO, 2008).

De acordo com Gitman (2010, p. 184), “a palavra *risco* é usada como sinônimo de incerteza e refere-se à variabilidade dos retornos associados a um ativo... Quanto mais certo for o retorno de um ativo, menos variabilidade e risco ele oferecerá.”

De acordo com Almeida, Freitas da Silva, Ribeiro (2010, p. 4):

“Para Markowitz (1952) o conceito de risco deveria ir além da percepção do potencial de perdas em um investimento, o risco estava na incerteza do resultado esperado e em sua variabilidade em torno do resultado mais provável.”

Há duas formas de avaliar o risco de um ativo. A primeira é a verificação do risco do ativo de maneira individual, ou seja, fora de uma carteira de investimentos. A segunda, trata-se da mensuração do risco de maneira conjunta, ou seja, inserido em uma carteira. O retorno esperado pode ser usado como medida do resultado do investimento. O risco do título é apropriadamente medido, estatisticamente, por meio do seu desvio-padrão e/ou variância, pois fornecem importantes informações sobre o título (ROSS; WESTERFIELD; JAFFE, 1995).

Dessa forma, observa-se que o risco de um ativo isolado relaciona-se diretamente com a variação dos seus retornos, ou seja, quanto mais os retornos variam, maior será o risco do ativo (ALMEIDA; FREITAS DA SILVA; RIBEIRO, 2010).

Para que seja possível avaliar o risco de um ativo em uma carteira, é necessário compreender o seu risco individual. A seguir, serão estudadas as fórmulas utilizadas para calcular a variância e o desvio padrão de um ativo.

De acordo com Ross, Westerfield e Jaffe (1995) e Assaf Neto (2008), a variância é calculada pela média dos quadrados das diferenças entre todos os retornos e o retorno médio. A variância é geralmente representada por σ^2 . Um ativo pode apresentar em n períodos, os retornos R_1, R_2, \dots, R_n , com retorno médio \bar{R} .

De acordo com Ross, Westerfield e Jaffe (1995) e Assaf Neto (2008), a fórmula final para o cálculo da variância é:

$$(2) \text{Var}(R) = \sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R})^2$$

Segundo Ross, Westerfield e Jaffe (1995) e Assaf Neto (2008) o desvio-padrão é a raiz quadrada da variância, e é representado por σ :

$$(3)\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R})^2}$$

De acordo com Assaf Neto (2008), tanto a variância como o desvio-padrão medem estatisticamente a variabilidade dos possíveis resultados em termos de valor esperado.

Como foi dito, o risco é calculado pelo desvio-padrão dos retornos do ativo. Para facilitar ainda mais a compreensão, será apresentado um exemplo:

De acordo com a tabela abaixo, as empresas A e B, apresentaram em determinado período os seguintes retornos e desvio-padrão.

Exemplo adaptado de (GONÇALVES Jr.; PAMPLONA; MONTEVECHI, 2002):

Tabela 1: Exemplo do cálculo do risco de um ativo.

Período	1	2	3	4	5	σ
Retorno A	5,0%	3,0%	-2,0%	6,0%	-1,0%	3,19%
Retorno B	3,0%	0,5%	1,5%	4,0%	1,0%	1,30%

Observa-se que os retornos da empresa B foram mais concentrados, enquanto os retornos da empresa A obtiveram a maior variação. Portanto, de acordo com o exposto acima, a empresa B obteve um risco menor, pois apresentou um desvio-padrão menor (1,30%). Enquanto a empresa A, o risco é maior por apresentar um desvio-padrão maior (3,19%).

2.3.3 Retorno de uma carteira de ativos

Foi visto até aqui, o estudo do risco e retorno de um ativo de forma isolada. Agora, tais conceitos serão aplicados sob a ótica de uma carteira, ou seja, os ativos não mais serão avaliados individualmente, mas sim inseridos em uma carteira.

O investidor necessita prever o risco e o retorno que cada carteira pode apresentar. Portanto, os agentes se baseiam em dados históricos e utilizam um

conjunto de ferramentas disponíveis, com o intuito de mensurar o risco e o retorno, fundamentando sua escolha (HIEDA; ODA, 1998).

De acordo com Assaf Neto (2008), o cálculo do retorno esperado de uma carteira é a média ponderada dos retornos dos ativos que a compõem:

$$(4) E(R_p) = \bar{R}_p = \sum_{j=1}^n R_j \times W_j = R_1W_1 + R_2W_2 + \dots + R_nW_n$$

Onde: R_j é o retorno esperado de cada ativo na carteira; W_j a participação de cada ativo na carteira; n o número total de ativos que compõem a carteira.

Exemplo adaptado de Gonçalves, Pamplona e Montevechi (2002):

Em uma carteira composta da seguinte forma:

Tabela 2: Exemplo de retorno de uma carteira

Ativo	Ativo 1	Ativo 2	Ativo 3	Ativo 4	Ativo 5
Participação	10%	20%	20%	25%	25%
Retorno	1,5%	4,0%	2,5%	2,0%	5,0%

Cálculo do retorno da carteira:

$$R = 1,5\% \times 10\% + 4,0\% \times 20\% + 2,5\% \times 20\% + 2,0\% \times 25\% + 5,0\% \times 25\%$$

$$R = 0,0015 + 0,008 + 0,005 + 0,005 + 0,0125 = 0,032 = 3,2\%$$

Portanto, o retorno esperado da carteira é de 3,2%.

Esse cálculo relativamente simples pode ser usado para obter o retorno esperado de qualquer carteira de investimento.

2.3.4 Risco de uma carteira de ativos

O risco de um título individual não é muito importante para o investidor, pois é possível combinar ações com alto risco em uma carteira cujo risco é baixo (ROSS; WESTERFIELD; JAFFE, 1995).

O trabalho de Markowitz (1952) mostra que a diversificação é a ferramenta essencial para a diminuição dos riscos de uma carteira. A diversificação é capaz de diminuir ou eliminar apenas parte do risco de uma carteira.

Uma carteira de investimentos está exposta a dois riscos distintos: o risco diversificável e o risco não-diversificável, ou sistemático. O risco diversificável é aquele que pode ser reduzido ou eliminado ao utilizar a ferramenta de diversificação. Esse risco atinge apenas um setor ou empresa em particular, ou seja, tal risco se restringe a uma determinada “área” do mercado ativo (ALMEIDA; FREITAS DA SILVA; RIBEIRO, 2010).

De acordo com Assaf Neto (2008, p. 236), o risco diversificável “está relacionado mais diretamente com as características básicas do título e do mercado de negociação.

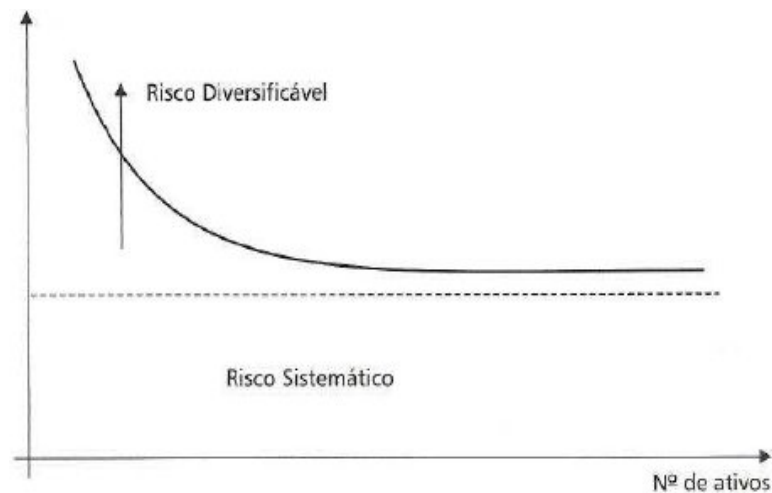
O risco não-diversificável ou sistemático é bem mais amplo e se refere ao risco que todas as empresas e setores estão expostos. Ou seja, é um risco que atinge todo o mercado ativo (ALMEIDA; FREITAS DA SILVA; RIBEIRO, 2010).

Ainda de acordo com Assaf Neto (2008, p. 236), “o risco sistemático é o que não pode ser eliminado (ou reduzido) mediante a diversificação, estando sempre presente na estrutura do portfólio.

As principais fontes do risco sistemático são as variações nas taxas de juros da economia, o processo inflacionário, a situação política e o comportamento das cotações no mercado de títulos (ASSAF NETO, 2008).

Pode ser verificada, através do seguinte gráfico adaptado de Gitman (2010), a relação entre o risco diversificável e o risco sistemático de uma carteira:

Figura 1: os riscos de uma carteira de ativos



Para diminuir o risco diversificável, o número de ações que compõem uma carteira de investimento não deve ultrapassar 12, pois a partir dessa quantidade de ações a diversificação traz uma diminuição insignificante do risco. Os altos custos das transações financeiras no mercado brasileiro são, também, fatores que impossibilitam a criação de uma carteira com muitas ações (SANVICENTE; BELLATO, 2009).

A seguir, será visto como a diversificação consegue diminuir o risco de uma carteira, bem como combinar ações de alto risco e obter carteiras de baixo risco.

Antes, será necessário estudar um conceito fundamental. A correlação ocorre quando, em uma carteira composta de dois ativos distintos, por exemplo, a desvalorização de um dos ativos tenha como resposta à valorização proporcional do outro ativo que constitui a carteira. Ou seja, caso um ativo se desvalorize, o outro ativo se valorizará, anulando ou diminuindo o risco de perda. Uma correlação perfeita, onde o ativo se valoriza proporcionalmente à desvalorização do outro ativo, apesar de ser algo de difícil constatação na prática, é o que procuram os investidores (ASSAF NETO, 2008).

Dessa forma, pode-se dizer que para que a diminuição do risco seja realizada, será necessário escolher ativos que apresentem o máximo de correlação entre si, ou seja, se movimentem em direções contrárias. Caso algumas ações venham a desvalorizar, as outras ações manterão o equilíbrio por tenderem a valorizar.

É daí que surge uma das medidas estatísticas mais importantes da teoria de carteira: o coeficiente de correlação. Adiante estudaremos esta medida que oferece em termos numéricos como as ações correlacionam-se.

2.3.5 Covariância e Coeficiente de Correlação

A covariância pode ser entendida como a relação entre a taxa de retorno de ações distintas. Ela fornece informações sobre o grau de dependência entre as variáveis. A covariância procura identificar como os valores de determinados ativos se inter-relacionam, indicando a simetria existente entre X e Y (ASSAF NETO, 2008).

De acordo com Assaf Neto (2008), a covariância entre os retornos dos ativos X e Y pode ser calculada da seguinte forma:

$$(5) \text{Cov}_{x,y} = \frac{\sum_{k=1}^n (R_x - \bar{R}_x)(R_y - \bar{R}_y)}{n}$$

O índice de covariância é importante, porém, difícil de ser interpretado. Com um cálculo adicional, é possível calcular o coeficiente de correlação.

De acordo com Assaf Neto (2008, p. 256), “a correlação entre duas variáveis indica a maneira como elas se movem em conjunto”.

A correlação entre duas variáveis X e Y pode ser calculada da seguinte forma:

$$(6) \text{Cor}(X, Y) = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_x \cdot \sigma_y}$$

O coeficiente de correlação é medido entre -1 e 1. Significa dizer que, caso dois ativos tenham um coeficiente de correlação positivo (igual a 1), esses ativos irão variar na mesma direção e proporção, pois se trata de uma correlação positiva perfeita, ou seja, se um ativo valorizar o outro ativo se valorizará na mesma intensidade. Portanto, caso o coeficiente de correlação entre dois ativos seja perfeitamente negativo (igual a -1), os ativos irão variar na mesma proporção, porém, em direções opostas, ou seja, se um ativo se valorizar o outro ativo se desvalorizará na mesma intensidade. O

coeficiente de correlação sendo (igual a 0) significa que não há nenhum tipo de dependência entre os ativos, ou seja, os ativos se comportam de forma aleatória (ASSAF NETO, 2008).

Segundo Gitman (2010, p. 195):

“os retornos de ativos não correlacionados, pode reduzir o risco da carteira, embora não tão eficazmente quanto o uso de ativos com retornos negativamente correlacionados, mas mais eficazmente do que com a combinação de ativos com retornos positivamente correlacionados.”

Em resumo, estudamos que a correlação entre dois ativos mede o comportamento de um ativo em relação ao outro. Ou seja, a correlação indica o que ocorrerá a um ativo em relação a outro ativo.

Por isso, é imprescindível que o agente observe a correlação entre os ativos que compõem sua carteira, procurando sempre combinar ações que tenham baixa correlação. Com isso, espera-se compensar as perdas caso uma ação venha a se desvalorizar, fazendo com que o risco total da carteira diminua. Em seguida estudaremos a dependência entre a variância e a correlação.

2.3.6 Cálculo do risco de uma carteira

Enquanto a covariância mede a relação entre dois ativos, a variância mede a variação do retorno de um ativo. Ou seja, para cada nível de variância de um ativo, a covariância positiva entre dois ativos que constituem a carteira, aumenta a variância de toda a carteira e vice-versa (ROSS; WESTERFIELD; JAFFE, 1995).

Nesse sentido, Gitman (2010, p. 193) afirma que “os novos investimentos devem ser examinados à luz de seu impacto sobre o risco e o retorno da carteira de ativos”.

De acordo com Bruni (2008), a variância pode ser calculada da seguinte forma:

$$(7) Var_{Cart} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i X_j Cov(R_i, R_j)$$

Onde:

X_i = Participação do Ativo i na carteira;

R_i = Retorno esperado do Ativo i ;

O risco é indicado pelo desvio-padrão da carteira, sendo ele, a raiz quadrada da variância da carteira:

$$(8) \sigma_{cart} = \sqrt{Var_{cart}}$$

Com a utilização dessas ferramentas, é possível calcular o risco de uma carteira de investimento, seja qual for o número de ações que a constituem. Com isso, é possível comparar o desempenho de duas ou mais carteiras, comparando os seus retornos e riscos. Veremos em seguida como utilizar essas ferramentas para a escolha da melhor carteira para o investidor.

2.3.7 Avaliando o desempenho de carteiras

A avaliação do desempenho de *portfolio* é muito útil no auxílio da tomada de decisão de um investidor que deseja selecionar uma carteira. Essa avaliação permite verificar se o nível do retorno da carteira estudada é compatível com o nível de risco que essa mesma carteira está exposta (GUIMARÃES Jr., 2012).

Há varias formas de mensurar o desempenho de uma carteira. Para tanto, será utilizado o Índice de Sharpe. A vantagem em utilizar o Índice de Sharpe é que ele mede o risco total do ativo, ou seja, mede o risco diversificável e não-diversificável do ativo (GUIMARÃES Jr., 2012).

Porém, esse índice só pode ser utilizado para comparar duas ou mais carteiras, desde que o índice de cada uma delas tenha sido calculado pelo mesmo critério. Outra peculiaridade do índice de Sharpe é que ele assume a existência de um ativo livre de risco em seu cálculo (HIEDA; ODA, 1998).

Conforme Sharpe, Alexander e Bailey (1995, *Apud* Guimarães Jr., 2012, p. 7) “esse índice é calculado pela razão entre o prêmio de risco da carteira e o seu desvio

padrão, medindo, dessa forma, o prêmio de risco obtido por unidade de exposição ao risco”. Cálculo do índice de Sharpe:

$$(9) IS = \frac{\bar{R}_{Cart} - \bar{R}_f}{\sigma_{Cart}}$$

Onde:

\bar{R}_{Cart} é o retorno médio da carteira;

\bar{R}_f é o retorno médio do ativo livre de risco;

σ_{Cart} é o risco da carteira (Desvio padrão).

Em geral, o índice de Sharpe alto significa que a carteira teve um bom desempenho. Se uma carteira obtiver um IS maior que outra, isto significa que na primeira carteira foram gerados mais retornos para um determinado aumento do risco. Caso o índice apresente um valor negativo, o investidor tem a opção de recorrer ao ativo livre de risco (GUIMARÃES Jr., 2012).

2.3.8 Cálculo do coeficiente beta de um ativo (CAPM)

Para fazer uma análise mais detalhada sobre a composição de uma carteira, é necessário estudar o coeficiente beta dos ativos que a compõem.

Segundo Assaf Neto (2008, p. 261), “o coeficiente **beta**, medida obtida pelo modelo, indica o incremento necessário no retorno de um ativo de forma a remunerar adequadamente seu risco sistemático”.

O coeficiente beta funciona como um indicador do grau de variabilidade do retorno de um ativo em função da variabilidade do retorno do mercado, ou seja, como o ativo se comporta em relação ao comportamento do mercado (GITMAN, 2010).

De acordo com Gitman (2010), para calcular o coeficiente beta, usa-se os retornos históricos do ativo a ser estudado. Já o retorno do mercado pode ser calculado através de índices do mercado de ações.

Segundo Gitman (2010), a taxa de retorno requerida por um investimento em condições de risco é a seguinte:

$$R_j = R_F + \beta(R_M - R_F)$$

Onde:

R_j é a taxa de retorno requerida para o investimento;

R_F é a taxa de juros livre de risco;

β é o coeficiente beta;

R_M é a taxa de retorno da carteira de mercado;

$(R_M - R_F)$ é o prêmio pelo risco de mercado.

De acordo com Assaf Neto (2010), a equação original do coeficiente beta é a seguinte:

$$(10) \text{Coeficiente Beta } (\beta) = \frac{COV_{R_j, R_M}}{VAR_X}$$

Segundo Assaf Neto (2008, p. 271), “na avaliação do risco de uma carteira, o beta é entendido como a média ponderada de cada ativo na carteira”. Tem-se a seguinte expressão:

$$\beta_P = \sum_{j=1}^n \beta \times W_j$$

Onde:

β é o coeficiente beta (risco sistemático);

W_j é a participação relativa de cada ativo incluído na carteira;

β_P é o beta da carteira.

O coeficiente beta do mercado pode ser igual a 1, enquanto que o beta do ativo varia em torno do beta do mercado. O beta do ativo normalmente varia entre 0,5 e 2 mas, pode chegar a ser negativo e até mesmo ultrapassar 2, o que não é comum. Um

ativo com o beta igual a 0,5 significa dizer que o ativo varia 0,5% para cada 1% de variação do mercado, ou seja, o ativo possui a metade da variação do mercado. Caso o coeficiente seja 2 o ativo tem o dobro da variação do mercado (GITMAN, 2010).

3. O MODELO DE MARKOWITZ

Após a apresentação do modelo, *Portfolio selection*, elaborado por Harry Markowitz, os gestores de carteiras passaram a utilizar o método ao ponto de torná-lo padrão (COSTA MINEIRO, 2007).

Apesar de haver outros tipos de investidores, o modelo original de Markowitz pressupõe que os investidores são avessos ao risco, ou seja, o investidor busca o maior retorno possível ou o menor risco possível. Sendo assim, Markowitz chegou à conclusão de que o risco pode ser mitigado através da diversificação da carteira (HIEDA; ODA, 1998).

Conforme visto anteriormente, o retorno de uma carteira é calculado como a média ponderada dos retornos dos ativos que a compõem. Contudo, no que diz respeito ao risco, não ocorre da mesma forma. O risco da carteira depende da correlação entre todos os riscos da carteira. A princípio, uma carteira racionalmente diversificada é aquela onde há ativos com correlação negativa (ou positiva baixa), pois assim é possível conseguir uma carteira com risco menor do que o do ativo com menor risco e com o retorno maior do que o deste ativo (GONÇALVES Jr; PAMPLONA; MONTEVECHI, 2002).

Nesse sentido, Markowitz (1959, p.3 *Apud* HIEDA; ODA, 1998, p.2) afirma que “um bom *portfolio* de ativos é mais que uma grande lista de boas ações e títulos de dívida. É um conjunto balanceado, que fornece ao investidor proteções e oportunidades em um conjunto amplo de situações”.

Com isso, chega-se ao conceito de carteira eficiente. Uma carteira eficiente é aquela que apresenta um risco mínimo dentre todas aquelas com um dado retorno; ou, de forma equivalente, é aquela com o maior retorno dentre todas as carteiras com um dado nível de risco (HIEDA; ODA, 1998).

Vejamos um exemplo simples adaptado de Costa Mineiro (2007):

Nas tabelas abaixo serão apresentados os riscos e os retornos de dois ativos, além da matriz de correlações desses ativos. A título de comparação, também são mostrados os dados do Ibovespa no mesmo período:

	IBOVESPA	ATIVO 1	ATIVO 2
RETORNO	2,14%	6,05%	3,04%
RISCO	6,08%	22,40%	8,60%

Quadro 3: Exemplo de risco e retorno

	IBOVESPA	ATIVO 1	ATIVO 2
IBOVESPA	1,00		
ATIVO 1	0,20	1,00	
ATIVO 2	0,79	0,26	1,00

Quadro 4: Modelo de Matriz de Correlação

Como a correlação analisada entre os dois ativos é baixa (0,26), eles podem compor uma carteira com risco menor do que o do ativo de menor risco e com um retorno maior do que este ativo. Vejamos:

Part. Ativo 1	Part. Ativo 2	Retorno da Carteira	Risco da Carteira
40%	60%	4,24%	1,81%

Quadro 5: Exemplo de composição de carteira

De fato, pode ser observado que o Ativo 2 possui o menor risco individual, que é de 8,60% e retorno de 3,04%. Após a diversificação, observa-se que o risco da carteira foi de 1,81% bem menor do que o risco individual do ativo 2. A carteira obteve um retorno de 4,24%, um pouco maior do que o retorno do ativo.

Portanto, o modelo proposto por Markowitz (1952) permite elaborar uma carteira eficiente.

3.1 Formalização do modelo de Markowitz

Em seguida, serão mostrados os cálculos utilizados no modelo de Markowitz (1952). Estes cálculos são de fundamental importância para a otimização de carteiras. Tais cálculos já foram explicados no capítulo 2.

Cálculo do retorno esperado de uma carteira:

$$(4) E(R_p) = \bar{R}_p = \sum_{j=1}^n R_j \times W_j = R_1W_1 + R_2W_2 + \dots + R_nW_n$$

Cálculo da variância de uma carteira:

$$(7) Var_{cart} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i X_j Cov(R_i, R_j)$$

A expressão da variância é bastante útil para a redução de risco, devido à utilização da covariância entre o retorno dos ativos.

O modelo de Markowitz possibilita achar uma combinação entre todas as ações possíveis que corresponda à carteira ótima, de acordo com os critérios estabelecidos por cada investidor. Com isso, é possível encontrar uma menor variância para um dado retorno ou um maior retorno para uma determinada variância (BRUNI 2008).

Segundo Bruni (2008), o modelo baseia-se nas seguintes restrições:

$$(11) \sum_{i=1}^n X_i = 1$$

$$(12) X_i \geq 0$$

Significa que o modelo deve apresentar resultados que satisfaçam, respectivamente, as condições de que a soma da participação de todas as ações da carteira deve ser de 100% e cada ação deve, individualmente, ter participação maior ou igual a 0% (BRUNI, 2008).

Esses cálculos permitem chegar a uma carteira ótima, minimizando a variância ou maximizando o retorno esperado, adaptando-se ao perfil do investidor. A Programação Linear pode ser utilizada para buscar essa solução ótima

3.2 Programação Linear

A programação linear (PL) pode ser definida como uma técnica matemática que busca a melhor solução para problemas modelados por meio de equações lineares. Dessa forma, ela pode ser perfeitamente aproveitada no modelo de Markowitz que, como vimos, possui apenas equações lineares (CORRAR; THEÓFILO, 2010).

De acordo com Corrar, Theóphilo (2010, p.332), a programação linear é utilizada nos problemas “onde se busca a melhor alocação de recursos, de forma a atingir determinado objetivo de otimização, atendendo a determinadas restrições”. Os problemas solucionados pela PL são, então, aqueles que envolvem a busca de uma solução ótima, atingindo certo objetivo específico. Em geral, procura-se maximizar ou minimizar algum resultado.

Antes de ver como a PL pode ser aplicada na solução do modelo de Markowitz, é importante conhecer um pouco sobre o funcionamento dessa técnica.

3.2.1 Elementos básicos da Programação Linear

Segundo Corrar, Theóphilo (2010) os problemas resolvidos pela PL apresentam três elementos básicos, são eles: as *variáveis de decisão*, a *função objetivo* e as *restrições*:

- Variáveis de Decisão: são as variáveis que envolvem as decisões a serem tomadas. São para essas variáveis que a PL buscará a solução ótima;
- Função-Objetivo: é uma expressão matemática que, obrigatoriamente, contém as variáveis de decisão. Essa função também explicita qual será o objetivo a ser atingido pela PL;
- Restrições: referem-se às limitações ou condições impostas que devem ser respeitadas pelas variáveis de decisão.

Em resumo, podemos dizer que a PL baseia-se no seguinte raciocínio: Dada uma função, Função-Objetivo, composta de variáveis de decisão sujeitas a certas restrições, a PL é a técnica matemática que encontra a solução ótima desejada para a função-objetivo.

Esse processo será mais bem compreendido através de situações reais, conforme o exemplo a seguir, extraído de Corrar, Theóphilo (2010, p.333):

Uma fábrica de móveis produz mesas e cadeiras, com as seguintes margens de contribuição:

Produto	Margem/Unid. (R\$)
Mesa	8
Cadeira	10

Tabela 6: Exemplo de PL – quantidade de produtos

Os produtos são processados em dois departamentos: Montagem e acabamento, onde cada produto consome um determinado tempo. Além disso, os departamentos possuem limitações em sua capacidade produtiva:

	Consumo de Horas		Capacidade Máxima (Horas)
	Cadeiras	Mesas	
Montagem	3	3	30
Acabamento	6	3	48

Tabela 7: Exemplo de PL – restrições

Agora, é necessário saber qual a melhor combinação de mesas e cadeiras a serem produzidas, de forma a obter a maior margem de contribuição total possível. Por enquanto, nosso objetivo será restrito apenas à identificação dos elementos básicos da PL nessa situação real.

Como a intenção é obter a melhor combinação de cadeiras (C) e mesas (M), essas serão as duas variáveis de decisão do problema. O objetivo é encontrar o valor máximo da margem de contribuição total, que é dada por $MCT = 10C + 8M$. Assim a função-objetivo do problema será:

$$\text{Maximizar } MCT = 10C + 8M$$

Na última tabela, podem ser identificadas duas restrições que foram impostas às variáveis de decisão, relativas ao consumo de horas em cada departamento e à capacidade produtiva máxima desses departamentos. Dessas restrições, temos as seguintes equações: $3C + 3M \leq 30$ e $6C + 3M \leq 48$. Ainda deve ser considerada outra restrição lógica sobre a necessidade de que os valores de cadeiras sejam não negativos, ou seja, devemos ter $C \geq 0$ e $M \geq 0$.

Com isso, podem ser identificados os elementos básicos da PL nesse problema. Então, podemos definir o modelo da seguinte forma:

Variáveis de decisão	Função-Objetivo	Restrições
C, M	Maximizar $MCT = 10C + 8M$	$3C + 3M \leq 30$ $6C + 3M \leq 48$ $C \geq 0, M \geq 0$

Tabela 8: Exemplo de PL – elementos básicos

Existem diversos métodos para encontrar a solução para este tipo de problema, cuja exposição foge do objetivo deste trabalho. Nesse sentido, os problemas serão resolvidos por meio de uma solução computacional, através de uma importante ferramenta utilizada para resolver problemas de Programação Linear: o Solver.

3.3 Solver

O Solver é um recurso presente em algumas planilhas eletrônicas, como o Microsoft Excel e o BrOffice.org Calc., utilizado para resolver problemas de programação linear.

O Solver trabalha na célula de destino previamente indicada, como também em todas as demais células direta ou indiretamente relacionadas com essa célula de destino que, por sua vez, contém a função-objetivo da Programação Linear.

Agora, veremos como encontrar a solução do problema anterior com o Solver. Inicialmente, precisamos montar a planilha com os dados do problema:

Figura 2: Quadro com Exemplo da PL

	A	B	C	D	E	F
1						
2		Cadeiras	Mesas	Total		
3	Quantidade Produzida	0	0			
4	Margem de Contribuição	10	8	0		
5						
6						
7					Horas	
8	Restrições			Utilizadas	Disponíveis	
9	Montagem	3	3	0	30	
10	Acabamento	6	3	0	48	
11						
12						

As variáveis da decisão estão representadas nas células B3 e C3. Após a utilização do Solver, essas células conterão a solução ótima do problema. A função-objetivo e as restrições foram representadas nas seguintes células:

- Função-objetivo: $D4 = (B3 \cdot B4) + (C3 \cdot C4)$
- Restrições: $D9 = (B3 \cdot B9) + (C3 \cdot C9)$ e $D10 = (B3 \cdot B10) + (C3 \cdot C10)$
- Agora, é necessário selecionar o solver e configurá-lo para resolver o problema:

Figura 3: Configurando o Solver

Parâmetros do Solver

Definir célula de destino:

Igual a: ☒ Máx ☐ Mín ☐ Valor de:

Células variáveis:

Submeter às restrições:

Estimar

Adicionar

Alterar

Excluir

Resolver

Fechar

Opções

Redefinir tudo

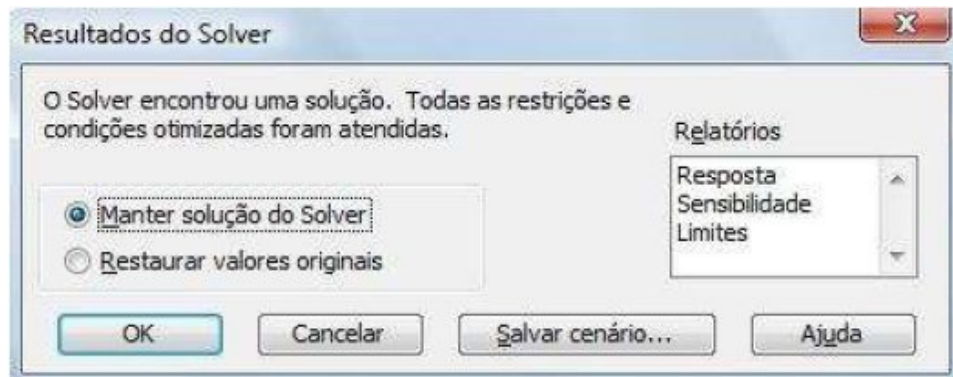
Ajuda

Informando ao solver os elementos básicos da Programação Linear para o problema em questão:

- Célula de destino: será a D4, pois nela está a função-objetivo;
- Igual a: como queremos maximizar a função objetivo, seleciona-se “Máx.”;
- Células variáveis: são as variáveis de decisão, aquelas que serão alteradas pelo solver, ou seja, as quantidades de mesas e cadeiras, nas células B3 e C3;
- Submeter às restrições: aqui serão informadas as restrições dos departamentos de montagem e acabamento, ou seja, $D9 \leq 30$ e $D10 \leq 48$.

Por fim, seleciona-se “Resolver”, e aparecerá a seguinte mensagem:

Figura 4: Mensagem do Solver após aplicar a PL



Ela informa que o solver encontrou uma solução e dá a opção de manter a solução do Solver na Planilha ou restaurar os valores originais. O *Default* (padrão) é manter a solução do Solver, e assim vamos proceder. Dessa forma, a nova planilha conterá a solução ótima, e o nosso problema estará resolvido. Vejamos:

Figura 5: Planilha com a solução ótima encontrada

	A	B	C	D	E	F
1						
2		Cadeiras	Mesas	Total		
3	Quantidade Produzida	6	4			
4	Margem de Contribuição	10	8	92		
5						
6						
7						
8	Restrições			Horas		
9	Montagem	3	3	Utilizadas	Disponíveis	
10	Acabamento	6	3	30	30	
11				48	48	
12						

Dessa forma, a solução ótima encontrada foi de produzir 6 cadeiras e 4 mesas, o que fornece uma margem de contribuição total de 92.

Assim, através de um exemplo relativamente simples, podemos observar na prática como funciona o Solver na resolução de problemas de Programação Linear, e como ele é uma ferramenta bastante útil nesse tipo de problema.

4. METODOLOGIA

Para exemplificar a utilização do modelo de Markowitz na seleção de carteiras no mercado brasileiro, foram definidos quatro critérios para a formação das carteiras teóricas.

1° Critério: quanto à quantidade, foram formadas 2 carteiras teóricas compostas de 10 ativos cada. Devido aos altos custos das transações financeiras no mercado brasileiro, recomenda-se a elaboração de carteiras com, no máximo, 12 ativos, pois a partir desse número a diminuição do risco é insignificante (SANVICENTE; BELLATO, 2009).

Utilizou-se uma série histórica diária dos preços desses ativos durante 24 meses, no período de março de 2010 a março de 2012, num total de 499 observações de cada ativo.

2° Critério: quanto à qualidade, as carteiras foram formadas por ativos que compõem os índices Ibovespa e IBrX-100. Este critério foi adotado por haver a necessidade de comprovação da qualidade dos ativos que participarão das carteiras a serem estudadas, em vista das exigências qualitativas impostas por esses índices na composição de suas carteiras hipotéticas.

3° Critério: quanto à natureza, foram selecionados ativos de duas naturezas distintas: ativos de natureza conservadora e ativos de natureza agressiva. Para tanto, será necessário obter os betas de cada ativo que comporá as carteiras e compará-los a um índice. O índice Bovespa foi escolhido para a comparação entre as carteiras por se tratar de um índice importante e confiável.

4° Critério: quanto à diversidade, os ativos foram escolhidos de maneira a proporcionar a maior diversidade setorial possível, sem comprometer os critérios supracitados.

Assim, foram criadas duas carteiras teóricas: uma formada por 10 ativos entre aqueles chamados de ativos conservadores (chamada aqui de carteira Defensiva); a outra carteira composta por 10 ativos de natureza predominantemente agressiva (aqui chamada de carteira Cíclica). Dessa forma, foi possível encontrar, nos dois casos acima, as carteiras eficientes com os ativos disponíveis em cada uma delas. Além

disso, também será possível comparar o desempenho dessas carteiras com o Ibovespa e o IBrX-100, ou seja, o desempenho das carteiras em comparação ao desempenho do mercado em geral.

Por fim, na comparação do desempenho de duas carteiras com o Ibovespa e o IBrX-100, foi utilizado o índice de Sharpe, que é uma importante ferramenta auxiliar na tomada de decisões do investidor. Para calcular o índice, foi utilizado como ativo livre de risco o retorno do CDI (Certificado de Depósito Interbancário).

4.1 Sobre os índices utilizados

O Ibovespa é o principal indicador de desempenho do mercado de ações brasileiro. Ele é formado por uma carteira hipotética que reúne as principais ações negociadas na bolsa de valores, a fim de aproximar ao máximo da configuração real das negociações. Para manter sua representatividade, a carteira do Ibovespa é revisada e atualizada a cada quadrimestre, com novas carteiras vigorando em janeiro, maio e setembro. Dessa forma, o Ibovespa busca retratar o comportamento real das cotações do mercado de ações brasileiro (BM&FBovespa, 2012)

O IBrX-100 é um indicador do mercado de ações brasileiro que mede o desempenho do mercado por meio da avaliação do retorno de 100 empresas. As empresas que constituem a carteira hipotética desse índice passam por determinados critérios de inclusão, dos quais, se destaca: figurar entre as 100 melhores classificadas em relação ao índice de negociabilidade. (BMF&Bovespa, 2012)

4.2 Composição das carteiras teóricas

Como foi visto anteriormente, para a escolha dos ativos, será necessário calcular o beta desses ativos, comparando-os com o Ibovespa, pois a carteira **Defensiva** será formada por ativos conservadores, enquanto que a carteira **Cíclica** deverá ser formada,

em sua maioria, por ativos agressivos. Para esse cálculo utilizou-se a seguinte equação do CAPM:

$$(10) \text{Coeficiente Beta } (\beta) = \frac{COV_{R_j, R_M}}{VAR_X}$$

Planilha com os betas dos ativos das duas carteiras calculados:

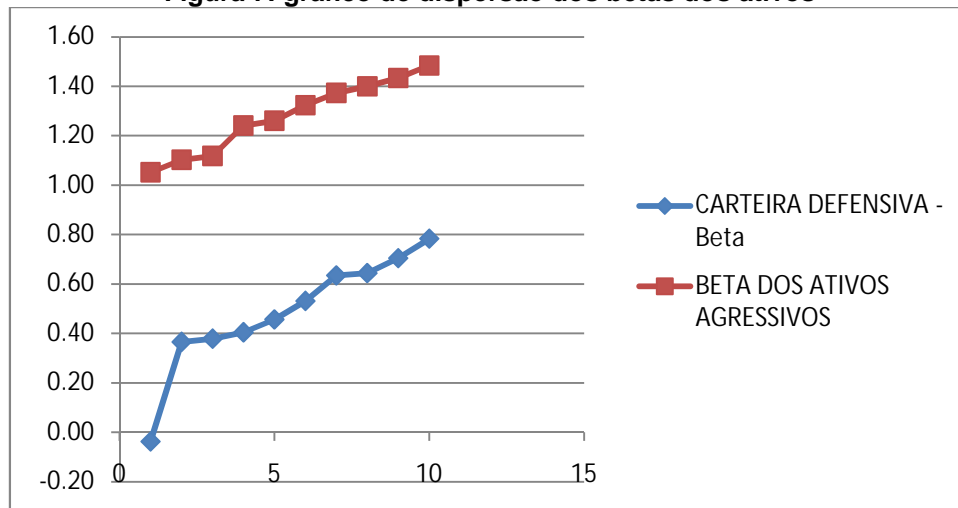
Figura 6: Planilha com cálculo dos betas das ações

CARTEIRA DEFENSIVA - Beta									
VIVT3	CPFE3	AMBV4	CTIP3	CMIG4	CCRO3	BRFS3	SBSP3	BRML3	EMBR3
-0,04	0,37	0,38	0,40	0,46	0,53	0,63	0,64	0,70	0,78
CARTEIRA CÍCLICA - Beta									
BVMF3	USIM3	BRAP4	GOAU4	GOLL4	OGXP3	CYRE3	BISA3	MRVE3	PDGR3
1,05	1,10	1,12	1,24	1,26	1,32	1,37	1,40	1,43	1,48

Para este trabalho, será considerado como coeficiente beta conservador os valores entre 0 e 1 enquanto os coeficientes acima de 1,10 foram considerados agressivos, e entre 1 e 1,10 neutros.

Pode-se observar pela figura 7 que os ativos da carteira Defensiva se encontram entre -0,04 e 0,78 o que indica se tratar de uma carteira conservadora, enquanto que os ativos da carteira Cíclica apresentaram um beta entre 1,05 e 1,48, indicando que se trata de uma carteira agressiva. Dessa forma, as duas carteiras atingem uma amplitude de -0,04 a 1,48:

Figura 7: gráfico de dispersão dos betas dos ativos



A carteira Defensiva foi formada com 10 ativos extraídos do Ibovespa e IBrX-100, entre eles figuram alguns dos mais negociados na BMF & Bovespa. São eles: VIVT3, (Telefônica Brasil), BRFS3 (Brasil Foods), BRML3 (BR Malls), CCRO3 (CCR), CTIP3 (Cetip), CMIG4 (Cemig), EMBR3(Embraer), SBSP3 (Sabesp), CPFE3 (CPFL Energia) e AMBV4 (Ambev). Nessa carteira, estão representados os segmentos de telecomunicações, consumo não-cíclico, financeiro, construção e transporte, utilidade pública e de bens industriais.

Carteira Defensiva		
EMPRESA	AÇÃO	SETOR
Telefônica Brasil	VIVT3	Telecomunicações
Brasil Foods	BRFS3	Consumo não-cíclico
BR Malls	BRML3	Financeiro e outros
CCR	CCRO3	Construção e Transporte
Cetip	CTIP3	Financeiro e outros
Cemig	CMIG4	Utilidade Pública
Embraer	EMBR3	Bens Industriais
Sabesp	SBSP3	Utilidade Pública
CPFL Energia	CPFE3	Utilidade Pública
Ambev	AMBV4	Consumo não-cíclico

Quadro 9: Lista das ações da carteira Defensiva e suas respectivas empresas e setores

A carteira Cíclica também foi formada com alguns ativos que fazem parte do Ibovespa e IBrX-100, analisadas em março de 2012. Foram utilizados 10 ativos: CYRE3 (Cyrela Brasil), PDGR3 (PDGRealty), GOLL4 (Gol), OGXP3 (OGX Petróleo), BRAP4 (Bradespar), BVMF3 (BMFBovespa), USIM3 (Usiminas), BISA3(Brookfield), GOAU4 (Metalúrgica Gerdau), MRVE3 (MRV Engenharia). Nessa carteira, estão representados os segmentos de materiais básicos, petróleo e gás, construção e transporte, consumo não-cíclico e financeiro.

Carteira Cíclica		
EMPRESA	AÇÃO	SETOR
Cyrela Brasil	CYRE3	Construção e Transporte
PDGRealty	PDGR3	Construção e Transporte
Gol	GOLL4	Construção e Transporte
OGX Petróleo	OGXP3	Petróleo e Gás
Bradespar	BRAP4	Financeiro e outros
BMFBovespa	BVMF3	Financeiro e outros
Usiminas	USIM3	Materiais básicos
Brookfield	BISA3	Construção e Transporte
Metalúrgica Gerdau	GOAU4	Materiais básicos
MRV Engenharia	MRVE3	Construção e Transporte

Quadro 10: Lista das ações da carteira Cíclica e suas respectivas empresas e setores

Dessa forma, foram obtidas duas carteiras que contemplam ações de diferentes setores do mercado. Salientou-se que, sem prejuízo dos resultados, a escolha dos ativos foi feita apenas para exemplificar a utilização do modelo de Markowitz para a seleção de uma carteira eficiente, sem obedecer a nenhum outro critério, além dos já descritos.

4.3 Procedimentos

Depois de escolhidas as carteiras, é necessário realizar todos os procedimentos para chegar a sua otimização, utilizando uma planilha eletrônica qualquer. Ressalta-se que, sem prejuízo algum, os cálculos poderão ser realizados em qualquer planilha eletrônica, dentre as mais utilizadas destacam-se o Microsoft Excel ou o BrOffice.org Calc.

Primeiro, é necessário dispor de todas as cotações de preços dos ativos no período em que serão analisados, onde geralmente são obtidos os dados diários semanais ou mensais. A partir daí, podem ser calculados os retornos diários, utilizando o cálculo do retorno total do ativo

$$(1) \text{ Retorno Total} = \frac{P_t - P_{t+1} + Div}{P_{t+1}}$$

Aqui se usou como exemplo, uma das planilhas utilizadas para obter os resultados desse trabalho.

Exemplo de parte da tabela já com os retornos percentuais calculados:

Figura 8: exemplo de planilha com os retornos diários calculados

VIVT3	BRFS3	BRML3	CCRO3	CTIP3	CMIG4	EMBR3	SBSP3	CPFE3	AMBV4
2,03%	2,47%	3,45%	2,23%	-1,81%	2,48%	2,16%	0,74%	0,89%	1,52%
0,90%	1,82%	2,52%	2,29%	0,49%	-0,73%	1,13%	0,76%	-1,89%	2,93%
-0,58%	-1,14%	-1,31%	2,71%	-0,48%	-3,26%	-3,36%	-1,55%	1,10%	-0,68%
-1,46%	-0,79%	2,78%	-2,01%	1,53%	2,00%	-1,46%	-0,51%	1,54%	0,25%
2,22%	-1,48%	-1,37%	-0,64%	1,43%	-0,50%	0,70%	2,72%	0,00%	1,17%
-0,73%	-0,25%	2,77%	2,04%	0,44%	2,11%	0,78%	0,23%	0,65%	0,23%
0,00%	1,44%	1,66%	-0,29%	0,00%	-0,58%	1,59%	2,03%	0,84%	1,02%
1,04%	-0,17%	-0,05%	1,03%	1,27%	2,62%	-1,18%	-0,30%	-0,18%	-0,20%

Dispondo de todos os retornos dos ativos é possível formar uma carteira qualquer e calcular o retorno de cada ativo e da carteira, conforme as equações (1) e (4).

Cálculo do retorno total de um ativo:

$$(1) \text{ Retorno Total} = \frac{P_t - P_{t+1} + Div}{P_{t+1}}$$

Cálculo do retorno esperado de uma carteira:

$$(4) E(R_p) = \bar{R}_p = \sum_{j=1}^n R_j \times W_j = R_1 W_1 + R_2 W_2 + \dots + R_n W_n$$

Será formada uma carteira igualmente distribuída, onde todos os ativos terão a mesma participação na carteira.

Figura 9: Exemplo de planilha mostrando a composição da carteira

CARTEIRA IGUALMENTE DIVIDIDA										
	VIVT3	BRFS3	BRML3	CCRO3	CTIP3	CMIG4	EMBR3	SBSP3	CPFE3	AMBV4
Ret. Médio	0,13%	0,12%	0,18%	0,12%	0,21%	0,13%	0,08%	0,18%	0,12%	0,17%
Peso	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%

Como foi visto, para calcular o risco da carteira, é necessário obter as covariâncias dos ativos através do cálculo (5).

Cálculo da covariância entre dois ativos:

$$(5) \text{Cov}_{x,y} = \frac{\sum_{k=1}^n (R_x - \bar{R}_x)(R_y - \bar{R}_y)}{n}$$

Para tanto, foi construída uma tabela chamada matriz de covariância, que também pode ser calculada diretamente, utilizando essa função do Excel. Segue exemplo:

Figura 10: Exemplo de planilha mostrando a matriz de covariâncias.

MATRIZ DE COVARIÂNCIAS										
	VIVT3	BRFS3	BRML3	CCRO3	CTIP3	CMIG4	EMBR3	SBSP3	CPFE3	AMBV4
VIVT3	0,0285%	-0,0008%	0,0000%	-0,0011%	0,0015%	0,0002%	-0,0021%	-0,0012%	-0,0008%	0,0005%
BRFS3	-0,0008%	0,0321%	0,0103%	0,0084%	0,0064%	0,0077%	0,0133%	0,0091%	0,0080%	0,0079%
BRML3	0,0000%	0,0103%	0,0483%	0,0124%	0,0072%	0,0072%	0,0139%	0,0099%	0,0067%	0,0068%
CCRO3	-0,0011%	0,0084%	0,0124%	0,0302%	0,0075%	0,0073%	0,0110%	0,0077%	0,0058%	0,0052%
CTIP3	0,0015%	0,0064%	0,0072%	0,0075%	0,0366%	0,0037%	0,0079%	0,0082%	0,0037%	0,0050%
CMIG4	0,0002%	0,0077%	0,0072%	0,0073%	0,0037%	0,0229%	0,0079%	0,0097%	0,0095%	0,0055%
EMBR3	-0,0021%	0,0133%	0,0139%	0,0110%	0,0079%	0,0079%	0,0436%	0,0122%	0,0071%	0,0055%
SBSP3	-0,0012%	0,0091%	0,0099%	0,0077%	0,0082%	0,0097%	0,0122%	0,0337%	0,0082%	0,0065%
CPFE3	-0,0008%	0,0080%	0,0067%	0,0058%	0,0037%	0,0095%	0,0071%	0,0082%	0,0176%	0,0036%
AMBV4	0,0005%	0,0079%	0,0068%	0,0052%	0,0050%	0,0055%	0,0055%	0,0065%	0,0036%	0,0180%

Em seguida, já é possível calcular o retorno e a variância e a de cada ativo individualmente na carteira, utilizando as equações (4) e (7).

Cálculo do retorno esperado de uma carteira:

$$(4) E(R_p) = \bar{R}_p = \sum_{j=1}^n R_j \times W_j = R_1 W_1 + R_2 W_2 + \dots + R_n W_n$$

Cálculo da variância de uma carteira:

$$(7) Var_{Cart} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i X_j Cov(R_i, R_j)$$

Figura 11: Exemplo de planilha com variância e retorno de cada ativo numa carteira

CARTEIRA IGUALMENTE DIVIDIDA										
	VIVT3	BRFS3	BRML3	CCRO3	CTIP3	CMIG4	EMBR3	SBSP3	CPFE3	AMBV4
Ret. Médio	0,13%	0,12%	0,18%	0,12%	0,21%	0,13%	0,08%	0,18%	0,12%	0,17%
Var.	0,0002%	0,0010%	0,0012%	0,0009%	0,0009%	0,0008%	0,0012%	0,0010%	0,0007%	0,0006%

Por fim, é possível chegar aos resultados desejados, que são, o retorno, variância e o desvio-padrão da carteira em análise, através das equações (4), (7) e (8) que representam o modelo de Markowitz.

Cálculo do retorno esperado de uma carteira:

$$(4) E(R_p) = \bar{R}_p = \sum_{j=1}^n R_j \times W_j = R_1 W_1 + R_2 W_2 + \dots + R_n W_n$$

Cálculo da variância de uma carteira:

$$(7) Var_{Cart} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i X_j Cov(R_i, R_j)$$

Cálculo do desvio-padrão de uma carteira:

$$(8) \sigma_{Cart} = \sqrt{Var_{Cart}}$$

Estes valores são uns dos principais elementos da otimização, pois um deles sempre representa a variável de decisão na aplicação da Programação Linear.

Figura 12: Exemplo de planilha com o cálculo do risco e retorno de uma carteira

Carteira Defensiva	
Retorno	0,14%
Variância	0,009%
Desv. Pad.	0,93%
Soma %	100%

5. RESULTADOS

A seguir, serão apresentados os resultados obtidos após a utilização do modelo de Markowitz (1952) na seleção de carteiras.

5.1 Carteiras igualmente divididas

Conforme a quadro 11, a carteira Cíclica obteve um desempenho inferior ao da carteira Defensiva.

	Ibovespa	IBrX-100	Defensiva	Cíclica
Risco	1,41%	1,29%	0,93%	1,78%
Retorno	0,0051%	0,015%	0,14%	0,019%

Quadro 11: resultados das carteiras igualmente divididas

O mesmo ocorre na comparação entre a carteira Defensiva e o Índice Bovespa e o IBrX-100, onde a carteira Defensiva obteve um desempenho significativamente superior tanto no risco, quanto no retorno. Já a carteira Cíclica apresentou um risco maior que os dois índices estudados, um retorno ligeiramente superior em relação ao IBrX-100 e muito superior ao Ibovespa.

5.2 Carteiras com maior retorno

A carteira Defensiva apresentou retorno superior ao da carteira Cíclica, porém, em relação à otimização do retorno, a carteira Cíclica obteve um melhor resultado. A carteira Defensiva mostrou um aumento de 19% do seu retorno, quando comparada com a mesma carteira igualmente dividida. Porém, a carteira Cíclica obteve um resultado muito superior, pois teve o seu retorno aumentado em 605%.

	Ibovespa	IBrX-100	Defensiva	Cíclica
Risco	1,41%	1,29%	0,93%	1,78%
Retorno	0,0051%	0,015%	0,17%	0,12%

Quadro 12: Resultado da maximização dos retornos

Dessa forma, após a otimização, as duas carteiras apresentaram retorno significativamente superior ao retorno do mercado, com destaque para a carteira Cíclica.

5.3 Carteiras com menor risco

O risco da carteira Defensiva foi diminuído em 15% em relação à carteira igualmente dividida e apresentou um risco de quase a metade da carteira Cíclica, enquanto o retorno continuou o mesmo. Já a carteira Cíclica obteve um risco 9,6% menor. Em comparação com os índices, a carteira Cíclica continuou com o pior desempenho em relação ao risco.

	Ibovespa	IBrX-100	Defensiva	Cíclica
Risco	1,41%	1,29%	0,82%	1,62%
Retorno	0,0051%	0,015%	0,14%	0,019%

Quadro 13: Resultados da minimização do risco

Esse cenário costuma ser mais utilizado por investidores conservadores, que buscam a menor exposição possível ao risco. No quadro 13, é possível observar que as carteiras que proporcionam os riscos mínimos são muito próximas das carteiras igualmente divididas, o que vem reforçar os efeitos de uma correta diversificação das carteiras de ações

5.4 Índice de Sharpe

Utilizou-se o Índice de Sharpe para comparar o desempenho das carteiras:

Índice de Sharpe	Carteiras igualmente divididas	Carteiras com maior retorno	Carteiras com menor risco
Carteira Defensiva	12,45%	15,32%	14,26%
Carteira Cíclica	-0,46%	5,01%	-0,51%
Ibovespa	-1,58%		
IBrX-100	-0,94%		

Quadro 14: resultado da comparação entre as carteiras por meio do índice de Sharpe

O ativo livre de risco utilizado foi o Certificado de Depósito Interfinanceiro (CDI), que apresentou, em Março de 2012, um resultado positivo de 0,80% e um retorno acumulado em três meses de 2,45% o que representa uma média de 0,82% no primeiro trimestre de 2012 (CAIXA ECONÔMICA FEDERAL, 2012).

A carteira Defensiva, mesmo igualmente dividida, teve o melhor resultado entre todas as carteiras, seu melhor desempenho foi na maximização do retorno. Já a carteira cíclica também apresentou o melhor resultado com a maximização do retorno, porém obteve resultados negativos quando igualmente dividida e minimizando o risco.

Os resultados das duas carteiras estudadas mostraram um desempenho significativamente superior quando comparados ao desempenho obtido pelos dois índices, ou seja, quando comparados ao desempenho do mercado.

6. CONCLUSÃO

O presente trabalho veio apresentar, na prática, como utilizar o modelo de Markowitz para a seleção de carteiras de ações no mercado acionário brasileiro. Esse processo ocorreu de forma ágil e eficiente, quando realizado através das técnicas de programação linear aplicadas em planilhas eletrônicas.

Com esse modelo, é possível obter carteiras de ações eficientes, a partir de dados históricos dos ativos disponíveis para a formação da carteira, cuja formação ocorrerá a partir das preferências individuais do investidor. Dessa forma, o modelo funciona como uma proteção para o investidor contra a volatilidade do mercado de ações, relacionando o risco e o retorno e mantendo-os em níveis administráveis por ele.

Com a obtenção e análise dos dados, pode-se concluir que o modelo de Markowitz mostra-se uma importante ferramenta na seleção de uma carteira de ativos. A diversificação de ativos pôde ser observada na prática através de um exemplo no mercado brasileiro. Essa seleção de carteiras tornou-se mais simples devido à facilidade de utilização das ferramentas eletrônicas disponíveis, sobretudo aquelas aqui tratadas, sendo acessível até aos investidores iniciantes, sem muita experiência no mercado de capitais. Dessa forma, o investidor é capaz de selecionar uma carteira que atenda às suas exigências pessoais.

Por fim, vale salientar que a realidade do mercado de capitais e das opções de diversificações de carteiras é, na prática, bem mais complexa do que os cálculos aqui apresentados. As opções para a diversificação de uma carteira são bem mais abrangentes, pois envolvem muitos outros tipos de ativos além das ações aqui mostradas.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Neirilaine S. DE; FREITAS DA SILVA, Ronaldo; RIBEIRO, K. C. de Sousa. **Aplicação do Modelo de Markowitz na Seleção de Carteiras Eficientes: Uma Análise de Cenários no Mercado de Capitais Brasileiro**. São Paulo: XIII SEMEAD. Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da USP, setembro de 2010.

ASSAF NETO, A. **Finanças Corporativas e Valor**. 3ª edição. São Paulo: Atlas, 2008. Disponível em:
<<http://www.ead.fea.usp.br/semead/13semead/resultado/trabalhosPDF/731.pdf>>
Acessado em: 03 de Agosto de 2011

BM&FBovespa. **Índice Bovespa – Ibovespa**. Disponível em:
<<http://www.bmfbovespa.com.br/indices/ResumoIndice.aspx?Indice=IBOVESPA&Opcao=0&idioma=pt-br>> Acessado em: 25 de Março de 2012

BM&FBovespa. **Índice Brasil – IBrX**. Disponível em:
<<http://www.bmfbovespa.com.br/indices/ResumoIndice.aspx?Indice=IBrX&idioma=pt-br>> Acessado em: 25 de Março de 2012

BRUNI, Adriano L. **Risco, retorno e equilíbrio: uma análise do modelo de precificação de ativos financeiros na avaliação de ações negociadas na Bovespa (1988 – 1996)**. Dissertação (Mestrado em Administração). Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo, 1998. Disponível em:
<http://www.infnitaweb.com.br/albruni/artigos/9805_Dissertacao.pdf> Acessado em: 01 de Agosto de 2011

CAIXA ECONÔMICA FEDERAL. **Índices Econômicos**. Disponível em:
<http://www.caixa.gov.br/Voce/investimentos/fundos/indice_economico/index.asp>
Acessado em 15 de Abril de 2012

CAVALCANTE, Francisco; MISUMI, Jorge Yoshio; RUDGE, Luiz Fernando. **Mercado de Capitais – o que é, como funciona**. 6ª edição. Rio de Janeiro: Elsevier, 2005.

CORRAR, Luiz J.; THEÓPHILO, Carlos Renato (Coord.). **Pesquisa operacional para decisão em contabilidade e administração: Contabilometria**. 2ª edição. São Paulo: Atlas, 2010.

COSTA MINEIRO, Andréa Aparecida da. **Aplicação de Programação Não-Linear como ferramenta de auxílio à tomada de decisão na gestão de um clube de investimento**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) Universidade

Federal de Itajubá – MG: setembro de 2007. Disponível em: <<http://adm-net-a.unifei.edu.br/phl/pdf/0032105.pdf>> Acessado em: 04 de Agosto de 2011
 DIAS CURTO, J. J. **Contributos para o desenvolvimento da teoria financeira**. Publicado na revista portuguesa e brasileira de gestão. Outubro de 2002. Disponível em: <<http://iscte.pt/~jjdc/Artigos/PaperRPG.pdf>> Acessado em: 03 de Agosto de 2011

GITMAN, Lawrence J. **Princípios da Administração Financeira**. 12ª edição. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

GONÇALVES Jr, Cleber; PAMPLONA, Edson de O.; MONTEVECHI, José A. **Seleção de Carteiras Através do Modelo de Markowitz para Pequenos Investidores (Com o Uso de Planilhas Eletrônicas)**. Bauru, SP: IX SIMPEP, outubro de 2002. Disponível em: <<http://www.iepg.unifei.edu.br/edson/download/Artclebersimpep2002.pdf>> Acessado em: 05 de Setembro de 2011

GUIMARÃES Jr., Francisco Roberto Farias. **Resposta a Nakamura**. Programa de Pós-Graduação em Administração – PROPAD. Universidade Federal de Pernambuco – UFPE, 2012.

HIEDA, Akinori; ODA, André Luiz. **Um estudo sobre a utilização de dados históricos no modelo de Markowitz aplicado à bolsa de valores de São Paulo**. São Paulo: III SEMEAD. Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da USP, outubro de 1998. Disponível em: <<http://www.ead.fea.usp.br/semead/3semead/pdf/Finan%E7as/Art111.PDF>> Acessado em 20 de Agosto de 2011

LIMA, G.A.S.F.; YAMAMOTO, M. M.; LIMA, I.S.; MALACRIDA, M. J. C. **Um Estudo da Eficiência Informacional do Mercado Acionário Brasileiro**. RIC - Revista de Informação Contábil - ISSN 19823967 - Vol. 2, n° 1, p. 1-18, jan-mar/ 2008. Disponível em: <<http://www.ufpe.br/ricontabeis/index.php/contabeis/article/viewFile/91/70>> Acessado em 30 de outubro de 2012

ROSS, Stephen A.; WESTERFIELD, Randolph W.; JAFFE, Jeffrey F. **Administração Financeira: Corporate Finance**. 2ª edição. São Paulo: Atlas, 1995.

SANVICENTE, Antônio Z.; BELLATO, Letícia L. N. **Determinação do Grau Necessário de Diversificação de uma Carteira de Ações no Mercado de Capitais Brasileiro**. São Paulo: VII SEMEAD, 2004. Disponível em: <http://www.ead.fea.usp.br/semead/7semead/paginas/artigos%20recebidos/Finan%E7as/FIN31-_Determina%E7%E3o_do_grau_necessario_diversi.PDF> Acessado em 07 de Outubro de 2011