UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Elizângela Ferreira da Silva

Processos históricos para o cálculo da Área do Círculo: uma análise em livros didáticos

Rio Tinto – PB
2018

Elizângela Ferreira da Silva

Processos históricos para o cálculo da Área do Círculo: uma análise em livros didáticos

Trabalho Monográfico apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof. Dra. Cristiane Fernandes de Souza

Rio Tinto – PB
2018

Catalogação na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

S586p Silva, Elizangela Fereira da.
Processos históricos para o cálculo da área do círculo: uma análise em livros didáticos / Elizangela Fereira da Silva. - Rio Tinto, 2018.
70 f. : il.

Orientação: Dra Cristiane Fernandes de Souza.
Monografia (Graduação) - UFPB/CCAE.

1. História da Matemática. 2. Livro Didático. 3. Área do circulo. 4. Processos históricos. I. Souza, Dra Cristiane Fernandes de. II. Título.

UFPB/BC

Elizângela Ferreira da Silva

Processos históricos para o cálculo da Área do Círculo: uma análise em livros didáticos

Trabalho Monográfico apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof. Dra. Cristiane Fernandes de Souza

Aprovado em: 31 / 10 / 2018

BANCA EXAMINADORA

Cristiane Fernandes de Souza
Prof. Dra. Cristiane Fernandes de Souza (Orientadora) – UFPB/DCX

Graciana Dias
Prof. Dra. Graciana Ferreira Dias – UFPB/DCX

Regina Coelly Mendes da Silva
Prof. Ma. Regina Coelly Mendes da Silva – UFPB/DCX

Dedico este trabalho aos meus pais, pelo incentivo, carinho e apoio absoluto, proporcionando-me vitória nesta caminhada.

AGRADECIMENTOS

À **Deus**, por guiar meus passos nessa longa caminhada, me abençoando com forças para continuar nos momentos de dificuldades, por todas as conquistas e vitórias alcançadas na minha vida.

Aos **meus pais**, José Ferreira e Ednalva Freire por sempre estarem ao meu lado, por me incentivar nos estudos me dando apoio e estando ao meu lado.

Ao **meu namorado**, companheiro e amigo de curso, Alex Eudes, por me acalmar nos momentos de tenção, por segurar minhas mãos e não me deixar desistir, me dando incentivo para chegarmos juntos até aqui.

A **minha orientadora**, Prof.ª Cristiane Fernandes de Souza, por aceitar me orientar e por dedicar seu tempo para me ajudar, pela paciência, estímulo e colaboração nessa trajetória.

A **todos os professores** que colaboraram para a minha formação, em especial a Fabrício Lima por compreender e me ajudar no momento mais difícil da formação acadêmica.

Aos **familiares** que me apoiaram e me apoiam desde o início dessa caminhada, aos meus primos Jandeilma e Fabrício, ao meu irmão José Junior e Elizete Barbosa. À sobrinha Tatiane Soares que muito me ajudou na conclusão deste trabalho.

Aos **colegas**, José de Arimatéia, Leonardo Sinésio, Egracieli Ananias, Viviane e todos os que não foram citados aqui, pelas trocas de experiências, pelo convívio, pelas alegrias e incertezas, por todos esses momentos vividos juntos e partilhados.

A **todos**, muito obrigada!

A tarefa do educador dialógico é, trabalhando em equipe interdisciplinar este universo temático recolhido na investigação, devolvê-lo, como problema, não como dissertação [...].

Paulo Freire

RESUMO

O principal objetivo desse Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) é analisar alguns livros didáticos presentes no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD 2017) destinados para os anos finais do Ensino Fundamental, a fim de verificar a presença de processos históricos acerca do cálculo da área do círculo. Na pesquisa descrevemos as propostas trazidas pelos documentos oficiais de orientação curricular, sobre o cálculo da área do círculo. Em relação aos nossos objetivos, a pesquisa é do tipo exploratória, e caracterizada como uma pesquisa documental, pois buscou analisar as abordagens presentes nos livros didáticos adotados pelos professores do município de Jacaraú – PB, Rio Tinto – PB e Mamanguape – PB. Para fundamentar nossa pesquisa recorremos aos autores Fossa (2001), Boyer (2004) e Eves (2010) que falam sobre a História da Matemática, fazendo um breve histórico sobre o uso da História da Matemática no ensino. Analisamos também, as propostas de ensino sobre área do círculo contidas nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) nos Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental do Estado da Paraíba (RCEF/PB) e na Base Nacional Comum Curricular (BNCC); também abordamos o Guia do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD 2017). Assim, este trabalho traz um breve histórico do cálculo de área do círculo, algumas explicações para a fórmula desenvolvida pelos egípcios, apresenta ainda um pouco da história do número pi e mostra possíveis formas de uso da História da Matemática na sala de aula. Traz também o que analisamos nos principais documentos de orientação curricular para o ensino de Matemática a fim de verificar quais são as orientações para o ensino de área do círculo. Vimos que esses documentos fazem referência ao uso da História da Matemática como recurso que pode dinamizar as aulas de Matemática e despertar o interesse do alunado, mas não trazem orientações específicas de como esse ensino deve ocorrer, tampouco como fazer essa abordagem específica para a área do círculo.Nas coleções analisadas, que foram Matemática Compreensão e Prática de Ênio Silveira (2015) e a Vontade de Saber Matemática de Souza e Pataro (2015), percebemos que elas abordam o conteúdo de modo análogo, no entanto uma das coleções faz um pequeno uso de contextos históricos e a outra apresenta apenas um exercício com contextos históricos, observamos de modo geral que a abordagem da História da Matemática ocorrem nos livros didáticos analisados.

Palavras-chave: História da Matemática. Livro Didático. Área do círculo. Processos históricos.

ABSTRACT

The principal objective of this Course Completion Work is to analyze some didactic books present in the National Program of Didactic Book (PNLD 2017) destined for the final years of Elementary School, in order to verify the presence of historical processes on the calculation of the area of the circle. In their search we describe the proposals brought by the official documents of curricular orientation, on the calculation of the area of the circle. In relation to our objectives, there search is of the exploratory type, and characterized as a documentary research, because it sought to analyze the approaches present in the textbooks adopted by the teachers of the municipality of Jacaraú - PB, Rio Tinto - PB and Mamanguape - PB. To base our research we turn to authors Fossa (2001), Boyer (2004) and Eves (2010) who talk about the History of Mathematics, making a brief history about the use of the History of Mathematics in teaching. We also analyze the teaching proposals on the area of the circle contained in the National Curricular Parameters (PCNs) in the Curricular Frameworks of the Elementary School of the State of Paraíba (RCEF / PB) and in the National Curricular Common Base (BNCC); we also addressed the Guide to the National Textbook Program (PNLD 2017). Thus, this work brings a brief history of the area calculation of the circle, some explanations for the formula developed by the Egyptians, presents still a bit of the history of the number pi and shows possible ways of using the History of Mathematics in the classroom. It also brings out what we have analyzed in the main curricular guidance documents for mathematics teaching in order to verify the guidelines for the area teaching of the circle. We have seen that these documents refer to the use of the History of Mathematics as a resource which can stimulate mathematics classes and arouse the interest of the student, but do not provide specific guide line show this teaching should occur, as well as how to do this specific approach to the circle area. In the analyzed collections, which were Mathematics Understanding and Practice of Ênio Silveira (2015) and Willingness to Know Mathematics of Souza and Pataro (2015), we perceive that they approach the content in an analogous way, however one of the collections makes a small use of historical contexts and the other presents only an exercise with historical contexts, we observe in general that the approach of the History of Mathematics occurs in the textbooks analyzed.

Keywords: History of Mathematics. Textbook. Circle area. Historical processes.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

1.1 Apresentação do Tema e Justificativa

São vários os alunos que questionam a aplicabilidade dos conteúdos estudados em sala de aula, isso porque não conseguem fazer uma associação desses conteúdos com sua realidade. Se o aluno não percebe essa conexão talvez ela de fato não esteja acontecendo. Para D´Ambrósio (1999), um dos maiores erros contidos na Educação Matemática é não associar os conteúdos vistos em sala de aula com as práticas cotidianas dos alunos, logo, é dever do professor fazer essa conexão entre o ministrado e o dia a dia do alunado.

Nesse contexto, o ensino de Matemática, quando introduzido por metodologias como uso da História da Matemática, pode tornar as aulas mais atrativas. Gerando um elo com a prática, os alunos passam de meros observadores para agentes transformadores, pois esse recurso envolve o discente ativamente no ensino, possibilitando uma melhor associação da disciplina vista em sala de aula com a do seu cotidiano, levando a desenvolver com mais facilidade os conceitos dos conteúdos abordados.

A História da Matemática pode ser utilizada para elaborar e realizar atividades voltadas para a construção de conceitos matemáticos, para que seja possível ao aluno conhecer a evolução dos temas estudados, bem como conhecer a natureza investigativa que existia nas gerações durante todo o desenvolvimento histórico.

A História da Matemática também pode ser utilizada para mostrar a Matemática aos estudantes como uma construção humana, que surgiu da premência da sociedade em resolver pequenos problemas, e que tudo o que temos hoje foi desenvolvido ao longo do tempo partindo dessas necessidades, o que levou a diversas pesquisas, descobertas e através de tentativas e erros e muita persistência foi possível organizar as ideias para chegarmos aos conhecimentos adquiridos hoje, assim os envolvidos deixaram seus legados relacionados à história.

Para ser possível aos professores de Matemática fazer a junção dos conteúdos vistos em sala de aula com o cotidiano dos alunos é preciso que ele tenha uma aula bem elaborada. Como sabemos, o livro didático, por diversos anos, foi o único recurso utilizado pelos docentes como orientação para suas aulas, e ainda permanece, em alguns casos, sendo o único material didático,baseando-se em Oliveira (2011) onde ele discorre que a História da Matemática está ausente das salas de aula nos dias atuais. Essa situação me provocou uma inquietação: a ausência da História da Matemática nas aulas é definida pela não abordagem nos livros didáticos?

Entre tantos recursos recomendados para o ensino, um dos mais utilizados e comentados é o livro didático. Por ter forte influência no ensino no nosso país, o livro didático pode e deve ser utilizado, mas é importante que os professores não o tenham como o determinante dos conteúdos que serão estudados, por mais precária que seja situação da escola os docentes devem se sentir na obrigação de procurar outros meios para aprimorar as ideias apresentadas nos livros didáticos (LAJOLO, 1996).

O livro didático é um instrumento desenvolvido para educação, mas nem sempre apresenta os conteúdos de forma adequada. Logo o professor deve ter muita atenção antes de apresentar qualquer situação proposta pelo livro didático, pois uma vez que os alunos confiam em qualquer afirmação que seja apresentada por ele (o livro), para o professor confrontá-lo poderá se tornar uma situação delicada.

A real função do livro didática deve ser um elemento auxiliar da aprendizagem na sala de aula, apresentando ideias para ajudar a produção de significados para o aluno (DANTE, 1996). Entretanto, sabemos que, por muitas vezes, o livro acaba por ditar todo o ensino, estipulando que conteúdo deve ser estudado, como deve ser apresentado e ainda como os alunos devem ser avaliados.

Assim, unindo a inquietação à respeito do livro didático ao desejo de conhecer a história do cálculo da área do círculo, como a contribuição da civilização egípcia para seu desenvolvimento, foi possível chegar ao tema da pesquisa: analisar alguns livros didáticos presentes no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) 2017 para triênio 2017, 2018 e 2019, a fim de verificar a presença de processos históricos acerca do cálculo da área do círculo.

Todo interesse pela área da pesquisa deu-se a partir do primeiro contato com o estudo da História da Matemática durante o curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba (UFPB), *campus* IV.

A partir do conhecimento acerca da utilização do livro didático e compartilhando do mesmo ponto de vista de Oliveira (2011), onde ele destaca que grande parte dos professores tem o livro didático como seu "fiel escudeiro", apoiando-se completamente nele para entrar em sala de aula e "encarar" o alunado, concluímos que o livro didático é um dos recursos mais utilizados pelos professores em sala de aula nos dias de hoje. Os professores sentem tanta confiança no material didático que muitas vezes não procuram apoio em outros meios, não buscam envolver os conteúdos com o cotidiano dos alunos, o que pode levar a aula a se tornar chata, repetitiva e muito cansativa.

Essas reflexões nos permitiram que chegássemos à seguinte questão de pesquisa: Como os processos históricos do cálculo da área do círculo vêm sendo abordados em alguns livros didáticos presentes no Programa Nacional do Livro Didático – PNLD?

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo Geral

Analisar como alguns livros didáticos de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental, indicados no Guia PNLD 2017 para triênio de 2017, 2018 e 2019, estão abordando o conteúdo "Área do Círculo", identificando a presença e o uso da História da Matemática para a abordagem desse conteúdo.

1.1.2 Objetivos Específicos

- Apresentar os métodos históricos utilizados pela civilização Egípcia para calcular a área do círculo;
- Verificar a presença da História da Matemática nos livros didáticos de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental, indicados no PNLD;
- Identificar como é utilizada a História da Matemática para a abordagem do cálculo da área do círculo nos livros didáticos.

1.2 Metodologia da Pesquisa

Essa pesquisa teve por objetivo fazer uma análise nos livros didáticos, com foco voltado para a abordagem da Geometria, no ensino da área do círculo, assim, buscamos apoio nos documentos que regem a orientação curricular como os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN e a Base Nacional Comum Curricular – BNCC. Do ponto de vista da sua natureza temos uma pesquisa aplicada, de acordo com Gil (2010, p. 26) "abrange estudos elaborados com a finalidade de resolver problemas identificados no âmbito das sociedades em que os pesquisadores vivem".

Quanto aos objetivos, trata-se de uma pesquisa exploratória, segundo Gil (2010, p.27) "as pesquisas exploratórias têm como propósito proporcionar mais familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a construir hipóteses". Ainda segundo Gil (2010), temos que esse tipo de pesquisa pode ocorrer a diversas maneiras como o levantamento bibliográfico ou entrevistas com pessoas para gerar uma melhor compreensão do problema. Essa pesquisa "mostra-se útil quando se deseja obter uma visão geral de uma situação ou problema" (FIORENTINI; LORENZATO, 2012, p. 106).

A princípio, foi realizado um levantamento bibliográfico em livros reconhecidos na Educação Matemática acerca da contribuição da civilização egípcia para o cálculo da área do círculo, porém a pesquisa é caracterizada por um estudo documental. De acordo com Gil (2010), considera-se fonte documental se o material de consulta for interno à organização, tais como "livros, revistas, documentos legais, arquivos em mídia eletrônica, [...]" (APPOLINÁRIO, 2009, p. 85).

Segundo Fiorentini e Lorenzato (2012) uma boa fonte de matérias para pesquisas documentais são aqueles documentos que permanecem ricos de informações mesmo com o passar do tempo, tornando-se assim documentos importantes para estudos. São exemplos desse tipo de material "filmes, fotografias, livros, propostas curriculares, provas (teste), caderno de aluno, autobiografias, revistas, jornais, [...] dissertações ou teses acadêmicas, diários pessoais, diário de classe, entre outros documentos" (FIORENTINI; LORENZATO, 2012, p. 103).

Para essa pesquisa foram analisados os livros adotados no município de Jacaraú – PB, cidade na qual a autora deste Trabalho de Conclusão de Curso reside, e os livros adotados pela rede municipal de ensino das cidades de Rio Tinto – PB e Mamanguape – PB, onde está localizado o *campus* IV da Universidade Federal da Paraíba – UFPB.

Todas as coleções escolhidas fazem parte do Programa Nacional do Livro didático PNLD 2017 para o triênio 2017, 2018 e 2019. A coleção optada pelos professores das escolas de Jacaraú é a "Vontade de Saber Matemática" (SOUZA; PATARO, 2015) a mesma escolha foi feita pelos professores do município de Rio Tinto, e a utilizada pela cidade de Mamanguape é a "Matemática Compreensão e Prática" (SILVEIRA, 2015).

Para melhor analisar os livros com respeito ao cálculo da área do círculo recorremos aos documentos que norteiam o Ensino de Matemática tais como: Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998), os Referencias Curriculares do Estado da Paraíba – RCEF/PB (GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010), a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017) e o guia do Programa Nacional do Livro Didático 2017 – PNLD (BRASIL, 2016). Os mesmos documentos também foram verificados a respeito das orientações ao ensino da História da Matemática. Para melhor fundamentar nossa pesquisa sobre a História da Matemática, utilizamos o capítulo 4 do livro “Ensaios sobre Educação Matemática” de (FOSSA, 2001) titulado por “Hamlet, antipholus e antipholus: lucrubações pedagógicas sobre a história da matemática”.

Etapas de desenvolvimento da pesquisa, primeira etapadesenvolvemos um breve histórico sobre o ensino do cálculo de área do círculo, na segunda etapa verificamos o ensino e aprendizagem da área do círculo nos documentos oficiais que regem a educação como os Parâmetros Nacionais Curriculares (PCN) (BRASIL,1998) os Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental do estado da Paraíba (RCEF/PB) (GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2017) e os usos da História da Matemática no ensino, na terceira etapa realizamos uma análise em duas coleções de livros didáticos presentes no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) (BRASIL, 2016).

2 PRESUPOSTO TEÓRICO

2.1 Breve histórico do cálculo de área do círculo

O círculo, pode estar entre as primeiras figuras curvilíneas da civilização egípcia, apesar de não se conhecer nenhum teorema ou demonstração que comprove. Porém, algumas confrontações geométricas feitas ao longo do vale do rio Nilo levam a acreditar neste fato (BOYER, 2010).

Tendo o círculo como uma das figuras geométricas mais antigas “são encontrados vários métodos e fórmulas nas antigas civilizações chinesa, babilônica, egípcia e indiana” (GASPAR; MOURO, 2004, p. 4) para se calcular a área dessa figura geométrica. Logo, cada civilização criou conforme seus conhecimentos uma forma para desenvolver esse cálculo; algumas civilizações chegavam a conclusões precisas, umas exatas, outras apenas aproximadas.

Existem dificuldades para se encontrar registros de descobertas de algumas civilizações, como da civilização chinesa e indiana, uma vez que o material utilizado por essas civilizações foram casca de árvore e bambu, devido ao isolamento por parte dessas áreas e precariedade do material os registros não conseguiram resistir ao tempo. Já os babilônios fizeram seus registros em tábulas de argila cozida e os egípcios utilizaram pedras e papiros (EVES, 2004).

A geometria babilônica ocorrida no vale da Mesopotâmia, considerava geralmente três vezes o quadrado do raio para encontrar a área do círculo, se formos comparar o resultado obtido com a medida para área do círculo dos egípcios o valor é bem inferior (BOYER, 2010). No entanto, em 1936, foram encontradas algumas tábuas matemáticas em Susa, que trouxeram novos conhecimentos a respeito da geometria. Em uma das tabuletas “o escriba dá 0; 57,36 como razão entre o perímetro do hexágono regular e a circunferência do círculo circunscrito; e disso podemos concluir imediatamente que o escriba babilônico tinha tomado 3; 7,30 ou 31/8 como aproximação para π” (BOYER, 2010, p. 26) essa descoberta torna a aproximação do valor de π da civilização babilônica tão boa quanto a aproximação da civilização egípcia.

A China, uma das civilizações mais antigas, dispõe de um dos livros mais importantes e antigos dos clássicos matemáticos o *Nove Capítulos*, que é composto por 246 problemas sobre assuntos variados, como medição de terra, problemas da agricultura, o cálculo de impostos, solução de equações, etc. (BOYER, 2010). Ainda segundo Boyer (2010), as obras chinesas assim como as egípcias, coincidem com resultados exatos e inexatos. “A área do círculo era calculada tomando três quartos do quadrado sobre o diâmetro ou doze avos do quadrado da circunferência – resultado correto se se adota o valor três para π” (BOYER, 2010, p. 134). No entanto, em outras situações aparecem casos onde são utilizados valores aproximados. Eles decorrem por métodos e formas diferentes, o que não dá tanta convicção de que para o cálculo da área do círculo foi utilizado um número exato.

Na Índia, existiram dois grandes matemáticos, o mais famoso entre eles foi o Aryabhatacuja a obra mais importante criada em 499 (d.C.) foi nomeada *Aryabhatiya* uma obra pequena que foi escrita em versos com 123 estrofes. Essa obra foi destinada à astronomia e à matemática (BOYER, 2010).

Segundo Boyer (2010), os conhecimentos presentes no *Aryabhatiya*, com relação à matemática, iniciam com os nomes de algumas potências, logo depois dá ensinamentos sobre as raízes quadradas e cúbicas de inteiros. No entanto, é feito um alerta com respeito a suas regras de mensuração, pois algumas são corretas e outras não. “A área do círculo é achada corretamente como produto da circunferência pela metade do raio” (BOYER, 2010, p. 143) essa afirmação é correta, mas continua sendo exposta lado a lado com informações incorretas. A única afirmação do *Aryabhatiya* que ficou conhecida e dá orgulho aos estudiosos hindus é essa: “some-se 4 a 100, multiplique-se por 8, e some-se 62.000. O resultado é aproximadamente a circunferência de um círculo cujo diâmetro é 20.000” (CLARK, 1930, p. 28 *apud* BOYER, 2010, p. 144).

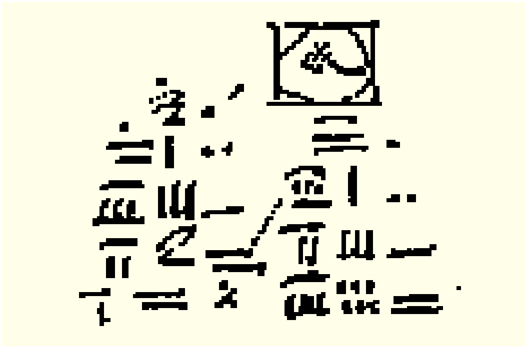
Na civilização egípcia, muitas informações que temos hoje sobre o método do cálculo da área do círculo estão presentes nos papiros Moscou, que contém 25 problemas, o qual foi obtido por um colecionador russo no ano de 1893, republicado em 1930 e hoje se encontra no Museu de Belas-Artes de Moscou. O papiro Rhind, publicado em 1927 ele “é uma fonte primária rica sobre a matemática egípcia antiga; descreve os métodos de [...] solução para o problema da determinação da área de um círculo e muitas aplicações da matemática a problemas práticos” (EVES, 2004, p. 70).

A forma desenvolvida pelos egípcios para o cálculo da área do círculo foi um dos maiores sucessos da época, temos uma representação presente no papiro Rhind. Veja a seguir a descrição dos problemas 48 e 50 do papiro Rhind baseado em Boyer (2010) e Gaspar e Mauro (2004).

Problema 48: Compare a área do círculo com a do quadrado circunscrito.

O problema 48 é o único entre os 87 do papiro Rhind que utiliza ilustração para efetuar a solução.

Figura 1 – Problema 48



Fonte: Souza e Mauro (2004, p. 8)

Para quadratura do círculo, a área de um círculo de diâmetro 9 é dada pela subtração do diâmetro a sua nona parte e o resultado será 8. Em seguida, deve-se multiplicar 8 por 8 o resultado que é 64 deve ser a área. Com essas informações acredita-se que o escriba egípcio utilizou a formula $A = \left(d - \frac{d}{9}\right)^2 = \left[\left(\frac{8}{9}\right) d\ \right]^2 = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \left(\frac{8}{9} d\right)^2$

Tudo isso implica em $\pi = 4\ \left(\frac{8}{9}\right)^2$ ≅3,160493 (SOUZA; MAURO, 2004)

Problema 50: Exemplo de corpo redondo de diâmetro 9. Qual é a área?
Ilustração geométrica do círculo com inscrições hieráticas, inclusa no problema 50:

Figura 2 – Círculo inscrito

Fonte: Gaspar e Mauro (2004, p. 8)

Contudo, não se sabe se o escriba tinha conhecimento de que a área do círculo não é exatamente igual à do quadrado. Mesmo assim, nos leva a uma aproximação de π com erro de apenas 0,0189.

Outros problemas aparecem no papiro Rhind, a exemplo do problema 41, 42 e 43, nesses problemas são trabalhados cálculos de capacidade e volume de celeiros. Observa-se ainda, que apenas no problema 42 o diâmetro difere de 9, a distinção possivelmente decorreu através de uma questão de aritmética congruente e não apenas por referir-se a um dado conquistado na prática. No entanto, a forma que o escriba desenvolveu a fórmula é independente do valor do diâmetro. E assim, a partir da solução mostrada acima se desenvolveu uma fórmula geral para o cálculo da área do círculo (SOUZA; MAURO, 2004).

Continuamos com base em Souza e Mauro (2004), ainda não se sabe como os egípcios chegaram à fórmula $\left[\left(\frac{8}{9}\right) d\right]^2$ para calcular a área do círculo com diâmetro **d,** porém, existem várias explicações em textos da história da matemática.

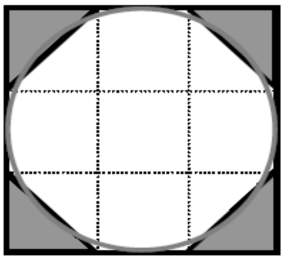
2.1.1 Explicações para a fórmula desenvolvida pelos egípcios para o cálculo da área do círculo

As explicações a seguir sobre o desenvolvimento da fórmula para o cálculo da área do círculo pelos egípcios são baseadas em um item do texto de Gaspar e Mauro (2004).

A primeira explicação é que durante as construções, os egípcios usavam malha quadriculada para decorar as paredes, de forma que marcavam a parede e o modelo que seria utilizado; essa era uma forma de aplicar os modelos exatamente no local desejado. Isso lembra o problema 48 do papiro Rhind, o que nos faz associar os desenhos feitos pelos egípcios e o fato deles trabalharem com malha quadriculada (GASPAR; MAURO, 2004).

No octógono inscrito no quadrado na figura 3 insinua de forma natural o desenho de uma malha estruturada por 9 quadrados.

Figura 3 – Malha de 9 quadrados



Fonte: Gaspar e Mauro (2004, p. 10)

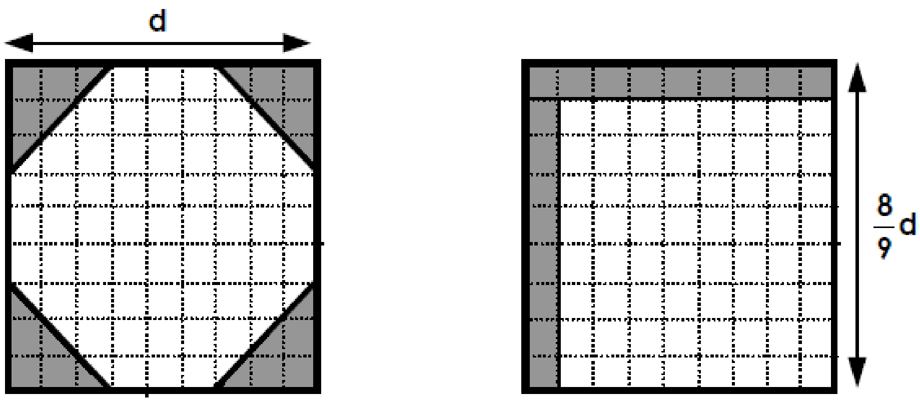
Observe a figura 3 onde temos o círculo inscrito no quadrado, veja ainda o octógono e suas regiões, percebe-se que parte do octógono aparece no exterior do círculo, e que parte do círculo é exterior ao octógono, essas partes exteriores tanto do círculo quanto do octógono parecem ser iguais, é exatamente isso que nos leva a conclusão de que o círculo e o octógono têm suas áreas bem próximas (GASPAR; MAURO, 2004).

Porém, se tivermos **d** como o diâmetro do círculo, que é igual ao lado do quadrado, teremos que a área do octógono é igual a: $d^2 - 2\left(\frac{d}{3}\right)^2 - \frac{7}{9}d^2 = \frac{63}{81}d^2 \cong \frac{64}{81}d^2 = \left(\frac{8}{9}d\right)^2$ onde temos a formula egípcia (GASPAR; MAURO, 2004).

A segundaexplicação ainda com base em Gaspar e Mauro (2004), nos leva a observar a área do octógono que é igual a área do quadrado quando retira-se a área dos triângulos hachurados.

Pegando uma malha quadriculada e dividindo cada quadrado dessa malha em 9 quadradinhos menores, todos com a mesma área, isto nos leva a uma malha com o quadrado maior coberto com 81 quadrados menores (GASPAR; MAURO, 2004). Conforme mostra a figura 4:

Figura 4 – Cobrindo quadrado



Fonte: Gaspar e Mauro (2004, p. 11)

Temos então, a parte hachurada organizada de duas formas conforme mostra a figura 4.

Observe, no primeiro retângulo onde temos 4 triângulos hachurados, no segundo retângulo temos a mesma área hachurada só que organizada de uma outra forma. No entanto, ambas representam a mesma área do retângulo, ou seja, a área do octógono é igual à área do quadrado de lado $\frac{8}{9}d$ menos a área de lado $\frac{1}{9}d$ (GASPAR; MAURO, 2004).

Consequentemente, a área do círculo de diâmetro **d**se deu por:

$$A = \left(\frac{8}{9}d\right)^2 - \left(\frac{1}{9}d\right)^2$$

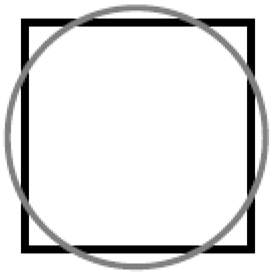
$$\left(\frac{8}{9}d\right)^2 - \frac{1}{81}d^2 \cong \left(\frac{8}{9}d\right)^2$$

Temos assim, a forma egípcia. Conclui-se ainda, que esta fórmula é independente do valor **d** do diâmetro do círculo (GASPAR; MAURO, 2004).

A terceira explicação, vem a partir dos desenhos que os egípcios faziam nas paredes utilizando a malha quadriculada, e a busca de desenhar um círculo com a mesma área de um quadrado (GASPAR; MAURO, 2004).

As autoras apresentam a figura 5 representando a tentativa de desenhar um círculo com a mesma área do quadrado.

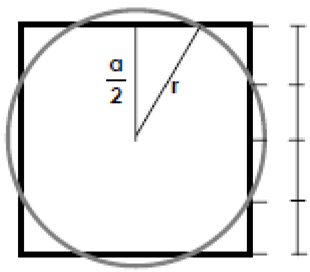
Figura 5 – Círculo com mesma área do quadrado



Fonte: Gaspar e Mauro (2004, p. 11)

É dada a sugestão de dividir em quatro partes iguais esse quadrado, e dá possibilidade para encontrar uma relação do diâmetro do círculo com o lado do quadrado envolvendo o teorema de Pitágoras (GASPAR; MAURO, 2004). Veja na figura 6:

Figura 6 – Sugestão de divisão do quadrado



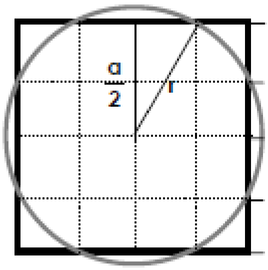
Fonte: Gaspar e Mauro (2017, p. 12)

Tendo que **d** é o diâmetro do círculo e **a** sendo o lado do quadrado então pelo teorema de Pitágoras temos:

$$r^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{16} = \frac{5a^2}{16} \rightarrow r = \frac{\sqrt{5a}}{4} \rightarrow d = 2r = \frac{\sqrt{5a}}{2} \rightarrow a = \frac{2}{\sqrt{5}}d.$$

Pode-se utilizar a divisão feita no quadrado em 4 partes para construir uma malha quadriculada, observe a figura 7:

Figuras 7 – Relação do diâmetro

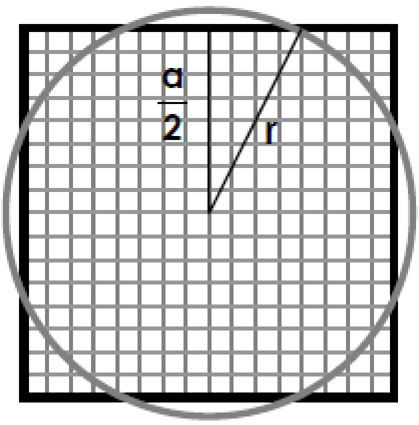


Fonte: Gaspar e Mauro (2004, p. 12)

A malha quadriculada é uma das formas para se obter uma melhor relação entre a lateral do quadrado e o diâmetro do círculo (GASPAR; MAURO, 2004).

Ainda segundo Gaspar e Mauro (2004), pegando uma malha quadriculada e dividindo cada quadrado dessa malha em 16 quadradinhos menores todos com a mesma área, isto nos leva a uma malha com o quadrado maior coberto com 256 quadrados menores. Veja a figura 8:

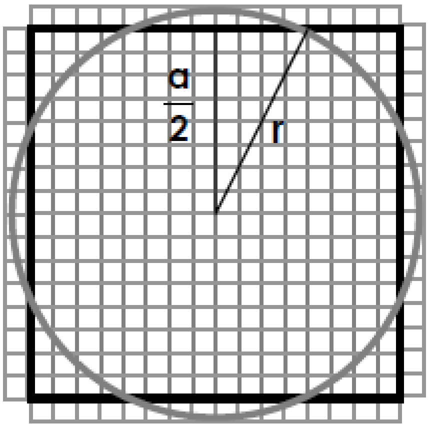
Figura 8 – Dividindo os quadrados



Fonte: Gaspar e Mauro (2004, p. 12)

Ao completar a figura 8 de forma que cubra todo o círculo com a malha a exemplo na figura 9 encontra-se a relação entre **a** e **d**: $a = \frac{8}{9}d$.

Figura 9 – Dividindo os quadrados



Fonte: Gaspar e Mauro (2004, p. 12)

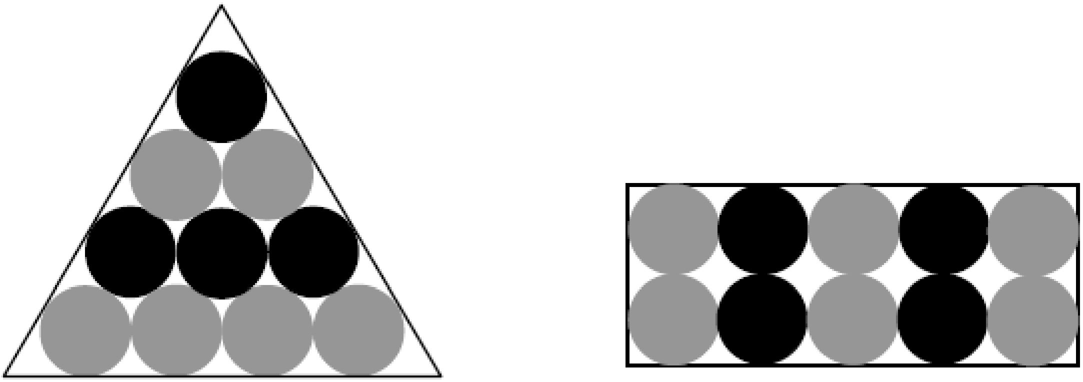
Existe um erro circunstancial a se considerar para **a** o valor $a = \frac{8}{9}d.$ e não o valor $\frac{2}{\sqrt{5}}d$ que é inferior a 0,62% tornando-se praticamente imperceptível para um diâmetro grande. Também temos que, ao considerar a formula $\left(\frac{2}{\sqrt{5}}d\right)^2$ para o cálculo da área do círculo ao invés de considerar $\left(\frac{8}{9}d\right)^2$ o resultado obtido será menos preciso (GASPAR, MAURO, 2004).

A quarta explicação está ligada a um jogo de tabuleiro que recebe o nome de mancala "que significa 'transferir' em árabe – considerado por muitos historiadores como o jogo mais velho do mundo é o nome genérico para mais de 200 jogos semelhantes entre si, originado do Antigo Egito" (GASPAR; MAURO, 2004, p. 13). Os jogos representam o tempo da plantação e colheita que ocorreram há aproximadamente 3500 a 7000 anos. Esses jogos ficaram muitos populares na África, o intuito do jogo é fazer as mudanças das peças de uma casa do tabuleiro para a outra até que todas as casas fiquem vazias. São utilizadas como peças sementes quase esféricas, seixos ou grãos.

Segundo Gerdes (*apud* GASPAR; MAURO, 2004) por se tratar de um jogo de artimanha é normal que, enquanto um dos jogadores joga o outro busque estratégias com suas peças sendo possível dessa forma, transformar e contar padrões geométricos.

Veja o exemplo onde é possível formar com 10 peças circulares, um triângulo equilátero e depois com as mesmas peças formar um retângulo:

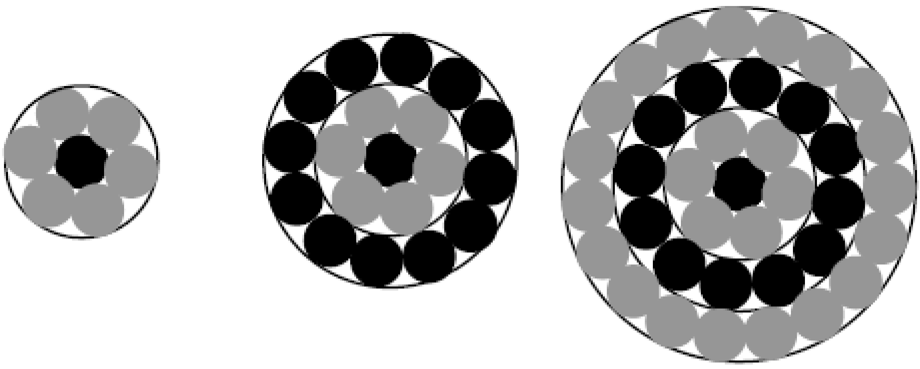
Figura 10 – Peças circulares



Fonte: Gaspar e Mauro (2004, p. 13)

É possível ainda formar círculos utilizando peças circulares do jogo “círculos menores” a forma apresentada para fazer essa construção de forma simples é montando anel por anel (GASPAR; MAURO, 2004). Veja a figura 11:

Figura 11 – Construindo anel por anel



Fonte: Gaspar e Mauro (2004, p. 13)

Tome o diâmetro **d** para o círculo maior e **D** como diâmetro do círculo menor.

Considere D = 1. Portanto, as áreas dos círculos serão respectivamente 7 e 19.

Através do método descrito pode se desenvolver novos círculos acrescentando novos anéis. Observe a área de novos círculos apresentados em tabela de forma experimental (GASPAR; MAURO, 2004):

Tabela 1: área de novos círculos

d	Área do círculo
1	1
3	1+6 = 7
5	1+ 6+12 = 19
7	1+ 6+12+19 = 38
9	1+ 6+12+19+25 = 63
11	1+ 6+12+19+25+31= 94

Fonte: Gaspar e Mauro (2004, p.14)

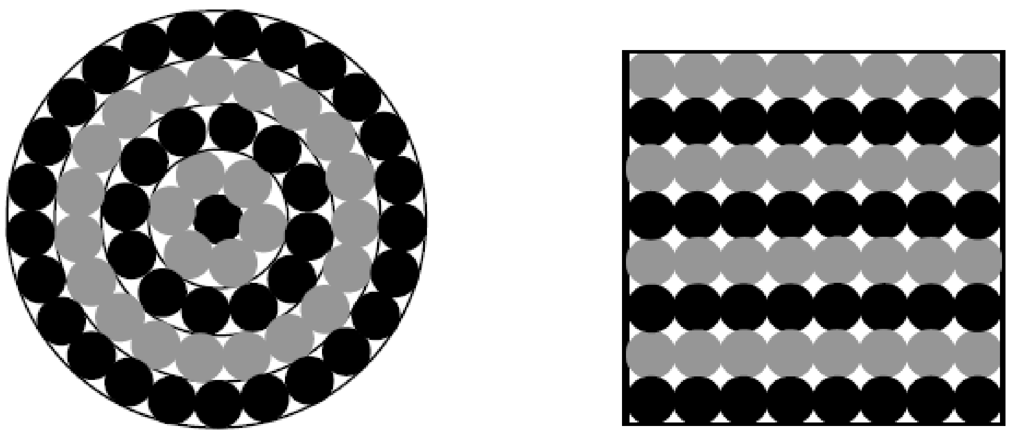
Se A(d) e A(D) são reciprocamente as áreas dos círculos de diâmetros **d** e **D**, observe que a área do círculo de diâmetro d = 9 é a mesma coisa que

$$(1 + 6 + 12 + 19 + 25) \text{ x } A(D) \cong 64 \text{ x } A(D).$$

Logo, A(d =9) = 63 x A(D) ≅ 64 x A(D).

Porém, temos que 64 é um quadrado perfeito observe 64 = 8^2, logo também corresponde a um quadrado de lado 8. Sendo assim, podemos cobrir um quadrado de lado 8 com os 64 círculos de diâmetro D = 1, veja a figura 12:

Figura 12 – Quadrado de lado 8



Fonte: Gaspar e Mauro (2004, p. 14)

Portanto, $A(d = 9) = 64 = 8^2 = l^2$, sendo l o lado do quadrado.

$$l = 8$$

$$d = 9 \rightarrow \frac{l}{d} = \frac{8}{9}$$

$l = \frac{8}{9}d \rightarrow A\,(d) = l^2 = \left(\frac{8}{9d}\right)^2$, que é a fórmula egípcia (GASPAR; MAURO, 2004, p. 14).

A quinta explicação surgiu das curvas espirais empregadas em alguns países da África para representar as serpentes. Estas curvas são normalmente encontradas em gravuras feitas em portas, tapetes e cestos (GASPAR; MAURO, 2004). Observe a figura 13:

Figura 13 – Formas espirais

Fonte: Gaspar e Mauro (2004, p. 15)

Estes espirais também eram frequentemente encontrados nos funerais. Ele também é encontrado nos tabuleiros do "jogo serpente" do Antigo Egito e do pão real.

O jogo Mehen, também conhecido como jogo da serpente, foi um dos jogos mais famosos do velho Reinado e é classificado um dos mais antigos jogos de tabuleiro do mundo. Era jogado em um tabuleiro que tinha sobre ele a figura de uma serpente enrolada e com seu corpo dividido em quadrados (GASPAR; MAURO, 2004), como mostra a figura 14:

Figura 14 – Tabuleiro

Fonte: Gaspar e Mauro (2004, p. 15)

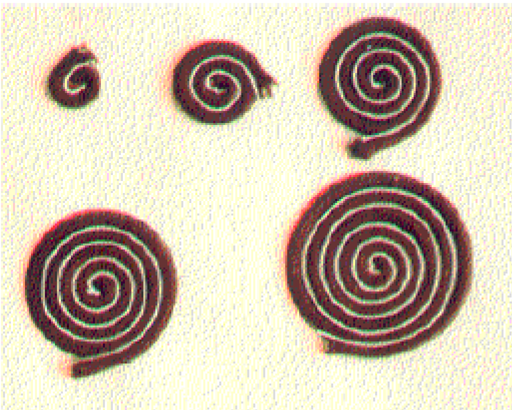
O formato do tabuleiro do "jogo da serpente" também surgiu na construção de esteiras espirais de sisal, foi daí que surgiu essa outra explicação para o desenvolvimento da fórmula egípcia para o cálculo da área do círculo (GASPAR; MAURO, 2004).

O processo constitui-se em enrolar a corda em volta de um ponto fixo e costurar toda a extensão das espirais ajustadas pelas laterais da corda. A borda final da tira é cortada e costurada de forma a dar à esteira o formato de um círculo. Como vimos na figura 13.

Suponhamos, então, que os antigos egípcios conseguiam produzir esteiras parecidas, e considerando uma corda de sisal um retângulo, a área do círculo feito com essa corda de sisal pode ser calculada como a área de um retângulo da qual suas medidas lineares são o comprimento e largura da corda (GASPAR; MAURO, 2004).

Considerando como unidade de medida a largura da corda, tomando l como o comprimento necessário de uma corda para construir uma esteira com diâmetro d, conforme mostra a tabela a seguir, com valores experimentais para o comprimento da corda e diâmetro do círculo em função do número de voltas completas (V) (GASPAR; MAURO, 2004). Veja um exemplo na figura 15:

Figura 15 – Cordas em espirais



Fonte: Gaspar e Mauro (2004, p. 16)

Tabela 2: valores experimentais para o comprimento da corda e circunferência

V	2	3	4	5	6
l	7	20	39	64	95
D	3	5	7	9	11

Fonte: Gaspar e Maura (2004, p. 16)

Verificando os valores alcançados na tabela, encontramos para d = 9, a área do círculo de diâmetro **d** é A = 64 = 8^2. Ou seja, a área do círculo de diâmetro **d** é igual a área de um quadrado de lado n = 8.

Portanto, temos:

$$d = 9$$

$$d = 8$$

$$\frac{n}{d} = \frac{8}{9} \rightarrow A = l = n^2 = \left(\frac{8}{9}d\right)^2$$

Assim, chegamos mais uma vez na fórmula egípcia (GASPAR; MAURO, 2004).

Essas explicações podem levar a entender o motivo do escriba ter escolhido o valor $d = 9$, para resolver o problema do cálculo da área do círculo (GASPAR; MAURO, 2004).

As explicações apresentadas podem ser reproduzidas, para que seja possível entender melhor visualmente; também podem ser utilizadas em sala de aula, quanto ao material eles podem ser readaptados por outros encontrados facilmente em sua região.

2.1.2 O breve histórico sobre o número pi

O pi é fundamental para o cálculo da área do círculo, para falarmos sobre ele evidenciamos o geômetra Arquimedes, que foi o primeiro a destacar a aproximação de seu valor (EVES, 2004).

Arquimedes foi um dos maiores matemáticos de todos os tempos e um grande contribuinte para o desenvolvimento do cálculo da área do círculo, entre outras grandes contribuições para a Geometria Plana, podendo ser destacada, a quadratura da parábola, que foi onde ele consagrou o procedimento clássico para o cálculo de pi (EVES, 2004). Tornando-se assim, a primeira pessoa a calcular e obter a razão entre o perímetro e o diâmetro da circunferência encontrando um valor muito considerado para pi.

Apesar de Arquimedes ter sido o primeiro matemático a evidenciar o valor de pi, não foi ele a primeira pessoa que passou a utilizar a letra grega π para representar o seu valor. Quem primeiro adotou o símbolo para pi foi o escritor inglês William Jones em 1706, no entanto, o símbolo não fez muito sucesso e só encontrou aceitação depois que Euler o aderiu em 1737 (EVES, 2004).

Com base em Eves (2004) o cálculo de pi está diretamente ligado ao problema da quadratura, envolvendo a relação da circunferência de um círculo e seu diâmetro. Já vimos que no oriente antigo costumeiramente se tomava 3 como o valor de pi, e que para fazer a quadratura do círculo presente no papiro Rhind se tem $\pi = \left(\frac{3}{4}\right)^4 = 3{,}1604$... Para simplificar a questão, considere um círculo de diâmetro unitário. Nesse caso o comprimento da circunferência do círculo se posiciona a meio de qualquer polígono regular inscrito e circunscrito. Sendo uma questão fácil calcular os perímetros dos hexágonos regulares inscritos e circunscrito e assim se obter limites para pi.

Existem fórmulas que demonstram, com base em um par de polígonos regulares inscritos e circunscritos, de que maneira pode se conseguir os perímetros dos polígonos regulares inscritos e circunscritos de acordo com o dobro do número de lados. Foi por aplicações sucessivas que Arquimedes chegou à conclusão de que pi se encontra entre 233/71 e 22/7 ou que, até a segunda casa decimal, pi é dado por 3,14 (EVES, 2004).

Desde então, vários cálculos surgiram para a descoberta de valores para pi, o mais preciso antes da existência do computador foi calculado por Fergunson. Após a chegada do computador, foram calculadas e descobertas uma variedade de casas para pi, no entanto, a única certeza que se tem é que ele é um número irracional.

2.2 O ensino e aprendizagem da área do círculo

2.2.1 Como a área do círculo é abordada no eixo temático de Grandezas e Medidas dos PCN, RCEF/PB e da BNCC

Nos dias atuais, o ensino da Matemáticadispõe de alguns documentos que surgiram para nortear o Ensino Fundamental, a fim de proporcionar aos professores um caminho a ser seguido na hora de formularem seus planos, a maneira como cada conteúdo pode ser abordado e recursos a serem utilizados. Esses documentos são os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998), os Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental da Paraíba – RCEF/PB (GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010) e a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998), publicado no final da década de 1990, foi pensado a partir do momento que se sentiu a necessidade de reformular o currículo para o início de um novo milênio. A sociedade se tornava cada vez mais competitiva, onde o avanço tecnológico exigia cada vez mais uma boa formação dos jovens, portanto, o intuito dos PCN é ampliar e aprofundar um envolvimento das escolas e governantes para gerar uma boa transformação na educação do país (BRASIL, 1998).

Os PCN apresentam a organização dos conteúdos por blocos, que são eles: Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação. Os conteúdos, por sua vez, são organizados por ciclos, os ciclos analisados nessa pesquisa serão apenas dois deles, terceiro ciclo 5ª e 6ª série, quarto ciclo 7ª e 8ª série.Portanto, os PCN não especificam os conteúdos por série e sim por ciclos. Com essas divisões realizadas e argumentadas o documento deve chegar até o professor e ele tem a função de identificar qual a melhor forma de abordar cada conteúdo de acordo com a realidade dos seus alunos.

Com relação ao ensino das Grandezas e Medidas os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática – PCN (BRASIL, 1998), apresentam o referido bloco como diferente dos demais, por ser bastante útil e prático o seu ensino proporciona uma grande possibilidade de variedade e conexão com outras áreas do conhecimento. As grandezas e as medidas estão sempre presentes em nosso dia a dia, na sociedade e no cotidiano dos alunos, desempenhando assim um grande papel na formação do alunado.

Conforme os PCN (BRASIL, 1998), as atividades que exploram as noções de Grandezas e Medidas favorecem aos alunos uma melhor compreensão das concepções relativas ao espaço e forma. Sendo o enredo propício para se trabalhar os significados dos números e das operações, da ideia de proporcionalidade, possibilitando o uso de contextos históricos idealizando o uso da História da Matemática.

Ainda de acordo com os PCN (BRASIL, 1998) neste bloco são tratadas diferentes grandezas como: comprimento, massa, tempo, capacidade, temperatura etc. Incluem-se também as grandezas que são definidas através da razão ou produto entre duas outras grandezas como: velocidade, energia elétrica, densidade demográfica etc. Ainda no bloco das Grandezas e Medidas deve-se ser trabalhada a utilização de instrumentos apropriados para fazer medidas, é o momento em que é iniciado o estudo de algarismo duvidoso, algarismo significativo e arredondamento.

Um outro conteúdo em ênfase nesse bloco é a obtenção de algumas medidas não diretamente acessíveis, que são geralmente as que envolvem conceitos e procedimentos da Geometria e da Física. Temos ainda que os conteúdos referentes a Grandezas e Medidas favorecem contextos para investigar a interdependência entre grandezas e expressá-las algebricamente (BRASIL, 1998).

Os conteúdos referentes as Grandezas e Medidas são grandes articuladores entre vários do âmbito matemático, por ser um campo vasto de situações que possibilitam o estudo da Geometria e a interação entre várias áreas do Ensino Fundamental como a Ciências ao realizar o estudo de densidade, velocidade e energia elétrica e proporciona também uma ligação com a Geografia, quando se trata do estudo das coordenadas geográficas, densidade demográfica, escalas de mapas e guias (BRASIL, 1998).

Para abordar os conteúdos referentes a Grandezas e Medidas, conforme os PCN (BRASIL, 1998) o professor deve se atentar ao fato de que esse tema está cheio de oportunidades para se trabalhar o desenvolvimento dos conhecimentos matemáticos, sendo assim, o docente compreende que há inúmeras possibilidades para um plano de aula bem elaborado.

Sabe-se que ao decorrer dos anos diversas civilizações possuíam suas particularidades de comparar as grandezas como: comprimento, área, capacidade, massa e tempo; logo, o professor pode utilizar essas informações para a abordagem desses conteúdos com a retomada do contexto histórico, de forma que desperte no alunado um maior interesse, possibilitando amplo entendimento e a possibilidade de discutir a temática da pluralidade cultural, uma vez que enfatizam várias civilizações com costumes e culturas diferentes umas das outras.

Os PCN (BRASIL, 1998) também apresentam conceitos e procedimentos separados por ciclos. Como os PCN não apresentam os conteúdos específicos por ano, mas mostram conceitos e procedimentos esperados por ciclos, observamos quatro dos oito apresentados pelo documento, para o terceiro ciclo, 5ª e 6ª série, atualmente 6º e 7º ano do Ensino Fundamental. Tendo em vista que esses que foram destacados são os que mais se encaixam com o tema da pesquisa.

Conceitos e procedimentos, presentes nos PCN no bloco das Grandezas e Medidas (BRASIL, 1998)

- Obtenção de medidas por meio de estimativas e aproximações e decisão quanto a resultados razoáveis dependendo da situação-problema;
- Utilização de instrumentos de medida, como régua, escalímetro, transferidor, esquadro, trena, relógios, cronômetros, balanças para fazer medições, selecionando os instrumentos e unidades de medida adequadas à precisão que se requerem, em função da situação-problema;
- Compreensão da noção de medida de superfície e de equivalência de figuras planas por meio da composição e decomposição de figuras;
- Cálculo da área de figuras planas pela decomposição e/ou composição em figuras de áreas conhecidas, ou por meio de estimativas (BRASIL, 1998, p. 72-73).

Dos conceitos e procedimentos apresentados pelos PCN (BRASIL, 1998) para o quarto ciclo, 7ª e 8ª série, atualmente 8º e 9º ano, serão apresentados três dos nove expostos pelos PCN, esses foram selecionados de acordo com sua ligação com o tema da pesquisa.

Os PCN (BRASIL, 1998) apresentam conceitos e procedimentos, com respeito ao cálculo de áreas, onde pode ser trabalhado o cálculo da área do círculo:

- Cálculo da área de superfícies planas por meio da composição e decomposição de figuras e por aproximações;
- Construção de procedimentos para o cálculo de áreas e perímetros de superfícies planas (limitadas por segmentos de reta e/ou arcos de circunferência);
- Cálculo da área da superfície total de alguns sólidos geométricos (prismas e cilindros) (BRASIL,1998, p.89).

Os PCN apresentam ainda orientações didáticas para o terceiro e quarto ciclos, de acordo com cada bloco de conteúdo.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o bloco de conteúdo das Grandezas e Medidas, apontam indicações com relação ao estudo de áreas e perímetros e afirmam que o ensino por meio de apresentação e obtenção de fórmulas não proporciona um conhecimento adequado aos alunos, pois os mesmos apenas decoram e logo esquecem. Portanto, os PCN orientam que o trabalho com área deve ser embasado em métodos que propiciem o entendimento das noções envolvidas, a exemplo da obtenção de área através da composição e decomposição de figuras que os alunos já conhecem suas áreas e sabem calculá-las (BRASIL, 1998).

Como já foi enfatizado, os PCN não denotam os conteúdos específicos, por isso retratamos o que o documento apresenta a respeito do estudo de áreas de forma geral.

Mais de dez anos após os PCN terem sido lançados, especificamente em dezembro de 2010, a Secretaria de Estado da Educação e Cultura da Paraíba apresenta aos docentes os novos Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental, suprindo uma lacuna de mais de duas décadas, já que o último currículo do Ensino Fundamental estava em vigor desde 1988 (GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010).

Os Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental do Estado da Paraíba – RCEF (GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010) surgiram então da necessidade de adequar a Educação a realidade já que muitas coisas tinham mudado desde a elaboração dos últimos referenciais datados em 1988. Foi então que a Gerência Executiva de Educação Infantil e Fundamental da Secretaria de Estado da Educação e Cultura juntamente ao Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação – FNDE, elaboraram os Referenciais Curriculares para o Ensino Fundamental com orientações paras os nove anos de ensino, tendo o intuito de contribuir na prática pedagógica dos docentes, da rede estadual de ensino (GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010).

Nos RCEF/PB (GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010) os conteúdos são divididos por eixos, que são eles: Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação. Apresentam os conteúdos e capacidades esperados por cada ano em um quadro separados por eixo. Trazem também orientações didático-metodológicas para cada ano.

De modo geral, o que os RCEF/PB (GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA), apresentam sobre o eixo das Grandezas e Medidas do 6º ao 9º ano é que nesse eixo os alunos tenham capacidades para “estimular a reflexão e a discussão sobre a conexão entre a

Matemática e o cotidiano; entre os diferentes eixos matemáticos e entre a Matemática e outras áreas de conhecimento”(GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010, p.135).

Uma vez que o documento não referencia diretamente o ensino do cálculo da área do círculo, foram selecionados os conteúdos e as capacidades que mais se aproximam da mesma para todos os anos sobre o que mostra o quadro de distribuições dos conteúdos e capacidades específicas para cada ano do Ensino fundamental do 6 º ao 9º ano, no eixo das Grandezas e Medidas.

No quadro do 6º ano no eixo das Grandezas e Medidas os conteúdos são separados por Grandezas com seus conteúdos e Medidas com os seus, no entanto a parte que nos interessa está no conteúdo das Grandezas que propõe o estudo de: “Unidades de medida de comprimento; de massa; de capacidade; de perímetro; área e volume” (GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010, p. 137). Como capacidade específica para o eixo das Grandezas e Medidas, as que mais se encaixam com o tema da pesquisa são “Obter medidas por meio de estimativas e aproximações; tomar decisões razoáveis; Resolver problemas envolvendo cálculo de área de figuras planas; noções de volume; e relações entre diferentes unidades de medidas” (GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010 p. 137).

Além dos conteúdos e capacidades específicas para cada eixo os RCEF/PB também apresentam dicas de como apresentar os conteúdos em sala de aula. Orientações didático-metodológicas para o 6º ano, no eixo das Grandezas e Medidas, são apresentadas dicas para se trabalhar com a utilização de embalagens para iniciar algumas questões como: capacidade, massa, área e volume, entre outras dicas (GORVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010).

No quadro de distribuição dos conteúdos e capacidades específicas para o 7º ano, no eixo das Grandezas e Medidas, os conteúdos são apresentados por Variação de grandezas, mas não traz o conteúdo em foco da pesquisa. No entanto, o eixo Espaço e Forma do quadro de distribuição do 7º ano, onde os conteúdos estão divididos por Geometria, Formas e Espaço, nos conteúdos apresentados na unidade Forma encontramos o estudo do Círculo e suas partes. A capacidade que podemos destacar é: “Reconhecer círculo e circunferência, seus elementos e algumas de suas relações” (GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010, p.145).

Verificamos as orientações didáticas oferecidas pelos RCEF/PB nos eixos Espaço e Forma; Grandezas e Medidas, mas em ambos os eixos não aparecem indicações para o ensino do cálculo da área do círculo.

No quadro de distribuição dos conteúdos e capacidades para o 8º ano, não são apresentados no eixo das Grandezas e Medidas nenhum conteúdo referente ao cálculo da área do círculo e nenhum outro que pudesse se associar. Com isso foi feita a verificação do eixo

Espaço e Forma, que por sua vez também não apresenta, mas nas capacidades específicas, nos deparamos com a já observada no 7º ano.

Para o quadro de distribuição dos conteúdos e capacidades do 9º ano não consta a indicação do trabalho com cálculo da área do círculo, apenas relacionado (o número pi e a circunferência), que pode ser encontrado no eixo Espaço e Forma.

Esses foram os conteúdos, capacidades e habilidades apresentados pelos RCEF/PB, mais uma vez enfatizamos que os RCEF/PB não faz referência diretamente o ensino do cálculo da área do círculo, portanto foram apresentados os conteúdos e capacidades que mais se aproximam do estudo de área de forma geral.

Com a intenção de juntar todas as orientações curriculares em um único documento, em 2015 iniciou-se a idealização que uma Base Nacional para o ensino e em 20 de dezembro de 2017 após algumas versões terem sido lançadas e revisadas, foi homologada a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2017) para o Ensino Fundamental, a BNCC para o Ensino Fundamental está organizada em quatro áreas do conhecimento.

A área da Matemática está dividida em cinco unidades temáticas que são elas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística. Cada unidade temática, deve apresentar orientações para formulação de habilidades de acordo com cada ano do Ensino Fundamental (BRASIL, 2017).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o Ensino Fundamental (BRASIL, 2017), por sua vez, apresenta considerações para o ensino das Grandezas e Medidas, e propõe o estudo das medidas e relações entre elas, apoiando o trabalho da Matemática com outras áreas, a exemplo da Ciência e Geografia assim como os PCN.

O ensino de Ciências se une com a Matemática através do estudo da densidade, grandezas e escalas do sistema solar, energia elétrica, etc. Com relação à Geografia, se faz a ligação através do ensino de coordenadas geográficas, densidade demográfica, escalas de mapas e guias (BRASIL, 2017).

Na unidade temática de Grandezas e Medidas para os anos finais do Ensino Fundamental, de acordo a BNCC (BRASIL, 2017), espera-se que os alunos reconheçam: comprimento, área, volume e abertura de ângulo, é importante que os alunos consigam solucionar situações problemas que envolvam essas grandezas, nessa fase do Ensino Fundamental os alunos precisam definir expressões de cálculo de áreas quadriláteros, triângulo e círculos (BRASIL, 2017).

Ainda com base na BNCC, na unidade temática de Geometria, o professor deve recorrer a utilização de equivalências de área, já que é uma forma que vem sendo usada desde os gregos antigos e pelos mesopotâmios, ficando conhecida como fazer quadratura de uma figura, sendo uma forma de recorrer também a contextos históricos, fazendo uso da História da Matemática (BRASIL, 2017, p. 228).

As unidades temáticas da BNCC apresentam, para cada ano, objetos de conhecimento e habilidades

Para o 6º ano os objetos de conhecimento da unidade temática de Grandezas e Medidas apontam a indicação do estudo de áreas, no entanto, as habilidades mostram que não se trata de área do círculo, com isso podemos concluir que segundo a BNCC o estudo de área do círculo não deve se iniciar no primeiro ano da segunda fase do ensino fundamental.

Os objetos e habilidades apresentados para o 7º ano, na unidade temática de Grandezas e Medidas, são expostos como: “Medida do comprimento da circunferência”. Como habilidade é apresentado “(EF07MA27) Estabelecer o número π como a razão entre a medida de uma circunferência e seu diâmetro, para compreender e resolver problemas, inclusive os de natureza histórica” (BRASIL, 2017, p. 163). Com isso, é possível perceber que ainda não se trata diretamente do cálculo da área, mas através do ensino da circunferência e apresentação da utilização de π se obtém uma aproximação do conteúdo com os discentes.

Com relação aos objetos e habilidades que devem ser estudados no 8º ano, podemos observar como exemplo de objetos e conhecimento: “Área de figuras planas, Área do círculo e comprimento de sua circunferência”; em consoante com as habilidades, temos: “(EF08MA16) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos” (BRASIL, 2017 p. 267). Faz-se necessária, portanto, a observação de que com base na BNCC o cálculo da área do círculo deve ser trabalhado detalhadamente no 8º ano do Ensino Fundamental, onde os alunos devem aprender a resolver e elaborar questões que envolvam o cálculo de área do círculo.

Para o alunado do 9º ano do ensino fundamental não foi encontrada indicação do trabalho com área do círculo, assim como de nenhuma outra área.

Todos os documentos, citados de forma geral, apresentam por objetivo principal trazer apoio metodológicos para orientar os professores na construção de um ensino padronizado buscando uma formação comum para todas as crianças e adolescentes. Os alunos devem desenvolver nessa fase do Ensino Fundamental, conhecimentos tais como conceitos internos à Matemática, compreender relações de outras unidades de ensino e perceber a Matemática no seu dia a dia.

Os documentos que têm por função orientar o docente também mostram a importância de diversificar a forma de ensino e não ficar apenas preso ao ensino de reprodução de fórmulas, esse fato vem sendo debatido desde 1998 pelos PCN, foi destacado em 2010 pelos RCEF/PB, e em 2017 pela BNCC onde a experiência mostra que o ensino ocorrido dessa forma não funciona com bons resultados.

Observamos que os documentos não deliberam os anos adequados para apresentar o conteúdo o cálculo da área do círculo, os PCN apresentam indicação do estudo da no terceiro e quarto ciclo logo não apresenta a série/ano exato,os RCEF/PB apresentam indicação do trabalho com o conteúdo área do círculo no 6º e 7º ano e a BNCC que é o mais novo documento faz a abordagem do conteúdo no 7º e 8º ano, concluímos assim que os anos mais adequados para ser estudado a área do círculo é 7º e 8º ano do Ensino Fundamental.

2.3 Os usos da História da Matemática no ensino

Com base nos PCN (BRASIL, 1998), no ensino de modo geral não existe um melhor caminho e muito menos um único caminho para se ensinar qualquer disciplina em especial a Matemática.

Mas, existem várias maneiras para o professor construir sua própria prática, por meio de pesquisas em fontes variadas. Entre os meios existentes para se fundamentar a aula, destaca-se a História da Matemática, sendo uma das formas de aproximar o conteúdo do cotidiano dos alunos, afim de fazê-los perceber a importância da Matemática em sua vida.

A aproximação dos conteúdos com o cotidiano dos alunos é necessária, seja ela para estudos futuros ou para que possa se inserir no mercado de trabalho, no entanto, para que essa aproximação aconteça, é preciso que a Matemática estudada na escola esteja lado a lado com a Matemática vivenciada pelos alunos no seu dia a dia, a ponto que os discentes consigam perceber a tal aproximação. Portanto, com base nos PCN a maioria do alunado não consegue perceber essa relação claramente (BRASIL, 1998).

Quando a aproximação não acontece, o alunado não consegue perceber a Matemática como uma disciplina necessária em sua vida, mas passa a vê-la como uma disciplina difícil e sem aplicabilidade, o que gera resultados insatisfatórios. Podendo provocar nos discentes o sentimento de insegurança, bloqueio ou até mesmo a convicção de que é incapaz de aprendê-la, tentando assim afastar ao máximo a disciplina de suas práticas futuras.

Para que isso não aconteça é importante a participação e compreensão dos professores para que possam ajudar os alunos a perceber a importância da Matemática em sua vida, como os PCN enfatizam que a História da Matemática pode ser uma forma de fazer a ligação dos conteúdos matemáticos vistos em sala de aula com a Matemática do cotidiano dos alunos, o docente pode usa-la para possibilitar essa aproximação.

O professor precisa ter a sensibilidade para compreender a necessidade dos alunos, entender o porquê estudar, logo, a História da Matemática revela a "[...] Matemáticacomo uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente" (BRASIL, 1998, p. 42), também gera concepção lógica de conhecimentos culturais, sociológicos e antropológicos com amplo aproveitamento na formação do indivíduo. O que torna a História da Matemática um recurso para recuperação da própria identidade cultural (BRASIL, 1998).

Os PCN também enfatizam, que no momento que os alunos passam a conhecer culturas antigas, eles enxergam os avanços tecnológicos de hoje como heranças culturais de gerações passadas. Sem falar que, quando a História da Matemática é utilizada como recurso de ensino, leva o aluno a esclarecer possíveis ideias matemáticas que estão sendo formadas, afim de encontrar algumas respostas, sendo assim, a História da Matemática também contribuirá para formação de conhecimentos críticos do alunado (BRASIL, 1998).

A História da Matemática também atrai os jovens, por proporcionar observações a respeito de coincidências e convergências do indivíduo na concepção do conhecimento guardado pelo homem. "Uma história que pode levar à reflexão sobre as relações entre os homens e sobre indeléveis teias que conspiram a favor do avanço do conhecimento humano – quem sabe a favor dos próprios homens" (BRASIL, 1998, p.80). Temos assim que a História da Matemática pode ser utilizada como um recurso muito relevante para mostrar aos alunos os conhecimentos e avanços adquiridos ao decorrer dos anos pela humanidade, podendo despertar no alunado um maior interesse pelo conteúdo ao até mesmo por toda disciplina.

Os Referencias Curriculares do Ensino Fundamental da Paraíba (RCEF/PB) (GOVERNO DO ESTADO DA PARAIBA, 2010) por sua vez, indicam o uso da História da Matemática como fonte que pode ser utilizada para estimular o aprendizado dos alunos uma vez que o seu ensino pode oferecer problemas que incentivam o desenvolvimento de conceitos matemáticos (GOVERNO DO ESTADO DA PARAIBA, 2010).

Os RCEF/PB ainda apresentam a História da Matemática como um meio de ensino para mostrar aos alunos como surgiram os processos matemáticos, de acordo com a necessidade de cada cultura, “em diferentes espaços de tempo (como os diferentes sistemas de numeração, os conjuntos numéricos, os métodos de cálculos de medida, etc.)” (GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010). Os RCEF/PB também orientam os professores a não restringir o ensino da História da Matemática a fatos ocorridos no passado e à apresentação de biografias de matemáticos famosos (GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010).

Já a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2017), assim como os documentos PCN (BRASIL, 1998) e RCEF/PB (BRASIL, 2010), apresentam a História da Matemática como recurso que pode despertar interesse dos alunos, e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática. No entanto, a BNCC enfatiza que esse recurso precisa estar ligado a situações que levem os alunos a refletirem de forma que contribua para a sistematização e a formalização dos conceitos matemáticos, ou seja, é necessário que através desse meio de ensino os alunos desenvolvam a capacidade de abstrair o contexto, apreendendo relações e significados, para aplicá-los em outros contextos (BRASIL, 2017).

Os três documentos que orientam o ensino de Matemática defendem o uso da História da Matemática de forma que ela leve aprendizado significativo possibilitando a aplicabilidade em outros meios. Os documentos também enfatizam que seu ensino requer atenção para não ser confundido com curiosidades. O texto de Fossa (2001) mostra algumas formas do Uso da História da Matemática.

Fossa (2001) destaca dois tipos de uso da História da Matemática os quais foram batizados de “Uso Ornamental” e “Uso Ponderativo”.

O “Uso Ornamental” são as notas históricas que aparecem nos livros e textos da Matemática, na maioria das vezes aparecem no início ou no final dos capítulos. São as curiosidades sobre alguns matemáticos famosos ou algum fato curioso a respeito do desenvolvimento da Matemática (FOSSA, 2001).

Os alunos geralmente gostam dessas passagens, poissão na grande maioria divertidas e os proporcionam momentaneamente fugir do pensamento árido da Matemática. No entanto, o “Uso Ornamental” da História da Matemática por mais que proporcione um momento de descontração não é adequado para desenvolver conceitos matemáticos, mas o seu uso não é totalmente inútil, justamente por tornar a aula mais agradável (FOSSA, 2001).

Temos agora o “Uso Ponderativo”, que faz a apresentação da História da Matemática para o ensino de conceitos, ou seja, os conceitos são apresentados por meios de abordagem históricas que envolvem os conteúdos com a Matemática aplicada (FOSSA, 2001). O “Uso

Ponderativo” causou uma certa confusão, pois é difícil diferenciar os dois casos de “Uso Ornamental” e “Uso Ponderativo”.

Porém, as formas de Uso da História da Matemática não se resumem a esses dois tipos, pois o “Uso Ponderativo” trouxe com ele mais dois casos: o “Uso Novelesco” e o “Uso Episódico”.

Com a apresentação do “Uso Novelesco”, toda a disciplina é embasada, na História da Matemática (FOSSA, 2001), para alguns alunos tal procedimento poderá ser altamente interessante, pois possibilitaria o desenvolvimento da área dos seus estudos, bem como uma visão ampla de várias inter-relações entre subáreas da Matemática.

No “Uso Episódico”, por sua vez, a História da Matemática é utilizada para fazer a abordagem de alguns conteúdos apenas (FOSSA, 2001). Ainda segundo Fossa (2001), a utilização do Uso Episódico tem a tendência de ser menos intensivo, já que é limitado a uma parte introdutória do conteúdo para dar uma motivação aos alunos. Logo, seu uso tende a ser confundido com o Uso Ornamental.

Eis que surge em meio as formas de uso da História da Matemática o “Uso Manipulativo”. Fossa (2001) afirma que seu uso é

> [...] Alvo, das atenções tanto do Uso Novelesco quanto do Uso Episódico, pois já se comprovou que uma das maneiras mais eficazes de ensinar a matemática – especialmente, mas não exclusivamente, para alunos jovens- é através de atividades utilizando materiais manipulativos (FOSSA, 2001, p. 55).

Temos assim, que o “Uso Manipulativo” se trata de atividades envolvendo materiais manipulativos, aulas dinamizadas com variação de formas de ensino. Segundo Fossa (2001), a História da Matemática é uma fonte muito rica para essa forma de ensino pois ela proporciona inúmeras atividades diferenciadas para sair da rotina. Outros autores que também acreditam que a História da Matemática possibilita aulas mais dinâmicas e interativas é Lopes e Alves (2014).

Lopes e Alves (2014) acrescentam ainda que esse tipo de aula só acontece a partir do momento que o professor reconhece a História da Matemática como uma ferramenta de ensino, daí ele possibilita uma múltipla variedade de formas para abordar os conteúdos dentro da sala de aula, tornando as aulas atrativas e dinâmicas, utilizando o resgate dos saberes matemáticos deixando a aula sem tantas repetições teóricas e com reprodução de fórmula.

Quando Lopes e Alves (2014) falam em uma variedade de formas, não faz indicação das possíveis variações, no entanto, Gasperi e Pacheco (2008) trazem dicas das maneiras para abordar a História da Matemática que são elas, através de apresentação de problemas, enigmas e introdução de conteúdo ou atividade.

Existem outras maneiras de utilização da História da Matemática, cabe ao professor reconhecê-las como meio de ensino. Seja apenas para aproximar o contexto do aluno, ou para se remeter ao passado e provocar nos alunos sede de conhecimento, podendo despertar nos discentes o caráter do trabalho investigativo em Matemática.

3 ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS

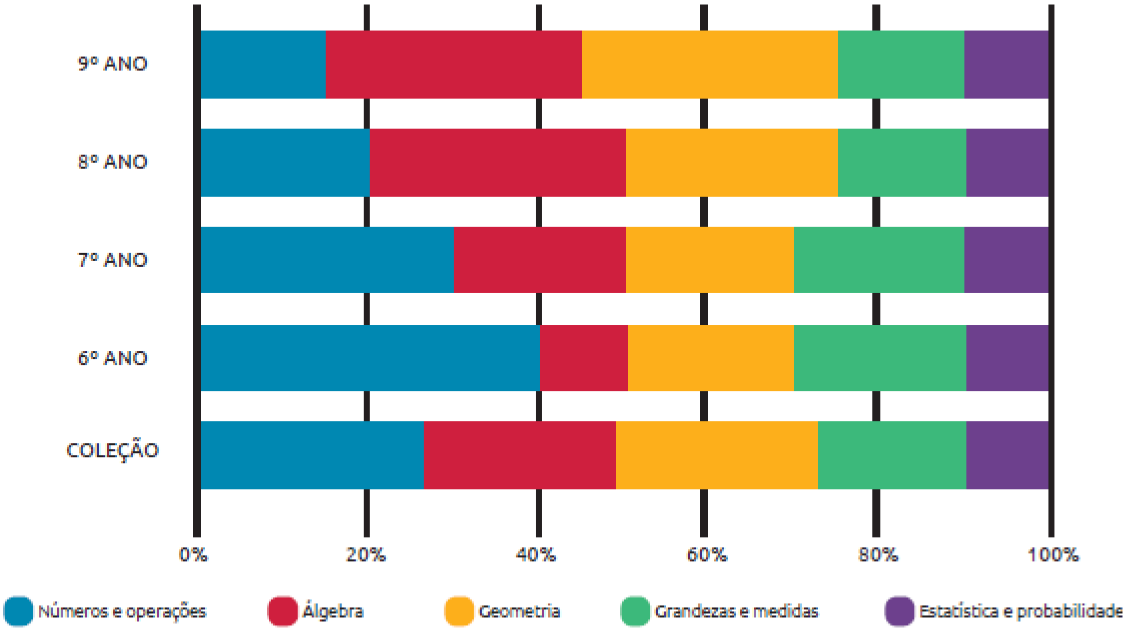
3.1 O que mostra o PNLD 2017 a respeito do cálculo da área do círculo

No Guia de livros didáticos PNLD 2017 para os anos finais do Ensino Fundamental de 6º ao 9º ano, encontramos resenhas das avaliações das coleções de livros didáticos de Matemática que foram aprovadas para o triênio 2017, 2018 e 2019.

O PNLD 2017 procura mostrar ao professor a forma que os conteúdos devem ser organizados. Ele agrupa os conteúdos na seguinte sequência: números e operações; álgebra; geometria; grandezas e medidas; estatística e probabilidade (BRASIL, 2016).

O PNLD busca ajudar os professores no momento da escolha do livro didático, mostrando um quadro apresentando o padrão de distribuição dos conteúdos de acordo com os anos finais do Ensino Fundamental (BRASIL, 2016) como podemos ver na figura 16 apresentada abaixo:

Figura 16 – Distribuição dos Conteúdos



Fonte: Brasil (2016, p. 24)

Além de apresentar uma organização dos conteúdos e destacar sua distribuição, o PNLD também apresenta uma análise das coleções selecionadas, descrevendo o que cada uma apresenta e enfatizando até que ponto aquela obra irá auxiliar o professor, proporcionando ao docente um conhecimento por parte de cada coleção (BRASIL, 2016).

O Guia do PNLD 2017 destaca que nas obras aprovadas mais de 50% delas faz um bom equilíbrio dos conteúdos, as demais obras dão mais espaço a um campo e esquecem de outros. Geralmente os números e operações recebem uma maior atenção o que leva o campo das grandezas e medidas e estatística e probabilidade, ficarem um tanto esquecidas (BRASIL, 2016). Mas, por fim, todos os conteúdos acabam sendo abordados de forma tida como satisfatória pelo PNLD (BRASIL, 2016).

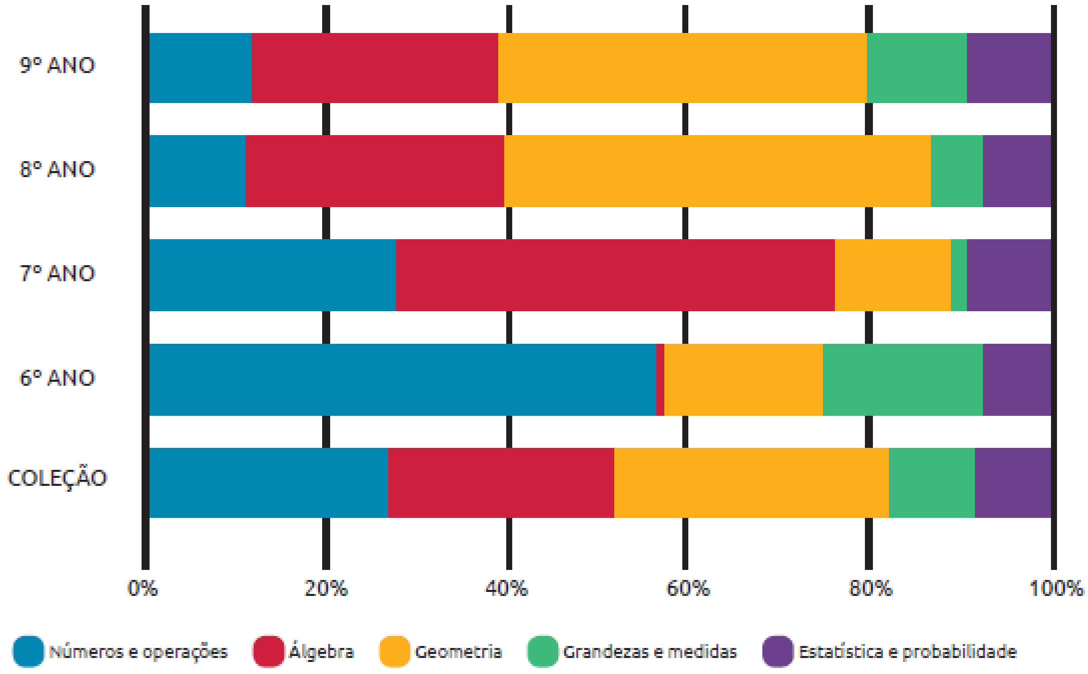
Com respeito a área das grandezas e medidas, encontramos um subitem, área e perímetro, mas não existe uma presença com respeito ao cálculo da área do círculo, no próprio PNLD é enfatizado que existe uma grande limitação a respeito do estudo de áreas e perímetros nas coleções de modo geral e também nas obras selecionadas (BRASIL, 2016). Vejamos então, a seguir, a resenha das duas obras que escolhemos para fazer a análise.

O Guia do PNLD 2017 apresenta uma análise de modo bem geral sobre a coleção Matemática Compreensão e Prática (SILVEIRA, 2015), a apresentação dos conteúdos dessa obra, de acordo com o PNLD (BRASIL, 2016), é feita através de atividades, seguidas da sistematização e de questões para os estudantes resolverem. Os capítulos tratam cada um, de um bloco de conteúdo específico, dificultando uma ligação dos conteúdos.

Os capítulos são divididos por seções, primeiro vem o Trocando Ideias, Um Pouco de História, Lendo e Aprendendo, Atividades, Resolvendo em Equipe e Trabalhando os Conhecimentos Adquiridos, no final de cada capítulo é feita uma retomada dos conteúdos estudados (BRASIL, 2016).

O Guia do PNLD (BRASIL, 2016, p. 81) enfatiza ainda que os conteúdos apresentados são um tanto equilibrados, em alguns volumes é dedicado um grande espaço para a Geometria e esquecem das Grandezas e Medidas, ao exemplo do 7º e 8º ano as abordagens das Grandezas e Medidas aparecem bem abaixo do esperado. O que pode ser observado na figura 17.

Figura 17 – Distribuição dos conteúdos da coleção Matemática Compreensão e Prática de Silveira (2015)



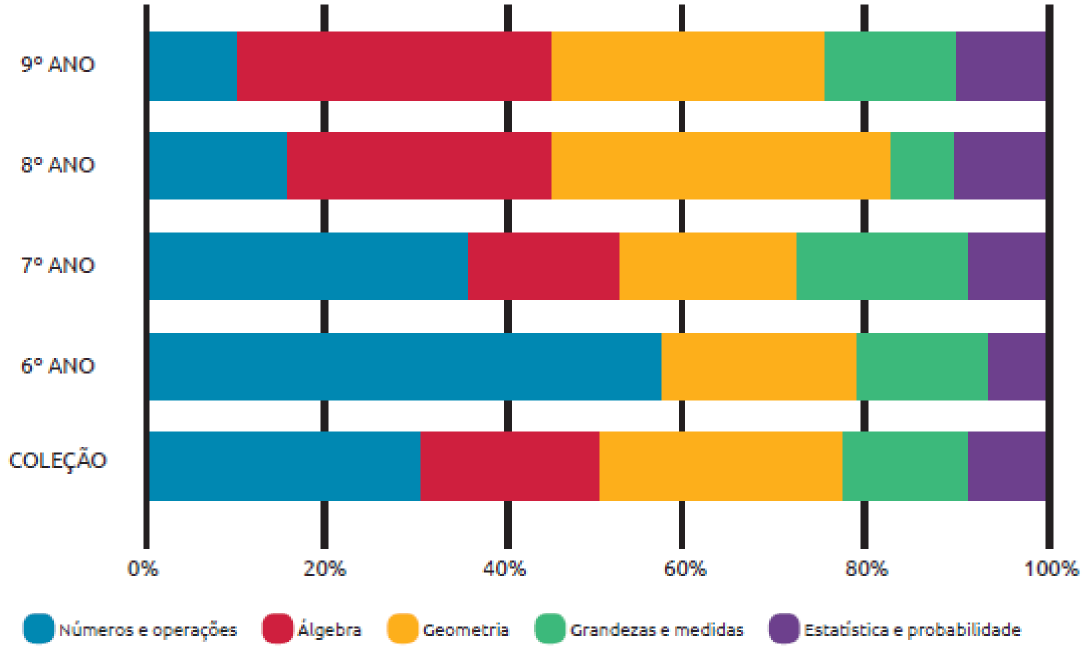
Fonte: Brasil (2016, p. 81)

Com relação as Grandezas e Medidas o Guia do PNLD (BRASIL, 2016) destaca que a coleção faz conexão com outras áreas do conhecimento a exemplo da geometria e números e operações, também apresenta muitas imagens e informações culturais.

Para a coleção Vontade de Saber Matemática (SOUZA; PATARO, 2015) o Guia do PNLD 2017 também mostra a visão geral da coleção, destacando que nessa obra podem ser facilmente encontradas abordagens contextualizadas que fazem envolvimento dos conteúdos estudados com práticas sociais. A coleção de Souza e Pataro (2015) também favorece o envolvimento matemático com outras áreas do conhecimento.

Com respeito a distribuição dos conteúdos assim como a outra, essa coleção é tida como equilibrada, no entanto alguns conteúdos recebem mais atenção do que outros, tudo isso pode ser observado na figura 18 apresentada a seguir.

Figura 18 – Distribuição dos Conteúdos da coleção Vontade de Saber Matemática de Souza e Pataro (2015)



Fonte: Brasil (2016, p. 132)

Verificamos que no 6º ano o conteúdo que predomina é Números e Operações, já no 8º ano quem recebe a ênfase é a Geometria, no 7º e 9º é tido como apropriado pelo PNLD 2017 (BRASIL, 2016).

Com respeito as Grandezas e Medidas o Guia do PNLD 2017 enfatizam que a coleção exibe muitos exercícios com foco na medição com unidades padronizadas, mas a abordagens da grandeza área não acontecem de forma apropriada (BRASIL, 2016).

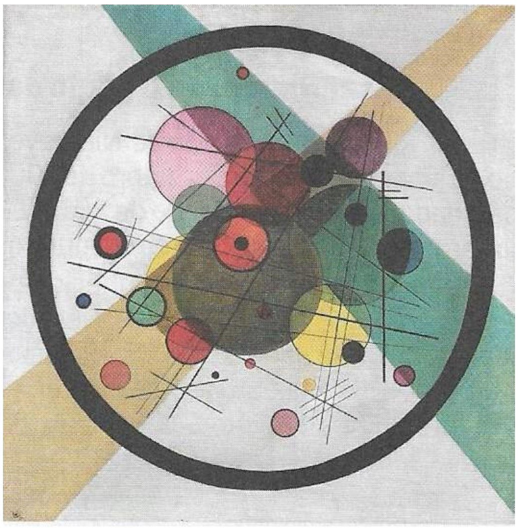
3.2 Análise da coleção Matemática Compreensão e Prática de Ênio Silveira (2015)

Ao iniciar a análise do livro de Silveira (2015a), volume destinado para o 6º ano do Ensino Fundamental, verificamos que ele é composto por 12 capítulos: 1 Números naturais e Sistemas de numeração; 2 Operações com números naturais; 3 Outras operações com números naturais; 4 Figuras geométricas especiais; 5 Múltiplos e divisores; 6 Frações; 7 Números decimais; 8 Porcentagem, Possibilidade e Estatística; 9 Figuras geométricas planas; 10 Medidas de comprimento e de tempo; 11 Medidas de superfície e de volume; 12 Medidas de capacidade e de massa. Cada capítulo é subdividido por tópicos.

Com base na apresentação dos capítulos destacados do livro didático destinado para o 6º ano do Ensino Fundamental, observamos que o conteúdo o círculo está contido no capítulo 9 Figuras geométricas planas, no último tópico nomeado por: Circunferência e Círculo, o qual são dedicadas apenas duas páginas do capítulo para suas abordagens que se resumem em definição e exercícios.

Ao iniciar o tópico 8: Circunferência e Círculo, o autor apresenta uma imagem do artista russo Wassily Kandinsky onde ele faz uma composição de figuras que lembram circunferências, círculos e retas. Veja na figura 19.

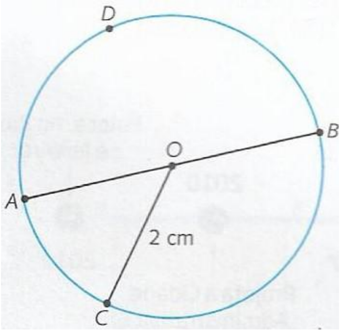
Figura 19 – Imagem de Wassily Kandinsky – Composições de figuras



Fonte: Silveira (2015a, p. 232)

É dada em seguida a definição de circunferência: “Uma circunferência é uma linha plana fechada cujos pontos estão à mesma distância de um ponto fixo desse plano chamado de centro” (SILVEIRA, 2015a, p. 232). Logo após, os autores apresentam a imagem de uma circunferência com seus elementos, afim de que os alunos consigam identificar cada parte da circunferência, como centro, raio e diâmetro. Veja na figura 20.

Figura 20 – Elementos da circunferência



Fonte: Silveira (2015a, p. 232)

A imagem acima destacou os elementos e nomeou, o centro sendo representado por **O**, os segmentos por $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ e $\overline{OC}$ e destacou que todos os segmentos que passam pelo centro são raios da circunferência.

Continuando com a descrição do autor, o segmento de reta que tem duas extremidades na circunferência e que passa pelo centro da circunferência é chamado diâmetro. O segmento $\overline{AB}$ é um diâmetro da circunferência. O diâmetro dessa circunferência mede 4 centímetros de comprimento. A, B, C e D são alguns pontos da circunferência (SILVEIRA, 2015a, p. 232).

Na sequência, aparece a proposta Traçando uma Circunferência com o Compasso; o autor apresenta a proposta para os alunos desenharem uma circunferência utilizando o compasso e a régua, mostrando instruções e uso, para uma circunferência de 1,5 centímetros de raio.

Na página seguinte, encontramos o quadro Lendo e Aprendendo, que mostra como traçar a circunferência com auxílio de um barbante do tamanho do raio desejado.

Chegamos assim ao item Círculo, o autor inicia com a imagem de um círculo mostrando o centro representado pela letra O e o raio representado pela letra r, logo abaixo da imagem vem a definição do círculo: “Círculo é uma figura geométrica plana formada por uma circunferência e toda a sua região interior” (SILVEIRA, 2015a, p. 233).

Não verificamos a presença da História da Matemática em nenhum momento para a abordagem do conteúdo, nem ao menos curiosidade ou contextos históricos.

O livro destinado para o 7º ano (SILVEIRA, 2015b) dessa coleção não apresenta conteúdo da área da pesquisa.

O livro destinado ao 8º ano do Ensino Fundamental (SILVEIRA, 2015c), é composto por 12 capítulos: 1 Números reais; 2 Potenciação e radiciação de números reais; 3 Monômios e polinômios; 4 Produtos notáveis e fatoração; 5 Retas e ângulos; 6 Polígonos e simetria; 7 Frações algébricas e equações fracionárias; 8 Sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas; 9 Estatística e probabilidade; 10 Triângulos; 11 Quadriláteros; 12 Circunferência e círculo. Cada capítulo é subdivido em tópicos.

Com base na apresentação dos capítulos observamos que o capítulo que apresenta o conteúdo em estudo é o de número 12: Circunferência e círculo presente no primeiro tópico. O capítulo se inicia com a demonstração de uma corrida de bicicletas e o quadro É Hora de Observar e Discutir. Veja na figura 21.

Figura 21 – Apresentação do capítulo

Fonte: Silveira (2015c, p. 252-253)

Na página seguinte, o autor mostra a imagem de algumas formas circulares do cotidiano, e propõe, antes da definição, que os alunos resolvam um problema (SILVEIRA, 2015c, p. 254). Veja na figura 22.

Figura 22 – Figuras circulares

TROCANDO IDEIAS

Faça a atividade no caderno.

As figuras de forma circular fazem parte do nosso cotidiano: pratos, rodas, volantes de automóveis, bússolas, CDs, DVDs, roldanas etc.

1 2 3 4

A roda foi uma das primeiras invenções do ser humano. Na Antiguidade era comum o uso de toras de madeira para facilitar o transporte de objetos pesados. Com o tempo, vieram os veículos com rodas puxados por animais. À medida que a técnica foi se aprimorando, as rodas tornaram-se mais leves e eficientes.

MARCELO SPATAFORA/PULSAR IMAGENS

BRIDGEMAN IMAGES/KEYSTONE BRASIL - MUSEE ARCHEOLOGIQUE, CHATILLON SUR SEINE, FRANÇA

JULES2000/SHUTTERSTOCK

Roda de madeira.

Roda de madeira com raios de madeira.

Roda de bicicleta com raios e aros feitos de alumínio.

O fascínio exercido pelas **formas circulares** levou o ser humano a estudar e desenvolver formas práticas para seu uso. Ao longo do tempo, essas formas passaram a ser estudadas pela Geometria, pela Física e pela Engenharia.

- Observe a imagem e responda:

SIMA/SHUTTERSTOCK

O anel tem 0,75 cm de raio externo e deseja-se guardá-lo em uma caixa com base quadrada e altura igual à altura do anel. Qual deve ser a medida mínima da largura dessa caixa?

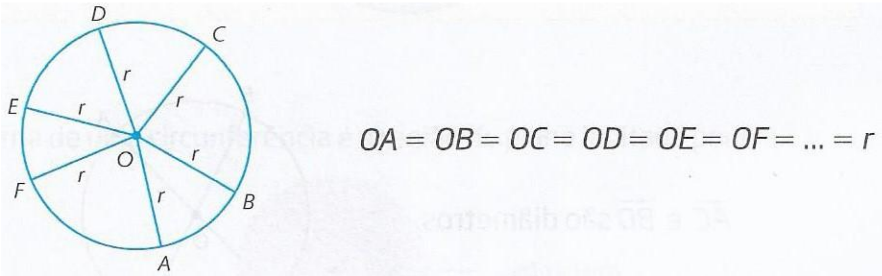
Neste capítulo, vamos ampliar os conhecimentos sobre circunferência e círculo.

Fonte: Silveira (2015c, p. 254)

Esse fato de propor uma situação-problema antes de ser apresentada a definição, leva os alunos a pensarem e tentarem utilizar outros conhecimentos para solucionar o problema.

Como já enfatizado este é o primeiro tópico que abrange o tema, Circunferência e círculo, iniciando-se com definição de circunferência: “Circunferência é uma linha plana fechada cujos pontos estão à mesma distância de um ponto fixo desse plano chamado centro" (SILVEIRA, 2015c, p. 255). Nessa página são apresentadas algumas circunferências destacando seus elementos. Tais como o centro: ponto fixo, raio: a distância do centro até um ponto fixo na circunferência. Em seguida, o autor mostra as características dos raios das circunferências: "raio é o segmento de reta que possui uma extremidade no centro e a outra em qualquer ponto da circunferência; em uma circunferência, podemos traçar infinitos raios e todos serão congruentes" (SILVEIRA, 2015c, p. 255). Conforme mostra a figura 23 veja:

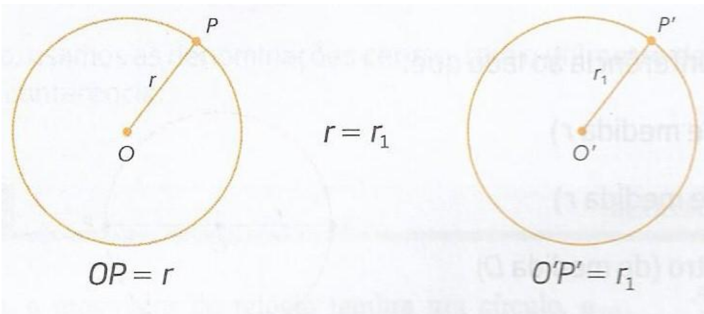
Figura 23– Raios congruentes



Fonte: Silveira (2015c, p. 255)

O autor afirma que duas circunferências são congruentes quando os raios tiverem a mesma medida, abaixo é apresentada duas figuras para mostrar que são congruentes. Veja a figura 24:

Figura 24 – circunferências congruentes



Fonte: Silveira (2015c, p. 255)

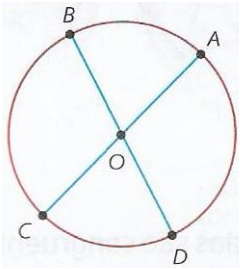
No final da página o autor aborda no quadro de observação como traçar uma circunferência (SILVEIRA, 2015c).

Inicia-se assim, na página seguinte, o estudo de Corda e Diâmetro de uma circunferência, a corda e o diâmetro são dois importantes elementos relativos a uma circunferência. O autor apresenta a definição: “Corda é o segmento com extremidades em dois pontos distintos da circunferência” (SILVEIRA, 2015c, p. 256).

Mostra-se a imagem de uma circunferência, com exemplos de cordas, deixando claro que o diâmetro é um caso particular de corda, pois sempre passa pelo centro da circunferência.

Segundo o autor “Diâmetro é o segmento com extremidades em dois pontos distintos de uma circunferência, passando sempre pelo centro” (SILVEIRA, 2015c, p. 256). Na sequência, é apresentada outra circunferência para mostrar através de segmentos de reta que o diâmetro é igual a D = 2r. Veja na figura 25:

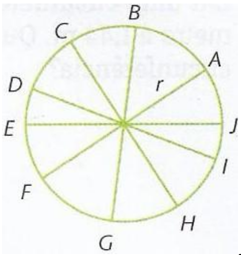
Figura 25 – Apresentação do diâmetro por segmento



Fonte: Silveira (2015c, p. 256)

No quadro de Observações o autor mostra outra imagem de uma circunferência. Veja a figura 26:

Figura26 – Relação do diâmetro com a corda



AF = BG = CH = DI = EJ =... = 2r

Fonte: Silveira (2015c, p. 257)

E apresenta as seguintes observações: “1 – O diâmetro é a maior corda da circunferência. 2 – Em uma circunferência, podemos traçar infinitos diâmetros e todos serão congruentes” (SILVEIRA, 2015c, p. 257).

Próximo item é o Círculo, o autor inicia com a definição: “O círculo é a região do plano formada por uma circunferência e sua região interna” (SILVEIRA, 2015c, p. 257). Na sequência mostra-se a imagem de um círculo, apresentando centro O e raio de medida r, no quadro de Observação o autor traz as seguintes informações:

"1 – A região interna de uma circunferência é a região do plano limitada por ela. 2 – No estudo do círculo, usamos as denominações centro, raio e diâmetro de forma semelhante à utilizada para a circunferência" (SILVEIRA, 2015c, p. 257).

Chegamos às Atividades e, mais uma vez, não foi apresentada a utilização do uso da História da Matemática, ou contexto histórico, para o estudo do círculo.

A obra Matemática Compreensão e Prática (SILVEIRA, 2015d) destinada ao 9º ano, é composta por 11 capítulos: 1 Potenciação e radicais; 2 Equação do 2º grau; 3 Função afim; 4 Funções quadráticas; 5 Estatística e probabilidade; 6 Segmentos proporcionais e semelhança; 7 Relações métricas em um triângulo e razões trigonométricas; 8 Circunferência, arco e relações métricas; 9 Polígonos regulares; 10 Área de figuras planas; 11 Matemática comercial e financeira. Cada capitulo é subdividido em tópicos.

Com base nas observações feitas nas descrições de cada capítulo, temos que o estudo do círculo está presente em dois capítulos que são eles o 8 e o 10, vejamos assim primeiro o 8 e, na sequência, o 10.

O autor inicia o capítulo 8 com a apresentação de uma imagem dos anéis iluminados à beira do rio Loire, em Nantes, França, 2013, observe a figura 27:

Figura 27 – Anéis Iluminados

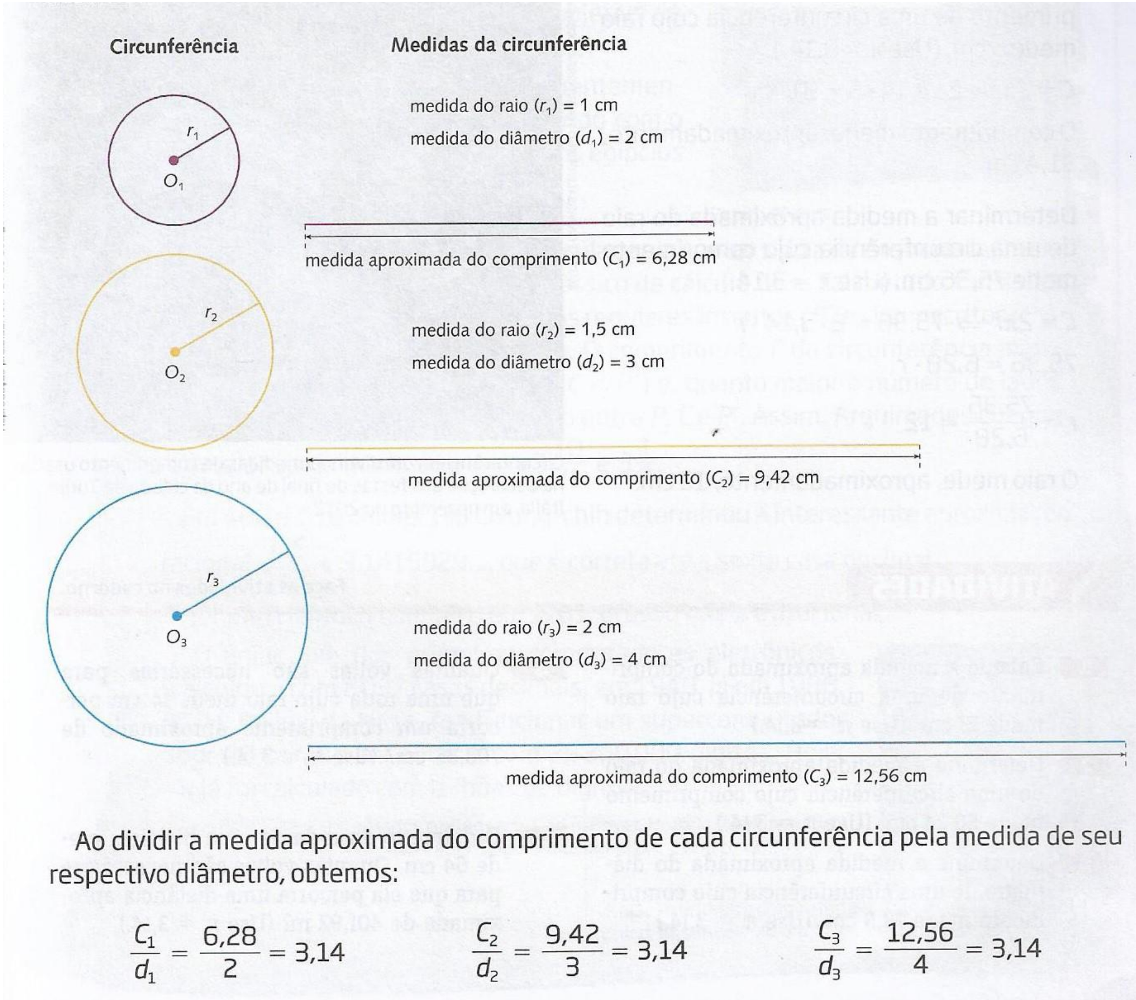
Fonte: Silveira (2015d, p. 206-207

Juntamente com a imagem 25 o autor traz um quadro com informações sobre os anéis e dois questionamentos, 1- “Esses anéis lembram que figura geométrica? 2- Podemos afirmar que a medida do comprimento da circunferência de cada um desses anéis depende da medida do seu raio?” (SILVEIRA, 2015d, p. 207). Acreditamos que esses questionamentos podem despertar o interesse dos alunos para o conteúdo e para o professor identificar o nível de conhecimento dos mesmos.

Na sequência, aparece o quadro Trocando Ideias, no qual encontramos propostas de atividades que remetem os alunos ao conteúdo que será estudado, nessa página o autor leva os estudantes a pensarem na importância da circunferência em nossas vidas, mostra imagens de engrenagem, botão, relógio e disco de mídia play (CD), propõe que os discentes lembrem alguns objetos circulares e apresenta o que será abordado nesse capítulo, que é a circunferência, seus arcos e suas relações métricas, ferramentas básicas para estudos futuros em diversas áreas (SILVEIRA, 2015d).

O primeiro tópico de conteúdo é o Comprimento da Circunferência, aqui o autor considera a circunferência de centro **O** e raio de medida **r**, e mostra que é possível determinar a medida aproximada do comprimento da circunferência envolvendo-a com um cordão e logo após medindo-o (SILVEIRA, 2015d). Veja a figura 28 e perceba onde o autor quer chegar com essa relação.

Figura 28 – Medidas da circunferência



Fonte: Silveira (2015d, p. 209)

O autor ao fazer a relação mostrada acima almeja destacar que ao dividir a medida aproximada do comprimento da circunferência pela medida de seu diâmetro, se obtém o valor aproximado de 3,14 nos três casos, mas devemos enfatizar que essa é uma forma experimental e não tem muita precisão matemática. Na sequência, o autor traz uma observação de que o valor obtido é a“[...]aproximação de um número irracional” (SILVEIRA, 2015d, p. 210)e faz a apresentação da seguinte relação $\frac{c}{d} = \frac{c}{2r} \cong 3{,}14$, esse valor é representado pela letra grega π, assim o autor faz a relação que para qualquer circunferência vale $\frac{c}{d} = \pi$, e conclui afirmando que a medida do comprimento de qualquer circunferência pode ser assim determinado: $c = \pi \,.\, d = 2.\pi.r$ (SILVEIRA, 2015d, p. 210).

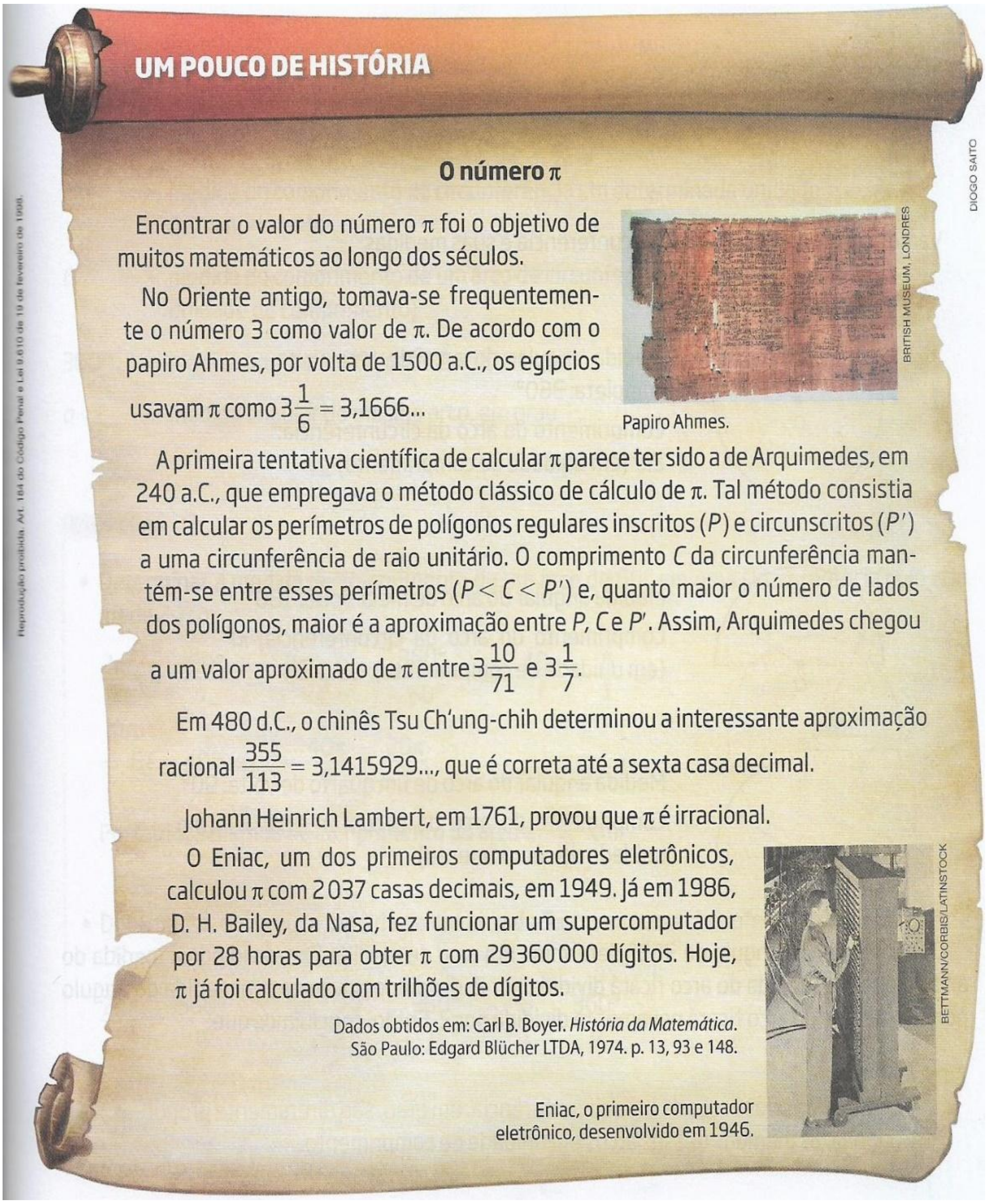
O autor segue com apresentação de Exemplos:

> - Determinar a medida aproximada do comprimento de uma circunferência cujo raio mede 5 cm. (Use π = 3,14)
> $c = 2\pi r = 2\,.\,3{,}14\,.\,5 = 31{,}4$, o comprimento mede, aproximadamente, 31,4 cm (SILVEIRA, 2015, p. 210).
> - Determinar a medida aproximada do raio de uma circunferência cujo comprimento mede 75,36 cm. (Use $\pi = 3{,}14$) $c = 2\pi r \rightarrow 75{,}36 = 2\,.\,3{,}14\,.\,r = 75{,}36 = 6{,}28\,.\,r \rightarrow r = \frac{75{,}36}{6{,}28} = 12$, o raio mede, aproximadamente, 12cm (SILVEIRA, 2015d, p. 210).

Em seguida, é mostrado o quadro de atividades, no entanto, elas não apresentam a utilização da História da Matemática.

Encontramos então, o quadro que recebe o nome UM POUCO DE HISTÓRIA. Que pode ser observado na figura 29.

Figura 29 – O númeroπ



UM POUCO DE HISTÓRIA

DIOGO SAITO

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

O número π

Encontrar o valor do número π foi o objetivo de muitos matemáticos ao longo dos séculos.

No Oriente antigo, tomava-se frequentemente o número 3 como valor de π. De acordo com o papiro Ahmes, por volta de 1500 a.C., os egípcios usavam π como $3\frac{1}{6} = 3{,}1666...$

BRITISH MUSEUM, LONDRES

Papiro Ahmes.

A primeira tentativa científica de calcular π parece ter sido a de Arquimedes, em 240 a.C., que empregava o método clássico de cálculo de π. Tal método consistia em calcular os perímetros de polígonos regulares inscritos (P) e circunscritos (P') a uma circunferência de raio unitário. O comprimento C da circunferência mantém-se entre esses perímetros ($P < C < P'$) e, quanto maior o número de lados dos polígonos, maior é a aproximação entre P, C e P'. Assim, Arquimedes chegou a um valor aproximado de π entre $3\frac{10}{71}$ e $3\frac{1}{7}$.

Em 480 d.C., o chinês Tsu Ch'ung-chih determinou a interessante aproximação racional $\frac{355}{113} = 3{,}1415929...$, que é correta até a sexta casa decimal.

Johann Heinrich Lambert, em 1761, provou que π é irracional.

O Eniac, um dos primeiros computadores eletrônicos, calculou π com 2 037 casas decimais, em 1949. Já em 1986, D. H. Bailey, da Nasa, fez funcionar um supercomputador por 28 horas para obter π com 29 360 000 dígitos. Hoje, π já foi calculado com trilhões de dígitos.

Dados obtidos em: Carl B. Boyer. *História da Matemática*. São Paulo: Edgard Blücher LTDA, 1974. p. 13, 93 e 148.

BETTMANN/CORBIS/LATINSTOCK

Eniac, o primeiro computador eletrônico, desenvolvido em 1946.

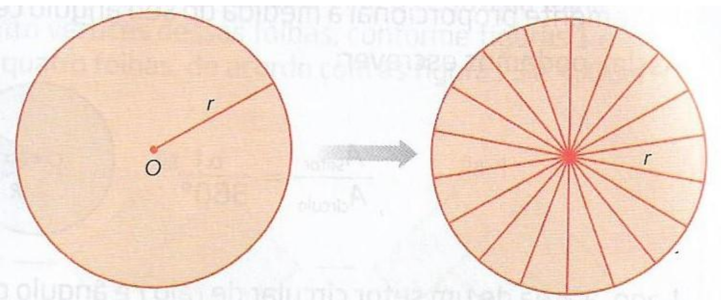
Fonte: Silveira (2015d, p. 211)

Encontramos a primeira abordagem histórica que envolve o conteúdo estudado, na qual é feita a apresentação do desenvolvimento do número pi. Essa abordagem mostra que mesmo o autor podendo utilizar a forma matemática que foi utilizada para encontrar o valor pi ele prefere abordar o conteúdo por meio um experimento. Ao invés de utilizar o contexto histórico para trabalhar o conteúdo o quadro aparece apenas como curiosidade, pois ele é encontrado no final do conteúdo depois da apresentação das atividades, e não é feito pelo autor nenhuma sugestão de trabalho com as informações do quadro, levando assim a informação a ser apenas um momento de leitura, podemos associar esse aparecimento da História da Matemática ao Uso Ornamental destacado por Fossa (2001) no capítulo anterior.

Os demais tópicos do capítulo não dizem respeito ao conteúdo círculo. Na sequência, encontramos o quadro das Atividades e, mais uma vez, elas não fazem a utilização da História da Matemática.

No capítulo 10 Áreas de figuras planas, o tópico que diz respeito ao estudo da pesquisa é o sexto, nomeado por: Área do círculo. Aqui o autor apresenta a figura do círculo definindo seus elementos, o centro **O** e raio de medida **r**. Na sequência é apresentado o mesmo círculo divido em 18 setores circulares congruentes (SILVEIRA, 2015d, p. 261). Veja a figura 30:

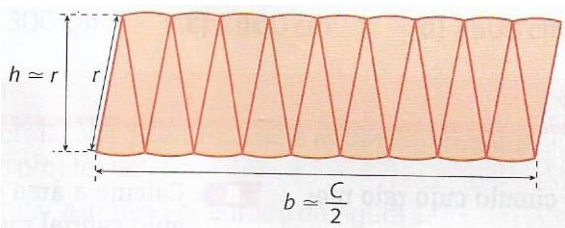
Figura 30 – O círculo



Fonte: Silveira (2015d, p. 261)

O autor mostra o reagrupamento dos setores formando uma figura que lembra um paralelogramo com altura de medida h, que é aproximadamente igual a r, e base b de medida aproximadamente igual a $\frac{c}{2}$, em que c é a medida do comprimento da circunferência (SILVEIRA, 2015d, p. 261). Veja o exemplo na figura 31:

Figura 31 – Reorganização dos setores do círculo



Fonte: Silveira (2015d, p. 261)

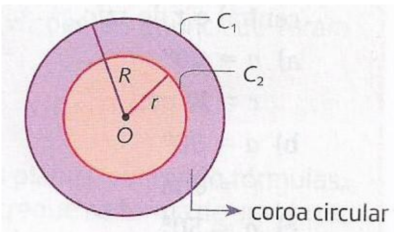
É explicado o porquê dessa relação, ao se dividir qualquer círculo em n setores, sendo n um número muito grande, cada um dos setores circulares se aproxima do formato de um triângulo. Nesse caso, verifica-se que a área do círculo corresponde aproximadamente à área do paralelogramo formado pelos n triângulos.

Como a medida da altura do paralelogramo é aproximadamente igual à medida do raio, podemos escrever: $A_{círculo} \cong \frac{2\pi r}{2} \cdot r$ tomando por base essa ideia, pode-se inferir que: $A_{círculo} = \pi r^2$ (SILVEIRA, 2015d, p. 261).

Na sequência, o autor apresenta a Área da coroa circular, que é uma região limitada por duas circunferências concêntricas, situadas em um mesmo plano e com raios de medidas diferentes.

Mostra-se uma ilustração onde temos a circunferência C_1 de centro O e raio com medida R e a circunferência C_2 também de centro O e raio com medida r (SILVEIRA, 2015d, p. 261). Veja a figura 32:

Figura32 – Coroa circular



Fonte: Silveira (2015d, p. 261)

A área (A), da coroa circular, é obtida pela diferença entre a área A_{c1} do círculo C_1 e a área A_{c2} do círculo C_2. Veja:

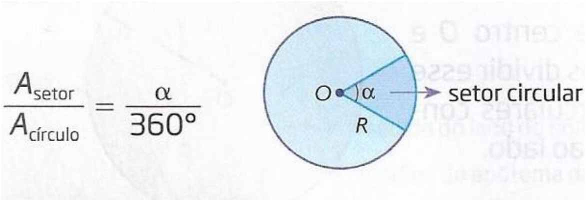
$$A = A_{c1} - A_{c2}$$

$$A = \pi R^2 - \pi r^2$$

$$A = \pi (R^2 - r^2)$$

Para o estudo da Coroa circular o autor mostra uma ilustração com o setor circular cujo ângulo central mede α. A área desse setor circular é diretamente proporcional à medida do seu ângulo central, em grau (SILVEIRA, 2015d, p. 262). Assim pode se escrever, conforme mostra a figura 33:

Figura 33 –Área do setor circular



Fonte: Silveira (2015d, p. 262)

O próximo item é o quadro de Atividades, portanto já podemos concluir que não foi utilizado a História da Matemática, para o estudo do círculo nesse capítulo; o uso da História da Matemática também não se faz presente nas Atividades.

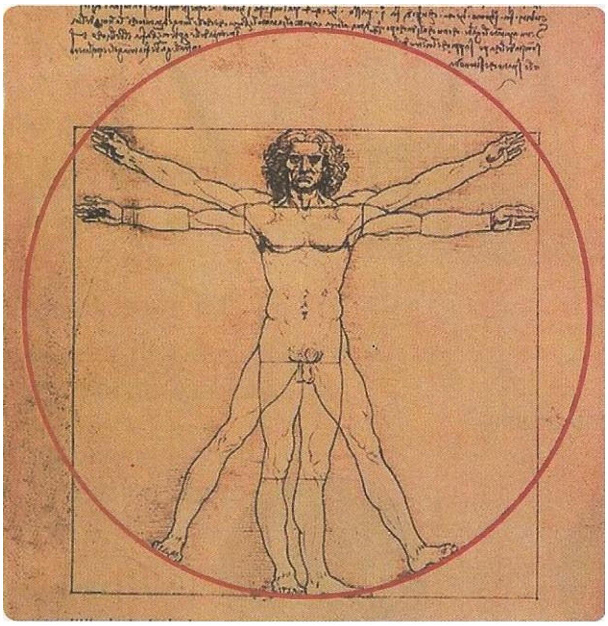
Percebemos assim, que na coleção de Silveira (2015) de 6º ao 9ºano, a única obra que aparece a História da Matemática é a do 9º ano, no entanto, aparece em forma do Uso Ornamental que segundo Fossa (2001) não é apropriado, mas os alunos gostam por proporcionar um momento de descontração. Mesmo assim essa curiosidade histórica não apresenta relação com o cálculo de área do círculo, embora o número π esteja presente na fórmula. O autor apesar de trabalhar com composição e decomposição de figuras e apresentar imagens afim de aproximar o conteúdo da vivência dos alunos, se prende muito a utilização e reprodução de fórmulas o que não desenvolve um aprendizado adequado segundo os PCN (BRASIL, 1998).

3.3 Análise da coleção Vontade de Saber Matemática de Souza e Pataro (2015)

Ao iniciar a análise do livro de Souza e Pataro (2015a) destinado para o 6º ano do Ensino Fundamental, verificamos que ele é composto por 12 capítulos: 1 Formas geométricas espaciais; 2 Os números; 3 Operações com números naturais; 4 Potências e raízes; 5 Múltiplos e divisores; 6 Frações; 7 Ângulos e retas; 8 Polígonos, formas circulares e simetria; 9 Números decimais; 10 Medidas de comprimento, de massa e de tempo; 11 Medidas de superfície; 12 Tratamento da informação. Cada capítulo é subdivido por tópicos.

Com base nas observações feitas na descrição de cada capítulo, verificamos que o conteúdo o círculo está contido no capítulo 8 Polígonos, formas circulares e simetria. No quarto tópico, nomeado por Formas circulares, o primeiro item é Circunferência, de início o autor apresenta a figura do Homem Vitruviano, de Leonardo da Vinci. Veja na figura 34.

Figura 34 – O Homem Vitruviano



Fonte: Souza e Pataro (2015a, p. 189)

No entanto, única abordagem dada a essa figura é que a forma destacada recebe o nome de circunferência. Na sequência é dada a definição de circunferência que segundo os autores "é uma linha fechada em um plano, na qual todos os seus pontos estão a uma mesma distância de um ponto fixo, chamado centro" (SOUZA; PATARO, 2015a, p. 189).

Na sequência é apresentada a figura de uma circunferência destacando seus elementos. O centro, os segmentos que representam o raio, segmentos que representam uma corda, e uma corda que passa pelo centro da circunferência recebendo nome de diâmetro, é especificado que o diâmetro é o dobro da medida do raio (SOUZA; PATARO, 2015a). Os autores seguem com a demonstração de como construir uma circunferência com a utilização de um compasso (SOUZA; PATARO, 2015a).

No item Círculo os autores iniciam com apresentação de algumas imagens, conforme podemos ver na figura 35.

Figura 35 – Figuras circulares

Fonte: Souza e Pataro (2015a, p. 190).

Esta imagem é Seguida com a definição do círculo: “é uma forma geométrica plana formada por uma circunferência e por todos os pontos de seu interior” (SOUZA; PATARO, 2015a, p. 190). Na sequência o autor mostra a figura de um círculo, destacando seus elementos, circunferência, centro, região interna.

Podemos observar que na obra de Souza e Pataro (2015a) destinada para o 6º ano do Ensino Fundamental, não se faz uso da História da Matemática.

Com base na análise feita na obra de Souza e Pataro (2015b) destinada para o 7º ano do Ensino Fundamental, não encontramos o conteúdo o círculo, assim como nenhum conteúdo que pudéssemos associar.

A obra de Souza e Pataro (2015c) destinada para o 8º ano do Ensino Fundamental que é composta por 12 capítulos: 1 Ângulos; 2 Potências e raízes; 3 Conjuntos numéricos; 4 Plano cartesiano; 5 Polinômios, produtos notáveis e fatoração; 6 Polígonos; 7 Equação, sistemas de equações e inequações; 8 Regra de três; 9 Tratamento da informação; 10 Triângulos; 11 Quadriláteros e formas circulares; 12 Medidas de superfície. Todos os capítulos são subdivididos em tópicos.

O capítulo que encontramos o conteúdo o círculo foi o 11 nomeado por: Quadriláteros e formas circulares, no tópico nomeado por Circunferência e Círculo, no qual é destinada uma página para apresentar os dois e uma página de atividades, totalizando assim duas páginas destinadas para o conteúdo no capítulo.

Para iniciar o tópico Circunferência e Círculo os autores utilizam três figuras, veja a figura 36.

Figura 36 – Figuras circulares

Fonte: Souza e Pataro (2015c, p. 249)

É feita a apresentação das figuras destacadas acima afim de mostrar aos alunos que elas podem ser associadas a circunferências e círculos. Na sequência é dada a definição da circunferência: "é uma linha fechada em um plano, na qual todos os seus pontos estão a uma mesma distância de um ponto fixo, chamado centro" (SOUZA; PATARO, 2015c, p. 249). Os autores seguem com a apresentação dos elementos que podem ser destacados na circunferência, que são eles, raio, corda e diâmetro, é destacado ainda que se reunirmos a circunferência e todos os pontos de seu interior, obtemos um círculo (SOUZA; PATARO, 2015c). No círculo é enfatizado seus elementos, circunferência, centro e região interna. Na sequência é apresentado como construir um círculo com raio de 5 centímetros utilizando régua e compasso (SOUZA; PATARO, 2015c).

Portanto, verificamos que nessa obra destinada para o 8º ano do Ensino Fundamental dos autores Souza e Pataro (2015c), não é utilizada a História da Matemática para trabalhar o estudo do círculo.

Chegamos a obra destinada ao 9º ano do Ensino Fundamental (SOUZA; PATARO, 2015d), a mesma é formada por 12 capítulos: 1-Raízes; 2-Equações do 2º grau e sistema de equações; 3-Matemática financeira; 4-Simetria; 5-Função afim; 6-Função quadrática; 7-Medidas em informática; 8-Semelhança; 9-Relações no triângulo retângulo; 10-Tratamento da informação; 11-Círculo e circunferência; 12-Medidas de volume. Cada capítulo é subdividido em tópicos.

Podemos observar com base na descrição dos capítulos que o conteúdo em estudo está presente no capítulo 11 Círculo e Circunferência. Nessa obra é destinado todo o capítulo para o seu estudo. O capítulo se inicia com apresentação de uma figura de artesanato. Veja a figura 37:

Figura 37 – Apresentação do capítulo

Fonte: Souza e Pataro (2015d, p. 222-223)

As informações contidas na apresentação do capítulo dizem respeito ao artesanato brasileiro. As questões presentem também fazem relação ao artesanato e suas formas que serão sempre circulares já que são feitas na roda de oleiro e moldado pelo artesão enquanto a roda está em movimento.

Para o estudo da circunferência os autores continuam com apresentação de vasos artesanais que lembram formas circulares por terem sido confeccionados em uma roda de oleiro. É dada a definição de circunferência, e apresentado seus elementos, raio, corda e diâmetro, na sequência é dada instruções de como construir uma circunferência utilizando o compasso (SOUZA; PATARO, 2015d).

No tópico de estudo do comprimento da circunferência os autores mostram que ao dividir o comprimento da circunferência pela metade de seu diâmetro será obtido um número próximo de 3,14 eles reproduzem esse fato utilizando algumas figuras circulares e a fita métrica (SOUZA; PATARO, 2015d, p. 230). Veja na figura 38.

Figura 38 – Medida da circunferência

Fonte: Souza e Pataro (2015d, p. 230)

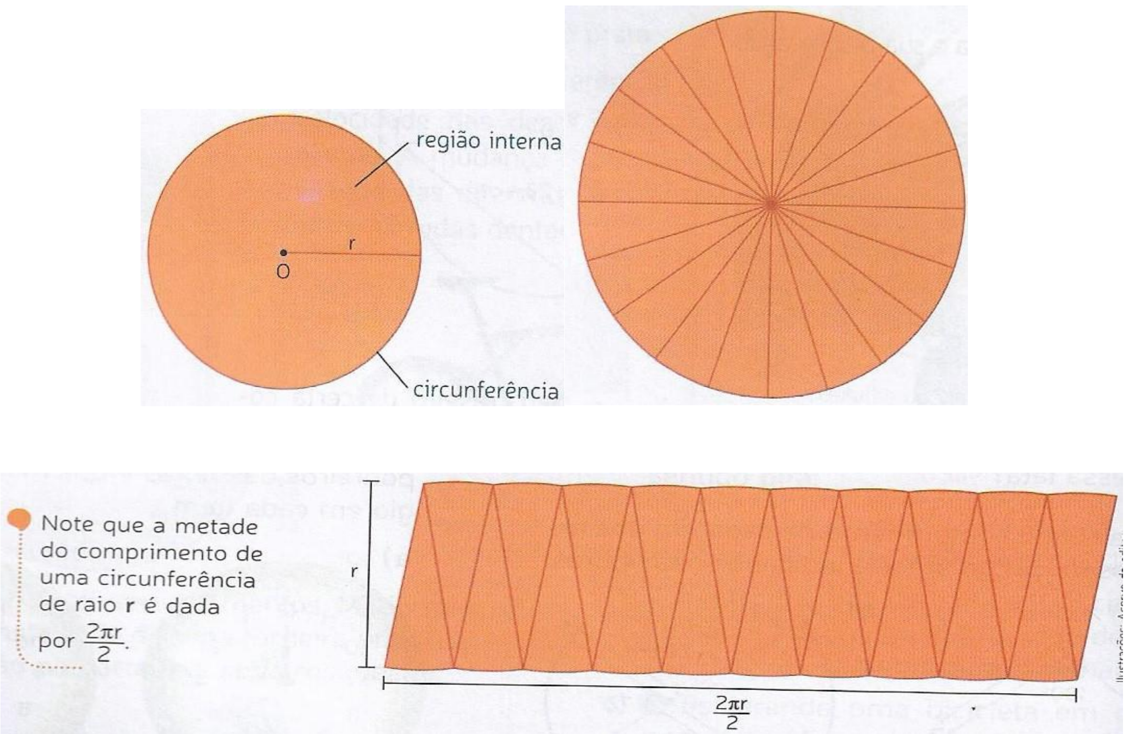
O autor utilizou a relação mostrada acima para apresentar o valor π como sendo o número obtido entre a razão do comprimento da circunferência e o seu diâmetro, "O número obtido em cada caso é uma aproximação do número irracional **pi**, indicado pela letra gregaπ" (SOUZA; PATARO, 2015d, p. 230). Assim como na coleção anterior os autores desta coleção utilizam uma relação de caráter experimental, podemos observar que os valores obtidos não foram exatamente 3,14 como mostrava a outra coleção.

Os autores continuamenfatizandoque o diâmetro é o dobro do raio ele toma d = 2r e com essa informação os autores apresenta a fórmula $C = 2 \, . \, r \, . \, \pi \quad ou \, C = 2\pi r$. E segue mostrando um exemplo utilizando a fórmula, para obter o comprimento aproximado de uma circunferência que tem seu raio igual a 6 centímetros (SOUZA; PATARO, 2015d).

No tópico Área do círculo, os autores iniciam dizendo, “se reunirmos a circunferência e todos os seus pontos internos, obteremos uma figura chamada círculo” (SOUZA; PATARO, 2015d, p. 234). Na sequência é apresentada uma figura para mostrar os elementos que podem ser destacados no círculo, que são: raio, circunferência e região interna (SOUZA; PATARO, 2015d).

Para deduzir a fórmula utilizada no cálculo da área do círculo, os autores dividem o círculo em vinte arcos iguais. Na sequência organiza cada um dos arcos obtidas de forma que façam lembrar um paralelogramo, cuja a altura é aproximadamente o raio do círculo e a medida da base cerca da metade do comprimento da circunferência. Veja a figura 39.

Figura 39 – Dedução da fórmula para calcular a área do círculo



Fonte: Souza e Pataro (2015d, p. 234)

A área do paralelogramo é dada pelo produto da medida de sua base e de sua altura.

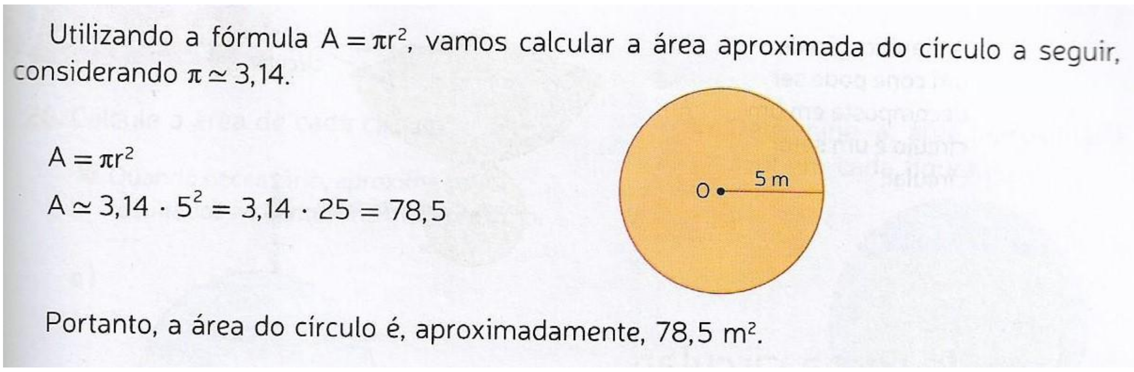
$$A = \frac{2\pi r}{2} \cdot r$$

$$A = \pi r \cdot r \rightarrow A = \pi r^2$$

Como a figura que lembra o paralelogramo foi obtida com as partes do círculo, temos que a área do círculo também é igual a $A = \pi r^2$ (SOUZA; PATARO, 2015d, p. 235).

Os autores seguem com apresentação de um exemplo utilizando a fórmula para calcular a área de um círculo cujo raio mede 5 metros. Veja a figura 40.

Figura 40 – Utilizando a fórmula para cálculo da área



Utilizando a fórmula $A = \pi r^2$, vamos calcular a área aproximada do círculo a seguir, considerando $\pi \simeq 3{,}14$.

$A = \pi r^2$

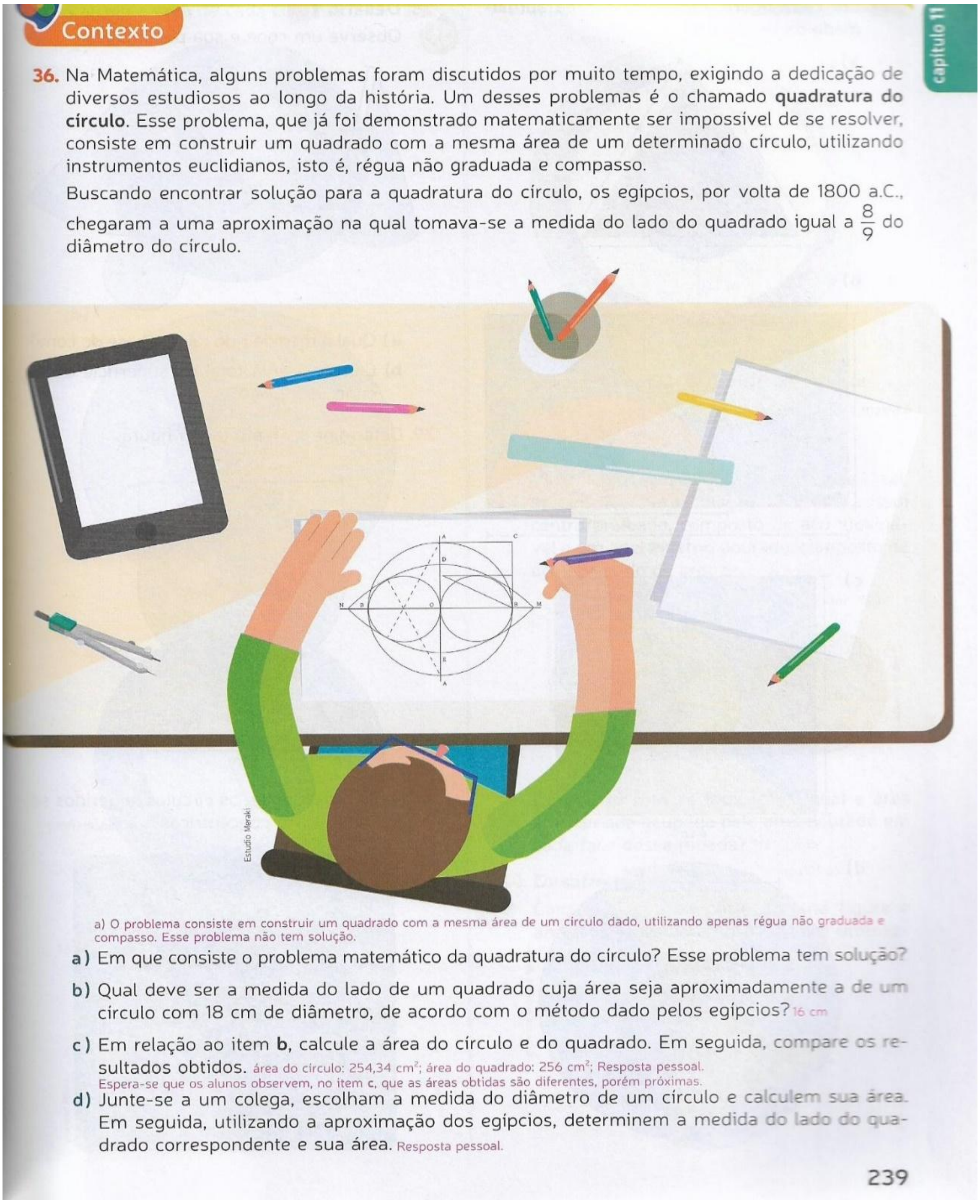
$A \simeq 3{,}14 \cdot 5^2 = 3{,}14 \cdot 25 = 78{,}5$

Portanto, a área do círculo é, aproximadamente, 78,5 m^2.

Fonte: Souza e Pataro (2015d, p. 235)

Chegamos ao tópico das Atividades e aqui encontramos uma que apresenta o cálculo da área do círculo através da História da Matemática. Observe a figura 41:

Figura 41 – Atividade


Contexto

capítulo 11

36. Na Matemática, alguns problemas foram discutidos por muito tempo, exigindo a dedicação de diversos estudiosos ao longo da história. Um desses problemas é o chamado **quadratura do círculo**. Esse problema, que já foi demonstrado matematicamente ser impossível de se resolver, consiste em construir um quadrado com a mesma área de um determinado círculo, utilizando instrumentos euclidianos, isto é, régua não graduada e compasso.

Buscando encontrar solução para a quadratura do círculo, os egípcios, por volta de 1800 a.C., chegaram a uma aproximação na qual tomava-se a medida do lado do quadrado igual a $\frac{8}{9}$ do diâmetro do círculo.

a) O problema consiste em construir um quadrado com a mesma área de um círculo dado, utilizando apenas régua não graduada e compasso. Esse problema não tem solução.

a) Em que consiste o problema matemático da quadratura do círculo? Esse problema tem solução?

b) Qual deve ser a medida do lado de um quadrado cuja área seja aproximadamente a de um círculo com 18 cm de diâmetro, de acordo com o método dado pelos egípcios? 16 cm

c) Em relação ao item **b**, calcule a área do círculo e do quadrado. Em seguida, compare os resultados obtidos. área do círculo: 254,34 cm²; área do quadrado: 256 cm²; Resposta pessoal. Espera-se que os alunos observem, no item **c**, que as áreas obtidas são diferentes, porém próximas.

d) Junte-se a um colega, escolham a medida do diâmetro de um círculo e calculem sua área. Em seguida, utilizando a aproximação dos egípcios, determinem a medida do lado do quadrado correspondente e sua área. Resposta pessoal.

239

Fonte: Souza e Pataro (2015d, p. 239

O enunciado da questão apresenta a quadradura do círculo como sendo um dos problemas mais discutidos por alguns estudiosos durante muito tempo. Enfatizam que é impossível resolver esse problema utilizando apenas instrumentos euclidianos, ou seja, a régua e o compasso. Outra informação contida no enunciado é sobre a descoberta egípcia“Buscando encontrar solução para a quadratura do círculo, os egípcios, por volta de

1800 a.C., chegaram a uma aproximação na qual tomava-se a medida do lado do quadrado igual a $\frac{8}{9}$ do diâmetro do círculo" (SOUZA; PATARO, 2015d, 239). As questões apresentadas levam os alunos a interpretarem o enunciado para utilizarem a forma egípcia e calcular a área do círculo e do quadrado, afim de que os docentes percebam que os valores obtidos são diferentes, porém se aproximam.

Observamos, assim, que os autores Souza e Pataro (2015) não utilizaram a História da Matemática para a apresentação do conteúdo, mas utiliza a História da Matemática em uma atividade, mostrando a forma utilizada pelos egípcios para o cálculo da área do círculo e levando os alunos a trabalhar em dupla e pensarem para responder os exercícios. Podemos destacar esse aparecimento da História da Matemática segundo Fossa (2001) ao Uso Episódico, quando a História é utilizada em apenas um tópico da obra, apesar de ser menos excessiva esse caso nem sempre é tido como adequado pois a História da Matemática fica muito limitada a introduções e ânimo podendo facilmente ser confundida com o Uso Ornamental.

Concluímos, assim, que a coleção de Souza e Pataro (2015), apresenta o conteúdo de área do círculo através da decomposição e composição de figuras conforme indicam os documentos que orientam o ensino, também fizeram uso de conceitos históricos, mas em um único tópico. No geral a coleção fica muito ligada ao trabalho por meio das fórmulas, o que não é indicado pelos documentos PCN, RCEF/PB e BNCC.

4 CONCLUSÕES DA PESQUISA

Esta pesquisa buscou investigar os livros adotados pelas escolas municipais de Jacaraú – PB, Rio Tinto – PB e Mamanguape – PB, analisando se essas coleções de livros didáticos utilizam a História da Matemática para se chegar à formula do cálculo da área do círculo. As duas coleções analisadas têm formas bem parecidas em relação aos anos que o conteúdo é abordado. Em ambas coleções é apresentada uma pequena noção do uso da História da Matemática que ocorrem no 9º ano. Nas demais obras como nas do 6º ano é apresentado uma pequena noção do conteúdo o círculo, nas obras do 7º ano não apresentam nenhum conteúdo relacionado, já nas de 8º ano a abordagem acontece de forma mais completa e só nas obrasdestinadas ao 9º ano que é feito o estudo realmente do cálculo da área do círculo.

Nos PCN (BRASIL, 1998) com base no terceiro ciclo, atual 6º e 7º ano, não fica claro que deve ser abordado o conteúdo nessa fase, porém se for abordado, de acordo com os conceitos e procedimentos deve ser de forma que os alunos aprendam apenas a representá-lo utilizando compasso, régua e elementos que o compõe. Para o quarto ciclo, atual 8º e 9º ano, os alunos devem aprender de fato a calcular a área do círculo, é enfatizado ainda que é importante não fazer esse estudo apenas com utilização de fórmulas.

Nos RCEF/PB (GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010) o conteúdo já é apresentado por ano, logo com base neste documento, no 6º ano deve acontecer apresentação das formas circulares e seus elementos. No 7º ano, o estudo deve ser mais aprofundado onde os alunos devem aprender a reconhecer círculos, circunferência seus elementos e relações existentes entre eles. No 8º ano não tem indicação do estudo do cálculo da área do círculo. No 9º ano não aparece indicação do seu estudo, mas aparecem conteúdos relacionados, circunferência e círculo.

Com base na BNCC (BRASIL, 2017) o estudo deve acontecer no 7º e 8º ano do Ensino Fundamental, sendo no 7º ano o estudo a medida da circunferência, e no 8º ano o estudo de fato do cálculo da área do círculo. Vale salientar que os livros analisados não estão de acordo com a BNCC, pois foram publicados no ano de 2015, e a Base só foi homologada em 2017.

A primeira coleção analisada, Matemática Compreensão e Prática, de Silveira (2015), faz uma pequena abordagem à História da Matemática sobre o número pi, e apresenta a fórmula para o cálculo do círculo fazendo decomposição e composição de figuras, no mais deixa a desejar, pois na grande maioria se resume em definição e reprodução das fórmulas apresentadas. O nível de abordagens para cada ano, está de acordo com os documentos PCN (BRASIL, 1998) e RCEF/PB (GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010) no entanto, os documentos recomendam a utilização de recursos históricos e interação com outras áreas do conhecimento.

A coleção de Souza e Pataro (2015) deixa a desejar em relação à História da Matemática sobre o cálculo da área do círculo, pois verificamos apenas uma Atividade que utilizou contextos históricos, e apresenta também, a fórmulado cálculo da área do círculo através de decomposição e composição de figuras, de resto traz apresentação de fórmulas e reprodução através de exercícios. O nível de abordagem para cada ano está de acordo com os documentos PCN (BRASIL, 1998) e RCEF/PB (GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010), no entanto, é recomendado pelos documentos a utilização de abordagens históricas, o que não acontece de forma tão adequada nessa coleção com respeito ao conteúdo de estudo da pesquisa e interação da área com outras áreas do conhecimento, o que também não ocorre.

Observamos que as formas que os autores apresentam a História da Matemática, nos livros didáticos, deixam a desejar e podem ser o causador da ausência da História da Matemática nas salas de aulas nos dias atuais, pois grande parte do corpo docente ainda recorre apenas aos livros didáticos para fundamentarsuas aulas.

Com base na análise feita nas duas coleções presentes no PNLD 2017, visualizamos que as abordagens que ocorreram segundo Fossa (2001) foram de Uso Ornamental na primeira coleção e de Uso Episódico na segunda coleção. Além de ter ocorrido em uma única obra de cada coleção, ambas no 9º ano, encontramos apenas uma ocorrência em cada obra. Assim concluímos que a abordagem vem acontecendo de forma precária deixando a desejar. De acordo com a BNCC (BRASIL, 2017) o ensino por meio da História da Matemática deve ocorrer de forma significativa, mas não foi verificável. As abordagens acontecem de forma rápida que podem facilmente passar despercebidas.

Esperamos que o resultado dessa pesquisa leve os professores e futuros professores de Matemática a ter uma visão mais ampla com respeito ao uso da História da Matemática e do livro didático, que tenham mais atenção ao adotar as coleções e que passem a planejar suas aulas com uma nova visão, dando mais ênfase a outros meios de pesquisa, que possibilite um novo meio de transmitir conhecimento através de contextos históricos; esperamos ainda, que os docentes busquem sempre se capacitar e se auto avaliar, para que possa resultar em novas práticas de ensino, buscando sempre um aumento no nível de aprendizagem do alunado.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Gladiston dos Anjos**. Polígonos Regulares inscritos no Círculo**: uma abordagem histórico-praxeológica em livros didáticos de matemática do 9º ano do Ensino Fundamental. Universidade Federal de Mato Grosso. Dissertação. Cuiabá, 2012.

APPOLINÁRIO, Fabio. **Dicionário de metodologia científica**: um guia para a produção do conhecimento científico. São Paulo, Atlas, 2009.

BOYER, Carlos B. **História da Matemática. T**radução de Elza F. Gomide. 3. ed. São Paulo: Blucher, 2010.

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC):** a área de Matemática. Brasília: MEC, 2017.

BRASIL, Ministério da Educação. **Guia de livros Didáticos**: PNLD 2017, Matemática. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2016.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática, 3º e 4º ciclo. Brasília: MEC/SEF, 1998.

DANTE, Luiz Roberto. Livro didático de matemática: uso ou abuso? **Em Aberto**. Brasília, ano 16, n.69, jan./mar. 1996.

EVES, Howard**. Introdução à História da Matemática.** Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas, São Paulo: Editora da UNICAMP, 2004.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em Educação Matemática:** Percursos Teóricos e Metodológicos. 3 ed. rev. Campinas, São Paulo: Autores Associados, 2012.

FOSSA, John A. Hamlet, Antipholus e Antipholus: lucubrações pedagógicas sobre a História da matemática. In: FOSSA, John A. **Ensaios sobre Educação Matemática**. Belém: EDUEPA. 2001. cap. 4. p.51-56.

GASPAR, Maria Terezinha; MAURO, Suzeli. Explorando a Geometria Através da História da Matemática e da Etnomatemática - minicurso. In: VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, ENEM, Universidade Federal de Pernambuco, Recife. **Anais....** Recife, jul.2004.

GASPERI, Wlasta Nadieska Huffner de; PACHECO, Edilson Roberto. **A História da Matemática como instrumento para a interdisciplinariedade na Educação Básica.** Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/701-4.pdf. Acessado em: 15 de set. 2018.

GIL, Antônio Carlos. **Como elabora projeto de pesquisa.** 5 ed. São Paulo: atlas, 2010.

GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA. **Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental:** Matemática, Ciências da Natureza e Diversidade Sociocultural. Secretaria de Educação e Cultura. Gerência Executiva da Educação Infantil e Ensino Fundamental. João

Pessoa: SEC/Grafset, 2010.

LAJOLO, Marisa. Livro didático: um (quase) manual de usuário. **Em Aberto**. Brasília, ano 16, n. 69, jan./ mar. 1996.

LOPES, Lidiane Schimitz; ALVES, Antônio Mauricio Medeiros. **A História da Matemática Em Sala de Aula**: proposta de atividades para a educação básica. In: Encontro Regional de Estudantes de Matemática da Região Sul, 20. 2014, Bagé/ RS, Brasil. 13-16 nov. 2014.

OLIVEIRA, Wendes Junior Gomes de. História da Matemática: um estudo de seus significados na Educação Matemática. **REBES**, Pombal-PB, v.1, n.1, p. 10 - 14, jan/dez 2011.

SILVEIRA, Ênio. **Matemática**: Compreensão e Prática. 6º ano. 3 ed. São Paulo: Moderna, 2015a.

SILVEIRA, Ênio. **Matemática**: Compreensão e Prática. 7º ano. 3 ed. São Paulo: Moderna, 2015b.

SILVEIRA, Ênio. **Matemática**: Compreensão e Prática. 8º ano. 3 ed. São Paulo: Moderna, 2015c.

SILVEIRA, Ênio. **Matemática**: Compreensão e Prática. 9º ano. 3 ed. São Paulo: Moderna, 2015d.

SOUZA, Joamir Roberto de; PATARO, Patrícia Rosana Moreno. **Vontade de SABER Matemática**. 6º ano. 3. ed. São Paulo: FTD, 2015ª.

SOUZA, Joamir Roberto de; PATARO, Patrícia Rosana Moreno. **Vontade de SABER Matemática**. 7º ano. 3. ed. São Paulo: FTD, 2015b.

SOUZA, Joamir Roberto de; PATARO, Patrícia Rosana Moreno. **Vontade de SABER Matemática**. 8º ano. 3. ed. São Paulo: FTD, 2015c.

SOUZA, Joamir Roberto de; PATARO, Patrícia Rosana Moreno. **Vontade de SABER Matemática**. 9º ano. 3. ed. São Paulo: FTD, 2015d.