



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Josafá Luiz da Silva

**Visualização Geométrica: Uma habilidade para ser valorizada
no Ensino Fundamental**

Rio Tinto – PB

2012

Josafá Luiz da Silva

**Visualização Geométrica: Uma habilidade para ser valorizada
no Ensino Fundamental**

Trabalho Monográfico apresentado à Coordenação do
Curso de Licenciatura em Matemática como requisito
para obtenção do título de Licenciado em Educação
Matemática.

Orientadora: Prof^ª. Ms. Jussara Patrícia Andrade
Alves Paiva

Rio Tinto – PB

2012

S586v *Silva, Josafá Luiz da.*

Visualização geométrica: uma habilidade para ser valorizada no Ensino Fundamental / Josafá Luiz da Silva. – Rio Tinto: [s.n.], 2012.

54f.: il. –

*Orientadora: Jussara Patrícia Andrade Alves Paiva.
Monografia (Graduação) – UFPB/CCAIE.*

*1. Geometria – Estudo e Ensino. 2. Nível de visualização.
3. Materiais manipulativos.*

UFPB/BS-CCAIE

CDU: 514(043.2)

Josafá Luiz da Silva

**Visualização Geométrica: Uma habilidade para ser valorizada
no Ensino Fundamental**

Trabalho Monográfico apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática
como requisito para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof^a. Ms. Jussara Patrícia Andrade Alves Paiva

Aprovado em: 11 / 10 / 2012

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof^a. Ms. Jussara Patrícia Andrade Alves Paiva (Orientadora)
UFPB – CCAE - DCE

Prof^a. Dr^a. Cristiane Fernandes de Souza
UFPB – CCAE - DCE

Prof^o. Ms. Emmanuel de Sousa Fernandes Falcão
UFPB – CCAE - DCE

Dedico este Trabalho à minha saudosa mãe, Maria Lopes da Silva (in memória), pelo exemplo de Fé, pela dedicação na criação de seus filhos e por ter nos ensinado a crer na existência de Deus.

AGRADECIMENTOS

À Deus por permitir mais esta realização em minha vida;

À minha família pelo incentivo, apoio e motivação;

À minha orientadora, Jussara Patrícia, pela simplicidade e competente orientação, me motivando a cada orientação;

À todos os professores da UFPB;

Aos colegas que caminharam juntos comigo, compartilhando alegrias, experiências e incertezas ao longo desses anos;

Aos alunos, que participaram como sujeito desta pesquisa;

À todos que contribuíram direta ou indiretamente para a realização deste trabalho.

O sucesso nasce do querer, da determinação e persistência em se chegar a um objetivo. Mesmo não atingindo o alvo, quem busca e vence obstáculos, no mínimo fará coisas admiráveis.

José de Alencar

RESUMO

O presente estudo tem como objetivo elaborar uma sequência de atividades didáticas, utilizando materiais manipulativos, que desenvolvam o pensamento geométrico no nível de visualização. A pesquisa pretendeu responder as seguintes questões: como se encontra a habilidade do aluno em nível fundamental para visualizar figuras geométricas? De que maneira podemos melhorar sua habilidade para visualização geométrica? Para tanto, foi elaborado e aplicado uma sequência de atividades. A intervenção foi realizada na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Severino Félix de Brito, em uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental, localizada na cidade de Itapororoca – PB. Tomamos como referencial teórico, autores como Van de Walle (2009) e Paiva (2003). Para elaborar as atividades, adotamos as concepções do modelo de Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. A primeira atividade o aluno montou uma estrutura com cubos confeccionados pelo pesquisador e desenhou duas vistas indicadas na atividade. A segunda atividade o aluno fez o desenho de uma caixa de creme dental vazia e a terceira atividade o aluno pintou sólidos em perspectiva desenhados pelo pesquisador e calculou o número de peças necessárias para sua composição. Após concluir cada atividade foi aplicado um questionário visando auxiliar na análise posterior. A análise das atividades revelou que os alunos possuem baixa capacidade de visualização geométrica ao mesmo tempo em que apresentam interesse e potencialidade, sendo necessário um trabalho que busque aprofundar o conhecimento, sobre o conteúdo visualização geométrica.

Palavras-chaves: Geometria. Nível de visualização. Materiais manipulativos.

ABSTRACT

The present study aims elaborate a sequence of teaching activities, using manipulative materials that develop geometric thinking in view level. The research intended to answer the following questions: how is the ability of the fundamental level student to visualize geometric figures? How can we improve their ability to geometric view? Therefore, it was developed and applied sequence of activities. The intervention was performed in the elementary and middle school Severino Félix de Brito, in a 9th grade class of elementary school situated in Itapororoca – PB. We took as a theoretical referencial, authors like Van de Walle (2009) e Paiva (2003). To develop activities, we adopt the conception of Van Hiele model of geometric thinking. In the first activity the student built a structure with cubes made by the researcher and drew two views indicated in the activity. In the second activity the student drew a picture of a box of toothpaste empty and in the third activity the student painted solids in perspective designed by the researcher and calculated the number of parts required for their composition. After completing each activity was applied a questionnaire to assist in posterior analysis. The analysis of those activities revealed that the students have low ability in geometric view while they show interest and capability, requiring a work that seeks deepen the knowledge about geometric view.

Keywords: Geometry, View level, Manipulative materials.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Atividade com cubos	30
Figura 2 - Atividade com caixa de creme dental vazia	30
Figura 3 - Atividade com sólidos variados	31
Figura 4 – Vista frontal correta da atividade com cubos	32
Figura 5 – Vista frontal errada da atividade com cubos	32
Figura 6 – Vista frontal mostrando nível de dificuldade	33
Figura 7 – Vista superior errada da atividade com cubos	33
Figura 8 – Declaração de um aluno sobre a atividade com cubos	34
Figura 9 – Desenho da caixa de creme dental no plano bidimensional	35
Figura 10 – Tentativa de planificação para a caixa de creme dental	35
Figura 11 – Desenho da caixa de creme dental no plano tridimensional	35
Figura 12 – Declaração de um aluno sobre a atividade com caixa de creme dental	36
Figura 13 – Desenho referente ao sólido 1	36
Figura 14 – Desenho referente ao sólido 2	37
Figura 15 – Desenho referente ao sólido 3	37
Figura 16 – Desenho referente ao sólido 4	38

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Ações que os alunos mais gostaram na “Atividade com cubos”	34
Tabela 2 - Percentuais de acertos quanto ao número de peças nos sólidos	38
Tabela 3 - Percentuais de acertos referentes ao uso das cores nos sólidos	39

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	13
1.1 Justificativa da Pesquisa	14
1.2 Objetivos da pesquisa	16
1.2.1 Geral	16
1.2.2 Específicos	16
1.3 Metodologia da Pesquisa	16
1.4 Descrição do corpo do Trabalho	18
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	19
2.1 O Ensino da visualização Geométrica.....	19
2.1.1 Recorte histórico da Geometria.....	21
2.1.2 Considerações dos Parâmetros Curriculares Nacionais sobre Geometria.....	22
2.2 Os Níveis do pensamento geométrico de Van Hiele.....	23
2.3 A utilização de materiais manipulativos na sala de aula.....	26
3 A INTERVENÇÃO.....	27
3.1 Caracterização da Escola	27
3.2 Metodologia da Intervenção	28
3.3 Descrição da aplicação da atividade	29
3.4 Análise dos Resultados	31
3.5 Conclusões da Pesquisa	39
4 CONSIDERAÇÕES FINAIS	40
REFERÊNCIAS	42
APENDICES	
APENDICE A	45
APENDICE B	46
APENDICE C	47

APENDICE D	48
APENDICE E	49
APENDICE F	51
ANEXOS	
ANEXO A – Declaração da Escola	53

1. INTRODUÇÃO

Com base em nossa experiência de sala de aula, verificamos que a grande maioria das atividades propostas nos livros-textos do Ensino Fundamental para trabalhar o conteúdo de visualização geométrica, não propicia aos alunos o desenvolvimento esperado como suporte para facilitar na interpretação e resolução de problemas, pois as situações de ensino apresentadas naqueles livros-textos que analisamos e que são propostas para os alunos, de maneira geral, pela maioria dos professores, não enfatizam suficientemente a coordenação de registros e a importância da figura para a visualização e exploração. Os problemas geométricos propostos por esses livros-textos privilegiam resoluções algébricas, e poucos exigem raciocínio dedutivo ou demonstração. Alguns pesquisadores ainda relatam que os professores possuem um discurso que integra resultados de pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem da matemática que nem sempre é compatível com sua prática, uma vez que eles têm muita dificuldade em operacionalizar essas ideias na construção, na análise e na experimentação de situações em sala de aula.

A dificuldade encontrada pelos professores no desenvolvimento de tais situações está provavelmente relacionada, pelo menos em parte, ao modo como percebem e concebem o que é a Matemática, o que é ensinar e aprender a Matemática, modo esse desenvolvido por suas experiências e vivências enquanto alunos e profissionais. Os professores parecem ter mais facilidade em lidar com situações concretas do que com situações que envolvem processos de abstração, o que dificulta a condução dos alunos a um pensamento mais genérico, mais formal ou mais abstrato, sendo capaz de agir, expressar-se, refletir, evoluir por iniciativa própria e adquirir novos conhecimentos.

Nesse sentido devemos conscientizar nossos alunos que estamos imersos em um mundo de formas, que a Geometria está presente em diversas situações do cotidiano e que para onde direcionarmos nossos olhos as ideias geométricas estarão presentes no mundo tridimensional, seja na natureza, nas artes, na arquitetura ou em outras áreas do conhecimento, sendo possível associar tais ideias aos conceitos trabalhados em sala de aula. A modernidade que nos envolve hoje exige que nossos alunos desenvolvam sua percepção espacial e a visualização, tão necessárias para que a Geometria seja a conexão didática pedagógica da Matemática com as demais áreas do conhecimento.

É de fácil compreensão o envolvimento destes elementos em nossa vida social e/ou profissional, de onde concluímos ser possível ensinar tal conteúdo de forma a proporcionar uma aprendizagem significativa. Vemos nos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN a seguinte afirmação,

[...], é fundamental que os estudos do espaço e forma sejam explorados a partir de objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, de modo que permita ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento (BRASIL, 1998, p. 51).

Procedendo assim, pretendemos capacitar o aluno para identificar e relacionar os princípios matemáticos existentes em diferentes áreas do conhecimento, desenvolvendo não apenas sua habilidade de contextualização, mas também de criação, ampliação e inovação.

1.1. Justificativa

O conteúdo de Matemática escolhido para ser trabalhado foi o de visualização de figuras geométricas em sua forma tridimensional, apesar de sua importância destacada pelos PCN, nem sempre é dada a devida atenção pela maioria das atividades propostas nos livros-texto do Ensino Fundamental, no qual se trabalha na maioria das vezes com figuras planas. Precisamos observar que as crianças habitam em um mundo tridimensional e lidam com objetos tridimensionais em seu cotidiano, sendo, portanto, pertinente uma maior exploração da forma tridimensional no Ensino Fundamental. Além disso, a relação da forma tridimensional com a bidimensional tanto no aspecto do estudo da Geometria, quanto no cotidiano, nos leva a concordar com Campos (2001, p.86) quando diz: “é somente a partir de figuras tridimensionais que as bidimensionais planas ganham sentido”.

Os PCN ressaltam a importância do constante trabalho de observação e construção de figuras para que o aluno possa perceber as semelhanças e diferenças entre elas, e a partir dessa exploração, reconhecer figuras tridimensionais e bidimensionais, bem como a identificação de suas propriedades.

Para trabalhar este conteúdo procuramos desenvolver uma sequência de atividades utilizando materiais manipulativos, pois a metodologia de oficinas, segundo Ferreira & Laudares (2010), promove o processo da habilidade de desenvolvimento da visualização, na medida em

que cria um ambiente propício para a descoberta, a observação, a exploração e a construção do conhecimento. A visualização, portanto, pode ser considerada como parte integrante do processo analítico, na medida em que assume uma função complementar, ao se transformar em suporte para a ilustração simbólica e para a representação de dados em gráficos e tabelas. Ela revela o caráter imediato oferecido pela imagem visual. Segundo Arcavi (1999), a visualização ganha destaque como um processo que possibilita situações onde se pode ver aquilo que, na verdade, não é realmente visto. Ainda autores como Veloso (2000), Nacarato & Passos (2003), Guzmán (2002), Pittalis et al (2009) enfatizam que o ensino da Geometria proporciona o desenvolvimento do processo de visualização e de representação, além de contribuir no processo de formação de conceitos e de aspectos figurais.

Merece destaque ainda a referência apresentada por Nacarato & Passos (2003), às recomendações feitas pela conferência *Perspectivas para o ensino da Geometria no século XXI*, realizada na Sicília, Itália, em 1995, corroboradas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (1997), quando promovem o reconhecimento da Geometria na formação geral dos estudantes.

De acordo com Guzmán (2002), a visualização matemática significa uma forma de agir explícita, focada nas possíveis representações concretas dos objetos, que estão sendo manipulados, a fim de se obter uma abordagem mais eficiente das relações abstratas, então empregadas. A visualização aparece como algo natural não apenas para o pensamento matemático, mas também para a descoberta de novas relações entre os objetos matemáticos e, ainda, para os processos de transmissão e comunicação na atividade matemática. Sendo assim, entendemos que não basta apenas ver, mas fundamentalmente interpretar aquilo que está sendo visto.

Considerando-se o anteriormente exposto, levantamos os seguintes questionamentos no que tange ao ensino de Geometria: *como se encontra a habilidade do aluno em nível fundamental para visualizar figuras geométricas? De que maneira podemos melhorar sua habilidade para visualização geométrica?*

1.2. Objetivos

1.2.1. Geral

Elaborar uma sequência de atividades didáticas, utilizando materiais manipulativos, que desenvolvam o pensamento geométrico no nível de visualização, para os anos finais do Ensino Fundamental de Matemática.

1.2.2. Específicos

A fim de alcançar o objetivo geral, optou-se em organizar a pesquisa nos seguintes objetivos específicos.

- Elaborar uma sequência didática para o desenvolvimento da visualização de figuras geométricas tridimensionais;
- Aplicar a sequência didática elaborada para o desenvolvimento da visualização de figuras geométricas tridimensionais;
- Avaliar os elementos atitudinais e procedimentais em relação às atividades aplicadas.
- Destacar as vantagens e desvantagens da sequência didática proposta.

1.3. Metodologia da Pesquisa

Em nosso trabalho utilizamos como metodologia de pesquisa, a pesquisa qualitativa do tipo estudo de caso.

A pesquisa qualitativa assume diferentes significados no campo das ciências sociais e costuma ser direcionada, ao longo do seu desenvolvimento.

Considera que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, isto é, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito que não pode ser traduzido em números. A interpretação dos fenômenos e a atribuição de significados são básicas no processo de pesquisa qualitativa. Não requer o uso de métodos e técnicas estatísticas. O ambiente natural é a fonte direta para coleta de dados e o pesquisador é o instrumento-chave. É descritiva. Os pesquisadores tendem a analisar seus dados indutivamente. O processo e seu significado são os focos principais da abordagem (SILVA e MENEZES, 2005, p. 20).

Seu foco de interesse é amplo e parte de uma perspectiva diferenciada da adotada pelos métodos quantitativos. A pesquisa qualitativa procura obter dados descritivos mediante um contato direto e interativo do pesquisador com a situação objeto de estudo. Nela é freqüente que o pesquisador procure entender os fenômenos, segundo a perspectiva dos participantes da situação estudada e, a partir, daí situar sua interpretação dos fenômenos estudados.

A Interpretação do fenômeno e as atribuições de significados, sempre dependem do arcabouço de interpretação empregado pelo observador, que lhe serve de visão de mundo e de referencial. Esse arcabouço pode servir como base para estabelecer caminhos de pesquisa quantitativa e delimitação do tema, de forma tal que os esforços de cunho qualitativo e quantitativo podem se complementar.

Segundo Laville e Dionne (1999, p.43),

A partir do momento em que a pesquisa centra-se em um problema específico, é em virtude desse problema específico que o pesquisador escolherá o procedimento mais apto, segundo ele, para chegar à compreensão visada. Poderá ser um procedimento quantitativo, qualitativo, ou uma mistura de ambos. O essencial permanecerá: que a escolha da abordagem esteja a serviço do objeto da pesquisa, e não o contrário, com o objetivo de daí tirar, o melhor possível, os saberes desejados.

Na opinião de Triviños (1987, apud Araújo 2001, p.129), na pesquisa qualitativa segue-se, basicamente, os mesmos passos de qualquer investigação, embora não tão rigidamente quanto na pesquisa quantitativa. Como a coleta e a análise dos dados não são momentos estanques, ao contrário, as informações recolhidas são, geralmente interpretadas imediatamente, quando necessário, podem ocorrer novas buscas de dados. O mesmo autor ainda esclarece que a escolha do tamanho da amostra a ser pesquisada usa critérios distintos daqueles utilizados na pesquisa quantitativa. Considerações do tipo: A importância dos sujeitos para o esclarecimento do assunto em foco, a facilidade de se encontrar as pessoas, o tempo dos indivíduos para as entrevistas, entre outros, são aspectos determinantes na conformação da amostra.

Os pesquisadores qualitativos têm em mente não apenas os resultados, mas, sobretudo o processo, o que significa dizer que a apreensão de um fenômeno não implica apenas evidenciá-lo na sua versão atual, mas penetrar na sua estrutura íntima, latente, não captável pela simples observação, de modo a revelar suas relações e os condicionantes de sua evolução. Neste sentido

Godoy (1995a, p.63) complementa dizendo que, “não é possível compreender o comportamento humano sem a compreensão do quadro referencial (estrutura) dentro do qual os indivíduos interpretam seus pensamentos, sentimentos e ações”.

Segundo Gil (2010, p.37), o estudo de caso, ”consiste no estudo profundo e exaustivo de um ou poucos objetos, de maneira que permita seu amplo e detalhado conhecimento”. Analisar intensamente uma dada unidade social é, portanto, o propósito básico do estudo de caso, podendo o investigador dedicar-se tanto ao estudo de situações típicas (similares a muitas outras) quanto não-usuais (casos excepcionais). Embora pesem críticas sobre o estudo de caso alegando que suas conclusões dificilmente sejam generalizáveis e, sendo assim, pouco se prestariam à verificação de hipóteses gerais ou teorias, o pesquisador pode dispor de fortes razões “...para considerá-lo como típico de um conjunto mais amplo no qual se torna o representante...” (Laville e Dionne, 1999, p.156), podendo, assim, ampliar as possibilidades de compreensão de uma dada situação ou fenômeno complexo.

Quanto ao mais, os estudos qualitativos apresentam, hoje, lugar assegurado como forma viável e promissora de investigação. Considerando os recursos materiais, temporais e pessoais disponíveis para lidar com uma determinada pergunta científica compete ao pesquisador chegar a um resultado que melhor contribua para a compreensão do fenômeno e para o avanço do bem-estar social.

Nosso trabalho ocorreu segundo as seguintes etapas:

- revisão bibliográfica sobre o tema, visando aprofundar o conhecimento em relação à pesquisa levantada;
- elaboração de uma sequência didática para trabalhar o conteúdo de visualização;
- aplicação da sequência de atividades;
- análise das potencialidades e limitações da sequência didática elaborada.

1.4. Descrição do corpo do trabalho

Nosso texto está estruturado em quatro capítulos. No primeiro capítulo apresentamos a justificativa da escolha do tema, os objetivos gerais e específicos, e a metodologia da pesquisa.

No segundo capítulo discutimos o referencial teórico que norteia nosso trabalho. Fazemos um recorte histórico sobre Geometria, falamos sobre as considerações dos Parâmetros Curriculares Nacionais sobre a importância da Geometria e da visualização. Discorremos também sobre os níveis do pensamento geométrico de Van Hiele e materiais manipulativos.

O terceiro capítulo trará a discussão sobre a Intervenção, ou seja, será apresentada a escola campo, os sujeitos da pesquisa, as atividades, e a análise dos dados observados e as considerações finais.

No quarto capítulo, serão apresentadas as conclusões, fazendo um resumo das vantagens e desvantagens citadas durante o desenvolvimento da sequência didática.

Por fim apresentamos os elementos pós-textuais, como as referências, apêndices e os anexos.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo, apresentamos as considerações que servirão de base como fundamentação em nossa pesquisa. Falaremos sobre o ensino da Geometria; apresentaremos um recorte histórico sobre Geometria; comentaremos sobre as considerações existentes nos Parâmetros Curriculares sobre a Geometria, relacionadas com a visualização; faremos uma abordagem sobre os níveis do pensamento geométrico de Van Hiele, também, voltados para a visualização e falaremos sobre o uso de materiais manipulativos, teorias que nos nortearam para a elaboração das atividades utilizadas na intervenção.

2.1. O Ensino da visualização Geométrica

Vários estudiosos concordam que, o conhecimento geométrico, principalmente no que diz respeito à expressão gráfica das formas e suas relações matemáticas, é fundamental para o desenvolvimento do raciocínio do estudante. Sabe-se que a ausência do ensino da Geometria, apresentada aridamente, desligada da realidade, não integrada com as outras disciplinas do currículo e até mesmo não integrada com as outras partes da própria Matemática é uma lacuna a ser preenchida na prática pedagógica de professores e outros profissionais envolvidos com a área.

Mesmo assim, constata-se que nos dias atuais não tem sido dada à Geometria a importância devida, sendo esta encarada por alguns profissionais como simplesmente o estudo de retângulos, ângulos, segmentos de reta ou coisa do gênero.

Segundo Paiva (2003, p. 35),

Embora os novos currículos evidenciem a importância do trabalho com a Geometria no Ensino Fundamental, não nos parece fácil a implantação destes na prática escolar. Da mesma forma que se reconhece a importância da Geometria, não é possível negar as dificuldades existentes no ensino/aprendizagem dessa disciplina, como, por exemplo, a falta de identificação que pode trazer para grande parte dos alunos com seu conteúdo, em razão de uma prática escolar que não relaciona os conceitos com a sua realidade. Essas dificuldades interagem de maneira complexa, não sendo viável apontar um caminho único e eficaz que leve a saná-las. Entretanto, é necessário analisar, discutir e implementar propostas concretas que levem a uma melhoria gradativa e continuada do ensino da Geometria.

A área da Educação Matemática tem envolvido matemáticos, que aliados a filósofos, sociólogos, pedagogos, entre outros, buscam destacar o seu papel essencial no campo da Educação para estudar as possibilidades de melhoria no ensino da matemática.

A abordagem de Paiva (2003) sobre as dificuldades existentes no ensino/aprendizagem da geometria reforçam as ideias de Veloso (2000) quando orienta que a justificativa para a fala dos alunos “não sou capaz de ver no espaço” reside na dificuldade de representar em duas dimensões as imagens tridimensionais que formamos em nossa mente.

Neste sentido a referência apresentada por Nacarato & Passos (2003), reconhecendo a importância da geometria na formação geral dos estudantes, deve permear tanto o ensino desde a Educação Infantil passando pelo Ensino Fundamental e também o Médio.

Este envolvimento encontra respaldo em Guzmán (2002) quando diz que a “percepção visual contribui para os reflexos mentais e para a familiaridade com os objetos em questão, permitindo uma visão holística e unitária das relações entre os diferentes objetos da atividade”.

No Brasil constata-se que cresce o número de pesquisas em Matemática no que diz respeito à visualização gráfica e suas ramificações, além de ser tema presente em congressos e conferências, consolidando uma nova comunidade de profissionais comprometidos com a renovação desse ensino nas Universidades e centros de Pesquisa.

2.1.1 Recorte Histórico da Geometria

A Geometria é a parte da Matemática cujo objeto de estudo é o espaço e as figuras que podem ocupá-lo. Assim como a Matemática surgiu da necessidade de contabilizar diversos tipos de objetos, a Geometria (do grego *geo* = terra + *metria* = medida, ou seja, “medir terra”) está intimamente ligada à necessidade de otimizar as medições de terra pelos agricultores, tanto para evitar problemas entre eles próprios, como para melhorar o sistema de arrecadação de impostos nas áreas rurais.

Segundo Toledo & Toledo (1992, p. 222),

Nada se pode afirmar, sobre a verdadeira origem da Geometria, tendo em vista que o surgimento da escrita aconteceu, apenas, seis mil anos atrás, época em que teve início os registros mais organizados, documentando e ilustrando a vida e os costumes dos povos da antiguidade. As informações sobre épocas anteriores à escrita são resgatadas de objetos e de vestígios que restaram daqueles povos. Os antropólogos e arqueólogos se encarregam de estudá-los, não raro apoiados em conjecturas sobre o significado e a utilidade das peças encontradas.

Acredita-se, em geral, que a origem da Geometria situa-se no Egito. O historiador grego, Heródoto, registrou que os sacerdotes egípcios consideravam o Egito como um presente do Rio Nilo, em virtude das enchentes fertilizantes provocadas por ele.

As inundações provocavam dissensão entre os agricultores e os antigos faraós passaram a nomear funcionários (os agrimensores), cuja tarefa era avaliar os prejuízos das cheias e restabelecer as fronteiras entre as diversas posses. A dimensão desses conflitos pode ser apreciada na repercussão que se encontra no “Livro dos Mortos” do Egito, onde uma pessoa acabada de falecer tem de jurar aos Deuses que não enganou o vizinho, roubando-lhe terra. Tal procedimento era uma ofensa tão grave como quebrar um juramento ou assassinar alguém.

Os agrimensores eram assim chamados devido aos instrumentos de medida e cordas entrelaçadas concebidas para marcar ângulos retos. O exercício constante desta atividade capacitou-os para determinar as áreas de lotes e terrenos dividindo-os em retângulos e triângulos.

Sabe-se ainda que em 2600 a.c., época da construção da pirâmide de Gizé no Egito, cuja base quadrada é bastante precisa, o escriba Ahmes registrou cálculos de área de círculos, retângulos e triângulos no papiro de Rhind (nome do arqueólogo que o comprou).

A origem da Geometria é atribuída à civilização Egípcia como justificativa para o elevado conhecimento geométrico utilizado na construção das pirâmides e outros monumentos.

2.1.2 Considerações dos Parâmetros Curriculares Nacionais sobre Geometria

Os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1998) visam à construção de um referencial que oriente a prática escolar de forma a contribuir para que toda criança e jovem brasileiros tenham acesso a um conhecimento matemático que lhes possibilite de fato sua inserção, como cidadãos, no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura. Segundo os PCN a Matemática no Ensino Fundamental tem o papel de fazer o aluno reconhecer sua importância como instrumento para compreender o mundo à sua volta e de vê-la como área do conhecimento que estimule o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas. Para que estes objetivos sejam alcançados o referido documento sugere que os conteúdos sejam explorados não apenas na dimensão de conceitos, mas também na dimensão de procedimentos e de atitudes. É preciso desenvolver no aluno a concepção de Matemática como ciência que não trata de verdades infalíveis e imutáveis, mas como ciência dinâmica, sempre aberta à incorporação de novos conhecimentos. Espera-se que o conhecimento aprendido não fique, vinculado a um contexto concreto e único, mas que possa ser generalizado e transferido a outros contextos.

O estudo da Geometria no Ensino Fundamental de acordo com o bloco de conteúdos “Espaço e Forma” constitui parte importante do currículo de Matemática porque, por meio dela, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. O aluno desenvolve habilidades que possibilitam a construção de sua cidadania e sua atuação no dia a dia utilizando-se dos conhecimentos adquiridos.

O que se espera é que os educandos aprendam com os próprios erros, presenciem os erros dos colegas, justifiquem suas respostas e desenvolvam atitudes de tolerância e respeito em relação ao processo de aprendizagem dos colegas. Se espera que haja socialização das estratégias pessoais de resolução de problemas e o compartilhar dos conhecimentos adquiridos individualmente, para que todo o grupo possa se beneficiar com isso. O educador precisa ter em mente que os conteúdos geométricos trabalhados no primeiro segmento do Ensino Fundamental

se constituirão como base para os segmentos posteriores. Para que haja bom desempenho no trabalho pedagógico é preciso permitir articulação entre os diferentes blocos de conteúdos, como também valorizar o conhecimento prévio dos alunos. Para que estes objetivos sejam atingidos existem vários caminhos a serem seguidos, portanto o planejamento do professor deve respeitar e contemplar as especificidades de cada grupo.

Segundo os PCN, o pensamento geométrico se desenvolve pela visualização, conforme o exposto:

[...] O pensamento geométrico desenvolve-se inicialmente pela visualização: as crianças conhecem o espaço como algo que existe ao redor delas. As figuras geométricas são reconhecidas por suas formas, por sua aparência física, em sua totalidade, e não por suas partes ou propriedades. (BRASIL, 2000, p. 127).

É preciso desenvolver diversas atividades com os educandos para que eles possam visualizar e manejar objetos com diferentes formas. A aprendizagem acontece através da visualização e não apenas ouvindo falar sobre algo que ainda não conseguem abstrair. Essas atividades devem ser construídas em torno de características específicas ou propriedades de modo que os alunos desenvolvam uma compreensão das propriedades geométricas e comecem a usá-las naturalmente.

2.2 Os Níveis do Pensamento Geométrico de Van Hiele

Para serem alcançados resultados significativos no ensino de Geometria em sala de aula é necessário o entendimento do processo de desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos. Os indivíduos pensam de forma diferente sobre as ideias geométricas, mas todos são capazes de crescer e desenvolver habilidades de pensar e raciocinar em contextos geométricos. A pesquisa desenvolvida por dois educadores holandeses Pierre Van Hiele e Dina Van Hiele-Geldof, iniciada em 1959, tem fornecido *insights* quanto às diferenças no pensamento geométrico e como essas diferenças são estabelecidas. O casal Van Hiele desenvolveu seus estudos observando as dificuldades apresentadas por seus alunos, do curso secundário, durante a resolução das tarefas em Geometria e elaborou um modelo sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico, discutindo suas implicações em sala de aula.

De acordo com Van de Walle (2009) o modelo é estruturado em cinco níveis que obedecem a uma hierarquia dos modos de compreensão de ideias espaciais e descrevem como pensamos e quais os tipos de ideias geométricas sobre as quais pensamos mais do que a quantidade de conhecimento ou de informação que temos a cada nível. Apresentamos a seguir um breve resumo sobre cada nível.

Nível 0: visualização – Neste primeiro nível os alunos reconhecem e nomeiam as figuras, baseados em suas características globais e visuais. As figuras geométricas, por exemplo, são reconhecidas por sua forma como um todo, isto é, por sua aparência física, não por suas partes ou propriedades. Os alunos percebem o espaço apenas como algo que existe em torno deles. Para estes alunos uma forma quadrada é um quadrado “porque se parece com um quadrado”. Alguém neste estágio, contudo, não reconheceria que os quadrados têm ângulos retos e que os lados opostos são paralelos.

Nível 1: análise – Neste segundo nível os alunos são capazes de considerar todas as formas dentro de uma classe. Através da observação e da experimentação, os alunos começam a discernir as características das figuras. As ideias sobre uma forma individual, agora, podem ser consideradas a todas as formas que se encaixam naquela classe. Se uma forma pertence a uma classe particular, tal como cubos, ela possui as propriedades correspondentes daquela classe. Todavia, os alunos deste nível ainda não são capazes de explicar relações entre propriedades, não vêem inter-relações entre figuras e não entendem definições.

Nível 2: dedução informal – Neste terceiro nível os alunos são capazes de deduzir propriedades de uma figura e reconhecer classes de figuras. Eles são capazes de desenvolver relações entre as propriedades. “Se todos os quatro ângulos são retos, a forma deve ser um retângulo”. Com maior habilidade para se engajar no raciocínio do tipo “se – então”; as formas podem ser classificadas usando apenas uma quantidade mínima de características. Neste nível, porém, não compreendem o significado da dedução como um todo ou o papel dos axiomas.

Nível 3: dedução – Neste quarto nível os alunos compreendem a demonstração dos teoremas, postulados e definições das propriedades. O aluno é capaz de construir demonstrações, e não apenas de memorizá-las; enxerga a possibilidade de desenvolver uma demonstração de mais de uma maneira. O aluno é capaz de trabalhar com sentenças abstratas sobre as propriedades geométricas e estabelecer conclusões baseadas mais na lógica do que na intuição. Neste nível o aluno pode claramente observar que as diagonais de um retângulo bissectam uma a outra, como

um aluno de nível de pensamento inferior também poderia, entretanto neste nível há uma apreciação da necessidade de provar isso a partir de uma série de argumentos dedutivos.

Nível 4: rigor – Neste nível os objetos de atenção são os próprios sistemas axiomáticos, não apenas as deduções dentro de um sistema. O aluno consegue estudar geometrias não euclidianas e fazer comparações com sistemas diferentes. Por requerer a compreensão de uma geometria abstrata, neste nível, segundo avaliação dos próprios autores é difícil de ser atingido por alunos do ensino fundamental.

Pode ser notado que os produtos de pensamento em cada nível são os objetos de pensamento no nível seguinte. Segundo Van de Walle (2009) o casal Van Hiele identificou algumas generalidades que caracterizam o modelo, tais como:

- os níveis são sequenciais – alcançar um nível significa que o aluno experimentou o pensamento geométrico apropriado para aquele nível e criou em sua própria mente os tipos de objetos ou relações que serão o foco do pensamento do próximo nível.

- Os níveis não são dependentes da idade no sentido dos estágios de desenvolvimento de Piaget – a progressão de um nível para outro depende mais do conteúdo e dos métodos de instrução recebidos do que da idade, isto é, um aluno na terceira série no ensino fundamental ou no ensino médio pode estar no mesmo nível.

- A experiência geométrica é o fator simples de maior influencia sobre o avanço ou desenvolvimento através dos níveis – atividades que permitam às crianças explorar, conversar sobre e interagir com o conteúdo do nível seguinte têm a melhor chance de desenvolver o nível de pensamento geométrico das crianças.

- Quando o ensino ou a linguagem está em um nível superior ao do aluno haverá uma falta de comunicação – se o aluno está em certo nível e o curso está em um nível diferente, o aprendizado e o progresso desejado podem não se verificar. Segundo Paiva (2003, p. 41), “isto pode ocorrer quando o professor explana sobre as relações métricas num triângulo retângulo sem que o aluno seja capaz de reconhecer os elementos que identificam esse triângulo”.

O modelo de Van Hiele foi utilizado em nossa pesquisa tendo em vista que a visualização geométrica inclui o reconhecimento de formas no ambiente, o desenvolvimento de relações entre objetos Bidimensionais e Tridimensionais e a habilidade de desenhar e reconhecer objetos de diferentes perspectivas.

2.3. A Utilização de Materiais Manipulativos na Sala de Aula

A literatura disponível em nossos dias deixa claro que muitos estudiosos, nos últimos séculos, ressaltaram a importância do apoio visual ou do visual-tátil como facilitador para a aprendizagem.

Segundo Lorenzato (2010, p. 3),

[...] por volta de 1650 Comenius escreveu dizendo que o ensino deveria dar-se do concreto ao abstrato, justificando que o conhecimento começa pelos sentidos e que só se aprende fazendo. Locke, em 1680, dizia da necessidade da experiência sensível para alcançar o conhecimento. Cerca de cem anos depois, Rousseu recomendou a experiência direta sobre os objetos, visando à aprendizagem. Pestalozzi e Froebel, por volta de 1800, também reconheceram que o ensino deveria começar pelo concreto; na mesma época, Herbert defendeu que a aprendizagem começa pelo campo sensorial. Pelos idos de 1900, Dewey confirmava o pensamento de Comenius, ressaltando a importância da experiência direta como fator básico para construção do conhecimento, e Poincaré recomendava o uso de imagens vivas para clarear verdades matemáticas.

Sendo constatado através de pesquisas o baixo índice de aprendizagem de nossos jovens a nível fundamental, como também o desinteresse nas aulas de Matemática, alegando ser uma disciplina de difícil aprendizagem, autoridades e profissionais que atuam nessa área, conhecedores das práticas usadas por aqueles estudiosos, têm recorrido ao uso de materiais manipulativos como recurso para facilitar no processo de ensino e aprendizagem dessa disciplina. Nesse sentido, Rêgo & Rêgo (2000) corroboram quando afirmam, “estes instrumentos despertam os sentidos dos alunos mediante a sua manipulação”.

O manuseio de materiais concretos permite aos alunos experiências lógicas por meio das diferentes formas de representação que possibilitam abstrações empíricas e abstrações reflexivas, podendo evoluir para generalizações mais complexas. Uma aula onde os alunos dispõem de materiais para manipular terá maior chance de sucesso, tendo em vista as reais possibilidades dos alunos desenvolverem ações que lhes propiciem a construção de um saber consistente e significativo.

Quando o material concreto é utilizado corretamente pelo professor surge a chance de ser atingida uma aprendizagem com compreensão, que tenha significado para o aluno,

diminuindo a possibilidade de serem criadas falsas crenças em torno da Matemática, como a de ser uma disciplina só para privilegiados, uma disciplina muito difícil.

Convém ter em mente que apenas a atividade manipulativa ou visual não vai garantir a aprendizagem. Para que esta efetivamente aconteça é necessário, também, a atividade mental por parte do aluno. O material manipulativo funciona como um catalisador, para o aluno construir seu saber matemático.

Uma das coisas mais notáveis com relação à atualização e ao aprimoramento de métodos é que não há uma receita. Tudo o que se passa na sala de aula vai depender dos alunos e do professor, de seus conhecimentos matemáticos e principalmente do interesse do aluno (D'AMBRÓSIO, 1996, p. 95).

Acreditando que esta tendência no ensino da Matemática vem ao encontro dos anseios dos professores e dos alunos que buscam meios alternativos de trabalhar na sala de aula, esperamos que este mecanismo alcance êxito, dando para a aprendizagem um sentido especial e uma razão de ser.

3. A INTERVENÇÃO

3.1. Caracterização da Escola

A presente pesquisa foi realizada em uma escola da rede estadual de ensino, Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Severino Félix de Brito, localizada na cidade de Itapororoca, região situada entre o Vale do Mamanguape e o Brejo Paraibano. A escola foi fundada no ano de 1986, possui uma arquitetura moderna e no ano passado, 2011, recebeu sua primeira restauração, apresentando-se, portanto, em perfeito estado físico. Sua estrutura apresenta oito salas de aula, um Laboratório de Informática em funcionamento precário, uma Biblioteca recebendo melhoramento, uma Quadra de Esportes coberta, recém-inaugurada e amplo espaço para expansão, mas ainda não possui Laboratório de Matemática.

A Escola atende a um total de 820 alunos, distribuídos nos três turnos de funcionamento, sendo que pela manhã e à tarde funciona com os níveis, Médio e segunda fase do Ensino Fundamental e no turno da noite com o nível Médio e uma turma do EJA. Esta clientela

abrange alunos da zona urbana e da zona rural, sendo suas famílias vinculadas tanto ao Serviço Público quanto à prática da Agropecuária. Para atender a este contingente existe um total de cinco Professores de Matemática, sendo apenas dois do quadro efetivo do Estado.

A Intervenção aconteceu no mês de abril, em uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental, no turno da tarde e totalizou seis horas/aula. Dos 29 alunos presentes, pertencentes a ambos os sexos e com faixa etária variada, um aluno pediu para ausentar-se logo no início da Intervenção e outros dois alunos no início da terceira atividade, justificando problema de horário. A escolha da escola para aplicação da Intervenção está associada ao fato do pesquisador pertencer ao corpo docente da mesma, facilitando o contato com os alunos e com o professor de Matemática titular da turma.

3.2. Metodologia da Intervenção

Para a Intervenção metodológica foram elaboradas três atividades, explorando os aspectos, bidimensional e tridimensional, de figuras geométricas variadas, visando desenvolver a capacidade de visualização geométrica dos alunos de uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental (Apêndice A, D e E). Na elaboração das atividades empregamos o uso de materiais manipulativos e procuramos obedecer aos princípios apresentados nos níveis do pensamento geométrico de Van Hiele.

A primeira atividade apresentava duas questões envolvendo sobreposição de cubos, sendo que na primeira questão o aluno dispunha de uma figura em perspectiva que deveria ser reproduzida sobre a carteira com cubos reais disponibilizados pelo pesquisador. Em seguida, desenhar em uma malha quadriculada a vista frontal indicada na figura, relacionada com a estrutura produzida e em uma folha de papel ofício lisa desenhar a vista superior da mesma. Na segunda questão, semelhante à primeira, apresentamos apenas a figura em perspectiva com indicação de suas vistas, lateral esquerda, lateral direita, frontal e superior, já disponibilizando na questão cada uma das vistas, para que os alunos, apenas, as relacionassem com os seus respectivos nomes. As figuras disponibilizadas na primeira e na segunda questões foram retiradas do livro didático Projeto Radix: Matemática, 5ª série/Jackson & Elizabeth.

Na segunda atividade, cada aluno foi convidado a colocar sobre a carteira, uma caixa de creme dental vazia, trazida de casa, e desenhá-la em uma folha de papel ofício lisa.

A terceira atividade apresentava quatro sólidos com formas variadas onde o aluno era convidado a identificar, em cada sólido, usando canetas hidrocores de sua propriedade, os lados semelhantes com a mesma cor e os lados diferentes com cores diferentes. Solicitamos ainda que o aluno identificasse algumas peças bidimensionais dispostas ao lado do sólido, informando quantas unidades da mesma seriam necessárias para montá-lo. Essa atividade apresentava um nível maior de complexidade, exigindo maior atenção por parte do aluno e possibilitando um maior reconhecimento de sua capacidade de visualização.

Visando gerar subsídio para análise posterior, após cada uma das atividades, solicitamos que os alunos respondessem a um questionário, disponibilizado nos (Apêndices B, D e F), respectivamente, com perguntas básicas. Na escola, cada hora/aula tem duração de 40 minutos.

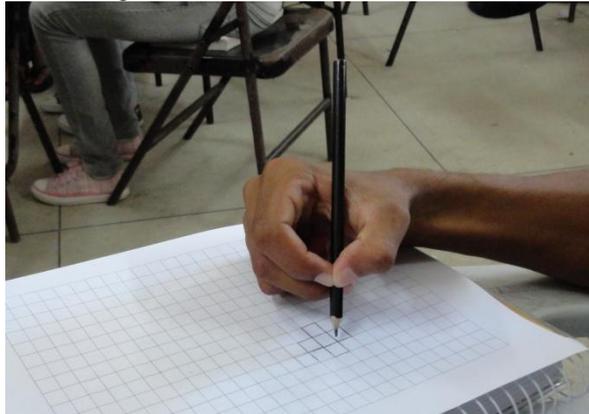
3.3. Descrição da Aplicação da Atividade

A primeira atividade teve início no primeiro horário do turno da tarde. Logo ao chegar, o pesquisador cumprimentou os 29 alunos presentes na turma e identificou quatro carteiras, que possuíam textura horizontal, colocando-as em posições distintas na sala. Pedimos que os alunos se posicionassem contornando as carteiras, obtendo três grupos com sete alunos e um com oito.

Para cada um dos quatro grupos o pesquisador disponibilizou oito cubos idênticos e, para cada aluno, entregou uma folha de papel ofício contendo a “Atividade com cubos” (ver Apêndice A) impressa e outra folha de papel ofício apresentando a “malha quadriculada” impressa (ver Apêndice C). Os alunos foram informados que a interpretação das questões fazia parte do exercício, podendo haver comunicação entre os componentes do grupo.

Após uma rápida movimentação na sala, o pesquisador observou que os quatro grupos haviam conseguido montar corretamente a estrutura solicitada na primeira questão, quando orientou ser necessário relacionar as vistas em destaque na questão, com a estrutura real que eles acabavam de montar, para saber produzir o desenho solicitado na malha quadriculada e no papel ofício.

Figura 1 – Atividade com cubos



Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Percebendo que a atividade estava concluída o pesquisador entregou a cada aluno o questionário “Refletindo sobre a atividade com cubos”, orientando que usassem de sinceridade nas respostas.

Para a segunda atividade os grupos foram desfeitos e ao mesmo tempo em que o pesquisador distribuía para cada aluno o questionário “Refletindo sobre a atividade com caixas de creme dental” (ver apêndice D) solicitava para que dispusessem sobre a carteira a caixa vazia de creme dental que haviam trazido de casa. Em seguida, orientamos que primeiro fizessem o desenho da caixa no verso do questionário, para depois respondê-lo, usando os mesmos critérios do questionário anterior.

Figura 2 – Atividade com caixa de creme dental vazia



Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Apesar de simples, esta atividade foi muito útil para confirmar os resultados obtidos na atividade anterior. O pesquisador recolheu os questionários.

Na terceira e última atividade (ver apêndice E) os alunos já demonstravam sinal de cansaço. Alguns até solicitaram fazê-la em outra aula, mas após conversarem com o pesquisador decidiram por concluir naquele mesmo dia.

Cada aluno recebeu ao mesmo tempo, a “Atividade com sólidos variados” e o questionário “Refletindo sobre a atividade com sólidos variados”.

Figura 3 – Atividade com sólidos variados



Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

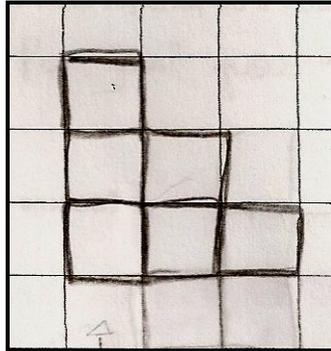
Na medida em que o aluno concluía a atividade e respondia o questionário estava livre para retirar-se da sala.

3.4 Análise dos Resultados

Iremos delinear os resultados alcançados com a intervenção dentro do objetivo da pesquisa que era elaborar uma sequência de atividades didáticas, utilizando materiais manipulativos, que desenvolvessem o pensamento geométrico ao nível de visualização, para os anos finais do Ensino Fundamental de matemática.

Ao iniciar a “Atividade com cubos” foi notória a empolgação dos alunos frente ao material manipulativo. No entanto, ao terminar a atividade, 65,5% dos alunos declararam no questionário terem sentido dificuldade para construir a figura na primeira questão dessa atividade (Figura 4). Este fato se confirma ao observarmos que só 3,5% conseguiu resolver corretamente o item **a**.

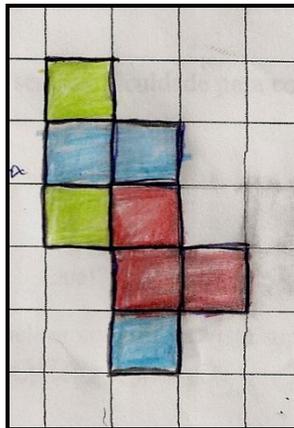
Figura 4 – Vista frontal correta da atividade com cubos



Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Alguns alunos se esforçaram para representar no plano (Bidimensional) a vista frontal do sólido (Tridimensional), mas tiveram dificuldade, tendo em vista sua irregularidade. Motivo pelo qual posicionaram os três cubos que se encontravam à frente, no sólido, em uma posição logo abaixo na (Figura 5).

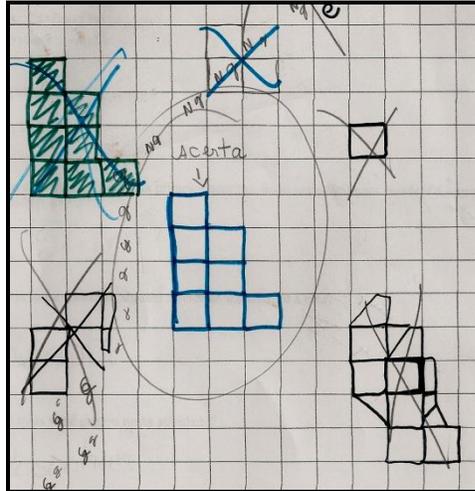
Figura 5 – Vista frontal errada da atividade com cubos



Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Apesar de 96,5% dos alunos terem declarado que a malha quadriculada ajudou para resolver o exercício, a atividade deste aluno demonstra o nível de dificuldade apresentada para desenhar a vista frontal (Figura 6).

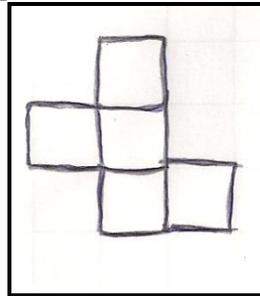
Figura 6 – Vista frontal mostrando nível de dificuldade.



Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Observamos que nenhum aluno conseguiu acertar o item **b** (Desenhar a vista superior) e quem mais se aproximou, desenhou em posição contrária (Figura 7).

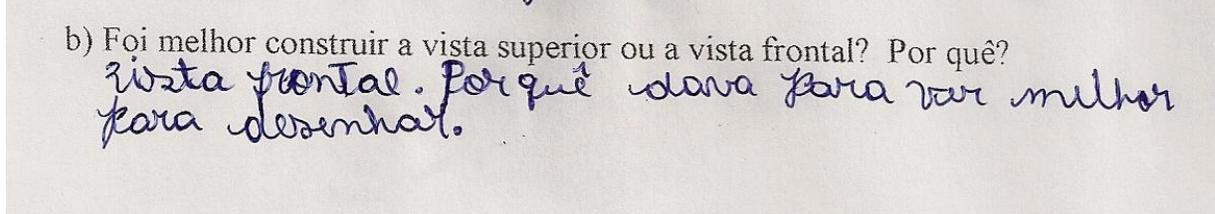
Figura 7 – Vista superior errada da atividade com cubos



Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Comparando as respostas entre as alternativas **a** e **b**, verificamos que 55,2% dos alunos declararam ter sido melhor construir a vista frontal (Figura 8).

Figura 8 – Declaração de um aluno sobre a atividade com cubos



Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Na segunda questão desta primeira atividade, as vistas já estavam construídas, sendo apenas para identificá-las, e 96,5% da turma havia declarado ter sido mais fácil para respondê-la tendo resolvido a primeira questão. Mesmo assim, apenas 18,3% conseguiu resolver todos os itens corretamente. Quando questionados se já haviam realizado alguma atividade semelhante a esta, 79,3% dos alunos, respondeu que não. Ainda questionados sobre o que mais gostaram na atividade responderam segundo os percentuais apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 – Ações que os alunos mais gostaram na “Atividade com cubos”

Tudo	Desenhar	Montar ou construir cubos	Usar a mente	Não respondeu
20,6	34,5	34,5	6,9	3,5

A atividade com caixas de creme dental vazia foi bem simples, mas possibilitou uma ótima avaliação da capacidade de visualização da turma. Constatamos que 82,2% dos alunos declararam ter gostado da atividade, no entanto, quando questionados se a caixa parecia mais com um retângulo do que com uma geladeira, 60,71% responderam que parecia mais com um retângulo e 35,71% respondeu que parecia mais com uma geladeira. Assim sendo, confirma-se a dificuldade que os alunos apresentam em diferenciar uma figura bidimensional de outra tridimensional. Quando questionados se já haviam ouvido falar em figuras tridimensionais 57,14% respondeu negativamente e 42,86% respondeu positivamente. Esta conclusão ganha força quando observamos que 53,58% dos alunos desenharam a caixa no plano bidimensional (Figura 9).

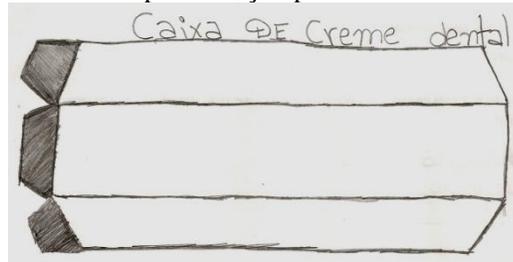
Figura 9 – Desenho da caixa de creme dental no plano bidimensional



Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Vale destacar os detalhes apresentados no desenho, nos levando a perceber o nível de curiosidade dos alunos, carecendo um trabalho mais apurado sobre os espaços bi e tridimensionais. Ressaltamos ainda que a solicitação foi para representar o sólido no papel. A iniciativa para escolher o plano ou o espaço foi do próprio aluno. Neste sentido 14,28% ainda optaram por uma planificação (Figura 10).

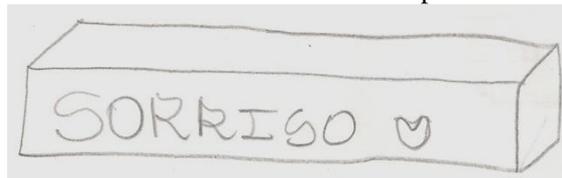
Figura 10 – Tentativa de planificação para a caixa de creme dental



Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Parte dos alunos, 32,14%, procurou representar a caixa de creme dental no espaço tridimensional, conforme o desenho apresentado na (Figura 11).

Figura 11 – Desenho da caixa de creme dental no plano tridimensional



Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Quando solicitados para identificarem as formas geométricas que se faziam presente na caixa de creme dental, nenhum aluno percebeu tratar-se apenas de retângulos (Figura 12).

Figura 12 – Declaração de um aluno sobre a atividade com caixa de creme dental

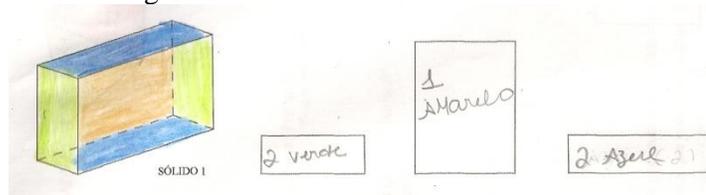
b) Quais são as formas geométricas conhecidas por você que estão presente na caixa de creme dental?

Retângulo
 Quadrado
 Tridimensional

Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

No momento da elaboração já reconhecíamos que a “Atividade com sólidos variados” apresentava um nível maior de complexidade. Este fato foi confirmado quando 65,4% dos alunos declararam ter sentido dificuldade para resolvê-la. Observamos que 57,7% dos alunos se omitiram em declarar o tipo de dificuldade encontrada, mas 11,5% dos alunos se referiram ao ato de pintar. Quando questionamos qual dos sólidos tinha sido mais fácil para resolver, 65,4% se referiu ao sólido 1 (Figura 13).

Figura 13 – Desenho referente ao sólido 1



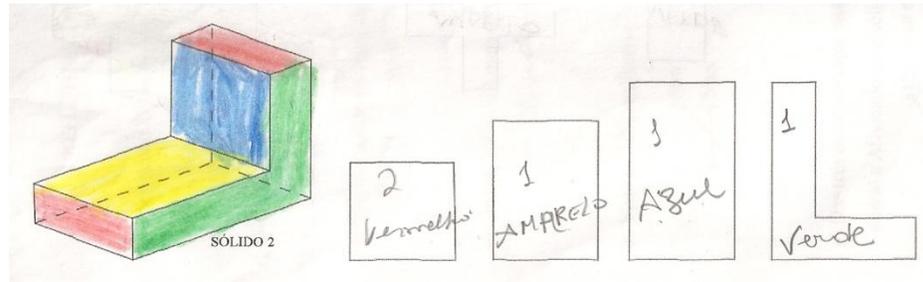
Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Verificamos que 69,2% dos alunos reconheceram o sólido 1 como uma caixa aberta, pois identificaram apenas uma peça do retângulo mais “largo”, mas ao serem questionados quanto ao número de peças necessárias para compô-lo, apenas 26,9% dos alunos respondeu corretamente.

O sólido 1 (Figura 13) possui uma menor variedade de peças em sua composição, o que contribuiu para obtermos um maior percentual de acerto com relação ao uso das cores e ao número de peças. O sólido 2 (Figura 14) possui uma maior variedade de peças na sua composição o que acarretou menor percentual de acertos com relação ao uso das cores e ao número de peças,

o que podemos verificar comparando os dados na Tabela 2 e na Tabela 3, apresentadas nas páginas nº 38 e nº 39 , respectivamente.

Figura 14 – Desenho referente ao sólido 2

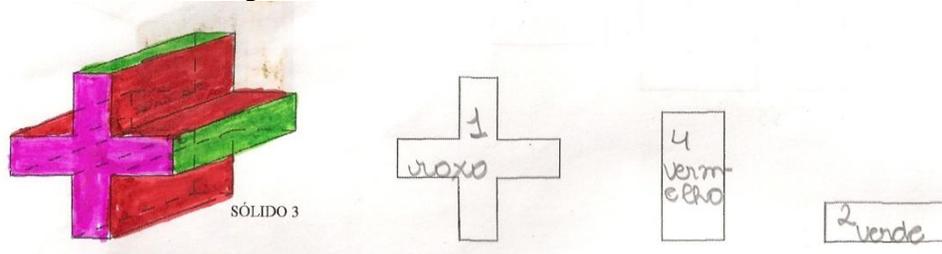


Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Admitimos que o fato de 42,3% dos alunos terem quantificado corretamente a peça em formato de “L”, superando o percentual de acerto apresentado pelas demais peças, esteja relacionado com a posição que ela ocupa no sólido. Destacamos também que 42,3% dos alunos perceberam a ausência da peça que estava faltando para sua composição.

Mesmo sendo composto por uma pequena variedade de peças, o sólido 3 possui uma quantidade maior de unidades em sua composição (Figura 15)

Figura 15 – Desenho referente ao sólido 3

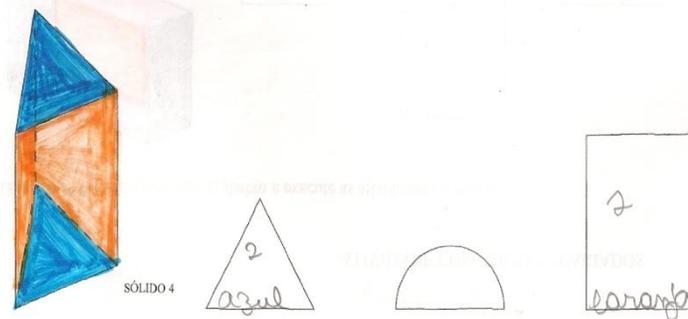


Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Observamos que nenhum aluno conseguiu quantificar corretamente o retângulo mais “largo”. Fato que se justifica por estar presente em maior quantidade no sólido, como também por ocupar posição de difícil visibilidade. Este foi o único sólido que nenhum aluno conseguiu quantificar corretamente o número total de peças para sua composição.

O sólido 4 também apresenta uma pequena variedade de peças na sua composição, mas o seu desenho em perspectiva dificulta a visualização (Figura 16).

Figura 16 – Desenho referente ao sólido 4



Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Observamos que 23,1% dos alunos se omitiram em quantificar as peças da sua composição, mas 57,7% quantificou corretamente o triângulo. Quanto ao retângulo, apenas 11,6% dos alunos quantificaram corretamente, fato que justificamos devido sua posição de difícil visualização no desenho em perspectiva.

A peça excedente que aparece na composição do sólido 4 foi visualizada por 57,7% dos alunos. Uma das tabelas apresentadas abaixo nos permite comparar dados quanto ao número de acertos referente a quantidade de peças e a outra tabela quanto ao número de acertos referente ao uso das cores.

Tabela 2- Percentuais de acertos quanto ao número de peças nos sólidos

Sólidos	Existe peças em excesso			Está faltando alguma peça			Quantidade de peças para compor sólido		
	Certo	Errado	Branco	Certo	Errado	Branco	Certo	Outras Respostas	Branco
Sólido 1	30,8	26,9	42,3	38,5	19,2	42,3	26,9	53,9	19,2
Sólido 2	19,2	50	30,8	42,3	34,6	23,1	11,6	69,2	19,2
Sólido 3	30,8	42,3	26,9	30,8	42,3	26,9	Nenhum	77	23
Sólido 4	57,7	15,3	27	23,1	42,3	34,6	7,7	69,2	23,1

Tabela 3- Percentuais de acertos referentes ao uso das cores nos sólidos

Sólidos	Cores diferentes – lados diferentes			Mesma cor – lados semelhantes		
	Certo	Errado	Branco	Certo	Errado	Branco
Sólido 1	84,6	15,4	-	80,7	15,4	3,9
Sólido 2	53,8	38,5	7,7	53,8	38,5	7,7
Sólido 3	80,8	19,2	-	80,8	19,2	-
Sólido 4	73,1	19,2	7,7	57,7	34,6	7,7

3.5 Conclusões da Pesquisa

O objetivo do nosso estudo visou elaborar uma sequência de atividades didáticas, utilizando materiais manipulativos que desenvolvessem o pensamento geométrico no nível de visualização, para os anos finais do Ensino Fundamental de matemática. Aprofundamos nosso conhecimento sobre o assunto através de uma revisão bibliográfica, elaboramos três atividades que apresentassem um nível crescente de complexidade e aplicamos em uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental.

Os alunos demonstraram curiosidade e interesse para trabalhar com materiais manipulativos e com o uso de cores. O resultado é sempre positivo quando o professor atua como mediador e desenvolve mecanismos que facilite a aprendizagem.

A análise dos resultados são animadores quanto ao potencial apresentado pelos alunos, mas deixa muito a desejar no que se refere a capacidade de visualização de figuras geométricas. Na primeira atividade apenas 3,5% dos alunos conseguiu desenhar corretamente a vista frontal do sólido construído e 79,3% declarou nunca ter realizado atividade semelhante. Na segunda atividade 57,14% dos alunos declararam nunca ter ouvido falar em figuras tridimensionais e na terceira atividade 96,2% dos alunos declararam nunca ter realizado atividade semelhante.

Destacamos que a primeira atividade apresenta uma situação onde os espaços bidimensionais e tridimensionais são apresentados para o aluno na sua linguagem técnica e o aluno neste nível de escolaridade ainda não conhece este tipo de linguagem. O material concreto proporcionou um primeiro momento onde o aluno pôde observar o objeto (espaço tridimensional)

e ao mesmo tempo sua representação no plano (espaço bidimensional). A atividade com caixa de creme dental colocou o aluno em uma situação real para ver se ele seria capaz de usar a linguagem do desenho na sua representação. A última atividade, além de envolver os pontos destacados anteriormente utilizando formas diferentes de figuras, procurou explorar a capacidade de composição e decomposição dos sólidos.

Entendemos que com relação a turma analisada seja necessário desenvolver um trabalho buscando aprofundar o conhecimento sobre o conteúdo visualização geométrica e que para se obter conclusões mais precisas seja interessante aplicar a mesma sequência de atividades elaboradas com outros grupos de alunos.

Observando os dados levantados na pesquisa para apresentar uma avaliação da turma referente aos níveis de Van Hiele, reconhecemos que as características fortes, do nível de visualização do desenvolvimento do pensamento geométrico, sejam identificar e comparar as figuras geométricas com base em sua aparência física e no nível de análise que já possam identificar propriedades de figuras e outras relações geométricas. A observação dos dados demonstra que a turma é composta por alunos do nível de visualização e alunos do nível de análise. Como os percentuais apresentam valores diferentes com relação a cada uma das atividades, julgamos conveniente adotar a média aritmética dos valores. Este procedimento nos permite aceitar como razoável 71% dos alunos no nível de visualização e 29% dos alunos no nível de análise.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa possibilitou uma visão mais clara sobre a habilidade dos alunos em nível fundamental para visualizar figuras geométricas. Este texto descreve sobre a importância do desenvolvimento desta habilidade nos dias atuais e os PCN de matemática despertam o interesse em promover a aquisição de determinados procedimentos cognitivos, pelos alunos, mas as formas de atingir esses objetivos não são explicitadas.

As escolas e professores têm dificuldade para promover modificações em sua prática de ensino, atualmente são poucos os professores em atividade, que tiveram, em sua formação acadêmica, uma disciplina de desenho geométrico. Defendemos a necessidade de uma formação continuada para tornar o professor apto a trabalhar as bases teóricas de sua disciplina.

O resultado apresentado pelo aluno é fruto do seu conhecimento prévio. Essa pesquisa além de avaliar esse conhecimento pretendeu proporcionar aos alunos, novos horizontes para descobrir as belezas da matemática, por meio do entendimento, de forma efetiva, da importância da geometria em suas vidas.

Com essa experiência aprendemos que é necessário trabalhar as dificuldades dos alunos e dos professores. As pesquisas que por ventura forem realizadas a respeito deste tema, serão de grande valia, visto que o tema não é muito explorado nos livros didáticos.

REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, A. J. da Silva. **A História da pesquisa** In: Paradoxos da modernização: terceirização e segurança dos trabalhadores em uma refinaria de petróleo. [Doutorado] Fundação Osvaldo Cruz, Escola Nacional de Saúde Pública; 2001, p.125-146.
- ARCAVI, A. *The Role of Visual Representations in the Learning of Mathematics*. Proceedings of the 13 th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Mexico, p.26-41, 1999.
- BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática*. Brasília, DF: MEC/SEF, 1997. 142p.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais de 5ª a 8ª Série: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Secretaria de Educação Fundamental. 2 ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2000.
- CAMPOS, T. M. M. *Transformando a prática das aulas de matemática*. São Paulo: PROEM, 2001.
- CROWLEY, Mary L. O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. In: LINDQUIST, Mary Montgomery (org.). **Aprendendo e Ensinando Geometria**. São Paulo: Atual, 1994. P. 1-20.
- D'AMBRÓSIO, U. **Etnomatemática**. São Paulo: ática, 1996.
- FERREIRA, L H. C.; LAUDARES J. B. Desenvolvimento do pensamento geométrico na visualização de figuras espaciais, por meio da metodologia de oficinas. Salvador-BA, 2010. 5p.
- GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 5ª Ed. São Paulo: Atlas, 2010.
- GODOY, Arilda S., 1995a. Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades. *Revista de Administração de Empresa*. São Paulo, v. 35, 2:57-63.
- GUZMÁN, M. *The role of visualization in the teaching and learning of mathematical analysis*. Education Resources Information Center, Handbook of research on Mathematics Education, p. 289-325, 2002.
- LAVILLE, Christian e DIONNE, Jean, 1999. *A construção do saber: manual de metodologia de pesquisa em ciências humanas*. Porto Alegre: Editora UFMG: Artmed.

LORENZATO, Sergio (org.). In: **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. (Coleção formação de professores). 3ª Ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2010. p. 1-56.

MAIOR, Armando S. **História Geral**. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1973.

MORSE, J., Approaches to qualitative-quantitative methodological triangulation, *Nursing Research*, 40 (1), 1991, p. 120-132.

NACARATO, A. M.; PASSOS, C. L. B. *A geometria nas séries iniciais: uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores*. São Carlos: EdUFSCar, 2003. 152p.

PAIVA, J. P. A. A. **O estudo da simetria inspirado em resultados de pesquisas em etnomatemática**. 2003. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2003.

PITTALIS M. *et al. Levels of sophistication in representing 3D shapes*. Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Thessaloniki, Greece: PME, vol. 4, p. 385-392, 2009.

RÊGO, Rogéria G. do; RÊGO, Rômulo M. do; **Matemáticaativa**. João Pessoa, PB: Editora Universitária/ UFPB, 2000.

RIBEIRO, Jackson. SOARES, Elizabeth. **Projeto Radix: matemática**. 5ª série: São Paulo: editora scipione, 2005.

SILVA, E. Lucia. MENEZES, E. Muszkat. **Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação**. 4ª Ed. rev. atual.- Florianópolis: UFSC,2005, 138p.

TOLEDO, Marília. TOLEDO, Mauro. **Didática de Matemática – Como dois e dois: a construção da matemática**. São Paulo: FTD, 1992.

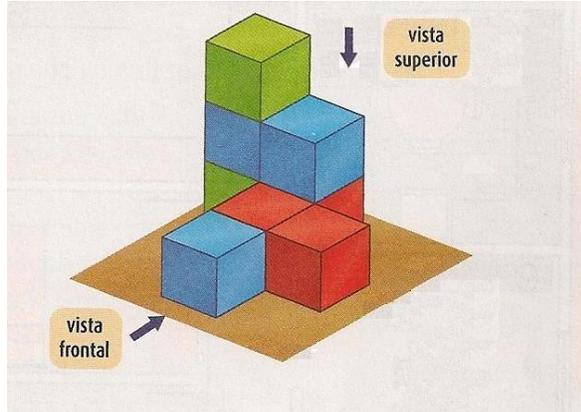
TRIVIÑOS, Augusto N.S., 1987. **Introdução à pesquisa em ciências sociais: a pesquisa qualitativa em educação**. São Paulo: Atlas.

VAN DE WALLE, Jonh A. **Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VELOSO, E. *Geometria: temas actuais: materiais para professores*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 2000. 399p.

APENDICE A: ATIVIDADE COM CUBOS

1. Questão: Montar a Estrutura dada abaixo utilizando os cubos.



- a) Desenhar a vista frontal utilizando a Malha quadriculada.
- b) Desenhar a vista superior utilizando o papel ofício liso.

2. Questão: Observe os desenhos feitos por Fábio e escreva, no espaço ao lado, a que vista cada um deles corresponde.

- A -----
- B -----
- C -----
- D -----

Fábio desenhou a vista frontal, a vista superior, a vista lateral esquerda e a vista lateral direita de uma pilha de cubos.

(A)

(B)

(C)

(D)

APENDICE B: REFLETINDO SOBRE A ATIVIDADE COM CUBOS

a) Você sentiu dificuldade para construir a figura na primeira questão?

() Sim

() Não

Qual? _____

b) Foi melhor construir a vista superior ou a vista frontal? Por quê?

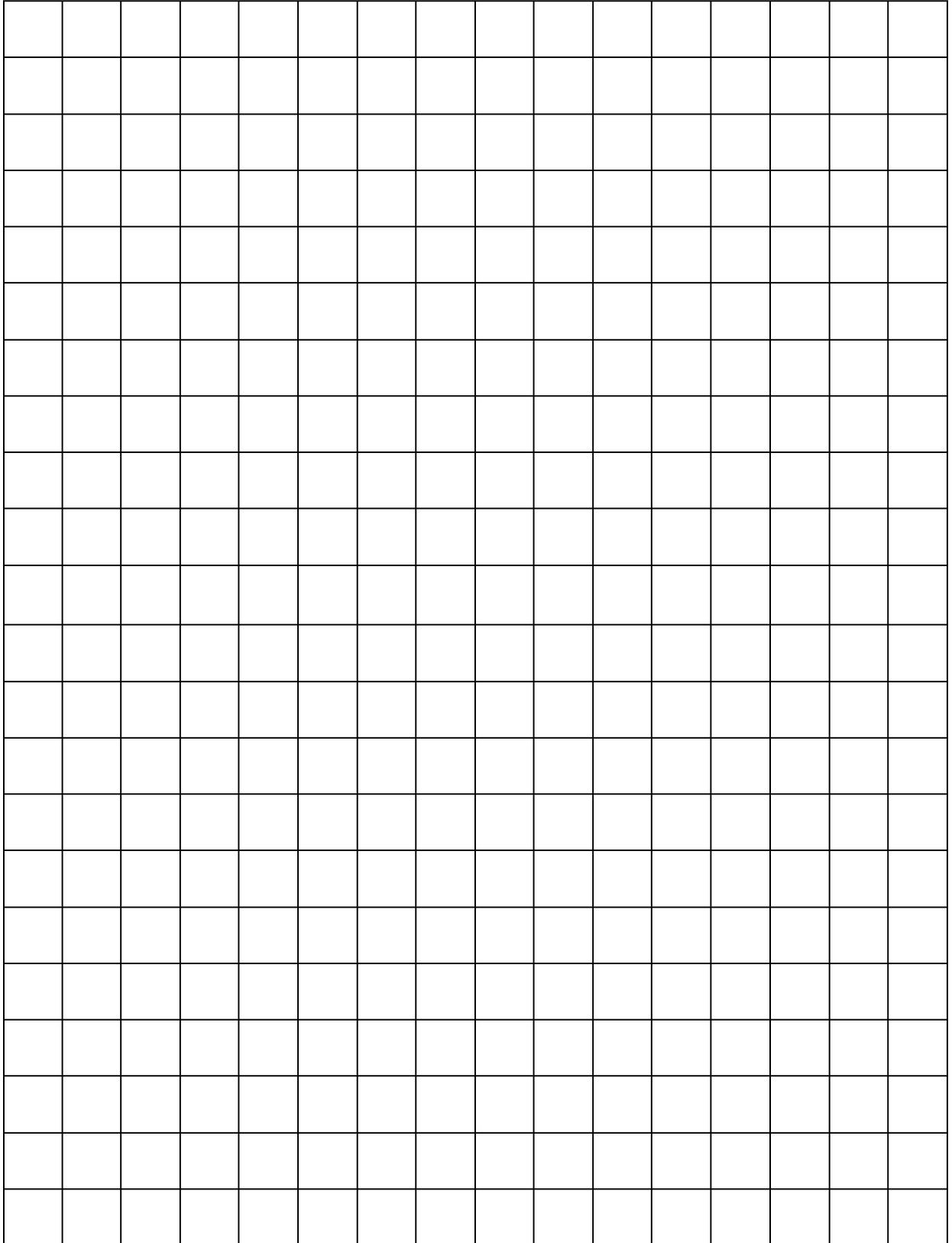
c) A Malha quadriculada ajudou?

d) Tendo construído a figura na primeira questão, ficou mais fácil para resolver a segunda questão?

e) Você já tinha realizado alguma atividade semelhante a esta?

f) O que mais você gostou nesta atividade?

APENDICE C: Malha quadriculada



APENDICE D: REFLETINDO SOBRE A ATIVIDADE COM CAIXAS DE CREME DENTAL

a) Você gostou dessa atividade?

b) Quais são as formas geométricas conhecidas por você que estão presente na caixa de creme dental?

c) A caixa é mais parecida com um retângulo ou com uma geladeira?

d) Você já ouviu falar em figuras tridimensionais ou 3-D?

() Sim

() Não

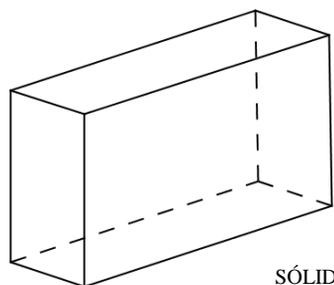
e) Para o seu entendimento a caixa de creme dental é uma figura tridimensional?

() Sim

() Não

APENDICE E: ATIVIDADE COM SÓLIDOS VARIADOS

Observe as figuras apresentadas abaixo e execute as atividades propostas:



SÓLIDO 1



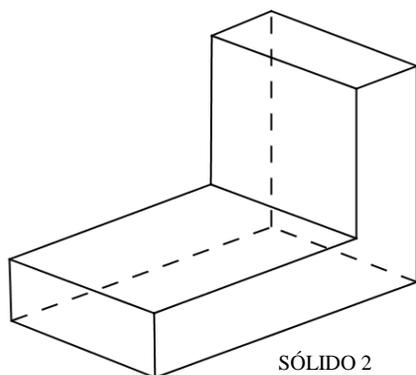
Atividade:

No desenho em perspectiva:

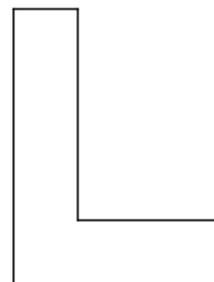
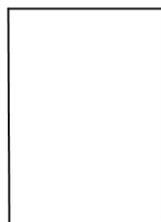
- 1) Use cores diferentes para lados diferentes
- 2) Use a mesma cor para lados semelhantes

Observe as peças ao lado e indique:

- a) Quantas unidades de cada peça são necessárias para compor o sólido e a cor usada para representá-la
- b) Existem peças em excesso? ()
- c) Está faltando alguma peça? ()
- d) Quantas peças são necessárias para compor o sólido? ()



SÓLIDO 2



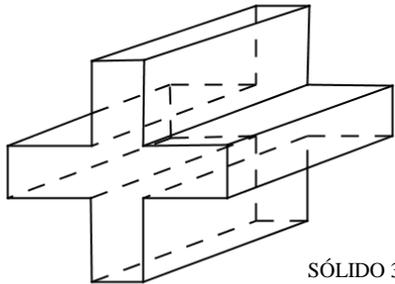
Atividade:

No desenho em perspectiva:

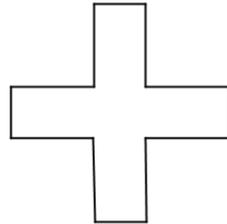
- 1) Use cores diferentes para lados diferentes
- 2) Use a mesma cor para lados semelhantes

Observe as peças ao lado e indique:

- a) Quantas unidades de cada peça são necessárias para compor o sólido e a cor usada para representá-la
- b) Existem peças em excesso? ()
- c) Está faltando alguma peça? ()
- d) Quantas peças são necessárias para compor o sólido? ()



SÓLIDO 3



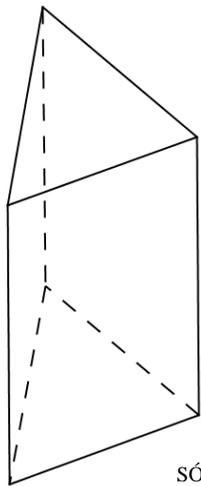
Atividade:

No desenho em perspectiva:

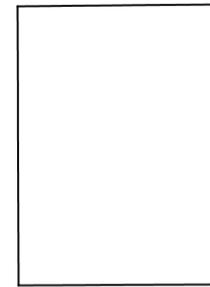
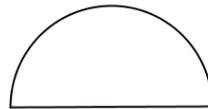
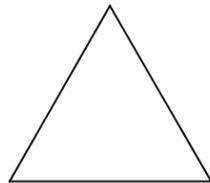
- 1) Use cores diferentes para lados diferentes
- 2) Use a mesma cor para lados semelhantes

Observe as peças ao lado e indique:

- a) Quantas unidades de cada peça são necessárias para compor o sólido e a cor usada para representá-la
- b) Existem peças em excesso? ()
- c) Está faltando alguma peça? ()
- d) Quantas peças são necessárias para compor o sólido? ()



SÓLIDO 4



Atividade:

No desenho em perspectiva:

- 1) Use cores diferentes para lados diferentes
- 2) Use a mesma cor para lados semelhantes

Observe as peças ao lado e indique:

- a) Quantas unidades de cada peça são necessárias para compor o sólido e a cor usada para representá-la
- b) Existem peças em excesso? ()
- c) Está faltando alguma peça? ()
- d) Quantas peças são necessárias para compor o sólido? ()

APENDICE F: REFLETINDO SOBRE A ATIVIDADE COM SÓLIDOS VARIADOS

a) Você sentiu dificuldade nessa atividade?

() Sim

() Não

Qual?

b) Em que sólido foi mais fácil para resolver a questão? Por quê?

c) Em que sólido foi mais difícil para resolver a questão? Por quê?

d) Você já tinha realizado atividade semelhante a esta?

() Sim

() Não

e) Das três atividades que realizamos (Atividade com cubos, Atividade com caixas de creme dental e Atividade com sólidos variados), Qual a que você mais gostou? Por quê?

ANEXO A – Declaração da Escola

Estado da Paraíba
 SECRETARIA DA EDUCAÇÃO E CULTURA
 ESCOLA EST. DE ENS. FUND. e MÉDIO SEVERINO FÉLIX DE BRITO
 Rua: 7 de Setembro s/n – Bairro dos Estudantes - CEP: 58.275-000/PB. INEP: 25086049

AUTORIZAÇÃO DE USO DE IMAGEM, SOM DE VOZ, NOME DE DADOS BIOGRÁFICOS em Obras de Preservação Histórica e Pesquisa Acadêmica.

Eu, abaixo assinado e identificado, autorizo o uso da imagem, som, e dados biográficos em depoimento pessoal concedido e, além de todo e qualquer material entre fotos e documentos apresentados, para compor **obra diversa de preservação histórica e pesquisa** que venha a ser planejada, criada e/ou produzida por JOSAFÁ LUIZ DA SILVA destinadas à divulgação ao público em geral e/ou para formação de acervo histórico.

A presente autorização abrange os usos acima indicados tanto em mídia impressa (livros, catálogos, revista, jornal, entre outros) como também em mídia eletrônica (programas de rádio, podcasts, vídeos e filmes para televisão aberta e/ou fechada, documentários para cinema ou televisão, entre outros), Internet, Banco de Dados Informatizado *Multimídia*, “home vídeo”, DVD (“digital vídeo disc”), suportes de computação gráfica em geral e/ou divulgação científica de pesquisas e relatórios para arquivamento e **formação de acervo histórico como pesquisa acadêmica**, sem qualquer ônus a ESCOLA EST. DE ENS. FUND. e MÉDIO SEVERINO FÉLIX DE BRITO e da UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA ou terceiros por essa expressamente autorizados, que poderão utilizá-los em todo e qualquer projeto e/ou obra de natureza sócio-cultural voltada a **preservação da memória histórica**, em todo território nacional e no exterior.

As obras que utilizarem as imagens, sons, nomes e dados biográficos objetos da presente autorização, poderão ser disponibilizadas, a exclusivo critério de ESCOLA EST. DE ENS. FUND. e MÉDIO SEVERINO FÉLIX DE BRITO, através da licença Creative Commons – Atribuição de Uso Não-Comercial-Compartilhado pela mesma licença em acordo com as leis Brasileiras, ficando certo que o presente documento autoriza essa forma de licenciamento de partes da pesquisa monográfica ou com prévia autorização do seu autor para o uso integral.

Por esta ser a expressão da minha vontade declaro que autorizo o uso acima descrito sem que nada haja a ser reclamado a título de direitos conexos a imagem ou repostas a questionários dos indivíduos que participaram da pesquisa ou a qualquer outro, e assino a presente autorização.

Itapororoca, 25 de outubro de 2012.

Vanderléia da Silva Fernandes
 Vice-Diretora Escolar
 Mat. 169322-1