UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
CAMPUS IV – LITORAL NORTE – RIO TINTO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

BENEDITO SILVA ROCHA FILHO

QUESTÕES ENVOLVENDO O PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM: O QUE SABEM OS ALUNOS DO ENSINO MÉDIO DAS ESCOLAS PÚBLICAS?

Rio Tinto – PB
2014

BENEDITO SILVA ROCHA FILHO

QUESTÕES ENVOLVENDO O PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM: O QUE SABEM OS ALUNOS DO ENSINO MÉDIO DAS ESCOLAS PÚBLICAS?

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba, como Requisito parcial para a obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Profª. Drª. Claudilene Gomes da Costa

Rio Tinto - PB
2014

BENEDITO SILVA ROCHA FILHO

QUESTÕES ENVOLVENDO O PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM: O QUE SABEM OS ALUNOS DO ENSINO MÉDIO DAS ESCOLAS PÚBLICAS?

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba como requisito parcial para obtenção do título de licenciado em Matemática.

Orientadora: Profª. Drª. Claudilene Gomes da Costa

Aprovado em ____/___/___

COMISSÃO EXAMINADORA

____

Profaª. Drª. Claudilene Gomes da Costa (Orientadora)

____

Prof. Ms. Emmanuel de Sousa Fernandes Falcão (CCAE – DCE – UFPB)

____

Profª. Drª. Cibelle de Fátima Castro de Assis (CCAE – DCE – UFPB)

Dedico este trabalho a minha vó Maria Alice (*In memoriam*).

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus por ter me dado forças para superar as dificuldades e por ter me dado oportunidades e colocado pessoas maravilhosas em meu caminho.

A Universidade Federal da Paraíba/Campus IV, pela oportunidade de realizar o Curso na minha própria cidade.

Ao projeto PIBID/UFPB pela concessão da bolsa de Iniciação a Docência, durante boa parte do tempo que estive no curso.

À Professora Drª. Claudilene Gomes da Costa, pela atenção, orientação e aprendizagem.

Aos Professores Ms. Emmanuel de Sousa Fernandes Falcão, Drª. Cibelle de Fátima Castro de Assis, pelo conhecimento transmitido no decorrer do Curso e pelas sugestões que muito contribuiu para realização a desse trabalho.

À todos os colegas de Curso pela companhia, amizade e boas conversas.

RESUMO

Este trabalho trata-se de uma pesquisa exploratória que visa analisar a dificuldade que o aluno do Ensino Médio tem em compreender o Princípio Fundamental da Contagem. Para isto, foi feito um estudo de campo aplicando um questionário com alunos concluintes do Ensino Médio composto com duas questões: uma que envolvia um produto direto dos algarismos contidos no enunciado e outra composta por quatro etapas que crescem de forma gradual o nível de dificuldade buscando assim, uma análise de como os estudantes saem da última série do ensino básico. Foram escolhidas questões que envolvessem apenas o Princípio Fundamental da Contagem tomando como base as provas/exames que os alunos deverão se submeter durante ou após a conclusão dessa etapa de ensino como o Exame Nacional do Ensino Médio e a Olimpíada Brasileira de Matemática da Escolas públicas. O Princípio Fundamental da Contagem foi escolhido, por se tratar de um conteúdo incluso nas duas avaliações e que não necessita de nenhum tipo de fórmulas complicadas ou difíceis de decorar, mas, em contra partida exige um bom raciocínio matemático. Foi observado um desempenho insatisfatório dos alunos que só conseguiram responder corretamente as questões que envolviam diretamente a aplicação do produto cartesiano que apareceram no enunciado, as questões que precisavam de uma divisão de etapas e uma estratégia na organização para que pudessem ser resolvidas corretamente foram respondidas de forma incorreta, a maior dificuldade apresentada pelos alunos foi falta de conhecimento necessário ou até mesmo de motivação ou paciência para com a interpretação do enunciado. Para servir como base foram utilizados principalmente os documentos oficiais Parâmetros Curriculares Nacionais, Parâmetros Curriculares Nacionais + e as Orientações Curriculares para o Ensino Médio.

Palavras-chave: Princípio Fundamental da Contagem. Olimpíada Brasileira de Matemática. Exame Nacional do Ensino Médio.

ABSTRACT

This work aims to analyze the difficulty of high school students have to understand the Fundamental Principle of Counting. For this, a questionnaire with students finishing high school compound was applied two questions: one involving a direct product of the figures contained in the statement and another composed of four steps a, b, c and d that grow gradually the level of difficulty thus seeking an analysis of how students come out of the last series of basic education. Were chosen questions involving only the Fundamental Counting Principle of building upon the evidence / exams that students must submit during or after the completion of this phase as the National High School Exam and the Olympiad of Mathematics Public schools. The Fundamental Principle of Counting was chosen because it is a content included in two reviews and that does not require any complicated or difficult to memorize formulas, but requires a good match against mathematical reasoning, underperforming students was observed and only able to correctly answer questions that directly involved the application of the Cartesian product that appeared on the statement, the issues that required a division steps and strategy in the organization so they could be properly resolved were answered incorrectly, the greatest difficulty presented by the students was the lack of necessary knowledge or even motivation or patience for the interpretation of the utterance. As for his objective it is an exploratory research, which in the case of questions of evidence / tests was based mainly official documents by the Evaluation National Curriculum Parameters, National Curricular Parameters + and Curriculum Orientations for Teaching Medium.

Keywords: Fundamental Principle of Counting. Brazilian Mathematics Olympiad. National Teaching Medium Exam.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS E TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS

CEP - Código de Endereçamento Postal

EJA - Educação de Jovens e Adulto

ENADE - Exame Nacional de Desempenho de Estudantes

ENEM - Exame Nacional do Ensino Médio

IFES - Instituições Federais de Ensino Superior

IMPA - Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada

MCTI - Ministério da Ciência e Tecnologia e Inovação

MEC - Ministério da Educação

OBMEP - Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas

OCEM - Orientações Curriculares para o Ensino Médio

PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais

PDE - Plano de Desenvolvimento da Educação

PFC – Princípio Fundamental da Contagem

PIBID - Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência

ProUni - Programa Universidade para Todos

SAEB - Sistema de Avaliação da Educação Básica

SBM - Sociedade Brasileira de Matemática

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Atualmente as escolas sentem a necessidade de que o aluno desenvolva por si só suas habilidades na formulação e compreensão de conceitos matemáticos em situações cotidianas. Apesar dos grandes esforços que a escola tem feito em pesquisas educacionais voltadas para soluções de problemas complexos não têm sido suficiente para solucionar de forma rápida e eficaz tais situações. Um dos objetos de pesquisa deste trabalho será mostrar a dificuldade que o aluno do ensino médio tem em lidar com conceitos relacionados ao princípio fundamental da contagem. Acredita-se que o princípio fundamental da contagem é uma ferramenta de alto potencial que tem aplicação direta no cálculo das probabilidades em diversas áreas do conhecimento, tais como: engenharias, medicina, economia, estatística, entre outras.

Diante desse contexto, percebe-se a necessidade de inserir, através de situações cotidianas, o conteúdo do Princípio Fundamental da Contagem possibilitando assim, que o aluno esteja apto a resolver problemas reais de forma eficaz, diminuindo assim as dificuldades encontradas na sua aprendizagem.

A ferramenta metodológica utilizada neste trabalho foi uma pesquisa qualitativa, cujos instrumentos utilizados na coleta de dados foram questionários escritos aplicados com os alunos do ensino médio da rede estadual de ensino. Posteriormente, foi feita a análise e interpretação dos dados de forma que o trabalho aponta de maneira clara e direta a dificuldade do aluno quando inserido o Princípio Fundamental da Contagem.

1.1 Apresentação do tema

Segundo Souza e Lopes (2012), a Matemática no decorrer da história da civilização humana foi sempre utilizada por diversos povos como ferramenta indispensável para a resolução de problemas que surgiam. Desses problemas que surgem com frequência a de se destacar nesse trabalho a utilização do princípio fundamental da contagem também conhecido como princípio multiplicativo, que nesse contexto pode ser utilizado para resolver os seguintes questionamentos contemporâneos, segundo Dante (2011):

> Como calcular o número de cartões de credito, cuja senha contenha 6 dígitos aleatórios, necessário para atender os clientes de um banco? Quantas linhas telefônicas são possíveis para os prefixos de certa região? De quantas maneiras pode um adversário realizar uma jogada num jogo de estratégia? (DANTE, 2011, p.274

O conteúdo Princípio fundamental da contagem está inserido como um sub tópico do estudo da Análise Combinatória que por sua vez está inserido em um dos quatro blocos de conteúdos básicos de Matemática que é o de Análise de dados e probabilidade através do descritor 32 que segundo o Plano de Desenvolvimento da Educação do Sistema de Avaliação da Educação Brasileira (PDE/SAEB, 2011) trata-se de "Resolver problema de contagem utilizando o princípio multiplicativo ou noções de permutações simples, arranjos simples e/ou combinação simples", nesse trabalho será destacado apenas o princípio multiplicativo que segundo as Orientações Curriculares do Ensino Médio (OCEM) recomendam que esses conteúdos sejam vistos em todos os níveis da educação básica. Porém, o conteúdo Princípio Fundamental da Contagem geralmente encontra-se pela primeira vez no livro didático na coleção da 2ª série do Ensino Médio, entretanto podemos encontrar raramente em algumas das séries do Ensino Fundamental 3º ou 4º ciclo em algumas coleções.

1.2 Problemática e Justificativa

A presente pesquisa visa procurar observar se os alunos concluintes da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Professor Luiz Gonzaga Burity saem da etapa final da escolarização básica com condições de resolver questões que envolvam o Princípio Fundamental da Contagem em questões que são exigidas pelo Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), e questões vindas das Olimpíadas Brasileiras de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP).

Esse tema foi escolhido devido a seus pré-requisitos para a introdução desse conteúdo serem bem elementares, pois segundo Carvalho:

> Problemas de contagem são, muitas vezes, considerados difíceis entre alunos e professores, apesar de as técnicas Matemáticas necessárias serem bastantes elementares: essencialmente, o conhecimento das operações aritméticas de soma, subtração, multiplicação e divisão. (CARVALHO, 2012, p.1)

A grande inquietude para decidir trabalhar esse tema, originou-se através da possibilidade desses tipos de questões que envolvem o raciocínio combinatório, poderem ser trabalhadas com operações aritméticas simples, que não dependem do uso de fórmulas. Também é válido que, baseado em nossa experiência de Estágio Supervisionado IV (disciplina ofertada pela Universidade Federal da Paraíba, experiência essa, descrita mais suscintamente no capítulo 3 da presente pesquisa), pude perceber como os alunos e as escolas estão manuseando o conteúdo de modo bastante deficitário. O segundo motivo é o de não apresentar um modelo ou modelos capazes de resolver todos os tipos de problemas levando assim o aluno a sempre ter que ler e interpretar o enunciado de forma crítica e criativa. Segundo Souza e Lopes (2012):

> As considerações de Batanero, Godino e Navarro-Pelayo (1996) indicam problemas de Combinatória como um excelente meio para que alunos realizem atividades de matematização, como modelagem, representação, formulação, abstração, validação e generalização. (SOUZA E LOPES 2012, P.150)

A importância de se trabalhar esse tema vem de observar que ele não possui a menor necessidade de uma base sólida dos alunos, ao que se refere um conteúdo do Ensino Médio. Requer apenas a idéia de multiplicação e compreensão de texto, o que facilita para que se possa ser trabalhado.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo Geral

Avaliar o conhecimento dos alunos de uma escola pública, no ano de 2014, no que se refere a resolução de questões Matemáticas extraídas de provas da Olimpíada Brasileira de Matemática e do Exame Nacional do Ensino Médio que envolvem o conteúdo de Princípio Fundamental da Contagem.

1.3.2 Objetivos Específicos

Para o cumprimento do objetivo geral apresentado, será adotado os seguintes objetivos específicos:

- Levantar no Banco de Questões da OBMEP e do ENEM provas que apresentam questões envolvendo Princípio Fundamental da Contagem relativas aos últimos 5 anos;
- Aplicar questões extraídas da OBMEP e do livro didático com alunos do 3º ano do Ensino Médio de uma escola pública;
- Analisar o desempenho dos alunos na aplicação das questões.

1.4 Considerações Metodológicas

Nessa seção será respondida questões relacionadas com o caráter científico, definindo assim, a sua classificação relativa a objetivos, procedimento de coleta de dados, natureza dos dados e os sujeitos da pesquisa.

A pesquisa, em relação a seus objetivos, é classificada como pesquisa exploratória, por buscar uma familiaridade com o fenômeno e ser investigado, buscando compreendê-lo com uma maior precisão. Para Gil (2008), essa pesquisa se faz válida porque pode envolver entrevistas através de questionários com as pessoas que vivenciam o problema pesquisado. Para o autor em questão, é indicado trabalhar essa metodologia através de estudo de caso. O questionário, segundo Gil (2008) pode ser definido como:

> [...] a técnica de investigação composta por um número mais ou menos elevado de questões apresentadas por escrito às pessoas, tendo por objetivo o conhecimento de opiniões, crenças, sentimentos, interesses, expectativas, situações vivenciadas etc. Gil (2008, p.128)

Quanto a sua coleta de dados, a pesquisa está classificada como estudo de caso, pois foi escolhida uma escola específica, a Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Professor Luiz Gonzaga Burity, para ser aplicado aos alunos concluintes do Ensino Médio um questionário o qual foi utilizado como instrumento de coleta de dados, o qual será utilizado para tentar explicar um determinado fenômeno.

A escolha é apropriada para o objetivo do estudo, porque aplicado o questionário e analisado seus dados, pode-se chegar a uma conclusão pertinente, baseado no delineamento do objeto específico.

Para Gil (2008), o estudo de caso precisa de delineamento, pois:

> o delineamento se fundamenta na idéia de que a análise de uma unidade de determinado universo possibilita a compreensão da generalidade do mesmo ou, pelo menos, o estabelecimento de bases para uma investigação posterior, mais sistemática e precisa (GIL, 2008, p. 79)

Relacionado à natureza dos dados, inicialmente a pesquisa seria de cunho quantitativo, pois através do questionário seriam levantados dados dos sujeitos da pesquisa, que no caso são os alunos, visando conhecer dados como: sexo, idade, se trabalham, repetência, relação com a Matemática entre outros. Porém, na aplicação do questionário revelou-se outro problema que modificou a sua classificação para uma pesquisa qualitativa embora apresentados os dados obtidos através do questionário, o foco do trabalho será a observação dos fatores que ocorreram durante a aplicação do questionário, que podem ter interferido consideravelmente no desempenho dos alunos.

1.5 Estrutura do trabalho

O trabalho está dividido em 5 capítulos, tais quais, no: Capítulo 1: Introdução; apresentamos os Objetivos Gerais e Específicos da pesquisa, bem como as considerações metodológicas acompanhada do tema e da justificativa do trabalho.

Capítulo 2: Referencial Teórico, discutimos a definição do PFC (Princípio Fundamental da Contagem) e como deve ser utilizado através de exemplos, exibiremos o que os PCNs recomendam para o que deve ser desenvolvido do PFC em cada etapa da escolarização básica e apresentaremos o livro didático e as provas do ENEM e da OBMEP, junto com o banco de questões.

Capítulo 3: A idéia do Estágio Supervisionado e da Pesquisa; surgiu a partir do contato com a turma, alvo de nosso objeto de estudo (conhecimento que os alunos têm sobre o conteúdo princípio fundamental da contagem) e de uma experiência de intervenção com o conteúdo investigado em nossa pesquisa. O relatar da experiência se faz válido porque pode-se somar com um olhar informal, como estava o desempenho dos alunos antes da pesquisa e como ele se manifestou após sistematização da mesma, através da aplicação dos questionários.

Capítulo 4: Será mostrado como foi a determinação da amostra e aplicação do questionário, comentado o resultado da pesquisa respondendo perguntas como: o que se esperava dos alunos? o que eles conseguiram atingir? e que fatores podem ter influenciado no resultado da pesquisa?

Capítulo 5: Por fim, nas considerações finais será feita uma sintetização de tudo que foi levantado, junto com os principais resultados e sugestões.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

O objetivo desse capítulo é honrar três etapas da metodologia da pesquisa exploratória. Como a pesquisa tem por característica ser flexível, foi decidido caracterizar esses quatro pontos na subdivisão das seguintes fases:

Fase 1: Levantamento bibliográfico preliminar sobre o conteúdo Análise Combinatória;

Fase 2: Análise de como o estudo do Princípio Fundamental da Contagem é proposto nos livros didáticos da escola E.E.E.F.M. Professor Luiz Gonzaga Burity;

Fase 3: Levantamento de um Banco de questões como o conteúdo Análise Combinatória que vem sendo propostas nas provas do ENEM e da OBMEP;

2.1 O conteúdo matemático: Princípio Fundamental da Contagem

A origem do estudo que é conhecido hoje como análise combinatória teve seu início segundo Dante (2012, p. 274) “[...] ainda na Antiguidade, quando o matemático grego Arquimedes de Siracusa (287 a.C.-212 a.C.) propôs um problema geométrico que se tornou famoso, chamado Stomachion (palavra derivada do grego stomachos, em português, 'estômago')”. O Stomachion se tratava de um quebra cabeça composto por 14 peças planas de diferentes formas e tamanhos cujo objetivo era reuni-las para que se formasse um quadrado.

Bianchini e Paccola (2004 p. 119) afirmam também que alguns teóricos medievais árabes também apresentaram interesse por esse tipo de problemas.

Os autores Bianchini e Paccola (2004) e Dante (2012) concordam ao dizer que a maior fonte motivadora do desenvolvimento dos estudos da análise combinatória foram os jogos de azar.

Segundo Bianchini e Paccola (2004 p. 119) “Os trabalhos de Blaise Pascal (1623 – 1662) e Pierre de Fermat (1601 – 1665) estabeleceram os princípios para a determinação do número de combinações de elementos em um conjunto”.

Dante (2012, p. 275) também destaca a contribuição para os estudos da análise combinatória do matemático Suíço Leonhard Euler (1707 – 1783), que no ano de 1736 solucionou um problema famoso conhecido como as “sete pontes de Königsberg”. O problema se tratava de um grafo formado por sete pontes que ligavam a ilha ao continente e a pergunta que rondava esse problema, era ser ou não possível caminhar ao redor da cidade passando por cada ponte uma única vez, embora Euler tenha provado que não existia solução para esse problema, ele exigia um raciocínio combinatório para determinar de quantos modos essas pontes poderiam ser cruzadas de uma única vez.

Esse conteúdo no Ensino Médio é dividido em diversas subunidades das quais será abordado em detalhe o Princípio Fundamental da Contagem também conhecido como Princípio Multiplicativo.

2.1.1 Definição e exemplos

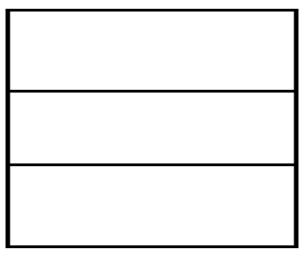
Para Lima *et al* (2006) "O princípio fundamental da contagem diz que se há x modos de tomar uma decisão D_1 e, tomada a decisão D_1 , há y modos de tomar a decisão D_2 , então o número de modos de tomar sucessivamente as decisões D_1 e D_2 é xy." Lima *et al* (2006,p.85)

Porém outro autor achou necessário definir o princípio Fundamental da contagem de uma outra maneira quando possuímos mais de duas tomadas de decisões sucessivas nesses casos o princípio fundamental da contagem passa a ser enunciado da seguinte maneira por Andrade (S/D) "Se um certo evento pode ocorrer em k etapas sucessivas e independentes, com n_j possibilidades de ocorrência em cada etapa $J \in \{1,2,...,K\}$, então o total de maneiras em que o evento pode ocorrer é igual a $n_1 \cdot n_2 \cdot .. \cdot .n_k$." (S/D, p.13)

Essa segunda definição é bastante utilizada na resolução de questões. Para exemplificar o que venha a ser o princípio fundamental da contagem iremos expor e resolver duas questões retiradas do livro "Temas e Problema Elementares" de Lima (*et al*, 2006). As duas questões foram escolhidas de maneira estratégica para mostrar que ma má iniciativa na escolha das etapas de resolução das questões podem trazer problemas futuros para com a sua resolução.

Questão 1 (Extraído de LIMA *ET AL*, 2006, P. 127):

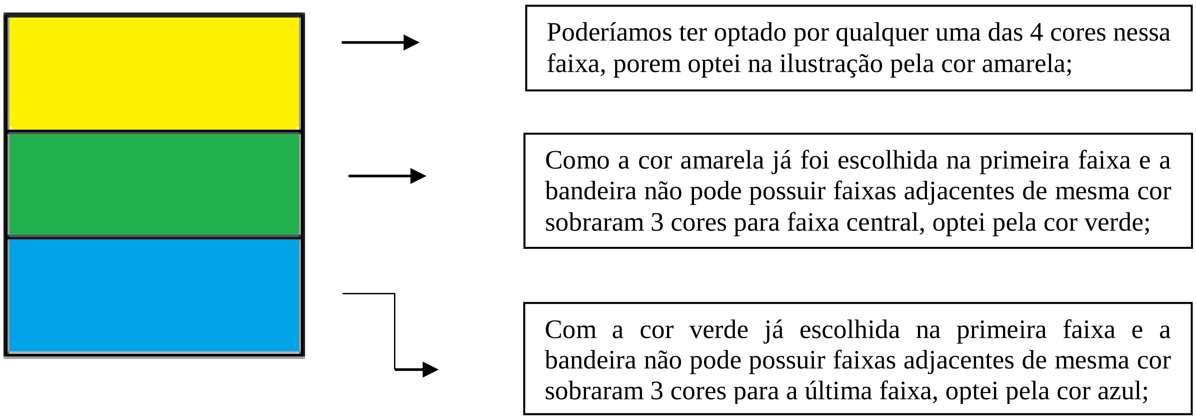
Para pintar a bandeira abaixo, há 4 cores disponíveis. De quantas formas ela pode ser pintada de modo que faixas adjacentes tenham cores distintas?



Suponhamos que as cores sejam amarelo, verde, azul e cinza. Para resolvermos esse tipo de problema devemos primeiramente escolher em que ordem vamos começar a tomar nossas decisões de modo que se escolhermos um caminho inviável, esse caminho pode nos levar a um resultado incorreto ou ainda a uma resolução mais trabalhosa (o que veremos justificado no próximo exercício).

Nessa solução começaremos a pintar a bandeira de cima pra baixo como dispomos de 4 cores e essa primeira faixa pode ser pintada de 4 modos diferentes pois não há nenhuma restrição que a envolva. Na segunda faixa não podemos utilizar a cor que foi utilizada na primeira faixa desse modo podemos escolhê-la de três modos diferentes. Na terceira faixa não podemos utilizar a cor que foi utilizada na segunda faixa desse modo também podemos escolhê-la de 3 modos diferentes.

Figura 1 – Bandeira pintada de cima para baixo



Fonte: Elaboração própri**a**

O número total de possibilidades pelo princípio multiplicativo é 4 x 3 x 3 = 36. No próximo exemplo apresentaremos a mesma questão resolvida por um aluno–de uma forma diferente de solução, mas que levou a outro resultado.

Questão 2 (Extraído de Lima *et al* 2006, p. 133):

> Tendo 4 cores disponíveis, de quantos modos se pode pintar uma bandeira com 3 listras, tendo listras adjacentes cores distintas?
> Um aluno deu a seguinte solução: “Primeiro, eu vou pintar as listras extremas; para cada uma, eu tenho 4 possibilidades de escolha. Depois eu pinto a lista central; como ela tem que ter cor diferente das duas vizinhas, eu posso escolher sua cor de apenas 2 modos. Logo, o número total de modos de pintar a bandeira é 4 x 4 x 2 = 32”. A solução está certa ou errada? Se estiver errada, onde está o erro?

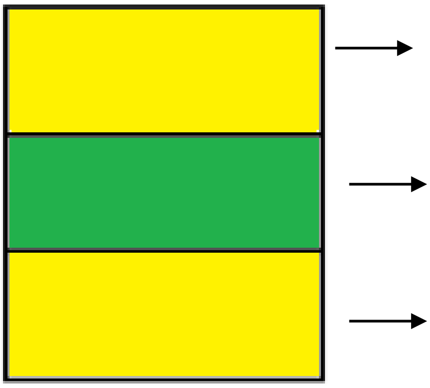
Já nesse tipo de questão nos deparamos como outro desafio que a análise combinatória nos propícia que é a justificativa de uma resolução incorreta feita por parte de um aluno, proposto na questão, a qual não podemos justificar da seguinte maneira “porque o resultado do livro é outro”, sem sabermos qual foi a precipitação que acarretou no erro. Esse tipo de erro nós a justificaremos resolvendo a questão de uma maneira correta que envolva pintar primeiro a primeira e a última faixa de nossa bandeira para depois pintarmos nossa faixa central.

Para pintarmos a primeira faixa dispomos de 4 cores, e mais uma vez não temos nenhuma restrição logo podemos pintar de 4 modos distintos, agora passamos para a última faixa da qual também vamos dispor de 4 cores para pintar já que aparentemente não parece ter nenhuma restrição podemos pintar de 4 modos distintos, quando passamos para a faixa central nos deparamos com o problema do “depende”. Com efeito, se a primeira faixa e a última forem pintadas da mesma cor podemos pintar a central de 3 modos distintos, já se a primeira faixa e a última forem pintadas de cores diferentes, só poderemos pintar a faixa central de 2 modos, agora separaremos esses 2 casos e somaremos suas possibilidades para obtermos o resultado correto:

1º Caso: A primeira e a última faixa sendo pintadas da mesma cor

Para a primeira faixa temos disponíveis 4 cores e podemos pintar de 4 modos distintos mas, quando passamos para a última faixa só temos 1 possibilidade que é a cor da primeira faixa. A faixa central pode ser pintada de 3 modos distintos já que só terá uma restrição. Logo o número de possibilidades para esse primeiro caso será: 4 x 3 x 1 = 12

Figura 2 – Bandeira primeira e última faixa da mesma cor



Poderíamos ter optado por qualquer uma das 4 cores nessa faixa, porem optei na ilustração pela

Como a cor amarela já foi escolhida nas faixas adjacentes a central sobraram 3 maneiras de pintar essa faixa, optei pela cor verde;

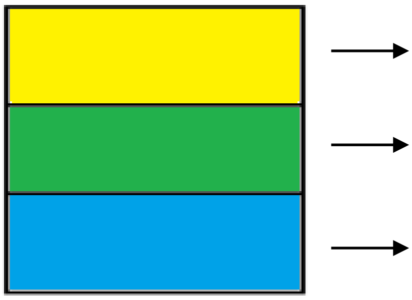
Como nesse caso a última faixa tem que ser igual a primeira, essa faixa só poderá ser pintada de amarelo.

Fonte: Elaboração própri**a**

2º Caso: A primeira e a última faixa sendo pintadas de cores distintas:

Para a primeira faixa temos disponíveis 4 cores e podemos pintar de 4 modos distintos. Quando passamos para a última faixa teremos 3 possibilidades que só não poderá ser igual a primeira faixa e já a central pode ser pintada de 2 modos distintos já que terá 2 restrições que serão as da primeira e da última faixa. Logo o número de possibilidades para esse segundo caso será: 4 x 2 x 3 = 24.

Figura 3 - Bandeira primeira e última faixa de cores distintas



Poderíamos ter optado por qualquer uma das 4 cores nessa faixa, porem optei na ilustração pela cor amarela;

Poderíamos ter optado por quaisquer umas das outras 2 cores restantes nessa faixa, porem optei na ilustração pela cor verde;

Poderíamos ter optado por qualquer uma das 3 cores nessa faixa, porem optei na ilustração pela cor azul;

Fonte: Elaboração própri**a**

Agora somaremos esses dois casos e obteremos o resultado coreto: 12 + 24 = 36

2.1.2 O conteúdo Princípio Fundamental da Contagem no livro didático da E.E.E.F.M. Professor Luiz Gonzaga Burity

O conteúdo Princípio Fundamental da Contagem localiza-se como um sub tópico do conteúdo Análise Combinatória no livro didático da E.E.E.F.M. Professor Luiz Gonzaga Burity.

A coleção adotada para o Ensino Médio na referida escola é “Matemática Contexto & Aplicações” da editora ática, do autor Luiz Roberto Dante (DANTE, 2012). Nela, o conteúdo de Análise Combinatória é trabalhado no volume 2 voltado para o 2º ano do Ensino Médio. O livro contém um total de 14 capítulos e 384 páginas. O conteúdo de análise combinatória e visto no capítulo 13 com um total de 32 páginas para o seu estudo, o livro apresenta situações do cotidiano em que a análise combinatória pode ser utilizada como por exemplos na formação de placas de carros, rotas que uma pessoa pode escolher ao viajar, quantidades de maneiras que uma pessoa pode pedir uma refeição em um restaurante, etc., afirmando que o Princípio Multiplicativo é bastante intuitivo, traz a história do início do surgimento da análise combinatória na antiguidade com o stomachion, e aonde ele teve o seu maior desenvolvimento que foi nos jogos de azar, e cita alguns matemáticos famosos que deram as suas contribuição para seus estudos como Arquimedes de Siracusa e Leonhard Euler, o Princípio Multiplicativo só é definido após a resolução de alguns exemplos através de árvores de possibilidades.

2.1.3 O conteúdo Princípio Fundamental da Contagem nas PCNs

Para poder ser feita uma comparação do nível dos alunos que estão saindo do ensino médio com relação ao PFC, será feito uma análise tomando como base os documentos oficiais PCN (BRASIL, 1997), PCN (BRASIL, 1998), PCN (BRASIL, 2000), PCN+ (BRASIL, 2002).

Segundo os PCN de matemática para o ensino fundamental “Mesmo com um conhecimento superficial da Matemática, é possível reconhecer certos traços que a caracterizam: abstração, precisão, rigor lógico, caráter irrefutável de suas conclusões, bem como o extenso campo de suas aplicações.” (BRASIL, 1997, p. 23), nesse documento sugere que os alunos do ensino fundamental do 1° ciclo, que correspondem ao que hoje são o 2° e 3° anos do fundamental, deve ter um domínio do conteúdo que é sugerido por ele no final de sua etapa.

A partir do bloco tratamento da informação desse ciclo já deve ser introduzido o primeiro contato com os problemas de combinatória, esse conteúdo pode ser trabalhado como uma ferramenta para dar significado a operação de multiplicação utilizando como artificio principal a utilização de desenhos ou esquemas. Já no trabalho desse conteúdo no ensino fundamental do 3° ciclo que é equivalente ao que é hoje o 6° e 7° ano do fundamental não deve ser feito segundo os PCN (BRASIL, 1998) de modo que seja necessário o uso de fórmulas para resolvê-los, e sim a utilização de outros artifícios como contagem direta das possiblidades, devendo gradualmente tomar esse método de contagem direta inviável, e como diferencial relacionado ao ciclo anterior será a utilização de valores maiores, pois se sempre forem dados valores pequenos os alunos não se estimularão a utilizar o PFC.

No Ensino Médio como já seria de se esperar o conteúdo de análise combinatória não pode mais ser trabalhado como no ensino fundamental, os PCN trazem uma proposta diferenciada baseada no desenvolvimento de competências e habilidades, espera-se que o aluno dessa etapa tenha uma maturidade maior do que a dos alunos do ensino fundamental.

Para essa etapa segundo (BRASIL, 2000, 2002, 2006) pode-se trabalhar problemas mais elaborados que façam o aluno sentir a necessidade de utilizar estratégias na sua resolução, segundo os PCN

> A Contagem, ao mesmo tempo que possibilita uma abordagem mais completa da probabilidade por si só, permite também o desenvolvimento de uma nova forma de pensar em Matemática denominada raciocínio combinatório. Ou seja, decidir sobre a forma mais adequada de organizar números ou informações para poder contar os casos possíveis não deve ser aprendido como uma lista de fórmulas, mas como um processo que exige a construção de um modelo simplificado e explicativo da situação. (BRASIL, 2000, p.126)

Daí pode-se observar, que além de um conteúdo que exige formas variadas de pensamento matemático a combinatória, também aparece como um tema desafiador já que conhecer as fórmulas ou uma determinada situação não é suficiente, para resolução das mais diversas situações que podem ser exploradas com o conteúdo.

Dessa forma as habilidades a serem desenvolvidos na unidade temática da Análise combinatória são:

> Contagem: princípio multiplicativo; problemas de contagem.
> • Decidir sobre a forma mais adequada de organizar números e informações com o objetivo de simplificar cálculos em situações reais envolvendo grande quantidade de dados ou de eventos.
> • Identificar regularidades para estabelecer regras e propriedades em processos nos quais se fazem necessários os processos de contagem.
> • Identificar dados e relações envolvidas numa situação-problema que envolva o raciocínio combinatório, utilizando os processos de contagem. (BRASIL, 2000, p.128)

2.2 A Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP

A Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) teve seu início no ano de 2005, e tem, segundo o seu site[1] oficial, como seu principal objetivo estimular o estudo da Matemática tanto entre professores quanto entre alunos de todo o país e assim revelar talentos na área. Tem como responsável pela sua realização o Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), abaixo os banners das edições que utilizaremos para serem feito o banco de questões e estatísticas.

Figura 4 – OBMEP

Fonte: www.obmep.org.br/

A última Olimpíada está sendo realizada no decorrente ano de 2014, encontrando-se em sua 10º edição, com mais de 18,1 milhões de alunos de 46.698 escolas em todo o Brasil inscritos e para a sua realização o IMPA contou com o apoio da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), e promoção do Ministério da Ciência e Tecnologia e Inovação (MCTI) e do Ministério da Educação (MEC).

A prova da 10º OBMEP foi dirigida a alunos do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental e aos alunos que estavam cursando o Ensino Médio de escolas públicas tanto municipais, estaduais e federais de todo o país. Os alunos concorrem a prêmios de acordo com suas classificações nas provas como também professores, escolas e secretarias municipais de educação dos alunos participantes.

Os alunos participantes são divididos em 3 níveis de acordo com a série que estão cursando no momento de sua inscrição. No nível 1 disputam os alunos que estão matriculados no 6º ou 7º ano do Ensino Fundamental, no nível 2 disputam alunos que estão matriculados no 8º ou 9º ano do Ensino Fundamental e no nível 3 estão os alunos que se encontram matriculados em qualquer série do Ensino Médio.

Além de sua divisão por nível a OBMEP também dispõe de uma divisão por fase na qual a primeira fase é composta por provas de múltipla escolha diferenciadas de acordo com o nível; na segunda fase é caracterizada pela aplicação de uma prova discursiva aplicada aos alunos que passaram na primeira fase, que por sua vez também é diferenciada por nível.

As provas da primeira fase contêm um total de 20 questões de múltipla escolha com 5 alternativas cada e os alunos dispõem de um tempo máximo de 2 horas e 30 minutos para a sua resolução. Já a prova da segunda fase contém um total de 6 questões discursivas com cada uma dessas divididas em 3 ou em 4 partes, onde por critério questões sem justificativa não são consideras na correção, e os alunos dispõem de 3 horas para a conclusão da prova e o aluno não pode se ausentar antes de 45 minutos do início da prova.

Sobre as questões de Análise Combinatória da OBMEP dos últimos 5 anos que envolvem o Princípio Fundamental da Contagem podemos dizer que a cada ano vem conquistando e mantendo o seu espaço nas provas. A tabela a seguir mostra que no ano de 2009 mal possuía, apenas uma questão do conteúdo de análise combinatória, mas no decorrer dos anos começou a apresentar 2 questões que podiam ser resolvidas pelo princípio fundamental da contagem, a prova do ano de 2014 que encontrasse ainda em sua primeira fase não está incluída na tabela.

Tabela 1 – ocorrência de questões com Análise Combinatória na OBMEP

Ano	Questões de análise combinatória	Princípio Fundamental da Contagem
OBMEP 2013	3	2
OBMEP 2012	2	2
OBMEP 2011	2	2
OBMEP 2010	1	1
OBMEP 2009	1	0

Fonte: Elaboração dos pesquisadores

2.2.1 As questões de Princípio Fundamental da Contagem na OBMEP

A seguir serão apresentadas as questões da OBMEP que foram selecionadas e podem ser resolvidas pelo Princípio fundamental da Contagem, não é de intuito do trabalho resolvê-las, porém a resolução está disponível no site da OBMEP.

OBMEP 2010 – 1° fase – 08 de Junho

Questão 1 - Tio Paulo trouxe cinco presentes diferentes, entre os quais uma boneca, para distribuir entre suas sobrinhas Ana, Bruna, Cecília e Daniela. De quantos modos ele pode distribuir os presentes entre as sobrinhas de modo que todas ganhem pelo menos um presente e a boneca seja dada para Ana?

A) 20 B) 32 C) 60 D) 72 E) 120

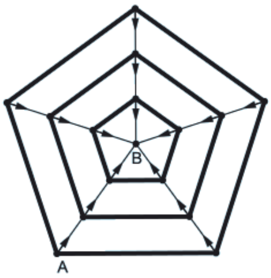
OBMEP 2011 – 1° fase – 16 de Agosto

Questão 2 - Com os algarismos 1, 4, 6 e 8 pode-se formar vários números de três algarismos distintos. Qual é a soma de todos esses números?

a) 12654 b) 12740 c) 13124 d) 13210 e) 13320

Questão 3 - Uma aranha encontra-se no ponto A de sua teia e quer chegar ao ponto B sem passar mais de uma vez por um mesmo segmento da teia. Além disso, ao percorrer um segmento radial (em traço mais fino), ela deve seguir o sentido indicado pela flecha. Quantos são os caminhos possíveis?

Figura 5 – Teia de aranha



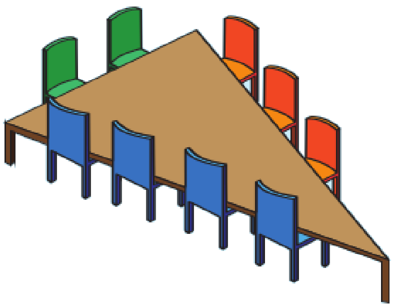
Fonte: BRASIL (OBMEP, 2011, p.04)

a) $2^3 \times 5$ b) $11^3 \times 5^2$ c) 5^3 d) 11^3 e) 2×5^3

OBMEP 2012 – 1º fase – 5 de junho

Questão 4 - Seis amigos, entre eles Alice e Bernardo, vão jantar em uma mesa triangular, cujos lados têm 2, 3 e 4 lugares, como na figura. De quantas maneiras esses amigos podem sentar-se à mesa de modo que Alice e Bernardo fiquem juntos e em mesmo lado da mesa

Figura 6 – Mesa dos amigos



Fonte: BRASIL (OBMEP, 2012, p.04)

a) 288 b) 6720 c) 10080 d) 15120 e) 60480

OBMEP 2012 – 2º fase – 15 de setembro

Questão 5 - Juca quer pintar os algarismos do número 2013, como na figura ao lado, de modo que cada região seja pintada com uma das cores branca, cinza ou preta e que regiões vizinhas tenham cores diferentes.

Figura 7 – Número 2013

Fonte: BRASIL (OBMEP, 2012, p.04)

a) Observe que Juca pode pintar o algarismo 2 de 3 x 2 x 2 maneiras diferentes. De quantas maneiras diferentes ele pode pintar o algarismo 1?

b) De quantas maneiras diferentes Juca pode pintar o algarismo 3?

c) De quantas maneiras diferentes Juca pode pintar o algarismo 0?

d) Escreva uma expressão numérica que permita calcular de quantas maneiras Juca pode pintar o número 2013.

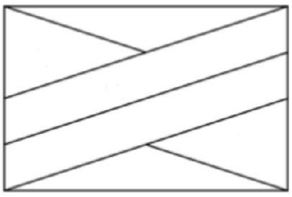
OBMEP 2013 - 1º fase – 4 de junho

Questão 6 - Ana quer fazer duas aulas de natação por semana, uma de manhã e a outra à tarde. A escola de natação tem aulas de segunda a sábado às 9h, 10h e 11h e de segunda a sexta às 17h e 18h. De quantas maneiras distintas Ana pode escolher o seu horário semanal, de modo que ela não tenha suas aulas no mesmo dia nem em dias consecutivos?

A)96 B)102 C)126 D)144 E)180

Questão 7 - Paulo tem tintas de quatro cores diferentes. De quantas maneiras ele pode pintar as regiões da bandeira da figura, cada uma com uma única cor, de modo que cada cor apareça pelo menos uma vez e que regiões adjacentes sejam pintadas com cores diferentes?

Figura 8 – Bandeira a ser colorida



Fonte: BRASIL (OBMEP, 2013, p.04)

A)336 B)420 C)576 D)864 E)972

As questões da OBMEP que envolvem o PFC, eu as considero de um nível médio para difícil, pois exige do aluno uma visão cuidadosa e criteriosa além da utilização de alguns artifícios para serem resolvidas, são questões que além de avaliar o conhecimento do aluno também avalia a sua criatividade e capacidade de resolver problemas.

2.3 O Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM

O Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), de acordo com informações extraídas do portal[2] do INEP, teve iniciou no ano de 1998 com o intuito de avaliar a situação dos nossos alunos ao concluírem a etapa final da educação básica, buscando observar as deficiências deles para poder tomar iniciativas para possíveis melhoras do ensino, buscando assim elevar a qualidade de nossa educação básica.

Já no ano de 2009 o ENEM também começou a ser utilizado como ferramenta de ingresso no ensino superior. Também foram implementadas formas de democratização do ensino superior oferecendo oportunidades de acesso para as vagas nas Instituições Federais de Ensino Superior (IFES), e iniciou uma reformulação no currículo do Ensino Médio.

A nota do ENEM também pode ser utilizada como modo de acesso em universidades, de acordo com a autonomia de todas as instituições esse acesso pode ser único ou combinado com um meio de seleção de ingresso próprio da instituição.

Desde 2004 foi criado o Programa Universidade para Todos (ProUni), o qual o ENEM também é utilizado como acesso a vagas oferecidas pelo governo federal em instituições privadas de ensino superior, com a finalidade de concessão de bolsas total ou parcial. Assim as instituições que aderem a esse programa têm a isenção de tributos.

[2] <http://portal.inep.gov.br/>

Além disso, o EMEN pode ser utilizado com a finalidade de obtenção do certificado de conclusão do Ensino Médio, desde que o aluno seja maior de 18 anos e não tenha concluído a educação básica e, além disso, ele deve indicar no ato da inscrição que pretende utilizar o exame como meio de obtenção do certificado do Ensino Médio, conforme o art. 38 da lei nº 9.394/96.

Segundo JUNIOR et al. (2013) a partir do ano de 2009 o ENEM foi reformulado pelo MEC surgindo assim o NOVO ENEM, que veio com uma proposta diferenciada segundo uma visão pedagógica mais moderna, na qual seguia uma matriz referencial na qual os eixos cognitivos são comuns às quatro áreas de conhecimento:

- LINGUAGENS, CÓDIGOS E SUAS TECNOLOGIAS
- MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS
- CIÊNCIAS DA NATUREZA E SUAS TECNOLOGIAS
- CIÊNCIAS HUMANAS E SUAS TECNOLOGIAS

A aplicação da prova do ENEM está dividida em 2 dias, no primeiro dia o aluno deve responder a 90 questões de múltipla escolha contendo 5 alternativas cada, sendo que 45 dessas questões pertencem ao bloco de conteúdos de ciências humanas e suas tecnologias, mais 45 questões relacionadas ao bloco de conteúdos ciências da natureza e suas tecnologias. No segundo dia de aplicação de prova o aluno tem um modelo de prova bem parecido com o do primeiro dia composto por mais 90 questões múltipla escolha, 45 dessas questões pertencentes ao bloco Linguagens, códigos e suas tecnologias, mais 45 questões relacionadas ao bloco Matemática e suas tecnologias, adicionado com o diferencial da prova do segundo dia de aplicação que é uma proposta de redação que deve possuir entre 8 e 30 linhas.

Segundo informações retiradas do site G1, cerca de 9,5 milhões de candidatos fizeram a inscrição online para as provas do ENEM 2014, sendo que desses inscritos ouve uma queda para 8.721.946 estudantes aptos a fazerem as provas pelo seguinte motivo após a realização das inscrições online os alunos tiveram um prazo de dois dias após o encerramento tinham que pagar uma taxa de 35 reais e muitos candidatos não efetuaram o pagamento, apesar dessa baixa de estudantes aptos a fazerem as provas o ENEM 2014 teve um aumento de 21,6% relacionado com o ano anterior.

Sobre as questões de Análise Combinatória do ENEM, nos últimos 5 anos que envolvem o Princípio fundamental da contagem podemos dizer que o princípio fundamental da contagem não é um tema que vem sendo considerado de muita importância nas provas do ENEM. A tabela a seguir mostra que nos últimos 5 anos esse tema só apareceu com duas questões com abas sendo trabalhadas nessas ultimas 2 edições.

Tabela 2 – Ocorrência de questões de Análise Combinatória no ENEM

Ano	Questões de análise combinatória	Princípio fundamental da contagem
ENEM 2013	1	1
ENEM 2012	1	1
ENEM 2011	1	0
ENEM 2010	0	0
ENEM 2009	2	0

Fonte: Elaboração dos pesquisadores

O que algo a ser considerado, pois esse tipo de exame tem como base os PCN, segundo Sousa e Lopes (2012)

> Os conteúdos relacionados à Combinatória, juntamente com os de Estatística e Probabilidade, foram introduzidos nos currículos de Matemática da Educação Básica a partir dos anos 1990, com a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL 1997), que apresentam os estudos relativos às noções de Estatística, de Probabilidade e de Combinatória no bloco Tratamento da Informação. (SOUSA E LOPES, 2012, P.149)

A seguir serão apresentadas as questões do ENEM que foram selecionadas e poderão ser resolvidas pelo Princípio Fundamental da Contagem, não é intuito do trabalho resolvê-las, porém as resoluções comentadas podem ser encontradas em <http://vestibular.brasilescola.com/enem/correcao-enem-2012.htm> e <http://vestibular.brasilescola.com/enem/correcao-enem-2013.htm>.

2.3.1 As questões de Análise Combinatória do ENEM

ENEM 2012

Questão 1

José, Paulo e Antônio estão jogando dados não viciados, nos quais, em cada uma das seis faces, há um número de 1 a 6. Cada um deles jogará dois dados simultaneamente. José acredita que, após jogar seus dados, os números das faces voltadas para cima lhe darão uma soma igual a 7. Paulo acredita que sua soma será igual a 4 e Antônio acredita que sua soma será igual a 8.

Com essa escolha, quem tem a maior probabilidade de acertar sua respectiva soma é:

a) Antônio, já que sua soma é a maior de todas as escolhidas.

b) José e Antônio, já que há 6 possibilidades tanto para a escolha de José quanto para a escolha de Antônio, e há apenas 4 possibilidades para a escolha de Paulo.

c) José e Antônio, já que há 3 possibilidades tanto para a escolha de José quanto para a escolha de Antônio, e há apenas 2 possibilidades para a escolha de Paulo.

d) José, já que há 6 possibilidades para formar sua soma, 5 possibilidades para formar a soma de Antônio e apenas 3 possibilidades para formar a soma de Paulo.

e) Paulo, já que sua soma é a menor de todas.

ENEM 2013

Questão 2

Um barco solicitou aos seus clientes a criação de uma senha pessoal de seis dígitos, formada somente por algarismos de 0 a 9, para acesso à conta corrente pela internet.

Entretanto, um especialista em sistemas de segurança eletrônica recomendou à direção do banco recadastrar seus usuários, solicitando, para cada um deles, a criação de uma nova senha com seis dígitos, permitindo agora o uso das 26 letras do alfabeto, além dos algarismos de 0 a 9. Nesse novo sistema, cada letra maiúscula era considerada distinta de sua versão minúscula. Além disso, era proibido o uso de outros tipos de caracteres.

Uma forma de avaliar uma alteração no sistema de senhas é a verificação do coeficiente de melhora, que é a razão do novo número de possibilidades de senhas em relação ao antigo.

O coeficiente de melhora da alteração recomendada é

a) $\frac{62^6}{10^6}$ b) $\frac{62!}{10!}$ c) $\frac{62!4!}{10!56!}$ d) $62! - 10!$ e) $62^6 – 10^6$

Esses 2 tipos de problemas encontrados sobre o Princípio fundamental da contagem nas suas 5 últimas edições, as considero fáceis, embora como é de característica das provas do ENEM todas as questões são contextualizadas e possuem um enunciado bastante extenso e exigem uma capacidade de interpretação do aluno além de ser um exímio leitor. Estou de acordo com o nível das questões do ENEM, segundo as OCEM o que se espera do nosso processo de ensino e aprendizagem é que os alunos ao concluírem a educação básica tenham desenvolvido a capacidade de resolver “problemas interessantes, quer sejam de aplicação ou de natureza simplesmente teórica”. (BRASIL, 2006. P.70).

3 O ESTÁGIO SUPERVISIONADO E A IDÉIA DA PESQUISA

A intervenção ocorrida na disciplina de Estágio Supervisionado IV, foi na escola onde foram aplicados os questionários, com o conteúdo que seriam analisados, acerca dos conhecimentos dos alunos. Dessa forma, o objetivo desse capítulo é expor ao leitor as influências quanto à escolha do conteúdo e do local da aplicação dos questionários, bem como as impressões iniciais sobre o tema que foi de interesse da pesquisa. Portanto, para exposição das considerações iniciais, é considerado de muita importância o relato de nossas atividades desenvolvidas na disciplina supracitada.

A nossa ação/intervenção desenvolvida teve início no dia 10 de março de 2014 e termino no dia 11 de abril de 2014. As aulas foram realizadas nas turmas do 2º ano D e 2º ano E do Ensino Médio regular, no turno vespertino, da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Professor Luiz Gonzaga Burity. Ministramos um total de 20 horas aula em cada uma das turmas. Cada aula possuía uma duração de 45 minutos e tínhamos a nossa disposição um total de 4 aulas semanais em cada uma das turmas.

3.1 Considerações Iniciais sobre a Escola

A referida escola foi fundada por Jaime Alves da Silva no ano de 1968, e está localizada na Rua da Vitoria no centro da cidade de Rio Tinto, a qual tanto atende a alunos do centro da cidade quando alunos vindos do interior. A escola tem como seu foco principal atender a alunos do Ensino Médio regular (turnos diurno e noturno), Ensino Fundamental (turno vespertino), e o Ensino de Jovens e Adultos (EJA), no turno noturno. Quanto a sua estrutura física seu espaço interno chega a 4372 m², possui 13 salas de aulas disponíveis.

A escola possui uma biblioteca, na qual possui uma quantidade razoavelmente boa de livros, embora o ambiente não seja adequado pra leitura, pois além de possuir apenas uma mesa quebrada para os alunos se acomodarem a escola também disponibiliza a mesma para outras duas atividades que são: plantão de monitoria da disciplina de Matemática realizado pelo Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) e também para o constante empréstimo de livros didáticos, os quais os alunos por não haver em quantidade suficiente para todos, são distribuídos aos alunos que devem pegá-los e devolvê-los constantemente, aula após aula, sempre que o professor precisar utilizá-los. A escola não possui laboratório de Matemática, dispõe de um Datashow e duas caixas de som as quais utilizamos, possui um laboratório de informática climatizado com uma quantidade razoável de computadores.

A escola possui uma boa equipe de professores de Matemática, os quais um possuem mais de uma graduação, dois professores cursando o mestrado e um no seu último período de graduação, totalizando 5 professores de Matemática, distribuídos 3 turnos de funcionamento da escola.

3.1 A Intervenção

Inicialmente nos apresentamos a escola e nos colocamos a disposição do professor regente. O professor havia decidido, por opção própria, começar o ano letivo com o conteúdo de análise combinatória, para logo em seguida, continuar com o estudo das probabilidades. Tomando assim, um caminho diferente do que havia optado no ano letivo anterior, que foi o de se iniciar com o estudo da trigonometria.

Tivemos acesso à informação por meio do professor e dos alunos da escola, que nos cederam esses dados, de modo informal.

O conteúdo já tinha sido iniciado por uma atividade de pesquisa a qual os alunos pesquisaram fatos históricos e aplicações da Análise combinatória e apresentaram esses dados em forma de seminários. No período de regência do estágio estava previsto ser trabalhado os seguintes tópicos dentro do conteúdo: princípio fundamental da contagem, árvore de possibilidades, arranjos simples, fatorial de um numero natural, permutações simples, permutações com repetição e combinações simples. O objetivo era de trabalhar esses conteúdos tanto de forma contextualizada, quanto de forma teórica de modo que levasse o aluno a saber expressar o seu raciocínio na resolução de questões referentes a esse conteúdo.

Nossa atividade pedagógica realizada inicialmente foi estimular os alunos mostrando a eles como a análise combinatória pode ser utilizada no nosso dia a dia através de vídeos didáticos retirado das series “Matemática em toda parte II” e “Arte e Matemática”, tratando os tópicos que foram trabalhados nas aulas seguintes os vídeos trabalhavam principalmente a teoria dos grafos e o interesse inicial sobre seu estudo e aplicações no nosso mundo contemporâneo. Os conteúdos efetivamente trabalhados na intervenção foram: árvore de possibilidades, principio multiplicativo, principio aditivo, fatorial de um numero natural e permutação simples.

Esses conteúdos foram trabalhados através de aulas inicias tentando trabalhar a motivação do estudante sobre o conteúdo. Logo após disso, sendo aplicadas aulas de modo que os alunos desenvolvessem habilidade suficiente para resolver questões do ENEM e da OBMEP além de situações do cotidiano retiradas do site do Rived, através de uma lista de exercícios que foi entregue aos alunos na primeira aula para serem retiradas copias.

A sistemática de avaliação foi realizada através de atividades feitas na sala e trabalhos feitos em casa a possibilidade de fazer uma avaliação escrita foi descartada por dois motivos um deles foi a falta de tempo e o outro motivo foi que o professor regente aconselhou a não fazer esse tipo de avaliação devido ao baixo nível de desempenho da turma nesse tipo de atividade.

Devido a isso, nos questionamos: O que leva ao baixo rendimento da turma, determinado tipo de avaliação? Seria o tipo de avaliação ou o conteúdo que gera índices insatisfatórios?

Fomos pra a sala de aula, entregamos o material de aula com quatro páginas em sua maioria de exercícios contextualizados e algumas definições sobre o conteúdo logo em seguida comunicamos aos alunos que eles teriam aproximadamente um mês de aulas apenas com nossa equipe, sem as aulas do professor regente, (in)felizmente tivemos que ministrar a aula seguindo a sequência do livro didático como o professor regente estava fazendo, o conteúdo trabalhado foi princípio multiplicativo introduzido pela árvore de possibilidades; com o seguinte exemplo retirado do livro didático do Dante (2012).

Num restaurante há 2 tipos de salada, 3 tipos de pratos quentes e 3 tipos de sobremesa. Quais e quantas possibilidades temos para fazer uma refeição com 1 salada, 1 prato quente e 1 sobremesa? Dante (2012, p.277)

Ao resolver mais esse problema além dos outros que o professor regente já tinha feito, e discutindo a sua solução com os alunos através de árvore de possibilidades, um dos alunos fez o seguinte questionamento com um tom de desafio ou de sugestão, que aquela parte poderia ser dispensável na introdução do conteúdo “Professor por que a gente faz isso se depois a resposta é apenas multiplicar os valores que são dados no problema 2 x 3 x 3 = 18?”, querendo ir contra a recomendação dada pelas OCEM que dizem:

A utilização do diagrama de árvores é importante para clarear a conexão entre os experimentos compostos e a combinatória, pois permite que visualizemos a estrutura dos múltiplos passos do experimento (BRASIL, 2006).

Mediante esse questionamento demos como resposta que o princípio multiplicativo deveria ser introduzido dessa maneira para que os alunos visualizassem todas as possibilidades de escolhas e notassem de forma intuitiva o que ele tinha acabado de visualizar com esse questionamento, porem percebemos que ele não gostou disso e que preferia que tivéssemos dito logo a resposta, dispensando todo aquele trabalho de construção de uma árvore de possibilidades. Logo em seguida, resolvemos o exemplo do livro que vinha em sua sequência:

Com os algarismos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7:

a) Quantos números de 3 algarismos podemos formar?

b) Quantos números de 3 algarismos distintos podemos formar? (DANTE, 2012, p.278)

A letra "a", desse exemplo foi facilmente resolvida os alunos entenderam a restrição do zero na posição das centenas sem muitas dificuldades, e apresentaram o número total como sendo 7 x 8 x 8 = 448 números possíveis, socializamos essa resolução no quadro com os demais alunos e fomos para a letra "b".

Já na letra "b" tivemos uma enorme dificuldade, pois em sua solução ocorreu um dilema que confundiu os alunos que foi o seguinte, demos um tempo para eles resolverem a questão alguns chegaram ao seu resultado de forma mecânica, porém, sem entender ou saber explicar o que foi feito no decorrer da resolução da solução do problema 7 x 7 x 6 = 294, o que muito disseram foi: "Professor se não pode repetir algarismos por que aparece o 7 duas vezes uma na ordem da centena e outra na ordem da dezena?"

Daí pudemos ver a importância da árvore de possibilidades na apresentação do assunto pois é por meio dela que é possível justificar esse tipo dúvida vinda por parte dos alunos, que confundiram o número de possibilidades para uma tomada de decisões com um algarismo dado no problema, depois dessa inquietude decidimos retomar um exemplo desse tipo com um número menor de algarismos em uma próxima aula expositiva para poder explicar o princípio fundamental da contagem de forma mais clara através de uma árvore de possibilidades.

Na próxima aula tivemos todo um apoio do professor regente que nos auxiliou com os aparelhos eletrônicos data show e caixa de som para que pudéssemos exibir um dos vídeos da série "arte e Matemática" titulado de "Matemática na cidade" que relatava os princípios combinatórios nos correios como possibilidades de Código de Endereço Postal (CEP) e na otimização do tempo de entrega de cartas através de um grafo e como surgiu a teoria dos grafos na cidade Könisberg com a proposta de resolução do matemático suíço Euler, depois da exibição do vídeo os alunos foram questionados sobre o conteúdo apresentado com as seguintes perguntas: Do que foi apresentado no vídeo, o que vocês se recordam da apresentação dos seminários?. Os alunos responderam sem respeitar a presença do professor regente "Nada porque o professor não explicou isso direito ele não sabe explicar".

A partir desse momento, nos questionamos: Até que ponto a turma realmente se envolve nas aulas para assumir esse posicionamento? Seriam turmas que de fato não tiveram conhecimento do conteúdo ou turmas que não souberam se apropriar do conteúdo de forma satisfatória, não participando da aula, tirando dúvidas ou fazendo os exercícios? O professor regente é o culpado do fracasso conteudista dos alunos?

Depois disso, retomamos a turma falando que os seminários já apresentados anteriormente no meu período de observação não tinham sido apresentados pelo professor da turma, e sim pelos alunos mas mesmo assim não tivemos um retorno satisfatório da turma relacionado as respostas que gostaríamos de ter, daí demos uma revisão sobre a origem da combinatória e os matemáticos que iniciaram seus estudos e algumas aplicações dos seus estudos no dia a dia.

Nesse instante, levantamos outros questionamentos, tais quais: O que levam os alunos a demonstrarem maior ou menor interesse nas atividades propostas para o conteúdo do princípio fundamental da contagem? Essa desmotivação em participar com atividades dispares ao ensino tradicional poderia ofertar escores diferentes ao desempenho dos alunos nas questões que abraçam essa proposta conteudista?

Na próxima aula já esperávamos que os alunos tivessem em mãos o material que havíamos entregado para tirar Xerox, porém não foi isso que ocorreu, fizemos um exemplo bem parecido com o qual tinha apresentado na primeira aula que os alunos tiveram dúvidas que foi o seguinte:

Com os algarismos 0, 1, 3 e 5. Quantos números de três algarismos distintos podem ser formados?

Com esse esquema os alunos aparentemente entenderem melhor o princípio fundamental da contagem e através da árvore de possibilidades visualizaram que os valores da quantidade de possibilidades poderiam ser repetidos sem que se repetissem os algarismos.

Em seguida apresentamos o que era fatorial de um número natural, embora não pretendia trabalhar com a aplicação de fórmulas a notação de fatorial de um número natural se mostra importante tanto para o entendimento da dedução de fórmulas quanto para a compreensão de alternativas de múltipla escolha dadas nas provas do ENEM.

Os alunos disseram ser bem fácil a resolução de questões que envolvem a simplificação de número fatorial, resolvemos algumas e deixamos outra como exercícios para serem resolvidas na sala, eles tiveram dificuldades em algumas até um pouco mais que esperávamos até porque eles disseram achar bem simples, percebemos que eles tinham certa preferência por trabalhar com fatorial de um número natural acreditamos que pelo fato do conteúdo ser desenvolvido por um algoritmo fixo que é algo que eles já estavam bem habituados.

Na aula seguinte foi a exibição do vídeo “Arte e Matemática” titulado de a forma que se transforma no qual em seu início até a metade fala um pouco de topologia das formas conteúdo o qual não é relevante no nosso trabalho do estudo da análise combinatória, porém, a segunda parte do vídeo trabalha muito bem uma introdução ao estudo da teoria dos grafos com uma abordagem histórica do problema resolvido por Euler da 7 pontes de Könisberg na Alemanha além disso apresenta como Euler provou que esse tipo de questão não tem solução de forma bem ilustrada e didática, e também apresenta que com um acréscimo de uma oitava ponte o problema passaria a ter solução.

Além desse problema ainda envolvendo grafos foram apresentados outros como o de figuras planas que são possíveis serem desenhada sem tirar o lápis do papel e sem passar duas vezes pelo mesmo local, além de uma história de uma princesa que morreu solitária devido a um problema que foi dado pelo rei para o pretendente de sua filha poder se casar com ela, problema esse insolúvel. Os alunos na discussão do vídeo não conseguiram fazer uma conexão lógica do que tem haver a teoria dos grafos com o estudo da análise combinatória infelizmente a aula se encerrou antes do tempo esperado.

Depois foi passada uma atividade para ser feita em sala, através de questões do ENEM das provas das duas últimas edições que utilizavam o princípio fundamental da contagem na sua resolução.

ENEM 2013 (BRASIL, 2013, 2°Dia 5 – AMARELO, P.25)

Um barco solicitou aos seus clientes a criação de uma senha pessoal de seis dígitos, formada somente por algarismos de 0 a 9, para acesso à conta corrente pela internet.

Entretanto, um especialista em sistemas de segurança eletrônica recomendou à direção do banco recadastrar seus usuários, solicitando, para cada um deles, a criação de uma nova senha com seis dígitos, permitindo agora o uso das 26 letras do alfabeto, além dos algarismos de 0 a 9. Nesse novo sistema, cada letra maiúscula era considerada distinta de sua versão minúscula. Além disso, era proibido o uso de outros tipos de caracteres.

Uma forma de avaliar uma alteração no sistema de senhas é a verificação do coeficiente de melhora, que é a razão do novo número de possibilidades de senhas em relação ao antigo.

O coeficiente de melhora da alteração recomendada é

a) $\frac{62^6}{10^6}$ b) $\frac{62!}{10!}$ c) $\frac{62!4!}{10!56!}$ d) 62! - 10! e) 626 – 106

ENEM 2012 (BRASIL, 2012, 2° Dia, Caderno 5 – AMARELO, P.29)

José, Paulo e Antônio estão jogando dados não viciados, nos quais, em cada uma das seis faces, há um número de 1 a 6. Cada um deles jogará dois dados simultaneamente. José acredita que, após jogar seus dados, os números das faces voltadas para cima lhe darão uma soma igual a 7. Paulo acredita que sua soma será igual a 4 e Antônio acredita que sua soma será igual a 8.

Com essa escolha, quem tem a maior probabilidade de acertar sua respectiva soma é:

a) Antônio, já que sua soma é a maior de todas as escolhidas.

b) José e Antônio, já que há 6 possibilidades tanto para a escolha de José quanto para a escolha de Antônio, e há apenas 4 possibilidades para a escolha de Paulo.

c) José e Antônio, já que há 3 possibilidades tanto para a escolha de José quanto para a escolha de Antônio, e há apenas 2 possibilidades para a escolha de Paulo.

d) José, já que há 6 possibilidades para formar sua soma, 5 possibilidades para formar a soma de Antônio e apenas 3 possibilidades para formar a soma de Paulo.

e) Paulo, já que sua soma é a menor de todas.

No geral pudemos observar muitos dados vindas da resolução dessa atividade, são eles:

1) Alguns alunos até conseguiram resolver as questões com o esclarecimento de uma dúvida ou outra, mas não conseguiram justificar o que eles pensaram para que pudesse chegar até o resultado obtido;

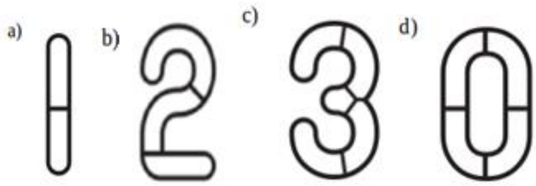
2) Outro dado importante que se notou foi falta de interesse em aprender o assunto, muitos alunos esperaram alguém fazer para depois copiarem a resposta, além disso não atentaram aos “pequenos detalhes” como expoentes;

3) Na segunda questão a turma achou mais fácil fazer caso a caso as possibilidades de cada jogador, algo que é viável para um número pequeno como faces de um dado, mas para valores maiores eles sentiriam mais dificuldade.

Na outra aula nós apresentamos as soluções para a atividade e conversamos com os alunos sobre essas três observações que relatamos, com o intuito de ver se haveria uma melhora na realização da próxima atividade.

A Próxima atividade foi levada para casa adaptada da prova da OBMEP e outra questão confeccionada por nossa equipe:

1) De quantos modos podemos pintar os algarismos seguintes dispondo de 3 cores distintas de modo que regiões vizinhas tenhas cores diferentes.



Observou-se uma maior variedade de respostas e os alunos apesar de cometerem erros que são normais no processo de aprendizagem e em problemas de combinatória desse tipo, podem ser observados uma melhoria considerável na justificativa das soluções, pode-se dizer até que a conversa e orientação que tivemos na outra aula surtiu um bom resultado.

1) Quantos números pares de três algarismos distintos podemos formar com os algarismos 0, 6, 7, 8 e 9.

Neste ponto, a dificuldade foi maior do que esperávamos. Pois, em sala de aula foi discutido uma questão semelhante que independia do número utilizado ser par ou ímpar, e essa simples alteração fez com que os alunos reagissem mal. Na proposta de trabalho, essa troca para números pares foi proposital, sendo usada para incentivar o desenvolvimento do raciocínio por parte do alunado. Quando surgiam dúvidas, as mesmas eram esclarecidas de forma clara e objetiva, mas com o cuidado de não dar a resposta, através da explicação: “Fixe os valores pares na posição das unidades, de modo a dividir o problema em três casos e depois utilize o princípio aditivo para chegar até o resultado”. Fato esse que os irritou, e uma das alunas disse: “Professor o senhor não explicou isso não, o que foi feito em sala não falava nada de par ou de ímpar, o senhor colocou uma coisa totalmente diferente no trabalho”.

Na conclusão do referido trabalho podemos considerar que os objetivos e o desenvolvimento das competências e habilidades, foram em geral, atingidos. Apesar de ter sido feito alguns sacrifícios de conteúdos não ministrados e para que isso ocorresse, tivemos que abrir mão dos estudos de permutações com repetição, arranjos simples e combinações simples, mas, contudo percebemos uma constante evolução dos alunos na linguagem oral e escrita, infelizmente eles não atingiram um nível que para nossa equipe seria o ideal para uma turma do 2º ano do Ensino Médio, porém, a dissertação de questões de Matemática é algo que deve a vir a melhorar com o tempo e treinamento, e antes das nossas aulas eles não tinham começado ainda a desenvolver esses textos nos quais eles precisavam descrever seus pensamentos no papel, algo que pode ter sido pouco trabalhado no Ensino Fundamental e na primeira série do Ensino Médio ou até mesmo não ter sido trabalhado por professores anteriores.

O interesse investigativo dos alunos também aumentou algo que percebemos em alguns momentos de atividades, o desenrolar dos fatos poderiam ter sido bem melhores se a colaboração da turma tivesse sido outra, pois pudemos notar que alguns alunos tiveram uma forte resistência a leitura nas questões principalmente as do ENEM que contém textos grandes. O desinteresse da turma e a insistência em usar Smartphones no horário da aula tanto para jogos quanto em redes sociais, além conversas paralelas ao assunto, e também uma forte preferência da turma por exercícios mais convencionais e com um algoritmo a ser seguido de forma direta e sem muito pensamento.

Como principal obstáculo para o processo de ensino e aprendizagem no colégio Burity de um modo geral destacamos: paralisações que quebram totalmente o ritmo das aulas e feriados os no calendário, que quando não são em uma segunda ou sexta, os alunos tratam como "imprensado" e não vão para aula no dia seguinte, outro problema antigo da escola é a demora na definição de um horário de aulas definitivo.

Após a experiência de Estágio Supervisionado IV, e destacado nossos questionamentos, resolvemos voltar a referida escola para analisar o que os alunos dessa instituição sabem sobre o princípio fundamental da contagem em caráter de avaliação instituída pelo governo, como as questões propostas pelo ENEM e pela OBMEP. Esses questionamentos nos fizeram refletir sobre o que mais tarde, compôs o terceiro e quarto capítulo de nosso trabalho.

4 A PESQUISA

4.1 Determinação da amostra

A pesquisa foi realizada na cidade de Rio Tinto - PB em uma Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio, foi tomada como amostra 121 alunos concluintes do Ensino Médio, distribuídos em 3 turnos e divididos em 5 turmas sendo que as do horário matutino continham 51 alunos distribuídos entre duas salas de aula, no horário vespertino em uma única sala de aula contendo 23 alunos, e no horário noturno tendo um total de 47 alunos sendo 18 do Ensino Médio regular e outros 29 da modalidade EJA. A pesquisa foi realizada através de uma coleta de dados por intermédio da aplicação de um questionário (apêndice A).

4.2 Construção do instrumento

O instrumento de coleta de dados foi construído, através de 2 etapas, a primeira constava de um questionário simples com o intuito de conhecer o perfil dos alunos que estavam cursando o 3° ano do ensino médio da escola estadual, com questões pessoais relativas ao sexo, idade, trabalho, repetência; relação com a Matemática, conteúdo matemático favorito, entre outras. Já na segunda etapa foram propostas duas questões contextualizadas, uma retirada do livro didático adotado na referida escola DANTE 2012, e outra retirada da prova da OBMEP 2012, elas foram escolhidas de modo que tivessem níveis de dificuldades diferenciados sendo todas relativas ao conteúdo PFC.

4.3 Fases da pesquisa

Após revisão bibliográfica e sondagem do conteúdo em questão, nos livros didáticos da escola, foi realizada a aplicação dos questionários aos alunos concluintes do ensino médio. Posteriormente, foi realizada uma análise de dados do desempenho dos alunos.

4.3.1 A aplicação do questionário

O instrumento de investigação do trabalho escolhido foi um questionário que foi aplicado nos três turnos da escola E.E.F.M. Professor Luiz Gonzaga Burity, nas turmas concluintes do Ensino Médio, quando fui a referida escola no dia 07/07/2014, foi conversado com a direção da escola, com alguns professores e com a inspetora de alunos para o agendamento de uma possível aplicação do questionário, na semana do retorno às aulas, a funcionalidade da escola se encontrava em recesso de meio de ano. Na semana seguinte, no dia 14/07/2014, realizou-se no colégio a aplicação do questionário nas turmas do 3° ano do Ensino Médio, nos três turnos. Foi obtido total colaboração de todos os professores que se dispuseram a ceder as aulas e auxiliar na distribuição dos questionários para com os alunos, devido a tal cooperação consegui aplicar todos os questionários em um único dia.

Houve também uma conversa informal com todos os professores de Matemática das turmas e foi percebido que, apenas os alunos do turno da manhã já tinham o conhecimento do assunto, pois o professor do ano anterior tinha trabalhado e o atual começou o ano com noções de estatística, métodos de contagem.

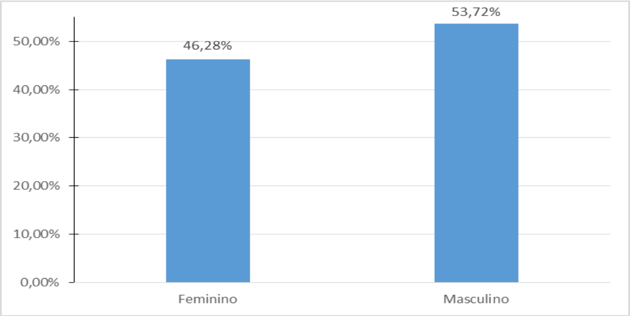
Na aplicação do questionário em especial no turno da manhã teve um problema que foi a falta de motivação dos alunos, porque quando foi entregue o questionário eles perguntaram de imediato se valia pontos na disciplina de Matemática, foi informado em todas as turmas que se tratava de uma pesquisa para o curso de Licenciatura em Matemática com intuito de iniciar uma discursão sobre as dificuldades no aprendizado dos alunos e que não precisavam nem sequer colocar o nome no questionário e logo não seriam prejudicados se não conseguissem resolver as questões nem beneficiados na disciplina, que era uma pesquisa de caráter voluntário visando melhorar o ensino. No decorrer da aplicação notou-se que muitos alunos fizeram o questionário de qualquer maneira, alguns alunos “socializaram” as respostas do questionário individual. Devido a desmotivação e desinteresse de preencher o questionário, muitos alunos nos devolveram o questionário sem responder as questões de combinatória, contudo apenas um único aluno nos 3 turnos se recusou a receber o questionário.

4.3.2 As turmas concluintes da E.E.E.F.M. Professor Luiz Gonzaga Burity

Dados Pessoais dos alunos

O Gráfico 1, mostra em síntese o perfil social dos alunos entrevistados da amostra continham no total 53,72% alunos do sexo masculino e 46,28% do sexo feminino. Observe os dados mais detalhados a seguir sobre a representação de gráfico.

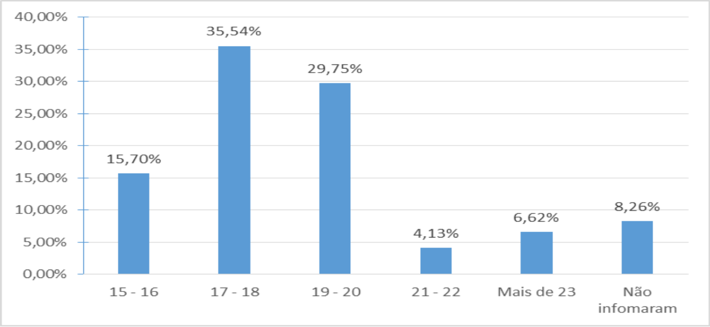
Gráfico 1 - Sexo



Fonte: Elaboração dos pesquisadores

Na análise do Gráfico 2, A maior parte dos entrevistados encontrava-se na faixa etária variando entre 17 e 18 anos de idade com 35,54%. Observe os dados mais detalhados a seguir sobre a representação de gráfico.

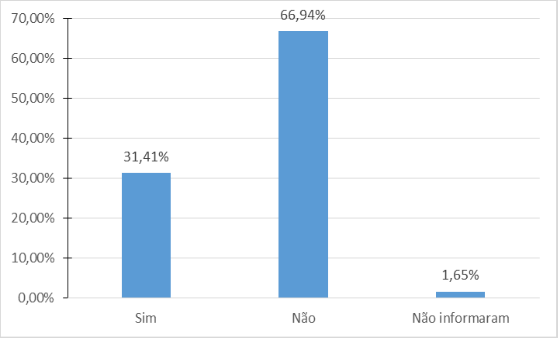
Gráfico 2 – Faixa etária



Fonte: Elaboração dos pesquisadores

Sobre os dados apresentados no Gráfico 3, na maioria 66,94% eram de alunos que tinham disponibilidade de tempo total voltada para os estudos, pois não trabalhavam. Observe os dados mais detalhados a seguir na representação gráfica.

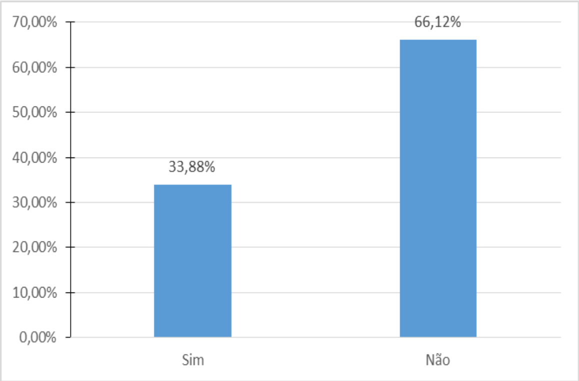
Gráfico 3 – Trabalha?



Fonte**: Elaboração dos pesquisadores**

Segundo apresenta-se o Gráfico 4, em seu maior número se declararam morando longe da escola 66,12%. Observe os dados mais detalhados a seguir sobre a representação gráfica.

Gráfico 4 – Você mora perto da escola?

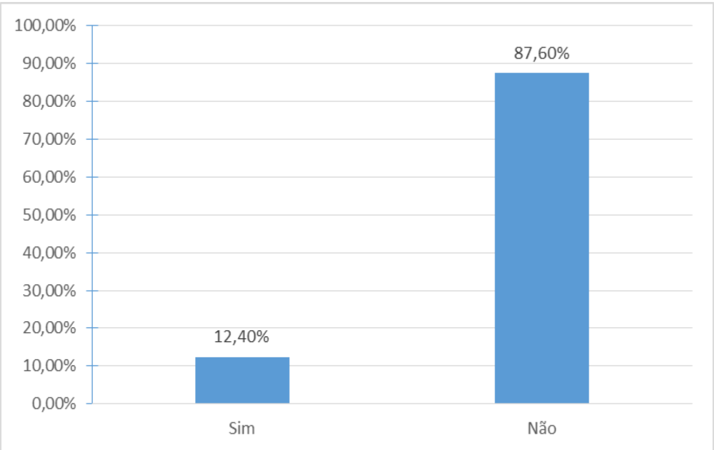


Fonte: Elaboração dos pesquisadores

Situação escolar dos alunos

No Gráfico 5, com relação à repetência pode-se observar que um total de 87,60% nunca foram reprovados em nenhuma das séries do ensino médio. Observe os dados mais detalhados a seguir sobre a representação gráfica.

Gráfico 5 – É aluno repetente do ensino médio?

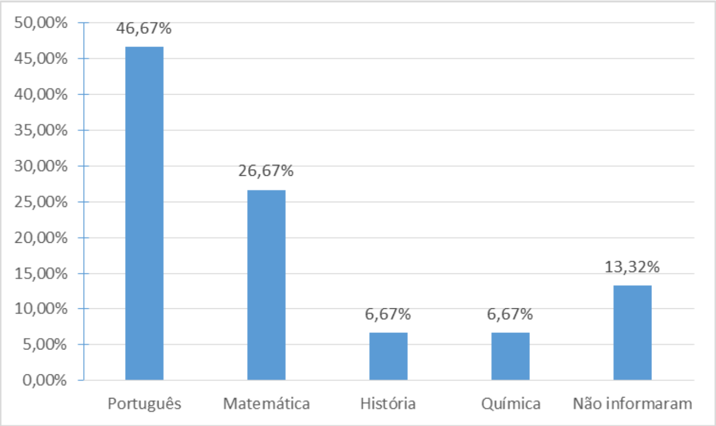


Fonte: Elaboração dos pesquisadores

É possível observar no Gráfico 6, que dos 12,40% que haviam sido reprovados, a disciplina que mais causou reprovações foi a de Língua Portuguesa com um total de 46,67%

das reprovações, seguida pela disciplina de Matemática com 26,67% das reprovações. Observe os dados mais detalhados a seguir sobre a representação gráfica.

Gráfico 6 – Em qual disciplina do ensino médio foi reprovado?

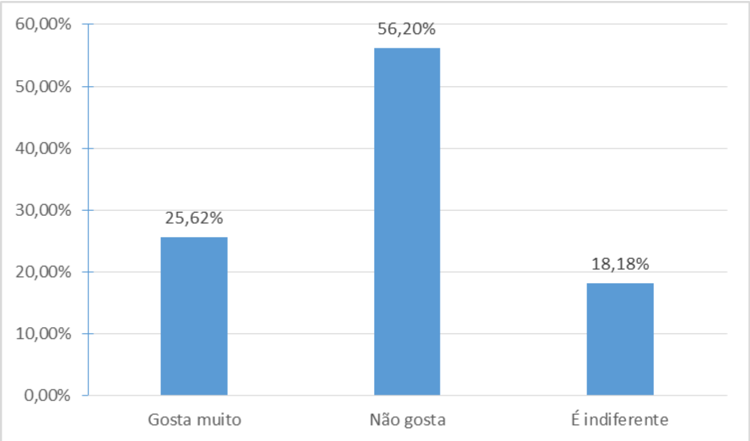


Fonte: Elaboração dos pesquisadores

Importância da Matemática para os alunos

No Gráfico 7, quando questionados sobre sua relação pessoal com a matemática 56,20% afirmaram que não gostam da disciplina, argumentando em sua maioria que essa aversão vem de considerar a disciplina difícil e pela necessidade de raciocínio em um caso particular de justificativa um aluno disse "A minha cabeça dói só de pensar". Observe os dados mais detalhados a seguir sobre a representação gráfica.

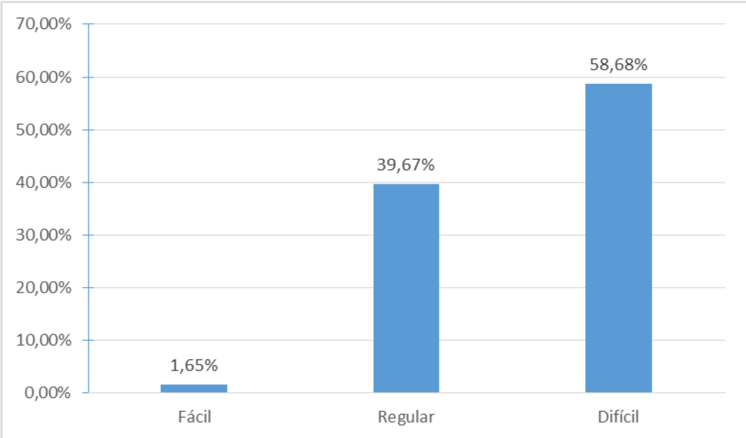
Gráfico 7 – Qual sua relação com a matemática:



Fonte: Elaboração dos pesquisadores

No Gráfico 8, Quando a pergunta foi relacionada com o grau de dificuldade do aluno relacionado com a matemática o resultado chamou atenção 58,68% dos alunos consideram a matemática difícil em concordância com as justificativas anteriores, e apenas 1,65% dos alunos dizem considerar como sendo fácil. Observe os dados mais detalhados a seguir sobre a representação gráfica.

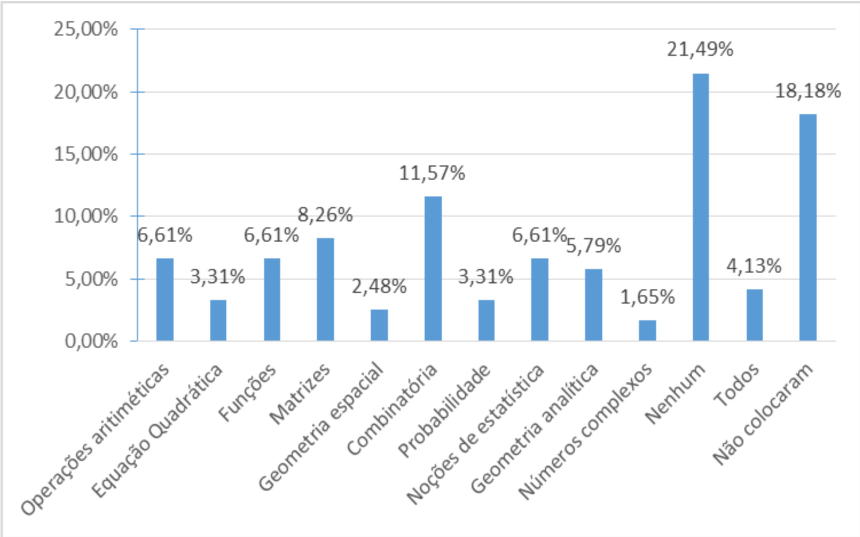
Gráfico 8 – Você considera a matemática uma disciplina:



Fonte: Elaboração dos pesquisadores

No Gráfico 9, percebe-se quando o questionamento foi relacionado ao conteúdo favorito do ensino médio houve um grande número de alunos de que declararam que não gostaram de nenhum dos conteúdos de matemática cerca de 21,49% alunos, seguido por um grande número de omissões cerca de 18,18% alunos, apesar de não ser conteúdo ministrado no ensino médio, alguns alunos cerca de 6,61% afirmam que, tiveram como conteúdo favorito as operações aritméticas (multiplicação e/ou divisão), algo que considero pertinente pois para resolver problemas de contagem são requisitos indispensáveis. Observe os dados mais detalhados a seguir sobre a representação gráfica.

Gráfico 9 – Qual o conteúdo matemático do ensino médio você mais gostou?

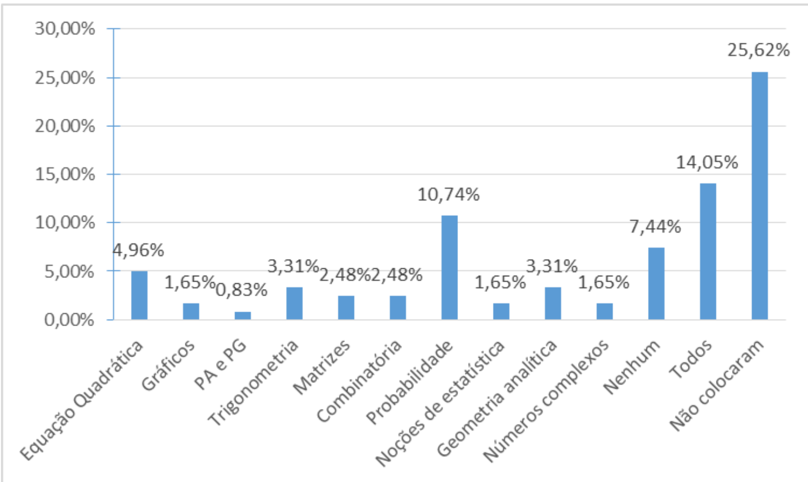


Fonte: Elaboração dos pesquisadores

Através do Gráfico 10, observa-se quando foi perguntado qual o conteúdo matemático do ensino médio que os alunos menos gostavam, eles responderam aleatoriamente, então dividimos as respostas em duas categorias: as que realmente eram conteúdo do ensino médio e a outra relacionada a conteúdos que deveriam ser vistos no ensino fundamental e quando somados deverá totalizar 100%.

Relacionado aos conteúdos do ensino médio, foi chamada à atenção mais uma vez para o número de omissões que foram de 25,62% alunos, e na segunda colocação 14,05% dos alunos responderam ser todos os conteúdos.

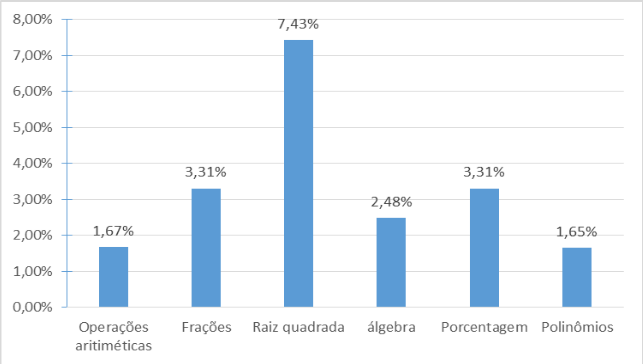
Gráfico 10 – Qual o conteúdo matemático do Ensino Médio você menos gostou?



Fonte: Elaboração dos pesquisadores

Já quando é relacionado aos conteúdos do ensino fundamental um total de 19,83% alunos admitiram que não gostaram de alguns, o líder de rejeição nessa subcategoria é o de raiz quadrada com 7,43% alunos. Observe os dados mais detalhados a seguir sobre a representação gráfica.

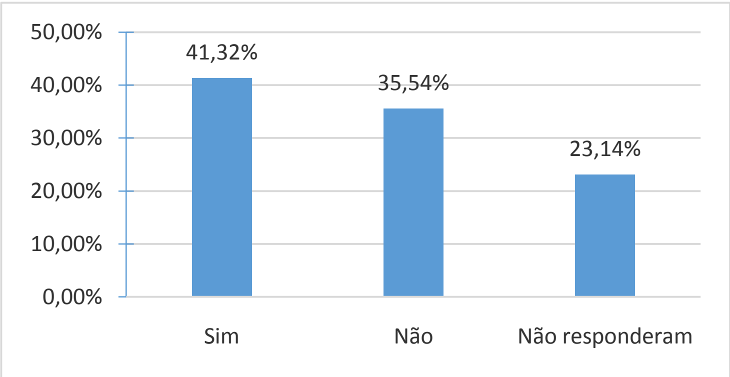
Gráfico 11 – Qual o conteúdo do Ensino Fundamental você menos gostou?



Fonte: Elaboração dos pesquisadores

Já no Gráfico 12, quando perguntados se já tinham resolvido alguma questão como a que veria a seguir, envolvendo contagem obtivemos que 41,32% afirmaram que sim. Observe os dados mais detalhados a seguir sobre a representação gráfica.

Gráfico 12 – Já resolveu uma questão como a seguinte?



Fonte: Elaboração dos pesquisadores

4.3.3 Conhecimentos Prévios dos sujeitos da pesquisa

Baseado no contato que foi obtido, oportunizado pela disciplina de Estágio Supervisionado IV, em conjunto com nosso ciclo social, de conhecimento dos professores e alunos da instituição onde foi aplicado o questionário, pode-se perceber que a maioria dos alunos não apresenta dificuldades com o algoritmo da multiplicação. Foi julgado que o domínio sobre a multiplicação, tabuada, algoritmo multiplicativo é um conhecimento necessário para o estudo do Princípio Fundamental da Contagem, e consequentemente, desenvolvimento do conteúdo de Análise Combinatória.

Também foi diagnosticado, através da observação na disciplina de Estágio Supervisionado IV e de conversas informais com os professores, que o alunado em questão apresenta, com frequência, um perfil de desmotivação e desinteresse em atividades curriculares que não são pontuadas nas médias bimestrais.

Por fim, pode-se constatar que os alunos não sentem dificuldades críticas com o algoritmo, mas apresentam grandes lacunas no que se refere interpretação de texto, sobretudo os enunciados solicitados nas questões que propusemos em nossa intervenção de Estágio. Os alunos não conseguem abstrair enunciados e criar a situação para poder resolver um dado problema ou exercício, eles preferem a mecanização da matemática, no que se refere retirar números de uma sentença para aplicação direta em alguma fórmula.

4.4 A questão proposta

Primeiramente, será justificado o porquê não foi utilizada uma questão do ENEM na aplicação do questionário, as questões do ENEM seriam muito extensas para uma leitura, e de certa forma haja visto uma certa desmotivação dos alunos em responder as questões de contagem após haverem respondido o questionário com seus dados pessoas.

Questão 11 – De quantas maneiras diferentes pode-se vestir uma pessoa que tenha 5 camisas, 3 calças, 2 pares de meia e 2 pares de sapato?

Era uma das mais simples bastava apenas multiplicar todos os valores que aparecem em seu enunciado, foi retirada do próprio livro didático adotado pela escola o DANTE 2012, pois uma questão que envolvesse uma aplicação direta desse princípio revelaria se os alunos pelo menos conheciam seu fundamento, se era uma questão que não precisava de nem um pouco de raciocínio, ou apenas uma operacionalização direta com os valores que compõem o seu enunciado, ou seja, segundo os PCN do fundamental um aluno do 7° ano era pra ser capaz de resolver essa questão sem nenhuma dificuldade utilizando o PFC de forma direta.

A próxima questão foi escolhia da OBMEP através do seguinte critério: foi a única questão encontrada que envolvia o PFC de modo que etapas seguintes não dependiam tanto das anteriores, além de possuir um aumento de dificuldade gradual e que cada etapa da resolução envolvia diferentes formas de pensar estrategicamente deixando assim, visível aonde está a maior dificuldade do aluno. Abaixo apresentaremos a questão e falaremos um pouco dos obstáculos encontrados em cada etapa da resolução:

Questão 12 – Juca quer pintar os algarismos do número 2013, como na figura ao lado, de modo que cada região seja pintada com uma das cores branca, cinza ou preta e que regiões vizinhas tenham cores diferentes.

Questão 12 (a) – Observe que Juca pode pintar o algarismo 2 de 3 x 2 x 2 maneiras diferentes. De quantas maneiras diferentes ele pode pintar o algarismo 1?

Também considerada fácil, pois possuía uma tomada de decisões simples composta de apenas de duas etapas, talvez chegando até ser mais fácil a resolução que a anterior, pois ela apresenta como é feita a resolução do problema para o algarismo 2 que é feita em três tomadas sucessivas de decisão, e pede pra ser feito o algarismo 1 que são apenas 2 tomadas de decisão sucessivas bem simples para que se pudesse pintar a figura, segundo o PCN um aluno do 3° ano do ensino fundamental seria capaz de resolvê-la através de um desenho, sem a necessidade de utilização do PFC.

Questão 12 (b) – De quantas maneiras diferentes Juca pode pintar o algarismo 3?

Era um pouco mais complexa por necessitar de uma estratégia para escolher por onde começar a pintar a figura já que uma de suas regiões era “problemática”, e em seguida as duas próximas etapas tinham que ser tomadas através de regiões adjacentes, a primeira sendo uma após a outra, feito isso a etapa final era mais simples, pois consistia em pintar as duas regiões restante de 2 maneiras, segundo o PCN essa seria uma questão mais direcionada ao perfil do aluno do ensino médio, por exigir de um pouco de estratégia.

Questão 12 (c) – De quantas maneiras diferentes Juca pode pintar o algarismo 0?

Essa necessitava de uma divisão de casos, pois não poderia ser resolvida em um único caso, o algarismo 0 possuía uma peculiaridade, que é a do “depende”, ao Juca escolher lados não adjacentes para pintar ele deverá considerar duas hipóteses diferentes;

Primeira hipótese: esses lados pintados de uma mesma cor;

Segunda hipótese: esses lados pintados de cores diferentes;

Por último somar os resultados obtidos.

Essa questão é considerada por mim bem mais difícil que a anterior, pois além de precisar de estratégia necessita também de uma fase que a precede de um censo de validação de hipótese, e habilidade e maturidade para lidar com o problema.

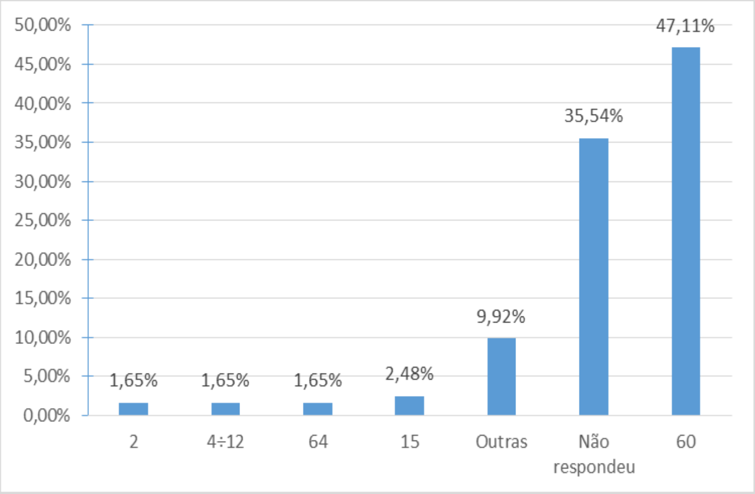
Questão 12 (d) – Escreva uma expressão numérica que permita calcular de quantas maneiras Juca pode pintar o número 2013**.**

Exige apenas a construção de um produto que pode ser obtido através dos resultados anteriores, sua grande dificuldade se encontra na resolução das questões anteriores, para uma multiplicação dos fatores corretos.

4.5 Desempenho dos alunos

Em relação ao gráfico 13, foi possível verificar que 47,15% dos alunos acertaram a questão, a que ele está relacionado, a taxa de acertos é algo que não é surpreendente, pois trata-se de uma questão muito fácil de ser resolvida.

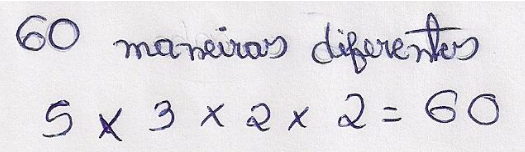
Gráfico 13 – Respostas dadas a questão 11 – Dante 2012



Fonte: Elaboração dos pesquisadores

A figura 9 mostra como os alunos que fizeram a questão de maneira correta conseguiram chegaram ao resultado utilizando uma aplicação direta do PFC, sem a utilização de nenhum outro recurso ou esbouço de raciocino apenas aplicando o produto dos valores do enunciado.

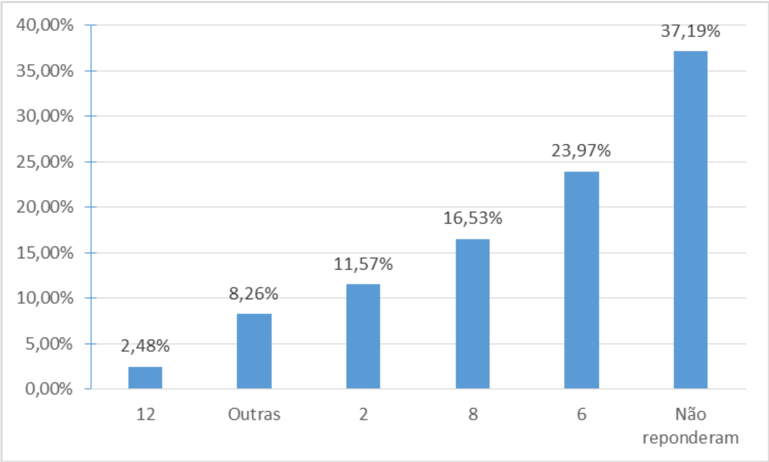
Figura 9 – Resposta DANTE



Fonte: Elaboração dos pesquisadores

Em relação ao gráfico 14, foi possível verificar que 37,19% dos alunos nem sequer tentaram resolver a questão, apesar de também se tratar de uma questão simples apenas 23,97% dos alunos conseguiram chegar ao resultado correto, dificuldade relacionada com o baixo nível de interpretação que a questão exige, esse tipo de questão também poderia ter sido resolvida por um esgotamento de possibilidades, desenhos, esquemas ou até mesmo uma árvore de possibilidade

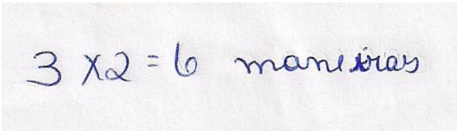
Gráfico 14 – Respostas dadas a questão – 12 (a) OBMEP 2012



Fonte: Elaboração dos pesquisadores

Na figura 10, observasse que todos que resolveram corretamente foi através de uma aplicação direta do PFC.

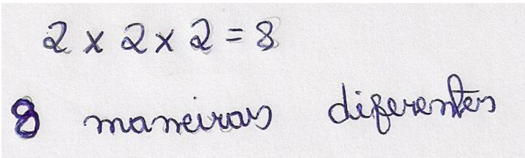
Figura 10 – Resposta OBMEP(a) 1



Fonte: Elaboração dos pesquisadores

Já os alunos que a responderam incorretamente a questão, a resolução que teve um maior índice foi a resposta “8” que foi obtida através de um modelo parecido com o do exemplo do número “2” dado no enunciado, os alunos pensaram “já que a figura do algarismo 2 tem três regiões o algarismo 3 da resolução foi obtido desse modo depois foi só acrescentar dois algarismos 2 seguidos e fazer o produto”, esse desconhecimento da utilização correta do PFC, pode ser visto na figura 11.

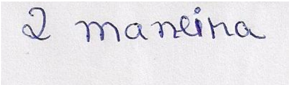
Figura 11 – Resposta OBMEP(a) 2



Fonte: Elaboração dos pesquisadores

Já outro tipo de resolução incorreta apresentada pelos alunos foi dado a resposta “2”, ou seja simplesmente contaram o número de regiões a serem coloridas da figura, observe a seguir a resolução na figura 12.

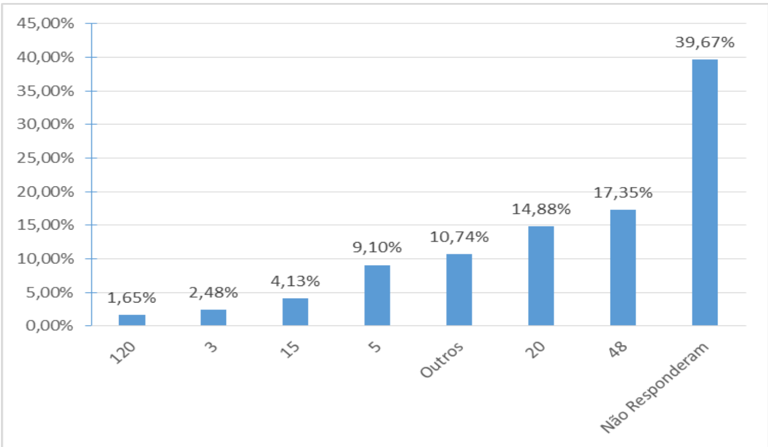
Figura 12 – Resposta OBMEP(a) 3



Fonte: Elaboração dos pesquisadores

Em relação ao gráfico 15, pode-se verificar que o número de alunos que não responderam teve um aumento relacionado à questão anterior ao todo foram 39,67%, que não esbouçaram sequer uma forma de raciocínio, e como diferencial para as duas primeiras questões foi que nenhum aluno acertou a resposta correta. A partir desse ponto poderemos perceber uma repetição padronizada para os erros dos alunos semelhante à da letra “a”.

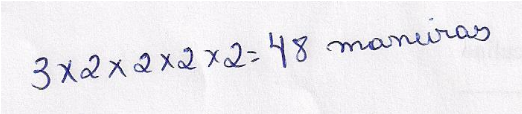
Gráfico 15 – Respostas dadas a questão – 12 (b) OBMEP 2012



Fonte: Elaboração dos pesquisadores

Dos que tentaram resolver a questão, o resultado incorreto que obteve um maior índice foi 48 modos diferentes, e todos que chegaram a esse resultado foi através de um produto direto que nem o da questão anterior, embora o resultado esteja incorreto a maneira de se chegar a ele diz muita coisa, os alunos não sabem formular uma hipótese e pensar de modo lógico se essa hipótese é válida ou não, mais sim a vontade de solucionar o problema de modo rápido e mecânico, essa resolução pode ser vista na figura 13.

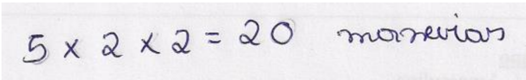
Figura 13 – Resposta OBMEP(b) 1



Fonte: Elaboração dos pesquisadores

Depois desse resultado o de maior índice foi 20 modos diferentes, que foi obtido de maneira semelhante ao do segundo maior índice da questão anterior, feita uma contagem do número de regiões da figura 3 que no total são 5 regiões acrescentou-se dois algarismos 2 seguidos e efetuou-se o produto, mostrando o desconhecimento do PFC, observe a resolução na figura 14.

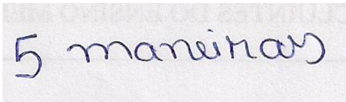
Figura 14 – Resposta OBMEP(b) 2



Fonte: Elaboração dos pesquisadores

O próximo tipo de resolução ilustrado na figura 15, observa-se que simplesmente foi feita uma contagem do número de regiões.

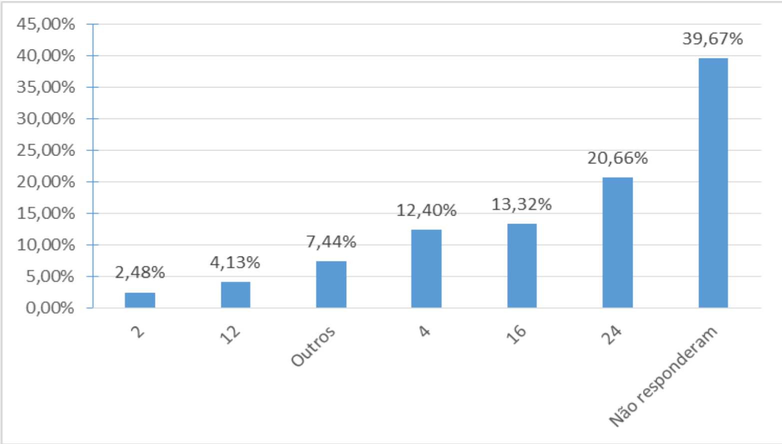
Figura 15 – Resposta OBMEP(b) 3



Fonte: Elaboração dos pesquisadores

No gráfico 16 abaixo se observa que 39,67%, dos alunos não tentaram resolver a questão, o mesmo número de alunos da questão anterior.

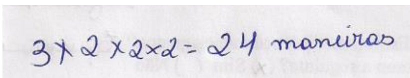
Gráfico 16 – Respostas dadas a questão – 12 (c) OBMEP 2012



Fonte: Elaboração dos pesquisadores

Dos que tentaram resolver a resposta incorreta que teve um maior índice foi 24 modos diferentes, mais uma vez os que chegaram a esse resultado foi através de modo direto, o mesmo das letras (a) e (b), e nenhuma das outras soluções dadas foi pensado em uma divisão de casos o que seria necessário para resolver a questão de uma maneira correta, podemos observar essa solução dada pelos alunos através da figura 16.

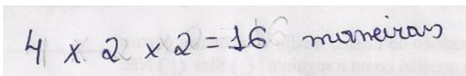
Figura 16 – Resposta OBMEP(c) 1



Fonte: Elaboração dos pesquisadores

Depois desse resultado o de maior índice foi 20 modos diferentes, que foi obtido de maneira semelhante ao do segundo maior índice das questões anteriores, mostrando também o desconhecimento do PFC, observe essa resolução através da figura 17.

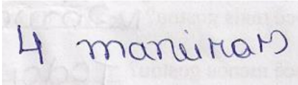
Figura 17 – Resposta OBMEP(c) 2



Fonte: Elaboração dos pesquisadores

O próximo também contou-se simplesmente o número de regiões da figura como foi feito no terceiro maior índice das questões anteriores, observe na figura 18.

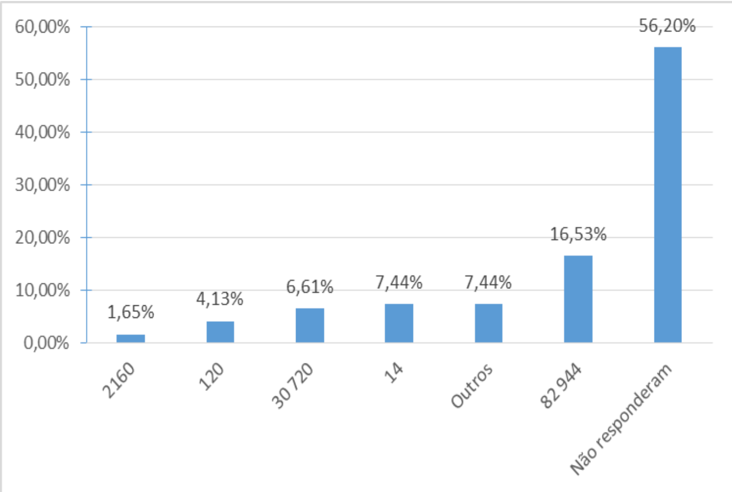
Figura 18 – Resposta OBMEP(c) 3



Fonte: Elaboração dos pesquisadores

Na última etapa da questão 12, obtiveram um número maior de alunos que não tentaram responder que foi 56,20%.

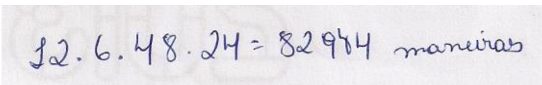
Gráfico 17 – Respostas dadas a questão – 12 (d) OBMEP 2012



Fonte: Elaboração dos pesquisadores

Como já era intuitivamente esperado o que apareceu com maior frequência para a última questão foi o produto direto dos fatores obtidos através de resultados anteriores como pode ser visto na figura 19.

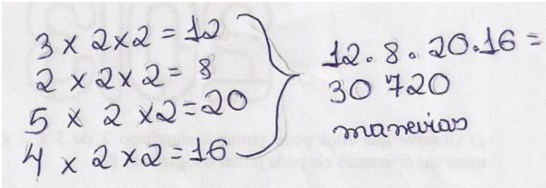
Figura 19 – Resposta OBMEP(d) 1



Fonte: Elaboração dos pesquisadores

Do mesmo modo o segundo resultado que mais apareceu como resposta foi obtido de maneira análoga, através de produto direto dos segundos maiores índices de respostas anteriores, observe na figura 20.

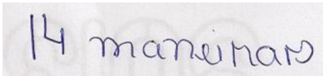
Figura 20 – Resposta OBMEP(d) 2



Fonte: Elaboração dos pesquisadores

Por fim a resposta mais obtida foi dada através de uma contagem simples e direta da quantidade de regiões da figura, resolução a qual pode ser observada na figura 21.

Figura 21 – Resposta OBMEP(d) 3



Fonte: Elaboração dos pesquisadores

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente estudo teve como objetivo analisar o conhecimento dos alunos da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Professor Luiz Gonzaga Burity, do ano de 2014, no ponto da resolução de questões Matemáticas extraídas de provas da Olimpíada Brasileira de Matemática e do Exame Nacional do Ensino Médio que envolveu o conteúdo de Princípio Fundamental da Contagem.

Frente à atmosfera ao qual a pesquisa foi envolta, o maior fracasso no desempenho dos alunos foi no ponto do desinteresse em responder os dados do questionário. Muitos alunos passaram as respostas do questionário a outros colegas, enquanto outros discentes sequer quiseram responder o questionário com compromisso. Baseado em nessa análise da atmosfera escolar e do comportamento social do ambiente em questão, pode-se concluir que a pesquisa também reflete a vivência escolar da maioria dos alunos que participaram da pesquisa.

A experiência de Estágio Supervisionado IV, em conjunto com as conversas informais que tivemos com os docentes e estudantes do local em que foi vivenciada a pesquisa e somado a aplicação do questionário a pesquisa evidencia que os alunos do Ensino Médio, entre os anos de 2013 e 2014, da Escola Professor Luiz Gonzaga Burity, não apresentam o compromisso necessário para lidar com as questões do estudo escolar, consequentemente, apresentam grandes lacunas no que se refere interpretação de texto e sensibilidade ao pensamento matemático, em termos de conteúdo.

Já no que se refere a análise do questionário, os dados enfatizam que a grande maioria dos alunos não gostam da matemática, e as perguntas que não foram respondidas demonstram que, talvez, os alunos apresentem descaso com sua vida escolar, não dando importância a forma como deveria ser regida sua vida de estudante, se preocupando mais com resultados finais, como avaliações e notas, em vez de compromisso com os estudos e com a necessidade deles para vida e situações diárias.

Além disso, o trabalho evidenciou a realidade local, de uma escola da cidade de Rio Tinto – Paraíba, apresentando o perfil social e escolar dos alunos.

Também foi considerado pertinente ao cenário científico o levantamento de questões, da OBMEP e do ENEM, envolvendo Princípio Fundamental da Contagem relativas aos últimos 5 anos. Diante destes números, frente a pesquisa, o aumento de ocorrência de questões desse conteúdo, demonstra a importância de se revisar e estudar o referido conteúdo no cenário escolar.

Já no que se refere a aplicação das questões extraídas da OBMEP e do ENEM com alunos do 3º ano do Ensino Médio da escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Professor Luiz Gonzaga Burity, foi possível concluir que os alunos, além de desinteressados, estão despreparados para lidar com questões dessa natureza, mais pela dificuldade de raciocínio matemático do que pela própria aplicação do algoritmo da multiplicação.

É compreensível que o título do trabalho, no que seja “Questões envolvendo o Princípio Fundamental da Contagem: o que sabem os alunos do Ensino Médio das escolas públicas?” não reflete uma realidade ampla, salvo o recorte que dado, com apenas uma escola em observações pertinentes a dois anos, de algumas turmas. Dentre sugestões a pesquisas futuras: expandir o estudo em uma amostra maior, ou seja, em um número maior de escolas; desenvolver estudos que possam minimizar estas dificuldades e extrair de outras provas avaliativas do governo, como por exemplo, o Exame Nacional de Desempenho de Estudante (ENADE).

REFERÊNCIAS

ANDRADE, Lenimar Nunes. **UFPB virtual**. Matemática para o Ensino Básico III, (S/D).

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Secretaria de Educação Básica.** Parâmetros Curriculares Nacionais Para o Ensino Fundamental; Matemática. Brasília, MEC/SEB, 1997.

______. Ministério da Educação e do Desporto. **Secretaria de Educação Básica.** Parâmetros Curriculares Nacionais Para o Ensino Fundamental; Matemática. Brasília, MEC/SEB, 1998.

______. Ministério da Educação e do Desporto. **Secretaria de Educação Básica.** Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN+; Brasília, MEC/SEB, 2002.

______. Ministério da Educação e do Desporto. **Secretaria de Educação Básica.** Parâmetros Curriculares Nacionais Para o Ensino Médio; Matemática. Brasília, MEC/SEB, 2000.

______. Ministério da Educação e do Desporto. **Secretaria de Educação Básica.** Orientações Curriculares Para o Ensino Médio; Volume 2: Matemática e Suas Tecnologias. Brasília, MEC/SEB, 2006.

______. Ministério da Educação. **Guia de Livros Didáticos** – PNLD 2008: Matemática. Ministério da Educação. Brasília. MEC, 2007.

______. INEP **- Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira**. Disponível em:<portal.inep.gov.br/web/enem/sobre-o-enem>. Acesso em: 25/02/2014.

______. OBMEP – **Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas.** Disponível em: <http://www.obmep.org.br/>. Acesso em 28/02/2014.

Brasil Escola**. Correção ENEM 2012.** Disponivel em: <vestibular.brasilescola.com/enem/correcao-enem-2012.htm>. Acesso em: 01/08/2014

BIANCHINI, Edwaldo; PACCOLA, Herval. **Componente curricular**: Matemática – Volume 2. 1.ed. São Paulo: Moderna, 2004.

G1 – **O portal de notícias da Globo**. Disponível em: < http://g1.globo.com/index.html>. Acesso em 20/07/2014.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

DANTE, L. R. **Matemática Contexto & Aplicações** – Volume 2. 1ª ed.São Paulo: Ártica, 2012.

LIMA, E.L.; CARVALHO, P.C.P.; WAGNER, E.; MORGADO A.C. **Temas e Problemas Elementares**. SBM, coleção do professor de Matemática. 2ª ed., 256p., 2006.

______.**A Matemática do Ensino Médio**. SBM, coleção do professor de Matemática. Volume 2, 6ª ed., 308p., 2006.

ROMERO JÚNIOR, Mário Augusto. **ENEM PASSO A PASSO**. 1.ed. Paraíba: Cultural, 2013.
z
SOUZA, Antônio Carlos de; LOPES, Celi Espasandin. Combinando Roupas e Vestindo Bonecos: ideias de combinatória no desenvolvimento profissional de uma educadora da infância. **Revista Eletrônica de Educação**. São Carlos, SP: UFSCar, v.6, n.1, p. 148-159, mai. 2012. Disponível em < http://www.reveduc.ufscar.br>

APÊNDICE

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA – UFPB
Curso de Licenciatura em Matemática

QUESTÕES ENVOLVENDO O PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM: O QUE SABEM OS ALUNOS DO ENSINO MÉDIO DAS ESCOLAS PÚBLICAS?

Apêndice A – Questionário de Avaliação

QUESTIONÁRIO PARA ALUNOS CONCLUINTES DO ENSINO MÉDIO

Dados pessoais do aluno

1. Sexo: ( ) feminino ( ) masculino

2. Idade: ________________________

3.Trabalha? ( ) Sim ( ) Não

4. Você mora perto da escola? ( ) sim ( ) não . Em qual bairro

Situação escolar do aluno

5. É aluno repetente do Ensino Médio? ( ) Sim ( ) Não

5.1 Em qual (is) disciplina(s) foi reprovado? ______

5.2 E em qual ano do Ensino Médio foi reprovado?

Importância da Matemática para o aluno

6. Qual sua relação com a Matemática?

( ) Gosta muito ( ) Não gosta ( ) É indiferente.

Por quê?____

7. Você considera a Matemática uma disciplina: ( ) Fácil ( ) Regular ( ) Difícil

8. Qual conteúdo matemático do Ensino Médio você mais gostou? ____

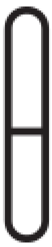
9. Qual conteúdo matemático do Ensino Médio você menos gostou? ____

10. Já resolveu alguma questão como a seguinte? ( ) Sim ( ) Não

11. (Dante 2012) De quantas maneiras diferentes pode-se vestir uma pessoa que tenha 5 camisas, 3 calças, 2 pares de meia e 2 pares de sapato?

12. (OBEMEP 2012 - 2°fase) Juca quer pintar os algarismos do número 2013, como na figura ao lado, de modo que cada região seja pintada com uma das cores branca, cinza ou preta e que regiões vizinhas tenham cores diferentes.

a) Observe que Juca pode pintar o algarismo 2 de 3 x 2 x 2 maneiras diferentes. De quantas maneiras diferentes ele pode pintar o algarismo 1?



b) De quantas maneiras diferentes Juca pode pintar o algarismo 3?

c) De quantas maneiras diferentes Juca pode pintar o algarismo 0?

d) Escreva uma expressão numérica que permita calcular de quantas maneiras Juca pode pintar o número 2013.