

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Mariana de Macedo Vidal

História da Matemática e Resolução de Problemas: uma proposta de
intervenção com problemas históricos

Rio Tinto – PB
2019

Mariana de Macedo Vidal

História da Matemática e Resolução de Problemas: uma proposta de
intervenção com problemas históricos

Trabalho Monográfico apresentado à Coordenação
do Curso de Licenciatura em Matemática como
requisito parcial para obtenção do título de
Licenciado em Matemática.

Orientador(a): Prof. Dra. Cristiane Borges Angelo

Rio Tinto – PB
2019

V649h Vidal, Mariana de Macedo.
História da Matemática e Resolução de Problemas: uma
proposta de intervenção com problemas históricos /
Mariana de Macedo Vidal. - Rio Tinto, 2019.
68f.

Orientação: CRISTIANE BORGES ANGELO.
Monografia (Graduação) - UFPB/CCAEE.

1. HISTÓRIA DA MATEMÁTICA. 2. RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.
3. PROBLEMAS HISTÓRICOS. I. ANGELO, CRISTIANE BORGES.

II. Título.
UFPB/BC

Mariana de Macedo Vidal

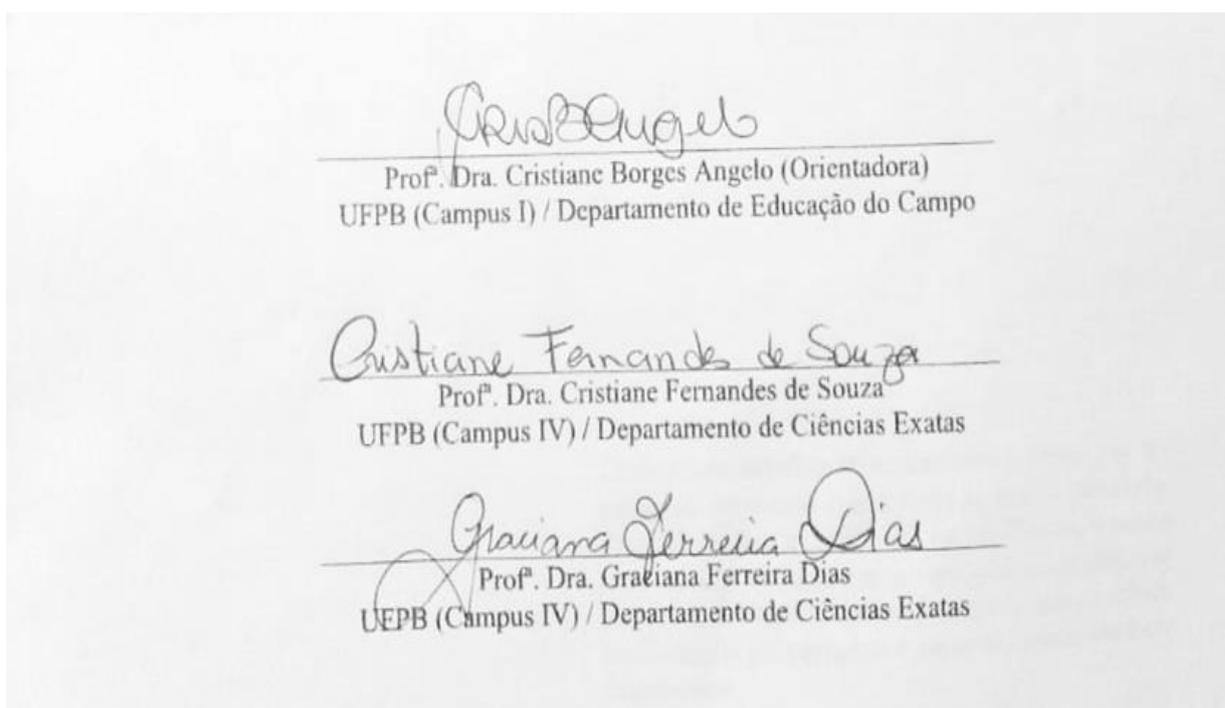
História da Matemática e Resolução de Problemas: uma proposta de intervenção com problemas históricos

Trabalho Monográfico apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador(a): Prof. Dra. Cristiane Borges Angelo

Aprovado em: 13/05/2019

BANCA EXAMINADORA



Dedico este trabalho primeiramente a Deus, por ser essencial em minha vida e fonte da minha sabedoria. Também dedico a minha mãe Josefa Chaves, a minha irmã Juliana Vidal e ao meu esposo Hugo Santos, que sempre acreditaram, apoiaram e confiaram na minha competência para concluir o curso de Licenciatura em Matemática.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço a Deus, por todas as vitórias na minha vida, por Ele sempre me abençoar com sabedoria, discernimento, saúde e por sempre me guiar me dando forças e coragem em toda minha caminhada.

Agradeço imensamente a minha mãe Josefa Chaves, por todos seus ensinamentos, por me apoiar em todas as minhas decisões e sempre estar comigo em todos os momentos da minha vida.

Ao meu pai João Vidal e a minha irmã Juliana Vidal, por todo o incentivo e por sempre me ajudarem quando precisei.

Ao meu esposo Hugo Santos que me apoiou e me ajudou sempre que precisei, agradeço imensamente pela paciência e força em cada período vivido, agradeço por todos os dias que esteve ao meu lado.

Agradeço de uma forma muito especial a minha orientadora Prof.^a Dra. Cristiane Angelo, por ter feito parte dessa minha caminhada, pelo estímulo e colaboração nessa trajetória, pela sua orientação neste Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), por depositar sua confiança em mim nos períodos dos projetos PROLICEN e PIBIC, os quais participei com a sua orientação. Agradeço por todos os conhecimentos que você me passou durante essa trajetória, por todos os conselhos e palavras amigas que você me deu. Você é uma mulher muito querida e cheia de qualidades incríveis, um ser iluminado. Sou muito grata a Deus por ter colocado em minha vida uma pessoa tão especial como você. Muito obrigada!

Aos professores do curso Agnes Liliane, Claudilene Costa, Cristiane Souza, Graciana Dias, Givaldo de Lima, Jamilson Campos, Marcos André, Penha Caetano, e os demais, que contribuíram de forma significativa para a minha formação.

Aos amigos do curso de Licenciatura em Matemática, Bárbara Lindolfo, Edilene Silva, Franciclaudio Meireles, Genciane Domigos, Kaline Rodrigues, Laís Leopoldina, Luana Cardoso, Marcela Araújo, Suzana Gonçalves e Thales Pessoa. Agradeço pelas trocas de experiências, pelo convívio, pelas alegrias e incertezas, por todos esses momentos vividos juntos e partilhados. Sou muito grata a Deus por ter colocado pessoas maravilhosas e queridas em minha vida. Pessoas essas que levarei sempre em minha vida como amigos, pois foram pessoas que me ajudaram e dividiram comigo bons e ruins momentos. Muito obrigada.

A todos meus sinceros agradecimentos.

Sejam fortes e corajosos. Não tenham medo nem fiquem apavorados por causa delas, pois o Senhor, o seu Deus, vai com vocês; nunca os deixará, nunca os abandonará".

Deuteronômio 31:6

RESUMO

O presente trabalho tem como tema a História da Matemática e Resolução de Problemas via problemas históricos, no intuito de analisar uma proposta de intervenção em formato de oficinas que envolveu problemas históricos no ensino da matemática, desenvolvida em uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental do Programa Novo Mais Educação, de uma escola pública da rede estadual do município de Mamanguape PB. Nossa intenção foi responder a seguinte questão: Quais as potencialidades e limitações da proposta de ensino que alia a problemas históricos no ensino de Matemática? Utilizamos como referencial teórico os trabalhos de Mendes (2006), Eves (2004), Brasil (1998) dentre outros. Quanto à abordagem foi um estudo qualitativo, quanto aos objetivos foi uma pesquisa exploratória, que utilizou os procedimentos do estudo de caso. Os sujeitos da pesquisa foram 16 alunos, do 8º ano do Ensino fundamental, de uma Escola pública da rede Estadual do Município de Mamanguape, na Paraíba. Foram utilizados como instrumentos de coleta de dados os registros dos alunos, o questionário avaliativo e a observação. Os resultados indicam que os alunos apresentaram uma grande dificuldade na leitura e interpretação dos textos, demonstraram motivação e entusiasmo na execução das atividades propostas e apresentaram dificuldade em interpretar um problema matemático por meio de uma representação geométrica. Concluímos que a utilização dos problemas históricos promove o interesse dos alunos para o estudo dos conteúdos matemáticos, estimula os alunos a participar e ter uma postura mais ativa nas aulas de matemática; estimula o pensar matematicamente, integra a história da matemática e a resolução de problemas a outros recursos.

Palavras-chave: História da Matemática. Resolução de problemas. Problemas históricos.

ABSTRACT

The present work has as a theme the History of Mathematics and Problem Solving via historical problems, in order to analyze a proposal of intervention in workshop format that involved historical problems in mathematics teaching, developed in a group of 8th grade Elementary School New More Education Program, from a public school of the state network of the municipality of Mamanguape PB. Our intention was to answer the following question: What are the potentialities and limitations of the teaching proposal that links to historical problems in the teaching of Mathematics? We use as theoretical reference the works of Mendes (2006), Eves (2004), Brazil (1998), among others. As for the approach was a qualitative study, regarding the objectives was an exploratory research, which used the procedures of the case study. The subjects of the research were 16 students, from the 8th year of elementary school, of a Public School of the State Network of the Municipality of Mamanguape, Paraíba. The students' records, the evaluation questionnaire and the observation were used as instruments of data collection. The results indicate that the students presented a great difficulty in reading and interpreting the texts, demonstrated motivation and enthusiasm in the execution of the proposed activities and presented difficulties in interpreting a mathematical problem through a geometric representation. We conclude that the use of historical problems promotes students' interest in the study of mathematical content, encourages students to participate and to take a more active stance in mathematics classes; stimulates thinking mathematically, integrates the history of mathematics and solving problems with other resources.

Keywords: Historical problems. History of Mathematics. Troubleshooting.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1- Resposta da primeira atividade do aluno A5.....	28
Figura 2- Resposta da primeira atividade do aluno A9.....	28
Figura 3- Alunos realizando a atividade do Teorema de Pitágoras.....	30
Figura 4- Resposta incorreta do problema do caso do bambu quebrado do aluno A7.....	32
Figura 5- Resposta correta do problema do caso do bambu quebrado do aluno A13.....	32
Figura 6- Alunos assistindo o vídeo sobre a regra do falso posição.....	34
Figura 7- Resposta do aluno A14.....	35
Figura 8- Resposta correta da questão 2 do aluno A1.....	36
Figura 9- Resposta incorreta da questão 2 do aluno A5.....	36
Figura 10- Resposta da questão 3 do aluno A7.....	37
Figura 11- Resposta da questão 4 do aluno A3	37
Figura 12- Resposta do aluno A1, questão realizada pela equação do 1º grau.....	38
Figura 13- Resposta do aluno A4.....	40
Figura 14- Resposta do aluno A6.....	42

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	10
1.1	Apresentação do tema e estrutura da monografia	10
1.2	Justificativa.....	11
1.3	Objetivos	12
1.4	Os pressupostos metodológicos da pesquisa	13
2	A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E OS PROBLEMAS HISTÓRICOS	15
2.1	A História da Matemática no ensino da Matemática	15
2.2	Problemas históricos e sua utilização em sala de aula	17
3	OS PROBLEMAS HISTÓRICOS NAS AULAS DE MATEMÁTICA	23
3.1	As atividades propostas	23
3.2	Ambiente da pesquisa e o perfil dos sujeitos.....	26
3.3	A análise da experiência.....	26
3.4	A avaliação da proposta pelos alunos.....	43
4	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	49
	REFERÊNCIAS.....	52
	APÊNDICES.....	54

1. INTRODUÇÃO

1.1 Apresentação do tema e estrutura da monografia

Este trabalho compreende uma investigação na área de pesquisa de Educação Matemática, especificamente na subárea de História da Matemática. Nossa intenção foi estabelecer um elo entre a resolução de problemas e a História da Matemática, por meio da utilização de problemas históricos.

Partimos do pressuposto que a História da Matemática é uma das possibilidades para desenvolver a Matemática em sala de aula e essa metodologia pode oferecer ao aluno a construção dos seus conhecimentos matemáticos através dos conhecimentos já produzidos pela sociedade, nas mais diversas épocas.

A história da matemática pode levar os alunos a fazerem uma relação dos conteúdos estudados em sala de aula com as suas origens e perceberem que o conhecimento matemático foi surgindo ao longo da história, a partir da necessidade de resolver problemas.

Como a resolução de problemas é o fio condutor do ensino de Matemática (BRASIL, 1998) e a matemática surgiu da necessidade de resolver problemas, optamos por integrar essas duas possibilidades metodológicas.

Nesse sentido, essa integração de metodologias pode permitir o aprofundamento dos conceitos nas aulas de matemática, podendo ser um elemento gerador de conhecimento. Dessa forma, incluímos em nossa proposta alguns “[...] fatos e problemas que, ao longo da história da humanidade, provocaram a indagação e o empenho humano visando a sua organização sistemática e disseminação até o modelo atual” (MENDES, 2010, p. 4).

Assim, o presente trabalho foi dividido em três capítulos. No primeiro capítulo apresentamos a justificativa da pesquisa, os objetivos, e os pressupostos metodológicos. No segundo capítulo apresentamos uma discussão sobre a História da Matemática no ensino da Matemática e sobre o uso de problemas históricos em sala de aula. O terceiro capítulo apresenta a descrição das atividades propostas, o local e os sujeitos da pesquisa e a análise dos dados coletados. O último capítulo pretende apresentar a resposta para a indagação inicial que motivou o desenvolvimento desse trabalho.

1.2 Justificativa

Durante o processo de formação acadêmica, a autora dessa pesquisa teve a oportunidade de cursar o componente curricular História da Matemática no qual se identificou bastante. A vivência obtida nos estudos sobre a história da matemática fez a autora conhecer diversos aspectos sobre a matemática até então desconhecidos e que a fizeram ficar bastante motivada para aprofundar os estudos sobre questões históricas. Com o componente curricular, a autora enxergou a importância da História da Matemática para o ensino da Matemática e a sua contribuição tanto para o aluno quanto para o professor dessa disciplina.

Na experiência como aluna da Educação Básica a autora não teve a oportunidade de conhecer a História da Matemática. As poucas vezes que teve contato com algum aspecto histórico, foi por meio de pequenos textos que vinham nos livros antes das aplicações dos conteúdos. Ao fazer uma reflexão sobre a formação do seu conhecimento matemático, percebeu que vários porquês, que ficaram sem respostas, poderiam ser respondidos, para os seus futuros alunos, com a utilização da História da Matemática nas suas futuras aulas.

O conhecimento e interesse em História da Matemática foi crescendo em virtude de outra oportunidade que a autora teve, no ano de 2016, de participar como aluna voluntária de um projeto de pesquisa, vinculado ao Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (PIBIC) intitulado “Matemática escolar no estado da Paraíba: o que dizem as fontes primárias”, coordenado pela Prof. Dr^a. Cristiane Borges Angelo. Nesse projeto a autora pode conhecer outra vertente da história da matemática e aprofundar seus estudos e pesquisas sobre a história da educação matemática na Paraíba.

As duas experiências citadas acima fizeram a autora definir como tema de pesquisa a História da Matemática. Assim, no ano de 2018, a autora teve a oportunidade de ser bolsista no projeto “Resolução de problemas históricos nas aulas de Matemática: uma proposta de pesquisa e intervenção”, vinculado ao Programa de Licenciatura (PROLICEN), também coordenado pela Prof. Dr^a. Cristiane Borges Angelo. Nesse projeto, foi combinado com a professora orientadora que a autora iria elaborar a proposta de atividades e desenvolver oficinas para alunos do 8º ano do Ensino Fundamental para que, futuramente, pudesse analisar as atividades e elaborar seu Trabalho de Conclusão de Curso tendo como foco este trabalho. As atividades propostas no projeto foram desenvolvidas em uma turma do Programa Novo Mais

Educação¹, de uma escola pública da rede estadual, na qual a autora foi mediadora² da disciplina de matemática.

O projeto proporcionou a autora ter a oportunidade de aprofundar mais seu conhecimento sobre a história da matemática e enxergar a importância da história da matemática como recurso didático para o ensino de Matemática.

A proposta de intervenção que integra a história da matemática à resolução de problemas também se justificou por buscar proporcionar aos alunos “[...] uma compreensão mais ampla das propriedades, teoremas e aplicações da matemática, na solução de problemas que exijam deles [alunos] algum conhecimento histórico do assunto” (MENDES, 2006a, p. 92).

Nesse sentido, a história da matemática é um recurso importante para a formação matemática do aluno, podendo proporcionar caminhos para chegar a respostas de problemas que precisam ser solucionados. A esse respeito Valdés (2002, apud, ÁVILA, 2004, p. 16) afirma que se o aluno conhecer “[...] as motivações e dúvidas que tiveram os sábios da época, então ele poderá compreender como foi descoberto e justificado um problema.”

Diante do exposto, essa pesquisa visou responder o seguinte questionamento: Quais as potencialidades e limitações de uma proposta de ensino que alia a resolução de problemas e a história da matemática, via problemas históricos?

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo geral

- Analisar uma proposta de intervenção, em formato de oficinas, que envolve problemas históricos no ensino da matemática, desenvolvida em uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental do Programa Novo Mais Educação, de uma escola pública da rede estadual do município de Mamanguape- PB.

¹ O Mais Educação é um programa do Ministério da Educação que tem como objetivo melhorar a aprendizagem em Língua Portuguesa e Matemática no Ensino Fundamental, por meio da ampliação da jornada escolar de crianças e adolescentes, melhorando e aumentando o tempo de permanência dos estudantes na escola.

² O mediador é o responsável pela realização das atividades de Acompanhamento Pedagógico dos alunos. Tendo o papel de intervir na comunicação entre o professor e os alunos, e auxiliar os alunos nas suas dificuldades na compreensão dos conteúdos.

1.3.2 Objetivos específicos

- Elaborar cadernos temáticos, contendo atividades de resolução de problemas históricos, que integrem a história da Matemática e a resolução do problemas;
- Avaliar os resultados apresentados pelos alunos nas atividades realizadas nas oficinas;
- Identificar quais as dificuldades apresentadas pelos alunos na realização das atividades propostas nas oficinas;
- Verificar as potencialidades e limitações da proposta de ensino que contempla problemas históricos no ensino de Matemática.

1.4 Os pressupostos metodológicos da pesquisa

A presente pesquisa teve uma abordagem qualitativa pois “preocupa-se com aspectos da realidade que não podem ser quantificados, buscando a compreensão e explicação da dinâmica das relações sociais.” (GERHARDT; SILVEIRA, 2009, p.34).

Quanto aos objetivos foi uma pesquisa exploratória tendo em vista que visou “proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a construir hipóteses.” (GIL, 2002, p.41).

O estudo de caso foi usado como procedimento técnico, pois a pesquisa buscou um “estudo profundo e exaustivo de um ou poucos objetos, de maneira que permita seu amplo e detalhado conhecimento, tarefa praticamente impossível mediante outros delineamentos já considerados.” (GIL, 2002, p.54).

A pesquisa foi desenvolvida em três etapas: no primeiro momento foi feita uma pesquisa bibliográfica, acerca de história da matemática e resolução de problemas, com foco em problemas históricos que pudessem ser levados para a sala de aula.

Terminada a fase da pesquisa bibliográfica iniciamos a elaboração das atividades para as oficinas (Apêndices A, B e C), que foram apresentadas no formato de cadernos temáticos³. Essas atividades fazem parte do material do PROLICEN já citado anteriormente do qual a autora foi bolsista no ano de 2018.

Após a elaboração dos cadernos temáticos, desenvolvemos as oficinas em uma escola

³ Instrumento de pesquisa que foi elaborado em formato de um caderno, contendo todas as informações e atividades que foram abordadas nos momentos de intervenção em sala de aula.

pública da rede estadual do município de Mamanguape – PB. A última etapa da pesquisa foi a análise dos dados coletados e a elaboração do relatório de pesquisa.

Os instrumentos de pesquisa utilizados foram a observação participante que “consiste na participação real do pesquisador com a comunidade ou grupo. Ele se incorpora ao grupo, confunde-se com ele” (MARCONI; LAKATOS, 2006, p. 194). Vale salientar que o fato da pesquisadora já ter contato com os alunos da turma, em momentos de mediação da disciplina de Matemática, facilitou o trabalho de observação, pois os alunos se sentiam a vontade com ela.

Utilizamos como instrumento de coleta o questionário (Apêndice D) que é “um instrumento de coleta de dados, constituído por uma série ordenada de perguntas, que devem ser respondidas por escrito e sem a presença do entrevistador.” (MARCONI; LAKATOS, 2006, p. 201). Também utilizamos como instrumento de coleta de dados os registros escritos feitos pelos alunos nos cadernos temáticos.

2. A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E OS PROBLEMAS HISTÓRICOS

2.1 A História da Matemática no ensino da Matemática

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) “A História da Matemática pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem dessa área do conhecimento” (BRASIL, 1998, p. 42), podendo proporcionar aos alunos um conhecimento mais amplo, possibilitando que eles conheçam as origens dos conteúdos e percebam que eles tiveram (e ainda tem) utilidade prática.

Como metodologia de ensino, a história da matemática possibilita que os alunos percebam como cada conceito foi desenvolvido ao longo do tempo e introduzido na matemática, que é utilizada hoje, através da contextualização de cada conceito e/ou algoritmo conhecido nos dias atuais. Dessa forma, essa metodologia “tem como principal finalidade promover um ensino-aprendizagem da matemática que permita uma ressignificação do conhecimento matemático produzido pela sociedade ao longo dos tempos” (MENDES, 2006. p.84).

A História da Matemática pode auxiliar os alunos na construção do conhecimento porque permite que sejam esclarecidas algumas das “ideias matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno, especialmente para dar respostas a alguns “porquês” e, desse modo, contribuir para a constituição de um olhar mais crítico sobre os objetos de conhecimento” (BRASIL, 1998, p. 42, grifo do autor).

A matemática nos dias atuais ainda é uma disciplina temida por muitos alunos e, muitas vezes, a aprendizagem desejada não é alcançada. Partindo do pressuposto de que o uso de um recurso didático pode auxiliar na aprendizagem, a história da matemática pode levar o aluno a construir seu conhecimento matemático através de estratégias e ainda relacionar esse conhecimento a diversos contextos.

Muitos professores utilizam propostas de ensino que não destacam a história da matemática nas aulas e ainda utilizam o livro didático como único recurso. Muitas vezes, o próprio livro didático não aborda aspectos históricos dos conteúdos ou apresentam a história da matemática de uma forma artificial, impedindo que se tome conhecimento e desfrute integralmente desse recurso.

Os dados acima são confirmados por Ávila (2004) em uma pesquisa que investigou cem professores de matemática sobre a utilização da História da Matemática em sala de aula e concluiu que apenas trinta professores afirmam utilizar recursos da história em suas atividades e, desses, somente três professores utilizam esse recurso com situações problemas.

Ao refletir sobre a metodologia para o ensino da matemática utilizada nos dias atuais, evidenciamos que mesmo com diversos recursos didáticos e várias possibilidades metodológicas, o método tradicional⁴ de ensino ainda é muito utilizado. Mesmo sendo considerado um bom recurso didático e apontada como um dos caminhos para fazer matemática em sala de aula pelos PCN (BRASIL, 1998).

Essa situação é reforçada pelos PCN ao mencionar que o modelo de ensino mais adotado nas escolas brasileiras é aquele que

[...] o professor apresenta o conteúdo oralmente, partindo de definições, exemplos, demonstração de propriedades, seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação, e pressupõe que o aluno aprenda pela reprodução. Assim, considera-se que uma reprodução correta é evidência de que ocorreu a aprendizagem. Essa prática de ensino tem se mostrado ineficaz, pois a reprodução correta pode ser apenas uma simples indicação de que o aluno aprendeu a reproduzir alguns procedimentos mecânicos, mas não apreendeu o conteúdo e não sabe utilizá-lo em outros contextos. (BRASIL, 1998, p.37)

Além disso, acreditamos que, o modelo acima citado não contribui para que o aluno se sinta motivado para estudar matemática, o que pode dificultar a sua aprendizagem. Assim, os professores devem romper com esse modelo e procurar desenvolver um trabalho que inicie pelo estímulo à motivação do aluno.

Para Fauvel (1991 apud MENDES 2006, p.86), “a história aumenta a motivação para a aprendizagem da matemática” e “contribui para que os estudantes busquem no passado soluções matemáticas para o presente e projetem seus resultados no futuro”. Assim, o professor pode recorrer a esse recurso para seu auxílio em sala de aula, motivando os alunos a interessarem-se pela matemática.

Segundo Mendes (2006, p.81), “à medida que passamos a conhecer e compreender o desenvolvimento da sociedade em sua trajetória de transformação aprendemos novos meios de compreender e explicar um mesmo fenômeno”. Nesse sentido, a história da matemática pode ajudar os alunos no esclarecimento de ideias que não foram entendidas.

Fossa (2008, p. 11) afirma que “podemos proporcionar uma experiência pedagógica mais rica ao aluno por construir as atividades à luz da História da Matemática”. Ao introduzir a história da matemática por meio de atividades podemos levar os alunos a pensar matematicamente, fazendo com que desenvolvam estratégias que podem colaborar de modo

⁴ O método tradicional é aqui entendido como um método baseado em aulas expositivas e na resolução de exercícios baseados em aplicação direta de algoritmos.

significativo no seu aprendizado.

É notório que o desempenho dos alunos em matemática ainda é insatisfatório e, por isso, a busca por metodologias inovadoras e novos recursos é essencial para que consiga obter um melhor aproveitamento, que seja capaz de mudar e melhorar a aprendizagem da matemática.

Ao abordar os conteúdos por meio de sua história, o professor leva o aluno a conhecer as evoluções e aperfeiçoamentos na matemática, desde a origem até os dias atuais, formando assim um conhecimento que vem através de descobertas, proporcionando uma melhor compreensão e evitando a memorização de conceitos e de demonstrações.

Acreditamos que o professor deve adotar o recurso de história da matemática em sua prática de ensino, concentrando a aula em um momento dinâmico com a utilização do recurso, para melhorar as condições de ensino e desenvolver as potencialidades de seus alunos, pois “[...] é dessa maneira que ele poderá criar, em sala de aula, um ambiente inovador que favoreça a concretização da imaginação e criatividade matemática dos estudantes” (MENDES, 2006. p.114).

A história da matemática propicia a oportunidade de conhecer diversas informações que podem auxiliar na construção do saber matemático. Com essas informações os educandos têm a oportunidade de enfatizar os fatos históricos por meio da problematização.

A junção da história da matemática com a resolução de problemas pode trazer para os alunos a “oportunidade de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos bem como de ampliar a visão que têm dos problemas, da Matemática, do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança” (BRASIL, 1998, p.40). Nesse sentido, a matemática poderá ter um papel fundamental para a formação do aluno e possibilitará a ele uma participação mais ativa na sociedade.

2.2 Problemas históricos e sua utilização em sala de aula

A motivação em querer aprender matemática não vem só pelo fato do educador saber e querer ensinar o conteúdo matemático, mas depende também de cada aluno individualmente. Uma disciplina como a matemática, que intimida muito os educandos, deve ser sempre repensada, principalmente no que diz respeito a metodologia de ensino, para que cada vez mais contribua e ajude o educando a chegar na aprendizagem da matemática.

Mais do que aprender matemática é exigido hoje, pela sociedade, associar os conteúdos aprendidos para resolver problemas em sua volta, problemas esses não só matemáticos, mas

situações desconhecidas total ou parcialmente que exijam a tomada de decisões em um período de tempo (GROENWALD, 2009).

Diante do exposto, o educador deve ir em busca de meios que oportunizem ao aluno a aprendizagem do conhecimento matemático, para que, mais do que resolver expressões, o aluno seja capaz de interpretar, resolver problemas e ler o mundo matematicamente.

Segundo Polya,

Educar através do processo da resolução de problemas em sala de aula, tem como objetivo, elevar a criatividade e o interesse dos alunos em sala de aula, bem como, habituar os estudantes a tratar situações problemáticas abertas, e não somente torná-los seres capazes de resolver exercícios mecanicamente (POLYA, 1995 apud ÁVILA, 2004, p.41).

De acordo com a visão do autor citado acima, conseguimos visualizar que o processo do conhecimento matemático que deve ser construído hoje, vai além de saber resolver expressões matemáticas e/ou utilizar algoritmos. Esse conhecimento deve ser construído de forma que os educandos consigam ler e resolver os problemas em sua volta, tornando eles pessoas capazes de pensar matematicamente e utilizar esses conhecimentos em diversas situações.

Tomando como pressuposto que a resolução de problemas é o fio condutor do ensino de matemática (BRASIL, 1998), os alunos devem buscar caminhos para se chegar às soluções dos problemas, desenvolvendo estratégias para se obter os resultados desejados. Para Polya “resolver problemas era o tema mais importante para se fazer Matemática, e ensinar o aluno a pensar era sua importância primeira” (POLYA, 1965 apud ONUCHIC, 1999, p.210).

Os documentos oficiais indicam que “a resolução de problemas, na perspectiva indicada pelos educadores matemáticos, possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão o seu alcance” (BRASIL, 1988, p.40). Nesse sentido, essa possibilidade metodológica vai contribuir para a formação integral dos alunos.

A utilização de resolução problemas no ensino de matemática ganha importância, pois possibilita ao educando ter um bom aproveitamento e compreensão dos conteúdos e permite desenvolver capacidades que melhorem sua compreensão dos conteúdos, pois leva os educandos a buscar formas de solucionar problemas relacionando conhecimentos já adquiridos, deixando de lado a busca por respostas já prontas. Isso faz parte de uma das exigências da sociedade atual, pois “é preciso tornar os alunos pessoas capazes de enfrentar situações e contextos variáveis, que exijam deles a aprendizagem de novos conhecimentos e habilidades”

(POZO, 1998, p. 9).

Andrade (1998 apud AVILA, 2004, p.42) traz a importância de introduzir a resolução de problemas no ensino quando afirma que essa estratégia “[...] é muito importante para a aprendizagem do aluno, pois esta metodologia possibilita ao estudante um maior crescimento cognitivo, além de motivá-lo ao estudo da Matemática, mostrando a ele o lado real da disciplina”.

Dante (1998) afirma que um problema matemático é qualquer situação que exija a maneira matematicamente de pensar e conhecimentos matemáticos para solucionar. Sabemos que a matemática foi sendo criada a partir da necessidade de resolver problemas. Em cada civilização antiga surgiam necessidades matemáticas e, com elas, a busca pelas soluções de problemas.

Nos primórdios da história da humanidade, mesmo antes de surgir a ideia de número, os homens tinham a necessidade de contar. O primeiro registro matemático é o osso Ishango que possui mais de 8000 anos e foi encontrado às margens do lago Edward, em Ishango, no Zaire (atualmente República Democrática do Congo). Esse osso apresenta registros de contagens preservados por meio de entalhes no osso (EVES, 2004).

Na matemática que hoje é usada vemos, nos sistemas de numeração, por exemplo, aprimorações e mudanças feitas para se chegar aos sistemas utilizados hoje. Quando se conhece um pouco da história da matemática conseguimos perceber tudo que foi modificado através da necessidade, como por exemplo, a introdução de bases nos sistemas de numeração. De acordo com Eves,

Quando se tornou necessário efetuar contagens mais extensas, o processo de contar teve de ser sistematizado. Isso foi feito dispondo-se os números em grupos básicos convenientes, sendo a ordem de grandezas desses grupos determinada em grande parte pelo processo de correspondência empregado (EVES, 2004, p.27).

A história da matemática mostra também que os primeiros problemas matemáticos parecem ter surgido no Egito, em um período em que a Matemática precisava de um embasamento prático para se desenvolver” (ÁVILA, 2004, p..93).

Do Egito antigo surgiram algumas das principais fontes de informações matemáticas e problemas históricos que conhecemos hoje. Destacam-se como marco de descobertas egípcias a inscrição de alguns papiros que nos leva a ter acesso aos problemas matemáticos daquele período. Um dos mais importantes documentos matemáticos da história antiga é Papiro de

Rhind.

O papiro Rhind é uma fonte primária rica sobre a matemática egípcia antiga; descreve os métodos de multiplicação e divisão dos egípcios, o uso que faziam das frações unitárias, seu emprego da regra da falsa posição, sua solução para o problemas da determinação da área de um círculo e muitas aplicações da matemática a problemas práticos (EVES, 2004, p.70).

Os problemas que o papiro apresenta podem ser introduzidos nas aulas de matemática de forma que motivem os educandos na aprendizagem da matemática e os auxiliem em sala de aula. Um exemplo de problema que o Papiro apresenta é o problema 56 que tem o seguinte texto “pede-se que ache a seq⁵ de uma pirâmide de 250 cúbitos de altura cujos lados medem 360 cúbitos” (EVES, 2004, p.83).

Ao ser levado essa questão para os alunos o professor estará convidando seus alunos a obterem não só o conhecimento matemático, mas outros conhecimentos diversos. Será possível trabalhar a interdisciplinaridade, unindo a matemática com a geografia e a história, onde será possível abordar um pouco de localização e alguns fatos históricos do Egito. Esses conteúdos poderão ser abordados na resolução do problema, levando assim um leque de conhecimentos para os alunos. Além disso, o professor pode abordar unidades de medida e a necessidade do estabelecimento de unidades padrão, o que ocasionou a criação do Sistema Internacional de Pesos e Medidas.

A matemática grega também merece destaque, pois dela veio grande contribuição para o desenvolvimento da matemática e a formalização de seus conhecimentos. Oriundos da matemática grega, três famosos problemas marcaram a história da matemática: duplicação do cubo, trissecção do ângulo e quadratura do círculo e abriram a possibilidade dos estudos mais aprofundados da Geometria. A esse respeito, Eves afirma que

A importância desses problemas reside no fato de que eles não podem ser resolvidos, a não ser aproximadamente, com régua e compasso, embora esses instrumentos sirvam para a resolução de muitos outros problemas de construção. A busca ingente de soluções para esses problemas influenciou profundamente a geometria grega e levou a muitas descobertas frutíferas, como as secções cônicas, muitas curvas cúbicas e quádricas e várias curvas transcendentais (EVES, 2004, p.134).

Os estudos de Euclides também marcaram a história da matemática com suas contribuições. Euclides foi autor da obra “Os elementos”, composta de treze livros que abordam a geometria plana e espacial, a teoria dos números e a álgebra elementar e, ainda hoje, embasam

⁵ Afastamento horizontal da Pirâmide.

os estudos da matemática escolar. Os Elementos de Euclides

[...] não tratam apenas de geometria – contêm também bastante teoria dos números e álgebra elementar (geométrica). [...] A proposição I 47 é o teorema de Pitágoras com uma demonstração atribuída universalmente ao próprio Euclides e a proposição final, I 48, é o recíproco do teorema de Pitágoras. O material desse livro foi desenvolvido pelos pitagóricos antigos (EVES, 2004, p. 169).

Nesse caso, o professor pode explorar a necessidade da formalização da linguagem Matemática, por meio da apresentação do Teorema de Pitágoras apresentado no Papiro Rhind e de sua demonstração e validação para todos os triângulos retângulos apresentada na obra de Euclides.

A China também contribuiu para o desenvolvimento da matemática. A civilização chinesa buscou resolver situações de ordem prática. Entre algumas obras podemos destacar

O mais importante dos textos de matemática chineses antigos é o K'ui-cb'ang Suan-sbu, ou Nove Capítulos sobre a Arte da Matemática, que data no período Han mas que muito provavelmente contém material bem mais antigo [...]. O trabalho, que é rico em conteúdo, consta de 246 problemas sobre agricultura, procedimentos em negócios, engenharia, agrimensura, resolução de equações e propriedades de triângulos retângulos (EVES, 2004, p. 243).

O caso do bambu quebrado, que foi utilizado nessa pesquisa, é um dos exemplos que podem ser trabalhados em sala de aula e que é apresentado na obra chinesa citada anteriormente.

Outro exemplo de problema histórico oriundo da matemática chinesa é o quadrado mágico, que apresenta números dispostos em colunas, linhas e diagonais, cuja soma de suas linhas, colunas e diagonais sempre tem o mesmo valor. De acordo com Boyer (1997 apud ÁVILA, 2004) o quadrado mágico já era encontrado em livros chineses desde 206 a. C. e muitas lendas são relacionadas a ele. Além dos aspectos históricos da matemática, problemas envolvendo quadrados mágicos possibilitam aos alunos exercitar várias estratégias de investigação.

Nos parágrafos acima destacamos uma pequena contribuição de algumas civilizações para o avanço da Matemática. Sabemos que outras também contribuíram para o que hoje conhecemos da matemática escolar. Nossa intenção nos parágrafos anteriores foi mostrar pequenos exemplos da contribuição dos problemas históricos, problemas esses que são ricos para a utilização em sala de aula, tendo em vista que a evolução histórica possibilita ao educando perceber que a matemática não é algo que surgiu em um só momento, com um só

pensamento, mas que ela é um conjunto de conhecimentos em evolução contínua.

Utilizar problemas históricos nas aulas de matemática pode permitir que sejam empregados os benefícios da história da matemática e da resolução de problemas. Nesse sentido, acreditamos que podemos estimular a motivação dos alunos para a aprendizagem e desenvolver uma atitude mais positiva em relação à disciplina ao abordarmos os aspectos históricos da matemática e também podemos desenvolver nos alunos estratégias de resolução de problemas, estimulando o levantamento de hipóteses e o pensar matemático.

3. OS PROBLEMAS HISTÓRICOS NAS AULAS DE MATEMÁTICA

3.1 As atividades propostas

Nesse tópico apresentaremos as atividades que foram trabalhadas na proposta de ensino, organizadas por meio de cadernos temáticos. Cada caderno temático abordou um problema histórico que foi utilizado como fio condutor para a construção do conhecimento matemático. Esse material foi disponibilizado para cada um dos sujeitos participantes da pesquisa, de forma que pudessem utilizá-lo como um roteiro durante a realização de todas as atividades. Ao final de cada oficina recolhemos os cadernos temáticos para que pudéssemos analisar a resolução das atividades propostas, já que esse material também foi utilizado como instrumento dessa pesquisa.

Ao todo, elaboramos três cadernos temáticos. O primeiro caderno temático abordou o problema do bambu quebrado; o segundo caderno temático tratou de um problema contido no Papiro Rhind⁶; e o terceiro caderno temático apresentou o problema da duplicação do quadrado.

A ideia da proposta foi levar um problema matemático histórico que conduzisse todo o momento da oficina. Todos os problemas históricos que foram escolhidos passaram por uma análise, de forma que abordassem conteúdos já estudados pelos alunos, para que eles não tivessem muita dificuldade e pudessem perceber a aplicação dos conteúdos matemáticos e chegassem a uma melhor compreensão do que estava sendo proposto.

O primeiro caderno temático⁷ apresentou o problema histórico do bambu quebrado contido no livro que mais influenciou a matemática chinesa, intitulado “Jiu Zhang Suan Shu” (Os Nove capítulos sobre a Arte da Matemática). A versão mais conhecida desta obra é do século II a.C. Essa obra é uma compilação de 246 problemas práticos que envolvem equações com duas ou mais incógnitas e propriedades dos triângulos retângulos, incluindo o teorema “Gou-Gu”, conhecido no Ocidente como Teorema de Pitágoras (PERERO, 1994; BOYER, 1997). O problema do bambu quebrado é uma aplicação desse teorema.

Primeiramente apresentamos um texto introdutório explicando a origem do problema, acompanhado de uma imagem que tinha como objetivo auxiliar os alunos a visualizar o contexto da situação do problema. Em seguida, apresentamos o problema na linguagem

⁶ Papiro de Rhind ou Papiro de Ahmes é um documento egípcio de cerca de 1 650 a.C., que apresenta 85 problemas de aritmética, frações, cálculo de áreas, volumes, progressões, repartições proporcionais, regra de três simples, equações lineares, trigonometria básica e geometria. É considerado um dos mais antigos documentos matemáticos.

⁷ Apêndice 1.

original, aproveitando para discutir sobre a unidade de medida “chi”, contida no problema e a sua relação com o metro, atual unidade de medida de comprimento, estabelecida pelo Sistema Métrico Decimal. Após esses problemas, lançamos uma questão sobre como o aluno poderia resolver aquele problema histórico.

Em seguida, apresentamos um pequeno texto sobre a história de Pitágoras e o seu teorema, com o intuito de revisar a parte teórica do conteúdo já visto pelos alunos, para que os eles conseguissem resolver o que iria ser proposto nas atividades seguintes. Também incluímos nesse caderno temático uma demonstração do teorema de Pitágoras com a utilização de um quebra-cabeças, seguida de sete questões que tinham como objetivo levar o aluno na questão final a escrever o teorema.

Após esse momento de revisão do Teorema de Pitágoras apresentamos uma questão que fazia o aluno voltar ao problema histórico e solucionar o caso do bambu quebrado utilizando esse teorema. Além disso, o caderno temático continha perguntas que faziam o aluno pensar em como o problema foi resolvido antes de se conhecer a demonstração do teorema de Pitágoras e perguntava ao aluno se ele conhecia outra forma matemática de se chegar a solução do problema do bambu quebrado. Por fim, o caderno temático apresenta outro problema e solicita que o aluno resolva através dos conhecimentos adquiridos.

O segundo caderno temático abordou alguns problemas históricos contidos no papiro de Rhind. Esse caderno também inicia com um texto introdutório sobre o tema e, depois, apresenta uma atividade com vídeo⁸ utilizado para fins didáticos. O vídeo abordou a regra do falso que era utilizada para resolver diversos problemas contidos no papiro de Rhind e foi utilizado para os alunos conhecerem um pouco sobre a civilização egípcia, o papiro e a regra do falso.

Após a atividade do vídeo, apresentamos a explicação da regra do falso, baseada em Guelli (2005). Para isso, foi feita a demonstração da resolução do seguinte problema:

Um montão, sua metade, seus dois terços, todos juntos são 26. Digam-me: Qual é a quantidade?

Quadro 1: Parte da resolução do problema

⁸ Disponível no site: <https://www.youtube.com/watch?v=Sd21qfecdis>

Valor falso	Valor verdadeiro
18	Montão
39	26

Fonte: Arquivo pessoal da autora

$$\frac{18}{39} = \frac{\text{montão}}{26} \Rightarrow \text{montão} \cdot 39 = 18 \cdot 26 \Rightarrow \text{montão} = \frac{468}{39} \Rightarrow \text{montão} = 12.$$

Fonte: Rocha (2016, p.35)

Após essa explicação o caderno temático apresenta outros problemas (incluindo históricos) para serem respondidos pelos alunos, com a utilização da regra do falso.

Em seguida, o caderno temático apresenta uma pequena revisão sobre equação do primeiro grau, contendo um texto explicativo do conteúdo e um exemplo que explora o conteúdo. Logo após essa revisão, o caderno temático apresenta algumas questões que levam o aluno a relacionar a regra do falso com as equações de 1º grau.

O terceiro caderno temático apresentou o problema histórico da duplicação do quadrado e, seguindo a mesma proposta dos outros cadernos, em sua parte inicial apresentou um texto introdutório que contextualiza a história de Sócrates, filósofo grego, e a sua relação com o problema proposto.

Após essa introdução, o caderno temático apresenta a história adaptada de “Sócrates e o menino escravo” que contextualiza o problema histórico da duplicação do quadrado e, na sequência, é feita uma revisão sobre a área de quadrado. O objetivo das atividades anteriores é dar uma base para que o aluno possa, na atividade seguinte, resolver o problema histórico de uma forma lúdica com um material concreto (um quadrado em folha de papel). Para isso, o caderno temático apresenta as seguintes questões, que tem por objetivo levar o aluno a elaborar o raciocínio e perceber a relação entre o lado do quadrado e a área duplicada: (1) Será que é possível resolver o problema da duplicação do quadrado utilizando apenas o quadrado que vocês receberam? (2) Quanto de papel vocês precisam a mais? (3) Qual figura nos ajudaria a resolver o problema? (4) Esse novo quadrado é o que do quadrado anterior? Por fim, uma última atividade compõe o caderno; Agora que você conseguiu duplicar o quadrado cole o quadrado obtido na folha de rascunho no final do caderno e escreva uma frase relacionando ao lado do novo quadrado com a diagonal do quadrado. Essa atividade teve por objetivo sistematizar a relação matemática estabelecida pelo problema histórico.

O objetivo das atividades propostas em todos os cadernos temáticos foi auxiliar os alunos no aprofundamento dos conhecimentos matemáticos, oportunizando uma experiência que não visasse somente a resolução de algoritmos ou expressões matemáticas, mas que permitisse que eles conhecessem o contexto histórico envolvido nos conhecimentos, aplicassem os conceitos matemáticos envolvidos nos problemas por meio de estratégias diferentes daquelas que eles poderiam já ter vivenciado em sala de aula.

3.2 Ambiente da pesquisa e perfil dos sujeitos

A pesquisa foi realizada em uma escola pública da rede estadual do estado da Paraíba, localizada no Sítio Camaratuba, Zona Rural de Mamanguape/PB. A escola atende alunos da própria comunidade e de comunidades vizinhas. A escolha da escola se deu por ter sido uma escola onde a autora dessa pesquisa atuava como mediadora de matemática, no Programa Novo Mais Educação e por já ter uma afinidade com a equipe escolar.

As oficinas foram ministradas nos dias 18, 19 e 21 de novembro de 2018 e fizeram parte de uma das ações do projeto “Resolução de problemas históricos nas aulas de Matemática: uma proposta de pesquisa e intervenção”, vinculado ao Programa de Licenciatura – Prolicen, da Universidade Federal da Paraíba.

As oficinas foram ministradas para alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, do turno da tarde. Participaram das oficinas 16 alunos, 5 do sexo masculino e 11 do sexo feminino, com faixa etária de 12 a 14 anos. Na primeira oficina participaram 11 alunos, 8 meninas e 3 meninos. Na segunda oficina participaram 10 alunos, 7 meninas e 3 meninos. Na terceira oficina houve a participação de 12 alunos, 7 meninas e 5 meninos.

Uma das alunas que participou dessa pesquisa tem um tipo de deficiência intelectual, constatada por laudo médico. Apesar do laudo, a equipe escolar não nos forneceu muitos detalhes sobre a aluna e o seu problema de saúde, mas observamos que ela apresentava muitas dificuldades de aprendizagem. Durante as oficinas a aluna respondeu algumas atividades com ajuda de colegas e outras atividades ela não respondeu e nem aceitou ajuda. Em todos os momentos da oficina que não eram destinados às atividades práticas, a aluna ficava em silêncio e não questionava nada. No entanto, nas atividades práticas ela conseguia interagir com os colegas. Essa aluna participou de todas as oficinas.

Para a identificação dos alunos que participaram dessa pesquisa, utilizaremos a seguinte simbologia: A1, A2, A3,, A16.

3.3 A análise da experiência

Conforme foi mencionado anteriormente, essa pesquisa utilizou como instrumentos de coleta de dados a observação participante, o registro escrito feito pelos alunos nos cadernos temáticos e o questionário de avaliação da proposta. Nesse item, iremos apresentar a análise obtida a partir dos dados coletados na observação e nos registros dos alunos efetuados nos cadernos temáticos.

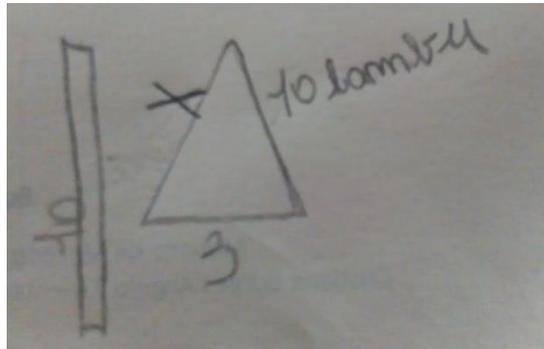
A primeira atividade da oficina consistia em uma leitura que contextualizava o problema do bambu quebrado. Observamos nessa etapa que os alunos apresentaram dificuldades na leitura e na interpretação do texto. Para apoiar os alunos foi feita uma leitura coletiva de todo o texto, com pausa para explicações, para que eles compreendessem um pouco melhor a origem do problema.

Após a leitura, foi dado um tempo para que eles refletissem sobre o texto e pudessem responder de que forma poderia ser resolvido o problema histórico. O objetivo era que os alunos solucionassem o problema com os conhecimentos que já possuíam. Observamos que, para chegar a solução do problema, os alunos começaram a conversar entre eles e foram levantando algumas indagações sobre o problema, questionando como iriam fazer os cálculos. Dentre os vários posicionamentos, a aluna A13⁹ falou que a primeira coisa que deveria ser feita, era um desenho para que eles pudessem visualizar o problema. Os alunos concordaram e ilustraram com um desenho o problema, mas não conseguiram associar o registro com alguma operação que chegasse a uma resposta numérica.

Ao analisar os registros, observamos que todos fizeram tentativas para responder, mas só conseguiram expressar uma relação matemática em forma de desenho. Apesar disso, nenhum dos alunos conseguiu associar os dados do problema a uma representação correta. Na figura 1, observamos o registro de um dos alunos, bastante parecido com os desenhos de outros oito alunos.

⁹ Para identificação dos alunos participantes da pesquisa usamos uma simbologia que a sequência de A1 ao A16. Essa sequência representa o número total dos participantes das três oficinas. A identificação desses alunos foi feita em todas as oficinas através dessa simbologia. Por esse motivo, por exemplo, temos o registro do aluno A13 na oficina 1, que teve 11 participantes.

aluno A5

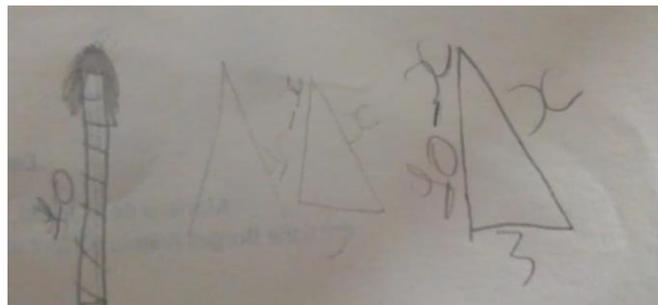


Fonte: Arquivo Pessoal da autora

Nesse registro observamos que os alunos não conseguiram associar o problema a um triângulo retângulo, não conseguiram perceber o significado do termo altura, como um segmento perpendicular a outro e não conseguiram relacionar as medidas dadas no problema ao desenho.

Evidenciamos que dois alunos conseguiram representar a situação por meio de um triângulo retângulo, mas não conseguiram associar os valores corretos na hipotenusa e nos catetos, representando, assim, o problema de forma incorreta, conforme podemos observar na figura 2.

Figura 2 - Resposta da primeira atividade do aluno A9



Fonte: Arquivo Pessoal da autora

Essa primeira atividade tinha por objetivo fazer com que os alunos utilizassem conhecimentos já adquiridos anteriormente para resolver o problema histórico, mas, diante da análise concluímos que os alunos não conseguiram relacionar o problema histórico com os seus conhecimentos para chegarem à solução. Nesse sentido, percebemos que os alunos têm muita dificuldade na interpretação e na elaboração de um modelo matemático que representa uma situação problema. Segundo Pirola,

O contato com professores mostra que muitos deles acreditam que seus alunos não sabem solucionar problemas e que têm dificuldades em interpretar os enunciados dos mesmos, mas, aparentemente, os alunos não conseguem ordenar as informações e princípios para chegar à solução do problema. Em muitos casos, o aluno conhece o procedimento de solução, mas desconhece ou não consegue se lembrar das informações e dos conceitos que devem ser utilizados para se chegar à solução correta do problema (PIROLA, 2000, p.22).

A atividade seguinte apresentava um pouco da história de Pitágoras e seu teorema, por meio de um texto. Os alunos foram convidados a fazer uma leitura coletiva, para que tivessem uma boa compreensão. O objetivo dessa atividade era fazer uma revisão sobre um conteúdo já estudado, para que com isso fortalecessem seus conhecimentos e pudessem ter um bom resultado nas atividades futuras. Na sequência da leitura foi proposta uma atividade de demonstração do teorema que utilizou um quebra-cabeças para a realização. Nessa atividade os alunos montaram o quebra cabeça, trabalhando na aula com o material manipulável e responderam algumas questões do caderno temático. Para facilitar a compreensão da atividade lemos as questões e orientamos os alunos na medida que íamos fazendo a leitura.

Essa atividade contribuiu para que os alunos revisassem o conteúdo de uma forma diferente e conhecessem um pouco mais da história do teorema de Pitágoras. Por meio dos relatos dos alunos, percebemos que muitos alegaram que não conheciam a história e que acharam tudo bem interessante. Com a atividade foi levado para os alunos um conteúdo já estudado, de uma forma diferente, no qual eles trabalharam em equipe e adquiriram mais conhecimento

Com o auxílio do material concreto percebemos que houve bastante participação e envolvimento dos alunos na atividade. Eles compartilharam conhecimentos e ficaram bem entusiasmados com a atividade e com os novos conhecimentos adquiridos, conforme pode ser observado na figura 3.

Figura 3 - Alunos realizando a atividade do Teorema de Pitágoras



Fonte: Arquivo Pessoal da autora

Com a utilização da História da Matemática, o professor pode criar diversas possibilidades e integrar outras metodologias de ensino, despertando o interesse dos alunos pela matemática, como o material manipulativo, utilizado nessa pesquisa. Segundo os PCN de Matemática das séries iniciais a História da Matemática “juntamente com outros recursos didáticos e metodológicos, pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem em Matemática” (BRASIL, 1997, p. 30).

Na terceira parte da oficina apresentamos algumas questões do caderno temático que tinham por objetivo fazer com que os alunos aplicassem os conhecimentos adquiridos na atividade anterior na resolução do problema histórico.

A primeira questão perguntava aos alunos se era possível solucionar o caso do bambu quebrado utilizando o teorema de Pitágoras. Todos os alunos afirmaram que era possível solucionar o caso do bambu quebrado usando este teorema.

Na segunda questão os alunos deveriam dizer como o caso do bambu quebrado poderia ser resolvido antes de se conhecer a demonstração do teorema de Pitágoras. Todos os alunos responderam essa questão. Seis deles associaram a resolução a uma medição, conforme pudemos observar em alguns relatos a seguir:

Sim, eles mediram. (A2).

Eles mediram o bambu. (A12).

Eles mediram, fizeram uma medição na parte quebrada. (A13).

Cinco alunos afirmaram que o problema não poderia ser resolvido porque eles não tinham esse conhecimento (do teorema) naquela época, conforme pudemos verificar em alguns relatos a seguir:

Não, porque eles não conseguiam fazer nada disso. (A7).

Não, porque não conheciam. (A8).

Não, porque eles não sabiam nada disso. (A14).

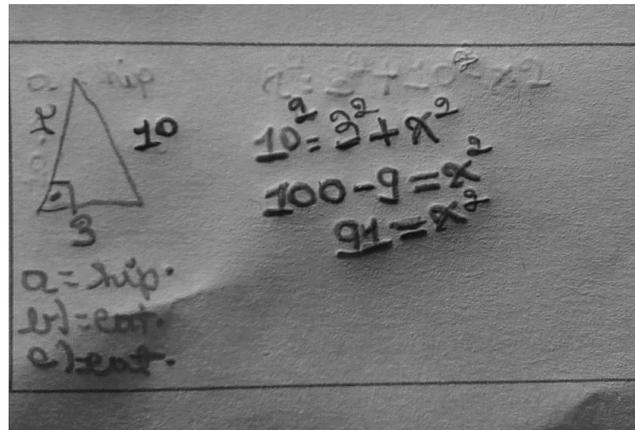
Também foi questionado aos alunos, se eles conheciam uma outra forma matemática que chegasse a solução do problema do bambu quebrado. Os onze alunos afirmaram que não conheciam nenhuma outra forma matemática para obter a solução do problema.

Por fim, retomamos ao problema histórico a fim de que os alunos pudessem resolvê-lo, utilizando os conhecimentos trabalhados nas atividades anteriores. Fizemos mais uma vez a leitura do problema e pedimos que os alunos registrassem a resolução no espaço destinado no caderno temático. Apenas a aluna que apresenta uma deficiência intelectual não respondeu essa questão.

Dos dez alunos que responderam o problema, nenhum chegou a obter a sua solução correta, pois no momento da resolução todos levaram em consideração o desenho do triângulo construído por eles na primeira atividade da oficina. Como nessa primeira atividade eles não conseguiram relacionar de forma correta os valores dos catetos e da hipotenusa, ao realizarem a resolução pelo teorema de Pitágoras eles não conseguiram obter o resultado correto. Apesar disso, observamos que o Teorema de Pitágoras foi aplicado corretamente.

Conseguimos observar através das respostas registradas nos cadernos, que essa atividade foi realizada de duas maneiras diferentes pelos alunos: seis alunos aplicaram o Teorema de Pitágoras corretamente, mas não representaram o problema de forma correta, associando valores incorretos aos catetos e a hipotenusa, conforme pode ser observado na resposta de um dos alunos, apresentada na figura 4. Três alunos colocaram só uma expressão algébrica de forma incorreta e um aluno colocou só um valor final também incorreto.

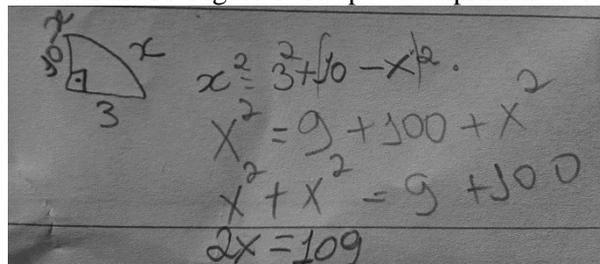
Figura 4 - Reposta incorreta do problema do caso do bambu quebrado do aluno A13



Fonte: Arquivo Pessoal da autora

Dois alunos associaram a resolução do problema ao desenho que fizeram no início da oficina na primeira atividade, não associando os valores da hipotenusa e dos catetos de forma correta. Na resolução apresentada, observamos que o Teorema de Pitágoras foi aplicado corretamente, mas houve um erro no desenvolvimento do quadrado da diferença de dois termos $(10 - x)^2$, conforme podemos observar na figura 5, a seguir.

Figura 5- Reposta incorreta do problema do caso do bambu quebrado do aluno A7



Fonte: Arquivo Pessoal da autora

Ao refletir sobre as repostas obtidas nessa atividade, foi bem nítido que os alunos ainda apresentam muitas dificuldades em interpretar os problemas matemáticos. Além disso, observamos que os alunos não conseguiram relacionar os conteúdos já adquiridos anteriormente na resolução do problema e só conseguiram aplicar o teorema de Pitágoras, após termos feito uma atividade de revisão sobre esse conteúdo.

Apesar das dificuldades apresentadas avaliamos que a oficina teve um resultado satisfatório, pois observamos que houve interesse por parte dos alunos na busca pela solução

do problema histórico abordado. Observamos que o interesse se deu pelo fato de envolvermos os alunos em uma história, instigando-os a buscarem uma solução para uma situação prática.

Acreditamos que a história da matemática pode ajudar os alunos a perceberem um sentido prático para essa disciplina embora, seja usada poucas vezes em sala de aula, conforme as palavras de Mendes (2001, p. 19), ao afirmar que “[...] as informações históricas raramente são utilizadas como elemento gerador da aprendizagem da matemática, quer seja na ação pedagógica do professor, quer seja nos livros adotados por ele”.

Nessa primeira oficina observamos que os alunos não têm muito acesso a informações sobre a história da matemática e não têm o hábito de resolver problemas, tendo em vista as dificuldades que foram apresentadas no decorrer das atividades.

O segundo caderno temático abordou um problema histórico do Papiro Rhind. As atividades contidas nesse caderno tiveram como objetivo: apresentar o papiro como fonte histórica matemática para os alunos, para que eles conseguissem uma maior aproximação com os conhecimentos matemáticos, ensinar a regra do falso, utilizada pelos antigos egípcios, e revisar o assunto de equação do primeiro grau para que os alunos conseguissem estabelecer uma relação entre a equação do primeiro grau e a regra do falso.

A parte inicial do caderno continha um texto sobre a história do Papiro Rhind que foi lido coletivamente, após os alunos terem tido um tempo para ler individualmente. Durante essa parte inicial, observamos que todos ficaram bem atentos e tentaram compreender ao máximo o texto com sua própria leitura.

Após a leitura, os alunos foram convidados a assistir um vídeo explicativo da regra do falso, e a medida que o vídeo fosse sendo assistido eles deveriam anotar as ideias mais curiosas, úteis e interessantes do vídeo e os pontos obscuros e dúvidas que poderiam surgir.

Ao finalizar a exibição do vídeo os alunos foram convidados a conversar um pouco sobre o vídeo que tinham acabado de assistir. Para que a atividade fosse mais dinâmica foi proposto que eles escolhessem um colega e fizessem as perguntas contidas no caderno temático a ele. Apenas 9 alunos realizaram essa atividade pois a aluna que apresenta uma deficiência já citada anteriormente, precisou sair por problemas de saúde.

No momento da exibição os alunos ficaram bem atentos e, após a exibição, registraram algumas observações no próprio caderno temático, conforme podemos observar na figura 6 a seguir.

Figura 6- Alunos assistindo o vídeo sobre a regra do falso



Fonte: Arquivo Pessoal da autora

Após o término do vídeo alguns alunos relataram que gostaram muito de estudar a matemática através de sua história, pois assim ficava mais interessante. Nesse sentido, entendemos que o vídeo teve um resultado bastante satisfatório e desenvolveu vários pontos positivos. Todos os alunos se relacionaram bem na hora da atividade e, de acordo com as respostas que foram verbalizadas ou registradas nos cadernos temáticos, todos conseguiram compreender a regra do falso e, ainda, relacioná-la a conhecimentos matemáticos já estudados por eles, conforme podemos observar nos registros a seguir.

Eu achei curioso a regra do falso, que eles mesmo criaram, para resolver problema do cotidiano deles. Hoje temos a regra de três que é muito útil para o nosso cotidiano graças aos povos passados. Eles eram muito inteligentes. (A3)

Eles criaram o método para o seu próprio uso. Foi através desse método que utilizamos a regra de três hoje em dia. Eu não tive muitas dúvidas, o vídeo é muito interessante e explica tudo direitinho. (A7)

Como reforço do que foi exposto no vídeo, fizemos uma explanação sobre a regra do falso e apresentamos alguns exemplos de resolução de problemas utilizando essa regra, para que os alunos conhecessem e aprendessem o método utilizado pelos egípcios para resolver

alguns dos problemas do papiro. Ao final dessa parte introdutória da oficina, foi possível perceber, pelos relatos feitos pelos alunos, que eles gostaram de aprender a regra do falso, acharam bastante interessante e demonstraram estar bastante entusiasmados para as próximas atividades.

Dando continuidade às atividades, os alunos foram convidados a colocarem seus conhecimentos em prática e resolverem os quatro problemas históricos contidos no caderno temático, utilizando a regra do falso para sua solução. Propusemos que os alunos fizessem a leitura dos problemas individualmente e tentassem resolver, cada problema no espaço que o caderno disponibilizava. Os alunos fizeram o que havia sido pedido, e no decorrer da atividade foram fazendo alguns questionamentos de dúvidas que foram surgindo na leitura e resolução dos problemas.

O primeiro problema da atividade foi respondido por todos os alunos que estavam na oficina de forma bem parecida, utilizando o procedimento apresentado no vídeo e no texto explicativo do caderno temático. Os alunos não apresentaram dificuldades na resolução desse problema e chegaram bem rápido ao resultado final do problema. Foi possível analisar de acordo as respostas, que todos os alunos seguiram o mesmo passo a passo e a mesma organização na resolução que o vídeo apresentou. Apesar de o problema já estar resolvido no caderno, pedimos que os alunos resolvessem como forma de revisão. Para isso, pedimos que eles apresentassem a resolução na última página do caderno, página essa que eles não tinham acesso a resolução do problema. As respostas foram feitas de forma bastante organizada e de fácil entendimento como podemos analisar na resposta de um dos alunos por meio da figura 7, a seguir.

Figura 7- Resposta do aluno A14

Super: 18 (montão)

$$18 + 9 + 12 = 39$$

$$18 \times x = 39$$

$$39 \times 26 = 26$$

$$26$$

$$\times 39$$

$$468$$

$$39x = 468$$

$$x = 12$$

Fonte: Arquivo Pessoal da autora

Quando os alunos passaram para o segundo problema dessa atividade, apresentaram dificuldades na resolução e na interpretação do problema histórico. Acreditamos que essas dificuldades se deram por se tratar de um problema mais contextualizado e que exigia dos alunos um pouco mais de atenção na interpretação.

Nesse problema os alunos fizeram a leitura de forma individual e, após, foi feita uma leitura coletiva do problema, para que houvesse um melhor entendimento. Em seguida os alunos tentaram resolver, mas apenas dois alunos conseguiram organizar os dados do problema, relacionar com os seus conhecimentos e chegar ao resultado. Os dois alunos que resolveram, utilizaram o mesmo procedimento, conforme pode ser visualizado em uma das respostas, apresentadas na figura 8, a seguir.

Figura 8- Resposta correta da questão 2 do aluno A1

$$90 - (15 + 18 + 30 + 9) = 18$$

F	✓	
90	x	$18x = 540$
18	6	$x = \frac{540}{18}$

$x = 30$

Fonte: Arquivo Pessoal da autora

Foi possível observar, através dos registros realizados no caderno, que seis alunos deixaram essa questão em branco e um aluno realizou, mas não obteve o resultado final correto.

Figura 9- Resposta incorreta da questão 2 do aluno A5

$$(9,1 + 11 + 18,3 + 5,5) - 55 = 11,1$$

F	✓	
55	x	$11,1x = 330$
11,1	6	$x = \frac{330}{11,1}$

$x = 29,7$

Fonte: Arquivo Pessoal da autora

A terceira e quarta questões foram problemas bem parecidos com o problema da primeira questão dessa atividade. Nessa atividade os alunos apresentaram ter compreendido bem como usava a regra do falso. Apresentaram apenas uma dúvida relacionada ao valor que seria suposto para a realização dos cálculos. Observamos que os alunos conversaram

coletivamente sobre o valor que seria suposto e decidiram utilizar o mesmo valor para resolver os problemas, mesmo sabendo que poderiam atribuir valores diferentes para o “montão”.

Nesta questão dos nove alunos que a realizaram, oito acertaram e realizaram os cálculos de forma correta e bem similar, conforme a figura 10, e apenas um aluno não chegou ao resultado correto, pois ele registrou só o valor que foi suposto e não realizou o cálculo.

Figura 10- Resposta da questão 3 do aluno A7

falso = 6
 $6 - 2 = 4$

6 x 6
 4 4

$4x = 84$
 $x = 21$

21 x 6
 126

84 / 4
 21

valor verdadeiro e 21

Fonte: Arquivo Pessoal da autora

Na questão 4, oito alunos registraram o cálculo e o resultado correto, com respostas similares, conforme podemos observar na figura 11. Um aluno deixou essa questão em branco. Vale salientar que esse aluno foi o mesmo que só registrou o valor que foi suposto na questão 3, citada anteriormente.

Figura 11- Resposta da questão 4 do aluno A3

falso 20
 $20 + 10 = 30$

20 x 20
 30 30

$30x = 900$
 $x = 900 \div 30$

$x = 30$

Fonte: Arquivo Pessoal da autora

Ao finalizarmos essas atividades percebemos que todos os alunos compreenderam bem a regra do falso, pois conseguiram organizar todo seu conhecimento na hora de colocar em prática. Houve algumas dúvidas, mas foram sanadas e os problemas foram resolvidos. Também

foi perceptível que os alunos apresentaram dificuldades na leitura e interpretação dos textos, mas mesmo com essas dificuldades, as atividades foram desenvolvidas de maneira satisfatória.

Na etapa final da oficina, foi proposta uma revisão de um conteúdo já estudado por eles: a equação de primeiro grau. Para uma melhor compreensão fizemos uma explicação oral e apresentamos alguns exemplos de resolução de equação do primeiro grau.

O intuito dessa atividade foi fazer com que os alunos conseguissem estabelecer uma relação entre a equação de primeiro grau, que eles já haviam estudado, com a regra do falso. Para isso, propomos uma atividade que questionava os alunos se o método do falso e as equações do primeiro grau tinham algo em comum. Nessa questão, todos os alunos registraram que havia sim algo em comum e registraram a resposta no caderno temático. No entanto, nenhum aluno registrou o que havia em comum, respondendo a questão somente com “sim”.

A atividade seguinte perguntava aos alunos se era possível resolver os problemas históricos da atividade anterior utilizando equação do primeiro grau e, caso eles considerassem possível, que resolvessem utilizando equações. Por questão de tempo da oficina que já havia se excedido, foi pedido que os alunos respondessem só o primeiro problema da atividade anterior.

Dos nove alunos que fizeram essa atividade, seis responderam corretamente por meio da regra do falso, não obedecendo o que a questão havia pedido e três alunos conseguiram fazer a relação com a equação do primeiro grau, chegando ao resultado correto. Os alunos que responderam a questão utilizando a equação do primeiro grau, apresentaram soluções bem parecidas, como a apresentada pelo aluno 1, exposta na figura 12.

Figura 12 - Resposta do aluno A1, utilizando a equação do 1º grau

The image shows handwritten mathematical work on a piece of paper. The main equation is $x + \frac{x}{2} + \frac{2x}{3} = 20$. To the right, there is a calculation: $6 + 3 + 4 = 13$ and $156 \frac{13}{12}$. Below the main equation, there is a calculation: $6x + 3x + 4x = 156$ and $x = 12$.

Fonte: Arquivo Pessoal da autora

De uma forma geral, concluímos que os resultados foram satisfatórios, tendo em vista que os alunos conseguiram compreender a regra do falso e relacioná-la à regra de três, um conteúdo já estudado anteriormente. Notamos que os alunos se identificaram tanto com a regra do falso que, mesmo quando solicitados a resolverem os problemas utilizando a equação do 1º grau, muitos ainda utilizaram essa regra. Aqui cabe uma reflexão sobre a dificuldade que muitos

alunos têm de estabelecer uma relação entre uma situação problema e a expressão algébrica correspondente.

Essa oficina também permitiu que os alunos conhecessem um pouco mais da história da matemática e utilizassem métodos antigos para resolver situações problemas. Os problemas históricos que foram apresentados e resolvidos fizeram com que os alunos desenvolvessem seus conhecimentos matemáticos de forma mais prática e percebessem que esses problemas podem ser solucionados de diversas formas. Polya afirma que, “[...]o problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios, experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta” (POLYA, 1978 apud SIMÕES 2008, p.3-4).

A terceira oficina abordou o problema histórico da duplicação do quadrado. O objetivo dessa oficina foi levar o problema histórico da duplicação do quadrado para que os alunos conhecessem um pouco mais da história da matemática, pudessem fortalecer seus conhecimentos matemáticos por meio dela, e conseguissem visualizar a relação entre os lados de um quadrado e a sua área.

Dando início as atividades dessa oficina foi feito uma leitura de um texto contido no caderno temático, de forma coletiva, para que os alunos pudessem conhecer a história de Sócrates, um famoso matemático grego, e a história adaptada do problema da duplicação do quadrado.

Durante a leitura do texto os alunos ficaram bem atentos e comportados e mostraram estar bem interessados no contexto histórico. Os alunos também foram bastante participativos nesta parte inicial, acompanhando a leitura nos seus materiais. Após a leitura do texto foi dado um espaço de tempo aos alunos para que todos fizessem suas considerações sobre o texto, eles poderiam falar o que tinham achado do texto, alguma dúvida e o que acharam do problema histórico que foi levado nessa oficina. Nessa parte da atividade houve bastante participação e todos expuseram suas considerações do texto. Houve alguns alunos que destacou nessa parte a inteligência que os seus antepassados possuíam, como as coisas na matemática eram descobertas e que esses fatos históricos sempre deveriam ser mostrados para os alunos como fonte de inspiração.

Ao avaliar as considerações feitas pelos alunos no decorrer dessa atividade inicial foi possível perceber o quanto a história da matemática pode favorecer a aprendizagem matemática dos alunos, atuando como fonte de motivação para busca de conhecimento. Sobre isso, Miguel (1997, p. 75), afirma que “os partidários desse ponto de vista acreditam que o conhecimento histórico dos processos matemáticos despertaria o interesse do aluno pelo conteúdo que está

sendo ensinado”.

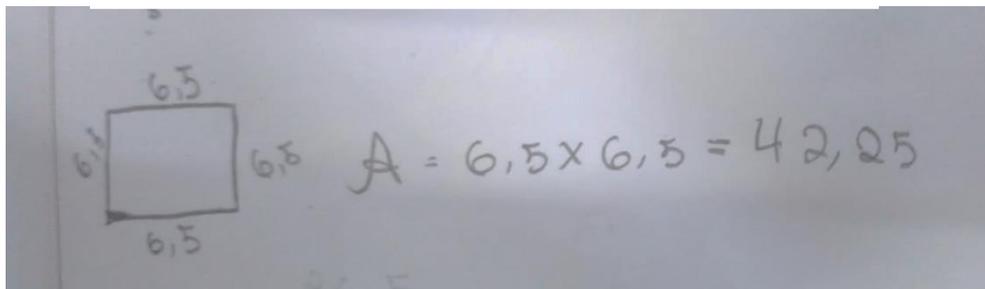
Em seguida, os alunos foram questionados se conseguiriam resolver o problema da duplicação do quadrado. Ao serem questionados, os alunos ficaram pensando por um tempo e falando alguns possíveis caminhos que poderiam ser seguidos para se obter o resultado desse problema. No meio de alguns posicionamentos, alguns reliam o texto anterior e ao ler a adaptação do problema, afirmaram que precisavam saber a área do quadrado para conseguirem realizar a duplicação.

Após os posicionamentos dos alunos, a proposta deu continuidade com uma explicação oral e apresentação de exemplos sobre a área do quadrado, como forma de revisão de um conteúdo já estudado pelos alunos. Durante a leitura eles ficaram atentos e relataram que não lembravam mais como se calculava a área do quadrado.

Em seguida, propusemos que os alunos resolvessem o problema histórico utilizando material manipulativo. Para isso, cada aluno recebeu um quadrado feito de papel e uma régua. Eles deveriam medir o lado do quadrado e calcular a sua área.

A atividade foi realizada por todos os alunos. Observamos que eles ficaram concentrados e fizeram as medidas corretamente. Também chegaram ao resultado correto no cálculo da área, mas somente dez alunos registraram seus os cálculos no caderno temático. Os demais colocaram apenas o resultado final da questão. Na figura 14 podemos observar o cálculo registrado pelo aluno A4.

Figura 13- Resposta do aluno A4



Fonte: Arquivo Pessoal da autora

Na sequência, os alunos foram convidados a resolver o problema histórico utilizando os conhecimentos que foram adquiridos. Para auxiliar os alunos, propomos, no caderno temático, quatro questões que objetivaram organizar o pensamento dos alunos visando a resolução do problema histórico. Para a realização da atividade os alunos utilizaram os seguintes materiais: o quadrado de papel cartão da atividade anterior, folhas de sulfite de tamanho A4 e tesouras.

Os alunos foram questionados se era possível realizar a duplicação do quadrado utilizando apenas o quadrado de papel que eles haviam recebido. Sete alunos responderam que não e cinco responderam que sim, sem registrar nenhuma justificativa para essas respostas.

Após, os alunos precisavam responder quanto mais de papel eles precisavam para duplicar o quadrado. Os mesmos sete alunos que responderam que não era possível realizar a duplicação apenas com o quadrado responderam que precisavam de duas folhas a mais, conforme pode ser observado no relato de um desses alunos, a seguir.

Vamos precisar de dois papéis a mais para fazer a duplicação. (A9)

Os cinco alunos que responderam que era possível fazer a duplicação somente com o quadrado do papel cartão, registraram que não precisavam de nenhuma quantidade de papel a mais, mantendo a mesma posição da questão anterior, conforme podemos visualizar no relato a seguir.

Não vamos precisar de nenhum papel a mais. (A14)

A terceira questão foi a que os alunos mais precisaram de tempo para responder. Eles deveriam pensar em uma figura geométrica que poderia ajudar a resolver o problema da duplicação do quadrado. Os alunos utilizaram bastante tempo para responder essa questão e todos ficaram sugerindo ideias de figuras geométricas até se chegar a resposta. Após algumas conversas entre os alunos, eles responderam que a figura geométrica era um triângulo e todos registraram essa resposta no caderno temático.

Na quarta questão os alunos tinham que dizer o que o novo quadrado duplicado era do anterior, e na resposta registrada, todos os alunos responderam que o quadrado seria o dobro do quadrado, conforme pode ser observado nos registros a seguir.

Esse quadrado vai ser o dobro do outro. (A5)

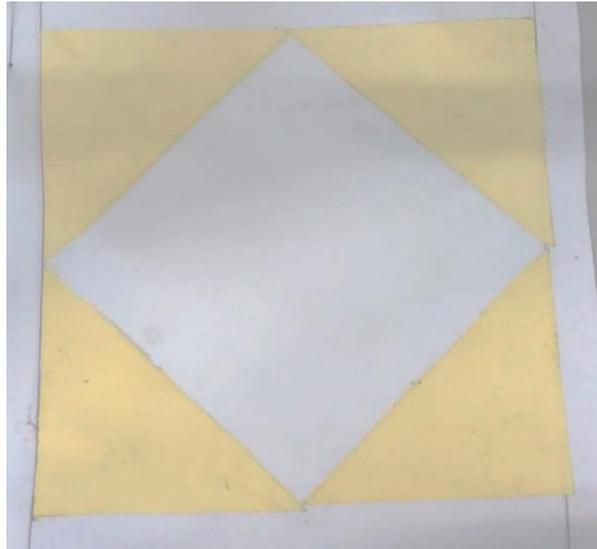
O novo quadrado vai ser o dobro. (A4)

Vamos ter um quadrado com o dobro do outro quadrado. (A13)

A oficina finalizou-se pedindo aos alunos que fizessem a duplicação do quadrado de papel que eles haviam recebido, utilizando os materiais que foram entregues. Nessa parte da atividade, nove alunos desenvolveram com sucesso e três deixaram a resposta em branco. Observamos que os alunos recortaram dois quadrados com mesma medida de área do quadrado

que receberam (confeccionado no papel cartão) e, em um deles fizeram cortes nas diagonais, formando assim 4 triângulos. Após esses recortes os alunos fizeram a junção desses triângulos com o quadrado obtendo, dessa forma, um quadrado de área duas vezes maior que o primeiro. O quadrado obtido foi colado em um espaço que o caderno disponibilizou, conforme podemos observar na figura 14.

Figura 14 - Resposta do aluno A6



Fonte: Arquivo Pessoal da

Diante das respostas obtidas nos cadernos temáticos e os relatos realizados pelos alunos, nesta oficina, os resultados foram satisfatórios, pois conseguimos perceber que com a introdução da história da matemática os alunos apresentaram uma afinidade maior pelo conteúdo, desenvolveram melhor seus conhecimentos e buscaram estratégias para a resolução do problema histórico.

No final das três oficinas percebemos que a ligação da história da matemática com resolução de problemas motivou os alunos para a realização das atividades. Não podemos afirmar que houve aprendizagem, pois o tempo e os instrumentos de pesquisa não nos permitiram chegar a essa conclusão e não era essa a nossa intenção. No entanto, percebemos que nossa proposta fez com que os alunos pensassem em estratégias para se chegar à solução dos problemas, promovendo, dessa forma, a utilização do pensamento matemático na busca pela compreensão dos conhecimentos.

3.4 A avaliação da proposta pelos alunos

A avaliação da intervenção foi realizada pelos alunos por meio do questionário de avaliação (Apêndice D) que continha sete questões. Esse questionário foi aplicado aos 16 alunos que participaram das oficinas e teve como objetivos avaliar as atividades propostas nas oficinas, detectar as dificuldades enfrentadas pelos alunos e verificar se os alunos já haviam trabalhado com a história da matemática em sala de aula.

A aplicação desse questionário foi feita após o término da última oficina e foi escolhido um dia para a realização do questionário avaliativo com todos os alunos. No momento da aplicação foram lidas e explicadas cada uma das questões para que não houvesse nenhuma dúvida nas suas avaliações.

A primeira questão perguntava aos alunos se eles já conheciam algum problema histórico. Nessa questão todos os alunos afirmaram que nunca tinham ouvido falar em problemas históricos e não conheciam nenhum dos problemas apresentados nas oficinas. Essa situação é mencionada por Mendes (2001, p. 19), quando afirma que “[...] as informações históricas raramente são utilizadas como elemento gerador da aprendizagem da matemática, quer seja na ação pedagógica do professor, quer seja nos livros adotados por ele”. Abaixo segue os relatos de dois alunos registrados no questionário.

Nunca ouvi falar. (A5)
Nenhum professor de matemática que tive falou sobre problemas históricos.(A11)

A segunda questão perguntava se o desenvolvimento das atividades com o auxílio da História da Matemática via problemas históricos havia trazido alguma contribuição para a aprendizagem. Se a resposta fosse positiva, a questão solicitava que os alunos relatassem quais contribuições. Nessa questão, dois alunos registraram que a proposta não trouxe nenhuma contribuição e quatorze afirmaram que houve contribuição na sua aprendizagem, conforme pode ser observado em alguns relatos a seguir.

Trouxe uma grande compreensão nos conteúdos da matemática para mim. (A7)
Aprendi bem mais o teorema de Pitágoras com a oficina. (A9)
Os problemas históricos me ajudaram a compreender melhor os conteúdos. (A10)
A história da matemática me levou a conhecer mais sobre os conteúdos, e eu aprendi mais com ela. (A5)

Diante do que foi relatado pelos alunos conseguimos perceber que a utilização de problemas históricos pode ajudá-los na aprendizagem dos conceitos matemáticos e levá-los a ter uma visão mais positiva em relação à disciplina, pois “[...] ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento (BRASIL, 1998, p. 42).

Na terceira questão os alunos foram questionados sobre quais os pontos eles destacariam como positivos e negativos nas atividades. Quinze responderam essa questão, destacando pontos positivos e negativos, e um a deixou em branco. Os pontos positivos destacados foram categorizados em: novas formas de aprendizagem (6 alunos), metodologia diferente (2 alunos) e conhecer o passado (7) alunos, conforme podemos observar nos relatos a seguir.

*Pontos positivos: aprender coisas novas e revisar o assunto da sala. (A1)
Os pontos positivos foi aprender de uma forma diferente e bem interessante. (A16)
Acho que o ponto mais positivo foi conhecer o passado dos conteúdos que a gente estuda. (A12)*

Os pontos negativos apontados pelos quinze alunos foram: leitura dos textos (8 alunos), interpretar as questões (6 alunos), pouco tempo (1 aluno) conforme os registros a seguir.

*Pontos negativos: ler todos os textos e entender eles. (A1)
Os pontos negativos da atividade foi entender os textos para responder as perguntas. (A16)
Fazer as atividades em pouco tempo. (A12)*

Durante todos os momentos de leitura nas oficinas vividos, foi possível observar a grande dificuldade que todos os alunos da turma possuíam com a leitura, muitos não apresentam só a dificuldade na leitura, mas também a falta de interesse por ela. Diante desse fato os alunos não conseguiram ter um bom aproveitamento em algumas atividades. Muitos podem ser os fatores para que essa dificuldade venha se agravar. Fonseca e Cardoso (2005, 0. 64) afirmam que “a dificuldade que os alunos encontram em ler e compreender textos de problemas está, entre outros fatores, ligada à ausência de um trabalho específico com o texto do problema [...]” (FONSECA; CARDOSO, 2005, p.64). Nesse sentido, o trabalho com os problemas históricos pode ajudar o professor a desenvolver um trabalho específico de leitura.

Na quarta questão, os alunos deveriam indicar qual o problema histórico que eles haviam mais gostado de conhecer e qual havia ajudado mais a compreender o conteúdo

matemático. Quinze alunos responderam essa questão: três responderam que gostaram mais do caso do bambu quebrado; oito gostaram mais dos problemas do papiro Rhind e da utilização da regra do falso; e quatro responderam que gostaram da duplicação do quadrado. A seguir será exposto alguns relatos registrados pelos alunos nesse questionamento.

O caso do bambu quebrado foi o melhor porque aprendi o teorema de Pitágoras. (A2)

O melhor foi o que duplicou o quadrado, foi muito divertido e aprendi a fórmula. (A8)

Aprendi mais com os problemas de Rhind achei muito interessante e importante o método do falso. (A15)

Durante o período das oficinas, foi possível observar que a oficina que os alunos apresentaram mais dificuldade foi a do caso do bambu quebrado. Os alunos não conseguiram associar o conteúdo já visto e tiveram muita dificuldade na interpretação das atividades. Acreditamos que esse pode ter sido o principal fator de ter sido destacado como problema que eles menos gostaram, e entendemos que os alunos podem ter perdido um pouco interesse da resolução do problema, por não compreender corretamente o que era pedido na atividade.

Na quinta questão os alunos foram questionados se houve algum problema histórico que dificultou o seu entendimento sobre o conteúdo matemático. Nessa questão, quatorze alunos responderam que nenhum problema histórico dificultou o entendimento dos conteúdos matemáticos, apontando, inclusive, que os problemas ajudaram no entendimento, conforme podemos observar no registro do aluno 1.

Não todos ajudaram muito para melhorar na aula de matemática. (A1)

Ainda na quinta questão, dois alunos responderam que o problema do bambu quebrado dificultou o entendimento, conforme podemos verificar em um dos registros, descrito a seguir:

O caso do bambu quebrado teve muito texto, aí acabou sendo bem complicado. (A8)

A sexta questão perguntava aos alunos se eles gostariam que o professor desse continuidade na sala de aula com atividades utilizando problemas históricos. Verificamos que quinze alunos responderam que gostariam o professor desse continuidade com atividades utilizando a história da Matemática via problemas históricos. As justificativas foram variadas e

compreenderam: a dinâmica das oficinas 5 alunos, aulas divertidas 7 alunos e aprendizagem matemática 4 alunos. A seguir serão apresentados alguns registros feitos nessa questão.

Gostaria muito que meu professor continuasse as aulas dele do jeito que foi as oficinas. (A1)

Eu queria muito que o professor levasse sempre problemas históricos para as aulas ficarem mais divertidas. (A6)

Ele deveria levar para que podessemos aprender mais matemática.(A9)

Esses registros nos fizeram refletir sobre o quanto a história da matemática pode ser um elemento de motivação para os alunos. Muitas vezes, os alunos não têm oportunidade de estudar a matemática de uma forma mais dinâmica e acabam tendo experiências de aulas repetitivas, baseadas no emprego mecânico de algoritmos. Quando o pensar matematicamente é incentivado, como foi feito nas oficinas, o interesse dos alunos pode aumentar e melhorar sua compreensão em determinado conteúdo, apesar de todas as dificuldades que eles podem apresentar. Mendes (2006. p.102-103) reflete sobre essa questão e defende que “É importante, portanto, (re)pensarmos uma forma de ensinar matemática concretamente, visando quebrar os esquemas tradicionais e oferecer aos estudantes informações que possam suprir suas necessidades e que os estimulem a investigação”.

Ainda na análise da sexta questão verificamos que um aluno afirmou que não gostaria que o professor desse continuidade a proposta, tendo em vista a dificuldade de leitura de textos, conforme podemos observar no registro abaixo.

Não gostaria que continuasse porque tem muito texto nos problemas.(A3)

De acordo com Fonseca e Cardoso (2005) a Matemática requer, assim como qualquer outra disciplina, o ato da leitura. Podemos destacar o quanto a leitura está ligada não só a matemática, mas a outras áreas de conhecimento. Por isso é importante estimular os alunos e trabalharmos na perspectiva da resolução de problemas.

Na sétima questão deixamos os alunos à vontade para que pudessem registrar suas avaliações com relação das aulas e ao trabalho da pesquisadora, destacando os pontos importantes, positivos e negativos, na proposta de ensino. Dos dezesseis alunos que responderam a questão, quinze responderam que gostaram do trabalho da pesquisadora e do método de ensino que foi levado para as oficinas, conforme podemos observar em alguns dos relatos a seguir:

Com as oficinas aprendi bastante e ajudou muito nos conteúdos, a melhor parte foi o quebra cabeça de Pitágoras. A professora explicou bem e foi bem divertido as oficinas. (A2)

A professora foi bem paciente e ajudou muito na apresentação dos problemas, gostei muito porque aprendi muita coisa nas oficinas. (A6)

A professora explicou muito bem todas oficinas e nos ajudou muito na compreensão dos problemas históricos. (A8)

As explicações da professora foram muito boas, e quando ela lia os textos para nos ajudar, melhorava muito a compreensão. (A16)

Apenas um aluno destacou ponto negativo nas oficinas, conforme o registro a seguir.

Tinha muito texto, e era chato ler e entender aqueles textos todos. (A3)

Um dos pontos que foi bem nítido em todos os momentos das oficinas foi a dificuldade na leitura. Os alunos não tinham prática de ler textos nas aulas de matemática e isso foi algo novo que despertou pontos positivos e negativos. Os alunos registraram nas avaliações que foram proveitosos os momentos, pois através dos textos eles conheceram mais sobre a matemática e a sua história. No entanto, destacaram que quando os textos eram lidos pela professora ficava mais fácil a compreensão.

Para Fossa (2008, p.9) a “História da Matemática terá alto poder motivador para alguns alunos, mas não para outros. Não podemos esperar que a história resolverá todos as nossas enfermidades pedagógicas, mas podemos esperar que nos ajudará a superar algumas delas”.

Diante de todas avaliações feitas pelos alunos acreditamos que os professores devem buscar métodos de ensino e não se limitar ao método tradicional, devendo sempre ir em busca de novos métodos que possam possibilitar aos alunos uma melhor compreensão e aprendizagem no ensino.

Diante do exposto, a proposta de ensino que integrou a História da Matemática à resolução de problemas, via problemas históricos, foi avaliada como positiva, pois proporcionou aos alunos uma nova forma de obter os conhecimentos matemáticos, realizando uma reflexão sobre eles.

Todos os momentos que foram proporcionados aos alunos e a pesquisadora foram únicos e levaram a obtenção de conhecimentos enriquecedores para a formação de ambos. Os alunos adquiriram o conhecimento matemático através de uma metodologia de ensino que eles não conheciam, e que despertou neles um novo olhar para as aulas e a disciplina de matemática.

Em meio a tantos acontecimentos durante a proposta, podemos destacar um novo olhar para a leitura nas aulas de matemática. Não sendo uma prática usada, foi criticada pelos próprios alunos na primeira oficina, mas logo após algumas descobertas com os textos matemáticos, eles começaram a gostar da prática e deixaram de criticar nas outras oficinas.

O professor tem um leque de possibilidades que podem ser levado para sala de aula no ensino da matemática e esse leque deve ser aproveitado da melhor forma, forma essa que possibilite um aprendizado significativo para os alunos, considerando todas as suas necessidades e limitações.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Essa pesquisa objetivou analisar uma proposta de intervenção que envolveu problemas históricos no ensino da matemática, estabelecendo uma relação entre a metodologia da resolução de problemas e a história da matemática. Essa proposta de intervenção foi desenvolvida no âmbito do projeto “Resolução de problemas históricos nas aulas de Matemática: uma proposta de pesquisa e intervenção”, vinculado ao Programa de Licenciatura – Prolicen, da Universidade Federal da Paraíba. Nesse projeto elaboramos três cadernos temáticos, abordando um problema histórico em cada um e desenvolvemos três oficinas com esse material. Após, avaliamos os resultados apresentados pelos alunos nas atividades realizadas nas oficinas, identificamos quais as dificuldades apresentadas pelos alunos na realização das atividades propostas nas oficinas e verificamos as potencialidades e limitações da proposta de ensino que contempla problemas históricos no ensino de Matemática.

Nossa questão de pesquisa procurou responder quais as potencialidades e limitações de uma proposta de ensino que alia a resolução de problemas e a história da matemática, via problemas históricos.

Nas observações feitas nos momentos das oficinas, nos registros das atividades realizadas pelos alunos e nas respostas obtidas pelos alunos no questionário de avaliação da proposta, chegamos a alguns resultados que serão apresentados a seguir.

1. Os alunos apresentam uma grande dificuldade na leitura e interpretação dos textos históricos apresentados nos cadernos temáticos. Dificuldades essas que também foram observadas na interpretação dos problemas históricos.
2. Os alunos não conseguiram resolver as atividades com os conhecimentos que já haviam estudado em sala de aula, tendo que ser feita sempre uma revisão de conteúdos.
3. Os alunos demonstraram motivação e entusiasmo na execução das atividades propostas em todas as oficinas que foram ministradas. Fato que é confirmado com a afirmação de quinze dos dezesseis alunos que participaram da pesquisa de que gostariam que o trabalho com os problemas históricos continuasse a ser desenvolvido em sala de aula.
4. O problema que teve mais sucesso em sua resolução envolveu conceitos relacionados à aritmética e à álgebra.
5. Os alunos apresentaram dificuldade em interpretar um problema matemático por meio de uma representação geométrica.

6. Os problemas históricos aliam a história da matemática e a resolução de problemas podem ser explorados com a utilização de outros recursos, a exemplo de materiais manipuláveis, como o quebra-cabeça ou o uso de vídeos.

Diante do exposto, concluímos que a proposta de utilização dos problemas históricos nas aulas de matemática tem como potencialidades: promover o interesse dos alunos para o estudo dos conteúdos matemáticos, estimulando os alunos a participar e ter uma postura mais ativa nas aulas de matemática; estimular o pensar matematicamente, por meio de questionamentos e diálogos promovidos na busca da solução dos problemas históricos; e integrar a história da matemática, a resolução de problemas e outros recursos como, por exemplo, os materiais manipuláveis e os vídeos didáticos.

No entanto algumas limitações foram verificadas na análise da proposta: a dificuldade dos alunos na leitura de textos informativos sobre a história da matemática e na interpretação dos problemas históricos; o pouco conhecimento acumulado dos alunos, o que dificulta, muitas vezes, a aplicação de conhecimentos matemáticos na resolução dos problemas, sem uma revisão de conteúdos feita previamente; e o tempo maior destinado a esse tipo de atividade, em relação a atividades mais tradicionais, como exercícios de aplicação de algoritmos.

Nesse sentido, consideramos que a experiência envolvendo problemas históricos foi positiva, tanto na avaliação da pesquisadora, quanto na avaliação dos alunos, tendo em vista que fez com que os alunos pudessem perceber a aplicação da matemática em situações antigas e melhorar a compreensão de alguns conteúdos abordados na intervenção, apesar de todas as dificuldades que eles apresentaram. Assim, consideramos ser válida a exploração de problemas históricos nas aulas de matemática, desde que haja um comprometimento e interesse tanto do professor, quanto dos alunos.

No entanto, enfatizamos que, como qualquer possibilidade metodológica, a história da matemática também tem suas limitações e cabe ao professor, a partir do conhecimento de seus alunos e do contexto em que está inserido, avaliar e planejar suas aulas utilizando esse recurso em momentos apropriados que levam a situações de aprendizagem matemática.

Por fim, registramos que a experiência desenvolvida com essa pesquisa nos oportunizou realizar uma reflexão de como a história da matemática pode ser trabalhada em sala de aula, para que se consiga despertar nos alunos um interesse e motivação para o estudo dessa disciplina e que a escolha metodológica feita pelo professor pode ser um dos responsáveis pelo aprendizado matemático dos alunos, quando permite que os alunos interajam, tenham uma postura mais ativa e sejam seres pensantes.

Finalizamos esse trabalho com o desejo de que os futuros professores possam refletir e utilizar esse tipo de proposta de ensino nas aulas matemática com o objetivo de desenvolver novos conhecimentos com seus alunos, pois consideramos que obtivemos um bom resultado em nossa experiência, fato evidenciado nas falas dos alunos durante o desenvolvimento das oficinas e na avaliação da proposta de ensino.

REFERÊNCIAS

- ÁVILA, M.G. **História da Matemática e Resolução de Problemas: uma aliança possível**. 2004. 185f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática), Universidade Luterana do Brasil, Canoas.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- DANTE, L. R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. 2. ed. São Paulo: Ática, 1998.
- EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Campinas: Editora da Unicamp, 2004.
- FONSECA, M C. F. R.; CARDOSO, C de A. Educação matemática e letramento: textos para ensinar matemática, matemática para ler texto. In: NACARATO, A. M.; LOPES, C. E. (org). **Escritas e Leituras na Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. p.63-76.
- FOSSA, J. A. Matemática, História e Compreensão. **Revista Cocar**, Belém, v. 2, n. 4, p. 7-15, jul./dez, 2008.
- GIL, A.C. **Como elaborar projetos de pesquisa**, 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.
- GREHARDT, T. E; SILVEIRA, D. T. **Métodos de pesquisa**. Porto Alegre, RS, 2009. Disponível em: < <http://www.ufrgs.br/cursopgdr/downloadsSerie/derad005.pdf> >. Acesso em: 10 abr. 2019.
- GROENWALD, C. L. O. A Matemática e o desenvolvimento do raciocínio lógico. **Educação matemática em Revista**, Canoas, v.1, n.10, p.23-30, dez. 2009.
- MARCONI, M. de A.; LAKATOS, E. M. **Técnicas de Pesquisa**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2006.
- MENDES, I. A. A investigação histórica como agente da cognição matemática na sala de aula. In: MENDES, I. A; FOSSA, J. A; VALDÉS, J. N. (org.). **A história como agente de cognição na Educação Matemática**. Porto Alegre: Editora Sulina, 2006b.
- MENDES, I. A. **O uso da História no ensino da Matemática: reflexões teóricas e experiências**. Belém: EDUEPA, 2010.
- MENDES, I. A. **Ensino da matemática por atividades: uma aliança entre o construtivismo e a história da matemática**. 207p. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Programa de Pós-Graduação em Educação. Natal (RN), 2001.
- MIGUEL, A. As potencialidades pedagógicas da história da matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores. **Zetetike**, v. 5, n. 8, p. 73-105. 1997.

ONUCHIC, L. de La R. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

PIROLA, N. A. **Solução de Problemas Geométricos: dificuldades e perspectivas**. 2000. 245f. Tese (Doutorado), Universidade Estadual de Campinas Faculdade de Educação, Bauru.

PROENÇA, W.L. O Método da Observação Participante: Contribuições e aplicabilidade para pesquisas no campo religioso brasileiro. Revista aulas, n.2, abril.2007. Disponível em: www.unicamp.br/~aulas/Conjunto%20III/4_23.pdf. Acesso em: 16 maio. 2019.

POZO, J, I.; et al. **A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender**. Porto Alegre, 1998.

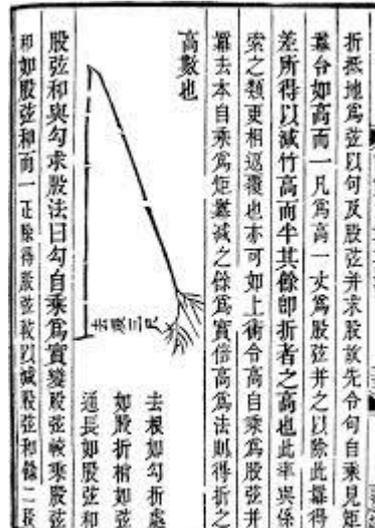
SIMÕES, K. R. G. **Jogando, Resolvendo Problemas e Aprendendo**. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/361-4.pdf> >. Acesso em: 10 abr. 2019.

APÊNDICE A: 1º caderno temático



UFPB – CCAE - DCX CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Resolvendo problemas históricos: O caso do bambu quebrado



Equipe:

Mariana de Macedo Vidal
 Cristiane Borges Angelo (Orientadora)

Conhecendo o caso do bambu quebrado

O caso do bambu quebrado é um dos problemas que marcam um período, ele aparece no livro que mais influenciou a Matemática chinesa: o Jiu Zhang Suan Shu, “Os Nove capítulos sobre a Arte da Matemática”. A versão mais conhecida desta obra é do século II a.C, porém sabe-se que alguns resultados da Matemática chinesa datam do ano 1100 a.C.

Figura 1: Bambu quebrado



A obra é uma compilação de 246 problemas práticos, dentre eles aparecem equações com duas ou mais incógnitas e nos capítulos finais, apresenta as propriedades dos triângulos retângulos, incluindo o teorema “Gou-Gu”, conhecido no Ocidente como Teorema de Pitágoras (PERERO, 1994; BOYER, 1997).

Fonte: <https://www.google.com/search?q=bambu+quebrado&source=lnms&tbn=isch&sa=X&ved=0ahUKEwiludPVut>

Na obra, o problema do bambu quebrado é o seguinte: “Um talo de bambu tem 10 “chi” de altura. Havendo quebrado o talo, seu topo toca o solo a 3 “chi” de distância da base do talo. Qual a altura da parte que ficou em pé?”. Na década de 1980 foi oficializado o uso do Sistema Internacional de Unidades na China, mas seus habitantes continuam usando seu sistema local em diferentes situações da vida cotidiana. A utilização é muito frequente, sobretudo em zonas rurais e nos mercados. As unidades de referência do sistema chinês são: Comprimento: *chi*, Área: *lí*, Massa: *jin*, Volume: *sheng*

Estas medidas tradicionais foram padronizadas para facilitar sua conversão ao sistema métrico decimal. As equivalências ficaram como se mostra na tabela a seguir:

MEDIDA SISTEMA MÉTRICO DECIMAL	MEDIDAS CHINESA
1 metro	3 chi
1 quilograma	2 jin
1 litro	1 sheng
1 quilômetro quadrado	4 lí quadrados

Havendo quebrado o talo, seu topo toca o solo a 3 “chi” de distância da base do talo. Qual a altura da parte que ficou em pé?”.

Como podemos resolver esse problema histórico? Registre sua solução no quadro a seguir

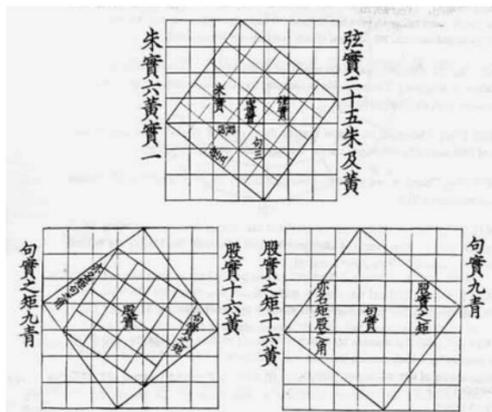
Conhecendo Pitágoras e o seu Teorema

Figura 2: Pitágoras



Fonte: <https://www.google.com.br/search?q=Pit%C3%A1goras&source=lnms&tbn=isch&sa=X>

referências de autores que viveram séculos depois. Por este motivo, Pitágoras é ainda uma personagem obscura na história matemática e, para dificultar ainda mais as coisas, a sua escola além de ser secreta era comunitária, ou seja, todos os conhecimentos e descobertas eram comuns, pertenciam a todos. Assim não há hipóteses de saber se realmente foi Pitágoras quem descobriu o teorema que leva o seu nome, pois na época era muito comum dar todo o crédito de uma descoberta ao seu mestre.



Fonte: <https://br.portalprofes.com/marcosrendak/blog/teorema-de-pitagoras>

deles era o "Gou Gu", o equivalente chinês do Teorema de Pitágoras que se vê na Figura 5 (LIMA et al., 2006).

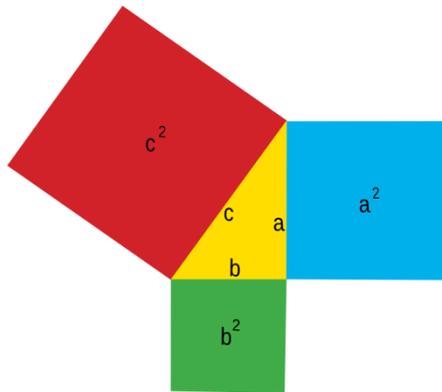
Pitágoras (c.569 - c.480 a.C.) nasceu na ilha de Samos, perto de Mileto onde 50 anos antes tinha nascido Tales. Foi a partir das ideias desses dois grandes personagens que a Matemática se inicia como ciência e pôde se desenvolver enormemente nos séculos seguintes.

Pitágoras viajou bastante. Esteve no Egito e na Babilônia (Suspeita-se que tenha ido até a Índia) onde conseguiu os conhecimentos matemáticos e as ideias religiosas de cada região. Voltando ao mundo grego, fundou em Crotona (Sudeste da Itália de hoje) uma escola, que na verdade era uma sociedade secreta dedicada ao estudo da matemática e filosofia, principalmente. Como m perdidos, o que se sabe sobre o assunto veio de

Há também um manuscrito chinês, datando de mais de mil anos antes de Cristo, onde se encontra a seguinte afirmação: "Tome o quadrado do primeiro lado e o quadrado do segundo e os some; a raiz quadrada dessa soma é a hipotenusa". Outros documentos antigos mostram que na Índia, bem antes da era Cristã, sabia-se que os triângulos de lados 3, 4 e 5 ou 5, 12, 13 ou 12, 35, 37 são retângulos (LIMA, 1991).

600 anos antes de Pitágoras, o Teorema que leva seu nome já era conhecido na China. Um famoso livro chinês, o Zhoubi Suanjing do século 3 a.C. reuniu 246 problemas muito antigos, onde um

ATIVIDADE 1- Enunciando e demonstrando o Teorema de Pitágoras



"Em qualquer triângulo retângulo, a área do quadrado cujo lado é a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados que têm como lados cada um dos catetos."

Se a é a medida da hipotenusa, e se b e c são as medidas dos catetos, o enunciado do Teorema de Pitágoras equivale a afirmar que: $a^2=b^2+c^2$. Dado um triângulo retângulo de hipotenusa a e catetos b e c , considere o quadrado cujo lado é $b + c$. Na figura da esquerda, retiramos do quadrado de lado $b + c$ quatro triângulos iguais ao dado, restando um quadrado de lado a . Na figura da direita, retiramos também do quadrado de lado $b + c$ os quatro triângulos iguais ao dado, restando

um quadrado de lado b e um quadrado de lado c . Logo a área do quadrado de lado a é igual a soma das áreas dos quadrados cujos lados medem b e c

Pode ser esta a simples e formidável demonstração que Pitágoras e seus seguidores imaginaram.

Da semelhança de triângulos AHC e ABC temos $b^2=am$ e da semelhança dos triângulos AHB e ABC temos $c^2= an$. Somando essas duas relações membro a membro, encontramos:

$$b^2+c^2= am + an = a(m+n) = a \cdot a =a^2$$

Encontramos frequentemente este tipo de demonstrações nas escolas, pois além de ser uma interessante demonstração do Teorema de Pitágoras, ela inscita o desenvolvimento das relações importantes do triângulo retângulo. Além das duas que encontramos no início da demonstração, conseguimos obter também $bc = ah$, que também se interpreta com conceito de área, e $h^2= mn$ que nos mostra o fato importante de que a altura é a média geométrica entre as projeções dos catetos sobre a hipotenusa.

Demonstrando com Quebra-cabeça

Atividade

Vamos construir juntos, a demonstração do Teorema de Pitágoras, utilizando o quebra-cabeça em anexo.

1. Utilize as peças que você recebeu para preencher o interior dos dois quadrados menores, como num quebra-cabeça.
2. Agora, usando todas as peças você consegue montar o quadrado maior? Faça o mesmo com os quebra-cabeças 1, 2, 3 e 4.

Vamos Praticar!

1. Agora que você conheceu o teorema de pitagoras é possível solucionar o caso do bambu quebrado utilizando esse teorema?

2. Você consegue explicar como esse problema foi resolvido antes de se conhecer a demonstração do teorema de Pitagoras?

3. Você conhece outra forma matemática de se chegar a solução do problema do bambu quebrado?

Utilizando os conhecimentos adquiridos resolva a questão proposta abaixo:

- Agora que você já conhece e já sabe como aplicar o teorema solucione o caso do bambu quebrado; “Um talo de bambu tem 10 “chi” de altura. Havendo quebrado o talo, seu topo toca o solo a 3 “chi” de distância da base do talo. Qual a altura da parte que ficou em pé?”

Referências

SILVA, L. O. **Atividades Lúdicas no Ensino do Teorema de Pitágoras**. 2016. 107f. Dissertação (Mestrado em Matemática) Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes.

APÊNDICE B: 2º caderno temático: Problema do Papiro de RHIND

**UFPB – CCAE - DCX
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

Resolvendo problemas históricos: Problema do Papiro de RHIND

Equipe:
Mariana de Macedo Vidal
Cristiane Borges Angelo (Orientadora)

Conhecendo o Papiro Rhind

O Papiro Rhind, ou Papiro de Ahmes, foi adquirido em 1858 por um antiquário escocês de nome Alexander Henry Rhind. Um documento egípcio de cerca de 1650 a.C que apresenta a solução de 85 problemas de aritmética, frações, cálculo de áreas, volumes, progressões, repartições proporcionais, regra de três simples, equações lineares, trigonometria básica e geometria

O papiro de Rhind é um longo papiro de origem egípcia datado de cerca de 1650 a.C. Tem aproximadamente 5,5 m de comprimento e 0,32 m de largura. Contém 85 problemas ligados à Aritmética e à Geometria, com as respectivas soluções. Estes problemas são, na sua maioria, problemas ligados ao quotidiano da época tais como o problema que consiste em descobrir qual o número cuja soma com o seu sétimo é 24. Procuravam apresentar métodos e fórmulas que permitissem resolver assuntos que surgiam diariamente, tais como o preço do pão, a armazenagem de grãos de trigo, a alimentação do gado, etc.



Conhecendo a Regra do Falso Posição

Vamos conhecer a Regra do Falso Posição e ver a importância que os povos do Egito Antigo tiveram na construção da Matemática? Para isso, convido você a assistir o Vídeo “História da Matemática Regra do Falso”, disponível no site: <https://www.youtube.com/watch?v=Sd21qfecdis>

Enquanto você assiste ao vídeo, faça uma lista destacando as ideias apresentadas:

- * As mais curiosas;
- * As mais úteis e interessantes;
- * As que deixaram pontos obscuros e dúvidas;

Agora que você já assistiu o vídeo, que tal conversarmos um pouco sobre ele? Algumas questões para te ajudar a refletir seguem abaixo:

- 1) O que trata o Papiro de Rhind?
- 2) Do que é constituído e quais conteúdos são abordados no Papiro de Rhind?
- 3) O que o vídeo nos mostra em relação à álgebra?
- 4) O que o vídeo aborda sobre a geometria?
- 5) Como era o método da Regra do Falso Posição

A REGRA DO FALSO



A nossa história tem origem num dos documentos matemáticos mais antigos conhecidos pela raça humana – **O Papiro de Rhind**.

O Papiro de Rhind, ou Papiro de Ahmes, foi adquirido em 1858 por um antiquário escocês de nome Alexander Henry Rhind. Trata-se de uma coletânea com 87 problemas matemáticos copiados pelo escriba egípcio Ahmes, por volta de 1650 a.C.



Publicado por Prof. M. André (un. M. B. Horizonte) - Revisado em 04/04/2016 em <http://demonstracoes.blogspot.com.br>

A regra da falsa posição há aproximadamente 3 600 anos o faraó do Egito tinha um súdito cujo nome chegou até os nossos dias: Aahmesu. Cuj nome significa “filho da lua”, era uma pessoa muito simples, provavelmente um escriba. Atualmente ele é conhecido com nome de Ahmes, autor do Papiro Ahmes, mais famoso como Papiro de Rhind.

A regra consiste na escolha de um número, denominado como valor falso, preferencialmente um número que venha a facilitar os cálculos, para por meio da proporção, ser disposta através de uma regra de três simples, e assim, determinarmos o seu valor verdadeiro. Segundo Guelli (2005, p.8 – 9), essa demonstração seria: Um montão, sua metade, seus dois terços, todos juntos são 26. Digam-me: Qual é a quantidade?

- Inicialmente, atribuíam ao montão um valor falso, por exemplo, 18:

$$18 + 1/2 \cdot 18 + 2/3 \cdot 18 = 18 + 9 + 12 = 39.$$

- Os valores falsos (18 e 39) eram então usados para montar uma regra de três simples com os elementos do problema:

Quadro 1: Parte da resolução do problema – equação do 1º grau

Valor falso	Valor verdadeiro
18	Montão
39	26

$$\frac{18}{39} = \frac{\text{montão}}{26} \Rightarrow \text{montão} \cdot 39 = 18 \cdot 26 \Rightarrow \text{montão} = \frac{468}{39} \Rightarrow \text{montão} = 12.$$

Vamos Praticar!

Resolva os problemas abaixo, utilizando o método da falsa posição.

1. Um montão, sua metade, seus dois terços, todos juntos são 26. Digam-me: Qual é a quantidade?

2. Observe o famoso quebra-cabeça hindu do século VII:

Um colar se rompeu quando brincavam dois namorados, Uma fileira de pérola escapou, a sexta parte no solo caiu, a quinta parte na cama ficou, um terço pela jovem se salvou, a décima parte o namorado recolheu e com seis pérolas o colar ficou.

Agora diga-me, quantas pérolas tinham o colar dos namorados.

3. De uma quantidade de moedas que tenho, foram perdidas uma terça parte, restando apenas 14. Quantas moedas tinham antes de perdê-las?

4. Um número somado com sua metade é igual a 45. Qual é esse número?

ATIVIDADE 1- Enunciando e demonstrando a equação do 1º grau.

As equações de primeiro grau são sentenças matemáticas que estabelecem relações de igualdade entre termos conhecidos e desconhecidos, representadas sob a forma: $ax+b = 0$. Sendo a e b números reais, sendo a um valor diferente de zero ($a \neq 0$) e x representa o valor desconhecido. O valor desconhecido é chamado de incógnita que significa "termo a determinar". As equações do 1º grau podem apresentar uma ou mais incógnitas. As incógnitas são expressas por uma letra qualquer, sendo que as mais utilizadas são x , y , z . Nas equações do primeiro grau, o expoente das incógnitas é sempre igual a 1.

O objetivo de resolver uma equação de primeiro grau é descobrir o valor desconhecido, ou seja, encontrar o valor da incógnita que torna a igualdade verdadeira. Para isso, deve-se isolar os elementos desconhecidos em um dos lados do sinal de igual e os valores constantes do outro lado. Contudo, é importante observar que a mudança de posição desses elementos deve ser feita de forma que a igualdade continue sendo verdadeira.

Quando um termo da equação mudar de lado do sinal de igual, devemos inverter a operação. Assim, se tiver multiplicando, passará dividindo, se tiver somando, passará subtraindo e vice-versa.

- **Exemplo 1:** Qual o valor da incógnita x que torna a igualdade $8x - 3 = 5$ verdadeira?

Para resolver a equação, devemos isolar o x . Para isso, vamos primeiro passar o 3 para o outro lado do sinal de igual. Como ele está subtraindo, passará somando. Assim:

$$8x = 5 + 3$$

$$8x = 8$$

Agora podemos passar o 8, que está multiplicando o x, para o outro lado dividindo:

$$x = 8/8$$

$$x = 1$$

Agora que você conheceu o método do falso, e relembrou um assunto já visto, que foi equação do 1º grau responda as seguintes questões:

- O método do falso e as equações do 1º grau tem algo em comum? Se você acha que sim, registre abaixo:

- Será que é possível resolver as questões anteriores que foram resolvidos pelo método do falso usando equação do primeiro grau? Se sim resolva as questões 1 e 2.

Referências

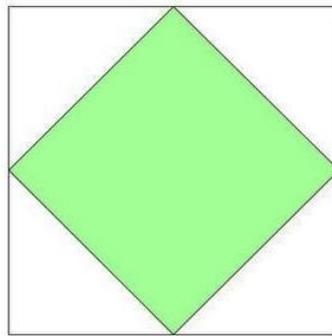
ROCHA.C. J. P. **A História da Matemática e Equações do 1º Grau:** Uma Experiência de Ensino com a Regra da Falsa Posição, 2016. 54p. Monografia (Licenciatura em Matemática), Universidade Federal da Paraíba. João Pessoa.

SAMPAIO, J.C.V. **O Ensino da Álgebra Elementar Através de sua História.** Disponível em: <<https://www.dm.ufscar.br/profs/sampaio/eq123graus.PDF>> Acesso em 11 de Outubro de 2018.

GUELLI, O. A Regra da Falsa Posição. Revista do Professor de Matemática. n. 15, [s/ano]. Disponível em: < <http://www.rpm.org.br/cdrpm/15/4.htm> > Acesso em 11 de outubro de 2018.

APÊNDICE C: 3º caderno temático

UFPB – CCAE - DCX
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
ROLICEN – PROGRAMA DE LICENCIATURA 2018

Resolvendo problemas históricos: A Duplicação do quadrado

Equipe:
Mariana de Macedo Vidal
Cristiane Borges Ângelo (Orientadora)

Conhecendo a história da duplicação do quadrado



Fonte: <https://aventurasnahistoria.uol.com.br/noticias/antiguidade/contra-a-democracia-a-morte-de-socrates>.

Sócrates era um filósofo grego, que viveu entre 469 a 399 a.C. Sócrates fundou o que conhecemos hoje por filosofia ocidental. Foi influenciado pelo conhecimento de outro importante filósofo grego: Anaxágoras. Seus primeiros estudos e pensamentos discorrem sobre a essência da natureza da alma humana.

Sócrates era considerado pelos seus contemporâneos um dos homens mais sábios e inteligentes. Em seus pensamentos, demonstra uma necessidade grande de levar o conhecimento para os cidadãos gregos. Seu método de transmissão de conhecimentos e sabedoria era o

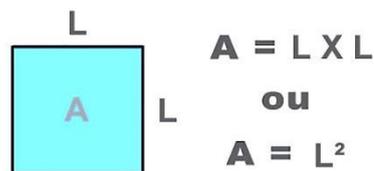
diálogo. Através da palavra, o filósofo tentava levar o conhecimento sobre as coisas do mundo e do ser humano.

A história adaptada de Sócrates e o menino escravo.

Um certo dia, o filósofo estava conversando com seu amigo Teetetos e resolveu mostrar como um menino poderia aprender uma coisa nova. Ele chamou um menino e perguntou se ele conhecia o quadrado.

Ele então entregou um quadrado para o menino. Em seguida, perguntou ao garoto qual era a área daquele quadrado. O menino sabia como encontrar a área do quadrado. Ele então, lançou o seguinte desafio para o menino: Eu quero que você encontre o lado do quadrado que tem o dobro da área do quadrado que eu te dei. O menino, com a ajuda de Sócrates, resolveu o desafio.

A Duplicação do quadrado



Um quadrado possui todos os lados iguais e é uma figura plana, mas esta forma geométrica deve ter todos os seus ângulos iguais a 90° para podermos calcular exatamente qual o espaço que ele ocupa em uma determinada área.

Para calcular a área de um quadrado, basta elevar ao quadrado a medida de um dos lados, ou seja,

$$A = L^2$$

A = Área

L^2 = Lado (Elevado ao quadrado- O número vezes ele mesmo)

Exemplo 1

O lado de um quadrado mede 8 cm. Agora calcule sua área.

$$A = L^2$$

$$A = 8^2$$

$$A = 64 \text{ cm}$$

A área desse quadrado será de 64cm.

Agora responda;

- Quanto vale os lados do quadrado que você recebeu?

- Quanto vale a área desse quadrado?

ATIVIDADE 1- Agora é a sua vez de duplicar o quadrado

1. Será que é possível resolver o problema da duplicação do quadrado utilizando apenas o quadrado que vocês receberam?

2. Quanto de papel vocês precisam a mais?

3. Qual figura nos ajudaria a resolver o problema?

4. Esse novo quadrado é o que do quadrado anterior?

5. Agora que você conseguiu duplicar o quadrado cole o quadrado obtido na folha de rascunho no final do caderno e escreva uma frase relacionando ao lado do novo quadrado com a diagonal do quadrado.

Referências

SANTOS, E. S. C ; MUNIZ, C. A; GASPAR, M T. J. **A construção do conceito de área a partir de atividades fundamentais na história da matemática.** São Paulo: Livraria da física, 2015.

APÊNDICE D: Questionário avaliativo

Caro(a) Aluno(a),

Estamos realizando uma pesquisa intitulada “História da Matemática e Resolução de Problemas: uma proposta de intervenção com problemas históricos”, que tem como objetivo geral analisar uma proposta de intervenção em formato de oficinas que envolveu problemas históricos no ensino da matemática, desenvolvida em uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental do Programa Novo Mais Educação, de uma escola pública da rede estadual do município de Mamanguape- PB. Nessa perspectiva, ao longo de duas semanas trabalhamos juntos atividades envolvendo problemas históricos de Matemática. Para finalizar, solicitamos a sua colaboração ao responder as questões do questionário abaixo. Esse questionário é de cunho acadêmico e servirá como instrumento de pesquisa para o nosso trabalho de conclusão de curso, que está sendo orientado pela Prof. Dra. Cristiane Borges Angelo.

I. IDENTIFICAÇÃO

1. Nome Completo: _____
2. Idade: _____
3. Sexo: Masculino () Feminino ()

II. SOBRE O TEMA DE PESQUISA

1. Antes de trabalharmos juntos nossa proposta com o uso de problemas históricos você já tinha ouvido falar ou conhecia algum problema dessa natureza? Se sim, indique qual:

2. O desenvolvimento das atividades com o auxílio da História da Matemática via problemas históricos trouxe alguma contribuição para a sua aprendizagem? Caso afirmativo, qual(is) contribuição(ões)?

3. Quais os pontos você destacaria como positivos nas atividades? E quais pontos você destacaria como negativos? Justifique.

4. Qual o problema histórico você mais gostou de conhecer e qual lhe ajudou mais a compreender o conteúdo matemático? Justifique sua resposta.

5. Teve algum problema histórico que dificultou o seu entendimento sobre o conteúdo matemático? Se sim, indique o problema e explique porque você teve dificuldades.

6. Você(s) gostaria que o professor desse continuidade na sala de aula com atividades utilizando a história da Matemática via problemas históricos? Justifique.

7. Nessa questão, fique à vontade para registrar a sua avaliação das aulas e do trabalho da professora, destacando os pontos positivos e negativos.
