

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Ivania Dias Nascimento

**Identificando dificuldades na resolução de problemas
envolvendo números racionais em sua forma fracionária:
um estudo de caso com uma turma do 7º ano**

Rio Tinto – PB

2015

Ivania Dias Nascimento

**Identificando dificuldades na resolução de problemas
envolvendo números racionais em sua forma fracionária:
um estudo de caso com uma turma do 7º ano**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado à Coordenação do Curso de
Licenciatura em Matemática da Universidade
Federal da Paraíba, como requisito parcial
para obtenção do título de licenciada em
Matemática.

Orientador: Prof. Ms. Givaldo de Lima

Rio Tinto – PB

2015

N244i Nascimento, Ivania Dias.
Identificando dificuldades na resolução de problemas envolvendo números racionais em sua forma fracionária: um estudo de caso com uma turma do 7º ano. / Ivania Dias Nascimento. – Rio Tinto: [s.n.], 2015.
43 f. : il. -

Orientador (a): Prof. Msc. Givaldo de Lima.
Monografia (Graduação) – UFPB/CCAEE.

1. Matemática - ensino e aprendizagem. 2. Problemas - matemática. 3. Números racionais - matemática. 4. Fração - matemática.

UFPB/BS-CCAEE

CDU: 51(043.2)

Identificando dificuldades na resolução de problemas envolvendo números racionais em sua forma fracionária: um estudo de caso com uma turma do 7º ano

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba, como requisito parcial para obtenção do título de licenciada em Matemática.

Orientador: Prof. Ms.Givaldo de Lima

Aprovado em:18/12/2015

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof.º Ms.Givaldo de Lima – UFPB/DCX (Orientador)

Prof.º Dr. Joseilme Fernandes Gouveia – UFPB/DCE (Examinador)

Prof.º Ms. Emmanuel de Sousa Fernandes Falcão – UFPB/DCX (Examinador)

Dedico este trabalho à minha mãe, Luzia Dias do Nascimento, por ter sempre me dado a força necessária para eu nunca desistir dos meus objetivos.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por ter permitido a realização deste sonho, pois sem a sua permissão, nada teria se concretizado.

À minha mãe Luzia, mulher guerreira que foi mãe e pai ao mesmo tempo, e que sempre me deu o apoio e a força necessários à superação dos obstáculos por mim encontrados.

Aos meus irmãos Flávia, Rosildo e, principalmente, Ronaldo e Eliane, pelo apoio nos momentos em que muito precisei.

Ao professor Givaldo de Lima, por ter aceito me orientar. Agradeço sua dedicação e paciência. Ele que é sinônimo de competência e responsabilidade, meu eterno professor.

Aos colegas de turma, Renata Karla, Rafael, Bruno, Marcelino, Ramon, Francinaldo, Mariana, Débora e Ubiratan, por termos juntos, trilhado este percurso com tantos obstáculos, mas também, com alegrias e vitórias.

Ao nosso colega e amigo, Adelson Carlos, que sempre esteve junto conosco, tanto nos bons momentos, quanto nos difíceis, ao longo dessa caminhada preparada e abençoada por Deus.

Aos professores do curso de Licenciatura em Matemática do Campus IV – Litoral Norte, em especial, Cibelle de Fátima, Emmanuel Falcão, Jussara Patrícia, Givaldo de Lima, Joseilme Fernandes, Marcos André, Fabrício de Lima, Agnes Liliane, Surama Ismael e José Elias, por terem contribuído para minha formação.

Enfim: agradeço a todos que contribuíram, de alguma forma, para realização deste trabalho.

RESUMO

O presente trabalho teve como objetivo identificar as dificuldades dos alunos de uma turma do 7º ano do Ensino Fundamental, ao lidar com situações de resolução de problemas envolvendo os números racionais na forma fracionária. Foi elaborado um questionário, composto de dez questões contextualizadas, envolvendo as operações com frações. Através deste questionário, percebemos onde os alunos sentiram mais dificuldades no momento em que se depararam com questões contextualizadas envolvendo os números fracionários e, assim, buscamos uma maneira para facilitar o processo de aprendizagem, no que diz respeito aos números fracionários, como também, da resolução de problemas. As contribuições desse trabalho, além da síntese teórica, foi divulgar para a comunidade científica, a realidade do ensino da escola na qual foi realizada a pesquisa, bem como ofertar a possibilidade de se refletir sobre o tema da pesquisa com fins de resolução de uma problemática real. Como perspectivas de pesquisas futuras, pode-se haver um planejamento didático de situações que possam se modelar para matematizar um ensino de números fracionários, ligado a contextualizações de situações, para uma maior efetivação do conteúdo para a demanda ao qual ele se destina. Para o desenvolvimento deste trabalho, contamos com o uso de materiais de apoio como: PCN (BRASIL,1998); Fernandes (2008); Júnior e Castrucci (2009); Polya (1995); Van de Walle (2009); entre outros.

Palavras-chaves: Resolução de Problemas; Aprendizagem; Números Fracionários.

ABSTRACT

The present work had as objective to identify the difficulties of the students of a class of 7th grade of elementary school, when dealing with situations of problem solving involving rational numbers in fractional form. Was elaborated a questionnaire, composed of ten questions in context, involving the operations with fractions. Through this questionnaire, we realized where students felt more difficulties when encountered with contextualized issues involving fractional numbers and thus seek a way to facilitate the learning process with respect to fractional numbers, as well as troubleshooting. The contributions of this work, in addition to the theoretical synthesis, was spread to the scientific community, the reality of school education in which the research was conducted, as well as offering the possibility to reflect on the topic of research for solving a real problem. As prospects for future research can be a didactic planning of situations that can model for matematizar a teaching of fractional numbers, attached to contextualizações situations, for greater effectiveness of the content to the demand to which it is intended. For the development of this work, we rely on the use of support materials as: PCN (BRAZIL .1998); Fernandes (2008); Junior and Castrucci (2009); PolyA (1995); Van de Walle (2009); among others.

Key words: Problem Solving; Learning; Fractional Numbers.

LISTA DE FIGURAS

Figura 01 - Resposta do aluno A, questão 1	27
Figura 02 -Resposta do aluno B, questão 1	27
Figura 03 -Resposta do aluno A, questão 2	28
Figura 04 -Resposta do aluno A questão 3	29
Figura 05 -Resposta do aluno A, questão 4	29
Figura 06 -Resposta do aluno B, questão 4	30
Figura 07 -Resposta do aluno A, questão 5	30
Figura 08 -Resposta do aluno B, questão 5	31
Figura 09 -Resposta do aluno A, questão 6	32
Figura10 - Resposta do aluno B, questão 6.....	33
Figura 11 - Resposta do aluno A, questão 8.....	34
Figura 12 - Resposta do aluno B, questão 8.....	35
Figura 13 - Resposta do aluno A, questão 9.....	35
Figura 14 - Resposta do aluno B, questão 9.....	36
Figura 15 - Resposta do aluno C, questão 9.....	37
Figura 16 - Resposta do aluno A, questão 10	37

Sumário

1	INTRODUÇÃO	9
1.1	Justificativa	9
1.2	Problemática e objetivos	11
1.2.1	Objetivo geral:	11
1.2.2	Objetivos específicos:.....	11
1.3	Procedimentos metodológicos.....	12
2	REFERENCIAL TEÓRICO	14
2.1	O estudo dos números racionais no Ensino Fundamental.....	14
2.2	Os contextos dos números racionais	15
2.2.1	Operações com frações: adição e subtração	17
2.2.2	Multiplicações de frações.....	19
2.2.3	Divisão de frações.....	20
2.2.4	A metodologia da resolução de problemas	20
2.2.5	O Ensino pela Resolução de Problemas segundo Van de Walle	23
3	ANÁLISE DOS DADOS DA PESQUISA	26
4	CONSIDERAÇÕES FINAIS	39
5	REFERÊNCIAS	40
	APÊNDICE	42

1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo introdutório iremos abordar a justificativa, os objetivos, a problemática e a metodologia da pesquisa.

1.1 Justificativa

O presente trabalho tem por objetivo identificar as dificuldades encontradas em um grupo de alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, ao lidar com situações de resolução de problemas contextualizados, envolvendo o conteúdo de frações, além de apresentar uma proposta metodológica que possa facilitar a aprendizagem em relação ao conteúdo estudado.

Serão trabalhadas as quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão) com números racionais, onde os alunos irão realizar as atividades propostas e, através destas, poder expressar suas ideias, como também, suas dúvidas em relação aos números racionais na representação fracionária.

Na disciplina, Estágio Supervisionado III, durante o período de intervenção na Escola, percebemos que a maioria dos alunos sentia dificuldades ao lidar com situações-problema que continham números fracionários. Essas dificuldades não são encontradas apenas no Ensino Fundamental, na Universidade é ainda possível perceber que alguns alunos sentem certo receio ao se depararem com este conteúdo, o que talvez ocorra porque na maioria das vezes as escolas, nos anos iniciais, não preparam o aluno como deveriam, assim, chegam ao terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental com uma deficiência em relação a tal conteúdo, que perdura até o Ensino Médio e/ou Universidade.

Essas observações nos motivaram a trabalhar com o conteúdo de frações com uma turma do 7º ano, por meio da resolução de problemas contextualizados, para poder aprofundarmos na compreensão das dificuldades, se estão na interpretação do problema ou se as dúvidas são em relação aos procedimentos que deverão ser utilizados para resolver o problema, visto que alguns alunos não sabem interpretar um problema corretamente e, conseqüentemente, o resolverão de forma errada, outros interpretam o problema perfeitamente, mas não sabem lidar com o conteúdo para a resolução do mesmo. Então, procuramos identificar as verdadeiras dificuldades dos

alunos para que seja possível encontrar maneiras que auxiliem no processo de aprendizagem desses conteúdos.

O conteúdo curricular dos números racionais está no bloco Números e Operações do Ensino Fundamental e segundo os PCN (BRASIL, 1998):

No terceiro e quarto ciclos a abordagem dos racionais, em continuidade ao que foi proposto para os ciclos anteriores, tem como objetivo levar os alunos a perceber que os números naturais são insuficientes para resolver determinadas situações problema como as que envolvem a medida de uma grandeza e o resultado de uma divisão (BRASIL, 1998, p.101).

Diante dessa percepção, o professor poderá pensar em uma maneira de mostrar aos alunos que os números racionais são tão importantes quanto os demais e, assim, poderão dedicar-se mais à resolução de problemas com números fracionários, pois perceberão que em alguns momentos terão que lidar com esse tipo de número, visto que os naturais não são suficientes para a resolução de algumas situações-problema. Dessa forma, através de problemas contextualizados, o aluno irá desenvolver seu próprio raciocínio em busca de soluções para os mesmos. Segundo os PCN (BRASIL, 1998):

Embora as representações fracionárias e decimais dos números racionais sejam conteúdos desenvolvidos nos ciclos iniciais, o que se constata é que os alunos chegam ao terceiro ciclo sem compreender os diferentes significados associados a esse tipo de número e tampouco os procedimentos de cálculo (BRASIL, 1998, p.100).

A aplicação de problemas contextualizados pode ser considerada uma das maneiras de incentivar o aluno a desenvolver seu próprio raciocínio, ao procurar maneiras para chegar ao resultado desejado. Podemos dizer que em seu dia a dia os alunos não realizam com muita frequência operações com frações ou, pelo menos, não percebem o que estão fazendo, talvez seja por isso que não se tem muita afinidade com esse conteúdo. Os conteúdos, principalmente o de frações, têm que ser passado para o aluno de forma que ele possa compreender da melhor maneira possível o que está sendo proposto, em alguns casos são as maneiras de transmissão do conteúdo que deixam o aluno com certo receio. Então, é necessário que o professor reveja se sua metodologia está sendo adequada para determinadas situações.

Como iremos trabalhar as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, com números racionais, na representação fracionária, é necessário que saibamos os conceitos sobre cada uma delas para podermos realizá-las.

Com a utilização de problemas contextualizados poderemos incentivar o aluno a raciocinar mais e não se prender às regras, pois é justamente o que se busca, que deixemos de lado a influência negativa do ensino tradicional onde o aluno só dispõe de regras decoradas, o ensino onde o professor transmite o conteúdo de forma mecanizada sem haver interação com o aluno e este, por sua vez, não tem a oportunidade de desenvolver suas habilidades.

A resolução de problemas pode ser usada como uma ferramenta que sirva de estímulo aos alunos. Mas isso depende do tipo de problema que é aplicado, por isso, o professor deve ter certo cuidado ao selecionar os problemas, pois os mesmos devem ser elaborados de maneira que faça o aluno pensar e ter suas próprias conclusões. Após apresentar o problema, o ideal é que o professor deixe os alunos pensarem e tentarem resolver sozinhos, mas, se as ideias não surgirem o professor poderá intervir dando algumas dicas de como procederem para resolução do mesmo, porém, sem deixar explícita a resposta, para que os próprios alunos a encontrem.

1.2 Problemática e objetivos

O presente trabalho tem como problemática: Identificar as dificuldades dos alunos do 7º ano ao resolver problemas contextualizados com números fracionários.

1.2.1 Objetivo geral:

Apresentar uma proposta metodológica com base nas dificuldades apresentadas pelos alunos do 7º ano quando da resolução de problemas com números fracionários.

1.2.2 Objetivos específicos:

- Aplicar um questionário em uma turma do 7º ano do Ensino Fundamental, com a finalidade de identificar as principais dificuldades encontradas pelos alunos ao lidar com o conteúdo de frações;
- Analisar as dificuldades dos alunos ao resolver problemas contextualizados com números fracionários;

- Elaborar uma proposta metodológica para o Ensino de Números Fracionários.

1.3 Procedimentos metodológicos

Considerada a atividade nuclear da ciência (SILVEIRA; CÓRDOVA, 2009), a pesquisa consiste em um processo permanentemente inacabado por meio do qual se busca investigar e se aprofundar em uma área do saber, de modo a se aproximar de uma determinada realidade desconhecida, a fim de compreendê-la.

Chizzotti (2006 p. 19) entende a pesquisa como “uma busca sistemática e rigorosa de informações, com a finalidade de descobrir a lógica e a coerência de um conjunto, aparentemente, disperso e desconexo de dados para encontrar uma resposta fundamentada”. Portanto, a pesquisa se traduz em uma busca por conhecimento que permite ao pesquisador adquirir novos conhecimentos e repostas ao problema que envolve uma realidade observada.

Mas, para pesquisarmos, precisamos nos utilizar de métodos e técnicas que nos levem criteriosamente a resolver problemas, uma das finalidades principais da pesquisa científica. Nesse sentido, é pertinente que “a pesquisa científica esteja alicerçada pelo método, o que significa elucidar a capacidade de observar, selecionar e organizar cientificamente os caminhos que devem ser percorridos para que a investigação se concretize” (GAIO; CARVALHO; SIMÕES, 2008, 148).

Os ensinamentos de Lakatos e Marconi (2010, p. 65) enfatizam que método consiste no conjunto das “atividades sistemáticas e racionais que, com maior segurança e economia, permite alcançar o objetivo – conhecimentos válidos e verdadeiros – traçando o caminho a ser seguido, detectando erros e auxiliando as decisões do cientista”. Ainda, de acordo com essas autoras, durante a investigação, podem ser empregados vários métodos concomitantemente.

Vergara (2005) propõe que o investigador defina o tipo de pesquisa adotando a classificação quanto aos fins (objetivos), por meio da qual as pesquisas podem ser descritivas, exploratórias, explicativas, metodológicas, aplicadas ou intervencionistas, e quanto aos meios (procedimentos técnicos), classificação através da qual as pesquisas podem ser de campo, de laboratório, bibliográfica, documental, experimental, participante, pesquisa-ação, *ex post facto* ou estudo de caso.

Nossa pesquisa foi realizada com uma turma de alunos do 7º ano, com intuito de identificar as dificuldades dos alunos em relação às frações. O questionário foi

elaborado com dez questões contextualizadas, através das quais, buscamos identificar as principais dificuldades destes alunos em relação às frações e, também, à resolução de problemas.

Nesse sentido, quanto aos objetivos, esta pesquisa classifica-se como exploratória, um tipo de pesquisa que, segundo GIL (2002):

[...] têm como objetivo proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a constituir hipóteses. Pode-se dizer que estas pesquisas têm como objetivo principal o aprimoramento de idéias ou a descoberta de intuições. Seu planejamento é, portanto, bastante flexível, de modo que possibilite a consideração dos mais variados aspectos relativos ao fato estudado (GIL, 2002, p.41).

Em relação aos procedimentos técnicos, trata-se de um estudo de caso, visto que, esta pesquisa está direcionada à apenas um pequeno grupo de alunos e, de acordo com Gil (2002), o estudo de caso “Consiste no estudo profundo e exaustivo de um ou poucos objetos, de maneira que permita seu amplo e detalhado conhecimento, tarefa praticamente impossível mediante outros delineamentos já considerados” (GIL, 2002, p.54).

2 REFERENCIAL TEÓRICO

O objetivo deste capítulo é apresentar uma síntese teórica sobre o Ensino de Números Racionais na Educação para que possamos refletir sobre possíveis formas de contextualização do conteúdo através da resolução de problemas.

2.1 O estudo dos números racionais no Ensino Fundamental

“Um número racional é o que pode ser escrito na forma a/b onde a e b são números inteiros, e b deve ser não nulo, isto é, $b \neq 0$ ”. (BRAVO; SOARES, 2011, p. 03).

“Ao trabalhar com números racionais, os alunos acabam tendo que enfrentar vários obstáculos”. (BRASIL, 1998, p. 101).

Dentre os quais, destacaremos:

Cada número racional pode ser representado por diferentes (e infinitas) escritas fracionárias: por exemplo, $1/3$, $2/6$, $3/9$, $4/12$,... são diferentes representações de um mesmo número;

A comparação entre racionais: acostumados com a relação $3 > 2$, terão de compreender uma desigualdade que lhes parece contraditória, ou seja, $1/3 < 1/2$ (BRASIL, 1998, p. 101).

Assim, os alunos precisam ter certa noção sobre frações equivalentes para que possam compreender o porquê das frações $1/3$, $2/6$, $3/9$, e $4/12$ terem o mesmo valor e serem escritas de maneiras diferentes. O mesmo ocorre com a comparação de frações, o aluno sabe que 3 é maior que 2, então, ao deparar-se com frações do tipo $1/3$ e $1/2$, como citado acima, se o aluno não tiver uma base sólida, uma noção sobre frações, ele não saberá de imediato que $1/2$ é maior que $1/3$, justamente pelo fato de 2 ser menor que 3.

Os números racionais encontram-se no bloco de conteúdo Números e Operações do Ensino Fundamental e segundo os PCN (BRASIL, 1998) “Os racionais assumem diferentes significados nos diversos contextos: relação parte/todo, divisão e razão” (BRASIL, 1998, p. 102).

Embora o contato com representações fracionárias seja bem menos frequente nas situações do cotidiano seu estudo também se justifica, entre outras razões, por ser fundamental para o desenvolvimento de outros conteúdos matemáticos (proporções, equações, cálculo algébrico) (BRASIL, 1998, p.103).

De acordo com o exposto, os números racionais, na representação fracionária, são importantes também para desenvolvermos situações que envolvem outros conteúdos.

2.2 Os contextos dos números racionais

Os números racionais podem ser encontrados em diferentes situações do dia a dia, quando fazemos uma receita caseira, por exemplo, onde utilizamos frações que muitas vezes não são percebidas por quem está utilizando, assim, não percebendo essa relação entre os números fracionários e situações do cotidiano, não dão importância a este conteúdo dificultando, assim, o entendimento em relação ao mesmo. Quando falamos meio litro ou meia xícara, por exemplo, a pessoa, muitas vezes, não se dá conta de que na verdade estamos falando $1/2$, que equivale metade do litro, ou da xícara.

O ensino de frações é tão importante como o processo de ensino e aprendizagem de qualquer outro conteúdo matemático, na medida em que se encontra presente e inter-relacionado com outros conceitos trabalhados na própria disciplina de matemática (FERNANDES, 2008, p.5).

Assim, é importante que este conteúdo seja trabalhado na sala de aula, para que os alunos percebam sua importância e sintam-se motivados à compreendê-lo. Segundo Campos (2001),

Se quisermos começar o estudo dos racionais pelo seu reconhecimento pelo aluno, no contexto diário, devemos observar que eles aparecem mais frequentemente em sua representação decimal (números com vírgula) do que na forma fracionária (CAMPOS, 2001, p.21).

Talvez, este seja um dos motivos pelo qual o conteúdo de frações é considerado difícil pelos alunos.

Um outro motivo, pelo qual, os números fracionários não são bem vistos pelos alunos é o fato de que estes, aparecem mais na linguagem oral do que nas representações escritas, como afirma Campos (2001). “na vida cotidiana, o uso de frações limita-se a metades, terços, quartos; mais pela via da linguagem oral que das representações” (CAMPOS, 2001, p.21).

Os programas curriculares tradicionais para as séries iniciais tipicamente oferecem limitada exposição dos estudantes às frações com a maior parte do trabalho de desenvolvimento de fração ocorrendo na 3ª e/ou 4ª série. Poucos programas fornecem aos estudantes tempo ou experiências adequadas para ajudá-los com essa área complexa do currículo (VAN DE WALLE, 2009, p.322).

Assim sendo, os estudantes chegam ao terceiro ciclo do Ensino Fundamental, sem muitas experiências, no que diz respeito às frações, visto que o conteúdo de frações é transmitido, nos anos iniciais, de forma limitada. Por ser considerada uma área complexa do currículo, de acordo com Van de Walle (2009), o conteúdo de frações deveria ser bem trabalhado nas séries iniciais, levando em consideração o tempo adequado para aprendizagem do mesmo por parte dos alunos.

“Cálculo com frações (Capítulo 17): sem uma compreensão conceitual sólida de frações, o cálculo com frações caminha para a memorização de regras sem compreensão”(VAN DE WALLE, 2009, p.322). É o que se tem observado, os alunos estão presos ao uso de regras decoradas, assim, não usam o raciocínio para obter outra maneira de resolver determinado problema que não o uso de regras.

A primeira meta no desenvolvimento de frações deve ser ajudar as crianças a construir a ideia de partes fracionárias do todo – as partes que resultam quando o todo ou unidade é compartilhado em porções de mesmo tamanho ou repartido em partes iguais (VAN DE WALLE, 2009, p.323).

De acordo com Van de Walle, a ideia de repartir um todo, em duas ou mais partes iguais, parece ser facilmente compreendida pelos alunos, podendo estabelecer uma conexão entre o total de partes iguais e partes fracionárias.

A dificuldade do problema é determinada pela relação entre o número de coisas a ser compartilhado e o número de pessoas a ser distribuído. Como as estratégias iniciais das crianças para compartilhar envolvem dividir ao meio, um bom lugar para começar seria com dois, quatro ou até oito pessoas a distribuir (VAN DE WALLE, 2009,p.323).

Assim, quando eles estivessem mais familiarizados com o assunto, poderiam ser apresentadas questões com um pouco mais de dificuldade.

Como já discutido, um dos melhores caminhos para introduzir o conceito de partes fracionárias são as tarefas de compartilhar (repartir igualmente). Porém, a ideia de partes fracionárias é tão fundamental para um forte desenvolvimento dos conceitos de fração que deve ser mais explorada com tarefas adicionais (VAN DE WALLE, 2009, p.326).

Diante do exposto, podemos observar que deveremos fazer com que os alunos entendam a ideia de repartir igualmente, começando com tarefas que facilitem o entendimento, porém, desenvolvendo os conceitos de frações através de atividades adicionais que venham contribuir ainda mais para o desenvolvimento e aprendizagem destes conceitos.

Segundo Van de Walle (2009), os alunos devem aprender, com a nossa ajuda, a usarem os termos fracionários, terços, metades, quartos e assim por diante, como também devemos lhes propor o uso de comparações entre o todo e as partes fracionárias, para que possam acostumar-se com essa linguagem, usando-a sempre que necessário.

2.2.1 Operações com frações: adição e subtração

Em relação às operações de adição e subtração de frações, podemos trabalhar essas operações tanto com denominadores iguais, quanto com denominadores diferentes. Exemplos: $1/3 + 4/3 = 5/3$; $2/3 + 1/2 = 7/6$; $2/3 - 1/3 = 1/3$; $3/2 - 1/3 = 7/6$.

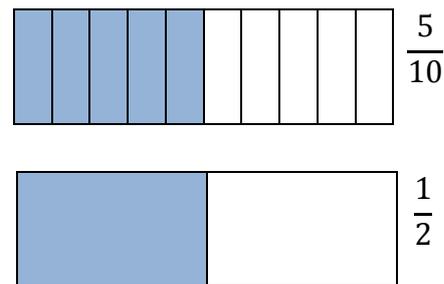
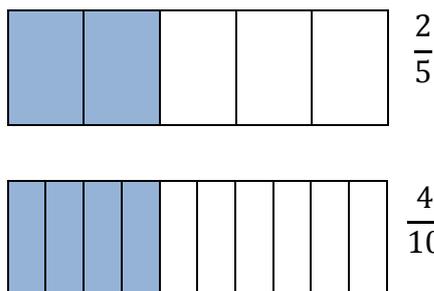
Vejamos um exemplo de adição de frações com denominadores diferentes.

- a) Clarice foi à feira comprar peixe. Gastou $2/5$ do dinheiro que levou para comprar sardinhas e $1/2$ para comprar camarão. Que fração do dinheiro que Clarice levou à feira foi gasto na barraca de peixes? (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p.187).

Para resolvermos esta questão, basta calcularmos $2/5 + 1/2$. Segundo Júnior e Castrucci (2009),

Para adicionar ou subtrair números representados por frações que têm denominadores diferentes, primeiro encontramos frações equivalentes às frações dadas e que tenham um denominador comum. Em seguida, efetuamos a adição ou a subtração com essas frações (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p.189).

Assim, para resolver a questão acima, de acordo com Júnior e Castrucci (2009), devemos encontrar frações equivalentes à $2/5$ e $1/2$. Logo, representando geometricamente, temos:



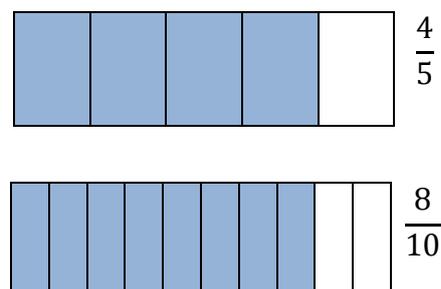
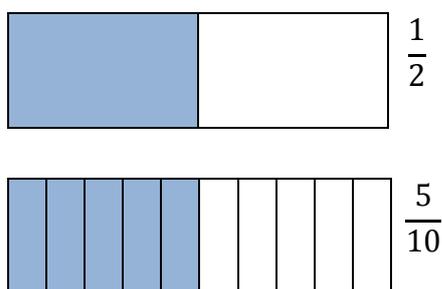
Como podemos observar nas figuras, $\frac{2}{5}$ é equivalente a $\frac{4}{10}$, assim como, $\frac{1}{2}$ é equivalente a $\frac{5}{10}$ logo, concluímos que $\frac{2}{5} + \frac{1}{2}$ é o mesmo que $\frac{4}{10} + \frac{5}{10}$ então, temos $\frac{4}{10} + \frac{5}{10} = \frac{9}{10}$.

Vejamos agora, um exemplo de subtração de frações com denominadores diferentes.

- a) Das pessoas que estavam na barraca de pastel, $\frac{4}{5}$ eram homens. Entre os homens, $\frac{1}{2}$ usava óculos. Que fração das pessoas que estavam na barraca de pastel representa os homens que não usavam óculos? (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p.188).

Como afirmado por Júnior e Castrucci (2009), para realizar a subtração de frações com denominadores diferentes, devemos encontrar frações equivalentes às frações dadas e com denominador comum. Assim, deveremos encontrar frações equivalentes a $\frac{1}{2}$ e $\frac{4}{5}$.

Representando geometricamente, temos:



Logo, de acordo com a representação geométrica, podemos observar que $\frac{1}{2}$ é equivalente a $\frac{5}{10}$, assim como, $\frac{4}{5}$ é equivalente a $\frac{8}{10}$, portanto, podemos dizer que $\frac{4}{5} - \frac{1}{2} = \frac{8}{10} - \frac{5}{10} = \frac{3}{10}$.

No que se refere a adição e subtração de frações com denominadores iguais,

“Para adicionar ou subtrair números representados por frações que têm o mesmo denominador, adicionamos ou subtraímos os numeradores e conservamos o denominador” (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p.186).

2.2.2 Multiplicações de frações

Na multiplicação de frações podem ocorrer diferentes situações. Na primeira situação, podemos multiplicar um número fracionário por um natural.

“Para multiplicar um número natural por um número representado por uma fração, multiplicamos o número natural pelo numerador da fração e conservamos o denominador” (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p.198).

Exemplo:

Gabriela tem uma fita com $\frac{2}{5}$ de metro de comprimento. Para um trabalho escolar, ela precisará de 3 fitas iguais a essa. Quantos metros de fita ela vai usar nesse trabalho? (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p.197).

Para resolver essa questão, segundo Júnior e Castrucci (2009), basta multiplicar o número natural pelo numerador da fração e conservar o denominador. Assim, teremos $3 \times \frac{2}{5}$.

A segunda situação, é a multiplicação de um número fracionário por outro também fracionário. Neste caso:

“Para multiplicar dois números escritos na forma de fração, multiplica-se o numerador de uma pelo numerador da outra e o denominador de uma pelo denominador da outra” (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p.199).

Exemplo:

Numa empresa, $\frac{1}{3}$ dos funcionários são mulheres. Entre as mulheres, $\frac{1}{2}$ delas são casadas. A quantidade de mulheres casadas representa que fração do número de funcionários dessa empresa? (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p.198).

De acordo com Júnior e Castrucci (2009), para resolver essa questão, é necessário multiplicar o numerador de uma fração pelo numerador da outra fração, o mesmo faremos com os denominadores. Assim, temos:

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1 \times 1}{2 \times 3} = \frac{1}{6} \text{ (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p.198).}$$

2.2.3 Divisão de frações

No que se refere à divisão de frações, “Para dividir um número racional por outro número racional, diferente de zero, multiplicamos o primeiro pelo inverso do segundo” (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p.204).

Exemplo: Um pote contém 4 quilogramas de farinha. Quero repartir igualmente essa quantidade usando xícaras que, cheias, podem conter até $1/5$ de quilograma de farinha. De quantas dessas xícaras cheias vou precisar para repartir a quantidade de farinha que há no pote? (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p.205).

Para resolver este exemplo, de acordo com o método de Júnior e Castrucci, podemos multiplicar a primeira fração pelo inverso da segunda. Neste caso, temos:

$$4 : 1/5 \text{ logo, teremos } 4 \times 5/1 = 20.$$

2.2.4 A metodologia da resolução de problemas

A metodologia da resolução de problemas, segundo Polya (1995), consiste de quatro fases: compreender o problema; estabelecer um plano; executar o plano e refletir sobre o passo a passo utilizado para a resolução. Estes são procedimentos que, segundo Polya (1995), são fundamentais para encontrar a solução de um problema.

Etapas da resolução de problemas segundo a metodologia de Polya (1995):

Compreender o problema. “É uma tolice responder a uma pergunta que não tenha sido compreendida. É triste trabalhar para um fim que não se deseja” (POLYA, 1995, p.4). De acordo com as ideias de Polya (1995), se o aluno não consegue compreender o problema nem sente interesse em resolvê-lo, a culpa nem sempre será sua, o professor deve escolher bem o problema para despertar no aluno seu interesse.

Como o aluno irá resolver um problema que não foi compreendido e que nem ao menos sente interesse em resolvê-lo? “Primeiro que tudo, o enunciado verbal do problema precisa ficar bem entendido” (POLYA, 1995, p.8).

O enunciado do problema é parte fundamental, pois é a partir da sua compreensão que o aluno começará a ter ideias, se o enunciado for de difícil compreensão, com certeza o aluno não terá tanta motivação para tentar resolver pois, dificilmente, irá interpretar corretamente.

Estabelecer um plano. “O caminho que vai desde a compreensão do problema até ao estabelecimento de um plano pode ser longo e tortuoso. Realmente, o principal feito na resolução de um problema é a concepção da ideia de um plano” (POLYA,1995, p.9).

Para estabelecer o plano, é necessário que antes o aluno consiga compreender o problema, se ele não interpretar corretamente é óbvio que não executará o plano com êxito. Quando o professor dá uma ideia, mesmo que indiretamente, ele está, de certa forma, estimulando o aluno a desenvolver a atividade proposta e, também, sua capacidade de interpretação.

Segundo Polya (1995), “A melhor coisa que pode um professor fazer pelo seu aluno é propiciar-lhe, discretamente, uma ideia luminosa.”

Executar o plano. Do ponto de vista de Polya (1995),

Conceber um plano, a ideia da resolução, não é fácil. Para conseguir isto é preciso, além de conhecimentos anteriores, de bons hábitos mentais e de concentração no objectivo, mais uma coisa: boa sorte. Executar o plano é muito mais fácil; paciência é do que mais se precisa (POLYA, 1995, p.12).

Realmente, depois de estabelecer o plano, fica bem mais fácil resolver o problema, pois, de acordo com o que Polya (1995) afirma, é bem mais fácil executar o plano do que o estabelecer.

Reflexão. No que se refere à reflexão do problema, de acordo com a metodologia de Polya (1995), o aluno deve rever o que foi feito até chegar ao resultado final, pois o aluno perde uma fase muito importante do trabalho de resolução de problemas quando, ao terminar a resolução, passa para outro assunto sem dar muita importância ao que foi feito, quando ele faz uma análise do passo a passo feito para a resolução do problema, ele está consolidando e aperfeiçoando seu conhecimento e sua capacidade de resolver problemas.

Ainda, do ponto de vista de Polya (1995), algum aluno pode resolver um determinado problema sem usar as fases de resolução de problemas, mas isto pode trazer graves erros.

Acontecerá o pior se o estudante se lançar a fazer cálculos e a traçar figuras sem ter compreendido o problema. É geralmente inútil executar detalhes sem perceber a conexão principal ou sem ter feito uma espécie de plano. Muitos enganos podem ser evitados se, na execução do seu plano, o estudante verificar cada passo. Muitos dos melhores efeitos podem ficar perdidos se ele deixar de reexaminar e de reconsiderar a solução completa (POLYA, 1995, p.4).

Portanto, é necessário que o aluno conheça essa metodologia de resolução de problemas para que ele possa resolver os problemas com êxito, mas para isto, o professor deverá mostrar-lhe essa metodologia e instigá-los a utilizá-la.

Vejamos um exemplo de resolução de problema utilizando a metodologia de Polya (1995).

No orçamento da prefeitura de uma cidade, a verba mensal destinada à educação é de 24 milhões de reais. Sabe-se que $\frac{1}{8}$ desse montante é destinado ao Ensino Infantil, $\frac{3}{5}$ ao Ensino Fundamental e o restante, ao Ensino Médio. Considerando essas informações, qual é a verba destinada ao ensino: (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p.215).

- a) Infantil?
- b) Fundamental?
- c) Médio?

Para resolver o problema proposto, usaremos a metodologia de Polya (1995), que consiste de quatro fases: compreender o problema; estabelecer um plano; executar o plano e refletir sobre o passo a passo utilizado.

Compreendendo o problema

Quais as informações que temos?

Sabemos que a verba total é de 24 milhões de reais. Sabemos também, que $\frac{1}{8}$ dessa verba é destinado ao Ensino Infantil, $\frac{3}{5}$ ao Ensino Fundamental e o restante ao Ensino Médio.

Traçando um plano

A partir das informações obtidas, iremos:

- Calcular $\frac{1}{8}$ de 24 milhões para encontrarmos o valor da verba a ser destinada para o Ensino Infantil;
- Calcular $\frac{3}{5}$ de 24 milhões para encontrarmos o valor a ser destinado ao Ensino Fundamental;
- Encontrar o valor a ser destinado ao Ensino Médio. Para isto, iremos somar os valores encontrados para os Ensinos Infantil e Fundamental,

somar ambos os valores e fazer a diferença entre esse valor e o valor total que é 24 milhões.

Executando o plano

Calculando $\frac{1}{8}$ de 24 milhões, usando o método de Júnior e Castrucci (2009), multiplicamos o número natural pelo numerador da fração, conservando o denominador. Neste caso, $\frac{1}{8} \times 24 = 3$ então, a verba a ser destinada ao Ensino Infantil é de 3 milhões de reais.

Usando o mesmo procedimento para o Ensino Fundamental, temos:

$\frac{3}{5} \times 24 = \frac{72}{5} = 14,4$ então, a verba a ser destinada ao Ensino Fundamental é de 14,4 milhões de reais.

Agora, para obtermos o valor a ser destinado ao Ensino Médio, seguindo as ideias concebidas no plano traçado, faremos:

3 milhões do Ensino Infantil + 14,4 milhões do Ensino Fundamental = 17,4 milhões. Daí, $24 - 17,4 = 6,6$. Logo, a verba a ser destinada ao Ensino Médio é de 6,6 milhões de reais.

Comprovando os resultados

$$\frac{1}{8} \times 24 + \frac{3}{5} \times 24 + 6,6 = 3 + 14,4 + 6,6 = 24.$$

2.2.5 O Ensino pela Resolução de Problemas segundo Van de Walle

A resolução de problema é um método bastante eficaz no que diz respeito ao pensamento do aluno. Quando o aluno se depara com uma situação de resolução de problemas, ele é desafiado a pensar, primeiramente, ele procurará entender o que o problema pede, depois, irá desenvolver o raciocínio procurando meios para a resolução do mesmo.

É importante compreender que a matemática deve ser ensinada por meio da Resolução de Problemas. Quer dizer, tarefas ou atividades baseadas em resolução de problemas são o veículo pelo qual se pode

desenvolver o currículo desejado. A aprendizagem é um resultado do processo de Resolução de Problemas (VAN DE WALLE, 2009, p.58).

O professor não pode, sozinho, fazer com que o aluno aprenda, mas pode incentivá-lo através do diálogo e, assim, poderá conseguir com que ele realize as atividades com o devido entusiasmo.

De acordo com o que diz Van de Walle (2009), os alunos acham que têm que resolverem os problemas da maneira que o professor acha melhor, assim, eles não sentem a liberdade de procurar outros métodos, de usar o próprio raciocínio e encontrar a solução para o problema. Assim, muitas vezes, desistem sem ao menos tentarem.

“As lições eficazes começam onde os alunos estão, e não onde os professores estão. Isto é, ensinar deve começar com a ideias que as crianças já possuem – as que serão usadas para criar novas ideias” (VAN DE WALLE, 2009, p.58). Seguindo a linha de pensamento de Van de Walle (2009), sabemos que, na maioria das vezes, os professores aplicam as atividades e dizem os principais métodos de resolução, não procuram saber se os alunos têm alguma ideia de como determinado problema pode ser resolvido, assim, os alunos não usam outro método que não o do professor, alguns podem até ter novas ideias, porém, não as usam com receio de estarem erradas, já que o professor mostrou-lhes como resolver.

“Suponha que você esteja ensinando na 5ª série e que o tópico seja a comparação de frações – dadas duas frações, dizer qual é a maior” (VAN DE WALLE, 2009, p.58). O professor, de imediato, ditará as regras, mostrando os procedimentos a serem utilizados para identificar qual a maior fração, não permitindo que os alunos pensem. Porém, se o professor deixá-los pensar e resolverem sozinhos, talvez alguns consigam, se já tiverem certo conhecimento sobre frações, do contrário, resolverão de maneira equivocada.

Por exemplo, o aluno tem as seguintes frações: $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{5}$, se ele não conhece o conteúdo de frações, dirá que $\frac{1}{5}$ é maior que $\frac{1}{2}$, pelo fato de 5 ser maior que 2. Contudo, é importante que o professor deixe os alunos pensar e ter suas próprias ideias para só então, intervir, dialogando com os alunos e discutindo qual a melhor maneira para resolver a questão.

O ensino pela resolução de problemas também tem seus dilemas. Segundo Van de Walle (2009), “Ao ensinar pela resolução de problema, um dos dilemas mais desconcertantes é o quanto dizer aos alunos. Por um lado, dizer reduz a reflexão

deles” (VAN DE WALLE, 2009, p.75). Quando o professor expõe seu pensamento, os alunos ficam com certo receio de resolver o problema de outra maneira que não aquela que acham ser a maneira escolhida pelo professor.

“Por outro lado, dizer muito pouco algumas vezes pode resultar em tropeços e desperdiçar um tempo precioso das aulas” (VAN DE WALLE, 2009, p.75). Isto é, é importante que o professor dê algumas informações, contanto que o problema continue desafiador e possibilite ao aluno a construção e organização das ideias.

“Como já declarado, é útil fazer os estudantes escreverem uma explicação de seu processo de resolução como parte da resolução do problema” (VAN DE WALLE, 2009, p.73). Assim, se o professor instruir os alunos à escreverem o caminho percorrido para resolução do problema, isto é, o passo a passo utilizado, estarão não apenas revisando o que foi feito, mas aprimorando a aprendizagem.

3 ANÁLISE DOS DADOS DA PESQUISA

O questionário aplicado aos alunos é composto de dez questões, contendo as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão no conjunto dos números racionais. As questões são problematizadas, assim, os alunos deverão, não apenas saber realizar as operações com frações, mas também, interpretar corretamente o problema.

O questionário foi aplicado em uma Escola Estadual localizada em Rio Tinto – PB., em uma turma do 7º ano do Ensino Fundamental, a turma é composta por 38 alunos com uma faixa etária de 12 a 16 anos, dos quais, apenas 15 responderam o questionário, dos 23 alunos que não responderam, alguns alegaram não saber fazer, e outros pelo fato de não valer nota.

Para resolver as questões apresentadas no questionário, podemos recorrer à metodologia de resolução de problemas do ponto de vista de Polya (1995) que consiste em quatro fases: compreender o problema; estabelecer um plano; executar o plano e refletir sobre o passo a passo utilizado.

Podemos também, nos apoiar nos contextos estabelecidos por Júnior e Castrucci (2009) no que diz respeito às operações com frações.

Como a identidade dos alunos será preservada, iremos identifica-los como A, B ou C, nas figuras vistas à seguir.

Na questão número 1, temos uma adição de frações. Para resolver essa questão, como se trata de adição de frações com denominadores diferentes, de acordo com Júnior e Castrucci (2009), deveremos encontrar frações equivalentes às frações dadas e que possuam um denominador comum e, em seguida, efetuarmos a adição.

Dos 15 alunos que se dispuseram a resolver o questionário, apenas 2 conseguiram chegar ao resultado correto, porém, não usaram a ideia de frações equivalentes, recorreram ao método do mmc (mínimo múltiplo comum), reduzindo às frações ao mesmo denominador e efetuando a adição. Como podemos observar na figura à seguir:

Figura 01: Resposta do aluno A, questão 1.

1) Para fazer um trabalho escolar, Gustavo usou $\frac{2}{3}$ de uma folha de cartolina, e sua irmã usou $\frac{1}{4}$ da mesma folha. Que fração dessa folha os dois usaram juntos?

um mmc = 3,4 / 3
 $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{8+3}{12} = \frac{11}{12}$

Fonte: Arquivo Pessoal

Outro aluno, utilizou o mesmo procedimento dos outros dois que desenvolveram a questão da maneira representada na figura 01, isto é, utilizaram o método do mmc (mínimo múltiplo comum) para resolver o problema. Porém, este aluno não obteve êxito na realização dos cálculos, conseqüentemente, errando a questão. Como pode ser visto na figura 02:

Figura 02: Resposta do aluno B, questão 1.

1) Para fazer um trabalho escolar, Gustavo usou $\frac{2}{3}$ de uma folha de cartolina, e sua irmã usou $\frac{1}{4}$ da mesma folha. Que fração dessa folha os dois usaram juntos?

$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{2+1}{12} = \frac{3}{12}$ mmc = 3,4 | 2
 3 | 2 | 2
 3 | 3 | 3
 12 | 2 · 3

os dois juntos usaram $\frac{3}{12}$ da folha

Fonte: Arquivo Pessoal

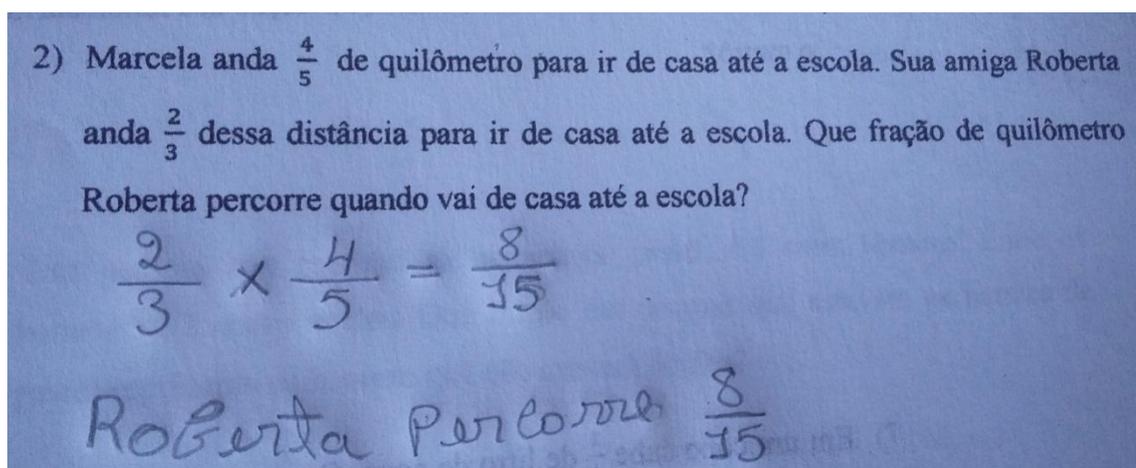
Ainda na questão número 1, 4 alunos não interpretaram corretamente o problema, o mesmo foi interpretado como multiplicação de frações, o que os conduziu ao erro, pois a questão trata-se de uma adição de frações. Oito alunos não resolveram o problema, alegando não terem conseguido interpretar.

Na questão número 2, temos um problema relacionado à multiplicação de frações.

Segundo Júnior e Castrucci (2009), na multiplicação de frações, existem dois casos a considerar. No primeiro caso, temos a multiplicação de um número natural por um número fracionário, onde se multiplica o número natural pelo numerador da fração e conserva-se o denominador. No segundo caso de multiplicação de frações, multiplica-se o numerador de uma fração pelo numerador da outra, o mesmo fazemos com os denominadores.

Na questão número 2, logo se percebe que se trata de dois números fracionários então, com base no que foi citado anteriormente, procedemos da seguinte forma: $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$. No entanto, apenas 1 aluno conseguiu resolver a questão corretamente. Como podemos visualizar na figura 03:

Figura 03: Resposta do aluno A, questão 2.



Fonte: Arquivo Pessoal.

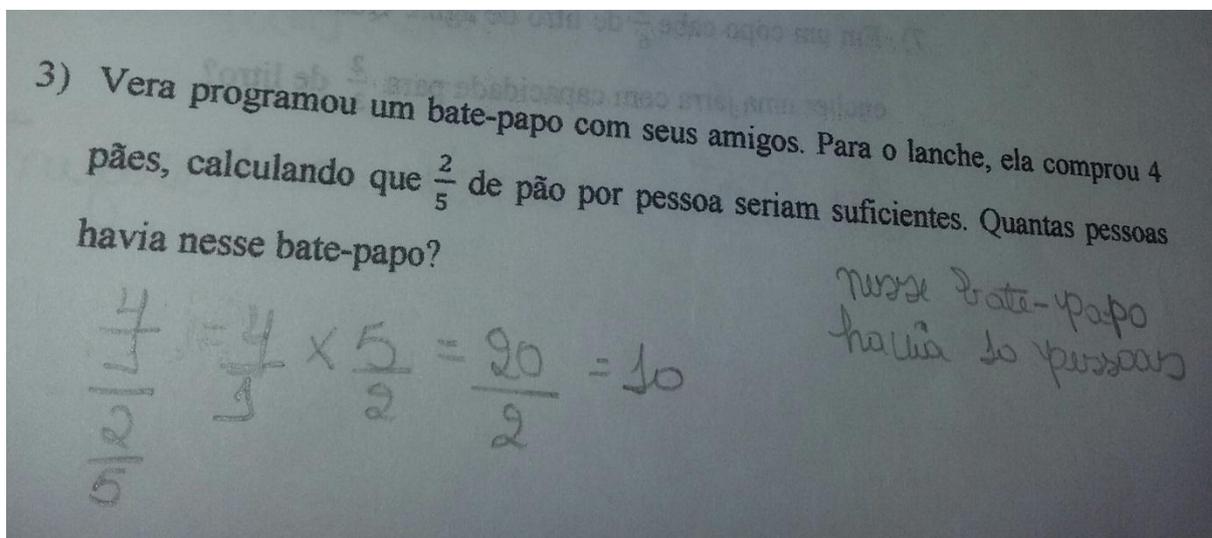
Dentre os demais alunos, 8 não interpretaram corretamente o problema, o resolvendo como um problema de adição de frações. Outros seis alunos não responderam.

A terceira questão nos traz um problema de divisão de frações. Apenas três alunos conseguiram interpretar corretamente o problema e, conseqüentemente, chegaram ao resultado esperado.

Na resolução deste problema, os alunos utilizaram a técnica citada por Júnior e Castrucci (2009), que afirma que quando se tem uma divisão de números racionais,

multiplica-se a primeira fração pelo inverso da segunda. Como podemos observar na figura 04:

Figura 04: Resposta do aluno A, questão 3.

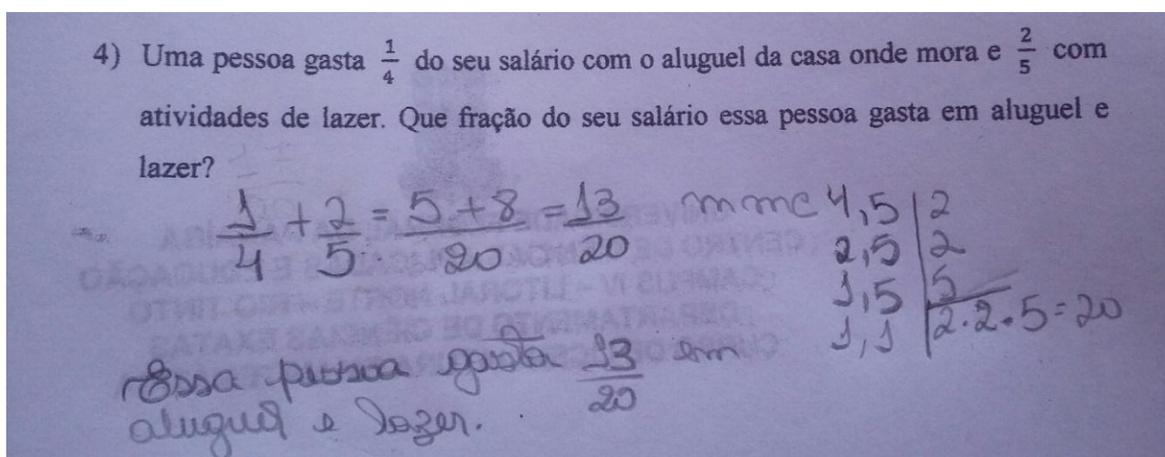


Fonte: Arquivo Pessoal.

Dentre os alunos restantes, 2 entenderam o problema como sendo multiplicação de frações, os demais não responderam a questão.

Na quarta questão, temos um problema de adição de frações. Seis, dos 15 alunos, interpretaram o problema corretamente, mas apenas um deles conseguiu resolver a questão. Como podemos observar na figura 05:

Figura 05: Resposta do aluno A, questão 4.



Fonte: Arquivo Pessoal.

Como observado na figura 05, este aluno usou o método do mmc (mínimo múltiplo comum), reduzindo às frações ao mesmo denominador e fazendo os procedimentos necessários à realização da questão.

Apesar de os outros 5 alunos terem interpretado o problema corretamente, não souberam fazer os cálculos e, portanto, erraram a questão. Podemos visualizar na figura 06:

Figura 06: Resposta do aluno B, questão 4.

4) Uma pessoa gasta $\frac{1}{4}$ do seu salário com o aluguel da casa onde mora e $\frac{2}{5}$ com atividades de lazer. Que fração do seu salário essa pessoa gasta em aluguel e lazer?

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{5} = \frac{5}{20} + \frac{8}{20} = \frac{13}{20}$$

um umc

$$\begin{array}{r} 2,5 \\ 2,5 \\ 1,5 \\ 1,1 \end{array} \left| \begin{array}{l} 2 \\ 2 \\ 5 \\ \hline 2^2 \cdot 5 = \\ 20 \end{array} \right.$$

Fonte: Arquivo Pessoal.

No que diz respeito à quinta questão, trata-se de um problema de multiplicação de frações. Infelizmente, há uma grande dificuldade por parte dos alunos, no que se refere à interpretação do problema. De 15 alunos, apenas 1 conseguiu interpretar e resolver o problema de maneira correta, faltando apenas simplificar a fração, como veremos na figura 07:

Figura 07: Resposta do aluno A, questão 5.

5) Em uma sala de aula, $\frac{2}{3}$ dos alunos praticam esportes. Desses alunos, $\frac{3}{4}$ jogam voleibol. Que fração dos alunos da sala pratica voleibol?

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{6}{12}$$

Fonte: Arquivo Pessoal.

Ainda na quinta questão, 5 alunos interpretaram o problema como sendo adição de frações, o que ocasionou mais um erro no momento da resolução, pois, ao invés de multiplicar, somaram, devido ao fato de acharem que se tratava de uma adição. Como pode ser visto a seguir:

Figura 08: Resposta do aluno B, questão 5.

5) Em uma sala de aula, $\frac{2}{3}$ dos alunos praticam esportes. Desses alunos, $\frac{3}{4}$ jogam voleibol. Que fração dos alunos da sala pratica voleibol?

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{5}{12} + \frac{7}{12} = \frac{12}{12}$$

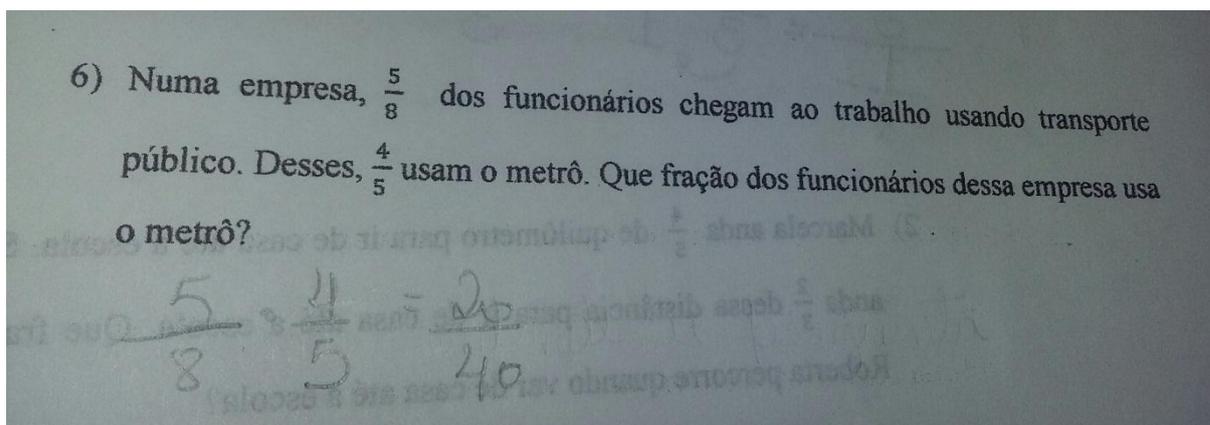
Fonte: Arquivo Pessoal.

Como podemos observar, esse aluno, assim como os demais que fizeram esse mesmo procedimento, não sabem lidar com esse tipo de operação, pois não sabem o procedimento que deve ser feito, no que diz respeito aos cálculos com os denominadores e numeradores. Neste caso, o aluno somou cada numerador com seu denominador e, em seguida, somou os numeradores. De acordo com Júnior e Castrucci (2009), para resolver uma adição de frações com denominadores diferentes, podemos encontrar frações equivalentes às frações dadas e, em seguida, somam-se os numeradores e conservam-se os denominadores.

Em continuidade à quinta questão, três alunos acharam que o problema era de divisão de fração e, conseqüentemente, também erraram a questão. Outros 6 alunos não responderam. A cada questão analisada, é fácil perceber que uma das dificuldades dos alunos está relacionada à interpretação do problema.

A sexta questão, assim como a anterior, também é um problema de multiplicação de frações. Porém, dentre 15 alunos, apenas um conseguiu enxergar que a questão trata de um problema de multiplicação e resolveu o problema corretamente, faltando apenas simplificar a questão, da mesma forma que ocorreu na questão anterior, como podemos observar na figura 09:

Figura 09: Resposta do aluno A, questão 6.

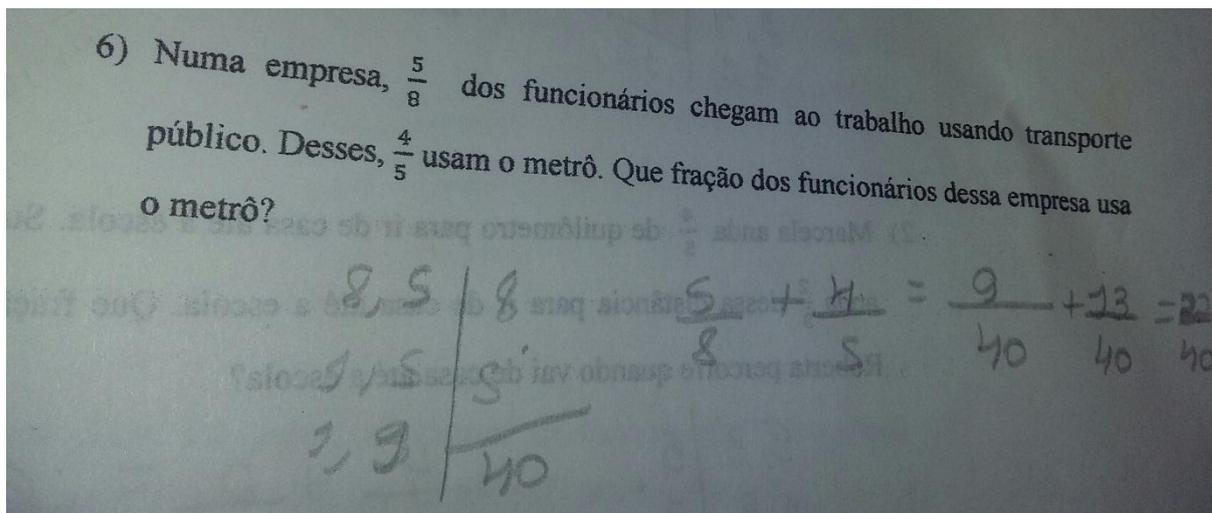


Fonte: Arquivo Pessoal.

Dos quatorze alunos restantes, 4 compreenderam que deveriam utilizar a adição de frações, assim, resolveram o problema, calculando o mmc (mínimo múltiplo comum), reduzindo as frações ao mesmo denominador, chegando a um resultado diferente do que deveria, pois a questão nos traz um problema no qual deve ser usada a multiplicação de frações, como citado anteriormente, porém, esses alunos não interpretaram dessa forma. Podemos dizer que o método utilizado pelos alunos está correto, ou melhor, estaria, se não se trata-se de um problema de multiplicação, mas de adição.

Muitos alunos sabem os procedimentos para a resolução de um determinado problema, no entanto, se confundem no momento de realizarem os cálculos. Nesta questão, por exemplo, os alunos que interpretaram o problema como sendo adição de frações, reduziram as frações a um denominador comum, porém, não obtiveram êxito com os demais procedimentos de cálculo. Eles não conseguem realizar o passo onde dividimos o mmc (mínimo múltiplo comum) encontrado, pelo denominador e multiplicamos pelo numerador. Podemos observar na imagem abaixo:

Figura 10: Resposta do aluno B, questão 6.



Fonte: Arquivo Pessoal.

Ainda na sexta questão, um dos alunos a resolveu como sendo subtração de frações. Esse aluno cometeu o mesmo erro dos alunos que resolveram a questão pelo método da adição, isto é, além de interpretar a questão de maneira equivocada, não realizaram os cálculos de forma correta.

Dando continuidade à sexta questão, 3 alunos interpretaram o problema, como sendo divisão de frações, mesmo assim, se o problema fosse de divisão, esses alunos não teriam feito corretamente a questão, pois, quando temos uma divisão de frações, conservamos a primeira fração e multiplicamos pelo inverso da segunda, como citado por Júnior e Castrucci (2009). Os alunos invertem as duas frações. Outros 6 alunos preferiram não responder à questão, por não terem conseguido interpretar o enunciado da mesma.

A sétima questão está relacionada à divisão de fração. Apenas 2 alunos interpretaram o problema corretamente, porém, não desenvolveram os cálculos como deveriam. Sabemos que, na divisão de frações, conservamos a primeira fração e a multiplicamos pelo inverso da segunda, como citado anteriormente. Os alunos cometeram um equívoco ao tentarem resolver o problema. De acordo com as informações do problema, devemos dividir a fração $\frac{2}{3}$ pela fração $\frac{1}{6}$, os alunos fizeram o contrário, dividiram $\frac{1}{6}$ por $\frac{2}{3}$, o que os levou a mais um erro.

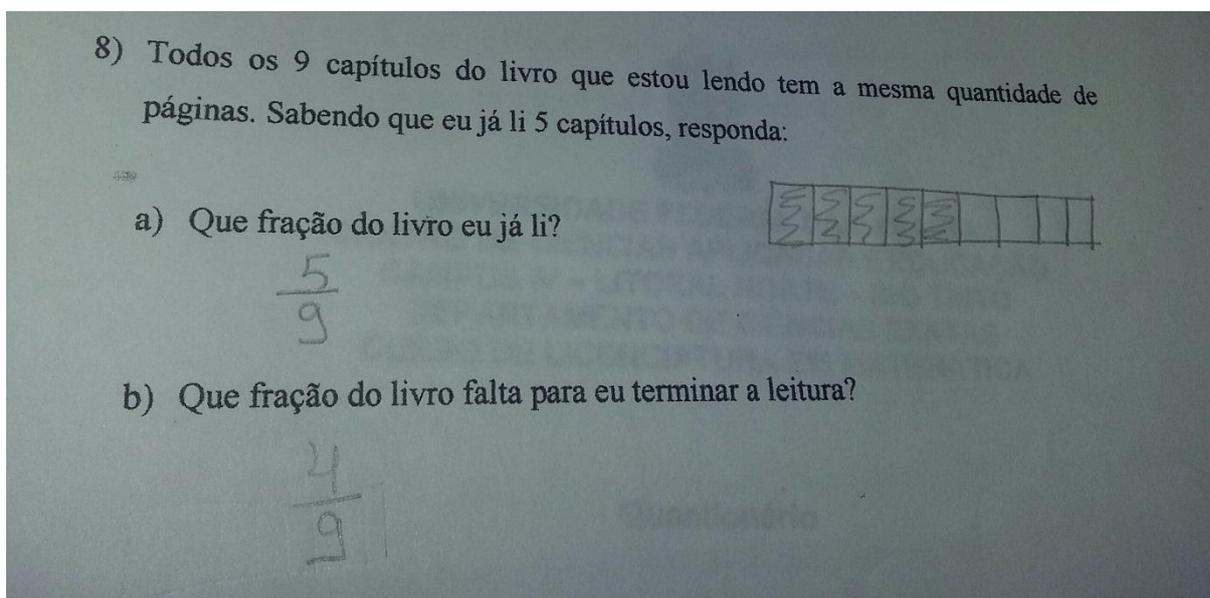
Os demais alunos também não acertaram a questão, pois não a interpretaram de forma correta. Dentre esse alunos, 3 entenderam que tratava-se de um problema de adição, ainda assim, se o problema fosse de adição, não teriam acertado, pois

sentem dificuldade, também, no cálculo do mmc (mínimo múltiplo comum). Um dos alunos, nem ao menos se deu conta de que teriam que reduzir as frações ao mesmo denominador, já que estavam resolvendo o problema pelo método da adição, ou encontrar frações equivalentes às frações dadas. Assim, somaram numerador com numerador e denominador com denominador.

Outro aluno também se equivocou ao achar que a questão tratava-se de um problema de multiplicação. Os demais alunos, isto é, 9 dos 15 alunos, não resolveram o problema, alegando não terem conseguido interpretar o mesmo.

A oitava questão traz um problema de subtração de frações. Dentre os 15 alunos que responderam o questionário, 4 acertaram a resposta, tanto da letra “a”, quanto da “b”. Esses alunos não utilizaram cálculos para resolução do problema, porém, chegaram ao resultado correto utilizando uma tira, como podemos observar na figura 11:

Figura 11: Resposta do aluno A, questão 8.



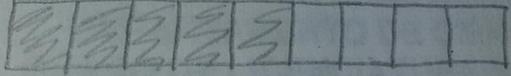
Fonte: Arquivo Pessoal.

Ainda em relação à oitava questão, outro aluno também a resolveu por meio da tira, sem fazer cálculos, mas na letra “a” ele deixou explícito apenas a tira, não colocando a resposta que, neste caso, são 5/9. Talvez, esse aluno tenha pensado que entenderíamos a resposta através da ilustração. Como pode ser observado através da figura 12:

Figura 12: Resposta do aluno B, questão 8.

8) Todos os 9 capítulos do livro que estou lendo tem a mesma quantidade de páginas. Sabendo que eu já li 5 capítulos, responda:

a) Que fração do livro eu já li?



b) Que fração do livro falta para eu terminar a leitura?

$$\frac{4}{9}$$

Fonte: Arquivo Pessoal.

Ficaram sem resolver o problema, 10 alunos.

Na nona questão, temos uma divisão de frações. Apenas 2, de 15 alunos, conseguiram interpretar e fazer corretamente a questão, eles utilizaram o método citado por Júnior e Castrucci (2009) que diz que quando se tem uma divisão de frações, multiplica-se a primeira fração pelo inverso da segunda. Como podemos visualizar através da ilustração abaixo:

Figura 13: Resposta do aluno A, questão 9.

9) Um pote contém 4 quilogramas de farinha. Quero repartir igualmente essa quantidade usando xícaras que, cheias, podem conter até $\frac{1}{5}$ de quilograma de farinha. De quantas dessas xícaras cheias vou precisar para repartir a quantidade de farinha que há no pote?

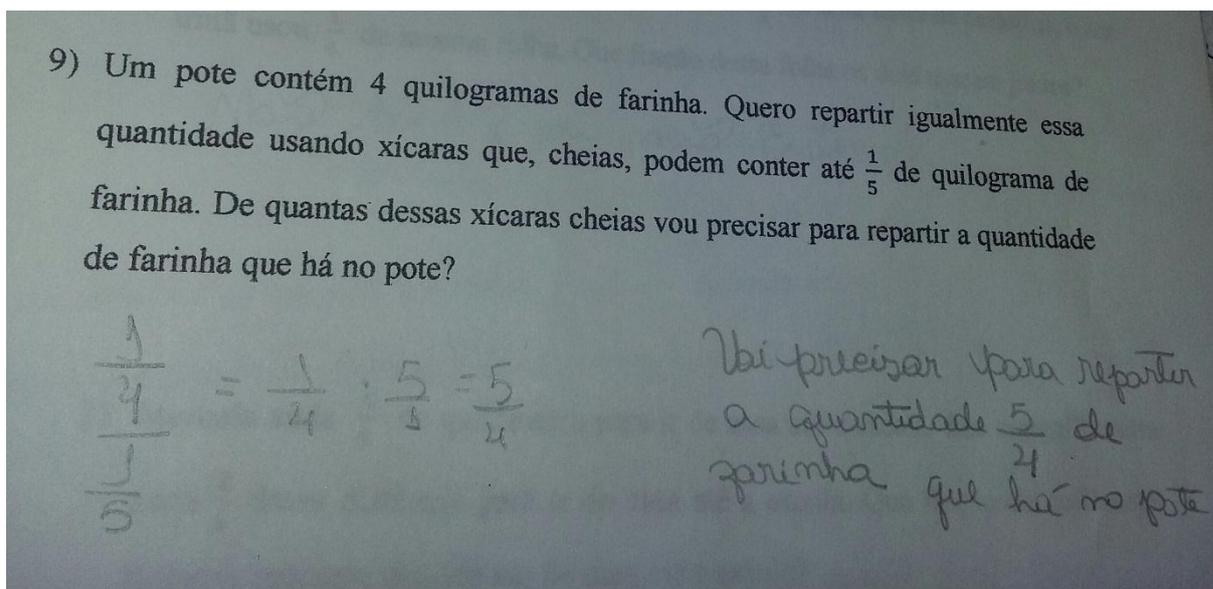
Vou precisar de 20 xícaras

$$4 \div \frac{1}{5} = \frac{4}{1} \times \frac{5}{1} = \frac{20}{1} = 20 \text{ (inteiro)}$$

Fonte: Arquivo Pessoal.

Além desses dois alunos, outro aluno também interpretou o problema corretamente, porém, não teve êxito na resolução. Ao invés de dividir o número 4 pela fração $\frac{1}{5}$, o aluno dividiu $\frac{1}{4}$ por $\frac{1}{5}$, o que o levou ao erro. Podemos observar o ocorrido na figura 14:

Figura 14: Resposta do aluno B, questão 9.



Fonte: Arquivo Pessoal.

Três alunos entenderam o problema como sendo multiplicação de frações e, conseqüentemente, resolveram o problema de maneira equivocada. Ainda houve um aluno que achou que o problema fosse de adição. Ainda que o problema fosse de adição, este aluno não teria acertado, pois ele procedeu de maneira errada, assim como alguns alunos fizeram nas questões anteriores. Além deste aluno não calcular o mmc (mínimo múltiplo comum) corretamente, ele cometeu um erro ainda mais grave, ao somar numerador com numerador e denominador com denominador. Como podemos observar na figura 15:

Figura 15: Resposta do aluno C, questão 9.

9) Um pote contém 4 quilogramas de farinha. Quero repartir igualmente essa quantidade usando xícaras que, cheias, podem conter até $\frac{1}{5}$ de quilograma de farinha. De quantas dessas xícaras cheias vou precisar para repartir a quantidade de farinha que há no pote?

Handwritten solution showing a long division of 4 by $\frac{1}{5}$, resulting in 20. The student has written '4,5' above the line, '3,5' below it, and '1,5' below that, with a remainder of 5. To the right, there is a calculation: $4 + \frac{1}{5} = \frac{5}{6}$.

Fonte: Arquivo Pessoal.

Oito alunos não responderam a questão.

No que diz respeito à questão número 10, temos uma subtração de frações. Podemos observar que trata-se de uma subtração de frações com denominadores diferentes, neste caso, de acordo com Júnior e Castrucci (2009), devemos encontrar frações equivalentes às frações dadas e, em seguida, efetuarmos a subtração. 2 alunos resolveram o problema corretamente, porém, usando o método do mmc (mínimo múltiplo comum), como pode ser observado na figura 16:

Figura 16: Resposta do aluno A, questão 10.

10) Das pessoas que estavam na barraca de pastel, $\frac{4}{5}$ eram homens. Entre os homens, $\frac{1}{2}$ usava óculos. Que fração das pessoas que estavam na barraca de pastel representa os homens que não usavam óculos?

Handwritten solution showing the calculation $\frac{4}{5} - \frac{1}{2} = \frac{8-5}{10} = \frac{3}{10}$. To the right, there is a calculation for the LCM of 2 and 5, which is 10. The student has written 'mmc 2,5' and '2' above the line, '1,5' below it, and '10' below that. Below the calculation, the student has written '3/10 das homens que estavam na barra de pastel não usavam óculos.'

Fonte: Arquivo Pessoal.

Outros 4 alunos não interpretaram o problema corretamente. Dentre esses 4, 2 entenderam que se tratava de um problema de adição, os outros 2 entenderam que

seria um problema de multiplicação. E, ainda, nesta mesma questão, 9 alunos nem ao menos tentaram fazer, alegando não terem interpretado o enunciado da mesma.

De acordo com a análise dos dados, é fácil perceber que os alunos sentem grandes dificuldades no que se refere à interpretação do problema, juntamente com a dificuldade de lidar com os números racionais. Desta forma, se faz necessário o uso da resolução de problemas em sala de aula, desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, como também, a aplicação mais aprofundada do conteúdo dos números racionais.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Podemos dizer que os objetivos do nosso trabalho foram alcançados. Pois, buscava-se verificar as dificuldades enfrentadas pelos alunos, ao lidar com situações de resolução de problemas envolvendo os números racionais na forma fracionária.

Diante de tudo que vimos, após a aplicação e análise do questionário, podemos perceber que as dificuldades destes alunos são, tanto na interpretação do problema, quanto na resolução do mesmo. Logo, pensamos em uma maneira que venha a facilitar o processo de aprendizagem dos alunos, no que se refere à resolução de problemas, como também, aos números fracionários.

Na primeira fase do Ensino Fundamental, o conteúdo de frações é visto de forma limitada, não permitindo, desta maneira, que os alunos conheçam de forma mais aprofundada os significados das frações, assim, ao chegarem à segunda fase do Ensino Fundamental e reveem o conteúdo, desta vez, com mais extensão e complexidade, não conseguem assimilar as ideias associadas aos números fracionários. Da mesma forma, ocorre com a resolução de problemas.

Contudo, o que poderia ser feito a respeito? O conteúdo de frações deveria ser melhor trabalhado a partir da primeira fase do Ensino Fundamental, visto que posteriormente, nos anos seguintes, os alunos irão rever o conteúdo e desenvolver atividades mais complexas.

Assim, tendo uma boa base sobre o conteúdo, não sentirão tantas dificuldades em relação ao mesmo. Assim como o conteúdo de frações, a resolução de problemas também deveria ser explorada pelos professores a partir da primeira fase do Ensino Fundamental, pois, é uma ferramenta fundamental para desenvolver o raciocínio do aluno.

As contribuições desse trabalho, além da síntese teórica, foi divulgar para a comunidade científica, a realidade do ensino da escola na qual foi realizada a pesquisa, bem como ofertar a possibilidade de se refletir sobre o tema da pesquisa com fins de resolução de uma problemática real.

Como perspectivas de pesquisas futuras, pode-se haver um planejamento didático de situações que possam se modelar para matematizar um ensino de números fracionários, ligado a contextualizações de situações, para uma maior efetivação do conteúdo para a demanda ao qual ele se destina.

5 REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. (3º e 4º ciclos do ensino fundamental). Brasília: MEC 1998.

BRAVO, C. L. V.; SOARES, M.A.S. *Os números racionais na representação fracionária*: Um estudo de caso com alunos do 6º ano. IX EREM – Encontro Regional de Educação Matemática, 2011. p. 1-13.

Disponível

em: www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cnem/cnem/principal/.../CC65.pdf

Acesso em: 28/10/2015.

CAMPOS, T. M. M. Números Racionais: Obstáculos Epistemológicos e Didáticos. In: PIRES, C. M. C.; CURI, E. Transformando a prática das aulas de matemática. São Paulo: PREM, 2001. (Biblioteca PROEM). p.19-23.

CHIZZOTTI, A. Pesquisa qualitativa em ciências humanas e sociais. Rio de Janeiro: Editora Vozes, 2006.

FERNANDES, S. F. H. As frações do dia-a-dia-operações. Secretaria do Estado de Educação. Universidade Estadual de Ponta Grossa – UEPG. Programa de Desenvolvimento Educacional – PDE. Ponta Grossa – PR, 2008. p. 1-27.

Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/48-2.pdf>.

Acesso em: 08/08/2015.

GAIO, R.; CARVALHO, R.B.; SIMÕES, R. Métodos e técnicas de pesquisa: a metodologia em questão. In: GAIO, R. (org.). Metodologia de pesquisa e produção de conhecimento. Petrópolis, Vozes, 2008.

GIL, A. C. Como elaborar Projetos de Pesquisa. 4ª ed. São Paulo: Atlas, 2002.

JÚNIOR, J. R. G.; CASTRUCCI, B. A forma fracionária dos números racionais. *A conquista da matemática*. São Paulo: FTD, 2009. p. 163-218.

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M.A. Fundamentos de metodologia científica. 6. ed. 3. reimpr. São Paulo: Atlas, 2010.

POLYA, G. A Arte de Resolver Problemas: um novo aspecto do método matemático. Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Editora Interciência Ltda. 1995, 196p.

SILVEIRA, D. T.; CÓRDOVA, F. P. Métodos de pesquisa. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

VAN DE WALLE, J. A. Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula / John A. Van de Walle; tradução Paulo Henrique Colonese. – 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009. 584 p.

VERGARA, S. C. Métodos de pesquisa em Administração. São Paulo: Atlas, 2005.

APÊNDICE**QUESTIONÁRIO**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
CAMPUS IV – LITORAL NORTE – RIO TINTO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

Prezado(a) aluno(a),

Estamos realizando uma pesquisa de cunho acadêmico, que tem como principal objetivo “apresentar uma proposta metodológica com base nas dificuldades apresentadas pelos alunos do 7º ano quando da resolução de problemas com números fracionários.

Para isto, contamos com sua participação que é de fundamental importância para a realização do nosso trabalho. Gostaríamos que você respondesse ao questionário, onde os dados obtidos serão utilizados em nossa pesquisa. Ressaltamos que sua identidade será mantida em sigilo.

Questionário

- 1) Para fazer um trabalho escolar, Gustavo usou $\frac{2}{3}$ de uma folha de cartolina, e sua irmã usou $\frac{1}{4}$ da mesma folha. Que fração dessa folha os dois usaram juntos?
- 2) Marcela anda $\frac{4}{5}$ de quilômetro para ir de casa até a escola. Sua amiga Roberta anda $\frac{2}{3}$ dessa distância para ir de casa até a escola. Que fração de quilômetro Roberta percorre quando vai de casa até a escola?

- 3) Vera programou um bate-papo com seus amigos. Para o lanche, ela comprou 4 pães, calculando que $\frac{2}{5}$ de pão por pessoa seriam suficientes. Quantas pessoas havia nesse bate-papo?
- 4) Uma pessoa gasta $\frac{1}{4}$ do seu salário com o aluguel da casa onde mora e $\frac{2}{5}$ com atividades de lazer. Que fração do seu salário essa pessoa gasta em aluguel e lazer?
- 5) Em uma sala de aula, $\frac{2}{3}$ dos alunos praticam esportes. Desses alunos, $\frac{3}{4}$ jogam voleibol. Que fração dos alunos da sala pratica voleibol?
- 6) Numa empresa, $\frac{5}{8}$ dos funcionários chegam ao trabalho usando transporte público. Desses, $\frac{4}{5}$ usam o metrô. Que fração dos funcionários dessa empresa usa o metrô?
- 7) Em um copo cabe $\frac{1}{6}$ de litro de água. Quantos desses copos são necessários para encher uma jarra com capacidade para $\frac{2}{3}$ de litro?
- 8) Todos os 9 capítulos do livro que estou lendo tem a mesma quantidade de páginas. Sabendo que eu já li 5 capítulos, responda:
- a) Que fração do livro eu já li?
 - b) Que fração do livro falta para eu terminar a leitura?
- 9) Um pote contém 4 quilogramas de farinha. Quero repartir igualmente essa quantidade usando xícaras que, cheias, podem conter até $\frac{1}{5}$ de quilograma de farinha. De quantas dessas xícaras cheias vou precisar para repartir a quantidade de farinha que há no pote?

- 10) Das pessoas que estavam na barraca de pastel, $\frac{4}{5}$ eram homens. Entre os homens, $\frac{1}{2}$ usava óculos. Que fração das pessoas que estavam na barraca de pastel representa os homens que não usavam óculos?