UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CAMPUS IV – LITORAL NORTE
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

ANTÔNIO SILVA DA CRUZ

UTILIZAÇÃO DO GEOGEBRA COMO PROPOSTA METODOLÓGICA PARA AUXILIAR ALUNOS DA 3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO NA APRENDIZAGEM DE CÔNICAS

Rio Tinto – PB
2018

ANTÔNIO SILVA DA CRUZ

UTILIZAÇÃO DO GEOGEBRA COMO PROPOSTA METODOLÓGICA PARA AUXILIAR ALUNOS DA 3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO NA APRENDIZAGEM DE CÔNICAS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentada à Comissão Examinadora do curso de Graduação da Universidade Federal da Paraíba, de acordo com a Universidade Federal da Paraíba como exigência parcial para a conclusão do curso de graduação em licenciatura Matemática.

Orientador: Prof. Ms. Emmanuel de Sousa Fernandes Falcão

Rio Tinto– PB
2018

C955u Cruz, Antônio Silva da.
Utilização do Geogebra como proposta metodológica para auxiliar alunos da 3ª série do ensino médio na aprendizagem de cônicas. / Antônio Silva da Cruz. – Rio Tinto: [s.n.], 2018.
66f. : il.

Orientador(a): Prof. Ms. Emmanuel de Sousa Fernandes Falcão.
Monografia (Graduação) – UFPB/CCAE.

1. Ensino da Matemática. 2. Geogebra. 3. Softawre.

UFPB/BS-CCAE CDU: 512.7

UTILIZAÇÃO DO GEOGEBRA COMO PROPOSTA METODOLÓGICA PARA AUXILIAR ALUNOS DA 3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO NA APRENDIZAGEM DE CÔNICAS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentada à Comissão Examinadora geral do curso de Graduação em Licenciatura Matemática pela Universidade Federal da Paraíba como exigência parcial e legal para a obtenção do título de graduado na área de Licenciatura Matemática.

Orientador: Prof. Ms. Emmanuel de Sousa Fernandes Falcão

Aprovada em: 06/06/2018

BANCA EXAMINADORA

Prof. Ms. Emmanuel de Sousa Fernandes Falcão – UFPB/DCX (Orientador)

Prof. Dr. Claudilene Gomes da Costa – UFPB/DCX (Avaliadora)

Prof. Dr. Maria da Penha Caetano de Figueiredo Gill – UFPB/DE (Avaliadora)

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho primeiramente a minha mãe, Maria José, que nunca estudou na vida por falta de oportunidades, mas que sempre me apoiou e incentivou os meus estudos. Dedico esta obra também a minha esposa, Juliane, que me compreendeu nas horas difíceis. A minha irmã, Navegantes, que sempre torceu por mim e me apoiou nas minhas escolhas.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, o criador do céu e da terra, por ter iluminado a minha mente, fazendo com que eu viesse a escolher o curso de Licenciatura em Matemática, e por ter me guiado em toda trajetória da minha vida. Agradeço a Ele por estar presente na minha vida, abrindo as oportunidades e fazendo com que eu realizasse mais esse sonho.

Agradeço a minha querida mãe Maria José, por acreditar sempre no meu potencial, dando-me o apoio necessário e suficiente para que eu pudesse concluir mais uma etapa da minha vida.

Agradeço a minha esposa, Juliane, por ter me apoiado durante todo esse período da minha graduação, por ter sido compreensiva nos momentos de apertos.

Agradeço ao meu grande amigo Edson, por ter me ajudado por muitas vezes quando precisei, quando tive dificuldades para compreender alguns assuntos ali estava ele para me ajudar. Agradeço por ter disponibilizado o seu precioso tempo para tirar minhas dúvidas, e até mesmo por ter ido a minha residência nos finais de semana só para me ajudar.

Agradeço a grande Professora Doutora Claudia Kranz, hoje na UFRN, pelo grande legado que deixou na UFPB - Campus IV, principalmente por sua maneira diferenciada de trabalhar com a Matemática, apresentando metodologias alternativas para lecionar essa disciplina.

Agradeço, com muito carinho e estima, por ter aceitado o convite de ser meu orientador ao Professor Emmanuel de Sousa Falcão, pela sua orientação e paciência, pela grande ajuda e pela seriedade que conduz seus trabalhos. A ele meus sinceros agradecimentos, devido à dedicação e motivação que me foram dadas por ele. Sem ele, com certeza não teria conseguido chegar até o fim.

Agradeço a todos os meus amigos que conheci durante a graduação, que apesar da distância, sempre estiveram presentes apoiando e ajudando nos momentos que eu precisava.

Agradeço também as coordenadoras do PIBID, Agnes e Claudilene, pelo grande aprendizado que tive durante os quatros anos que fiz parte do programa. E muitos outros professores que eu tive o prazer de estudar, como professor Givaldo de Lima e o professor Helio Pires, professor Elias, a professora Penha Caetano que muito nos ensinou sobre didática para a sala de aula.

Enfim agradeço a todos que me apoiaram e torceram para que eu viesse a concluir mais essa etapa da minha vida.

O temor do Senhor é o princípio do conhecimento; os loucos desprezam a sabedoria e a instrução. Provérbios 1:7

RESUMO

Nosso trabalho versa sobre o uso de tecnologias para o Ensino de Matemática, a ver: GeoGebra. Tivemos por objetivo Elaborar e analisar uma sequência didática, com o conteúdo de secções cônicas, para alunos do 3º ano do Ensino Médio, através de construção e manipulação das figuras geométricas no *software* em destaque. Para atingir nosso objetivo nos lançamos à identificação dos discursos teóricos que apontam para o uso da tecnologia no ensino de Matemática; Elaboramos uma sequência didática com o conteúdo de secções cônicas e analisamos a sequência didática. Foi efetuado um estudo do tipo pesquisa bibliográfica, qualitativa quanto a sua abordagem e descritiva quanto a seus objetivos. Pesquisamos 28 autores, 32 obras, 11 sítios virtuais, datados entre os anos de 1992 e 2018. Entre os principais autores usamos Oliveira (2013); Boyer (2010); Brasil (2006) e outros. Sugerimos cinco aulas envolvendo o conteúdo de Cônicas (parábola, elipse e hipérbole). Analisamos nossa proposta em pontos fortes e fracos. Foi conclusivo que o estudo tem pertinência científica, uma vez que haja referenciabilidade teórica a favor do uso de tecnologias na educação. Como contribuições do estudo, destacamos que reforçamos a necessidade de se aproximar os *softwares* matemáticos da realidade da sala de aula e de incentivar a pesquisa matemática em conjunto com a manipulação dinâmica de seus elementos. Quanto às possibilidades de futuros estudos apontou-se a aplicabilidade de nossas sugestões didáticas e aferimento de seus resultados.

Palavra-chave: Ensino. Matemática. Tecnologia. GeoGebra.Cônicas.

ABSTRACT

Our work is about the use of technologies for Teaching Mathematics, that: GeoGebra. We had as objective to elaborate and analyze a didactic sequence, with the content of conical sections, for students of the 3rd year of High School, through the construction and manipulation of the geometric figures in the featured *software*. In order to reach our goal, we launched the identification of the theoretical discourses that point to the use of technology in the teaching of Mathematics; We elaborated a didactic sequence with the content of conic sections and analyzed the didactic sequence. A bibliographic research study was carried out, qualitative in terms of its approach and descriptive of its objectives. We searched for 28 authors, 32 works, 11 virtual sites, dated between the years 1992 and 2018. Among the main authors we use Oliveira (2013); Boyer (2010); Brazil (2006) and others. We suggest five lessons involving the content of Conics (parabola, ellipse and hyperbola). We analyze our proposal in strengths and weaknesses. It was conclusive that the study is scientifically pertinent, since there is theoretical reference in favor of the use of technologies in education. As contributions of the study, we emphasize that we reinforce the need to be closer to mathematical *software* of classroom reality and to encourage mathematical research in conjunction with the dynamic manipulation of its elements. Regarding the possibilities of future studies, it was pointed out the applicability of our didactic suggestions and benchmarking of their results.

Keywords: Teaching. Mathematics. Technology. GeoGebra. Conics.

SUMÁRIO

MEMORIAL **10**
Considerações acerca de Cruz, A. S. **10**

1 INTRODUÇÃO **15**
1.1 Justificativa **15**
1.2 Objetivos **17**
1.3 Pressupostos Teórico-Metodológicos **17**
1.4 Estrutura do Trabalho **19**

2 TECNOLOGIA, GEOGEBRA E SECÇÕES CÔNICAS: Proposta Didática **20**
2.1 O Ensino e Aprendizagem da Matemática **20**
2.2 O Uso de Tecnologia no Ensino **23**
2.3 O uso de *software* no ensino da Matemática **25**
2.4 Considerações iniciais sobre secções cônicas **27**
2.5 O uso do *software* GeoGebra no ensino de cônicas **29**

3 PROPOSTA DIDÁTICA **36**

4 ANÁLISE DA PROPOSTA DIDÁTICA **58**

4.1 Pontos fortes da proposta **58**
4.2 Pontos fracos da proposta **60**

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS **62**

REFERÊNCIAS **63**

MEMORIAL

O memorial se faz importante por ter como objetivo o auxílio ao leitor do estudo acerca das influências que o autor da pesquisa obteve durante a vida escolar, familiar, profissional e acadêmica, bem como essas influências refletiram sobre a escolha da temática, ao modo de interpretar os dados das pesquisas e como esses traços puderam coadunar para as conclusões do trabalho.

Considerações acerca de Cruz, A. S.

Nasci no ano de 1985, na cidade de Rio Tinto[1], Estado da Paraíba. Tenho três irmãos, sendo um homem e duas mulheres. Meus pais são agricultores, moravam em sítio, nenhum dos dois sabem ler ou escrever, pois as coisas sempre foram mais difíceis para quem vive na zona rural.

Nossa casa ficava cerca de cinco quilômetros de distancia da escola mais próxima. Comecei a estudar com cinco anos de idade, incentivado pela minha irmã mais velha, que era responsável por me deixar e também me buscar na escola. Meus pais não tinham tempo, eles estavam sempre trabalhando na lavoura e o caminho era muito perigoso para uma criança daquela idade. Se dependesse de minha mãe, eu só começaria a estudar, apenas quando eu estivesse um pouco mais velho. Nesse mesmo ano, minha irmã, na época com 15 anos, resolveu sair de casa para procurar emprego na cidade de Campina Grande[2], Estado da Paraíba, e eu fiquei sem ter alguém que pudesse me levar para a escola, mal comecei a estudar, já tive que parar.

Meu irmão do meio, dois anos mais velhos do que eu, não queria estudar, não tinha mentalidade pra decifrar a vida pesada de agricultor que levava nossos pais, preferia ficar em casa ajudando na plantação. Apesar de ser muito jovem na época, me recordo que sempre estava motivando ele para que pudéssemos ir juntos para à escola. Entretanto, não teve jeito, e minha mãe só veio me matricular quando eu tinha 8 anos de idade, pois já tinha capacidade de ir sozinho e voltar da escola.

---

[1]Rio Tinto é Município do Estado da Paraíba (Brasil), localizado na região metropolitana de João Pessoa com distanciamento de aproximadamente 52 quilômetros (km) da capital João Pessoa. Área de 466 Km², população de 23,431 habitantes.

[2] Campina Grande é Município do Estado da Paraíba (Brasil), localizado na região na região metropolitana de Campina Grande, com distanciamento de aproximadamente 132 quilômetros (km) da capital João Pessoa. Área de 593,026. População de 410,332 habitantes.

No ano de 1996, meus pais venderam o sitio para comprar uma casa na rua principal, do Sitio Camurupim[3], na época, sítio pertencente a Rio Tinto. No sitio onde nós morávamos não tinha água, nem energia elétrica, a iluminação era feita através de candeeiros. Para pegarmos água, tínhamos que buscá-la de carrinho de mão, cerca de três quilômetros de distancia de nossa casa. No vilarejo, tínhamos tudo isso a nossa disposição, inclusive, transporte que passava na rua em frente a nossa casa, sem citar que a escola ficou mais próxima com a mudança.

Apesar de ter começado tarde a estudar, não tive muitas dificuldades para aprender a ler, pois dois anos após ter iniciado, já lia muito bem, o que causou uma revolução na minha vida, porque eu passei da Alfabetização, (na época era assim que chamavam as séries iniciais.) para a Segunda Série, sem ter a necessidade de estudar a Primeira Série. Terminei o Ensino Fundamental I na escola onde comecei, e no ano seguinte tive que ir para a cidade de Rio Tinto, pois onde morávamos não tinha a série que eu iria estudar por esse motivo a prefeitura disponibilizava ônibus para os alunos irem à escola da cidade.

Em Rio Tinto, eu fiz 5ª e 6ª séries, quando eu estava cursando a 7ª série, minha irmã que morava no Rio de Janeiro, me convidou para ir morar com ela, vi naquele convite uma oportunidade de mudar minha vida, pois onde eu morava, os trabalhos mais comuns eram na agricultura e na pesca.

No ano de 1999, no mês de Novembro, com 15 anos, viajei para o Rio de Janeiro, onde eu ficaria por uma década. Como eu não conclui a 7ª serie, antes da viagem, tive que me matricular novamente na mesma série. Em 2000, consegui meu primeiro emprego de carteira assinada, foi numa fábrica de bordados de roupas. Eu trabalhava à tarde, das 14 às 22 horas, o horário era bom porque dava para conciliar com meus estudos, pois eu ia para a escola pela manhã. Fiquei um ano trabalhando nesse horário, até que o patrão trocou meu turno, e agora eu entraria as 22:00 e sairia às 06:00 horas, o que faria eu mudar de escola, porque eu não tinha condições de chegar do trabalho cansado e ir em seguida estudar. O único turno disponível, para mim, era à tarde, mas a escola não tinha vaga nesse horário o que me fez pedir transferência da instituição.

Na nova escola, com muito sacrifício, eu terminei o Ensino Fundamental II, e em seguida fui mandado embora do trabalho, fiquei sem emprego por três meses, até que consegui uma oportunidade em uma empresa cerealista, que fornecia produtos atacados para pequenos empreendedores. O horário era um pouco puxado, porque eu trabalhava das 05:00

[3] Camurupim é uma aldeia indígena localizada no Litoral Norte do Município de Marcação estado da Paraíba, distante 94 Km da capital João Pessoa. População de 1,150 habitantes.

da manhã às 17:00 da tarde. Como eu estudava a noite, no Ensino Médio, dava para conciliar, eu saia do trabalho e ia direto para a escola, chegava em casa às 21:30, ia dormir as 22:30 e já tinha que acordar as 04:00 horas.

Foi nesse emprego que eu tive meu primeiro contato com o computador. Meu cargo era de serviços gerais, como o próprio nome já diz eu fazia de tudo um pouco. Por exemplo, separava mercadorias para os clientes, recebia mercadorias de fornecedores, arrumava no deposito, varia o deposito e etc. Nas horas de pouco movimento eu ia para o balcão dos operadores de caixas aprender a mexer nos computadores, pois tinha muita curiosidade e uma operadora de caixa me ensinava, em pouco tempo eu aprendi a operar o caixa da empresa. Até que um dia uma das operadoras adoeceu e não pode ir ao trabalho, foi então que o patrão me pediu para substituí-la, pois a loja estava cheia e só duas operadoras não estavam dando vencimento, aceitei o convite e desde aquele dia eu ganhei mais uma função no meu trabalho. Fiquei nesse emprego por apenas oito meses, porque era muito cansativo e estava atrapalhando meus estudos, tinha dias que eu dormia em sala de aula, e por muitas vezes, não entendia os conteúdos que os professores passavam por causa do cansaço.

Depois que eu saí do meu último emprego, fiquei trabalhando na informalidade, distribuindo panfletos nas ruas para uma loja de joias, pois meu foco maior era terminar o Ensino Médio e fazer faculdade. Quando eu estava cursando o 3ª serie, consegui um trabalho de carteira assinada, foi em um Bingo. Trabalhava a noite como faxineiro, a jornada de trabalho era de doze horas seguidas, mas tinha trinta e seis horas de descanso. Como eu também estudava a noite tive que falar com a direção sobre minha situação, pois haveria semana que eu faltaria duas a três vezes por noite. Recordo-me que nesse mesmo ano teve uma greve nas escolas e ficamos quase três meses sem aula.

Meu tempo era muito corrido, mas encontrei uma maneira de fazer um cursinho pré-vestibular comunitário, era nos finais de semana, pois tinha muita vontade de fazer um curso superior em História. Eu me identificava muito com a área de Ciências Humanas e Ciências Sociais. Antes de eu terminar o Ensino Médio, fui mandado embora do emprego, porque os bingos começaram a serem fechados, eu tive que voltar a trabalhar nas ruas panfletando.

Eu era bom em Matemática, mas não tinha aquela paixão, até que na 3ª serie do Ensino Médio eu conheci o professor André e seu método de ensinar essa disciplina. Ele explicava de maneira contextualizada e divertida, dava prazer assistir suas aulas, e dessa forma eu não tinha dificuldades de compreender os conteúdos, não ficavam dúvidas, foi então que eu mudei meu conceito sobre a Matemática. Nesse mesmo ano, eu prestei vestibular para a UERJ (Universidade Estadual do Rio de Janeiro), porém não logrei êxito, porque as vagas

eram bastante concorridas e o cursinho que eu fizera não me deixou preparado, pois como era comunitário, solidário, os professores faltavam muito.

Terminei o Ensino Médio em 2006 e agora me dedicara ao trabalho e a fazer alguns cursos profissionalizantes, como de eletricista e instalador de linhas telefônicas. Porém não tive nenhuma oportunidade de trabalho nessas áreas. Fiquei na cidade do Rio de Janeiro por mais quatro anos trocando de emprego, sem aparecer nada na minha área, foi então que no ano de 2010 resolvi voltar para a Paraíba, pois já estava cansado da cidade grande.

Chegando à minha terra, descobri que tinha um Campus da UFPB (Universidade Federal da Paraíba) em Rio Tinto, e melhor ainda, que havia o curso de Licenciatura em Matemática no turno da noite. Logo, me interessei em estudar novamente. Fazia quatro anos que eu tinha terminado os meus estudos primário, mas estava com vontade de estudar novamente, foi então que eu tentei me inscrever no vestibular, mas tive uns problemas na documentação e não deu pra resolver, então perdi a inscrição.

No ano de 2011, descobri que na minha cidade, Marcação[4], tinha um cursinho pré-vestibular oferecido pela UFPB, então eu me inscrevi, pois eu tinha esquecido de muitos conteúdos, já faziam cinco anos que eu não entrava em uma sala de aula. Como eu já tinha terminado o Ensino Médio, eu tive que fazer todas as provas do Processo Seletivo Seriado - PSS (PSS I, PSS II e PSS III), com muito esforço e dedicação consegui passar, e em 28 de Outubro de 2012, após uma longa greve dos professores, comecei a estudar na UFPB.

Minha entrada na universidade mudou muito minha vida, logo no primeiro período eu consegui um trabalho na minha cidade como monitor do PETI - Programa de Erradicação do Trabalho Infantil, no qual eu dava aulas de reforço de Matemática para os jovens que participavam do programa.

Já na universidade eu também consegui uma bolsa no PIBID - Programa de Iniciação a Docência, no qual eu aprendi muita sobre como lecionar a Matemática. Depois de dois anos, acabou meu contrato com o PETI, e eu passei a me virar com a bolsa do PIBID. Como eu morava muito longe de Rio Tinto, minha mãe, que sempre me incentivou, comprou para mim uma moto velha. Foi fundamental para minha locomoção até a universidade.

Meu primeiro contanto com o computador na universidade se deu na disciplina de Calculo Diferencial e Integral I, no primeiro período, na época, o professor Elias ministrava essa disciplina. Nas suas aulas, Elias sempre levava o projetor de imagem e o seu computador

[4] Marcação é um Município do estado da Paraíba localizado na Região Geográfica Imediata de Mamanguape-Rio Tinto com distanciamento de aproximadamente 86,5 quilômetros (km) da capital João Pessoa. Área de 122,897 Km², população 8,475 habitantes.

portátil, pois ele usava o *software* GeoGebra para mostrar os gráficos de funções. Depois, ele elaborou uma oficina no qual ele auxiliava os alunos a manusearem o *software* em destaque. No período seguinte, na disciplina de Informática Aplicada a Matemática, ministrado pela professora Cibelle, foi possível adquirir mais conhecimento sobre o GeoGebra.

Dessa forma, eu me encantei pelo aplicativo, e fiquei interessado em aprender mais sobre ele, de modo autodidata mesmo. Não obstante, sobre o conteúdo de cônicas, eu, no Ensino Médio, não tive contato com o conteúdo. Fui conhecer o assunto no segundo período da graduação na disciplina de Cálculo Vetorial, na época, ministrada pelo professor Jamilson Campos. Foi um conteúdo, que assim que eu vivenciei, eu gostei. Sai-me muito bem nas provas desse assunto.

Em paralelo a esses eventos, a professora Cibelle solicitou a nossa turma que elaborasse uma aula experimental usando o GeoGebra, sobre qualquer conteúdo. Eu e meus colegas de atividade nos interessamos em estudar cônicas no GeoGebra, foi uma experiência muito boa, daí então eu coloquei na cabeça que iria escrever meu Trabalho de Conclusão de Curso sobre GeoGebra e Cônicas. Sendo essa, as premissas e motivações pessoais que me levaram a escolha do tema e opção do recurso metodológico alvo de nosso estudo.

1 INTRODUÇÃO

Este capítulo tem por objetivo apresentar a estrutura da pesquisa, nas graduações de Justificativa, Objetivos e Pressupostos Teórico-Metodológicos.

1.1 Justificativa

Como expresso no Memorial, nosso contato com Tecnologia a favor do Ensino da Matemática, se deu no Ensino Superior. Tal evento nos ofertou muitas reflexões sobre as possibilidades de visualização do abstrato. Consequentemente, uma maior facilitação na compreensão de elementos matemáticos. Além disso, julgamos que, quando o discente está manipulando um elemento tecnológico, ele fica ativo e dinâmico no processo de construção de seu ensino, se distanciando assim, das aulas, eventualmente ditas como tradicionais[5].

Vivemos em uma época em que o avanço tecnológico tem nos proporcionado ferramentas que pode facilitar nossas vidas, e uma delas é a informática, através do uso do computador. Com o desenvolvimento das novas Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC), o computador, *softwares* e celulares tem exercido um papel muito importante para a sociedade atual e, o seu uso tem apresentado mudanças importantes em várias esferas sociais, como por exemplo, no trabalho, na economia, na política, na educação entre outras.

Em relação ao seu uso em sala de aula, o computador e variações de microprocessadores (como celulares, tablets, e etc) podem ajudar no processo de ensino-aprendizagem de uma maneira desafiadora e dinâmica, possibilitando que o educador e educando tenham uma maior interação com os conteúdos que estão sendo abordados em sala de aula, podendo assim facilitar a aprendizagem dos alunos, principalmente com aqueles conteúdos que eles têm mais dificuldades.

Já se tratando do ensino de Matemática, mais precisamente Geometria Analítica, que é um conteúdo trabalhado no Ensino Médio, Oliveira (2014) destaca que o ensino de Geometria Analítica através de visualização das figuras geométricas, facilita a aprendizagem do aluno de forma bem mais prática e dinâmica, utilizando o computador como recurso pedagógico, destacando em especial os *softwares*, principalmente os de Geométrica Dinâmica.

[5] Modelo tradicional de ensino é, a nosso ver, o ensino que dificulta a participação do discente na construção da aula, e essa, por sua vez, é baseada na explicação do professor, apresentação de exemplos e aplicação de exercícios de fixação.

Os professores de Matemática tem que perceber a necessidade de se adequar as novas mudanças no processo de ensino-aprendizagem, e para isso é preciso que eles busquem novas metodologias que possam dinamizar suas aulas e que despertem mais o interesse do aluno. Metodologias essas que possam ajudar o educando no entendimento da Geometria Analítica, de uma maneira mais específica o conteúdo de cônicas. Pois, geralmente, a maneira tradicional do professor de abordar as secções cônicas em sala de aula, distante da realidade dos alunos, pode causar desinteresse. A falta de visualização geométrica das figuras elipse, hipérbole e parábola, causa uma abstração maior, o que pode levar o aluno a ter mais dificuldades para compreender esse conteúdo.

De acordo com Oliveira (2011, p.13) “[...] nos últimos anos, as secções cônicas, quando estudadas no Ensino Médio, são quase sempre definidas como “lugar geométrico”, limitando-se apenas a encontrar as equações reduzidas das curvas”. O professor transmite esse conteúdo de uma forma limitada, sem contextualização e sem representação geométrica das cônicas. Esse modo de abordar o conteúdo gera no aluno questionamentos sobre a sua aplicabilidade no seu dia-dia, o que causa desinteresse e dificulta a aprendizagem.

Segundo Oliveira (2011, p.13) "[...] a forma de estudar tal conteúdo, quando o que é avaliado se restringe apenas às suas equações, o professor utiliza a aula expositiva como único recurso didático, reduzindo ao máximo o estudo das cônicas". Vemos que há uma necessidade de procurar metodologias que se possa abordar o conteúdo de cônicas de modo que venha facilitar a aprendizagem do aluno, de uma maneira que ele aprenda significativamente.

Pensando em toda a suposição teórica narrada, justificam-se estudos que visem apresentar uma proposta alternativa para o ensino de Geometria Analítica, abordando o conteúdo das secções cônicas, tendo como alvo alunos do 3° ano do Ensino Médio, utilizando o *software* de Geometria Dinâmica Geogebra. Esse *software* matemático pode proporcionar uma melhor visualização e a representação geométrica das cônicas, podendo assim instigar e despertar o interesse do aluno, levando-o uma melhor compreensão desse conteúdo.

1.2 Objetivos

Geral: Elaborar e analisar uma sequência didática, com o conteúdo de secções cônicas, para alunos do 3º ano do Ensino Médio, através de construção e manipulação das figuras geométricas no *software* GeoGebra.

Específicos:

- Identificar os discursos teóricos que apontam para o uso da tecnologia no ensino de Matemática;
- Elaborar uma sequência didática com o conteúdo de secções cônicas;
- Analisar a sequência didática;
- Propor encaminhamentos para pesquisas futuras.

1.3 Pressupostos Teórico-Metodológicos

A proposta de trabalhar com uso de *softwares* para facilitar a visualização do conteúdo de Geometria Analítica surgiu da reflexão sobre aulas do próprio curso de Licenciatura Matemática, da Universidade Federal da Paraíba, Campus IV, Rio Tinto, no qual já foi descrito no memorial da presente pesquisa. Em nossa experiência pessoal pudemos constatar que quanto mais participação discente, mais pareceu ocorrer empenho na assimilação do conteúdo. Passamos a refletir que, como elemento dinamizador na aula, atividades que incitem a participação dinâmica do estudante, em conteúdos de difícil visualização, devem ser mais utilizadas em prol da aprendizagem dos envolvidos no processo do uso de tecnologias que ofertem essa possibilidade.

Dessa forma, nos questionamos: Poderia o GeoGebra[6] auxiliar na compreensão do conteúdo de secções cônicas em Geometria Analítica?

Com fins de responder a questão é pautado nas reflexões iniciais e em consequência da forma como abordamos, de modo interno, uma oficina sobre GeoGebra e Cônicas, pudemos propor um planejamento didático para a sala de aula. Dessa forma nos instigamos a pensar abordagens, envolvendo a facilitação da visualização de elementos da Matemática

[6] O software é livre e podemos baixá-lo a partir de várias plataformas. Este aplicativo foi criado no final do ano de 2001 por Markus Hohenwarter, de acordo com Bolgheroni e Silveira (2008). Seu nome vem da aglutinação dos termos “GEO”metria e ál”GEBRA”.

através do uso de tecnologias, para exercitar e conceituar elementos das cônicas, em Geometria Analítica.

A fim de chegarmos ao produto final, de um planejamento didático, e tendo em vistas que o objetivo de um Trabalho de Conclusão de Curso é retratar "[...] um exigente processo de pesquisa e de reflexão, sustentada em referenciais teóricos e praticada de acordo com os procedimentos metodológicos e técnicos apropriados" (SEVERINO, 2002, p.73), efetivamos uma pesquisa exploratória de caráter qualitativo.

Gil (2002) explica que esse tipo de pesquisa tem como objetivo proporcionar maior familiaridade com o problema, assim como também o aprimoramento de ideias ou a descoberta de intuições. Pois, dessa forma, estaremos atuando diretamente com a problemática, na qual podemos verificar de perto o que está lhe ocasionando, assim como também, criar mecanismos para solucioná-lo.

Partindo desse principio, a metodologia que utilizaremos para a realização dessa pesquisa se baseou em uma atividade interna a uma disciplina, por meio de oficina proposta pelos alunos. Na experiência, já narrada no Memorial, utilizamos como recurso pedagógico o *software* de Geometria Dinâmica, GeoGebra, cujo qual trabalhamos o conteúdo de cônicas com outros discentes do próprio curso de Licenciatura Matemática.

Nessa pesquisa traremos a proposta de planos de aula para abordar as secções cônicas de uma maneira diferenciada, utilizando como recurso pedagógico o *software* GeoGebra, no qual será incentivado a aprendizagem por meio de construções e manipulações das figuras Elipse, Hipérbole e Parábola. Para isso, é necessário que também se faça uma revisão bibliográfica.

Foi imprescindível efetuarmos uma revisão bibliográfica, escolhida mediante a luz dos conceitos dos principais autores que versam sobre Tecnologias na Educação, e uso do GeoGebra, para uma discussão possível no que diz respeito a identificar quais os principais conceitos e as ideias até agora apresentada em relação ao ensino de Geometria. Em nosso contexto, estariam em três palavras chaves, são elas: Tecnologia, Geometria Analítica, Secções Cônicas. Efetuamos uma revisão bibliográfica, que se debruçou sobre 28 autores, 32 obras, 11 domínios virtuais, datados entre 1992 e 2018. Segundo as autoras Marconi e Lakatos (1992), caracteriza-se como pesquisa bibliográfica:

> A pesquisa bibliográfica é o levantamento de toda a bibliografia já publicada, em forma de livros, revistas, publicações avulsas e imprensa escrita. A sua finalidade é fazer com que o pesquisador entre em contato direto com todo o material escrito sobre um determinado assunto, auxiliando

> o cientista na análise de suas pesquisas ou na manipulação de suas informações. Ela pode ser considerada como o primeiro passo de toda a pesquisa científica. (MARCONI; LAKATOS,1992, p. 75).

Para avançarmos nos produtos finais desse estudo, elaboramos três fases:

A) Apresentação de um capítulo teórico sobre Ensino e uso de tecnologias;

B) Propositura de um planejamento didático que envolva elementos da Geometria Analítica, em especial, secções cônicas;

C) Análise da sequencia proposta seguido de encaminhamento para pesquisas futuras.

Advogamos que se trata de uma valiosa contribuição, na área escolar, sugerir a inserção de elementos tecnológicos para o ensino da Geometria como possível resposta ao desinteresse estudantil nas aulas de Matemática.

1.4 Estrutura do Trabalho

Apresentamos essa pesquisa estruturada em quatro capítulos:

Inicialmente tecemos considerações sobre a vida do pesquisador do trabalho e em seguida escrevemos o primeiro capítulo: a Introdução. Neste capítulo expomos algumas considerações sobre nosso trabalho no que tange fundamentos teórico-metodológicos, objetivos e justificativa da pesquisa, que está voltada para o ensino de Geometria Analítica.

O segundo: “Tecnologia, GeoGebra e Secções Cônicas” tem por objetivo ofertar ao professor uma oportunidade de refletir sobre o ensino conteudista associado ao uso da tecnologia. Nesse capítulo, realizamos uma revisão literária sobre as palavras chaves: “Secções cônicas” e “GeoGebra”, evoluindo para nossa proposição de planejamento didático.

O terceiro: “Sequência Didática: As secções cônicas e a Tecnologia”, narramos uma construção didática, de caráter autêntico, com encaminhamentos de atividades. Neste capítulo descrevemos cinco aulas envolvendo parábola, elipse e hipérbole.

O quarto: “Análise da Proposta Didática”, fazemos um estudo de nosso trabalho teórico, quanto a seus pontos pós e contra.

O quinto: Considerações finais, apresentamos as contribuições de nosso trabalho e a síntese de nossas reflexões sobre a relevância da temática, bem como os norteio de possibilidades de pesquisas futuras.

2 TECNOLOGIA, GEOGEBRA E SECÇÕES CÔNICAS

O objetivo desse capítulo é efetuar uma síntese teórica sobre o uso da tecnologia e o conteúdo de secções cônicas, área de estudo da geometria analítica, em sala de aula. Em especial, utilizaremos o GeoGebra[7]. Atualmente, é pacífico o entendimento de que o ensino deve ofertar meios que germinem tantas aulas com metodologias alternativas ao modelo tradicional[8], como aulas envolvendo outras proposituras didáticas menos frias, em relação à participação estudantil, com fins de atingir resultados favoráveis. Dessa forma, com o intuito de contribuir para o cenário escolar, resolvemos propor um planejamento didático, ao conteúdo, já mencionado, de secções cônicas, com recurso metodológico do uso das tecnologias.

2.1 O Ensino e Aprendizagem da Matemática

A Matemática, a título de senso comum, é vista pelos discentes como uma disciplina muito complicada devido a sua complexidade. Como depoimento informal, e corriqueiro nas falas de corredores das instituições escolares de muitos contextos, essa complexidade tem causado aversão aos estudantes, tornando típicas expressões como: "[...] eu não gosto de Matemática" ou "[...] onde eu vou usar isso em minha vida?". Essa problemática está atrelada, por muitas vezes, a metodologia usada por muitos docentes, ou a seja a forma que esses conteúdos são abordados em sala de aula. O tradicionalismo que envolve as aulas, tornando os discentes não participantes, pode ser um fator que tendencie o desinteresse destes. Documentos oficiais de educação, qual PCN+, afirma que:

> [...] se o professor insistir em cumprir programas extensos, com conteúdos sem significado e fragmentados, transmitindo-os de uma única maneira a alunos que apenas ouvem e repetem, sem dúvida as competências estarão fora de alcance (BRASIL, 2007, p.113).

[7] O Geogebra é um software não apenas de geometria, mas de álgebra, estatística e cálculo que nos permite a construção de figuras métricas no triângulo retângulo, podendo assim calcular essas relações de forma que os alunos consigam melhor visualizá-las. O Geogebra traz muitas vantagens em relação ao trabalho no papel ou no quadro, como movimentar em telas as figuras em diversas direções, comparar e voltar ao aspecto inicial. Devido a sua aplicação prática, possibilita fazer simulações, descobertas e investigações.

[8] Tradicionalismo ao qual nos referimos no texto é aquela aula em que o professor é o foco, detentor de todo conhecimento e que esse apenas repassa as informações que lhe é sabido ao aluno de maneira isolada, utilizando-se como metodologia aulas não participativas explanando a definição/conceito de um conteúdo, fazendo exemplos e cobrando exercícios.

Por seu turno, para Chagas (2003), a maneira tradicional dos professores abordarem os conteúdos matemáticos em sala de aula faz com que o processo de ensino-aprendizagem dos educandos se torne uma simples recepção de informes, no qual o professor transmite e os educandos só os recebem, culminando, futuramente, no esquecimento do aluno.

Os teóricos apontam para um grave problema que perpetua no ensino de Matemática, para Oliveira (2013), a Matemática tem um grande reconhecimento no sistema de ensino, e é essencial para a sociedade contemporânea. Graças a Matemática, é possível desenvolver a capacidade de raciocínio-lógico dos discentes ou até mesmo possibilitar maiores oportunidades de emprego no mercado de trabalho. Assim discute Luiz e Col (2013, p.3) que afirmam que:

> [...] o ensino da Matemática pode contribuir para a formação ética do aluno, à medida que se direcione a aprendizagem para o desenvolvimento de atitudes, como a confiança do aluno em relação à sua própria capacidade e também, em relação à capacidade do outro, assim como para a construção de conhecimentos matemáticos, empenhando-se em participar ativamente na sala de aula, respeitando o modo de pensar dos colegas. O aprendizado da Matemática deve contribuir na formação da cidadania; saber usar o raciocínio lógico, empregar mecanismos de contagens, cálculos e medidas, reconhecer diferentes formas e propriedades, e acima de tudo utilizar-se corretamente desta bagagem de conhecimentos para interagir no meio social. Assim sendo, selecionar bem os conteúdos é fundamental para o desenvolvimento das habilidades, garantindo uma aprendizagem eficiente e significativa (LUIZ ; COL, 2013, p.3).

Com base na teoria supramencionada, verificamos que a Matemática não é só uma disciplina, seu ensino nas escolas é importante, pois ela exerce um papel fundamental para o desenvolvimento da sociedade. Além disso, a Matemática, esta presente em muitas das ações do nosso dia a dia. Segundo Luiz e Col (2013), para que os educandos venham a gostar da Matemática, o ensino dessa disciplina precisa ser atrativo e prazeroso, correlacionado com seu dia-a-dia. E sabemos que a tecnologia, é um vetor presente na vida de todos. Portanto, o ensino de Matemática, associado ao uso de tecnologias, pode atender as expectativas dos alunos e fundamentar o conhecimento científico.

Todavia, a tecnologia, por si só, não garante aprendizagens significativas. O que se percebe, é que nos raros espaços de uso do computador, datashow, ou outra utilização tecnológica, é comum apenas a receptividade dos alunos, frente a dados que estão sendo apresentados pelo professor. O que houve, a nosso advogar, uma mera substituição de onde era utilizada a passividade mediante quadro e giz, para passividade discente mediante projeção. Logo, houve mudança do recurso utilizado, mas não mudança da mecânica da aula.

Segundo Silva (2004, p.2) “[...] essa maneira mecanizada de se trabalhar com a Matemática pode ser um dos fatores que contribuem para as representações que hoje se têm a respeito dessa disciplina”. Deixando claro que Silva (2004) enxerga as representações, como sendo de natureza negativa. Os PCN+ entendem que a Matemática precisa ser dinâmica, e não estática. Para os documentos oficiais:

> Aprender Matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizam e estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações, para se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias à sua formação (BRASIL, 2007, p. 111).

A nosso julgar, o uso de *softwares*, aplicativos, contextualização matemática por meio de aparatos tecnológicos pode ser uma saída para uma forma contextualizada e integrada de relacionar os conteúdos matemáticos. Por seu turno, as Orientações Curriculares para o Ensino Médio - OCEM (BRASIL, 2006, p.69) atenta que os conteúdos abordados devem ter uma aplicabilidade bem delineada. É esta:

> A forma de trabalhar os conteúdos deve sempre agregar um valor formativo no que diz respeito ao desenvolvimento do pensamento matemático. Isso significa colocar os alunos em um processo de aprendizagem que valorize o raciocínio matemático – nos aspectos de formular questões, perguntar-se sobre a existência de solução, estabelecer hipóteses e tirar conclusões, apresentar exemplos e contra exemplos, generalizar situações, abstrair regularidades, criar modelos, argumentar com fundamentação lógico-dedutiva. Também significa um processo de ensino que valorize tanto a apresentação de propriedades Matemáticas acompanhadas de explicação quanto a de fórmulas acompanhadas de dedução, e que valorize o uso da Matemática para a resolução de problemas interessantes, quer sejam de aplicação ou de natureza simplesmente teórica (BRASIL, 2006, p.69).

Julgamos que os documentos compreendem que, a maneira de se trabalhar determinado conteúdo matemático, em sala de aula, irá interferir diretamente no processo de aprendizagem. Por isso, o professor tem que abordá-los de forma objetiva para que os educandos percebam sua importância e passem a valorizá-los.

Afinado com os discursos oficiais, compreendemos que seja importante que os professores utilizem metodologias diferenciadas para chamar a atenção dos alunos quanto à importância da Matemática. Diante disso, Oliveira (2013, p.20) nos diz que:

> [...] um ambiente informatizado pode ajudar seu aluno a desenvolver uma aprendizagem muito mais rica, no qual o aluno aprende a compreender e construir os conceitos matemáticos de forma dinâmica e contextualizada, (OLIVEIRA, 2013, p.20).

Logo, vemos no uso do computador uma alternativa metodológica, fundamentada teoricamente, para ensinar a Matemática, que, se bem elaborada, poderá ser um caminho fronte a uma aprendizagem mais rica, conforme norteia os documentos oficiais aqui versados.

2.2 O uso de Tecnologias no Ensino

O uso da tecnologia tem facilitado cada vez mais as vidas das pessoas, e nos dias atuais, ela está cada vez mais presente nas nossas ações rotineiras, o que nos torna cada vez mais dependente dela. Segundo Kenski (2012), as principais mídias, como tecnologia da informação e de comunicação (TIC), estão invadindo, cada dia mais, o cotidiano das pessoas contemporâneas, elas estão intensamente presente em nossas vidas.

A título de exemplo, poderíamos citar Pereira (2015), que menciona situações matemáticas e tecnológicas coexistindo, em algumas situações, são elas: as atividades econômicas das empresas modernas da atualidade são exclusivamente dependentes das novas Tecnologias da Informação e Telecomunicação. Para o autor, essas tecnologias exercem um papel muito importante para o crescimento econômico das instituições, seja para cadastrar clientes nos bancos de dados, fazer pagamentos de funcionários, através de transferências bancária, por meio da internet, fazer cálculos complexos usando programas de computadores. De acordo Pereira (2015), através da internet pode-se preencher um cadastro para participar de um concurso público, fazer consulta de "nada consta" em todas as esferas, facilitando assim a vida das pessoas contemporâneas. Portanto, teóricos apontam para, como a tecnologia, exemplificada, atingiu as relações de tempo e espaço, do homem de hoje.

Já os PCN+ (BRASIL, 2002, p.136) também destacam a importância das Tecnologias de Informação e Comunicação para os vários setores da sociedade, com destaque para uso do computador em suas enumeras utilidades e benefícios. Para os documentos:

> [...] o crescente uso dos computadores constitui um importante capítulo à parte, pois, além de sua capacidade de edição de textos e organização de dados, abre portas para um universo de informações, com o aprendizado da "navegação" na Internet, permitindo consultar inúmeros bancos de dados e sites informativos e formativos, para não falar dos estimulantes intercâmbios individuais e institucionais. (BRASIL, 2002, p.136).

Percebemos, através da citação teórica e da documentação oficial, que várias funções podem ser realizadas por meio do uso computador, desde uma simples edição de texto até uma complexa organização no banco de dados em planilha eletrônica. Assim, o uso desse recurso tecnológico possibilita mais rapidez e agilidade na execução de determinadas tarefas do nosso cotidiano, o que tende a facilitar e ajudar a vida das pessoas, na hora da realização de seus trabalhos. Entretanto, quando se trata de Tecnologias de Informação e Comunicação para o ensino, percebemos que existem, hoje, várias controversas, como por exemplo, o uso das calculadoras nas aulas de matemática. Embora os recursos que podem serem usados com a finalidade de auxiliar o professor no processo de ensino também pode vir a ajudar o aluno na aprendizagem, ainda é possível enxergar resistência a algumas tecnologias. Mas, de modo geral, as tecnologias que tendem a serem mais usadas, são TVs, DVD e projetores de imagens.

Hoje é muito comum o uso dessas novas tecnologias em sala de aula, pois elas têm se tornado excelentes ferramentas metodológicas para auxiliar o processo de ensino-aprendizagem. Entretanto, por outro lado, elas quando mal manuseadas, chegam a ser até mais nocivas que o quadro e a aula tradicional. Porque, quando o quadro está limpo, o professor pelo menos escreve e constrói alguma coisa neste. Por incrível que pareça, sendo mais útil que trazer, por exemplo, um slide já construído, apenas para leitura.

Portanto, o uso do computador, calculadora, tecnologia qualquer, não deve ser induzido apenas à mera visualização. Segundo Ponte (2000, p.73), “[...] as novas tecnologias surgem como instrumentos para serem usados livre e criativamente por professores e alunos, na realização das atividades mais diversas”.

Notamos, na citação do autor, que as TIC podem ser usadas como ferramentas metodológicas para auxiliar o processo de ensino e aprendizagem, desde que elas sejam utilizadas com fundamentação e tenham um propósito pedagógico não apenas visual.

Para Ponte (2000), as novas Tecnologias de Informação e Comunicação podem contribuir no processo de aprendizagem de diversos conteúdos, para isso é necessário utilizar técnicas de simular e também saber manipular cognitivamente as máquinas. Para o autor, o uso das TIC como ferramentas metodológicas, utilizadas sem ter um propósito de investigação, pode ocasionar uma aprendizagem superficial. Outro contributivo do autor, Ponte (2000), é que esse destaca que através das TIC, o relacionamento entre educador e educando pode ser inteiramente alterado, quando essas são intensamente introduzidas e afinadas no ambiente educacional. Para o autor, atividades realizadas conjuntas, entre professor e aluno, se torna uma troca de experiências, e desta forma, ambos aprendem desde

que o professor compreenda a maneira de pensar e de interpretar as situações vistas por seus alunos.

Conclui-se que, teoricamente, a tecnologia está a favor da educação, os discursos oficiais de educação estão a favor da tecnologia e as representatividades teóricas, aqui enumeradas, advogam que educação e tecnologia é uma realidade que deve ser explorada com mais correlações.

2.3 O uso de *software* no ensino da Matemática

Segundo Borba e Penteado (2010), no Brasil, uma das primeiras ações para estimular e promover a implantação do uso de tecnologia informática nas escolas ocorreu em 1981 com o primeiro Seminário Nacional de Informática Educativa, no qual foram discutidos propostas para a implantação do computador, no ambiente educacional, por diversos educadores brasileiros.

A partir deste seminário, o Ministério da Educação e Cultura (MEC) junto como a Secretaria Especial de Informática criaram o Educom (Computadores na Educação), em 1983, que tinha como objetivo inserir nas universidades brasileiras centros pilotos para realizar pesquisas sobre as aplicações do computador no ambiente educacional.

Para os autores, Borba e Penteado (2010), algumas universidades como UFRJ, UNICAMP, UFRS, UFMG e UFPE foram as primeiras a pesquisar sobre os efeitos do uso do computador na área da educação, em especial, no Ensino Fundamental e Médio.

Em um recorte temporal à frente, nos dias atuais, o computador, e outras tecnologias de processamento, vêm ganhando muito espaço e é uma ferramenta importante para auxiliar o professor no ensino-aprendizagem. Essas tecnologias estão, cada vez mais, se adequando a realidade da sociedade atual, mudando a maneira de pensar de inúmeros docentes quanto a sua metodologia de usufruto.

Sabemos que tantos as crianças, como adolescentes, tem certa facilidade de manusear essa tecnologia, por serem nativos digitais. Logo, o uso desses processadores vem despertando o interesse dos discentes na sala de aula no processo de ensino. Hoje sabemos que “[...] o uso do computador na educação vem provocando várias alterações nas relações existentes no contexto educacional, já que esta ferramenta é considerada um dos dispositivos tecnológicos mais inseridos no cotidiano de nossas crianças e jovens” Nogueira (2016, p.5). Então percebemos a necessidade do professor criar métodos dentro do cotidiano do alunado de maneira inovadora e desafiadora que instigue os alunos a aprender determinado conteúdo

dentro daquilo que ele sabe e gosta de fazer. Falando sobre o uso do computador no ensino da Matemática, Mendes (2009) destaca que:

> O computador exerce um papel decisivo no ensino da Matemática nos dias atuais em virtude das possibilidades de construção de modelos virtuais para a Matemática imaginária. Todavia, apresenta uma série de vantagens e riscos, conforme os modos de uso e com base em cada proposta pedagógica em que está apoiado (MENDES, 2009, p.113).

Sabemos que o computador é uma ferramenta que traz muitos benefícios para a sociedade contemporânea, e como recurso pedagógico ele oferece diversas vantagens quanto a abordagem de certos conteúdos. Em se tratando de ferramenta para o ensino da Matemática, o computador é um excelente recurso, pois com suas múltiplas funcionalidades, ele pode possibilitar o ensino-aprendizagem da Matemática mais atrativo, tanto para o professor como para o aluno. Por outro lado, é importante saber fazer o uso correto desse recurso, porque o seu uso sem um propósito determinado em sala de aula, pode causar desinteresse por parte dos alunos.

Sobre o tema supra discutido, os documentos oficiais de educação brasileira, como as Orientações Curriculares para Ensino Médio OCEM (BRASIL, 2006, p. 88), destacam que "[...] pensando na Tecnologia para a Matemática, há programas de computador, que os alunos podem explorar e construir diferentes conceitos matemáticos, referidos a seguir como programas de expressão". Esses programas de computares ajudam tanto o professor no processo de ensino-aprendizagem da Matemática como o aluno na compreensão dos conteúdos, pois esses recursos permitem explorar de maneira mais dinâmica diversos conteúdos matemáticos, como aponta as OCEM:

> Para o estudo das funções, das equações e das desigualdades da geometria analítica (retas, círculos, cônicas, superfícies), tem-se uma grande variedade de programa de expressão. Em muitos desses programas, pode-se trabalhar tanto com coordenadas cartesianas como com coordenadas polares. Os recursos neles disponibilizados facilitam a exploração algébrica e gráfica, de forma simultânea, e isso ajuda o aluno a entender o conceito de função, e o significado geométrico do conjunto-solução de uma equação-inequação (BRASIL, 2006, p. 89).

Em outro papel oficial, as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais PCN+ (BRASIL, 2002), destaca que, na atualidade, o computador ganha mais importância, em relação a outros recursos tecnológicos, pois como instrumento pedagógico ele permite a abordagem de problemas com dados reais,

possibilitando que o aluno tenha a oportunidade de se familiarizar com situações vividas no seu cotidiano, através do uso de *softwares*.

Dessa forma, podemos advogar que o computador disponibiliza instrumentos uteis que podem ser utilizados no processo de ensino-aprendizagem, como, por exemplo, os *softwares*. Uma vez sabia que os *softwares* sejam programas de computadores, ou aplicativos, que tem por finalidade resolver um determinado problema ou executar uma tarefa especifica, sabemos que muito comum o uso desses recursos no dia a dia dos estudantes. Para o ensino da Matemática, existem vários tipos de softwares matemáticos, porém o que nós iremos abordar será o GeoGebra.

2.4 Considerações iniciais sobre secções cônicas

De acordo com Boyer (2010), as secções cônicas já eram conhecidas há mais de um século quando foram estudadas por Euclides[9], por volta do ano 300 a.C. Existem registros no livro dele, *Os Elementos*, no qual foi escrito textos elementares sobre as secções cônicas. Euclides não se preocupou em aperfeiçoar seu trabalho, que acabou sendo esquecido. Mas outro autor, Aristeu[10], por volta do ano 240 a.C, escreveu alguns textos introdutórios sobre as secções cônicas e as expôs em público. Ambos os autores comungaram em não aprofundarem suas obras, deixando os textos em nível elementar. Quem se destacou no estudo das cônicas foi o geômetra grego Apolônio de Perga[11], por volta dos anos 240-230 a.C, que escreveu um trabalho mais completo e extenso sobre este assunto (BOYER, 2010).

Apolônio escreveu cerca de sete livros tendo como tema Secções Cônicas, que ganhou destaque sobre os outros autores pelo fato destes escreverem apenas textos introdutórios sobre este assunto. Antes de serem estudas por Apolônio, a elipse, a hipérbole e a parábola eram obtidas de três tipos diferentes de cones circulares retos, e dependia do ângulo do seu vértice, fosse agudo, reto ou obtuso. Então, Apolônio demonstrou que não precisava necessariamente de um cone circular reto para obtê-las, bastava variar a inclinação do plano de secção em relação ao cone que se obteria os três tipos diferentes de cônicas (BOYER, 2010). Como pode ser visualizado na Figura 1 que segue.

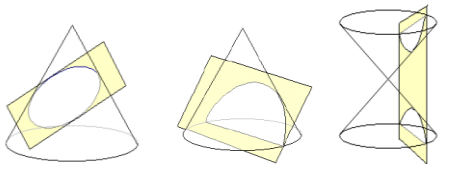
---

[9] Euclides foi um professor, matemático platônico e escritor, nasceu em Alexandria na Grécia no ano de330 a.C, e morreu no ano de 285 a.C.

[10] Aristeu foi um matemático e engenheiro, nasceu na Grécia no ano 370 a.C e morreu no ano de 300 a.C.

[11] Apolônio de Perga foi um matemático e astrônomo, nasceu em Perga na Grécia no ano de 262 a.C e morreu no ano de 190 a.C.

Figura 1 - Elipse, Parábola e Hipérbole obtidas a partir da secção do plano com o cone



Fonte: www.docplayer.com.br (acesso: 05/05/2018)

Durante os séculos III e II a.C, não existia uma nomenclatura certa para as secções cônicas, o nome das curvas era dado de acordo com quem as estudava, suas designações das cônicas vinham do modo como elas eram obtidas do cone, por exemplo: secções de cone acutângulo, secções de cone retângulo e secções de cone obtusângulo.

Apolônio, talvez influenciado por Arquimedes[12], que também estudara as curvas, foi quem introduziu nomes as secções cônicas. Sua nomeação tem um significado próprio, a elipse, que vem do grego *ellipsis*, significa "falta", a hipérbole e a parábola também vem do grego (*hyperbola, parabolé)* significam, respectivamente, "um lançamento além" e "colocar ao lado de, ou comparação" (BOYER, 2010).

Para Boyer (2010), os geômetras gregos do século II a.C, costumavam dividir as curvas em três categorias fundamentais. A primeira era denominada como as dos lugares planos, porque eram formadas por retas e círculos, a segunda era as dos lugares sólidos, pois era constituída a partir das próprias secções cônicas, a terceira era as dos lugares lineares, essa por sua vez, era constituída a partir de todas as outras curva.

Os estudos das cônicas realizados por Apolônio foi de fundamental importância para trabalhos futuros. Suas obras foram traduzidas para outras línguas e estudadas no século XVI por outros matemáticos como: Kepler[13] (1571-1630); Galileu Galilei[14] (1564-1642). Os estudos desses outros teóricos tiveram muitas contribuições para o desenvolvimento desse assunto evoluir até os dias atuais.

Do ponto de vista empírico, e a título de senso comum, podemos dizer que as representações geométricas das secções cônicas estão presentes em várias situações do nosso cotidiano, por exemplo: em uma antena de formato parabólico, em um espelho côncavo, no formato de uma bola de futebol americano, entre muitas outras situações. Também podemos

[12] Arquimedes foi um matemático, físico, engenheiro, inventor e astrônomo, nasceu em Siracusa na Grécia no ano de 287 a.C e morreu no ano de 212 a.C.
[13] Kepler foi um astrônomo, astrólogo e matemático, nasceu na cidade de Weil der Stadt na Alemanha no ano de 1571e morreu no ano 1630.
[14] Galileu Galilei foi um físico, matemático, astrônomo e filósofo nasceram em Pisa na Itália no ano de 1564 e morreu em 1642.

destacar que elas fazem parte de outras áreas de conhecimento como, Arquitetura, Astronomia, Engenharia, Física, dentre várias.

De regra geral, embora possam haver raras exceções, o conteúdo de cônicas é, costumeiramente, visto no Ensino Médio, na 3ª serie. Todavia, a título de pesquisas informais com professores e estudantes, a abordagem desse conteúdo se resume a ensinar as definições e equações das curvas: parábola, elipse e hipérbole através de memorização das fórmulas.

De acordo com Souza e Kato (2013) o estudo das secções cônicas não desperta nos alunos o interesse e a curiosidade suficiente para uma aprendizagem com significado, pois o ensino desse conteúdo dar-se de forma mecânica através do estudo de fórmulas para resolver exercícios. Desse modo, os alunos aprendem, superficialmente, e rapidamente esquecem, porque o que foi trabalhado em sala de aula não faz nenhuma contextualização com o seu cotidiano.

Por seu turno, de acordo com os autores Volpato e Cargnin (2016, p.1), eles nos alerta que "[...] o conteúdo de cônicas apresenta dificuldades na compreensão pelos alunos do Ensino Médio e algumas vezes é deixado de lado por professores que esquecem desse conteúdo em seus planejamentos", essas dificuldades são causadas exatamente pela maneira de como esse conteúdo é apresentado em sala de aula. Por outro lado, quando o professor deixa de trabalhar esses conteúdos em suas aulas, acaba por prejudicar os alunos, fazendo com que eles não construam o conceito, e impossibilitando que eles consigam resolver problemas que envolvam as secções cônicas.

Com isso, vemos que a forma que o professor aborda as cônicas, para os alunos do Ensino Médio, em geral, não é suficiente para criar no aluno o conceito principal desse conteúdo, assim como também não é o bastante para desenvolver o pensamento geométrico, o que seria fundamental para a aprendizagem desse conteúdo.

Então, partindo desse princípio teórico discutido, percebemos a grande necessidade de buscarmos metodologias alternativas para se trabalhar com as secções cônicas, de forma que facilite e torne a aprendizagem desse conteúdo mais prazerosa para os alunos.

2.5 O uso do *software* GeoGebra no ensino de cônicas

Desenvolvido pelo austríaco Markus Hohenwarter, em 2001, na Universidade de Salzburg, o GeoGebra é um *software* de geometria dinâmica. Com essa ferramenta é possível trabalhar conteúdos de geometria, álgebra, construir tabelas, gráficos e suas coordenadas,

estatística e também cálculo ou a combinação entres esses conteúdos em apenas uma aplicação.

O GeoGebra é um *software* livre, ou seja, pode ser baixado gratuitamente no site[1] da própria instituição, ou também pode se usar a aversão *online* disponível na mesma página da *web*. Hoje, ele é utilizado em cerca de 190 países com tradução para mais de 50 idiomas diferentes, o que o torna um dos *softwares* matemático mais usado no mundo (INSTITUTO GEOGEBRA SÃO PAULO, 2010). Esse *software* tem o código aberto e é do tipo multiplataforma, ou seja, pode ser usado em sistemas operacionais como *Windows, Linus, IOS, Android* entre outros. Farias e Alves (2013, p.3) destacam algumas funcionalidades do *software* GeoGebra, são elas:

> Permitir a construção intuitiva de pontos, retas, planos, triângulos, círculos e outros objetos básicos;
> Translada, amplia, reduz e gira os objetos geométricos em relação ao seu centro geométricos e centros específicos, além de possibilitar simetria axial e central, além de realizar a inversão de objetos;
> Constrói e mede figuras;
> Utiliza coordenada cartesiana e polar;
> Proporciona a apresentação das equações dos objetos geométricos, retas, circunferências, elipses e coordenadas de pontos;
> Oculta objetos utilizados na construção para melhor organização na tela;
> Permite diferenciar os objetos mediante o uso de cores e linhas variadas;
> Ilustra as figuras mediante a animação;
> Permite guardar arquivos e macros em disco (FARIAS; ALVES, 2013, p.3).

Além disso, com o GeoGebra também é possível construir figuras geométricas em segunda e terceira dimensão, podendo levar o aluno a uma melhor visualização e compreensão dos conteúdos que estão sendo abordados em sala de aula. Serrano (2014, p.12) cita a importância da visualização das representações algébricas e geométricas.

> Uma característica importante do GeoGebra é que todo elemento geométrico desenhado na janela de visualização, terá sua representação algébrica mostrada na janela de álgebra. E vice versa, pois se descrevermos a representação algébrica de um elemento na caixa de entrada, a janela de visualização mostrará a representação geométrica do mesmo (SERRANO, 2014, p.12).

Bento (2010) entende que, para uma melhor compreensão dos conteúdos matemáticos, é preciso que os professores os trabalhem das duas formas, tanto algebricamente e como geometricamente, porém sabemos que representar uma figura em terceira dimensão no quadro é muito difícil, daí surge à necessidade de se usar o recurso tecnológico. Segundo Gomes e Assis (2013) *Software* como GeoGebra possibilita a inserção do computador no ambiente educacional, servindo como uma ferramenta metodológica de modo que ele auxiliar o

professor no processo de ensino-aprendizagem da Matemática. Pois através do uso desse recurso o aluno constrói o conhecimento de forma autônoma e desenvolve as suas potencialidades. O *software*, em destaque, entre muitos contributivos que pode promover, entre eles, está o auxílio da visualização de figuras, que nas folhas do livro didático ou no quadro, não é possível efetuar.

Não obstante, para Bento (2010, p.29): "[...] o GeoGebra é um programa amigável, que os alunos aprendem a dominar rapidamente e que permite concretizar estratégias com as características de intervenção poderosa". Dessa forma, o GeoGebra pode tornar a aprendizagem da Matemática mais desafiadora possibilitando que os educandos apresentem mais interesse pelos conteúdos dessa disciplina e tenha mais facilidade de compreendê-la. Ainda segundo o autor, o GeoGebra possibilita uma aprendizagem de forma mais dinâmica porque ele promove uma maior interação entre o usuário, o conteúdo e o *software*. Por seu turno, Gerônimo, Barro e Franco (2010, p.11) afirmam que através do GeoGebra é possível substituir algumas representações imagéticas tradicionais de desenhos geométricos no caderno, por elementos mais próximos de uma abstração afim do conteúdo. Nas falas do autor:

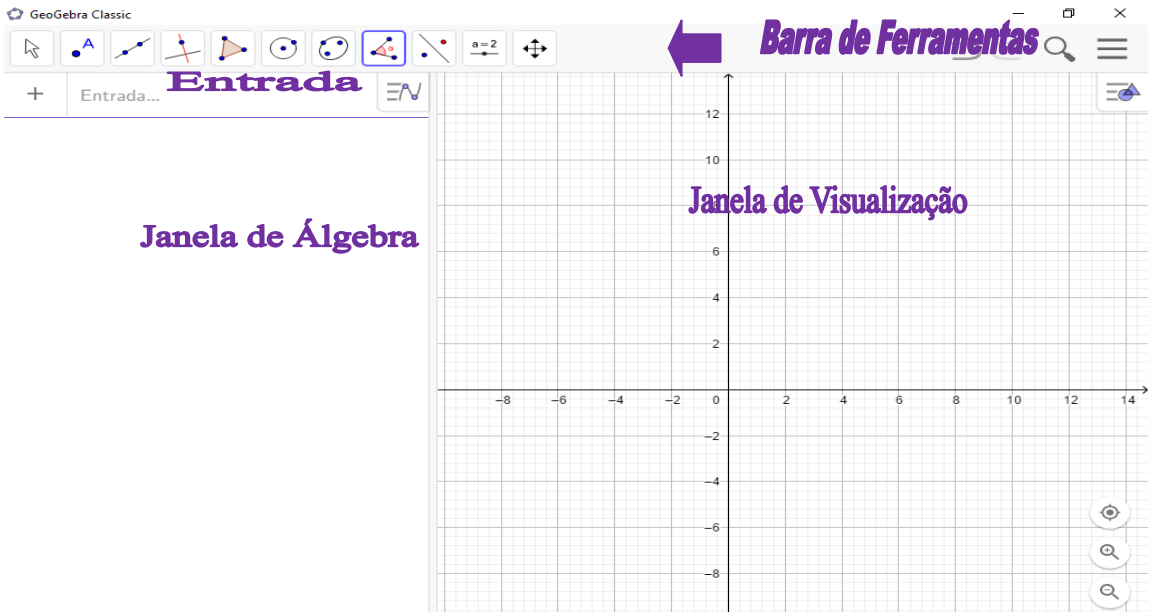
> O *software* GeoGebra pode substituir satisfatoriamente o caderno de desenho geométrico. Podemos utilizar sua interface gráfica e suas ferramentas para traçar retas, ângulos, circunferências etc. uma das vantagens do uso do GeoGebra é que as construções são dinâmicas, isto é, sem a perda dos vínculos geométricos. Isso permite que o usuário faça grande quantidade de experimentações que lhe possibilite construir proposições geométricas, (GERÔNIMO; BARRO ; FRANCO, 2010, p.11).

Todavia, enfatizamo-nos: O *software* não deve substitui os métodos tradicionais de ensino. Deve complementa-los. Advogamos que os docentes utilizem o GeoGebra, em suas aulas, para potencializá-las, tornando-as mais dinâmicas e atrativas, para que dessa maneira, os alunos venham a aprender de modo mais rico quanto às abstrações que o mundo matemático há de cobrar.

2.6 Conhecendo o GeoGebra

Para maior entendimento a janela principal ou interface do *software* GeoGebra foi dividida em quatro partes**: Barra de Ferramentas, Entrada, Janela de Álgebra e Janela de Visualização.** Conforme mostra a figura 2.

Figura 2 - Janela principal do GeoGebra



Fonte: Arquivo Pessoal

Classificamos da seguinte maneira:

- Barra de Ferramentas: Através desta opção é possível construir pontos, retas, figuras geométricas, realizar medidas entre dois objetos, entre outras funções.

- Campo de Entrada: Nesse local é onde são digitados os comandos para a realização das figuras que se deseja construir.

- Janela de Álgebra: Nessa janela é onde se exibe as coordenadas, funções, equações, medidas entre outras informações dos objetos que foram construídos.

- Janela de Visualização: Nesse campo é onde são exibidos os objetos que foram construídos através de suas representações geométricas. Nesse campo existe um sistema cartesiano, porém, se o usuário preferir, pode retirar essa opção.

2.6.1 Conhecendo a Barra de Ferramentas do GeoGebra

Observemos a apresentação da barra de ferramenta do *software* GeoGebra, mostrando a finalidade das ferramentas.

Figura 3- Barra de Ferramentas.

Fonte: Arquivo Pessoal

Em seguida, a apresentação de cada ferramenta, como legenda da Figura 3, em síntese com os estudos de Pereira (2015):

Seletor: Nessa ferramenta temos as funções, Mover, Funções à Mão Livre e a Caneta;

Pontos: Aqui é possível criar um novo ponto, colocar objetos, vincular ou desvincular um ponto, colocar ponto médio, otimizar e inserir raízes em uma função;

Retas e os Vetores: Reta, segmento de retas, semirreta, caminho poligonal, vetor e vetor a partir de um ponto;

Tipos de Retas: Nessa opção podemos traçar retas perpendiculares, paralela, mediatriz, bissetriz, reta tangente, reta polar ou diametral, reta de regressão linear e verificar os lugares geométricos de um ponto;

Polígonos: Aqui se encontra as opções de polígonos, regulares, polígonos rígidos e polígonos semi deformável.

Círculos: Nessa ferramenta podem-se fazer círculos, dado um centro e um de seus pontos, circulo dado o raio, através de um compasso e circulo definido por três pontos.

Também é possível construir arcos circulares, arco circuncircular, setor circular e setor circular.

Cônicas: Através dessa ferramenta é possível construir cônicas como elipse, hipérbole e parábola;

Ângulos: Nessa ferramenta temos as opções de traçar e medir um ângulo, medir distância entre pontos, calcular a área de um polígono e também calcular inclinação de uma reta;

Relação de Retas: A partir dessa ferramenta é possível desenhar objetos refletem sobre a uma reta. E também pode desenhar um objeto refletido a um ponto, rotação em torno de um ponto, translação por um vetor e homotetia;

Controle Deslizante: Aqui é possível mover pontos no plano cartesiano, nomear os pontos, inserir imagem e também tem as opções caixa para exibir e esconder objetos e o campo de entrada;

Mover a Janela de Visualização: Nessa ferramenta temos as opções de mover a janela de visualização, ampliar, reduzir, exibir e esconder objetos, exibir e esconder rótulos, copiar estilo visual e apagar;

Entendemos que esses ícones iniciais são uma base para se manusear o *software* GeoGebra. Para quem tem uma noção básica de manuseio computacional, eles são suficientes para que o usuário possa construir e compreender as representações gráficas. Em se tratando do uso do *software* GeoGebra para o ensino de cônicas, Melo (2016, p.6) destaca a importância do *software* GeoGebra no ensino das cônicas:

> [...] a exploração das cônicas através de inúmeros enfoques tem maior probabilidade de despertar uma motivação verdadeira nos discentes, além de tornar o estudo do tema abordado, mais amplo, aumentando o entendimento das definições e conceitos geométricos que o norteiam. Ainda assim, o uso da Geometria Dinâmica, mas especificamente do *software* GeoGebra, possibilita as construções de uma grande variedade de exemplos, beneficiando o estabelecimento de conjecturas favoráveis e mostrando

> caminhos a serem seguidos para obtenção da necessária prova Matemática dessas suposições (MELO, 2016, p.6).

Com isso, vemos que o *software* GeoGebra possibilita que as secções cônicas sejam trabalhadas de forma mais ampla, tanto algebricamente como graficamente, promovendo com que os alunos tenham uma visualização melhor das figuras, elipse, hipérbole e parábola, o que pode, dessa forma, facilitar a compreensão desse conteúdo.

Dado essa discussão inicial, fundamentada teoricamente sobre a importância de se incorporar o uso de tecnologias no ensino, em especial, na educação matemática, para o ensino de múltiplos conteúdos, entre estes, as secções cônicas, justifica-se uma pesquisa teórica, sobre as contribuições que o GeoGebra pode ofertar ao planejamento didático do professor que pretende inserir o conteúdo, como um complemento as aulas e ao livro didático adotado, evoluindo assim, para as premissas de nosso próximo capítulo, nossa propositura didática.

3 SEQUÊNCIA DIDÁTICA: AS SECÇÕES CÔNICAS E A TECNOLOGIA

O objetivo deste tópico é apresentar um planejamento didático para o ensino de Matemática, do conteúdo de Secções Cônicas, para um público de 3ª série do Ensino Médio que faça uso de Tecnologia, em especial, do GeoGebra.

As aulas exposta aqui nesse trabalho tem como objetivo complementar as tradicionais, uma vez que é necessário que seja feita aulas introdutória para que o aluno venha a ter um pouco de conhecimento das Cônicas. Sugere-se que essas aulas sejam aplicadas no laboratório de informática.

As aulas proposta deste trabalho foram criadas no *software* GeoGebra Classic, versão numero seis, porém também podem ser utilizadas versões anteriores desse *software*.

Aula 1: Conhecendo uma parábola

1 - Objetivos:

* Definir o que é uma parábola através de sua representação geométrica com o auxilio do GeoGebra;

* Apresentar os elementos de uma parábola.

2 – Tempo: 50 minutos

3 – Procedimentos didáticos: Essa aula terá que ser ministrada em um laboratório de informática, o desenrolar da mesma se dará através de tutoriais ensinando passo a passo como construir uma Parábola com auxilio do *software* GeoGebra. O tutorial aqui apresentado é de nossa autoria e de nossa propriedade intelectual, portanto, carece de pesquisas dado seu ineditismo, da forma como estamos propondo. Nos itens futuros desse capítulo, tornaremos a discursar sobre essa necessidade.

Sugere-se ao professor, caso ele não tenha muita familiaridade com o *software* GeoGebra, que este revise alguns sites e vídeo-aulas para complementação dos protocolos que aqui apresentamos.

Como sugestão de pesquisa paralela, caso o docente não se familiarize com nosso passo a passo, possibilitamos esses domínios:

A) Para conhecer os comandos de construção no GeoGebra: <https://www.youtube.com/watch?v=HRPT2E8U2fM> (Acesso 18/05/2018);

B) Para conhecimento das ferramentas do GeoGebra: <https://www.youtube.com/watch?v=b6tjaf_ACC0> (Acesso 18/05/2018);

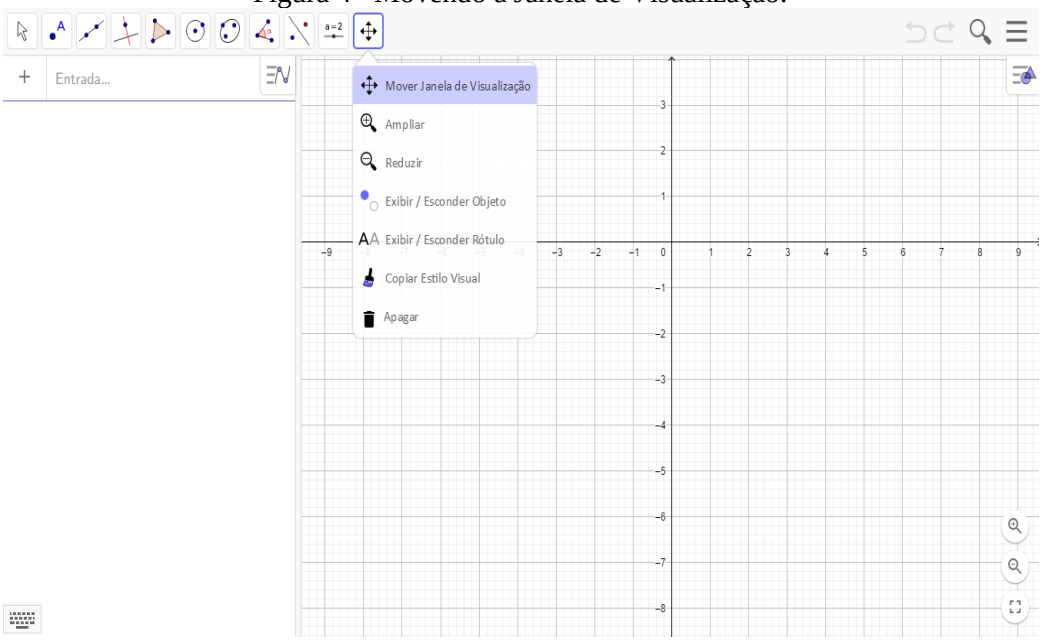
C) Para conhecimento da construção de cônicas no GeoGebra

D) <https://pt.slideshare.net/FernandaValentim4/utilizando-o-software-Geogebra-na-construo-de-cnicas> (Acesso 18/05/2018);

Conceito particular: Para nossa proposta, conceituamos parabola como o lugar dos pontos que são equidistantes de um ponto dado. Ponto este que chamaremos de foco. Esse foco carece de uma relação com uma reta, aqui chamada de diretriz. A parábola é uma curva plana obtida apartir de uma secção do plano no cone. Porém veremos mais detalhadamente de forma geometrica atraves do *software* GeoGebra.

Sugerimos que o professor e sua turma comece ajustando o plano cartesiano no centro, para isso, ele precisa ir até a barra de ferramenta e clicar em “Mover Janela de Visualização”, depois clicar e segurar, com o botão esquerdo do mouse, na janela de visualização e arrastar até o centro. Observe a Figura 4 que segue.

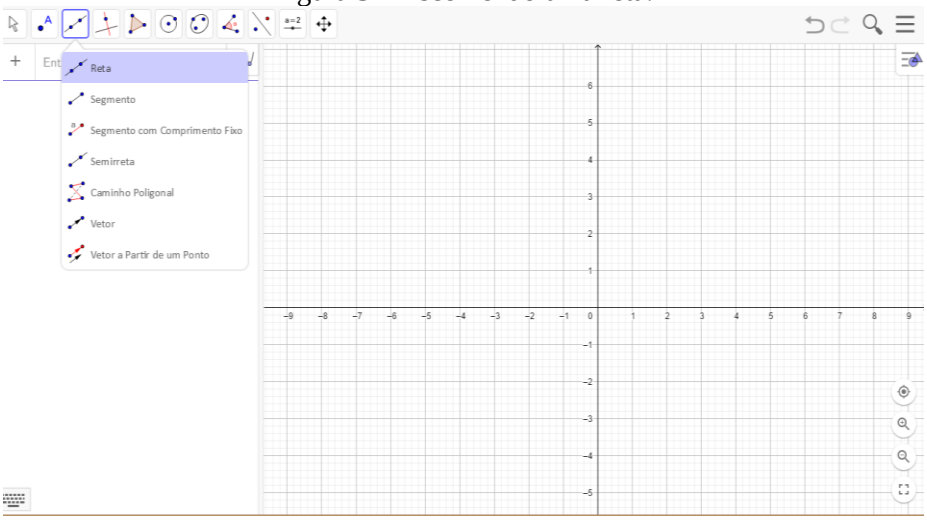
Figura 4 –Movendo a Janela de Visualização.



Fonte: Arquivo pessoal

Primeiro iremos determinar a reta diretriz da nossa parábola, para isso vamos até a barra de ferramentas e clicamos na primeira opção de reta, conforme a Figura 5 aponta:

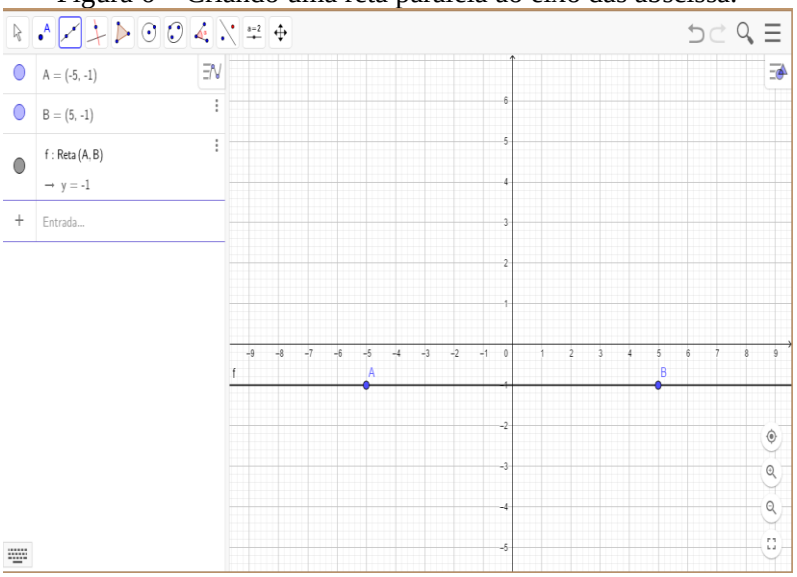
Figura 5 – Escolhendo uma reta.



Fonte: Arquivo pessoal

Agora traçaremos uma reta paralela ao eixo das abscissas, para isso escolheremos dois pontos A e B. Apesar de serem infinitas as possibilidades, para nossa sugestão, o ponto A ficará localizado em (-5, -1) e o ponto B em (5, -1), conforme pode ser observado na Figura 6.

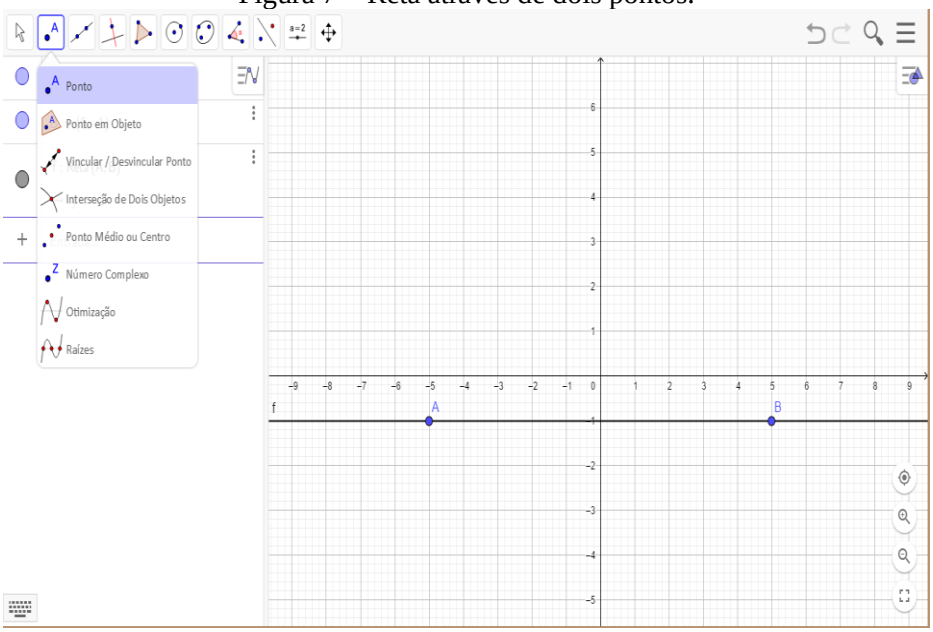
Figura 6 – Criando uma reta paralela ao eixo das abscissa.



Fonte: Arquivo pessoal

A seguir, vamos criar um ponto **C** sobre o eixo das Ordenadas, então vamos até a barra de ferramentas e clicamos em Ponto**,** depois clicamos com o botão esquerdo sobre o eixo das Ordenadas em (0,3). Observemos a Figura 7 que segue:

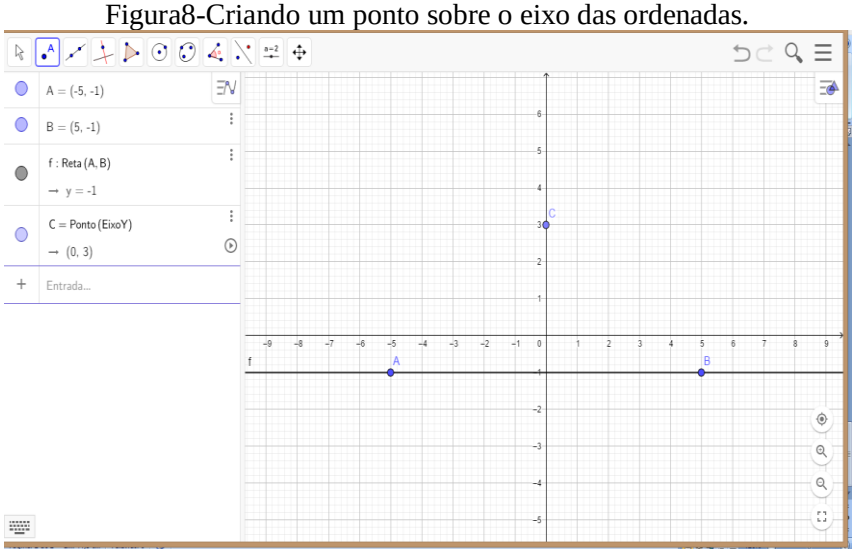
Figura 7 – Reta através de dois pontos.



Fonte: Arquivo pessoal

Efetuado nossa proposta, o aplicativo deve ficar como a Figura 8:

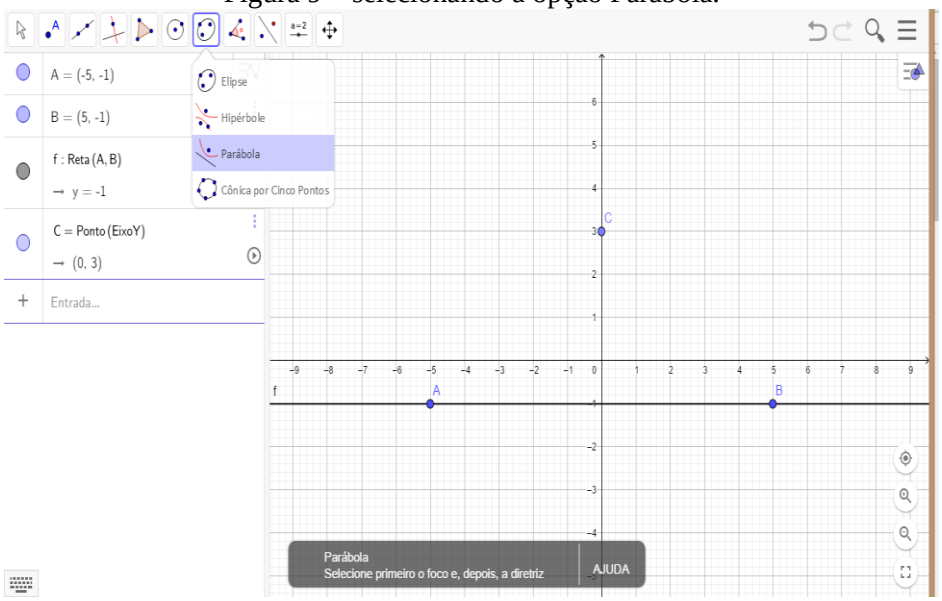
Figura8-Criando um ponto sobre o eixo das ordenadas.



Fonte: Arquivo pessoal

Agora vamos até à barra de ferramentas e clicamos no ícone “Cônicas”, para depois clicar em “Parábola”. Como expressa a Figura 9.

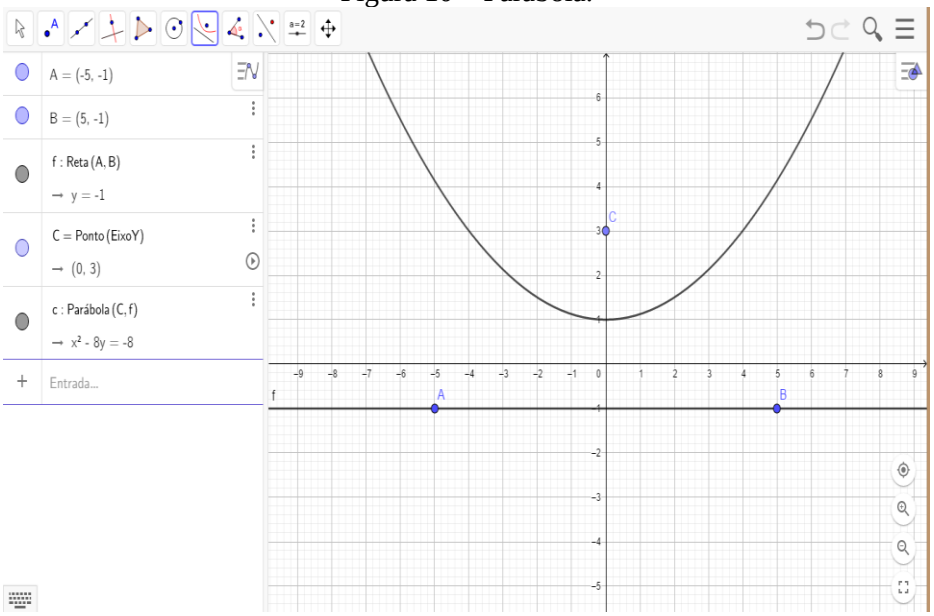
Figura 9 – selecionando a opção Parábola.



Fonte: Arquivo pessoal

Para construirmos a parábola é necessário que determinemos o Foco, pois a Reta Diretriz já está definida, então iremos clicar no ponto C sobre o eixo das ordenadas. Pronto! Este será o Foco. Agora clicamos sobre a Reta Diretriz. Daí, já temos a nossa Parábola com concavidade voltada para cima. Essas ações estão visualizáveis na Figura 10.

Figura 10 – Parábola.



Fonte: Arquivo pessoal

Percebemos que na “janela de álgebra” temos as informações algébricas sobre nossa Parábola. É esta: Foco C = (0,-3); Reta Diretriz y = - 1 e a equação da Parábola $x^2 - 8y = - 8$.

Efetuado nossa parábola, propusemos a seguinte atividade.

1) Aperte no botão ESC do teclado do computador e depois com o botão esquerdo do mouse arraste o ponto C (Foco) sobre o eixo das ordenadas. Responda:

a) Quando subimos com o ponto C sobre o eixo das Ordenadas, o que acontece com a concavidade da parábola?
b) Quando descemos com o ponto C sobre o eixo das Ordenadas, o que acontece com a concavidade da parábola?
c) Quando passamos o ponto C sobre a reta diretriz o que acontece com a parábola?
d) Quando movemos os pontos A e B, para a direita e a esquerda o que acontece?
e) O professor poderia apresentar a questão 167, do ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio, BRASIL, 2018), caderno azul, que diz "Um túnel deve ser lacrado com uma tampa de concreto. A seção transversal do túnel e a tampa de concreto têm contornos de um arco de parábola e mesmas dimensões. Para determinar o custo da obra, um engenheiro deve calcular a área sob o arco parabólico em questão. Usando o eixo horizontal no nível do chão e o eixo de simetria da parábola como eixo vertical, obteve a seguinte equação para a parábola: $y = 9 - x^2$, sendo x e y medidos em metros. Sabe-se que a área sob uma parábola como esta é igual a 2/3 da área do retângulo cujas dimensões são, respectivamente, iguais à base e à altura da entrada do túnel. Qual é a área da parte frontal da tampa de concreto, em metro quadrado?

a) 18 b) 20 c) 36 d) 45 e) 54

4 - Avaliação: Sugerimos que o professor avalie o aluno de acordo com o seu desempenho na efetivação do passo a passo e na realização das atividades propostas.

Aula 2: Construindo uma Elipse

1 - Objetivos:

* Definir o que é uma Elipse através de sua representação geométrica com o auxilio do GeoGebra;

* Apresentar os elementos de uma Elipse.

2 – Tempo: 50 minutos

3 – Procedimentos didáticos: Efetuação de tutoriais ensinando passo a passo de como construir uma Elipse com auxilio do *software* GeoGebra. Sugerimos que o professor inicie a aula incentivando a turma a pesquisar sobre a Elipse. Caso o professor, tendo conhecimentos prévios da turma, saiba que ela tem dificuldades de direcionamento investigativo, sugere-se que o professor filtre os termos dessa pesquisa. Algumas sugestões são:

i) Geometria analítica, Astronomia, Hipérbole, Parábola, Cônicas e Elipse
<https://www.youtube.com/watch?v=mSQlD2NpNw4> (Acesso: 18/05/2018)

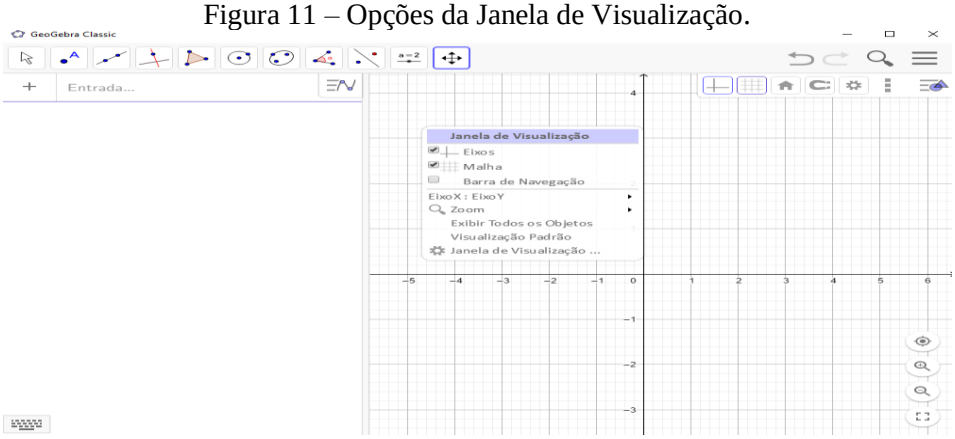
ii) Universo Matemático Círculo, elipse, parábola e hipérbole

<https://www.youtube.com/watch?v=BRAZmj7oRWg> (Acesso: 18/05/2018)

Conceito particular: conceituaremos elipse como o lugar geométrico de um plano onde a soma da distância de sua extremidade a dois pontos fixos, chamados de focos F1 e F2, resulta em uma constante 2a, onde 2a > 2c. (onde 2a é medida do eixo maior 2c é a distancia entre os focas e da Elipse).

Vamos construir nossa Elipse. Primeiro vamos clicar com o botão direito do mouse para exibi as opções da janela de visualização, depois clicamos com o botão esquerdo na ultima opção que é a Janela de Visualização. Observemos a Figura 11.

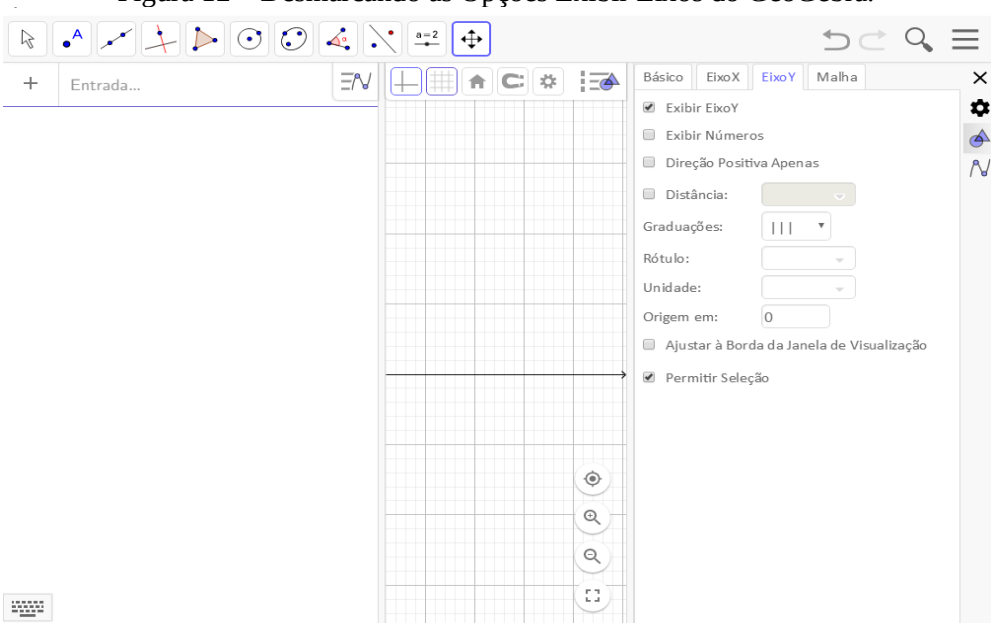
Figura 11 – Opções da Janela de Visualização.



Fonte: Arquivo pessoal

Em “Eixo x” desmarcaremos a opção Exibir Número, depois em “Eixo y” iremos repetir o procedimento, deixando a aparência conforme a Figura 12.

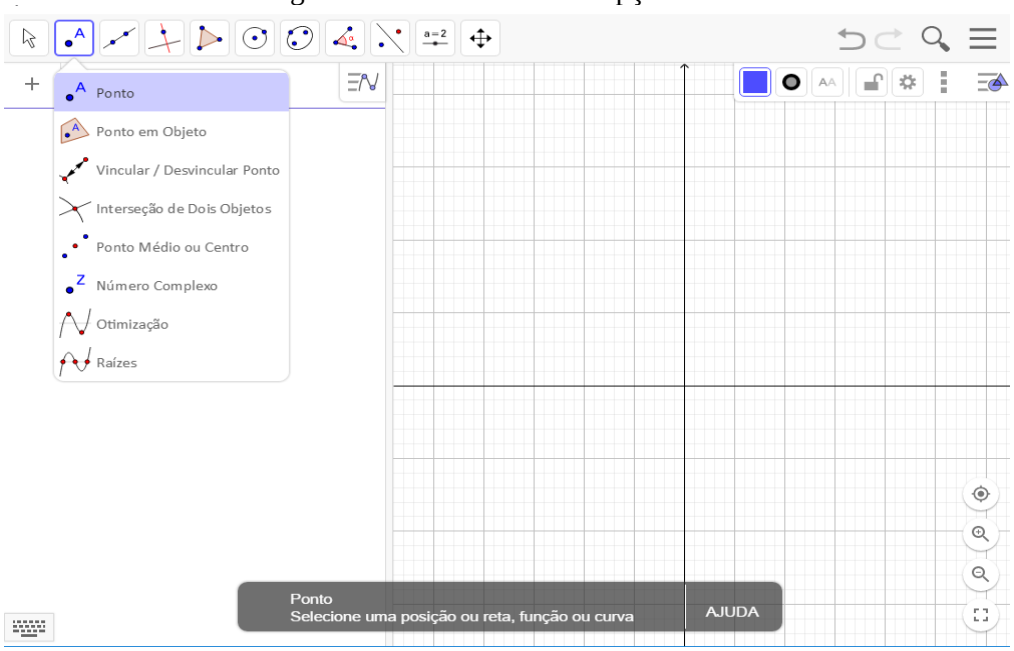
Figura 12 – Desmarcando as Opções Exibir Eixos do GeoGebra.



Fonte: Arquivo pessoal

Agora vamos definir dois pontos que será os focos da nossa Elipse. Então vamos à Barra de Ferramentas e clicamos na opção ponto, tal como aponta a Figura 13.

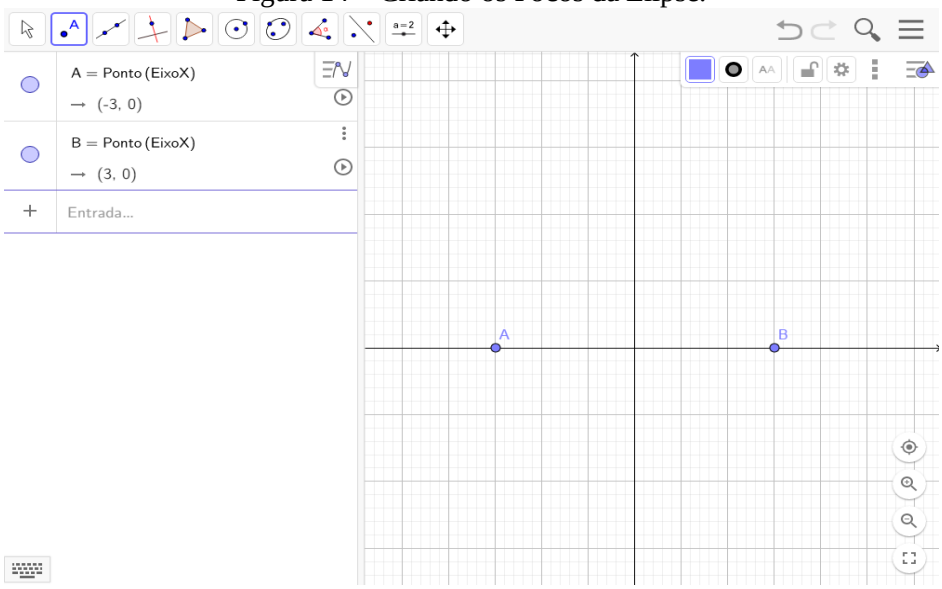
Figura 13 – Selecionando a Opção Ponto



Fonte: Arquivo pessoal

Agora vamos clicar sobre o eixo das abscissas e construir os pontos A e B, esses serão os focos da Elipse. A figura 14 apresenta como ficará.

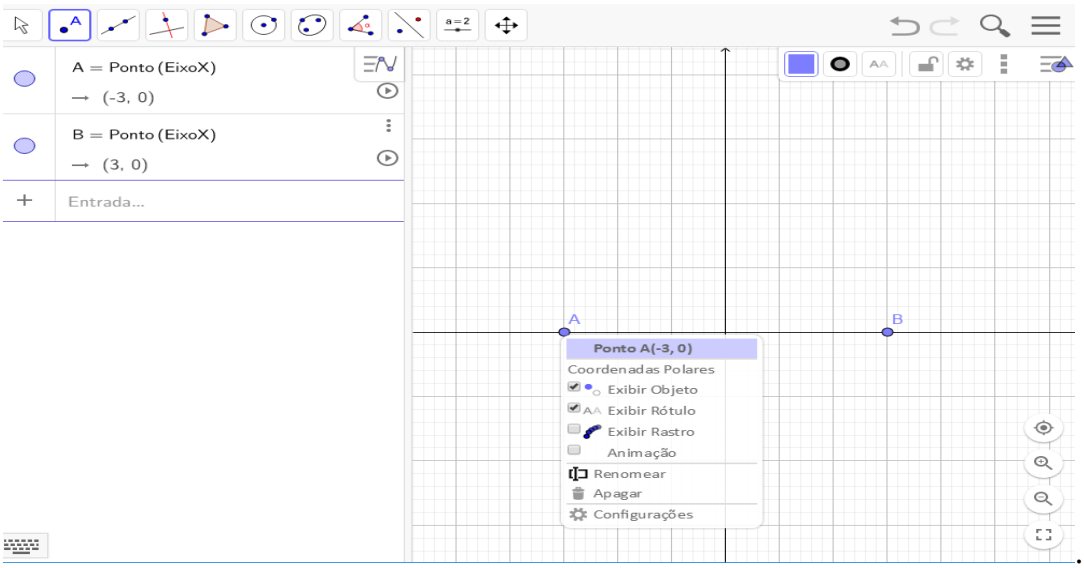
Figura 14 – Criando os Focos da Elipse.



Fonte: Arquivo pessoal

Agora vamos renomear os pontos A e B, chamaremos de F1 e F2 respectivamente. Clicamos com o botão direito do mouse sobre o ponto A e escolhemos a opção Renomear**.** A Figura 15 aponta esse procedimento.

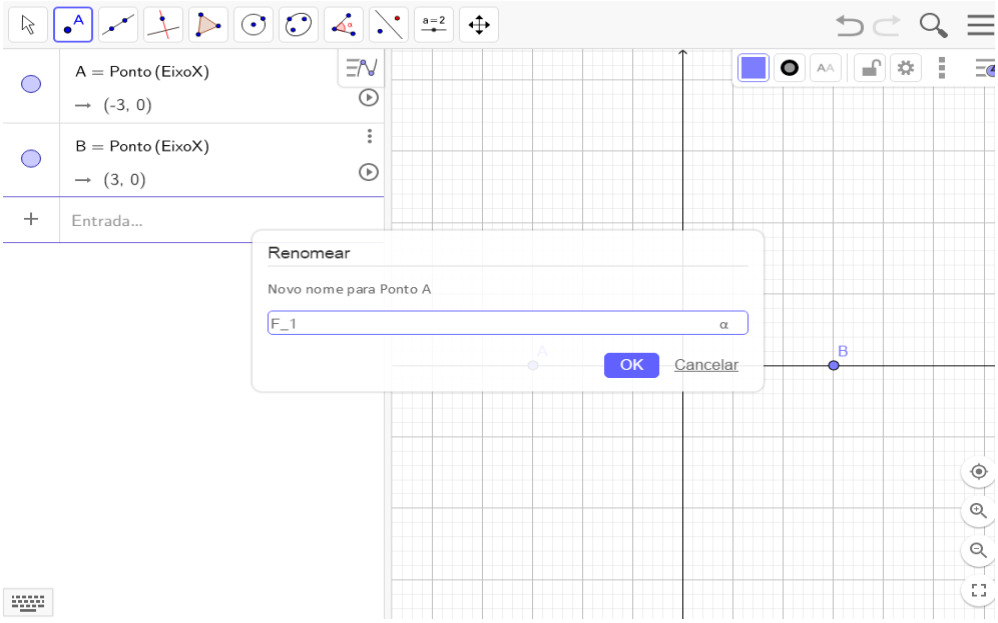
Figura 15 – Selecionado Informações do Ponto A.



Fonte: Arquivo pessoal

Depois vamos ao campo “Novo nome para o Ponto A”, e digitamos “F1”. Depois fazemos o mesmo com Ponto B para criar o “F2”. A Figura 16 demonstra esse protocolo.

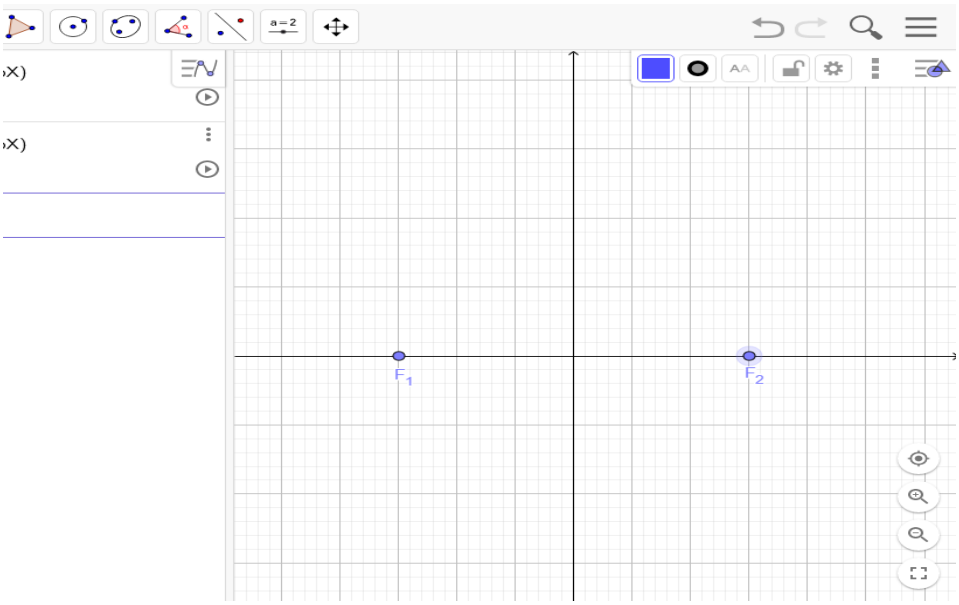
Figura 16 – Renomeando o Ponto A.



Fonte: Arquivo pessoal

Ficará da forma como aponta a Figura 17:

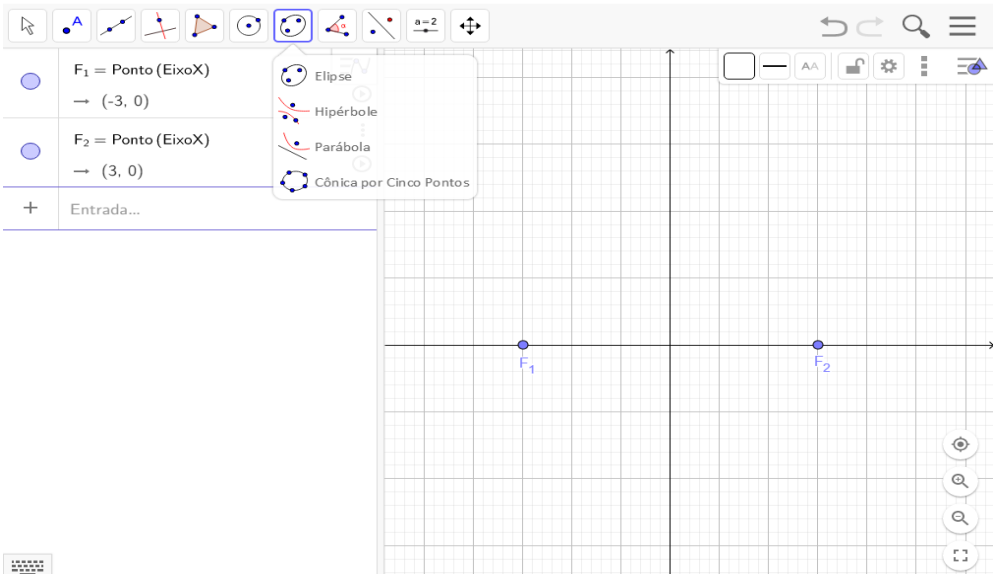
Figura 17 – Focos da Elipse.



Fonte: Arquivo pessoal

Agora vamos novamente para à Barra de Ferramentas e vamos clicar no Ícone Cônicas, escolheremos Elipse. Observe a Figura 18:

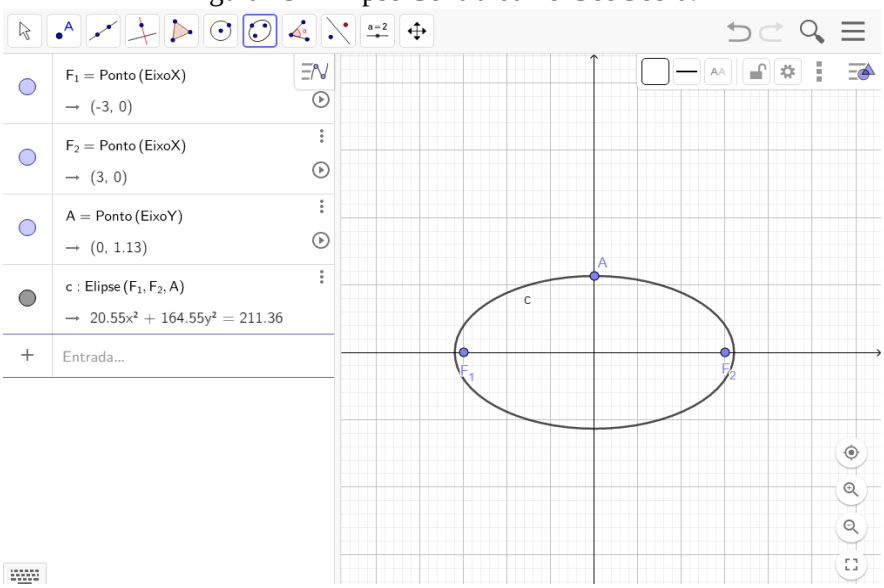
Figura 18 – Selecionando a Opção Conicas na Barra de Ferramentas.



Fonte: Arquivo pessoal

Agora vamos clicar no F1 e no F1 para determinar os focos da Elipse e depois clicaremos sobre o eixo das ordenadas para criar um ponto A. A Figura 19 desponta esse procedimento.

Figura 19 – Elipse Contruida no GeoGebra.



Fonte: Arquivo pessoal

Está terminada a construção da nossa Elipse. Agora propusemos a seguinte atividade:

1) Aperte o botão ESC do teclado do computador depois responda.

a) Aproximando o F1 de F2 ou vice-versa o que acontece com a Elipse?

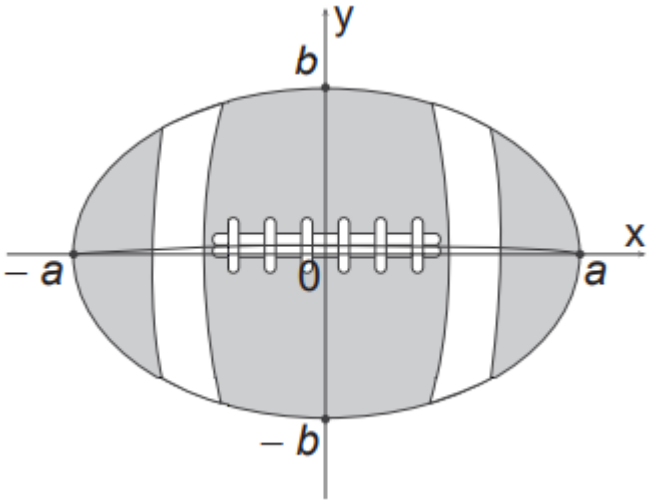
b) O que acontece se F1 e F2 se encontrarem no ponto (0,0)?

c) Arraste o ponto A até o centro do plano cartesiano, o que acontece com a Elipse?

d) Resolva a questão 167 do ENEM (BRASIL, 2015), prova azul, que caracteriza-se como:

A Imagem A representa a vista superior de uma bola de futebol americano, cuja forma é um elipsoide obtido pela rotação de uma elipse em torno do eixo das abscissas. Os valores *a* e *b* são, respectivamente, a metade do seu comprimento horizontal e a metade do seu comprimento vertical. Para essa bola, a diferença entre os comprimentos horizontal e vertical é igual à metade do comprimento vertical.

Imagem A – Questão 167 (BRASIL, 2015)



Fonte: https://descomplica.com.br/gabarito-enem/questoes/2015/ (Acesso: 18/05/2018)

Considere que o volume aproximado dessa bola é dado por $V = 4ab^2$. O volume dessa bola, em função apenas de b, é dado por:

A) $8b^3$ B) $6b^3$ C) $5b^3$ D)$4b^3$ E) $2b^3$

4 – Avaliação: Sugerimos que o professor utilize o sistema de avaliação continua, avaliando o desempenho de cada aluno no desenvolvimento e manuseio do *software*. Para isso, a seguinte categorização:

20% da nota da atividade para a pesquisa dos vídeos, de forma independente;

20% da nota da atividade para elaborar o passo a passo proposto;

50% da nota para efetuar a resolução das atividades propostas;

10% da nota para elaborar um resumo sobre a aula, envolvendo a pesquisa efetuada e o que achou da aula, para ser entregue no próximo encontro da turma.

Aula 3: construindo uma Hipérbole

1 - Objetivos:

* Construir uma Hipérbole com auxílio do GeoGebra;
* Apresentar os elementos de uma Hipérbole.

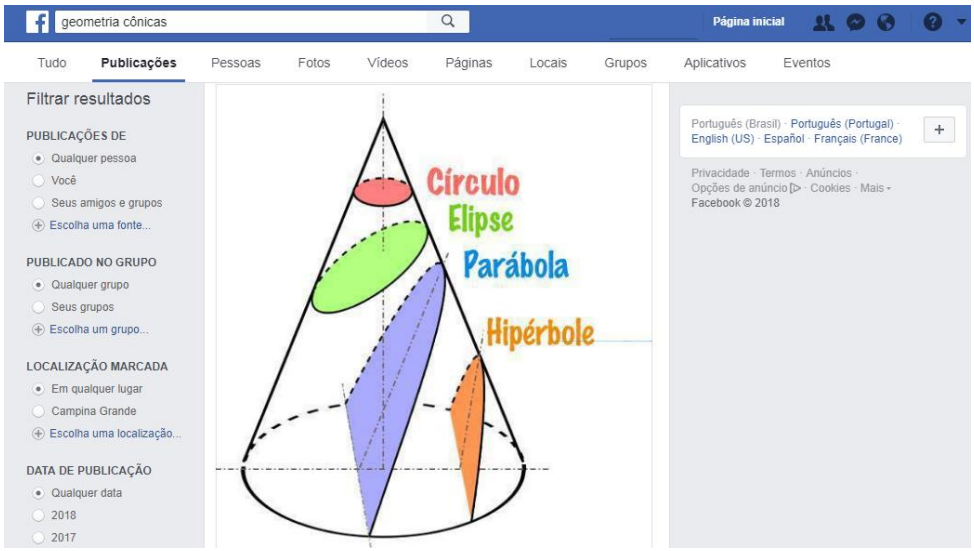
2 – Tempo: 50 minutos

3 – Procedimentos didáticos: Inicialmente, sugerimos ao professor que incentive aos alunos a pesquisarem sobre hipérbole nas principais redes sociais que existem. Uma sugestão pode ser:

* Página do Facebook: Geometria <https://www.facebook.com/Geometria-212481712190918/?ref=br_rs> (Acesso: 18/05/2018); Com 2,7 mil curtidas (até a referida data) e tem por descrição: "Estudo Acompanhado, Explicações, Atividades para férias".

Nesta página existem várias postagens sobre as cônicas, os alunos devem selecionar as postagens que falem de Hipérbole. Um exemplo pode ser o da Imagem B que segue:

Imagem B – Hipérbole postada na pagina do Facebook

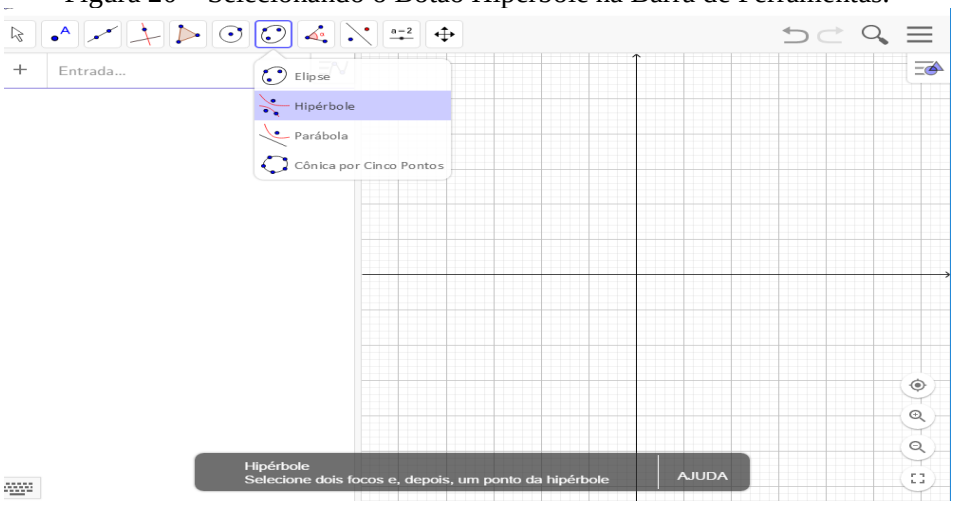


Fonte: Arquivo Pessoal

O professor pode incitar outras páginas, como por exemplo, as páginas que falam sobre GeoGebra. A seguir, apresentamos nosso Conceito inicial. É ele: Hipérbole é quando, dado dois pontos no plano, F1 e F2, e seja 2c a distância entre eles, conceituamos hipérbole como um conjunto de todos os pontos do plano no qual a diferença (em módulo) das distâncias à F1 e F2 é a constante 2a (0 < 2a < 2c).(onde 2a é a medida do eixo real e 2c é a distancia entre os focos da hipérbole

Para construir a Hipérbole vamos até a Barra de Ferramentas e no ícone Cônicas clicar em Hipérbole, conforme apresenta a Figura 20 que segue:

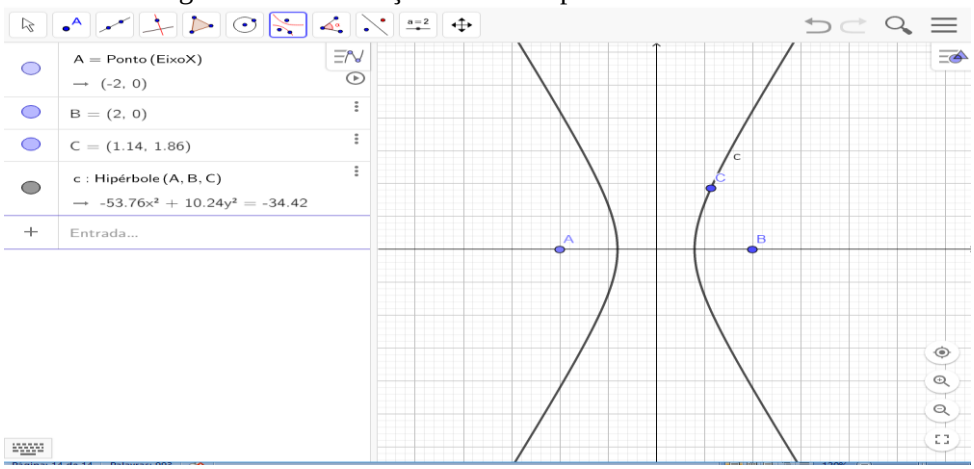
Figura 20 – Selecionando o Botão Hipérbole na Barra de Ferramentas.



Fonte: Arquivo pessoal

Agora iremos clicar sobre o eixo das abscissas e criar dois ponto A e B, esses, por sua vez, será os Focos da Hipérbole. Depois criaremos um ponto C. Conforme desponta a Figura 21.

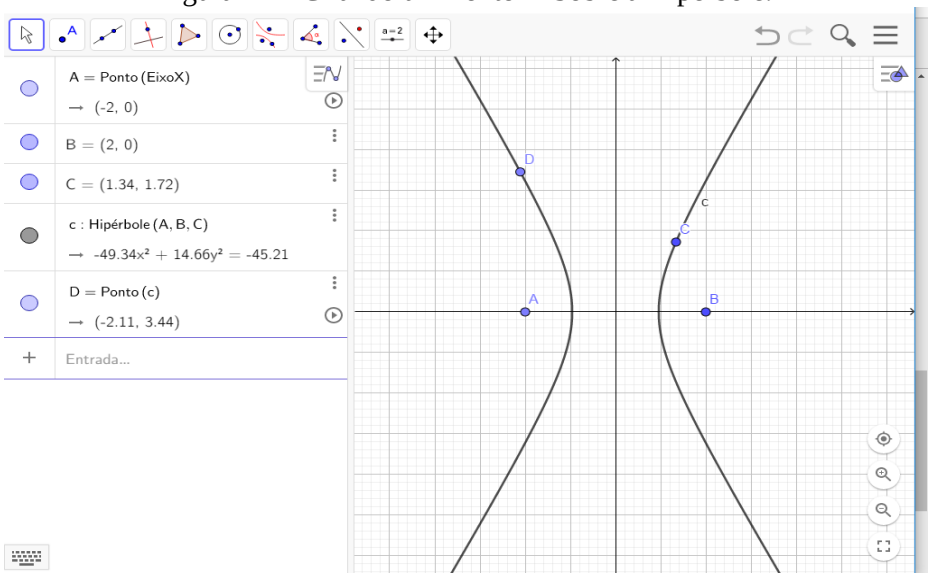
Figura 21 – Construção de uma Hiperbole no GeoGebra.



Fonte: Arquivo pessoal

Agora vamos criar um ponto D sobre a Hipérbole. Então vamos até a Barra de Ferramentas e clicamos na opção Ponto, e depois clicamos sobre a Hipérbole. Esse procedimento está exposto na Figura 22.

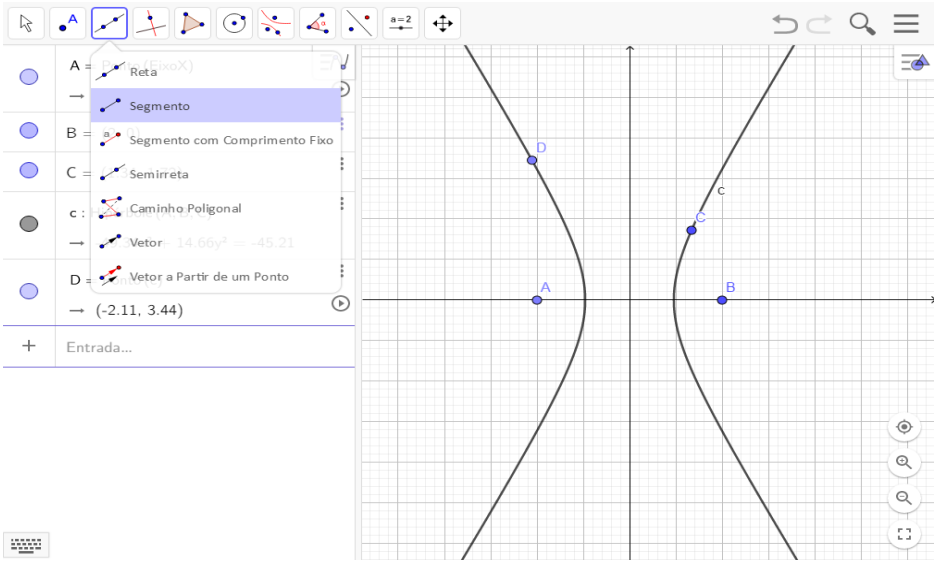
Figura 22 – Criando um Ponto D Sobre a Hipérbole.



Fonte: Arquivo pessoal

Agora iremos criar dois seguimentos de retas, então vamos à Barra de Ferramentas e clicar em Seguimento. Tal procedimento pode ser visualizado na Figura 23.

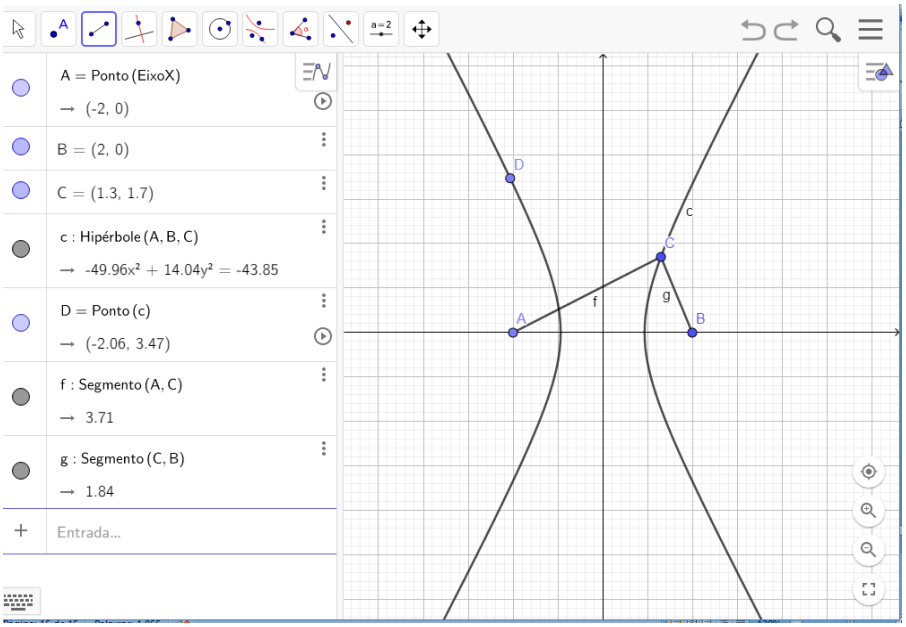
Figura 23 – Selecionando Um Seguimento de Reta na Barra de Ferramentas.



Fonte: Arquivo pessoal

Criaremos um seguimento de reta do Ponto A ao ponto C**,** e de C para o Ponto B**.** O protocolo desse gesto pode ser visualizado na Figura 24.

Figura 24 – Criando Seguimentos entre os Pontos.



Fonte: Arquivo pessoal

Nossa Hipérbole está concluída. Agora vamos as nossas atividades. São elas:

a) Ao mover o Ponto C sobre a Hipérbole, o que acontece com a mesma?

b) O que acontece com a Hipérbole quando movimentamos o Ponto D sobre a mesma?

c) Coloque o Ponto C e o Ponto D sobre o eixo das abscissas, depois aproxime os Focos de modo que eles se coincidam. O que acontece com a Hipérbole?

d) Tire um *print* [15] de sua hipérbole e poste em uma comunidade do Facebook que discuta matemática, solicitando que quem puder, envie nos comentários informações e questões falem de hipérbole;

e) Caso o aluno não tenha a rede social *facebook*, sugere-se que o aluno procure comunidades ou fóruns públicos de discussão matemática, para fazer essa postagem. Algumas sugestões são:

i) <https://www.forumdematematica.org/> (Acesso: 18/05/2018)

ii) < https://www.somatematica.com.br/comunidade.php> (Acesso:18/05/2018)

4 – Avaliação: Sugerimos que o professor cobre o desenvolvimento das atividades com a seguinte proporção: 20% da pontuação da atividade para efetuar os protocolos da aula; 50% para responder as questões propostas na atividade, 30% para trazer, no próximo encontro da turma, as respostas das postagens que realizaram nas redes sociais, fóruns ou comunidades. Caso não tenha ocorrido nenhuma postagem no intervalo dado, o professor pode atribuir o

[15] Fotografar a tela do computador

resto da pontuação da atividade para os alunos efetuarem respostas, entre si, nas postagens que realizaram por meio de pesquisas e de conhecimentos construídos durante o curso.

Aula 4 e 5: Construção de uma Elipse e Hipérbole através de 5 pontos

1 – Objetivos:

* Construir uma Elipse e Hipérbole dados 5 pontos;

* Cria uma Elipse através de sua equação;

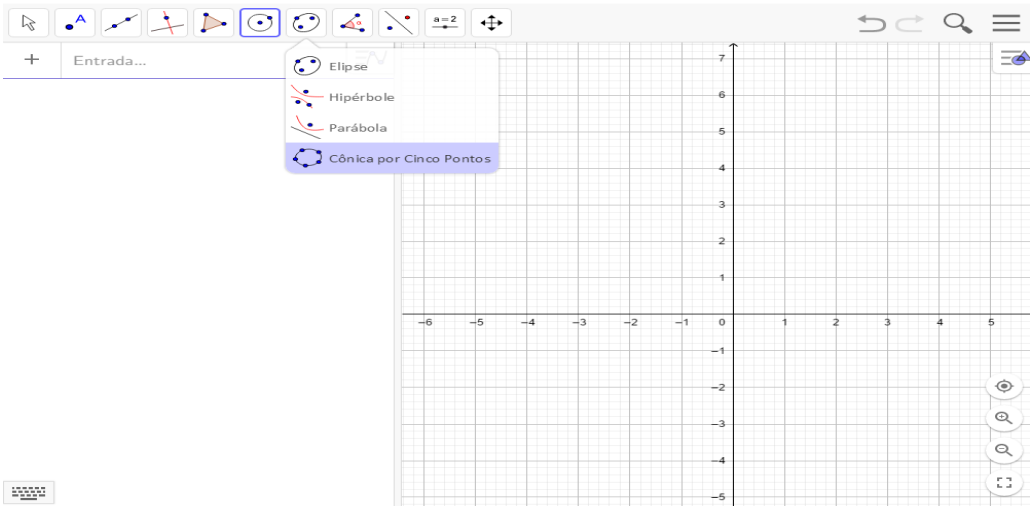
2 – Tempo: 1 hora e 40 minutos (duas horas aulas)

3 – Procedimentos didáticos: Vamos, passo a passo, construir Elipse e Hipérbole. Inicialmente, sugere-se que o professor incentive os alunos a irem no *Youtube* [16] e procurem a aula 31, do telecurso 2000, para o Ensino Médio. A aula pode ser encontrada no seguinte domínio:
Novo Telecurso - Matemática Ensino Médio - Aula 31
<https://www.youtube.com/watch?v=b9bSI7ow1Jo> (Acesso: 18/05/2018)

A vídeo-aula fala sobre a Elipse e a Hipérbole. O professor pode propor que os alunos devam procurar algum outro vídeo que revise o que eles já viram em sala de aula, sobre os conteúdos. O professor sugere que os alunos comentem no vídeo, sobre o que acharam da aula, cliquem em "compartilhar vídeo", e, para aqueles vídeos distintos do telecurso 2000, os alunos devem criar um grupo no Facebook, colocar os alunos da turma nesse grupo, e postarem seus links de revisão nesse ambiente. O objetivo dessa tarefa é os alunos, futuramente, discutirem entre si, sobre os vídeos postados. Adiante, discutiremos sobre esse evento. Após essa movimentação inicial, os alunos devem ser convidados a selecionar a opção Cônicas por Cinco Pontos, no GeoGebra. Conforme a Figura 25.

[16] Domínio na internet de vídeos

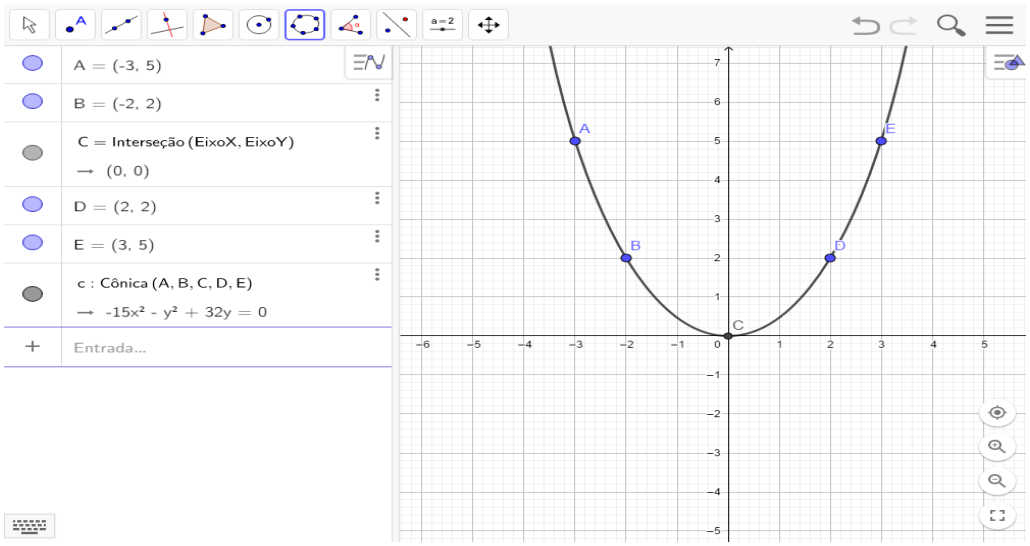
Figura 25 – Selecionando a Opção Conicas por Cinco Pontos.



Fonte: Arquivo pessoal

Depois devem criar cinco pontos de modo que eles pertençam a Elipse. Nossa sugestão são os pontos localizados em: A(-3,5), B(-2,2), C(0,0), D(2,2) e E(3,5)**.** A Figura 26 apresenta esse protocolo.

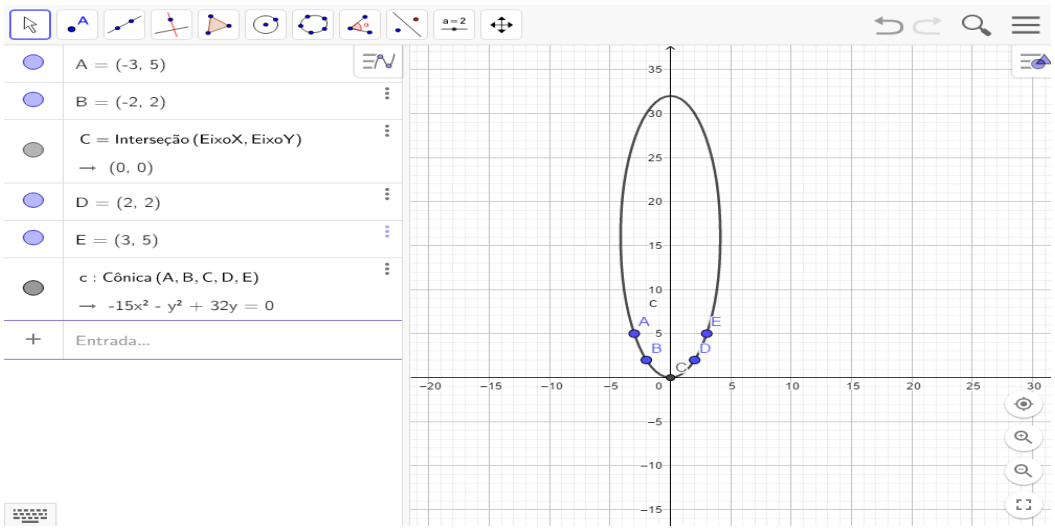
Figura 26 – Elipse Construida atraves de Cinco Pontos.



Fonte: Arquivo pessoal

Terminamos a nossa curva, porém a figura geométrica não permite determinar se realmente é uma Elipse, pois ela parece uma Parábola, então basta dar um zoom de modo que possamos visualizar a cônica por inteira ou verificar sua equação na Janela de Álgebra que, dado nossa sugestão, seria: $-15x^2 - y^2 + 32 = 0$, logo temos uma Elipse, conforme desponta a Figura 27.

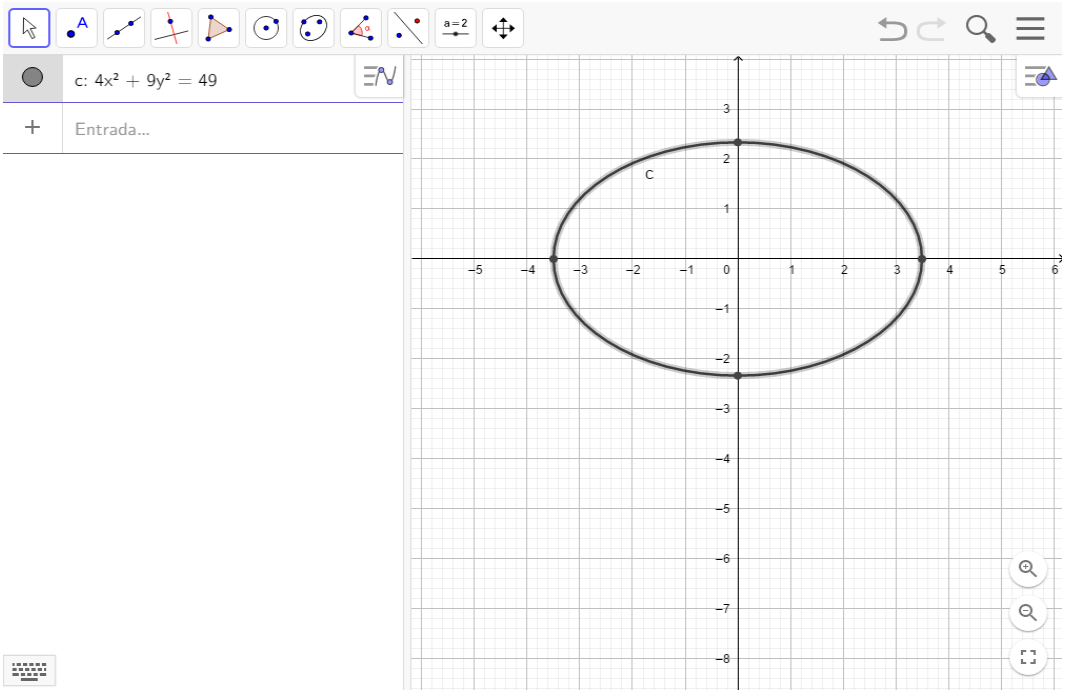
Figura 27 – Elipse Diminuida atraves de zoom.



Fonte: Arquivo pessoal

Pela equação e pela representação geométrica, a figura apresentada é uma Elipse**.** Através do GeoGebra temos outra opção para construir uma Elipse dada apenas sua equação. Iremos explorar essa opção. Nossa sugestão é inserir a equação $4x^2 + 9y^2 = 49$. Para isso, devemos ir o Campo de Entrada e digitar a equação proposta. Dessa forma, teremos a configuração da Figura 28 que segue.

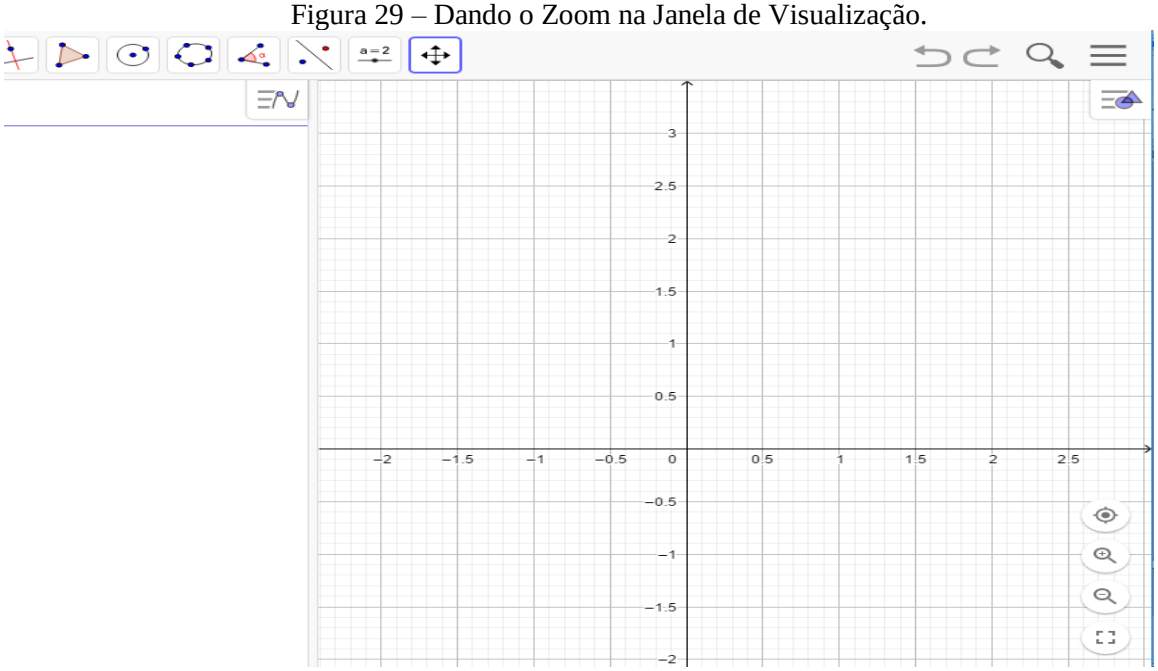
Figura 28 – Elipse Construida apartir de sua Equação.



Fonte: Arquivo pessoal

Esse é o método mais rápido de se obter uma representação geométrica de uma Elipse. Os alunos devem ser convidados a construir, agora, por seu turno, a Hipérbole dado 5 pontos. Primeiramente eles devem fazer o ajuste o plano cartesiano através do botão “Mover Janela de Visualização”. Depois dar um *zoom* de modo que apareçam os números racionais (na sua forma decimal). Esses eventos podem ser visualizados na Figura 29.

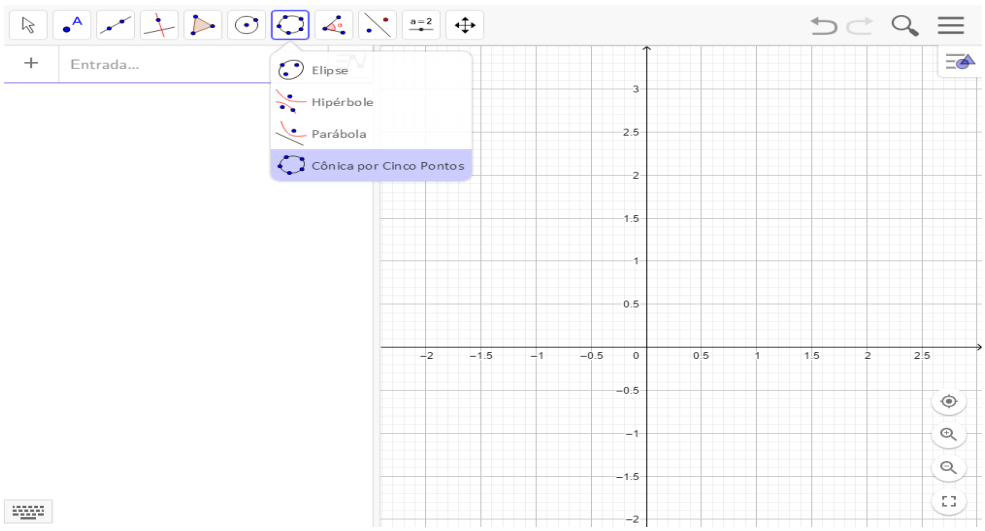
Figura 29 – Dando o Zoom na Janela de Visualização.



Fonte: Arquivo pessoal

Na Barra de Ferramentas, no ícone “Cônicas”, os alunos devem clica em “Cônicas por Cinco Pontos”. Conforme expressa a Figura 30:

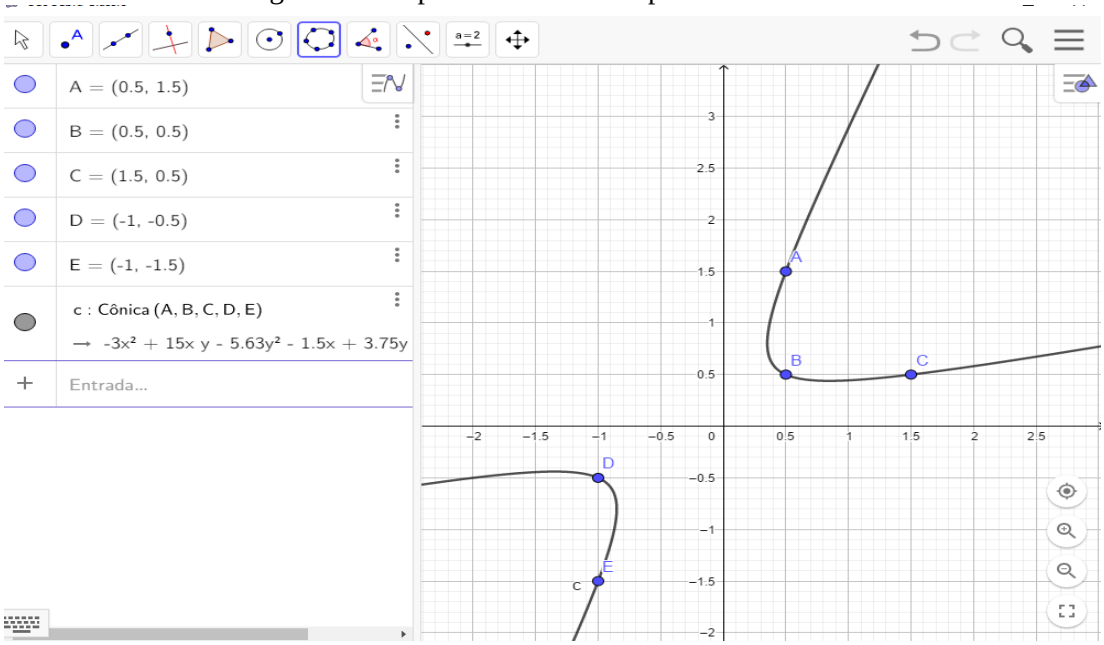
Figura 30 – Selecionando a Opção Conica por Cinco Pontos para Construir a Hipérbole.



Fonte: Arquivo pessoal

Agora os alunos vão criar 5 pontos de modo que esses pertençam a Hipérbole. Nossa sugestão são os pontos: A (0,5; 1,5), B(0,5; 0,5), C(1,5; 0,5), D(-1; -0,5) e E(-1 ; -1,5). A Figura 31 apresenta esse evento.

Figura 31 – Hipérbole Construida por Cinco Pontos.



Fonte: Arquivo pessoal

.

De modo análogo, o professor pode ensinar os alunos a, na caixa de "Campo de entrada", digitar uma equação de hipérbole imediata. Para isso, os alunos não precisam mais de sugestão do professor. Eles, conhecendo as características de uma hipérbole, devem postar imediatamente equações destas, dar *print*, e voltar a postar naquele grupo de facebook criado. A finalidade da postagem, será explorar atividades para pontuar na avaliação. A seguir, os discentes serão convidados a fazerem a seguinte atividade:

Sobre a Elipse de cinco pontos, Mova o Ponto A até a coordenada (-4, 3), o que aconteceu com a Elipse? Agora Mova o Ponto B até a coordenada (0 , 0), o que aconteceu? Agora em relação à segunda Elipse, a construída diretamente na fórmula, Crie pontos sobre a Elipse, o que acontece ao mover esses pontos?

Sobre a Hipérbole, arraste o Ponto A até a coordenada (3, 2). O que acontece com a Hipérbole? Nas hipérboles construídas de modo autônomo, crie um ponto pertencente a essa hipérbole e arraste. Registre o que está ocorrendo. O aluno deve ir atrás da questão 162, caderno azul, prova de 2017, do ENEM (BRASIL, 2017). A questão é: O fisiologista inglês Archibald Vivian Hill propôs, em seus estudos, que a velocidade V de contração de um

músculo ao ser submetido a um peso p é dada pela equação (p + a) (v +b) = K, com a, b e K constantes. Um fisioterapeuta, com o intuito de maximizar o efeito benéfico dos exercícios que recomendaria a um de seus pacientes, quis estudar essa equação e a classificou desta forma:

TIPO DE CURVA: Semirreta oblíqua; Semirreta horizontal; Ramo de parábola; Arco de circunferência; Ramo de hipérbole.

O fisioterapeuta analisou a dependência entre v e p na equação de Hill e a classificou de acordo com sua representação geométrica no plano cartesiano, utilizando o par de coordenadas (p. V). Admita que K maior que 0. O gráfico da equação que o fisioterapeuta utilizou para maximizar o efeito dos exercícios é do tipo:

a) Semirreta oblíqua. b) semirreta horizontal. c) ramo de parábola.
d) arco de circunferência. e) ramo de hipérbole.

Os alunos, com uso do GeoGebra, já podem simular a questão utilizando o *software*. Ao efetuar a inserção da equação no GeoGebra, a resposta é imediata: Ramo de hipérbole.

4 – Sugerimos que o professor exija dos alunos, suas postagens nas redes sociais, a execução das atividades propostas e que, com uso de um gravador de tela online, sugestão do Skoffer,, disponível em:
<https://chrome.google.com/webstore/detail/hljapgodclohbpdmlmcbciefdgcpihlj>
(Acesso: 18/05/2018) Grave a construção da resolução da questão do ENEM por uso do GeoGebra. Outros aplicativos fazem gravação online, outras sugestões podem ser: Screencast-o-Matic, Screen Toaster, Apowersoft, entre outras.

O aluno deve postar sua gravação no facebook ou no youtube e compartilhar seus links para os demais colegas da sala, ou outras pessoas interessadas, visualizarem e comentarem sobre a questão. O professor deve monitorar se os alunos efetivam as atividades.

4 ANÁLISE DA PROPOSTA DIDÁTICA.

O objetivo deste capítulo é apresentar a análise de nossa propositura didática com fins de levantarmos os pontos em que ela tem potencial positivo e os pontos que ela deve ter alerta, para não ser negativada quanto a sua produtividade.

4.1 Pontos fortes da proposta

1ª aula – O manuseio tecnológico, pelo próprio aluno é positivo. Oliveira (2005, p.5) afirma que:

> [...] Diante dessa realidade social, o papel dos professores não é apenas o de transmitir informações, mas de ser facilitador e mediador da construção do conhecimento. Neste sentido, o computador passa a ser um instrumento de auxílio do professor na aprendizagem, propiciando transformações no modo de aprender e ensinar. o computador quando adotado nas escolas deve integrar o ambiente escolar à realidade dos alunos, abandonando assim o mero papel de ferramenta educativa para assumir-se como recurso interdisciplinar, cuja finalidade maior será efetivar a qualidade do processo ensino-aprendizagem (OLIVEIRA,2005, p.5).

A aula, em especial, pode ser adaptada para que o professor faça com seus alunos, outras parábolas, como por exemplo, as dos livros adotados pela instituição ou de outras atividades internas da sala de aula. Outro ponto favorável da aula, é que o professor, querendo preparar seu estudante para exames governamentais futuros, poderia pesquisar outras questões do ENEM, além da nossa proposta.

Todas as edições de provas do ENEM podem ser encontradas em <http://portal.inep.gov.br/provas-e-gabaritos> (Acesso: 18/05/2018)

2ª aula – A aula tem como ponto inicial, um vetor atrativo, que é a pesquisa própria e o autodidatismo. Sobre a autonomia de aprender Freire (1996) cita que é um dos pilares do ensino. Esta autonomia apresenta-se como primordial. O aluno deve ter a capacidade de discernir entre a informação válida e a inválida, deve questionar o que lhe é oferecido como verdade, deve refletir e estabelecer ligações. No caso de tecnologias, sair dos dados brutos e chegar ao nível de conhecimento apreendido e pertinente.

Assim como a aula anterior, o professor deve adaptar nossas propostas para a realidade de sua turma. Sendo assim, não iremos mais versar sobre essas questões, que aqui trataremos como óbvias. Um ponto positivo, e nas entrelinhas da aula, é que os alunos irão estar trabalhando, subliminarmente, eventos como paciência, aguardar instruções, controlar a

ansiedade de operar o computador sem saber como. Teruya (2006) aponta que é um valioso recurso motivacional dado o potencial de despertar a atenção do educando e mantê-lo focado ao longo da utilização do computador. Na aula proposta, é necessário ouvir etapas do professor para efetuar os protocolos, portanto, o discente estará concentrado. Não obstante, o aluno terá como ponto favorável, vivenciar a contextualização tecnológica com provas oficiais do Brasil. No contexto específico, a hipérbole com a questão do futebol americano, com as cobranças conteudistas do Exame Nacional do Ensino Médio.

3ª aula – Uma premissa importante da aula é o incentivo da comunicatividade escolar em esfera social. Sobre isso Santaella (1992) afirma que o gerenciamento executado pelo professor deve despertar nos seus alunos a comunicação interativa significativa. Graças a eventualidades como essas, o estudante poderá ter, futuramente, uma leitura crítica das mídias que os tornará proficientes na decodificação de possíveis manipulações ideológicas, religiosas e outras. Ou seja, o aluno foi incentivado ao uso das redes sociais para fins que não fossem, exclusivamente, entretenimento social "vazio". Além disso, é importante que o aluno saiba valorizar sua produção escolar e comece a postar suas atividades, até com fins, de ver a valorização de seus esforços por seus colegas ou outras pessoas da área. Caso tenha gostado, o estudante pode fazer de seus estudos, um hábito de discussão com outras pessoas, que não seja aquelas que costumam discutir o mesmo, dentro da sala de aula.

4ª e 5 ª aula – O aluno poderá perceber que várias questões podem ser, executadas com muita rapidez, utilizando-se as calculadoras ou aplicativos matemáticos apropriados. Portanto, a tecnologia seria um vetor muito importante para auxiliar nos estudos destes. Todavia, não basta apenas ter o aplicativo. É importante saber operar o aplicativo e saber como operar com as equações de parábola, elipse e hipérbole. Compartilhar os frutos de seus estudos nas redes sociais é motivador. Os alunos, sabendo que irão ser vistos pela comunidade da internet, poderão caprichar e se esforçar mais, nas tarefas. Embora as sugestões propostas por nós sugiram homogeneização de postagens, o professor pode deixar o aluno livre para fazer suas próprias construções e outras parábolas, elipses ou hipérboles.

O professor pode cobrar que as respostas também sejam postadas, e o próprio professor pode interagir com os alunos pelo facebook, dizendo que serão avaliados pela plataforma. Pensa-se que os alunos vão gostar de ter que fazer "atividade de casa" pelo facebook ou outras redes sociais.

Agora que os alunos já dominam um pouco do GeoGebra, o professor pode convidar os alunos a ensinarem, a outros discentes de outras turmas, sobre o que aprenderam em uma espécie de "oficina informal interna". Esse evento, a nosso sentir, é de grande valia

pedagógica, pois foi por uso dele, que o autor do presente estudo, se interessou por *softwares* educativos, além de usar o computador quase que, majoritariamente, para entretenimento com jogos, vídeos ou musicalidade.

4.2 Pontos fracos da proposta

1ª aula – Como já narrado anteriormente, nossas propostas de aula é de caráter, respeitando-se as devidas proporções, única, porque é de nossa propriedade intelectual a confecção desse passo a passo, conforme aqui propusemos.

Apesar da ciência de muitos outros estudos e propostas similares as nossas, não encontramos, em nossas pesquisas, as proposituras que aqui orientamos.

O lado negativo de nossa iniciativa é que, por não estarmos efetivado a nenhuma instituição escolar, não tivemos como aplicar nossas aulas. Logo, um ponto "aberto" de nosso estudo, é a não ciência factual do sucesso ou insucesso do passo a passo proposto. Temos então, apenas um estudo teórico, de que é plausível a aula, e de que é possível efetua-la dentro dos 50 minutos de uma aula convencional. Todavia, conhecemos que pode haver muitos contratempos que inviabilizem o sucesso da aula, como por exemplo, computadores lentos, demora de deslocamento entre a sala de aula o laboratório, entre outros. Além disso, se a escola não tiver laboratório de Informática ou se não houver, ou o aplicativo instalado ou acesso a internet para uso da versão *online* do GeoGebra, caberá ao professor fazer adaptações, como por exemplo, levar um *datashow* e um notebook para mostrar a turma essa visualização eletrônica. Entretanto, ao fazer isso, o professor ira amputar um ponto muito positivo do uso das tecnologias, que é o prazer pessoal que o aluno poderia ter, de construir sua parábola, em vez de ver alguém construir para ele.

2ª aula – Já mencionado por nós, se a escola não possuir laboratório, iremos vivenciar um forte golpe na nossa proposta. Portanto, caberá ao professor adaptar nossa propositura a sua realidade. Dessa forma, não iremos mais ser repetitivos quanto a questão da ausência de laboratório, *software* ou internet. Outro ponto que deve ter atenção do professor é no momento dos alunos pesquisarem sobre elipse. A elipse também é uma figura de linguagem utilizada na língua portuguesa. A Elipse, na linguística, anula certa palavra de uma determinada frase, quando um termo não é necessário ser citado, pois é subentendível. Se o aluno se dispersar pesquisando outros elementos, pode não dar tempo de efetuar a aula por inteiro.

3ª aula – Tal qual a Elipse, a Hipérbole também é uma figura de linguagem, que denota exagero. O professor deve estar atento se o discente está pesquisando sobre a temática correta. Se o professor não tomar cuidado, os alunos podem ficar dispersos, navegando nas redes sociais, em vez de efetuando as atividades. O professor deve aproveitar a oportunidade para alertar dos cuidados de se conversar com estranhos nas redes sociais, avisando para os alunos não passarem contatos telefônicos ou marcarem encontros com pessoas desconhecidas. O professor deve ficar atento ao cronometro da aula, pois, em aulas de pesquisa na internet, pode ocorrer de muito tempo ser perdido, dado a não homogeneização de habilidades computacionais que os alunos possam apresentar, com uns sendo mais rápidos e outros mais lentos. Nesse caso, sugere-se que o professor incentive os alunos se auxiliarem.

4ª e 5ª aula – Espera-se que tenha sido uma semana com muita novidade para os discentes, todavia, se o GeoGebra não for revisitado, periodicamente, durante outras aulas e outros conteúdos, poderá ser visto como algo "Estanque" com finalidade exclusiva para "conteúdos de cônicas". Portanto, seria interessante, que o professor explicasse que o aplicativo pode ser usado para a maioria dos conteúdos de Álgebra ou Geometria. O professor deve ficar atento para os alunos fazerem as atividades, e não ficarem esperando alguns "mais habilidosos" fazerem suas atividades e "compartilharem o que fizeram" sem os demais se esforçarem para aprender também.

De modo geral, julgamos que o professor deve adaptar as aulas para sua realidade escolar, aproveitando as ideias aqui discutidas e jamais tratando as aulas como imutáveis e absolutas. Elas exigem reflexão e planejamento para inserção em qualquer ambiente escolar.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Sabemos que o uso de tecnologias é uma cobrança dos documentos oficiais de Educação do Brasil, tema de discussão nos congressos de Educação, em especial, ciências exatas e que este uso, indiscutivelmente, vem transformando a sociedade, quanto a suas nuanças de tempo e espaço, na velocidade de disseminação de informação e, portanto, a escola deve se adaptar e preparar cidadãos para o uso dela.

Como contratempos alheios a nossa vontade, não estamos ativo em sala de aula, o que impediu a execução de nossa aula, deixando nosso trabalho teórico. Se estivéssemos em sala de aula, poderíamos ter executado as aulas sugeridas. Por não ter sido falha nossa, a não aplicabilidade dessas aulas, julgamos que nosso trabalho não perde a relevância acadêmica e defendemos que atingimos nosso objetivo, quando este era propor um Planejamento Didático para o ensino de cônicas com uso do GeoGebra.

Para efetuarmos nosso estudo teórico nós identificamos a referenciabilidade do tema, no que tange as palavras chaves “Tecnologia” e “Ensino de Matemática”. As contribuições dessa etapa está na esfera do reforço teórico e literal das necessidades de se enfatizar a importância do uso de tecnologias pela escola, em especial, para as aulas de Matemática.

Para não ficarmos apenas na filosofia do uso, elaboramos uma sequência didática com o conteúdo de secções cônicas com as proposituras de pontos fortes e pontos delicados que deveriam ser observados pelo professor, antes de executar nossa proposta.

Em termos de encaminhamentos para pesquisas futuras, podemos dizer que a aplicação de nossas aulas pode suscitar resultados interessantes de serem estudados, tais quais: É possível executar a sequencia em cinco aulas? Quais atividades os alunos tiveram mais dificuldade? Quais atividades eles demonstraram gostar mais? Qual o impacto, nas redes sociais, do compartilhamento dos estudos dos alunos?

Portanto, nosso estudo atingiu seu objetivo, demonstrou ter relevância acadêmica e, possibilita estudos posteriores, para ter o nosso, como uma possível referência, quando o teor de outros estudos forem GeoGebra e Cônicas.

REFERÊNCIAS

BRASIL. PCN+ Ensino Médio: **Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC/SEMTEC, 2002.

BRASIL. **Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (OCEM**). Volume II; Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006.

BRASIL. PCN+ **Ensino Médio Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, Brasília. 2007.

INSTITUTO GEOGEBRA SÃO PAULO, 2010.
Disponível em: http://www.pucsp.br/geogebrasp/ Acesso em: 09/03/2018

BENTO, Humberto Alves. **O Desenvolvimento do Pensamento Geométrico com a Construção de Figuras Geométricas Planas Utilizando o *Software***: GeoGebra. Dissertação (Mestrado)–Pontifícia Universidade Católica de Minas, Belo Horizonte, MG. 2010. Disponível em: http://www.biblioteca.pucminas.br/teses/EnCiMat_BentoHA_1.pdf Acesso em: 04/03/2018

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy. **Informática e Educação Matemática.** Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2010.

BOYER, Carl, B. **Historia da Matemática.** Tradução Elza F. Gomide, 3ª.ed. São Paulo: Blucher, 2010.

CHAGAS, Elza Marisa Paiva de Figueiredo**. Educação Matemática na Sala de Aula**: Problemáticas e Possíveis Soluções. http://www.ipv.pt/millenium/millenium29/31.pdf Acesso em: 15/03/2018.

FARIAS, Conceição Brandão de Lourdes. ALVES, Evanilson Landim. O Ensino da Função Afim com o Auxílio do Software GeoGebra. In: XI Encontro Nacional de Educação Matemática, Curitiba/PR, 2013. **Anais do XI Encontro de Educação Matemática**, Curitiba/PR. Disponível em:
http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/1905_1672_ID.pdf Acesso em: 18/03/2018

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia**: saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GERÔNIMO, João Roberto; BARROS, Rui Marcos de Oliveira; FRANCO, Valdeni Soliani. **Geometria euclidiana** – um estudo com o software GeoGebra. Maringá: EDUEM, 2010.

GIL, Antonio Carlos. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**. 4. ed. - São Paulo: Atlas, 2002

GOMES, Cosmo Matias; ASSIS, Cibelle de Fátima Castro de. Experiências de Formação para o uso do GeoGebra nas Aulas de Matemática em Escolas Públicas do Ensino Médio**.** In: XI Encontro Nacional de Educação Matemática, Curitiba/PR, 2013. **Anais do XI Encontro de Educação Matemática**, Curitiba/PR. Disponível em: http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/2383_564_ID.pdf Acesso em: 09/04/2018.

KENSKI, Vani Moreira. **Tecnologias e ensino presencial e a distanci**a. 9ª Ed. Campinas, SP. 2012. Papirus, (Serie pratica pedagógica).

LUIZ, Elisete Adriana José. Col, Lidiane de. **Alternativas Metodológicas para o Ensino de Matemática Visando uma Aprendizagem Significativa**. ULBRA. Canoas, RS.2013. Disponível em: http://www.conferencias.ulbra.br/index. php/ciem/vi/paper/viewFile/1015/115 Acesso em: 04/04/2018

MARCONI, Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. **Metodologia do trabalho científico**. São Paulo: Editora Atlas, 1992.

MELO, Rayane de Jesus Santos. O ensino das cônicas com auxílio do software GeoGebra. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo/SP,2016. **Anais do XII Encontro de Educação Matemática,** São Paulo/SP. Disponível em:http://sbempe.cpanel0179.hospedagemdesites.ws/enem2016/anais/pdf/6023_2530_ID.pdf. Acesso em: 18/03/2018

MENDES, Iran Abreu. **Matemática e Investigação em Sala de Aula**: tecendo redes cognitivas na aprendizagem. 2. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física,2009.

NOGUEIRA, Cleia Alves. A Utilização do Computador para o Ensino da Geometria: reflexões de professores. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo/SP. 2016**. Anais do XII Encontro de Educação Matemática,** São Paulo/SP. Disponível em http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/7510_4196_ID.pdf. Acesso em: 24/03/2018

OLIVEIRA, Ramon de. **Informática Educativa**: dos Planos e Discursos à Sala de Aula. Campinas. São Paulo: Papirus. 2005.

OLIVEIRA, Adilson Lopes de. **Objeto de aprendizagem para desenvolvimento de habilidades de visualização e representação de secções cônicas**: atividades para o Ensino Médio**.** Dissertação de mestrado, PUC. Belo Horizonte, 2011. Disponível em: http//www.biblioteca.pucminas.br/teses/EnCiMat_OliveiraAL_1.pdf acesso em: 05/05/2018

OLIVEIRA, Franciele Martins de. **O Uso da Sala de Informática nas Aulas de Matemática no Ensino Fundamental**: percepções de um grupo de professores. 2013. Disponível em: http://bibliodigital.unijui.edu.br:8080/xmlui/bitstream/handle/123456789/1643/Franciele%20-%20Artigo.pdf?sequence=1 Acesso em:12/03/2018

OLIVEIRA, Francisco Diego Moreira**. O software GeoGebra como ferramenta para o ensino da Geometria Analítica.** Dissertação de mestrado, UFERSA, Mossoró, 2014. https://ppgmat.ufersa.edu.br/wpcontent/uploads/sites/58/2016/02/Disserta%C3%A7%C3%A3o-Francisco-Diego.pdf. Acesso em: 04/05/2018

PEREIRA, Edcarlos. **A utilização de Applets no GeoGebra para a Aprendizagem da Trigonometria no Ensino Médio**. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Federal de Alagoas, Maceió, AL.2015.
Disponível em: http://www.ufal.edu.br/ppgecim/formularios/banco-de dissertacoes/dissertacao-de-edcarlos-pereiraAcesso em 09/03/2018

PONTE, João Pedro. **Tecnologias de Informação e Comunicação na Formação de Professores**: que desafios? Revista Ibero Americana de Educação, Madrid, n. 24, p. 63-90, sep./dec. 2000.

SANTAELLA, Lúcia**. A cultura das mídias**. São Paulo: Razão Social, 1992.

SERRANO, Sérgio Antoun. **Utilização do GeoGebra na Construção de Instrumentos**:
Relógio de Pêndulo e Engrenagens. Dissertação de Mestrado Profissional em Rede (PROFMAT). Instituto de Matemática Pura e Aplicada-IMPA, Rio de Janeiro, RJ,2014.

SEVERINO, Antonio Joaquim. **Metodologia do Trabalho Científico**. São Paulo: Cortez, 2002.

SILVA, Vera Lúcia Rodrigues da. A Contextualização e a Valorização da Matemática: representações sociais de alunos do ensino médio. In: VIII Encontro Nacional de Educação Matemática. Recife, PE/2004. **Anais do VIII Encontro de Educação Matemática**, Recife, PE.2004.
Disponível Em: http://www.sbembrasil.org.br/files/viii/pdf/03/CC52299708804.pdf Acesso em:11/03/2018

SOUZA, Jusley Talita Grimes de. KATO, Lilian Akemi. Um Estudo do Campo Conceitual das Cônicas In: XI Encontro Nacional de Educação Matemática, Curitiba/PR, 2013. **Anais do XI Encontro de Educação Matemática**, Curitiba/PR. Disponível em: http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/3356_1744_ID.pdf Acesso em:14/03/2018

TERUYA, Teresa Kazuko. **Trabalho e educação na era midiática**: um estudo sobre o mundo do trabalho na era da mídia e seus reflexos na educação. Maringá, PR: Eduem, 2006.

VOLPATO, Marcio Alexandre; CARGNIN, Claudete. As cônicas sob o olhar dos Registros de Representação Semiótica nos Livros Didáticos de Matemática. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo, 2016**, Anais do XII Encontro de Educação Matemática**, São Paulo, 2016. Disponível em:
http://sbempe.cpanel0179.hospedagemdesites.ws/enem2016/anais/pdf/5734_4090_ID.pdf.
Acesso em: 24/03/2018

Domínios na internet

<https://www.youtube.com/watch?v=HRPT2E8U2fM> (Acesso 18/05/2018);

<https://www.youtube.com/watch?v=b6tjaf_ACC0> (Acesso 18/05/2018);

<https://pt.slideshare.net/FernandaValentim4/utilizando-o-software-Geogebra-na-construo-de-cnicas> (Acesso 18/05/2018);

<https://www.youtube.com/watch?v=BRAZmj7oRWg> (Acesso: 18/05/2018)

<https://descomplica.com.br/gabarito-enem/questoes/2015/> (Acesso: 18/05/2018)

<https://www.facebook.com/Geometria-212481712190918/?ref=br_rs> (Acesso: 18/05/2018)

<https://www.forumdematematica.org/> (Acesso: 18/05/2018)

< https://www.somatematica.com.br/comunidade.php> (Acesso:18/05/2018)

<https://www.youtube.com/watch?v=b9bSI7ow1Jo> (Acesso: 18/05/2018)

<https://chrome.google.com/.../detail/apgodclohbpdmlmcbciefdgcpihlj> (Acesso: 18/05/2018)

<http://portal.inep.gov.br/provas-e-gabaritos> (Acesso: 18/05/2018)