



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Jaelson Silva de Brito

**Investigando o entendimento e as estratégias de resolução de
problemas sobre Função Afim de alunos da 3ª série do Ensino
Médio de uma Escola Estadual do Município de Mamanguape/PB**

Rio Tinto – PB
2014

Jaelson Silva de Brito

**Investigando o entendimento e as estratégias de resolução de
problemas sobre Função Afim de alunos da 3ª série do Ensino
Médio de uma Escola Estadual do Município de Mamanguape/PB**

Trabalho Monográfico apresentado a
Coordenação do Curso de Licenciatura em
Matemática como requisito parcial para obtenção
do título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof^ª. Dra. Cristiane Fernandes de
Souza.

Rio Tinto – PB
2014

B862e Brito, Jaelson Silva de.

Investigando o entendimento e as estratégias de resolução de problemas sobre função afim de alunos da 3ª série do ensino médio de uma escola estadual do município de Mamanguape/PB. / Jaelson Silva de Brito. – Rio Tinto: [s.n.], 2014.

89 f. : il. –

Orientadora: Profª. Dra. Cristiane Fernandes de Souza .

Monografia (Graduação) – UFPB/CCA.E.

1. Matemática - ensino-aprendizagem. 2. Função afim 3. Ensino –

Jaelson Silva de Brito

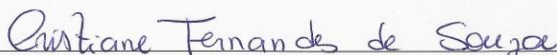
**Investigando o entendimento e as estratégias de resolução de
problemas sobre Função Afim de alunos da 3ª série do Ensino
Médio de uma Escola Estadual do Município de Mamanguape/PB**

Trabalho Monográfico apresentado a Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática
como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

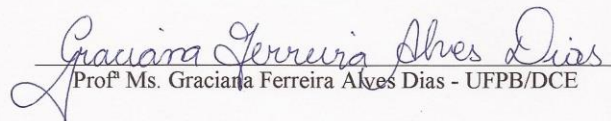
Orientadora: Profª. Dra. Cristiane Fernandes de Souza

Aprovado em: 15 / 04 / 14

BANCA EXAMINADORA


Profª Dra. Cristiane Fernandes de Souza (Orientadora) - UFPB/DCE


Profª Ms. Jussara Patrícia Andrade Alves Paiva - UFPB/DCE


Profª Ms. Graciana Ferreira Alves Dias - UFPB/DCE

Dedico este trabalho a minha esposa, Livia Mônica Ferreira de Araújo Brito, a qual eu amo muito, e que com muita paciência, amor e carinho cuida de mim e do meu filho me dando o suporte para que eu possa caminhar em busca de um futuro melhor para nós três.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço a Deus, que tanto amo, e que me deu o maior de todos os presentes: a vida.

A minha esposa Livia e ao meu filho, Joálison, que me acalmaram nos momentos difíceis me apoiando e me confortando.

Também agradeço a minha família que sempre acreditou no meu potencial me dando forças para continuar nessa caminhada árdua;

Aos colegas, que hoje se transformaram em amigos: Helio, Valéria, Ana Lúcia, Fred e Jacilene pelas trocas de experiências, pelo convívio, pelas alegrias e incertezas, por todos esses momentos vividos juntos e partilhados.

Meu muito obrigado à orientadora Cristiane Fernandes de Souza pelos ensinamentos, pela paciência, dedicação e constante estímulo com que orientou essa fase da minha vida;

A todos os professores que me acompanharam durante todo o curso e com quem tive o prazer de aprender muito. Em especial a professora Francimara que muito do meu discurso a cerca da educação eu lhe devo.

A direção da Escola Estadual de Ensino Médio Senador Rui Carneiro pelo aval que nos deu para que pudéssemos fazer esta pesquisa com os alunos do 3º ano B, a quem também agradecemos demasiadamente.

Por fim, agradeço a todos aqueles que diretamente e indiretamente colaboraram para a realização de um sonho.

“O aluno aprende significativamente Matemática, quando consegue atribuir sentido e significado as ideias matemáticas – mesmo aquelas mais puras (isto é, abstraídas de uma realidade mais concreta) – e sobre elas, é capaz de pensar, estabelecer relações, justificar, analisar, discutir e criar.”

Dario Fiorentini

RESUMO

Esta pesquisa tem como objetivo principal investigar se os alunos de uma turma da 3ª série do Ensino Médio da Escola Estadual de Ensino Médio Senador Rui Carneiro, na cidade de Mamanguape-PB desenvolveram as habilidades e competências para entender e resolver situações-problema sobre o conteúdo de Função Afim. Quanto aos objetivos a pesquisa caracteriza-se como descritivo-exploratória. Com relação ao trabalho investigativo a pesquisa pode ser caracterizada como estudo de caso, cujos instrumentos de coleta de dados foram um questionário diagnóstico e uma entrevista semiestruturada. O questionário diagnóstico é constituído de questões pessoais, além da proposição de quatro situações-problema, finalizado por uma questão aberta sobre o que é função, em Matemática. A entrevista semiestruturada possibilitou um melhor entendimento das respostas dadas ao questionário diagnóstico. Os resultados obtidos nesse trabalho nos mostram que os alunos participantes da pesquisa têm dificuldades na leitura e compreensão dos problemas matemáticos e, conseqüentemente apresentaram dificuldades para resolvê-los. Isso se deu, principalmente, pelo fato de não compreenderem bem o conceito de função afim.

Palavras-chaves: Resolução de problemas; Função Afim; Competências e habilidades.

ABSTRACT

This research aims to investigate whether students in a class of 3rd grade of high school at the State High School Senador Rui Carneiro, in the city of Mamanguape - PB developed the skills and expertise to understand and solve problem situations on the content in order to function. As to the objectives the research is characterized as descriptive and exploratory. Regarding the investigative work research can be characterized as a case study, whose instruments of data collection were a questionnaire and a semi-structured diagnostic interview. The diagnostic questionnaire consists of personal issues, beyond the proposition four problem situations, finalized by open about what function, in mathematics issue. A semi-structured interview allowed a better understanding of the replies to the questionnaire diagnosis. The results of this study suggested that the participants of the research students have difficulties in reading and understanding of mathematical problems and hence showed difficulties to solve them. This occurred mainly because they do not understand well the concept of affine function.

Keywords: Solving Problems; Affine Function; skills and competencies.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Introdução do conceito de Função Afim.....	46
Figura 2 – Definição de Função Afim.....	46
Figura 3 – Situação-problema envolvendo Função Afim.....	47
Figura 4 – Exercícios Propostos.....	47
Figura 5 – As Funções.....	48
Figura 6 – Conceito de Função.....	49
Figura 7 – Exercícios propostos.....	49
Figura 8 - Estudo da Função Afim.....	50
Figura 9 – Lista de Atividades.....	51
Figura 10 – Resposta da Aluna A.....	59
Figura 11 – Resposta do Aluno D.....	59
Figura 12 – Resposta do Aluno F.....	60
Figura 13 – Resposta da Aluna A.....	60
Figura 14 – Resposta do Aluno J.....	61
Figura 15 – Resposta da Aluna C.....	62
Figura 16 – Resposta da Aluna B.....	62
Figura 17 – Resposta da Aluna C.....	62
Figura 18 – Resposta do Aluno D.....	63
Figura 19 – Resposta do Aluno J.....	63
Figura 20 – Resposta do Aluno E.....	63
Figura 21 – Resposta da Aluna G.....	64
Figura 22 - Reposta da Aluna H.....	64
Figura 23 – Resposta do Aluno F.....	65

Figura 24 – Resposta do Aluno J.....	65
Figura 25 – Resposta do Aluno F.....	66
Figura 26 – Resposta do Aluno J.....	66
Figura 27 – Resposta do Aluno D.....	68
Figura 28 – Resposta do Aluno E.....	68
Figura 29 – Resposta da Aluna I.....	68
Figura 30 – Resposta da Aluna G.....	70
Figura 31 – Resposta da Aluna I.....	70
Figura 32 – Resposta do Aluno J.....	70
Figura 33 – Resposta da Aluna B.....	71
Figura 34 – Resposta do Aluno C.....	72
Figura 35 – Resposta da Aluna D.....	73
Figura 36 – Resposta do Aluno G.....	74
Figura 37 – Resposta da Aluna I.....	74
Figura 38 - Resposta da Aluna C.....	75
Figura 39 – Resposta da Aluna E.....	75

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Dados Pessoais – Sexo.....	53
Tabela 2 - Dados Pessoais – Idade.....	53
Tabela 3 - Situação Escolar do Aluno - Repetente do 3º ano:.....	53
Tabela 4 - Importância da Matemática - Qual sua relação com a Matemática:.....	54
Tabela 5 - Importância da Matemática - Você considera a matemática uma disciplina...	54
Tabela 6 - O estudo das funções - Você já estudou o conteúdo de função?.....	54
Tabela 7 - O estudo das funções - Você considera o conteúdo de função.....	55
Tabela 8 - Nas aulas de Matemática e nas avaliações há presença de problemas matemáticos?.....	55
Tabela 9 - Para você o que é um problema matemático?.....	55
Tabela 10 - Você já resolveu algum problema matemático?.....	56
Tabela 11 – Como você resolve um problema matemático?.....	56
Tabela 12 - Dados das respostas da primeira situação-problema.....	58
Tabela 13 - Dados das respostas da segunda situação-problema – item (A).....	58
Tabela 14 - Dados das respostas da segunda situação-problema – item (B).....	60
Tabela 15 - Dados das respostas da segunda situação-problema – item (C).....	62
Tabela 16 - Dados das respostas da terceira situação-problema – item (A).....	65
Tabela 17 - Dados das respostas da terceira situação-problema – item (B).....	66
Tabela 18 - Dados das respostas da terceira situação-problema – item (C).....	67
Tabela 19 - Dados das respostas da quarta situação-problema – item (A).....	70
Tabela 20 - Dados das respostas da quarta situação-problema – item (B).....	71
Tabela 21 - Dados da última questão – O que é função, em Matemática?.....	73

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

1. CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE A PESQUISA.....	16
1.1 Apresentação do tema.....	17
1.2 Objetivos.....	20
1.2.1 Objetivo Geral.....	20
1.2.2 Objetivos Específicos.....	20
1.3 Metodologia.....	20
1.3.1 Sujeitos da pesquisa.....	22
1.3.2 Instrumentos de coleta de dados.....	22
 2. PRESSUPOSTOS TEÓRICOS.....	 26
2.1 A Resolução de Problemas como uma metodologia ou perspectiva de ensino.....	27
2.2 Definição de problema.....	29
2.3 Problemas e exercícios.....	30
2.4 Tipos de problemas.....	30
2.5 Classificação dos problemas matemáticos.....	31
2.5.1 Exercícios de reconhecimento.....	31
2.5.2 Exercícios de algoritmos.....	31
2.5.3 Problemas padrão.....	32
2.5.4 Problemas-processo ou heurístico.....	32
2.5.5 Problemas de aplicação.....	32
2.5.6 Problemas de quebra cabeça.....	32
2.6 Resolvendo problemas de acordo com a heurística de Polya.....	33
2.7 Resolução de problemas matemáticos.....	34
2.7.1 Breve histórico da Resolução de Problemas como uma metodologia para o ensino da Matemática.....	34
2.7.2 Diferentes formas de propor e resolver problemas matemáticos.....	36
2.7.3 Resolução de problemas matemáticos nos documentos oficiais.....	39
2.7.4 Resolvendo problemas matemáticos em sala de aula.....	41
2.8 O conceito de função.....	43
2.8.1 Análise de dois livros didáticos.....	45

3. APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS DADOS.....	52
3.1 Análise do Questionário Diagnóstico.....	53
3.2 Resultados dos problemas propostos no Questionário Diagnóstico.....	57
 CONCLUSÕES DA PESQUISA.....	 76
REFERÊNCIAS.....	80
APÊNDICES.....	83
APÊNDICE A.....	84
APÊNDICE B.....	85
APÊNDICE C.....	86

INTRODUÇÃO

Dentre os conteúdos matemáticos estudados na Educação Básica, o estudo de Função é, sem dúvida, um dos mais importantes. Sua relevância se justifica pelo fato de que o conceito de função estabelece relações com vários outros conceitos matemáticos podendo ser aplicado no estudo de fenômenos e/ou grandezas em diversas áreas do conhecimento.

A noção de Função e, conseqüentemente, de Função Afim ajusta-se a muitas situações do dia a dia. Através da aprendizagem com compreensão do Estudo da Função Afim, os alunos poderão utilizar esses conhecimentos para resolver inúmeras situações-problema presentes em seu cotidiano.

De acordo com as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006) é recomendável que o conteúdo de Função seja abordado a partir de situações-problema em vários contextos de modo a facilitar a identificação, por parte do aluno, a ideia de função em outras situações presentes no dia a dia.

Se utilizada de forma correta, a resolução de problemas poderá facilitar o processo de ensino e aprendizagem na construção dos conceitos de Função e Função Afim, além de dar subsídios para que os alunos aprendam efetivamente esse conteúdo matemático considerado de suma importância. Além disso, a Resolução de Problemas permite ao aluno colocar-se diante de questionamentos e pensar por si próprio, possibilitando o exercício do raciocínio lógico e não apenas o uso padronizado de regras.

Quando se aborda um conteúdo a partir de situações-problema é possível oportunizar ao aluno agir de forma autônoma na construção do seu conhecimento. Além disso, ele começa a perceber que o conhecimento matemático adquirido na escola está associado a situações do seu cotidiano. Tal fato pode contribuir para a sua motivação em querer aprender cada vez mais.

Essa pesquisa tem como finalidade investigar como os alunos de uma turma da 3ª série do Ensino Médio da Escola Estadual de Ensino Médio Senador Rui Carneiro na cidade de Mamanguape-PB entendem e resolvem problemas matemáticos sobre função afim. Para responder a esse questionamento fizemos um estudo descritivo e exploratório com os alunos investigados através de um Questionário Diagnóstico. A partir da análise desse questionário pudemos concluir que os alunos investigados apresentam dificuldades no entendimento dos conceitos de Função e Função Afim. Os mesmos também apresentaram poucas habilidades para resolverem problemas matemáticos, que se relacionam o conteúdo de Função Afim.

O estudo em questão está dividido em três capítulos:

No primeiro capítulo trazemos as considerações gerais sobre a pesquisa: apresentação do tema, os objetivos e a metodologia utilizada.

No segundo capítulo, que trata dos pressupostos teóricos, fizemos uma revisão bibliográfica a respeito da resolução de problemas e do conceito de Função, além disso, verificamos através de uma análise de dois livros didáticos como é feita a abordagem dos conteúdos de Função e Função Afim objetivando verificar se os autores dessas obras utilizam situações-problema tanto na abordagem desses conceitos como no aprofundamento através de exercícios que contemplem situações-problema. Se esses conteúdos forem abordados a partir de situações-problema, este fato poderá contribuir para que os alunos possam analisar e responder os problemas propostos.

No terceiro e último capítulo, encontram-se a apresentação e as análises dos dados feitas a partir dos questionamentos propostos no Questionário Diagnóstico.

Por fim, temos as conclusões da pesquisa, mostrando os resultados e as reflexões feitas após o término do estudo.

1. CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE A PESQUISA

1.1 Apresentação do tema

O conceito de função é considerado como um dos mais importantes da Matemática, e uma boa apreensão e entendimento desse conceito por parte dos alunos estará contribuindo para uma melhor aprendizagem de outros conteúdos matemáticos. Além disso, torna-se importante por sua aplicação a outros ramos do conhecimento humano como na Biologia, Economia, Física, Química, entre outras. Neste sentido, acreditamos que o aprendizado do conteúdo de funções é um dos objetivos mais importantes a ser alcançado na Educação Básica.

Com relação à importância do conceito de Função, Rêgo (2000) destaca que:

O processo de ensino e aprendizagem do conceito de função tem ocupado, nas últimas décadas, uma posição de destaque entre as pesquisas de Educação. Matemática em virtude de dois aspectos fundamentais que este contempla. [...], possibilita a ligação entre diversos tópicos da Matemática, em especial aqueles ministrados em nível de Ensino Médio, como as Progressões Aritméticas e Geométricas, Trigonometria e Geometria Plana e Espacial, dentre outros. (RÊGO, 2000, p. 20-21).

A noção de Função e conseqüentemente de Função Afim ajusta-se a muitas situações do dia a dia. Frequentemente, utilizamos a palavra função para dar sentido a relações de dependência entre fenômenos/grandezas sobre os quais se pode afirmar que um depende do outro. A respeito disso, Gubert e Trobia (2008) afirmam que esses conceitos podem ser associados a várias situações do cotidiano dos alunos, como por exemplo:

[...] a relação entre velocidade e o tempo de percurso de um móvel, a relação que se estabelece entre o preço e a quantidade de um produto, entre custo de uma corrida de táxi e a distância percorrida, entre o custo de uma fatura de energia ou água e o seu respectivo consumo. Problemas desta natureza fazem parte do cotidiano dos alunos. Aproveitando a realidade que o aluno vivencia fica mais fácil associar os conceitos e as generalizações dos conceitos matemáticos. Se a matemática exige em muitos casos a abstração, temos que procurar não trazer exemplos ou problemas que exijam em primeiro lugar um esforço para imaginar o contexto e em segundo a tentativa da busca do processo para resolvê-lo. (GUBERT; TROBIA, 2008)

Como já dissemos, o conceito de Função pode ser aplicada em várias situações, e a Função Afim não foge desse padrão. A Função Afim é encontrada em várias situações do nosso cotidiano e sua utilização em sala de aula por parte dos alunos torna clara sua importância na compreensão de fenômenos matemáticos e também fenômenos/grandezas de outras ciências como a Física, Química e Engenharia.

Através do Estudo da Função Afim os alunos podem compreender e apreender a linguagem algébrica necessária para que se possa expressar a relação entre grandezas, e consequentemente modelar situações-problema.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 2002) confirmam a importância de se estudar o conceito de função.

Além das conexões internas à própria Matemática, o conceito de função desempenha também papel importante para descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção de gráficos, o comportamento de certos fenômenos tanto do cotidiano, como de outras áreas do conhecimento, como a Física, Geografia ou Economia. Cabe, portanto, ao ensino de Matemática garantir que o aluno adquira certa flexibilidade para lidar com o conceito de função em situações diversas e, nesse sentido, através de uma variedade de situações problema de Matemática e de outras áreas, o aluno pode ser incentivado a buscar a solução, ajustando seus conhecimentos sobre funções para construir um modelo para interpretação e investigação em Matemática. (BRASIL, 2002, p. 43 – 44)

Nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006), recomenda-se que o professor apresente aos alunos diferentes modelos de funções aplicadas em variadas áreas do conhecimento, como na Física, na Biologia, na Química e também em situações do cotidiano do aluno. Além disso, o documento ressalta que a elaboração de gráficos deve ser feita a partir de um entendimento geral sobre Função, e não somente em transcrever dados tomados de uma tabela numérica.

Sendo assim, os livros didáticos precisam contemplar essa visão mais ampla sobre o estudo da Função destacadas nos documentos oficiais. Muitas vezes, os autores iniciam a apresentação desse conteúdo a partir de uma situação problema, mas logo em seguida formaliza o conceito de Função através da sua lei de formação. Nesse sentido, acreditamos que é muito importante um olhar crítico de como o conteúdo é exposto no livro didático.

Como o estudo da Função Afim associa-se a situações do cotidiano, este conteúdo matemático poderá ser introduzido e aprofundado através de situações-problema que contemple a Função Afim.

No processo de ensino e aprendizagem da matemática, a presença de problemas em sala de aula são muito importantes, pois permitem ao aluno colocar-se diante de questionamentos e pensar por si próprio, possibilitando o exercício do raciocínio lógico e não apenas o uso padronizado de regras.

Dentre as competências e habilidades a serem desenvolvidas no ensino da Matemática no Ensino Médio destacamos as relacionadas à investigação e compreensão, pois estas estão diretamente ligadas à compreensão e resolução de problemas matemáticos. Com relação à

resolução de problemas os PCNEM (BRASIL, 2002), destacam que as habilidades e competências a serem desenvolvidas nessa temática são:

- Identificar o problema (compreender enunciados, formular questões etc).
- Procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema.
- Formular hipóteses e prever resultados.
- Selecionar estratégias de resolução de problemas.
- Interpretar e criticar resultados numa situação concreta.
- Distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos.
- Fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades.
- Discutir idéias e produzir argumentos convincentes. (BRASIL, 2002, p.46)

Nesse contexto, a resolução de problemas poderá contribuir de forma decisiva para a abordagem do conteúdo de Função Afim, mostrando que o conteúdo apreendido na escola está diretamente ligado às situações cotidianas. Sendo assim, o aluno perceberá que o conteúdo que ele está vendo em sala de aula relaciona-se com as atividades de sua vida. Percebendo isso, os mesmos se sentem motivados a aprenderem, pois a partir da apreensão desse conhecimento os alunos poderão se utilizar dele para solucionar situações-problema que certamente surgirão.

A proposta desse trabalho se justificativa por dois motivos principais: o primeiro é a importância do estudo e da aprendizagem do conceito de Função Afim, pois dentre tantos outros conteúdos da Matemática, o mesmo é amplamente utilizado no cotidiano. A partir da nossa experiência como professor, percebemos que o ensino de Função Afim ainda é abordado de forma equivocada. Devido a isso, ainda existe muitas lacunas no processo de ensino e aprendizagem desse conteúdo matemático.

O segundo motivo da nossa pesquisa é a importância que se tem de o aluno entender e resolver situações problemas, sobretudo, problemas sobre Função Afim.

Elegemos como problemática deste trabalho o seguinte questionamento: Ao final da Educação Básica, os alunos da 3ª série do Ensino Médio desenvolveram habilidades e competências para resolverem problemas matemáticos relacionados ao conteúdo de função afim?

Acreditamos que dominadas as competências e habilidades inerentes ao conteúdo de Funções através da resolução de problemas, os alunos possam estruturar e resolver situações problemas diferenciados sobre Função Afim em sala de aula e na vida cotidiana. Como os problemas propostos serão contextualizados e voltados a situações do dia a dia, acreditamos

também, que os alunos se motivem a buscarem uma solução para estes. Esta é nossa hipótese para esse Trabalho de Conclusão de Curso.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo Geral

- Analisar como os alunos entendem e resolvem problemas matemáticos a partir de situações-problema envolvendo Função Afim.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Identificar se os alunos compreendem o conceito de função e se conseguem aplicar esse conhecimento para resolver problemas matemáticos;
- Verificar como os alunos entendem e resolvem problemas matemáticos;
- Identificar as principais estratégias e dificuldades na resolução de problemas matemáticos envolvendo Função Afim.

1.3 Metodologia

Neste item a nossa finalidade é descrever os procedimentos metodológicos utilizados no estudo em questão. A pesquisa científica conforme Gil (2010, p.1) “[...] é o procedimento racional e sistemático que tem como objetivo proporcionar respostas aos problemas que são propostos”.

A metodologia de pesquisa adotada neste trabalho pode ser caracterizada, segundo seus objetivos de investigação, como um estudo descritivo e exploratório. De acordo com Fiorentini e Lorenzato (2006), a pesquisa é tida como exploratória ou diagnóstica quando a problemática a ser estudada ainda não é conhecida pelo pesquisador. O intuito é obter informações consistentes e esclarecedoras sobre ela. O objetivo desse tipo de pesquisa é fazer uma sondagem, e conseqüentemente, se uma ideia a ser investigada é viável ou não.

Ainda a respeito da pesquisa diagnóstica Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 70) acrescenta que: “Esse tipo de pesquisa pode envolver levantamento bibliográfico, realização de entrevistas, aplicação de questionários ou testes ou, até mesmo, estudo de casos”.

Já a pesquisa descritiva, segundo Fiorentini e Lorenzato (2006) só pode ser considerada como tal quando se quer descrever ou caracterizar detalhadamente uma problemática através da observação sistemática ou da aplicação de questionários padronizados, previamente categorizado e definido.

Com relação à análise dos dados investigados, o estudo em questão se caracteriza por ser do tipo estudo de caso. Conforme Gil (2010, p.37), o estudo de caso “[...] Consiste no estudo profundo e exaustivo de um ou poucos objetos, de maneira que permita seu amplo e detalhado conhecimento, tarefa praticamente impossível mediante outros delineamentos já considerados.” Este tipo de estudo trata-se de uma abordagem metodológica de investigação adequada quando se quer analisar, compreender ou descrever fatos e contextos complexos.

O instrumento de pesquisa eleito por nós nesse trabalho foi um Questionário Diagnóstico composto por perguntas abertas, fechadas e mistas (Apêndice C). Para Fiorentini e Lorenzato (2006) o questionário é um dos instrumentos de investigação mais tradicionais para se coletar dados e informações relevantes. Ele consiste num instrumento de pesquisa com uma série de perguntas que podem ser do tipo: abertas, fechadas ou mistas:

No que diz menção aos tipos de perguntas, Fiorentini e Lorenzato (2006) afirmam que elas podem ser:

- Fechadas, quando apresentam alternativas para respostas. Nesse caso, o pesquisador pressupõe quais são as respostas possíveis que o sujeito irá responder, não havendo, portanto, possibilidade de obter alguma resposta fora desse conjunto.
- Abertas, quando não apresentam alternativas para respostas, podendo o pesquisador captar alguma informação não prevista por ele ou pela literatura.
- Mistos, combinando parte com perguntas fechadas e parte com perguntas abertas (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p.116).

O outro instrumento de pesquisa utilizado nesse trabalho foi à entrevista semiestruturada. A respeito disso Fiorentini e Lorenzato (2006) afirmam que:

Essa modalidade é muito utilizada nas pesquisas educacionais, pois, o pesquisador, pretendendo aprofundar-se sobre um fenômeno ou questão específica, elabora um roteiro de pontos a serem contemplados, durante a entrevista, podendo, de acordo com o desenvolvimento da pesquisa, alterar as ordens dos mesmos, e, inclusive formular questões não previstas inicialmente. (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p.120).

O nosso objetivo com esse instrumento de pesquisa foi obter maiores informações acerca das respostas que os alunos deram a segunda parte do Questionário Diagnóstico que abordava quatro situações-problema envolvendo o conteúdo de Função Afim.

1.3.1 Sujeitos da pesquisa

Para a realização desta pesquisa, contamos com a colaboração dos alunos da 3ª série do Ensino Médio, Turma B, do turno matutino da Escola Estadual de Ensino Médio Senador Rui Carneiro, localizada na cidade de Mamanguape, Estado da Paraíba. A escola acima mencionada nos deu autorização para que pudéssemos fazer esta pesquisa (Apêndice A). Os alunos maiores de idade ou os responsáveis por esses alunos (caso fosse menor de 18 anos) leram e assinaram um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Apêndice B) que nos dava o direito de publicar suas respostas neste trabalho e em outros. No intuito de garantir o sigilo e privacidade das respostas dos alunos que participaram da pesquisa, utilizaremos codinomes composto pela palavra Aluno acrescido de uma letra maiúscula do nosso alfabeto quando nos referenciarmos a esses na análise dos dados. Exemplo: Aluno A.

A escolha de uma turma da 3ª série do Ensino Médio, Tuma B, se deu pelo fato de que estes alunos já viram ou deveriam ter visto o conteúdo de Função Afim, pois se trata de conteúdo programático da 1ª série do Ensino Médio. Dessa forma, como estão no final da Educação Básica, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2000), os alunos devem dominar as habilidades e competências básicas pertinentes ao conteúdo de Função.

1.3.2 Instrumento de coleta de dados: questionário diagnóstico

Preparamos um questionário, denominado de Questionário Diagnóstico (Apêndice C), objetivando levantar informações relevantes para nossa pesquisa. Esse questionário foi dividido em duas partes: Na primeira parte visamos obter um breve perfil dos alunos através de informações a respeito do sexo, idade e reprovação na série, também perguntamos se os alunos já haviam estudado o conteúdo de Função e o que acharam desse conteúdo. Além disso, levantamos informações a respeito de como os alunos entendem e resolvem problemas matemáticos. Na segunda parte, o nosso objetivo foi verificar se os alunos compreenderam o conteúdo de Função e se os mesmos aplicam o que foi apreendido para resolverem problemas matemáticos, especificamente àqueles problemas que envolvem Função Afim. Além disso,

buscamos averiguar quais as principais dificuldades encontradas pelos alunos ao resolverem esses problemas matemáticos.

A escolha das quatro situações-problema em que algumas foram adaptadas, para a segunda parte do Questionário Diagnóstico, não foi feita de forma aleatória. Estas quatro situações-problema visam contemplar as competências e habilidades da Matriz Curricular para o Ensino de Matemática e suas Tecnologias da Matriz de Referência para o Enem 2009.

Competência de área 4 - Construir noções de variação de grandezas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.
 H15 - Identificar a relação de dependência entre grandezas. H16 - Resolver situação-problema envolvendo a variação de grandezas, direta ou inversamente proporcionais.
 H17 - Analisar informações envolvendo a variação de grandezas como recurso para a construção de argumentação. H18 - Avaliar propostas de intervenção na realidade envolvendo variação de grandezas.
 (BRASIL, 2009, p.06)

A seguir apresentamos os objetivos específicos de cada uma das situações-problema envolvendo o conteúdo de Função Afim, propostos na segunda parte do Questionário Diagnóstico.

A primeira situação-problema, equivalente a 13ª questão do Questionário Diagnóstico, retrata uma situação ocorrente no nosso país que é o consumo de cigarro e os casos de câncer advindos desse consumo, e encontra-se idêntica como aparece na prova do Exame Nacional do Ensino Médio do ano de 2009. Essa situação-problema é apresentada no Questionário Diagnóstico a partir de um texto informativo a respeito da temática e de um gráfico que relaciona a quantidade de cigarros consumidos por dia aos casos de câncer de pulmão. Esta primeira situação, de múltipla escolha, tem como objetivo principal verificar se os alunos conseguem relacionar a dependência de grandezas a partir do gráfico apresentado. Ela foi escolhida como a primeira de um total de quatro situações-problema, porque, na nossa ótica, é considerada como de “fácil visualização” das grandezas e que, a partir dela, o aluno perceba que nas demais situações propostas também há essa relação de grandezas, constituindo-se numa ideia do conceito de função.

A segunda situação-problema, que corresponde a 14ª questão do Questionário Diagnóstico foi extraída da prova do Exame Nacional do Ensino Médio do ano de 2009. Mantivemos todo enunciado, mas tivemos que adaptar a pergunta original, em vez dessa pergunta criamos três itens (A), (B) e (C) no intuito de adequá-la aos nossos objetivos. Essa questão aborda um experimento que consiste em colocar certa quantidade de bolas de vidro, idênticas, num copo contendo água até certo nível e depois medir o nível da água. Para que os

alunos pudessem melhor visualizar a situação, foi fornecida uma tabela contendo dois dados: o número de bolas e o nível da água, onde a quantidade de bolas encontra-se em função do nível da água. Foram propostos três itens, no item (A) o objetivo foi verificar se os alunos conseguem perceber, através da leitura dos dados da tabela, a variação do nível da água quando fossem acrescentadas certa quantidade de bolas. No item (B) o nosso objetivo foi verificar se os alunos conseguem perceber a variação do número de bolas em função do aumento do nível da água. Neste item perguntamos qual seria o nível da água caso fosse acrescentadas mais cinco bolas. No item (C) objetivamos verificar se os alunos conseguem perceber as variações do número de bolas e do nível da água, e que a variação do número de bolas e a variação do nível da água estão em função um do outro. Para isso perguntamos qual seria o número de bolas quando o nível da água estivesse em 12,40 cm.

A terceira situação-problema, que corresponde a 15ª questão do Questionário Diagnóstico, é composta por três itens. Este problema retrata uma situação comum vivenciada por muitos estudantes que para complementar a renda da família e/ou para o seu próprio sustento desenvolve atividades remuneradas em um horário diferente do que estuda. No item (A) o nosso objetivo principal foi averiguar se os alunos conseguem perceber a parte fixa de uma função afim, neste caso seria o salário fixo de R\$ 670,00 que um aluno ao exercer uma atividade remunerativa recebe mensalmente, e a parte variável subentendido no problema como trabalhos-extra no final de semana equivalente a um valor de R\$ 60,00, por final de semana trabalhado. Assim, questionamos qual seria o salário do estudante no final do mês caso fizesse dois trabalhos extras. No item (B), o objetivo é o mesmo do item (A), verificar se os alunos conseguem perceber a parte fixa (o salário de R\$670,00) e a variável independente de uma função afim (os trabalhos extras), mas agora procuramos saber qual o salário mensal do estudante caso ele faça quatro trabalhos-extra. No item (C) verificamos se os alunos conseguem exibir a lei de formação da Função Afim sabendo-se que y representa o salário mensal do estudante e que x representa os trabalhos extras feitos por ele nos finais de semana.

A quarta situação-problema, a qual equivale a 16ª questão do Questionário Diagnóstico, foi extraída da prova do vestibular da UFRN do ano de 2002 que teve apenas o seu item (A) adaptado para que pudéssemos verificar os objetivos preestabelecidos. Ela é abordada a partir de uma situação muito comum entre os jovens e adultos, que é o cuidado com o corpo feito nas academias de ginástica e musculação. Apresentamos os valores cobrados por duas academias: a “Fique em Forma” que cobra uma taxa de inscrição de R\$80,00 e uma mensalidade de R\$50,00, e a “Corpo e Saúde” que cobra uma taxa de inscrição de R\$60,00 e uma mensalidade de R\$55,00. A situação-problema apresenta dois

itens a serem resolvidos. No item (A) verificaremos se os alunos sabem identificar qual é a parte fixa e qual é a parte variável dos gastos acumulados em relação a um mês de aula em cada academia, exibindo a lei matemática que representa a função gastos em cada uma delas. No item (B) nosso objetivo é que os alunos utilizem as leis matemáticas da função gastos das duas academias, respondidas do item (A) para verificar qual das academias oferece menor custo-benefício para quem pretende malhar durante o período de um ano.

A última questão do Questionário Diagnóstico, referente à 17ª questão, tratava-se de um questionamento aberto a respeito do conceito de Função em Matemática. Nosso principal objetivo em finalizar com esse questionamento era verificar se os alunos conseguiram associar as situações-problema propostas anteriormente ao conteúdo de Função, dando-lhes subsídios para que pudessem responder a esta pergunta.

2. PRESSUPOSTOS TEÓRICOS

2.1 A Resolução de Problemas como uma metodologia ou perspectiva de ensino

A educação proposta nos dias atuais objetiva formar uma sociedade mais justa e igual, capaz de intervir no desenvolvimento de uma sociedade mais crítica e criativa. Pensando dessa forma, não cabe nesse contexto à apresentação de um conhecimento cristalizado e enraizado quase que totalmente na abordagem tradicional onde o professor deposita o conhecimento e o aluno absorve. Nossos alunos devem ser preparados para tornarem-se cidadãos capazes de lidar com situações diversas e nos mais variados contextos para que aprendam novos conhecimentos e habilidades. Fazendo isso, acredita-se, que estarão mais bem preparados para as mudanças provenientes de um mundo cada vez mais globalizado.

A sociedade contemporânea exige um cidadão cada vez mais dinâmico, capaz de estar sempre a um passo à frente, capaz de enfrentar novos desafios, mantendo-se num processo contínuo de formação. Formar esse novo cidadão não é um papel fácil para os professores, mas uma das formas acessíveis e que pode contribuir para que os alunos possam efetivamente aprender a aprender é, em nossa ótica, a metodologia da resolução de problemas. O ensino baseado na resolução de problemas “baseia-se na apresentação de situações abertas e sugestivas que exijam dos alunos uma atitude ativa e um esforço para buscar nas próprias respostas, seu próprio conhecimento” (POZO; ECHEVERRIA, 1998, p.09).

Por isso, concordamos com os PCN (BRASIL, 2008) que durante toda a Educação Básica há a necessidade de que os alunos possam obter habilidades e competências que lhes proporcionem uma melhor apreensão do conhecimento por si mesmo. Não se quer que os alunos adquiram um conhecimento pronto e acabado.

Partindo do princípio de que o aluno deverá desenvolver entre outras capacidades a de pensar e agir de forma autônoma, ou seja, ser um sujeito dotado de conhecimentos individuais necessários a sua formação básica, acreditamos que “[...] ensinar os alunos a resolverem problemas supõe dotá-los da capacidade de aprender a aprender” (POZO; ECHEVERRIA, 1998, p. 10).

Dessa forma, acreditamos também que quando os alunos são postos diante de problemas, proporciona-se aos mesmos a possibilidade de pensar e agir de modo autônomo, pois por meio da resolução de problemas, como veremos mais adiante, os alunos desenvolvem as competências indispensáveis para sua formação enquanto cidadão. Sendo assim, os mesmos buscarão respostas às questões que os instiga, sejam elas questões relacionadas à escola ou de sua vida cotidiana, ao invés de esperar respostas “empacotadas”.

Continuando nessa mesma linha de raciocínio, Pozo e Echeverria (1998, p. 14), no que se refere a ensinar a resolver problemas, afirmam que não é suficiente apenas “dotar os alunos de habilidades e estratégias eficazes”, se faz necessário “criar neles o hábito e a atitude de enfrentar a aprendizagem como um problema para o qual deve ser encontrada uma resposta”. Mas não basta apenas ensinar a resolver problemas. Deve-se incentivar os alunos a propor situações problemas, partindo sempre de sua realidade, que mereçam dedicação e estudo.

Dar oportunidade para que os alunos formulem problemas é uma forma de levá-los a escrever e a perceber o que é importante na elaboração e na resolução de uma determinada situação, que relação há entre os dados apresentados, a pergunta a ser respondida e a resposta como articular o texto, os dados e a operação que será usada. Mais do que isso, ao formularem problemas, os alunos sentem que têm o controle sobre o fazer matemática e que podem participar desse fazer, desenvolver interesse e confiança diante de situações problemas (SMOLE; DINIZ, 2001, p.152).

De acordo com Smole e Diniz (2001) a resolução de problemas corresponde a um modo de sistematizar o processo de ensino e aprendizagem, no qual se envolve mais do que aspectos puramente metodológicos, incluindo uma postura frente ao que é ensinar e, conseqüentemente, do que significa aprender.

Por meio da metodologia da resolução de problemas pode-se mostrar aos alunos que a Matemática é uma ciência social, assim como as demais, e que ela está presente em praticamente todas as nossas ações. Aprender matemática através da resolução de problemas é dotar-se de um conhecimento que ajudará em ações futuras, ou seja, aprender para a vida.

A finalidade da resolução de problemas, em primeira instância, é a de incorporar no educando que o conhecimento científico, na escola expressa através dos conteúdos escolares, é a sistematização da produção material da vida de todos os homens e mulheres. A seguir, é a de desmistificar que os estudantes têm uma única alternativa de resolução e que os resultados obtidos na resolução de problemas não consistem em fracasso, mas em diferentes alternativas que os educandos encontram para solucionar os problemas com que se deparam (PETRONZELLI, 2004, p.4-5).

A partir do que já foi exposto, voltamos a defender a ideia de que a Resolução de Problemas como uma possível metodologia de ensino pode e deve ser adotada para o ensino da Matemática em toda a Educação Básica. Pois acreditamos que a partir dessa metodologia os alunos possam entender que a Matemática é uma ciência presente em suas vidas e que a Resolução de Problemas certamente diminuirá a distância existente entre o conhecimento estudado na escola e o conhecimento científico da matemática

2.2 Definição de problema

Mas, afinal o que é um problema? Começaremos a definir *problemas* a partir de definições objetivas encontradas em dicionários da Língua Portuguesa. Para Ferreira (2001), problema é uma “[...] questão não resolvida e que é objeto de discussão, em qualquer domínio de conhecimento”. Já para Houaiss (2001), é entendido como uma “situação difícil, algo de difícil explicação ou solução, onde se busca uma resposta”.

Uma definição clássica muito citada por pesquisadores e estudiosos do tema é a de que um problema é “uma situação que um indivíduo ou um grupo quer ou precisa resolver e para qual não dispõe de um caminho rápido e direto que o leve à solução.” Lester (1983, *apud* POZO, 1998, p.15)

Dante (2000) afirma que um problema é toda situação que exija o pensar daquele que está resolvendo o problema a fim de se chegar a uma solução.

Para Smole e Diniz (2001), trata-se de uma situação que não possui uma solução evidente e imediata, exige daquele que o resolve uma sistematização de ideias, decidindo que maneira irá utilizá-las na busca de uma solução.

Nas definições de problemas, percebe-se que esse conceito está associado a algo novo, e ainda não compreendido. Entre outras palavras podemos dizer que um problema relaciona-se com uma situação que permite algum questionamento ou investigação.

Conforme Dante (2000) um problema matemático é toda situação onde exija uma visão matemática de pensar e que sejam necessários conhecimentos matemáticos para solucioná-lo.

Dessa forma, os problemas matemáticos nos dão a ideia de algo desconhecido e ainda não entendido que para sua solução não basta apenas empregar uma operação matemática, se faz necessário que o aluno ou quem esteja resolvendo busque organizar as ideias contidas no texto para se chegar, enfim, a um resultado. Vale salientar que nem sempre o aluno chegará a um resultado, pois existem problemas que não podem ser resolvidos.

2.3 Problemas e exercícios

É muito comum tanto para os alunos quanto para os professores das diversas áreas, inclusive da matemática, confundir o conceito de *problema* com o conceito de *exercícios*.

Devemos entender um problema como um processo onde o aluno deverá refletir e tomar decisões sobre a sequência de passos que o levará a uma solução. O que difere um problema de um exercício, segundo Pozo e Echeverria (1998) é que neste último, utilizam-se mecanismos que nos levam a uma solução imediata ao exercício proposto. Nos exercícios são poucas as técnicas utilizadas para a sua resolução. Para resolvê-los, muitas vezes, recorre-se a uma única técnica quando já conhecemos os exercícios aplicados. Não pretendemos aqui mostrar a maior importância da resolução de problemas do que a resolução de exercícios, pois se sabe que a resolução de exercícios é importante para aprofundar e consolidar habilidades e competências básicas para o aprendizado, pois sabemos que sem estas habilidades básicas o aluno não será capaz de resolver uma situação problema do cotidiano.

2.4 Tipos de problemas

Para Pozo e Echeverria (1998) existem três tipos de problemas no ensino das ciências: problema escolar; problema científico e problema cotidiano. Para este trabalho o nosso foco está nos problemas escolares e problemas do cotidiano. Nos problemas escolares os alunos são postos frente a situações convencionais e não cotidianas. Geralmente na resolução destas situações basta o aluno empregar uma técnica ou um cálculo algébrico para resolvê-lo.

Aprofundando as ideias de Pozo e Echeverria (1998) os problemas escolares são classificados em qualitativos, quantitativos e pequenas pesquisas. Os problemas qualitativos são aqueles em que os alunos resolvem as situações problemas através de raciocínios teóricos, baseados em seus conhecimentos prévios sem a aplicação de cálculos numéricos e que não se faz a realização de experiências ou manipulações. São geralmente problemas do tipo aberto, onde se devem buscar explicações e análises de situações cotidianas e científicas interpretando-as a partir de conhecimentos prévios ou modelo conceitual ocasionado pela ciência. Problemas quantitativos são aqueles em que os alunos devem aplicar dados numéricos a fim de chegar a uma solução. Nestes problemas as informações são de cunho

quantitativo, por isso a estratégia para resolução se fundamentará no cálculo matemático, na comparação de dados e na utilização de fórmulas. As pequenas pesquisas são trabalhos onde os alunos deverão obter respostas para um problema por meio de atividades práticas através de experiências e observações que podem ocorrer tanto em laboratório no âmbito escolar ou fora da escola.

Problemas cotidianos são aqueles relacionados às ações do dia a dia, são situações comuns às várias idades, ou seja, são problemas que desperta a curiosidade de crianças, adolescentes, adultos e idosos. São esses problemas que devem fazer parte da pauta daqueles que devem ser propostos aos alunos em sala de aula e também propostos como exercícios a serem resolvidos fora da escola. Como é de interesse geral, estes problemas podem ser trabalhados em casa entre os pais e os filhos, fortalecendo os laços entre os entes.

2.5 Classificação dos problemas matemáticos

De acordo com Dante (2000) a classificação dos problemas matemáticos pode ser representada por exercícios de reconhecimento; exercícios de algoritmos; problemas-padrão; problemas-processo ou heurísticos; problemas de aplicação e problemas de quebra-cabeça.

2.5.1 Exercícios de reconhecimento

Como o próprio nome sugere, nesse tipo de problema, o aluno deverá reconhecer e identificar definições, conceitos e propriedades que venham contribuir para a sua resolução. Exemplo: Quantos números pares podemos encontrar nos dez primeiros números naturais?

2.5.2 Exercícios de algoritmos

De modo geral, são exercícios de nível elementar que podem ser resolvidos de forma gradativa, utilizando-se basicamente as operações aritméticas dos números naturais. Esse tipo de problema tem como principal objetivo aprofundar habilidades para executar um algoritmo. Exemplo: Arme efetue a seguinte operação $28 - 15$.

2.5.3 Problemas-padrão

São problemas típicos de final de capítulo presentes nos livros didáticos. Para resolver esse tipo de problema, o aluno deverá apenas aplicar um ou mais algoritmos que já aprendeu, pois a resposta já se encontra no próprio enunciado. Caberá ao aluno modificar a linguagem usual em linguagem matemática. Exemplo: Um carro popular tem quatro rodas. Quantas rodas têm oito carros populares?

2.5.4 Problemas-processo ou heurístico

Esse é o tipo de problema que exigirá do aluno uma maior atenção na sua resolução, pois o aluno terá que pensar e arquitetar um plano de ação para se chegar a um resultado. A dificuldade de resolver esse tipo de problema torna-se ainda maior pelo fato de as operações a serem utilizadas em sua resolução não estarem explícitas no texto.

Através desses problemas são aguçadas as curiosidades do aluno, além de desenvolver sua criatividade e seu espírito de explorador. Exemplo: Fui em duas concessionárias verificar os preços de um carro que irei comprar. Na concessionária A, o valor do carro era de R\$ 32.399,00 à vista ou 60 parcelas de R\$ 699,00 acrescido de uma taxa de juros de 7,5% ao mês. Enquanto que, na concessionária B o valor do carro à vista era o mesmo, a prazo o valor seria 48 parcelas fixas de R\$ 989,00. Em qual das duas concessionárias o carro sairá mais em conta sabendo que comprarei o carro a prazo?

2.5.5 Problemas de aplicação

Também conhecidos como situações-problemas são aqueles retratam situações do nosso cotidiano e exige daquele que o resolva um conhecimento matemático. Exemplo: A sala da minha casa mede 4 metros de comprimento por 3 metros de largura. Se quisesse colocar cerâmica nesse cômodo quantos metros de cerâmica eu usaria? Sabendo que cada metro quadrado da cerâmica que pretendo usar custa R\$ 37,50, quanto seria gasto?

2.5.6 Problemas de quebra-cabeça

São os problemas que desafiam e envolvem muitos alunos. Para resolvê-los não se faz necessário um pensamento aprofundado e nem passos a seguir para se chegar a um resultado,

basta que o aluno use um truque e disponha de sorte para isso. Com três palitos de fósforo podemos formar um triângulo equilátero. Com sete palitos de fósforos podemos formar quantos triângulos iguais ao primeiro?

Acreditamos que a escolha dos problemas certos para cada momento e de acordo com os objetivos que se quer alcançar possa contribuir de forma significativa para que o aluno possa apreender e aprofundar o conteúdo estudado de forma significativa e proveitosa.

2.6 Resolvendo problemas de acordo com a heurística de Polya

De acordo com Pozo e Echeverria apoiados em Polya (1995, p. 22) para se resolver um problema de qualquer área precisamos percorrer uma sequência de passos que facilitarão na resolução: [...] “a solução do problema exige uma compreensão da tarefa, concepção de um plano que nos conduza a meta, a execução desse plano e, finalmente, uma análise que nos leve a determinar se alcançamos ou não a meta.” A sequência descrita acima se baseia na proposta de Polya, matemático húngaro que deu início ao estudo da resolução de problemas na década de 1940. Polya concebeu uma sequência de passos que, segundo ele, seria necessário, para resolver qualquer problema. Essa sequência de habilidades é muito conhecida no meio acadêmico como *heurística de Polya*. Os passos são os seguintes:

- a) compreender o problema;
- b) conceber um plano;
- c) execução do plano e;
- d) visão retrospectiva.

Vejamos os passos propostos por Polya para resolver qualquer problema:

1º passo

O primeiro passo para se resolver um problema, segundo Polya (1995) seria compreender o problema. Do que se trata o problema proposto? Já se esteve diante de uma situação como essa? Que elementos o problema traz que poderá ajudar na sua resolução? São estes alguns questionamentos que devem ser feitos, a priori, antes de montar as estratégias de resolução.

2º passo

Após a compreensão do problema devemos elaborar um plano que venha nos ajudar a resolvê-lo. Que procedimentos serão utilizados e que conhecimentos adquiridos anteriormente (e as técnicas) mais convenientes para um problema específico.

3º passo

A terceira etapa para a resolução de problemas, para Polya (1995), é a execução do plano elaborado anteriormente. Aqui o aluno será levado a um novo patamar de resolução, pois surgirão novos problemas a partir daquele, onde é preciso delinear novos planos.

4º passo

Por fim, quando os objetivos são alcançados ocorre à análise dos resultados têm-se o fim do processo de resolução de problemas. Muitas vezes os resultados alcançados fogem da realidade, por isso esta última etapa deve ser de suma importância, pois não basta chegar a um resultado qualquer. Faz-se necessário uma reflexão dos resultados alcançados. Nesse momento dá-se a oportunidade para o aluno fazer retrospectiva de todo o problema, podendo verificar se ocorreu algum erro e onde foi esse erro. Depois de detectado o erro busca-se repará-lo. Dessa forma, chega-se ao final da resolução de problemas.

A proposta de Polya para a resolução de problemas não deve ser entendida como um roteiro linear, ou seja, não se faz necessário sempre que formos resolver um problema que comecemos sempre pela primeira etapa e terminemos pela última. Durante o processo de resolução de problemas é comum avançar e depois voltar às etapas anteriores, pois em meio as etapas, surgem novas abordagens, novos entendimentos e novas estratégias de resolução.

2.7 Resolução de problemas matemáticos

2.7.1 Breve histórico da Resolução de Problemas como uma metodologia para o ensino da Matemática

A Resolução de Problemas utilizada como metodologia de ensino para facilitar o processo de ensino-aprendizagem da matemática é um dos aspectos que tem sido muito discutido pela comunidade acadêmica. Se por um lado é apontado como um eixo estruturador do ensino da Matemática e ponto de partida para a apreensão e aprofundamento dos conceitos matemáticos, por outro lado é visto como um método ultrapassado e esgotado.

A pesquisa sobre Resolução de Problemas voltados ao ensino da Matemática apresenta certa evolução desde os estudos desenvolvidos por Polya em sua obra clássica *How to Solve It* (1957), traduzido para o português como: *A arte de resolver problemas*. Essa obra se tratava de uma heurística, ou seja, caminhos, que, segundo Polya, levariam a solução de qualquer problema, inclusive dos problemas matemáticos.

Sobre esse assunto Onuchic (1999) afirma que a Resolução de Problemas passa a ganhar um destaque pelo mundo na década de 1970 com o Movimento da Matemática Moderna, surgido em 1960, e tinha como objetivo principal aproximar a matemática que era estudada na escola com aquela que os pesquisadores estudavam. Esse movimento provocou várias discussões e muitas mudanças no currículo da Matemática. Já na década de 1980 foi editado nos Estados Unidos uma publicação do National Council of Teachers of Mathematics – NCTM, tendo como título “Agenda para Ação”, esta publicação descrevia as recomendações para o ensino da matemática moderna e apontava a Resolução de Problemas como principal foco para o ensino da Matemática.

Porém, o resultado apresentado com essa nova metodologia de ensino não foi satisfatório devido às discordâncias entre as concepções sobre a Resolução de Problemas Matemáticos. Sobre isso Onuchic (1999) destaca que:

[...] este fato ocorreu devido às grandes diferenças entre as concepções que pessoas e grupos tinham sobre o significado da “resolução de problemas como foco da matemática escolar”. [...] os estudos da década de 80 deram muita atenção ao processo de resolução de problemas, não se limitando simplesmente à busca da solução do problema. Mesmo assim, o processo continuou atrelado à busca da solução do problema (ONUCHIC, 1999, p.206).

Antes disso, o ensino da Matemática era baseado a partir de memorização de fórmulas, no uso excessivo de regras e algoritmos e na repetição de exercícios. O papel do professor era o de apenas apresentar o conteúdo, e ao aluno caberia memorizar, escrever e repetir por meio de lista de exercícios enfadonhos e técnicas ou processos antes apresentados.

Nas décadas posteriores, a Resolução de Problemas foi e tem sido um dos temas mais discutidos e difundidos pelo mundo como umas das possíveis metodologias satisfatórias para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Conforme Onuchic (1999) esse movimento de reforma na Educação Matemática, ainda predominante aponta a Resolução de Problemas como primeiro padrão de procedimento para o trabalho com os padrões de conteúdos. Dessa forma, o ensino de Matemática através da resolução de problemas é fortemente recomendado como uma possível metodologia de ensino.

Ainda sobre esse assunto Onuchic (1999) recorda que ensinar matemática por meio da resolução de problemas ainda é uma das abordagens mais significativas e fundamentadas com as recomendações do NCTM e também das Orientações Curriculares para o Ensino Médio (2000), sobre isso falaremos mais adiante. A partir dessa metodologia poderão ser apreendidos conceitos e habilidades matemáticos

2.7.2 Diferentes formas de propor e resolver problemas matemáticos

Para resolver problemas matemáticos e até mesmo exercícios deve-se levar em consideração a bagagem de conhecimento adquirida pelos alunos durante os anos letivos anteriores. É evidente que as habilidades e competências dos alunos devem ocorrer de forma sistemática para que os alunos possam dominar o conhecimento matemático inerente ao processo de ensino e aprendizagem.

Uma boa forma para se começar a resolver um problema segundo Smole e Diniz (2001) seria trabalhar com os alunos individualmente ou em grupo, em sala de aula, a leitura de diferentes problemas matemáticos.

Muitas vezes, por não lerem e interpretarem bem um problema matemático, os alunos não conseguem resolvê-los ou resolvem de forma errada. Muitos professores de matemática acreditam “[...] que as dificuldades apresentadas por seus alunos em ler e interpretar um problema ou exercício de matemática está associado a pouca habilidade que eles têm com a leitura” (SMOLE; DINIZ, 2001, p. 69).

Baseados em nossa experiência no Ensino de Matemática em escolas da rede pública e privada, acreditamos que uma boa leitura e compreensão não somente do texto do referido problemas, mas principalmente a leitura e compreensão dos conceitos matemáticos, símbolos, algoritmos, gráficos, tabelas, entre outros, podem contribuir para um melhor aprendizado.

Se observarmos o texto dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 2000, p.259) especificamente no que se refere aos objetivos apontados para o Ensino Médio no ensino de Matemática, podemos ver que o primeiro objetivo é fazer com que os alunos possam “ler e interpretar textos de matemática”.

Há uma grande preocupação por parte dos governos e dos educadores, no que se refere à educação, em dar subsídios para que os alunos possam ler e interpretar textos da língua materna. Mas também há uma necessidade cada vez maior de se alfabetizar matematicamente,

ou seja, a aprendizagem da leitura e da escrita na linguagem matemática. Essa alfabetização pode ocorrer de fato através da metodologia da resolução de problemas.

As maiores dificuldades encontradas pelos alunos ao lerem e interpretarem um problema matemático, conforme Smole e Diniz (2001) são a ausência de trabalho específico com o texto do problema, a não compreensão de conceitos matemáticos e mau entendimento dos termos específicos da Matemática. Por isso voltamos a ressaltar a importância da bagagem de conhecimento que o aluno tenha adquirido nos anos anteriores. Os conceitos, os termos e as operações matemáticas devem ser bem trabalhados pelo professor para que o aluno possa aprender efetivamente e consequentemente utilizar-se desses para resolver problemas matemáticos.

Para Silva e Siqueira Filho (2011) um dos aspectos a ser considerado quando utilizamos a Resolução de Problemas como uma possível metodologia de ensino é a escolha adequada do problema. Os problemas devem sempre estar voltados à realidade dos alunos. Por isso, Polya (1995) afirma que os problemas propostos pelo professor não devem ser muito difíceis e nem muito fáceis, devem ser naturais e interessantes. O problema escolhido deve apresentar variadas formas de resolução, “[...] um problema é rico quando permite ser resolvido por diferentes estratégias” (SILVA; SIQUEIRA FILHO, 2011, p.33).

Achamos interessante e concordamos com Silva e Siqueira Filho (2011) ao selecionar problemas matemáticos para sua obra, “Matemática: Resolução de Problemas” baseados nos critérios abaixo:

- 1) Os problemas propostos devem admitir mais de uma estratégia de resolução;
- 2) Apresentarem diferentes conceitos e conteúdos matemáticos;
- 3) Os mesmos devem estar relacionados às ações cotidianas dos alunos e dos professores;
- 4) Selecionar problemas de provas do ENEM – Exame Nacional do Ensino Médio.

Para que o trabalho do professor torne-se mais eficaz e efetivo ao resolver problemas em sala de aula, o mesmo deverá selecionar diferentes tipos de problemas. Com isso o professor poderá identificar dificuldades de resolução em um ou outro problema específico.

Conforme Smole e Diniz (2001), devemos propor diferentes problemas aos alunos. Cada qual com características próprias que exigirá habilidades e competências diferenciadas para a sua resolução. Além disso, cada um desses problemas tem como objetivo romper com alguns pensamentos e ideias a respeito dos problemas matemáticos.

Os tipos de problemas que mostraremos a seguir é uma proposta de Smole e Diniz (2001) para serem trabalhados em sala de aula entre professores e alunos.

- Problemas sem solução

Este é o tipo de problema que rompe com a concepção de que todo problema tem uma resposta. Nesse caso, os dados apresentados não são suficientes para se chegar a uma solução. Problemas desse tipo desenvolverá no aluno a habilidade de aprender a duvidar.

- Problemas com mais de uma solução

Esse tipo de problema é importante para romper com a ideia de que existe somente uma resposta. O aluno deverá montar estratégias diferentes para se chegar a duas ou mais respostas.

- Problemas com excesso de dados

Nesse tipo de problema nem todas as informações explícitas no texto serão utilizadas para se chegar ao (s) resultado (s). Através desses problemas, pode-se trabalhar o rompimento da crença de que num problema todos os dados são usados. Daí surge à importância da leitura, compreensão e seleção dos dados relevantes.

- Problemas de lógica

Estes problemas são importantes para avaliar o raciocínio dedutivo do aluno. Para que o aluno possa resolvê-lo, o mesmo deverá partir de tentativas de erros ou usar tabelas e listas.

É importante destacar mais uma vez que a resolução de problemas em sala de aula deve ser trabalhada a partir de situações que façam parte do cotidiano dos alunos, pois assim os conteúdos estudados ganham significado. Sendo assim, o professor pode aproveitar o momento oportuno para se integrar aos projetos da escola, atrelar os conteúdos matemáticos aos temas transversais propostos pelos PCN, de modo planejado e consciente.

Conforme Rêgo e Paiva (2010) faz-se necessário que os alunos disponham de um tempo adequado para resolver problemas em sala de aula. Também se deve incentivar a interação entre eles e a discussão professor/aluno de diversas estratégias para se conseguir o maior número de respostas.

Segundo Dante (2000) alguns pontos são importantes para a resolução de problemas em sala de aula:

- A resolução de problemas não deve ser uma atividade estanque, que ocorre esporadicamente. Pelo contrário, deve ser parte integrante do currículo. Essa atividade deve ser bem estruturada e desenvolvida de modo a estar presente durante todo o ano letivo;
- A sociedade impõe problemas matemáticos, por isso o ato de resolver problemas é algo inerente à vida diária. Dessa forma, os alunos entendem a necessidade de se aprender a resolver problemas;

- Na resolução de problemas, deve-se priorizar, pela qualidade das questões e não pela quantidade. Deve-se começar com poucos problemas (dois ou três) e com frequência, explorando-os ao máximo;
- Os problemas devem ser trabalhados de forma gradativa. Ou seja, parte-se dos mais fáceis para aqueles que exigem do aluno um pensamento mais aprofundado e estruturado;
- É interessante pedir que os alunos tragam problemas que achem intrigantes ou interessantes. A partir desses problemas, montar um banco de problemas para que seja utilizado por outros professores de Matemática em outros momentos. Sempre que possível expor num local bem visível da escola alguns problemas e pedir que os alunos levem para casa e tentem resolvê-los. Marcar para uma aula posterior a data para que eles tragam os problemas. Nesse dia é essencial que o professor aproveite o momento para pedir os alunos que mostrem como chegaram aos resultados e comentarem sobre os resultados.

A partir do que já foi exposto percebe-se que os autores são unânimes em afirmar que para se resolver um problema matemático se faz necessário percorrer alguns processos até se chegar à solução. Eles também apontam a Resolução de Problemas como uma metodologia ou perspectiva metodológica eficaz no ensino da Matemática quando feito de forma correta.

2.7.3 A Resolução de Problemas matemáticos nos documentos oficiais

Atualmente, conforme os PCN (BRASIL, 1998), a metodologia da resolução de problemas deve ser vista como um eixo organizador do processo de ensino e aprendizagem da Matemática, resumido nos seguintes princípios:

- No processo de ensino e aprendizagem da Matemática as situações problemas devem formar a base dessa atividade matemática. Os conceitos, as ideias e os métodos devem ser abordados através da exploração de situações problemas;
- O problema não pode ser entendido como um simples exercício, onde, basta, apenas, o aluno aplicar uma técnica ou fórmula para se chegar à solução. O problema de fato existirá se o aluno buscar uma interpretação do enunciado proposto e montar estratégias para solucioná-lo;
- A resolução de problemas deverá ser uma atividade constante nas aulas de Matemática. Através desta atividade, pode-se apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas.

Ainda de acordo com os PCN (BRASIL, 1998), especificamente na parte relacionada à Matemática no Ensino Fundamental, indica-se que a resolução de problemas deve ser vista como um ponto de partida para o processo de ensino e aprendizagem. O documento ressalta ainda, os cuidados que o professor deverá ter para não utilizar a resolução de problemas como uma metodologia isolada, trabalhada, apenas, a partir de listas em que a solução só dependa da escolha de alguma técnica, fórmulas ou procedimentos decorados pelos alunos.

Os PCNEM (BRASIL, 2000) prioriza um ensino não somente voltado à formação do jovem para a sociedade e para o mundo do trabalho. Pretende-se se formar um jovem com identidade própria e que possa se sentir independente na prática de suas atividades sociais, culturais, políticas, religiosas. Ainda de acordo com este documento, o ensino deve ir além da aprendizagem de conceitos e habilidades referentes a procedimentos e métodos aplicados por cada disciplina.

De acordo com o documento acima mencionado o processo de ensino e aprendizagem da Matemática deve ir além de ensinar um conteúdo específico:

Em seu papel formativo, a Matemática contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento e a aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria Matemática, podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, propiciando a formação de uma visão ampla e científica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais. (BRASIL 1999, p. 40).

Nos documentos complementares aos PCN pode-se perceber a evidência da concepção da Resolução de Problemas quando diz que esta metodologia:

[...] é a perspectiva metodológica escolhida nesta proposta e deve ser entendida como a postura de investigação frente a qualquer situação ou fato que possa ser questionado. A seleção das atividades a serem propostas deve garantir espaço para a diversidade de opiniões, de ritmos de aprendizagem e outras diferenças pessoais. O aspecto desafiador das atividades deve estar presente todo o tempo, permitindo o engajamento e a continuidade desses alunos no processo de aprender. Nesse sentido, a postura do professor de problematizar e permitir que os alunos pensem por si mesmos, errando e persistindo, é determinante para o desenvolvimento das competências juntamente com a aprendizagem dos conteúdos específicos (BRASIL, 2002, p. 129).

Nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006), na parte direcionada aos conhecimentos matemáticos, enfatiza-se a importância de colocar o aluno como principal ator do processo de ensino e aprendizagem e defende que a aprendizagem de um novo conceito pode acontecer por meio da apresentação de situações problemas. Portanto,

ao discutir sobre os diferentes objetivos da formação matemática na Educação Básica, o documento afirma que “[...] ao final do Ensino Médio, espera-se que os alunos saibam usar a Matemática para resolver problemas práticos do cotidiano” (BRASIL, 2006).

2.7.4 Resolvendo problemas matemáticos em sala de aula

Enquanto professor atuante em escolas públicas da Educação Básica, percebemos que o modelo predominante de ensino através da resolução de problemas deixa muito a desejar. Quando este ocorre, é mecânico por meio de exercícios de reconhecimento e de algoritmos ou problemas-padrão, segundo Dante (2000). Estes exercícios e também os problemas-padrão são resolvidos basicamente a partir de identificação de definições, conceitos e propriedades ou utilizando-se basicamente das operações aritméticas dos números naturais.

A metodologia tradicional, baseada em decorar fórmulas, regras, conceitos e propriedades ainda é muito comum no ensino da Matemática, a qual não incentiva os alunos a raciocinarem.

Segundo Rêgo e Paiva (2010) os alunos estão acostumados a receberem tudo pronto do professor já que a Matemática é muitas vezes mostrada como uma ciência pronta e inerte. O objetivo do professor, nesse caso, é apenas depositar uma série de informações e ao aluno cabe, de forma passiva, depositá-las em seu cérebro. Em vez disso, espera-se que o professor se coloque no lugar do aluno na hora de resolver problemas, ou seja, pense quais problemas seriam interessantes para si enquanto aluno.

Um dos principais objetivos do ensino da Matemática é fazer o aluno pensar produtivamente e, para isso, nada melhor do que apresentar situações-problemas que o envolvam, o desafiem, e o motivem a querer resolvê-las (DANTE, 2000).

Ou seja, a atividade de resolver problemas deve ser um processo contínuo na Educação Básica, desde os primeiros anos do Ensino Fundamental até o final do Ensino Médio.

Para Rêgo e Paiva (2010) já é tradição tanto na prática dos professores quanto na apresentação nos livros didáticos, os problemas serem utilizados após a introdução dos conteúdos matemáticos. Às vezes, também são utilizados para aprofundar a assimilação e verificar o nível de aprendizagem dos alunos a respeito de conceitos e procedimentos estudados.

Através da nossa pouca experiência com resolução de problemas matemáticos nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio percebemos que os alunos utilizam técnicas para organizar as ideias e montar um plano. Para isso, eles representam as situações problemas através de desenhos e símbolos na tentativa de tornar o problema em algo mais concreto. Esse é um aspecto que consideramos positivo e essencial para tornar o pensamento subjetivo do aluno em uma escrita algébrica, se for caso.

Deixar que os alunos criem suas próprias estratégias para resolver problemas favorece um desenvolvimento maior deles com a situação dada. Eles passam a sentirem-se responsáveis pela resolução que apresentam e tem a possibilidade de aprender a expor seu raciocínio na discussão com seus pares (SMOLE; DINIZ, 2001 p. 125)

Para que o aluno construa o seu próprio conhecimento de forma autônoma acreditamos que a proposta dos problemas matemáticos abertos seja mais viável do que a dos problemas fechados. Entendemos como problemas abertos todo problema cujo enunciado não há uma estratégia para resolvê-los. De acordo com a classificação dos problemas matemáticos feita por Dante (2000), apenas os problemas heurísticos e as situações-problemas podem ser considerados como problemas abertos já que exige de quem o resolve, estratégias próprias além de um conhecimento matemático. Esses problemas têm por característica a relação direta com os conceitos matemáticos elementares e/ou mais elaborados. Já os problemas fechados podem ser entendidos como problemas que exigem do aluno o reconhecimento de um conceito, uma definição, um teorema, uma linguagem matemática ou um cálculo para resolvê-los, além disso, esse tipo de problema só admite uma resposta, por isso é chamado de problema fechado.

O processo de ensino e aprendizagem da Matemática deve estar voltado a dois eixos estruturadores: a interdisciplinaridade e a contextualização. Com relação a este último, as OCEM (BRASIL, 2006) indicam que o professor deve estar atento ao propor problemas abertos e fechados.

A contextualização pode ser feita por meio da resolução de problemas, mas aqui é preciso estar atento aos problemas “fechados”, porque esses pouco incentivam o desenvolvimento de habilidades. [...] O uso exclusivo desse tipo de problema consegue mascarar a efetiva aprendizagem, pois o aluno, ao antecipar o conteúdo que está sendo trabalhado, procede de forma um tanto mecânica na resolução de problemas. [...] O problema do tipo “aberto” procura levar o aluno à aquisição de procedimentos para resolução de problemas. A prática em sala de aula desse tipo de problema acaba por transformar a própria relação entre professor e os alunos e entre os alunos e o conhecimento matemático. O conhecimento pode ser entendido como uma importante ferramenta para resolver problemas, e não mais como algo que deve ser memorizado para ser aplicado em momentos de “provas finais”. (BRASIL, 2006, p.83-84)

De acordo com esse documento deve-se priorizar o ensino de problemas abertos, pois é através destes que os alunos podem apreender os conceitos e procedimentos necessários para que possam resolver problemas matemáticos.

Sendo assim, espera-se que, na última etapa da Educação Básica, o aluno possua habilidades e competências adquiridas para que o mesmo possa elaborar e desenvolver estratégias de identificação e resolução de problemas diversos no seu dia a dia.

2.8 O conceito de *função*

De acordo com o Programa Nacional do Livro Didático (BRASIL, 2012) o conceito de função deve ser introduzido na Educação Básica bem cedo dada sua importância como poder unificador e suas inúmeras aplicações na própria Matemática e em outras ciências.

Especificamente, o estudo das funções é visto com mais detalhes na 1ª série do Ensino Médio. Porém, a ideia básica de relações entre grandezas já é visto de forma implícita nas séries anteriores.

Infelizmente, ainda é perceptível na Educação Básica que o estudo das funções segue uma ordem ditada pelas sequências sugeridas nos livros didáticos adotados pelas escolas. Geralmente este tópico é introduzido em sala de aula pelo professor de forma desintegrada e fora da realidade dos alunos.

Se observarmos o desenvolvimento do conceito de função ao longo da história perceberemos que este se deu num processo longo e gradativo. Ao longo dos séculos foi se aperfeiçoando e a noção que se tem nos dias atuais é um produto de um longo desenvolvimento do pensamento matemático.

De acordo com Youshekevich (1981, apud OLIVEIRA, 1997, p.13) há três períodos no qual a noção de função se desenvolveu:

- (1) A Antiguidade: etapa no curso da qual o estudo dos diferentes casos de dependência entre duas quantidades ainda não isolou as noções gerais de quantidades variáveis e de funções.
- (2) A Idade Média: Nesta etapa, estas noções são pela primeira vez, e de maneira precisa, expressas sob uma forma geométrica e mecânica, mas durante a qual, como na antiguidade, cada caso concreto de dependência entre duas quantidades é definido por uma descrição verbal ou por um gráfico, de preferência a uma fórmula.
- (3) O período moderno: no curso do qual, a partir do fim do século XVI, e especialmente durante o século XVII, as expressões analíticas de funções começam a prevalecer, a classe das funções analíticas geralmente são expressas por meio da soma de séries infinitas, tornando-se logo a principal classe utilizada.” (YOUSCHKEVITCH, 1981, apud OLIVEIRA, 1997, p. 13).

Ou seja, o estudo dos diferentes casos de dependência entre duas quantidades, na Antiguidade, não levou a nenhuma noção geral de quantidades variáveis e nem muito menos de função. Mais tarde, na Idade Média, a dependência existente entre duas quantidades fora definida ora por uma descrição verbal ora por um gráfico, distanciando um pouco esse conceito baseado numa fórmula. Já na Idade Moderna, a classe de função analítica tornou-se a principal classe utilizada. Essa função geralmente expressa através de somas de séries infinitas.

Com relação à importância do conceito de Função, Rêgo (2000) destaca:

O conceito de Função constitui-se um dos principais pré-requisitos para grande parte dos conteúdos desenvolvidos no Ensino Superior, uma vez que inúmeros problemas das Ciências Exatas, da Tecnologia, da Saúde e Ciências Sociais Aplicadas podem ser modelados e estudados utilizando-se funções de uma ou várias variáveis. (RÊGO, 2000, p.20).

As Orientações Curriculares para o Ensino médio (2006) destacam a importância do estudo de função, pois este contribui para o aprendizado também da álgebra:

O estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática. (BRASIL, 2006, p.121)

Conforme Chaves e Carvalho (2004), no contexto atual, o conceito de função é ensinado nas escolas, na maioria das vezes, adotando-se as ideias sugeridas pelo livro didático. Por sentirem-se um tanto despreparados, muitos professores de Matemática ao iniciarem sua carreira adotam o livro didático não como um dos instrumentos facilitadores, mas o único recurso utilizado.

De acordo com Lima (2000 apud CHAVES; CARVALHO, 2004):

Praticamente todos os textos escolares em uso no nosso país definem função” como $f: A \rightarrow B$ como uma relação que a cada elemento de x pertencente a A , corresponde um único elemento y pertencente a B . “Essa definição apresenta o inconveniente de ser formal estática e não transmite a ideia intuitiva de função como correspondência, transformação, dependência (uma grandeza em função da outra) ou resultado de movimento. (CHAVES; CARVALHO, 2004, p.26)

Dessa forma, este conceito, como é apresentado nos parece extremamente abstrato do ponto de vista do professor.

2.8.1 Análise de dois livros didáticos

O livro didático exerce uma influência significativa na prática de muitos professores, inclusive os professores de Matemática. Por isso consideramos relevante observar como os livros adotados pela escola, na qual realizamos a pesquisa, abordam os assuntos de Função e Função Afim. Além disso, nossa análise nesses livros verificará se os conteúdos mencionados anteriormente são introduzidos a partir de situações-problemas e se há problemas matemáticos propostos para aprofundar a aprendizagem desses conteúdos.

Os livros que escolhemos para análise foram Dante (2011) e Souza (2010). Escolhemos a obra de Dante (2011) por ela ser o livro didático adotado na escola e ser utilizada pelos alunos participantes da pesquisa. A escolha do segundo livro para a nossa análise, Souza (2010), se deu pelo fato da maioria dos professores de Matemática da escola onde fizemos a pesquisa utilizarem este livro para preparar suas aulas e também para seus próprios aprofundamentos dos conteúdos.

Dante (2011) aborda o conceito de função em 18 páginas e inicia a apresentação do conceito de função a partir de duas tabelas onde é possível verificar as dependências entre as variáveis, estabelecendo uma lei de formação.

Ele apresenta um grupo de exercícios voltados às ideias de lei de formação. Define função como “dados dois conjuntos não vazios A e B, uma função de A em B como uma regra que associa elementos, $x \in A$, a um único elemento $y \in B$ ” Também trabalha esse conceito através de conjuntos de setas, definindo domínio, imagem e contradomínio. O capítulo deste conteúdo é finalizado com o estudo dos gráficos.

Já o conceito de Função Afim em Dante (2011) é iniciado com uma situação-problema, destacada na Figura 1 a seguir.

Figura 1: Introdução do conceito de Função Afim

1 Introdução

Um representante comercial recebe, mensalmente, um salário composto de duas partes: uma parte fixa, no valor de R\$ 1 500,00, e uma parte variável, que corresponde a uma comissão de 6% (0,06) sobre o total das vendas que ele faz durante o mês. Nessas condições, podemos dizer que:

$$\text{salário mensal} = 1\,500,00 + 0,06 \cdot (\text{total das vendas do mês})$$

Observamos então que o salário mensal desse vendedor é dado em função do total de vendas que ele faz durante o mês, ou seja:

$$s(x) = 1\,500,00 + 0,06x$$

ou $s(x) = 0,06x + 1\,500,00$

ou $y = 0,06x + 1\,500,00$

em que x é o total das vendas do mês.
Esse é um exemplo de *função afim*.

Fonte: Dante (2011, p. 112)

O conteúdo é abordado a partir de uma situação-problema que mostra uma situação cotidiana em que o salário mensal de um representante é dado em função do total de vendas que ele faz durante o mês, e que pode ser representado, pelo que ele chama de função afim. Daí, se tem uma ideia a partir do problema introdutório que o conceito de função afim está relacionado com uma variável fixa (salário fixo) e uma independente (comissão). Mas a situação-problema logo foi resolvida sem convidar o aluno a uma reflexão e nenhum questionamento. O aluno deveria ser o agente ativo da construção do seu conhecimento, mas o que se percebe é apenas a abordagem do autor.

Após enunciar o conteúdo de Função Afim através de uma situação-problema, o autor define Função Afim algebricamente, em seguida dá alguns exemplos.

Figura 2 – Definição de Função Afim

2 Definição de função afim

Uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ chama-se *função afim* quando existem dois números reais a e b tal que $f(x) = ax + b$, para todo $x \in \mathbb{R}$. Por exemplo:

- $f(x) = 2x + 1$ ($a = 2, b = 1$)
- $f(x) = -x + 4$ ($a = -1, b = 4$)
- $f(x) = \frac{1}{3}x + 5$ ($a = \frac{1}{3}, b = 5$)
- $f(x) = 4x$ ($a = 4, b = 0$)

Fonte: Dante (2001, p.112)

Após a definição, Dante mostra mais uma situação-problema (Figura 3) com o objetivo de relacionar a função afim com situações cotidianas. Feito isso, ele associa o problema dado com a lei de formação de uma função afim.

Figura 3 – Situação-problema envolvendo Função Afim

Observe outro exemplo:

Um motorista de táxi cobra uma taxa fixa de R\$ 3,20 pela “bandeirada” mais R\$ 1,80 por quilômetro rodado. Assim, o preço de uma corrida de x quilômetros é dado, em reais, por:

$$f(x) = 1,80x + 3,20$$

De modo geral, se o preço da bandeirada fosse b reais e o preço do quilômetro rodado a reais, então o preço de uma corrida de x quilômetros seria dado, em reais, por $f(x) = ax + b$.



Fonte: Dante (2011, p.112)

Ao finalizar o estudo da função afim, o autor propõe exercícios para aprofundar a aprendizagem do conteúdo. Das questões propostas, a maioria delas podem ser classificadas como situações-problemas, conforme Dante (2000). Na figura 4 abaixo, podemos verificar algumas dessas situações-problemas.

Figura 4 – Exercícios propostos

12. Uma pessoa vai escolher um plano de saúde entre duas opções: **A** e **B**.

- O plano **A** cobra R\$ 100,00 de inscrição e R\$ 50,00 por consulta num certo período.
- O plano **B** cobra R\$ 180,00 de inscrição e R\$ 40,00 por consulta no mesmo período.

O gasto total de cada plano é dado em função do número x de consultas.

Determine:

- a) a equação da função correspondente a cada plano;
- b) em que condições é possível afirmar que: o plano **A** é mais econômico; o plano **B** é mais econômico; os dois planos são equivalentes.

13. Após a correção das provas de uma classe, um professor resolveu mudar o sistema de pontuação, de modo que a nota máxima continuasse 100, mas a média das notas, que havia sido 60, passasse a ser 80 e que a variação das notas da antiga para a nova pontuação representasse uma função afim.

- a) Determine a sentença que permite estabelecer a mudança.
- b) Se antes a nota mínima de aprovação era 50, qual é na nova pontuação?

Fonte: Dante (2011, p 115)

Observamos que na abordagem do conceito de Função Afim feita pelo autor, o conteúdo é apresentado por meio de exemplos e depois são propostas algumas atividades. Dessa forma, não se dá oportunidades para que o aluno possa resolver os problemas introdutórios, pois o próprio autor, após enunciar a situação-problema fornece a resposta. Percebe-se também que o autor associa este conteúdo com outros como: Progressão

Aritmética, Movimento Uniforme; Proporcionalidade; Função Linear, e conclui com outras aplicações de função afim.

Os exercícios que integram o capítulo analisado encontram-se como exercícios propostos que na nossa ótica podem ser considerados repetitivos e numerosos significando apenas treinos, mas existem algumas atividades ligadas à realidade dos alunos.

Na obra de Souza (2010), o autor dedica parte da unidade 3 para falar sobre Função e Função Afim, sendo 65 páginas para estes conteúdos. Ele inicia o estudo de Função com um exemplo sobre o “consumo de combustível”. A partir desse exemplo, o autor relaciona a dependência de grandezas existentes entre a quantidade de combustível e quantidade a pagar. Depois deste exemplo, retrata um pouco sobre o estudo das funções como um conceito recente. Mais adiante, o autor, apresenta mais três exemplos de situações-problemas, como podemos observar na Figura 5, relacionadas com o conceito de função.

Figura 5: As funções

Estudando funções

Em diversas situações do dia a dia é possível perceber grandezas que, de certa maneira, estão relacionadas. Ao abastecer um veículo, por exemplo, as grandezas “quantidade de combustível” e “quantia a pagar” estão diretamente relacionadas. Muitas dessas relações podem ser descritas por um conceito matemático denominado *função*. O conceito de função é relativamente novo, visto que a maior parte de seu desenvolvimento ocorreu nos séculos XVIII e XIX, com contribuições de matemáticos como: Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716), Isaac Newton (1642-1727), Leonhard Euler (1707-1783) e Joseph Fourier (1768-1830).

Observe exemplos de situações que envolvem funções.

Exemplo 1

O *biodiesel* é um tipo de biocombustível obtido a partir de plantas oleaginosas, como o algodão, o girassol, a mamona e a soja. Entre as vantagens na utilização desse combustível, pode-se destacar a menor emissão de gases poluentes na atmosfera, se comparado ao *diesel* comum, aquele obtido a partir do petróleo.

Observe no quadro a relação entre a quantidade de mamona e a de *biodiesel* produzida.

Quantidade de mamona (em t)	Quantidade de <i>biodiesel</i> (em L)
1	560
2	1 120
3	1 680
4	2 240
...	...
x	560 · x



Usina de *biodiesel* em Montes Claros-MG (6/4/2009).

Note que existe uma relação entre as grandezas “quantidade de mamona” (x) e “quantidade de *biodiesel*” (q) produzida. Essa relação é um exemplo de função. Para determinarmos quantos litros de *biodiesel* são produzidos a partir de certa quantidade de mamona, podemos utilizar a seguinte fórmula:

$$q = 560x$$

↑ quantidade de *biodiesel* (em L)
↑ quantidade de mamona (em t)

Podemos calcular, por exemplo, quantos litros de *biodiesel* são produzidos a partir de 12,5 t de mamona:

$$q = 560 \cdot 12,5 = 7\,000 \rightarrow 7\,000\text{ L}$$

Fonte: Souza (2010, p.42)

Acreditamos ser essa uma boa maneira de apresentar o conceito de função, pois esse conceito ganha significado, tornando-o mais real. Porém, o aluno é um mero expectador da exposição feita pelo autor. Assim como observado na abordagem feita em Dante (2012),

Souza (2010) também não abre um espaço para reflexões e questionamentos para que o aluno possa construir o seu próprio conhecimento. A apresentação do conceito de Função que tinha sido cuidadosamente explorada a partir de três situações-problemas, que nos induz ao conceito de função como correspondência entre grandezas, de certa forma, foi deixada de lado para se formalizar o conceito de função baseado em relações como podemos ver na Figura 6 a seguir:

Figura 6 – Conceito de Função

Sejam os conjuntos A e B não vazios, uma relação f de A em B é uma função quando associa a cada elemento x , pertencente ao conjunto A , um único elemento y , pertencente a B . Essa função pode ser indicada por:

$$f: A \rightarrow B \text{ ou } A \xrightarrow{f} B \text{ (lê-se "função } f \text{ de } A \text{ em } B")$$

O conjunto A é denominado **domínio** ($D(f)$) e o conjunto B , **contradomínio** ($CD(f)$) da função f . Cada elemento y de B que possui correspondente x em A é chamado **imagem** de x pela função f . O conjunto formado por todas as imagens é denominado **imagem da função** ($Im(f)$).

Fonte: Souza (2010, p.52)

Após a apresentação da definição do conceito de função, além dos conceitos de domínio, contradomínio e imagem, introduzidos sem nenhuma motivação, o autor em questão propõe uma série de exercícios dentre os quais vários podem ser considerados como situações-problemas, segundo Dante (2000). A seguir podemos ver na Figura 7 um desses problemas.

Figura 7 – Exercícios propostos

A Lei nº 11705, de 19 de junho de 2008, conhecida como "lei seca", prevê maior rigor ao motorista que ingerir bebidas alcoólicas, punindo-o com a suspensão do direito de dirigir por um ano, multa, retenção do veículo e detenção, sem direito a fiança. Uma das consequências desta lei é a diminuição de, aproximadamente, 19% no número de atendimentos às vítimas de acidentes de trânsito somente nos hospitais estaduais da capital paulista e da Grande São Paulo, o que gerou uma economia de cerca de 17 milhões de reais para esses hospitais. Segundo a Secretaria de Estado da Saúde de São Paulo, o atendimento a uma vítima em estado grave custa em média R\$ 3 000,00 aos cofres públicos, enquanto que o socorro a uma pessoa ferida sem gravidade gera um custo médio de R\$ 500,00.

Sendo C o custo do atendimento a vítimas de trânsito, s o número de vítimas sem gravidade e g o número de vítimas com gravidade, resolva.

a) Qual das funções expressa o custo, em reais, do atendimento a vítimas de trânsito em função do número de vítimas sem e com gravidade?

- $C = 3\,000s + 500g$
- $C = 500s + 3\,000g$
- $C = 500s + 3\,000g$
- $C = 3\,000s - 500g$

b) Supondo que em certo mês os hospitais de São Paulo atenderam 1 170 vítimas de acidentes de trânsito sem gravidade e 270 com gravidade, qual o custo estimado desses atendimentos? R\$ 1 395 000,00

c) Se em um hospital foram gastos cerca de R\$ 100 000,00 nos atendimentos a vítimas de trânsito, em certo mês, possivelmente quantas dessas vítimas estavam em estado grave e quantas não estavam?

d) Além da redução dos custos médicos, cite outros benefícios que a "lei seca" proporciona à sociedade. Resposta pessoal.

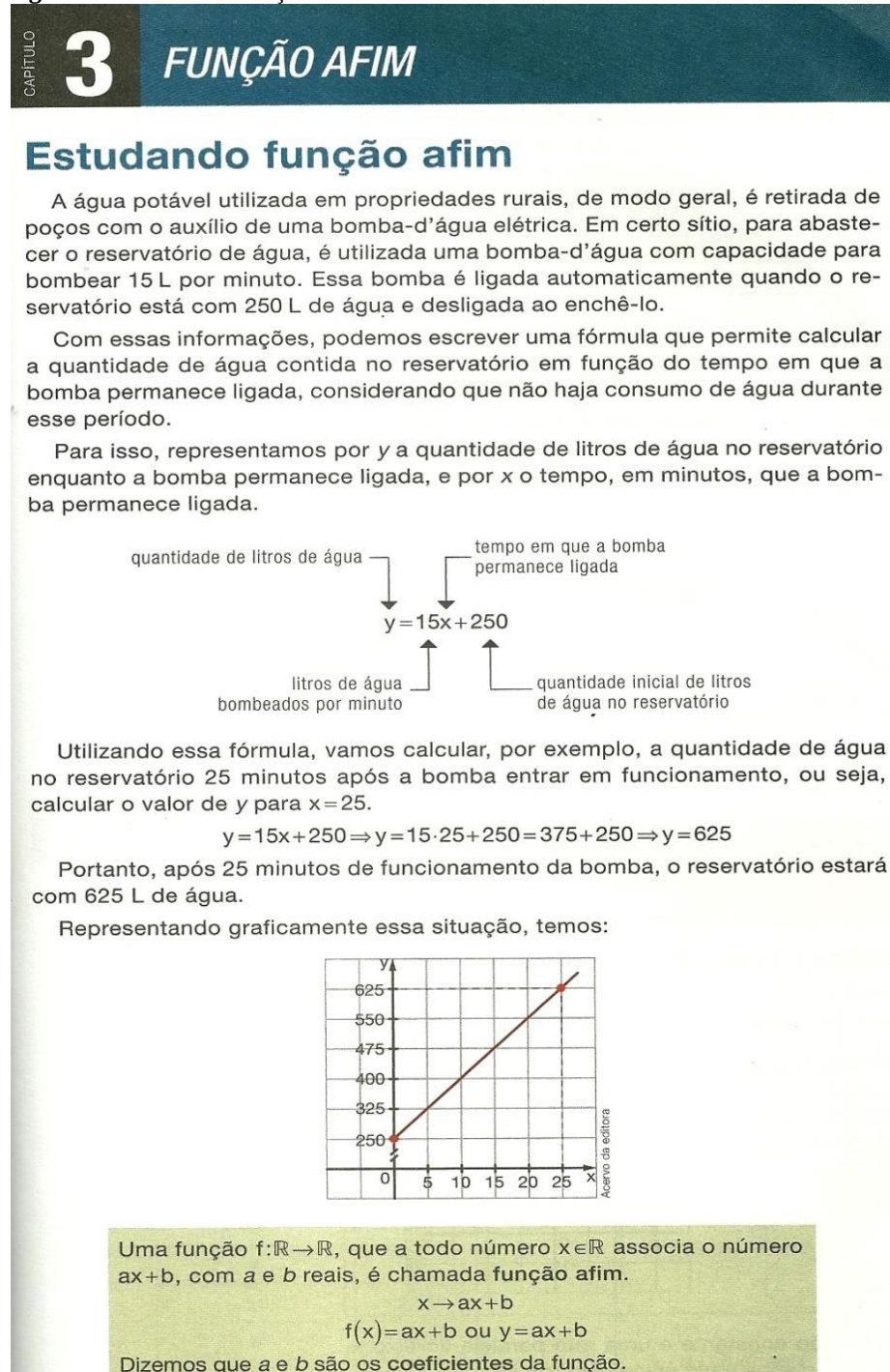
Custo médio com vítimas de acidente de trânsito, em reais		
Número de pessoas	Sem gravidade	Com gravidade
1	500	3 000
2	1 000	6 000
3	1 500	9 000
4	2 000	12 000
5	2 500	15 000
6	3 000	18 000

Fonte: Souza (2000, p.55)

A apresentação de Função Afim é motivada por um exemplo contextualizado acompanhado por um gráfico característico. Em seguida o conceito de função é formalizado.

Dessa forma, consideramos que essa é uma abordagem objetiva, mas não eficiente porque, como já dissemos anteriormente, o aluno é entendido nesse contexto como um mero expectador das ideias do autor. O aprendizado através dessa metodologia é apreendido para ser reproduzido em exercícios. Observando a Figura 8, vemos como o autor aborda o conceito de Função Afim.

Figura 8 – Estudo da Função Afim



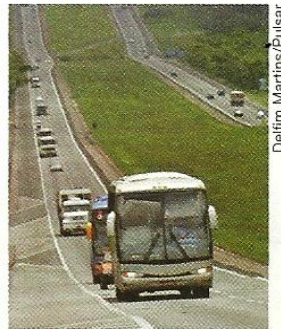
Fonte: Souza (2010, p.81)

Para aprofundar o conteúdo de função afim o autor propõe uma série de atividades valorizando situações do cotidiano com o intuito de mostrar aos alunos que o conteúdo abordado relaciona-se com situações do seu dia a dia. Mas somente, nesta etapa do processo de ensino e aprendizagem o autor convida os alunos a reflexão e questionamentos do conteúdo abordado. Na Figura 9 podemos ver uma dessas situações-problemas propostas para aprofundar a aprendizagem desse conteúdo.

Figura 9 – Lista de atividades

Um ônibus faz uma viagem de São Paulo a Curitiba a uma velocidade média de 62 km/h.

- a) Nessas condições, sabendo que a distância entre as duas cidades é de 403 km, em quanto tempo a viagem é realizada?
- b) Calcule a distância média percorrida pelo ônibus em:
 - 1 hora • 5 horas
 - 2 horas • 6 horas
- c) Escreva uma função que relacione a distância d percorrida, em quilômetros, em função do tempo t , em horas.



Fonte: Souza (2010, p.84)

Acreditamos que, da maneira como os exercícios e problemas são propostos, o aprendizado poderia ter ocorrido de forma efetiva se tivesse sido dada a oportunidade na introdução dos conceitos de função e Função Afim de o aluno construir o seu próprio conhecimento através de questionamentos e reflexões feitas pelo professor enquanto os alunos resolviam os problemas propostos.

As reflexões acerca da resolução de problemas matemáticos e do estudo das funções, em particular, da função afim, discutidas neste capítulo, contribuirá para as nossas análises a respeito de procedimentos e estratégias que os alunos se utilizam para entender e resolver problemas matemáticos.

3. APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS DADOS

3.1 Análise do Questionário Diagnóstico

Neste capítulo apresentamos um breve perfil dos alunos que participaram da pesquisa, além da discussão acerca de alguns conhecimentos prévios dos alunos sobre o conceito de *função* e de como os alunos em questão entendem e resolvem problemas matemáticos. Essas informações foram obtidas a partir de dados coletados através da aplicação do Questionário Diagnóstico na Turma B da 3ª série do Ensino Médio, do turno matutino, da Escola Estadual de Ensino Médio Senador Rui Carneiro, na cidade de Mamanguape/PB. Os sujeitos da pesquisa, turma do 3º ano do Ensino Médio B é composta por 35 alunos. Desse total, apenas cinco alunos não participaram da pesquisa porque faltaram no dia da aplicação do questionário.

Conforme os dados coletados, podemos afirmar que a maioria dos alunos que participaram da pesquisa (60%) é do sexo feminino e que a faixa etária predominante está entre 17 e 18 anos de idade, considerada adequada para essa série do Ensino Médio, o que corresponde a 53,4%. Estes dados podem ser observados nas Tabelas 1 e 2 a seguir.

Tabela 1 - Dados Pessoais - Sexo

Sexo	Número de alunos	Porcentagem
Feminino	18	60%
Masculino	12	40%
Total	30	100%

Fonte: Elaboração do autor

Tabela 2 - Dados Pessoais - Idade

Faixa etária	Número de alunos	Porcentagem
15-16 anos	10	33,3%
17-18 anos	16	53,4%
19-20 anos	03	10%
Mais de 20 anos	01	3,3%%
Total	30	100%

Fonte: Elaboração do autor

Com relação à situação escolar, especificamente à repetência, pudemos observar que a maioria dos alunos, 96,70%, nunca repetiu a 3ª série do Ensino Médio. O único aluno que marcou a opção de repetência no questionário não informou qual ou quais disciplinas o reteve na série. Isto pode ser percebido na Tabela 3.

Tabela 3 - Situação Escolar do Aluno - Repetente do 3º ano

Resposta	Número de alunos	Porcentagem
Sim	01	96,7%
Não	29	3,3%
Total	30	100%

Fonte: Elaboração do autor

Quando perguntamos aos alunos sobre sua relação com a Matemática, a maioria (70%) afirmou não gostar de Matemática ou são indiferentes com esta ciência. Cerca de 30% dos alunos analisados afirmaram gostar muito de Matemática, esse percentual representa um número considerável de alunos.

Estas informações pode nos remeter a ideia de que grande parte dos alunos pesquisados ainda não vê a Matemática como uma ciência presente na sociedade e em nossas atividades cotidianas, considerada de suma importância. Essas informações podem ser observadas na Tabela 4.

Tabela 4 - Importância da Matemática - Qual sua relação com a Matemática		
Resposta	Número de alunos	Porcentagem
Gosta muito	09	30%
Não gosta	11	36,7%
É indiferente	10	33,3%
Total	30	100%

Fonte: Elaboração do autor

Com relação ao grau de dificuldade ou de facilidade com a disciplina de Matemática, metade dos alunos participantes da pesquisa afirmou que é uma disciplina difícil, enquanto 10 deles, correspondente a 33,3%, responderam ser regular e apenas 5 acham a Matemática uma disciplina fácil, esse número equivale a apenas 16,7%, como mostra a Tabela 5 a seguir.

Tabela 5 - Importância da Matemática - Você considera a matemática uma disciplina		
Resposta	Número de alunos	Porcentagem
Fácil	05	16,7%
Regular	10	33,3%
Difícil	15	50%
Total	30	100%

Fonte: Elaboração do autor

Os alunos também foram questionados se já estudaram o conteúdo de função e sobre o conceito de função.

Praticamente todos os alunos investigados já estudaram o conteúdo de função no Ensino Médio, cerca de 93,3%. A maior parte deles (60%) considera esse conteúdo regular, ou seja, nem fácil e nem difícil. Isso pode ser visto de forma bem clara nas tabelas 6 e 7.

Tabela 6 - O estudo das funções - Você já estudou o conteúdo de função?		
Resposta	Número de alunos	Porcentagem
Sim	28	93,3%
Não	02	6,7%
Total	30	100%

Fonte: Elaboração do autor

Tabela 7 - O estudo das funções - Você considera o conteúdo de função:

Resposta	Número de alunos	Porcentagem
Fácil	02	6,7%
Regular	18	60%
Difícil	09	30%
Não souberam responder	01	3,3%
Total	30	100%

Fonte: Elaboração do autor

Perguntamos também o significado de problemas matemáticos, no intuito de coletar informações sobre o entendimento dos alunos a respeito da resolução de problemas matemáticos e como eles resolvem estes problemas. A seguir mostraremos como os alunos conceituam problemas matemáticos, e como eles resolvem tais problemas.

Ao se questionar sobre a presença de problemas matemáticos nas aulas de Matemática e também nas avaliações, a maioria dos alunos respondeu que às vezes o professor usa problemas matemáticos em sala de aula e nas avaliações 46,7% como pode ser visto na tabela 8 a seguir:

Tabela 8 - Nas aulas de Matemática e nas avaliações há presença de problemas matemáticos?

Resposta	Número de alunos	Porcentagem
Sim	12	40%
Não	04	13,3%
Às vezes	14	46,7%
Raramente	-	-
Total	30	100%

Fonte: Elaboração do autor

Perguntamos também o que é um problema matemático. Após observarmos as respostas dos alunos percebemos que a maioria deles respondeu a pergunta de forma insatisfatória e/ou confundiram o significado de problemas matemáticos com exercícios matemáticos. Isso pode ser visto como um ponto positivo, pois mesmo que de forma insipiente os alunos recordam da ideia de que seja um problema. Cerca de 23,3% não souberam responder, deixando a questão em branco. Essas informações podem ser observadas na Tabela 9 a seguir.

Tabela 9 - Para você o que é um problema matemático?

Resposta dos alunos	Número de alunos	Porcentagem
Resposta satisfatória	-	0%
Resposta insatisfatória	15	50%
Confundiram com exercícios matemáticos	08	26,70%
Não responderam	07	23,30%
Total	30	100%

Fonte: Elaboração do autor

Do total de alunos que participaram da pesquisa, 76,7% afirmaram já terem resolvido problemas matemáticos, mas como visto acima na Tabela 9, os alunos apenas têm uma ideia

do que sejam problemas matemáticos, mas não conseguiram definir de forma correta. Mesmo assim, a maioria afirmou já ter resolvido problemas matemáticos. A Tabela 10 esclarece essas informações.

Tabela 10 – Você já resolveu algum problema matemático?

Resposta	Número de alunos	Porcentagem
Sim	23	76,7%
Não	07	23,3%
Total	30	100%

Fonte: Elaboração do autor

Nosso próximo questionamento foi a respeito de como os alunos resolvem problemas matemáticos. Para este item, classificamos as respostas dos alunos em quatro categorias: 1) Utilizam estratégia(s) em sua resolução, ou seja, leem com atenção e/ou interpretam o problema para depois resolvê-lo através da aplicação de cálculos; 2) Se restringe aos cálculos, pois se utilizam apenas de operações matemáticas para responder o problema; 3) Resposta insatisfatória, a resposta não atende ao que foi perguntado; 4) Não souberam responder deixando a questão em branco. Essas categorias foram elaboradas a partir das observações e análises feitas nas respostas dos alunos ao Questionário Diagnóstico. De acordo com essas categorias, após fazermos a averiguação das respostas, percebemos que o maior percentual de alunos se enquadra na categoria 4 (33,30%), ou seja, não responderam, como visto na Tabela 11.

Tabela 11 – Como você resolve um problema matemático?

Categoria	Número de alunos	Porcentagem
Usam estratégia(s) em sua resolução	06	20%
Restringe-se aos cálculos	06	20%
Resposta insatisfatória	08	26,7%
Não responderam	10	33,3%
Total	30	100%

Fonte: Elaboração do autor

Nas respostas a esta questão, observamos que a maioria dos alunos relaciona os problemas matemáticos e a própria Matemática a situações que envolvem números, contas e cálculos. Dessa forma, os alunos esquecem que a Matemática é uma ciência que contribui de forma expressiva no desenvolvimento do raciocínio lógico, não apenas através dos cálculos, mas também através da interpretação.

3.2 Resultados dos problemas propostos no Questionário Diagnóstico

A segunda parte do Questionário Diagnóstico é composta por cinco questões, sendo quatro problemas matemáticos, do tipo situação-problema, de acordo com Dante (2000) e uma questão aberta. O primeiro é de múltipla escolha e os outros três são discursivos. O segundo e o terceiro problemas contêm três itens, cada um, e o quarto problema, dois itens. Por fim, tem-se uma questão aberta que questiona o aluno sobre o conceito de função em Matemática.

A primeira situação-problema, equivalente a 13ª questão do Questionário Diagnóstico, é um problema fechado, de múltipla escolha que só admite uma resposta. O problema retrata uma situação ocorrente no nosso país que é o consumo de cigarro e os casos de câncer advindos desse consumo. O consumo diário de cigarro está relacionado aos casos de câncer a partir de um gráfico. O principal objetivo é verificar se os alunos conseguem relacionar a dependência de grandezas e se essas grandezas são ou não proporcionais a partir do gráfico apresentado. Observando o gráfico atentamente percebe-se que o consumo diário de cigarros e os casos de câncer de pulmão estão diretamente associados, porém esses dois dados (consumo diário de cigarro e casos de câncer de pulmão) não são grandezas diretamente ou inversamente proporcionais já que quando se aumenta o número de cigarros consumidos ao dia o gráfico permanece constante até o 14º cigarro, a partir daí há um crescimento no número de casos de câncer de pulmão, mas a partir do 15º cigarro consumido ao dia até o 24º o gráfico mais uma vez permanece constante. A partir daí volta a crescer no 25º cigarro consumido ao dia. Percebemos que não há uma faixa constante de variação entre essas duas grandezas, o que nos faz chegar à conclusão que as grandezas não são proporcionais, apenas há uma relação de funcionalidade entre elas, mostrada pelo gráfico. Dessa forma, a única alternativa que contempla as informações observadas a partir do gráfico é a alternativa (E).

Devemos deixar bem claro que esta questão não admite interpretações ou conclusões feitas a partir de conhecimento prévio da temática abordada (consumo diário de cigarros), mas sim de observações feitas a partir do gráfico.

Como pode ser visto na Tabela 12, mais da metade dos alunos (60%) errou a questão. A maioria dos alunos que respondeu ao questionário marcou como resposta certa a alternativa (C), o que nos remete a ideia de que os alunos compreenderam a dependência de variáveis, mas não conseguiram verificar se as grandezas relacionadas eram ou não proporcionais. De

um total de 30 alunos, 08 responderam corretamente a situação-problema, esse número equivale a 26,6% dos sujeitos da pesquisa.

Tabela 12 – Dados das respostas da primeira situação-problema

Respostas dos alunos	Número de alunos	Porcentagem
Alternativa A	02	6,7%
Alternativa B	02	6,7%
Alternativa C	18	60%
Alternativa D	00	0%
Alternativa E	08	26,6%
Total	30	100%

Fonte: Elaboração do autor

A segunda situação-problema, que corresponde a 14ª quarta questão do Questionário Diagnóstico, aborda um experimento que consiste em colocar certa quantidade de bolas de vidro idênticas num copo contendo água até certo nível e depois medir o nível da água. Para o entendimento do problema e ajudar na resolução é dada uma tabela que contém dados referentes ao número de bolas e o nível da água quando se aumenta a quantidade de bolas no vidro. Esta situação-problema é composta por três itens.

No item (A) nosso objetivo é verificar se os alunos conseguem perceber, através da leitura dos dados da tabela, a variação do nível da água caso fosse acrescentadas certa quantidade de bolas. Observando a tabela com atenção percebemos que inicialmente quando acrescentamos 05 bolas no vidro o nível da água é de 6,35 cm, quando acrescentamos mais 05 bolas o nível da água sobe para 6,70 cm. Ao adicionar mais 05 bolas o nível sobe mais uma vez para 7,05 cm, ou seja, toda vez que acrescentamos mais 05 bolas o nível da água varia 0,35 cm.

Com relação à segunda situação-problema, no item (A), a maior parte dos alunos errou, esse número de erros corresponde a 66, 7%, ou seja, de um universo de 30 alunos que responderam ao questionário 20 erraram, e somente 07 acertaram a questão, o que corresponde a 23,3%. Apenas três alunos não responderam esse problema. Estes dados podem ser verificados na Tabela 13 a seguir:

Tabela 13: Dados das respostas da segunda situação-problema – item (A)

Resposta dos alunos	Número de respostas	Porcentagem
Respondeu corretamente	07	23,3%
Respondeu errado	20	66,7%
Não respondeu	03	10%
Total	30	100%

Fonte: Elaborado pelo autor

De maneira mais ilustrativa temos a seguir exemplos de respostas erradas dadas pelos alunos:

Exemplo 1: Observamos que a Aluna A, tanto em sua resposta ao questionário, na Figura 10, quanto na sua fala na entrevista, não compreendeu o enunciado da pergunta. A aluna ateve-se apenas ao primeiro dado fornecido na tabela que dizia que cinco bolas corresponde a 6,35 cm.

Figura 10 – Resposta da Aluna A

A) A cada cinco bolas acrescentadas, a quantos centímetros no aumento do nível da água elas equivalem?

6,35 cm

Fonte: Questionário Diagnóstico

Na figura ta mostrando que já havia algumas bolinhas dentro do copo, só dizia a quantidade, então vamos supor que não tivesse nenhuma quantidade de bolinha, então seria as primeiras cinco colocadas e então seria o mesmo nível. Mesmo que colocasse mais cinco só subiria o nível 6,35. Explicação da Aluna A ao responder 6,35 cm.

Exemplo 2: Percebemos que o Aluno D, como podemos ver na Figura 11, compreendeu a variação entre a quantidade de bolas e o nível da água, porém sua resposta foi 35 cm e não 0,35 cm. Esse fato nos remete a ideia de que os alunos têm dificuldades nas operações envolvendo números decimais e no sistema métrico decimal. Esse mesmo erro pôde ser constatado em mais 11 respostas dadas ao questionário, o que corresponde a 36,7% da amostra.

Figura 11 – Resposta do Aluno D

A) A cada cinco bolas acrescentadas, a quantos centímetros no aumento do nível da água elas equivalem?

35 cm

Fonte: Questionário Diagnóstico

A cada bola subia 35 cm. Resposta dada pelo Aluno D para justificar sua resposta.

O que percebemos nos exemplos acima é que o erro ocorreram devido a dois fatores: a não compreensão da pergunta do enunciado ou erros de cálculos envolvendo números decimais, mostrando que há uma defasagem no aprendizado no conteúdo de números decimais.

No item (B) nosso objetivo é verificar se os alunos conseguem perceber a variação do número de bolas em função do aumento do nível de água. Como já se sabe através do item (A) que o nível da água aumenta 0,35 cm ao acrescentar mais 05 bolas no vidro, quando

acrescentarmos mais 05 bolas à última quantidade (15 bolas), totalizando 20 bolas, o nível da água aumentaria 0,35 cm; como o nível da água que corresponde às 15 bolas era de 7,05 cm, o próximo nível de água correspondente a 20 bolas seria 7,40 cm. Observando a Tabela 14 abaixo percebemos que um terço dos alunos acertaram o problema, o que corresponde a 33,3% do total de alunos que responderam o questionário.

Tabela 14 – Dados das respostas da segunda situação-problema – item (B)		
Respostas dos alunos	Número de respostas	Porcentagem
Responderam corretamente	10	33,3%
Responderam errado	12	40%
Não responderam	08	26,7%
Total	30	100%

Fonte: Elaboração do autor

Quanto aos erros, 12 alunos responderam de maneira incorreta este problema, não conseguindo perceber a variação do nível da água quando fossem acrescentadas mais 05 bolas. Mostremos a seguir os exemplos de erros mais comuns cometidos pelos alunos:

Exemplo 1: Tanto a Aluna A (Figura 13) quanto o Aluno F (Figura 12) compreendem que a variação da quantidade de bolas é de 05, mas não compreenderam quem são as variáveis na tabela. Eles confundiram a quantidade de bolas com o nível da água. A resposta dada pelos alunos, observando-se a tabela, corresponde a 10 bolas acrescentadas no vidro. Portanto suas respostas não são coerentes com a pergunta proposta. Este mesmo erro foi observado em mais 06 respostas dadas pelos alunos a este item.

Figura 12 – Resposta do Aluno F

B) Se acrescentássemos mais cinco bolas, qual seria o nível da água em cm?

6,70 cm

Fonte: Questionário Diagnóstico

Se 5 era 6,35 cm acrescentano mais 5, que no caso aqui é 10 seria 6,70 cm.
Resposta dada pelo Aluno F para justificar sua resposta.

Essa mesma resposta foi dada pela Aluna A:

Figura 13 – Resposta da Aluna A

B) Se acrescentássemos mais cinco bolas, qual seria o nível da água em cm?

6,70 cm

Fonte: Questionário Diagnóstico

Porque ta dizem, como já tinha 5 seria 6,35, mas quando aumenta mais 5 na tabela ta dizem que é 6,70 cm. Resposta dada pela Aluna A para justificar sua resposta.

Exemplo 2: Percebe-se mais uma vez, mas agora com o Aluno J, que respondeu a questão abaixo, não observou de forma correta os dados da tabela proposta no problema.

Figura 14 – Resposta do Aluno J

B) Se acrescentássemos mais cinco bolas, qual seria o nível da água em cm? *70 cm*

Fonte: Questionário Diagnóstico

Perguntamos, na entrevista, ao Aluno J que respondeu ao item (B) acima como ele chegou a essa resposta. Ele nos disse que chegou a essa resposta porque no item (A) achou que a variação do nível da água era de 35 cm, logo se acrescentasse mais 05 bolas que é o dobro, o nível da água então dobraria.

Exemplo 3: Percebemos que, nesse caso, que o Aluno C, como pode ser visto na Figura 15, não compreendeu o item e para não deixar a questão em branco resolve buscar um dado em outra questão que nada tem a ver com o enunciado do problema a ser resolvido.

Figura 15 – Resposta do Aluno C

B) Se acrescentássemos mais cinco bolas, qual seria o nível da água em cm? *12,40 cm*

Fonte: Questionário Diagnóstico

Perguntamos o Aluno C porque ele chegou a essa resposta. Ele nos disse que como na questão seguinte a pergunta relacionava o número 12,40 cm, ela deu a mesma resposta. Em mais outros 03 questionários observamos respostas diferentes das citadas acima, mas quando perguntamos aos alunos que responderam este problema, eles não souberam explicar.

A maior parte dos erros observados nas respostas desse item pode estar relacionados à má compreensão dos dados da tabela por parte dos alunos, e também em entender a variação entre do número de bolas e do nível de água quando são acrescentadas mais bolas no vidro.

No item (C) objetivamos verificar se os alunos conseguem perceber as variações do número de bolas em função do nível da água quando este nível estiver em 12,40 cm. Para saber qual seria a quantidade de bolas quando o nível da água for 12,40 cm, fazia-se necessário utilizar as respostas do item (A) e (B), ou seja, sabendo-se que quando as bolas são aumentadas de 05 em 05 o nível da água varia em 0,35 cm, bastava então aumentar sempre mais 05 bolas e fazer a correspondência com o aumento do nível da água. Fazendo isso até o

nível da água chegar em 12,40 cm o número de bolas correspondentes a esse nível seria de 90 bolas.

Como pode ser visto na Tabela 15 abaixo, nenhum aluno que respondeu a esse problema obteve êxito em sua resposta. Um fator que nos chamou atenção foi a quantidade de alunos que não responderam a este item, 60%.

Tabela 15 – Dados das respostas da segunda situação-problema – item (C)

Respostas dos alunos	Número de respostas	Porcentagem
Responderam corretamente	00	0%
Responderam errado	12	40%
Não souberam responder	18	60%
Total	30	100%

Fonte: Elaboração do autor

Constatamos que os itens anteriores (A) e (B) apontam para a resposta deste item, pois sabendo que as bolas variam de 05 em 05 e que a cada 05 bolas o nível da água varia em 0,35 cm, bastava apenas aumentar o número de bolas de 05 em 05 até chegar 12,40 cm. Porém, nenhum dos alunos que respondeu a este problema acertou. Com relação ao número de erros, eles equivalem a 40% da amostra. A seguir mostraremos alguns exemplos dos principais erros cometidos pelos alunos.

Exemplo 1: Nos dois casos abaixo verificamos que a Aluna B (figura 16) e o Aluno C (Figura 17) foram os que mais se aproximaram da resposta correta, ou seja, eles perceberam a variação do número de bolas e consequentemente a variação do nível da água. Porém, eles erraram nos cálculos quando adicionaram 0,35 cm ao aumentarem a quantidade de 05 bolas no vidro.

Figura 16 - Resposta da Aluna B

C) Quando o nível da água estiver em 12,40 cm, quantas bolas já teriam sido acrescentadas?

92

Fonte: Questionário Diagnóstico

Quando questionamos acerca de sua resposta, a Aluna B respondeu que para chegar a esse número ela acrescentava mais 05 bolas no vidro e somava-se mais 0,35 cm no último nível de água observado até que chegou a 12,30 cm, para esse número a mesma encontrou 90 bolas, mas como o número procurado era de 12,40 cm ela supôs que seria 92 bolinhas.

Figura 17 - Resposta do aluno C

C) Quando o nível da água estiver em 12,40 cm, quantas bolas já teriam sido acrescentadas?

mais de 90 bolas

Fonte: Questionário Diagnóstico

Eu vi que a cada 15 bolinha aumentava 1,05 cm, aí eu fui somando de 15 em 15 eu cheguei a 90 que chegou uma base de 12,30 cm, aí eu já quando cheguei eu não cheguei a somar os 10 cm com as bolinhas, aí cheguei que era mais de 90 bolinhas. Explicação do Aluno C ao responder 90 bolinhas.

Consideramos que essa foi uma boa estratégia usada pelo Aluno C para responder o problema, mas percebemos que o mesmo não conseguiu chegar ao resultado correto. Dessa forma, mais uma vez, detectamos algumas falhas na aprendizagem dos alunos ao respeito de operações com números decimais.

Exemplo 2: As respostas abaixo são, respectivamente, do Aluno D como visto na Figura 18 e o Aluno J observado na Figura 19. Nessas respostas verificamos que os alunos não compreenderam os dados na tabela que associava o número de bolas com o nível da água, ou seja, não verificaram que o número de bolas aumentava de 05 em 05 e que o nível da água no vidro variava em 0,35 cm toda vez que fossem acrescentadas mais 05 bolas. Dessa forma, seria muito difícil se chegar a uma resposta correta. Se as bolas variam de 05 em 05 então a quantidade de bolinhas a serem achadas seria um múltiplo de 05, e isso não foi percebido por esses alunos. Quando perguntamos a esses alunos como chegaram a essa resposta eles nos disseram que fizeram os cálculos mentalmente, mas não sabem explicar como chegaram à resposta.

Figura 18 – Resposta do Aluno D

- C) Quando o nível da água estiver em 12,40 cm, quantas bolas já teriam sido acrescentadas? **63**

Fonte: Questionário Diagnóstico

Figura 19 – Resposta do Aluno J

- C) Quando o nível da água estiver em 12,40 cm, quantas bolas já teriam sido acrescentadas? **24 bolas**

Fonte: Questionário Diagnóstico

Exemplo 3: Nas respostas abaixo observadas nas Figuras 20, 21 e 22 verificamos que os alunos perceberam a variação do número de bolas e chegaram a respostas sendo como um número múltiplo de 05, porém suas respostas estão erradas. Esses erros podem estar ligados a três fatores: 1) a má compreensão dos dados fornecidos pela tabela, e consequentemente erro de estratégia na resolução; 2) dificuldades em operar com números decimais; ou 3) responder algum dado fornecido pela tabela para não deixar a questão em branco.

As respostas abaixo foram dadas, respectivamente, pelos Alunos E, G e H.

Figura 20 – Resposta dada pelo Aluno E

- C) Quando o nível da água estiver em 12,40 cm, quantas bolas já teriam sido acrescentadas?

20 bolas

Fonte: Questionário Diagnóstico

Figura 21 – Resposta da Aluna G

- C) Quando o nível da água estiver em 12,40 cm, quantas bolas já teriam sido acrescentadas?

15 bolas

Fonte: Questionário Diagnóstico

Figura 22 – Resposta da Aluna H

- C) Quando o nível da água estiver em 12,40 cm, quantas bolas já teriam sido acrescentadas? 70 bolinhas

Fonte: Questionário Diagnóstico

De forma geral podemos concluir que os erros mais comuns a esta situação-problema estão relacionados a não compreensão dos dados fornecidos pela tabela, além os alunos tiveram dificuldades com operações básicas de adição e subtração com números decimais e também em operar com o sistema métrico decimal.

A terceira situação-problema corresponde a 15ª questão do Questionário Diagnóstico, ela retrata uma situação comum vivenciada por muitos estudantes que trabalham concomitantemente aos seus estudos. Nesse caso, o estudante ganha um salário fixo de R\$ 670,00 e mais R\$ 60,00 se ele trabalhar nos finais de semana num bar. No item (A) nosso objetivo principal é averiguar se os alunos conseguem perceber a parte fixa de uma função afim, neste caso seria o salário fixo de R\$ 670,00 que um aluno ao exercer uma atividade remunerativa recebe mensalmente, e a parte variável subentendido no problema como trabalhos-extras feitos no final de semana equivalente a R\$ 60,00 cada trabalho exercido no bar. No item (A), sabendo que o estudante recebe um salário fixo e R\$670,00 e trabalha dois finais de semana (trabalhos extras recebendo R\$ 60,00 por cada um) fica fácil perceber que ao final de um mês se o estudante fizer dois trabalhos extras no bar ele receberá $R\$670 + R\$120,00$ totalizando, R\$ 790,00.

Após a análise das produções e das entrevistas feitas com os alunos percebemos que, em sua maioria, conseguiram atingir o objetivo. A partir dos dados da Tabela 16 podemos afirmar que a maioria (53,3%) conseguiu compreender a variável fixa de uma função afim, o salário mensal de R\$670,00, e a variável independente (os trabalhos-extras feitos no final de semana a R\$60,00). Dessa forma, eles perceberam que para calcular o salário mensal do

estudante que fizesse dois trabalhos-extras deveria ser somado o salário fixo aos R\$120,00 ganhos por dois trabalhos-extras em dois finais de semana.

Tabela 16 – Dados das respostas da terceira situação-problema – item (A)

Respostas dos alunos	Número de respostas	Porcentagem
Responderam corretamente	16	53,3%
Responderam errado	12	40%
Não responderam	02	6,7%
Total	30	100%

Fonte: Elaboração do autor

O número de alunos que não conseguiu responder corretamente a este item corresponde a 40%. A respeito disso, mostraremos o exemplo mais comum do erro cometido pelos alunos.

Exemplo 1: Os Alunos F e J, como vistos nas Figuras 23 e 24, observado a seguir, não conseguiram compreender que o salário mensal do estudante (R\$ 670,00) era a variável fixa de uma função afim e que os trabalhos-extras feitos por ele corresponde a variável independente. Em suas respostas, por não compreenderem esta ligação entre as variáveis fixa e independente, além de não compreender o enunciado da pergunta, responderam de forma incorreta.

Figura 23 - Resposta do aluno F

A) Se em um mês o estudante fizer dois trabalhos extras no bar, que salário receberá no fim do mês?

120 R\$

Fonte: Questionário Diagnóstico

Quando questionado sobre sua resposta, o Aluno F afirmou ter chegado nela a partir do seguinte pensamento:

Porque ele trabalhano duas vezes ao mês recebendo 60 daria R\$ 120,00.

Explicação do Aluno F para o valor encontrado.

Figura 24 - Resposta do aluno J

A) Se em um mês o estudante fizer dois trabalhos extras no bar, que salário receberá no fim do mês?

120 e ele receberá no final do mês

Fonte: Questionário Diagnóstico

Já para nossa entrevista o Aluno J, respondeu que chegou a essa resposta da seguinte forma:

Porque só fala dos trabalhos-extra dele, aí eu calculei esses dois salários e somei. Explicação do Aluno J para o valor encontrado.

No item (B) o objetivo continua sendo o mesmo do item (A), verificar se os alunos conseguem perceber a variável fixa (o salário de R\$670,00) e a variável independente de uma função afim (os trabalhos-extras a R\$ 60,00), mas agora queremos saber qual o salário mensal do estudante caso ele faça 04 trabalhos extras. Após responder o item (A), o aluno perceberá que agora o estudante fez 04 trabalhos extras, assim o seu salário no final do mês será a soma do seu salário fixo com o ganho dos 04 trabalhos-extras (4 vezes R\$ 60,00) no valor de R\$ 240,00. Portanto, seu salário será de R\$ 910,00.

A partir da Tabela 17 verificamos que a maioria dos alunos (53,3%) responderam corretamente este problema. O número de alunos que responderam este item de forma errada foi de 40%.

Tabela 17 – Dados das respostas da terceira situação-problema – item (B)		
Resposta dos alunos	Número de respostas	Porcentagem
Responderam corretamente	16	53,3%
Responderam errado	12	40%
Não responderam	02	6,7%
Total	30	100%

Fonte: Elaboração do autor

As respostas dadas a esse item foi igual ao item (A). Esse fato contribuiu para confirmar que alunos que não responderam adequadamente o item anterior também errou este. De fato podemos ver isso através das respostas dadas pelos mesmos alunos (Alunos F e J) citados nas respostas do item anterior (A):

Resposta do Aluno F, observado pela Figura 25, e do Aluno J (Figura 26) ao Questionário Diagnóstico e a entrevista, respectivamente:

Figura 25 – Resposta do Aluno F

B) E se ele fizer quatro trabalhos extras no bar, quanto receberá no fim do mês? *240 R\$*

Fonte: Questionário Diagnóstico

Porque ele trabalham 4 vezes ao mês ia dar exatamente R\$ 240,00.
Explicação do Aluno F ao responder R\$ 240,00.

Figura 26 - Resposta do Aluno J

B) E se ele fizer quatro trabalhos extras no bar, quanto receberá no fim do mês? *240 recebera no final do mês*

Fonte: Questionário Diagnóstico

Porque aí já seria 4 salários-extras, aí eu somei e deu 240.” Explicação do Aluno J ao responder R\$ 240,00.

Embora alguns alunos não tenham atingido o objetivo esperado para essa questão, como os Alunos F e J destacados, consideramos que eles compreenderam que há uma variação no valor a ser recebido de acordo com a quantidade de trabalhos extras realizados, pensamento necessário para a compreensão do conceito de função. No entanto, em suas respostas eles consideraram apenas o valor dos trabalhos extras, e o salário fixo de R\$ 670,00 não foi levado em consideração, o que ocasionou o erro na resolução.

No item (C) verificamos se os alunos conseguem exibir a lei de formação da função afim sabendo-se que y representa o salário mensal do estudante e que x representa o número de trabalhos-extras feitos pelo estudante nos finais de semana. Para responder a esta questão os alunos devem lembrar da definição da lei de formação de uma função afim dada por $y = ax + b$, estabelecendo os conjuntos domínio e imagem da Função Afim. Dessa forma, os alunos teriam que escrever a lei de formação obtida a partir dos dados e depois substituir os valores de a por R\$ 60,00 e b por R\$ 670,00.

O que nos chamou muita atenção nas respostas deste item, como podemos ver na Tabela 18, foi o fato de muitos alunos não terem respondido (60%), além disso, o outro fato que também nos chamou bastante atenção foi saber que apenas um aluno, dos 12 que responderam, acertou.

Tabela 18 – Dados das respostas da terceira situação-problema – item (C)		
Respostas dos alunos	Número de respostas	Porcentagem
Responderam corretamente	01	3,3%
Responderam errado	11	36,7%
Não responderam	18	60%
Total	30	100%

Fonte: Elaboração do autor

O número de erros corresponde a 36,7%. Estes erros foram ocasionados por dois fatores principais: 1) Os alunos não sabem ou não recordam a lei de formação de uma Função Afim ($y = ax + b$) e também não conseguem diferenciar a variável independente e a variável fixa de uma função afim; 2) Houve uma grande dificuldade dos alunos em expressar essa função através da sua lei de formação. Este fator pode estar associado ao fato dos alunos participantes da pesquisa não dominarem a linguagem algébrica.

Exemplo 1: Nos exemplos de resposta abaixo percebemos que os alunos não conseguiram lembrar ou não sabem da lei de formação de uma Função Afim, o que contribuiu de forma direta para que não conseguissem responder corretamente. Embora disséssemos que y corresponde ao salário do estudante e x correspondia aos trabalhos extras realizados, os alunos apenas fizeram um produto entre as variáveis x e y . Não observaram que se

substituísem os valores de x e y na expressão dada como resposta não chegariam aos salários respondidos nos itens (A) e (B).

As respostas abaixo foram dadas pelos Alunos D, identificado pela Figura 27, e o Aluno E (Figura 28), ao Questionário Diagnóstico e também a entrevista.

Figura 27 – Resposta do Aluno D

C) Considerando que y seja o seu salário no fim do mês, e que x é o número de trabalhos extras realizados no bar, qual a expressão matemática que relaciona o salário mensal y com o número de trabalhos extras x ?


Fonte: Questionário Diagnóstico

Eu multipliquei o salário do final do mês com o trabalho extra, aí ficou assim. Resposta dada pelo Aluno D para justificar sua resposta.

Figura 28 – Resposta do Aluno E

C) Considerando que y seja o seu salário no fim do mês, e que x é o número de trabalhos extras realizados no bar, qual a expressão matemática que relaciona o salário mensal y com o número de trabalhos extras x ?



Fonte: Questionário Diagnóstico

Eu botei que era o salário fixo dele vezes o trabalho que ele faz semanalmente. Resposta dada pelo Aluno E para justificar sua resposta.

Exemplo 2: A Aluna I (Figura 29) quase chegou ao objetivo proposto pelo problema. Porém ela não conseguiu perceber que os trabalhos extras realizados pelo estudante também seriam utilizados na expressão matemática que representava o salário y do estudante. Além disso, o salário do estudante seria a soma do seu salário fixo com os trabalhos-extras realizados e não o produto entre eles, como podemos ver em sua resposta.

Figura 29 – Resposta da Aluna I

C) Considerando que y seja o seu salário no fim do mês, e que x é o número de trabalhos extras realizados no bar, qual a expressão matemática que relaciona o salário mensal y com o número de trabalhos extras x ?



Fonte: Questionário Diagnóstico

De forma geral podemos observar que os erros ocasionados pelos alunos a esse item estão mais relacionados à escrita da linguagem algébrica de uma Função Afim. E também

podemos verificar que praticamente todos os alunos que responderam esse item não associaram os dados fornecidos à lei de formação de uma Função Afim, pelo fato de não saberem ou não se lembrarem no momento.

A quarta situação-problema corresponde a 16ª questão do Questionário Diagnóstico. Este problema aborda uma situação muito comum entre os jovens e adultos, que é o cuidado com o corpo feito nas academias de ginástica e musculação. Apresentamos os valores cobrados por duas academias: a “Fique em Forma” que cobra uma taxa de inscrição de R\$80,00 e uma mensalidade de R\$50,00, e a “Corpo e Saúde” que cobra uma taxa de inscrição de R\$60,00 e uma mensalidade de R\$55,00.

Sabendo que a Academia Fique em Forma cobra uma taxa “fixa” de R\$ 80,00 e que o mesmo ocorre com a Academia Corpo e Saúde que cobra uma taxa “fixa” de R\$ 60,00 pode-se identificar a variável fixa da função afim. A partir daí, percebe-se também que as mensalidades “variam” dependendo da quantidade de meses que se pretende malhar. Assim, pode-se chegar à conclusão que a expressão matemática que representa os gastos acumulados em um mês de aula em cada academia corresponde à taxa de inscrição somada ao produto da mensalidade pela quantidade de meses que se pretende malhar. Assim, os gastos na “Academia Fique em Forma” é representado pela seguinte expressão: $y = 80,00 + 50,00x$. Já na “Academia Corpo e Saúde” é representado pela expressão $y = 60,00 + 55,00x$.

No item (A) objetivamos inicialmente verificar se os alunos conseguiam identificar qual é a parte fixa e qual é a parte variável dos gastos acumulados ao longo do ano em cada academia, exibindo a lei matemática que representa a função gasto em cada uma delas. No entanto, a forma como elaboramos o item (A) pode ter induzido os alunos a não escreverem adequadamente a lei matemática que representa os gastos acumulados ao longo dos meses referentes a cada academia.

Como verificado na Tabela 19 a seguir, percebemos que a maioria dos alunos não respondeu ao item (A) do problema, o equivalente a 83,3% do universo de alunos que respondeu o questionário. Verificou-se também que somente 05 alunos (16,7%) responderam ao item proposto. Desses 05 alunos, 03 responderam corretamente, exibindo a lei matemática para um mês de aula em cada academia, mostrando que os alunos compreenderam bem o enunciado da situação-problema.

Tabela 19 – Dados das respostas da quarta situação-problema – item (A)

Respostas dos alunos	Número de alunos	Porcentagem
Respostas corretas	00	0%
Respostas erradas	05	16,7%
Não responderam	25	83,3%

Total	30	100%
-------	----	------

Fonte: Elaboração do autor

Exemplo 1: Os principais acertos constatados nas respostas dos poucos alunos que responderam a este item podem ser vistos a seguir:

Figura 30 - Resposta da Aluna G

- A) Escreva as expressões algébricas das funções que representam os gastos acumulados em um mês de aula em cada academia.

$$80 + 50 = 130$$

$$60 + 55 = 115$$

Fonte: Questionário Diagnóstico

Figura 31 - Resposta da Aluna I

- A) Escreva as expressões algébricas das funções que representam os gastos acumulados em um mês de aula em cada academia.

$$80 + 50 = 130$$

$$60 + 55 = 115$$

Fonte: Questionário Diagnóstico

Figura 32 - Resposta do Aluno J

- A) Escreva as expressões algébricas das funções que representam os gastos acumulados em um mês de aula em cada academia.

F. e. F	mensalidades R\$ 80,00	+	mensalidades R\$ 60,00	= 130
C. e. S	mensalidades R\$ 60,00	+	mensalidades R\$ 55,00	= 115

Fonte: Questionário Diagnóstico

Percebemos nas três resoluções observadas pelas Figuras 30, 31 e 32 que embora os alunos não tenham utilizado uma linguagem algébrica para expressarem a lei matemática para um mês de academia, os mesmos utilizaram uma boa estratégia, respondendo a situação por meio de uma expressão numérica, tal argumento é considerado muito válido por nós. Dessa forma, consideramos que nosso objetivo para este item foi alcançado parcialmente por esses alunos.

No item (B) a partir de uma análise crítica dos alunos, espera-se que eles consigam descobrir qual das academias oferece o menor custo para quem quiser malhar durante um ano. Isso pode ser verificado a partir das duas expressões matemáticas que representam os gastos acumulados em um mês de aula em cada academia do item (A). Como as duas expressões são: $y = 80 + 50x$ e $y = 60 + 55x$, substituindo o valor de x por 12, que é o número de meses correspondente a um ano, veremos que a melhor academia para se malhar levando em

consideração os menores gastos seria a Academia Fique em forma com um custo de R\$ 680,00 já a Academia Corpo e Saúde teria um custo de R\$ 720,00.

Como podemos perceber na Tabela 20, 60% dos alunos não responderam este item, o que não é nenhuma surpresa, tendo em vista que mais de 80% dos alunos não responderam o item anterior. Isso está diretamente ligado ao fato de que a resposta do item (B) dependia da resposta do item (A). Dos 12 que responderam a este item, dois terços deles tiveram êxitos em suas respostas.

Tabela 20 – Dados das respostas da quarta situação-problema – item (B)

Resposta dos alunos	Número de respostas	Porcentagem
Responderam corretamente	08	26,7%
Responderam errado	04	13,3%
Não responderam	18	60%
Total	30	100%

Fonte: Elaboração do autor

No exemplo abaixo podemos perceber que apesar de não terem correspondido aos objetivos propostos para esse item do problema, os alunos utilizaram uma boa estratégia para resolvê-lo. A resolução foi feita a partir de uma expressão numérica que representava o valor referente ao valor pago pela matrícula somado com o valor das mensalidades pela quantidade de 12 meses. Na Academia Fique em Forma seria 80 reais (matrícula) somado com a mensalidade (50 reais) pelo produto da quantidade de meses (12 meses), logo acharam $80 + 50 \cdot (12) = 680$ reais. Fazendo o mesmo para a Academia Corpo e Saúde acharam: $60 + 55 \cdot (12) = 720$ reais. A partir da resolução dessas expressões os alunos conseguiram chegar à resposta correta.

Exemplo 1: Observando as respostas dadas pelos alunos B e C como verificaremos a seguir através das Figuras 33 e 34 percebemos que para resolverem corretamente este item, os alunos utilizaram uma boa estratégia (respostas observadas através da entrevista), ou seja, somaram o valor da taxa de inscrição com a mensalidade de cada uma das academias, chegando a resposta para o gasto de cada mês nas duas academias. Feito isso, eles multiplicaram por 12 (quantidade de meses, referente a um ano de malhação) e chegaram a resposta adequada.

Figura 33 – Resposta da Aluna B

B) Qual academia oferece menor custo para uma pessoa que pretende "malhar" durante um ano (doze meses)? Justifique, explicitando seu raciocínio.

A fique em forma custa menos.

fiquem forma: 680,00
 Corpo Saúde: 720,00

Fonte: Questionário Diagnóstico

Porque a taxa de inscrição da Fique em Forma é de R\$ 80,00 e as 12 mensalidades de 50, somando dá 680. E a Corpo e Saúde é R\$ 60,00 e as 12 mensalidades de 55 que dá 720. Então a Fique em Forma custa menos durante um ano.” Resposta dada pela Aluna B para justificar sua resposta.

Figura 34 – Resposta do Aluno C

B) Qual academia oferece menor custo para uma pessoa que pretende “malhar” durante um ano (doze meses)? Justifique, explicitando seu raciocínio.

Fiquem em Forma: Por conta que vai ser 680,00 reais
 e a Corpo e Saúde é 720,00 reais todo
 Então tem uma diferença 40,00 reais

Fonte: Questionário Diagnóstico

Porque assim, a taxa de inscrição é um pouco maior da Corpo e Saúde, mas sendo que em relação aos 12 meses sairia a menos Custo que a Corpo e Saúde. Eu fiz assim: somei a taxa de cada uma com a mensalidade durante o ano todo, aí deu 680 da Fique em Forma e 720 da Corpo e Saúde. A Fique em Forma é mais barato 40 reais. Resposta dada pelo Aluno C para justificar sua resposta.

Já com relação aos alunos que não tiveram êxito, pudemos perceber que os principais motivos que levaram os alunos a não terem acertado ao item (A) dessa questão estão relacionados ao fato de os alunos não conseguirem e/ou não saberem expressar em linguagem algébrica as funções gastos das duas academias ou não utilizarem outra estratégia como, por exemplo, a utilização de uma expressão numérica para responderem corretamente. Já no item (B) verificamos que os erros de alguns alunos foram ocasionados pela resposta errada ao item (A).

Após a análise feita a partir das respostas dada pelos alunos para as quatro situações-problema, podemos inferir que a maioria dos alunos analisados tiveram muitas dificuldades em compreender o enunciado, selecionar e interpretar informações relativas ao problema, além de formular hipóteses e prever resultados. Dessa forma, as habilidades e competências para a resolução de problemas, propostos pelos PCNEM (2002), não foram desenvolvidas de

forma satisfatória, ao longo dos primeiros anos do Ensino Médio, nos alunos que participaram desta pesquisa.

A última questão do Questionário Diagnóstico, referente à 17ª questão, tratava-se de um questionamento aberto a respeito do conceito de Função em Matemática. Nosso principal objetivo em finalizar com esse questionamento era verificar se os alunos conseguiram associar as situações-problemas propostas anteriormente ao conteúdo de Função, e se isto lhes daria subsídios para que pudessem responder a esta pergunta.

A partir dos dados da Tabela 21 abaixo, podemos verificar que a maioria dos alunos pesquisados, ou seja, 70% do total da amostra não souberam responder o que é Função, em Matemática. Daqueles que responderam, nenhum deles respondeu a esta pergunta de forma satisfatória.

Tabela 21 - Dados da última questão – O que é função, em Matemática?		
Resposta dos alunos	Número de alunos	Porcentagem
Resposta satisfatória	00	0%
Resposta insatisfatória ou incompleta	09	30%
Não responderam	21	70%
Total	30	100%

Fonte: Elaboração do autor

Como podemos observar na Tabela 21 acima, nenhum dos alunos conseguiu expressar de forma coerente o que é função, em Matemática. Para analisar as respostas dadas pelos alunos consideradas insatisfatórias ou incompletas resolvemos criar quatro categorias de análise baseando-se em observações feitas a partir das respostas dadas a esta questão. Portanto, as categorias de análises são: a) Consideram um dos conceitos mais importantes da Matemática; b) associam o conceito de função a fórmulas, contas e cálculos; c) Relacionam com uma expressão algébrica; d) Relacionam a uma dependência entre conjuntos e cada um dos seus elementos.

Exemplo 1: Percebemos que o Aluno D, como mostra a Figura 37 abaixo, enquadra-se na categoria de análise (a), dizendo apenas que Função é um dos principais conceitos matemáticos, mas não a define.

Figura 35 – Resposta do Aluno D

17. Em Matemática, o que é função?
É um dos conceitos mais
importante para a matemá
tica.

Fonte: Questionário Diagnóstico

De todos os problemas propostos no Questionário Diagnóstico, o Aluno D acertou apenas o item (A) do problema 15. Esses erros podem ter contribuído de forma direta para que o Aluno D não saiba definir Função em Matemática.

Exemplo 2: Percebe-se claramente que os Alunos G e I (Figuras 38 e 39) relacionam Função com cálculos ou fórmulas, onde podemos inseri-los na categoria de análise (b).

Figura 36 – Resposta da Aluna G

17. Em Matemática, o que é função?
São método para fazer cálculo

Fonte: Questionário Diagnóstico

Figura 37 – Resposta da Aluna I

17. Em Matemática, o que é função?
São fórmulas para facilitar
fazer o cálculo.

Fonte: Questionário Diagnóstico

A Aluna I relaciona o conceito de função a uma fórmula. Porém nenhuma das duas alunas relacionou o conceito de função como uma dependência entre duas grandezas.

Exemplo 3: O Aluno C, representado pela Figura 40, relaciona o conceito de função em Matemática com uma expressão algébrica. Percebemos que o Aluno C conseguiu relacionar o conceito de função como uma expressão formada por letras, consideramos que essa relação poderá ser um bom indício para ter-se uma ideia do que seja Função, porém sua ideia também pode estar relacionando o conceito de Função à uma equação.

Figura 38 – Resposta do Aluno C

17. Em Matemática, o que é função?
É uma expressão seguida de números
e letras.

Fonte: Questionário Diagnóstico

Exemplo 4: O Aluno E, foi quem deu a resposta mais adequada do que seria uma Função (Figura 41), pois ele relaciona a dependência entre conjuntos e de cada um dos seus elementos, porém inicia sua resposta um tanto confusa, falando sobre axiomas, tal fato contribuiu para que sua resposta fosse classificada como insatisfatória ou incompleta. Esse aluno enquadra-se na categoria de análise (d) por relacionar o conceito de função com uma dependência entre conjunto e seus elementos.

Figura 39 – Resposta do Aluno E

17. Em Matemática, o que é função?
 É um dos conceitos mais importantes
 para a matemática, existem várias
 definições, de onde se deriva como
 são conhecidos os axiomas, uma
 relação entre dois conjuntos, onde não
 há relação com cada um dos seus
 elementos.

Fonte: Questionário Diagnóstico

De forma geral, verificamos que os alunos relacionam o conceito de Função em Matemática com cálculos, fórmulas, expressões algébricas e dependência entre conjuntos e seus elementos, porém não conseguiram explicar de forma satisfatória que o conceito de Função está relacionado à dependência entre duas grandezas diretamente relacionadas. Notamos também que nenhum deles relacionou o conceito de Função a um gráfico que relaciona duas grandezas a partir de uma situação do cotidiano.

CONCLUSÕES DA PESQUISA

A realização desse trabalho nos permitiu refletir ainda mais sobre o papel que devemos ter enquanto professores de Matemática da Educação Básica. Na sociedade globalizada em que vivemos ser um agente modificador da educação, ou seja, ser professor é uma tarefa muito difícil e desafiadora. Por isso, acreditamos que, nós professores, devemos olhar de uma forma cuidadosa para a sala de aula, já que é neste ambiente que surgem as mudanças comportamentais, cabendo a nós refletir sobre elas no intuito de buscarmos melhorias.

A reflexão sobre nossa prática enquanto professores de Matemática deve ser uma atividade constante se objetivamos qualidade de ensino, pois essa reflexão nos conduzirá a um conhecimento pessoal e profissional cada vez maior, nos condicionando a contribuir de forma decisiva na facilitação do processo de ensino e aprendizagem.

Pensando dessa forma, nós professores devemos sempre nos atentar a novas metodologias e instrumentos de ensino que possam contribuir para despertar a atenção dos alunos na sala de aula, e mais do que isso, que possam colaborar para uma melhor apreensão do conhecimento matemático por parte dos alunos.

A partir deste momento, nossas considerações finais se voltam para o alcance dos objetivos. Neste estudo queríamos verificar se os alunos da 3ª série do Ensino Médio da E.E.E.M. Senador Rui Carneiro desenvolveram as habilidades e competências necessárias para compreenderem e resolverem situações-problemas relacionadas com o estudo da função afim.

Ao analisar o Questionário Diagnóstico e também a entrevista semiestruturada que foram nossos instrumentos de pesquisa, chegamos a algumas conclusões.

Na primeira parte do questionário levantamos um breve perfil dos alunos 3ª série do Ensino Médio B, do turno matutino da E.E.E.M. Senador Rui Carneiro e alguns questionamentos a cerca da temática desse trabalho.

De acordo com o perfil dos estudantes levantado através do Questionário Diagnóstico, destacamos os itens que dizem respeito à relação com a matemática (não gostam 36,77%, ou que são indiferentes, 33,33%), além do item que nos revela como os alunos consideram a matemática (33,3%, regular e 50% uma disciplina difícil) essas respostas refletem de maneira negativa a importância da matemática para os alunos e principalmente no seu aprendizado.

Com relação ao estudo de Função, mais de 90% afirmou já ter visto o assunto e a maioria consideraram ser um conteúdo nem fácil e nem difícil, acharam regular. Já com relação aos problemas matemáticos, cerca de 40% afirmou já ter visto em sala de aula e consideraram importante que o professor traga para serem resolvidos. Além disso, a maioria (76,67%) afirmou já ter resolvido problemas matemáticos, mas apenas 20% do total usam estratégias para resolverem problemas e outros 20% afirmaram resolver somente a partir de cálculos. Porém, quando perguntamos o que seria um problema matemático nenhum dos alunos respondeu de forma satisfatória ao nosso questionamento e mais da metade dos que responderam confundiram problemas matemáticos com exercícios matemáticos e isto pode ser percebido quando os alunos confundem situações problemas com exercícios. Esses fatores negativos contribuíram de forma decisiva para os resultados apontados ao analisarmos as situações-problemas mostradas a seguir.

Quando analisamos as respostas dadas as quatro situações-problemas relacionadas ao conteúdo de Função Afim verificamos que nenhum dos 30 alunos que respondeu ao questionário conseguiu resolver todos os problemas propostos.

A estrutura dessas quatro situações-problema permitia um desenvolvimento gradual dos problemas de forma a proporcionar com que os itens fossem evoluindo e explorando aspectos de função afim à medida que fossem sendo respondidos, chegando a culminar na lei de formação de uma função afim, e a partir da aplicação da lei de formação da função podia se resolver os demais itens.

Com relação à primeira situação-problema, muitos alunos não obtiveram êxito pelo fato de não interpretarem corretamente o problema ou não saberem que o conceito de Função está diretamente ligado a uma relação de duas grandezas dependentes.

Na segunda situação-problema os equívocos cometidos pelos alunos estiveram mais uma vez ligados à má interpretação do problema e a não observação da variação entre duas grandezas, além disso, os erros ocorreram também porque alguns alunos não souberam fazer cálculos de adição e subtração com números decimais.

No terceiro problema os erros dos alunos podem ser apontados principalmente por eles não compreenderem o problema e também por não conseguirem perceber que havia uma relação de dependência entre duas grandezas. Constatamos também que mais de 90% dos alunos não se lembraram ou não sabem de fato expressar algebricamente a lei de formação de uma Função Afim.

Na última situação-problema, os não acertos provenientes do problema anterior se repetiram. A má interpretação do problema, a não percepção das relações entre as grandezas foram à tônica desses erros encontrados.

O equívoco cometido, por nós, no enunciado da 16ª questão, terceira situação-problema, não nos permitiu verificar de forma clara se os alunos analisados tinham a habilidade de expressar a lei matemática da situação-problema proposta.

Verificamos que poucos conseguiram se sobressair e entenderam de maneira satisfatória o que era pedido nos problemas. Embora o desempenho destes pudesse ter sido mais positivo, a pesquisa foi importante por investigar deficiências e erros no desempenho dos pesquisados.

De forma geral, a partir da análise das quatro situações-problemas chegamos à conclusão que a maioria dos alunos analisados tem grandes dificuldades na resolução de problemas matemáticos, pois não conseguem interpretar de forma correta os problemas e não souberam criar estratégias para se chegar a uma solução. Com relação ao estudo das funções e, em particular da Função Afim, podemos concluir que poucos alunos conseguiram relacionar o conceito de Função como uma dependência entre dois fenômenos/grandezas que se relacionam, e que a grande maioria não soube expressar algebricamente a lei de formação de uma função afim a partir de uma situação-problema.

Tais argumentos nos possibilita afirmar que, a hipótese que tínhamos ao iniciar este trabalho de que se os alunos ao final da Educação Básica dominassem as habilidades e competências do estudo das Funções estes resolveriam situações-problemas envolvendo Função Afim, estava errada. Acreditamos que os alunos analisados não dominam essas habilidades e competências básicas no que diz respeito à resolução de problemas e nem ao estudo da Função Afim.

Além das deficiências encontradas com relação à resolução de problemas e o estudo da Função Afim, percebemos que os alunos investigados têm grandes dificuldades em se expressar através de uma linguagem algébrica, por isso sugerimos que essa análise não seja o fim dessa pesquisa, mas sim o começo para que outras possam ser feitas.

Com relação à análise dos livros didáticos, podemos inferir que os autores das duas obras analisadas introduzem os conteúdos de Função e Função Afim a partir de situações-problema, porém o uso de problemas é deixado de lado para uma formalização algébrica desses conceitos. Tal fato poderá ter contribuído para uma não familiarização dos alunos analisados com esse tipo de questão. Como o professor também não leva, na maioria das

vezes, situações-problema para serem resolvidos em sala de aula, isso pode ter contribuído para que a maioria destes alunos não tivessem êxito em suas respostas.

Baseando-se nos resultados obtidos com a turma do 3º ano do Ensino Médio, concluímos que a resolução de problemas aplicados à Função Afim poderá ser uma alternativa viável e possível no ensino médio, podendo ser utilizada por professores de Matemática em vários conteúdos e é uma opção na busca de motivação, interesse e gosto pela Matemática.

Por fim, acreditamos nesta metodologia de ensino como uma aproximação entre a teoria e a prática, tornando-se uma alternativa prazerosa de tornar a matemática uma ciência mais atrativa e interessante, e possibilitar aos alunos uma aprendizagem concreta e duradoura.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Guia de Livros Didáticos – PNLD 2008: Matemática**. Ministério da Educação. Brasília. MEC, 2012.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares Para o Ensino Médio**. Volume 2: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília, MEC/SEB, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais Para o Ensino Médio**. Volume 3: Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias. Brasília, MEC/SEB, 2000.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais Mais (PCN+) - Ciências da Natureza e suas Tecnologias**. Brasília: MEC/SEB, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: Matemática**. Brasília, DF: MEC/SEB, 1998.

CHAVES, M. I. A. e CARVALHO H. C. **Formalização do Conceito de Função no Ensino Médio**: uma Sequência de ensino-aprendizagem. VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, Recife. Anais. Recife: SBEM/PE, 2004. Disponível em: <http://www2.ufersa.edu.br/portal/view/uploads/setores/114/conceito_de_fun%C3%A7%C3%A3o.pdf> Acesso em: 16 de jan. de 2014, 22:45: 47

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de matemática**. São Paulo: Ática, 2000.

DANTE, L. R. **Matemática**: contexto e aplicação. São Paulo: Ática, 2011.

FERREIRA, A. B. H. **Novo Dicionário Aurélio da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2001.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Campinas - SP: Autores Associados, 2006.

GIL, A. C. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

GUBERT, A; TROBIA, J. **A Resolução de Problemas Aplicada no Estudo das Funções**. Disponível em: < <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1787-8.pdf>> Acesso em: 04 de abr. de 2014, 23:49: 34

HOUAISS, A. **Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro, Ed. Objetiva, 2001.

OLIVEIRA, N. **Conceito de função: Uma abordagem do processo ensino-aprendizagem**. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática). PUC-SP, São Paulo, 1997. Disponível em: <http://www.sapientia.pucsp.br/tde_arquivos/3/TDE-2007-06-28T07:50:28Z-3654/Publico/dissertacao_nanci_oliveira.pdf>. Acesso em: 15 de jan. de 2014 23:44:17.

ONUICHIC, L. de la R. **Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas**. In: BICUDO, M. A. V.(org.) Pesquisa em educação matemática: concepção e perspectivas. São Paulo: Editora Unesp, 1999, p. 199-218.

PETRONZELLI, V. L. L. **Alfabetização Matemática e Resolução de Problemas**. VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, Recife. Anais. Recife: SBEM/PE, 2004. Disponível em: <<http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/07/MC35523255904.pdf>>. Acesso em: 17 de jan. de 2014, 23:08:24.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Trad. e adapt.: Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

POZO, J.I & ECHEVERRÍA, M.D.P.P. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In **A solução de problemas: aprender a resolver, resolver a aprender**. Juan Ignacio Pozo. Porto Alegre: Artmed, 1998.

RÊGO, R. G.; PAIVA, J.P.A.A. **Tópicos Especiais em Matemática III**. In: ASSIS *et al.* Licenciatura em Matemática à distância, volume 6. João Pessoa: Editora Universitária UFPB, 2010.

RÊGO, R. G. **Um Estudo sobre a Construção do Conceito de Função**. (Tese de Doutorado em Educação, UFRN) Natal: RN - UFRN, 2000.

SILVA, C. M. S.; SIQUEIRA FILHO, M. G. **Matemática: resolução de problemas**. Brasília: Liber Livro, 2011.

SMOLE, K. S; DINIZ, M. I. (org.). **Ler, escrever e resolver problemas:** Habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: ARTMED, 2001.

SOUZA, J. **Matemática** – Coleção Novo Olhar. FTD: São Paulo, 2010.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Solicitação de Pesquisa de Campo



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CAMPUS IV – LITORAL NORTE
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Da Professora Orientadora de TCC

À Direção da Escola Estadual de Ensino Médio Senador Rui Carneiro.

Solicitação de Pesquisa de Campo

Prezado(a) Diretor(a)

Vimos por meio deste, solicitar autorização de Vossa Senhoria para que o(a) aluno(a) **Jaelson Silva de Brito** matrícula **80821099**, do Curso de Licenciatura em Matemática, Campus IV/UFPB realize atividades de pesquisa de campo neste estabelecimento escolar em virtude do Trabalho de Conclusão de Curso por este(a) desenvolvido, intitulado: **Investigando o entendimento e as estratégias de resolução de problemas sobre Função Afim de alunos da 3ª série do Ensino Médio de uma Escola Estadual do Município de Mamanguape/PB** desenvolvido nessa Instituição de Ensino.

O(A) aluno(a) acima referido(a) se compromete em guardar sigilo de fatos confidenciais e ainda deixar a disposição do estabelecimento de ensino observada e/ou Universidade os dados e as análises resultantes deste estudo.

Outrossim, informamos que todas as atividades acima descritas serão desenvolvidas pelo(a) aluno(a), sob a minha orientação, professora efetiva vinculada a Universidade Federal da Paraíba – DCE/CCAE/UFPB.

Contando com a colaboração de vossa Senhoria, subscrevemo-nos.

Respeitosamente,

Rio Tinto, 06 março de 2014.

Professora Orientadora

Diretora da Instituição de Ensino

Autorizado em: 13 / 03 / 2014.

Carimbo

Josilene Hermínio
Vice-Diretora- Aut. Nº194
MAT 84820-4

APÊNDICE B – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Prezado(a) Senhor(a),

Sou aluno(a) do Curso de Licenciatura de Matemática, da Universidade Federal da Paraíba – Campus IV, Rio Tinto – PB; e, sob a orientação da Prof.^a Dr.^a Cristiane Fernandes de Souza, pretendo realizar uma pesquisa, intitulada: Questionário Diagnóstico, com o objetivo de obter informações sobre um breve perfil dos alunos do 3º ano do ensino médio B, do turno da manhã, além de informações sobre como os alunos em questão interpretam e resolvem situações problemas envolvendo a função afim. Esta pesquisa tem por finalidade colher dados para a produção do Trabalho de Conclusão de Curso – TCC.

A realização deste estudo só será possível com a sua colaboração. Porém, sua participação é voluntária. Assim, solicito sua autorização e/ou do responsável, para realizar um(a) avaliação diagnóstica e/ou entrevista e, após a conclusão do mesmo poder apresentar em eventos científicos e publicar em revista científica.

Com relação a sua participação, me comprometo em manter o seu nome em sigilo, bem como os dados confidenciais a serem apresentados e também aceitar a livre decisão do(a) senhor(a) aceitar e participar ou não do estudo, respeitando o seu direito de desistir em qualquer momento da pesquisa, sem nenhum dano e/ou qualquer prejuízo da assistência prestada.

Diante do exposto, agradeço antecipadamente sua atenção e colaboração, estando a sua disposição para qualquer esclarecimento que considere necessário.

Eu, _____, declaro que fui devidamente esclarecido(a) sobre a pesquisa e dou meu consentimento para participar da pesquisa e publicação dos resultados. Estou ciente que receberei uma cópia deste documento.

Rio Tinto, ____/____/____

Participante do estudo

Responsável pelo participante

Pesquisador (licenciando)

Orientadora

APÊNDICE C – Questionário Diagnóstico

Prezado(a) aluno(a),

Pedimos que, por gentileza, o(a) Sr(a). responda as perguntas do questionário abaixo. Este questionário faz parte de uma pesquisa para o Trabalho de Conclusão de Curso e tem por objetivo a realização de um diagnóstico acerca de alguns dados que são importantes para nossa pesquisa. Não é necessário identificar-se.

Agradecemos sua colaboração.

QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO**Dados pessoais**

1. Sexo:

() masculino () feminino

2. Idade: _____

Situação escolar do aluno

3. É aluno repetente do 3º ano?

() sim () não

4. Caso tenha respondido sim, em qual (ais) disciplina (s) você foi reprovado?

Importância da Matemática

5. Com relação à Matemática você:

() gosta muito () não gosta () é indiferente

6. Você considera a Matemática uma disciplina:

() fácil () regular () difícil

O estudo das funções

7. Você já estudou o conteúdo de *função* no Ensino Médio?

() sim () não

8. Caso tenha respondido sim, com relação ao conteúdo acima mencionado, você o considera:

() fácil () regular () difícil

Problemas matemáticos e sua resolução

9. Nas aulas de Matemática e nas avaliações há presença de problemas matemáticos?

() sim () não () às vezes () raramente

10. Para você o que é um problema matemático?

11. Você já resolveu algum problema matemático?

() sim () não

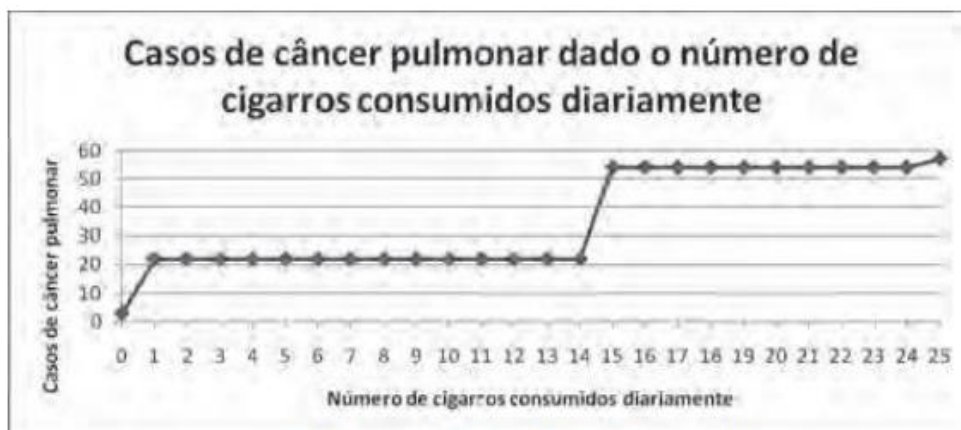
11.1 Caso tenha respondido sim, como você resolveu ou resolve problemas matemáticos?

12. Você considera importante que o professor traga problemas matemáticos para serem resolvidos em sala de aula?

() sim () não

Por quê?

13. (ENEM-2009) A suspeita de que haveria uma relação causal entre tabagismo e câncer de pulmão foi levantada pela primeira vez a partir de observações clínicas. Para testar essa possível associação foram conduzidos inúmeros estudos epidemiológicos. Dentre esses, houve o estudo do número de casos de câncer em relação ao número de cigarros consumidos por dia, cujos resultados são mostrados no gráfico a seguir:

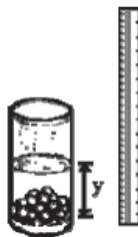


Centers for Disease Control and Prevention CDC-EIS
Summer Course – 1992 (adaptado).

De acordo com as informações do gráfico:

- A) o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas inversamente proporcionais.
- B) o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas que não se relacionam.
- C) o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas diretamente proporcionais.
- D) uma pessoa não fumante certamente nunca será diagnosticada com câncer de pulmão.
- E) o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas que estão relacionadas, mas sem proporcionalidade.

14. (ENEM – 2009 - adaptado) Um experimento consiste em colocar certa quantidade de bolas de vidro idênticas em um copo com água até certo nível e medir o nível da água, conforme ilustrado na figura a seguir. Como resultado do experimento, concluiu-se que o nível da água está em função do número de bolas de vidro que são colocadas dentro do copo.



O quadro a seguir mostra alguns resultados do experimento realizado.

número de bolas (x)	nível da água (y)
5	6,35 cm
10	6,70 cm
15	7,05 cm

Disponível em: www.penta.ufrgs.br.
Acesso em: 13 jan. 2009 (adaptado).

- A) A cada cinco bolas acrescentadas, a quantos centímetros no aumento do nível da água elas equivalem?
- B) Se acrescentássemos mais cinco bolas, qual seria o nível da água em cm?
- C) Quando o nível da água estiver em 12,40 cm, quantas bolas já teriam sido acrescentadas?

15. Para ajudar sua família com as despesas de casa um estudante trabalha num turno diferente do que estuda. Ele ganha um salário fixo de R\$670,00. Para aumentar seus ganhos,

ele ainda faz um trabalho extra no final de semana trabalhando em um bar, onde recebe R\$ 60,00, por final de semana.

- A) Se em um mês o estudante fizer dois trabalhos extras no bar, que salário receberá no fim do mês?
- B) E se ele fizer quatro trabalhos extras no bar, quanto receberá no fim do mês?
- C) Considerando que y seja o seu salário no fim do mês, e que x é o número de trabalhos extras realizados no bar, qual a expressão matemática que relaciona o salário mensal y com o número de trabalhos extras x ?

16. (UFRN – adaptado) Hoje, entre os jovens e adultos, há uma grande preocupação com corpo. Para manter a forma muitos desses jovens e adultos frequentam academias, e para não terem prejuízo financeiro devem estar atentos nos gastos com os serviços prestados, pois muitas vezes a diferença das mensalidades entre uma academia e outra pode até dobrar.

A academia “Fique em Forma” cobra uma taxa de inscrição de R\$80,00 e uma mensalidade de R\$50,00. A academia “Corpo e Saúde” cobra uma taxa de inscrição de R\$60,00 e uma mensalidade de R\$55,00.

- A) Escreva as expressões algébricas das funções que representam os gastos acumulados em um mês de aula em cada academia.
- B) Qual academia oferece menor custo para uma pessoa que pretende “malhar” durante um ano (doze meses)? Justifique, explicitando seu raciocínio.

17) Em Matemática, o que é função?
