UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Petrônio Fernandes da Silva

Dificuldades encontradas na resolução de problemas envolvendo equações do 1º grau: uma análise dos erros de uma turma do 8º ano.

Rio Tinto – PB
2019

Petrônio Fernandes da Silva

Dificuldades encontradas na resolução de problemas envolvendo equações do 1º grau: uma análise dos erros de uma turma do 8º ano.

Trabalho Monográfico apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof. Dra. Graciana Ferreira Dias

Rio Tinto – PB
2019

Catalogação na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

S586d Silva, Petronio Fernandes da.
Dificuldades encontradas na resolução de equações do 1° grau : uma análise dos erros de uma turma do 8° ano / Petronio Fernandes da Silva. - Rio Tinto, 2019.
55 f. : il.

Orientação: Graciana Ferreira Dias.
Monografia (Graduação) - UFPB/CCAE.

1. Análise de Erros. 2. Equação do 1° Grau. 3. Resolução de Problemas. 4. Educação Matemática. I. Dias, Graciana Ferreira. II. Título.

UFPB/BC

Petrônio Fernandes da Silva

Dificuldades encontradas na resolução de problemas envolvendo equações do 1º grau: uma análise dos erros de uma turma do 8º ano.

Trabalho Monográfico apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador(a): Prof. Dra. Graciana Ferreira Dias

Aprovado em: 06 / 03 / 2019

BANCA EXAMINADORA

Graciana Ferreira Dias

Prof. Dra. Graciana Ferreira Dias – UFPB/DCE

Prof. Me. Givaldo de Lima – UFPB/DCE

Regina Coelly Mendes da Silva

Prof. Ma. Regina Coelly Mendes da Silva – UFPB/DCE

Aos meus pais, que sempre apoiaram e incentivaram o meu aprendizado. A minha família, pelo apoio geral. Aos meus amigos, que contribuíram para esta conquista.

AGRADECIMENTOS

À Deus, por minha vida, e por sempre estar comigo em todos os momentos, me dando forças para continuar e prosseguir na caminhada.

Aos meus pais, Pedro Fernandes da Silva e Rosa Maria Cardoso da Silva, que sempre me apoiaram, por todo esforço que fizeram pela a minha aprendizagem e de meus irmãos, por todos os ensinamentos e por tudo que sou hoje.

Aos meus irmãos Pedro e Paulo, a minha noiva Cecília e aos amigos, Carlos, Anderson, Adelson, Júnior, Érica e aos colegas da turma 2013.2, que se transformaram em amigos: Gilson, Suzana, Diego e Tiago, pelas trocas de experiências, pelo convívio, pelas alegrias e incertezas, por todos esses momentos vividos juntos e partilhados.

A minha orientadora, pelo estímulo e colaboração nessa trajetória, sempre me motivando a dar o melhor.

Por fim, agradeço a todos os professores que me acompanharam durante todo o curso, contribuindo para o meu desenvolvimento, aprendizado e crescimento profissional.

“Consagre ao Senhor tudo o que você faz, e os seus planos serão bem-sucedidos”.

(Provérbios 16:3)

RESUMO

Esta pesquisa tem como objetivo analisar as dificuldades e erros dos alunos do 8º ano, com relação à resolução de equações do 1º grau. Para embasar nossa pesquisa, nos apoiamos nos estudos de Coxford e Shulte (1995) e Pinto (2009) com relação à análise de erros em álgebra; Ponte, Branco e Matos (2000), Lins e Gimenez (1997), BNCC (2018) e PCN (1998) com relação ao ensino de álgebra. A pesquisa foi desenvolvida com 14 (quatorze) discentes de uma turma em uma escola pública do município de Araçagi-PB. A metodologia da pesquisa caracteriza-se como um estudo de caso, de abordagem qualitativa e natureza exploratória, cujo instrumento de coleta de dados utilizado foi um questionário diagnóstico aplicado aos discentes. Como proposta final, foi elaborada uma sequência didática, composta por situações-problema e fichas temáticas, objetivando amenizar as dificuldades encontradas por alunos com relação ao conteúdo de equações do 1º grau.

A pesquisa mostrou que as dificuldades dos alunos participantes estão relacionadas com a complexidade das expressões envolvidas nos dois membros da equação, principalmente nas que envolvem o uso de parênteses. Outros erros comuns estão relacionados à erros aritméticos, algébricos, e na utilização da propriedade distributiva da multiplicação. Esses erros também foram identificados nos trabalhos de Barbeiro (2002) e Ponte, Branco e Matos (2009). Na resolução de problemas, os alunos encontraram dificuldade na interpretação dos enunciados, e tendem a utilizar estratégias aritméticas, por não conseguirem passar o enunciado da linguagem natural para a linguagem algébrica por meio de uma equação do 1º grau.

As inferências geradas nesta pesquisa possibilitam ao professor da Educação Básica subsídios para a construção de novas práticas, visando a efetiva aprendizagem em Álgebra por meio da análise das dificuldades e erros dos seus alunos.

Palavras-chave: Análise de Erros. Álgebra. Equação do 1º Grau. Resolução de Problemas. Educação Matemática.

ABSTRACT

This research aims to analyze the difficulties and errors of 8th-grade students, in relation to the resolution of equations of the 1st degree.
To support our research, we rely on studies by Coxford and Schulte (1995) and Pinto (2000) regarding the analysis of errors, Ponte, Branco, and Matos (2009), Lins and Gimenez (1997), BNCC (2018) and PCN (1998) regarding algebra teaching.
The research was developed with 14 (fourteen) students of a class in a public school in the municipality of ARAÇAGI-PB. The research methodology is characterized as a case study, qualitative approach and exploratory nature, whose instrument of data collection was a diagnostic questionnaire applied to students.
As a final proposal, a didactic sequence was elaborated, composed of problem situations and thematic fiches, aiming to soften the difficulties encountered by students with respect to the content of equations of the first degree.
The research showed that the difficulties of the participating students are related to the complexity of the expressions involved in the two members of the equation, especially those involving the use of parentheses. Other common errors are related to arithmetic, algebraic errors and the use of the distributive property of multiplication. These errors were also identified in the works of Barbeiro (2002) and Ponte, Branco and Matos (2009). In solving problems, students found difficulty in the interpreting of the statements and tend to use arithmetic strategies because they could not pass the statement from natural language to algebraic language by means of a first-degree equation.
The inferences generated in this research allow the teacher of Basic Education, subsidies for the construction of new practices, aiming at effective learning in Algebra through the analysis of the difficulties and errors of their students.

Keywords: Error analysis. Algebra. Equation of the 1st Degree. Troubleshooting. Mathematics Education.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Resposta da aluna A.....31
Figura 2: Resposta da aluna B.....31
Figura 3: Resposta do aluno C.....31
Figura 4: Equações contidas no questionário.....32
Figura 5: Resolução do aluno A.....33
Figura 6: Resolução do aluno B.....33
Figura 7: Resolução da aluna C.....34
Figura 8: Resolução do aluno D.....34
Figura 9: Resolução da aluna D.....35
Figura 10: Resolução do aluno E.....35
Figura 11:Problema 1.....36
Figura 12: Resolução do aluno F.....36
Figura 13: Resolução da aluna E.....37
Figura 14:Problema 2.....37
Figura 15: Resolução da aluna F.....38
Figura 16: Resolução do aluno G.....38
Figura 17: Problema 3.....39
Figura 18: Resolução da aluna G.....39

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Erros e dificuldades dos alunos na resolução de equações do 1º grau.....27

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Idade dos alunos.....30

Gráfico 2: Equação do 1º grau na disciplina de matemática.....32

LISTA DE ABREVIATURAS /SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
PB	Paraíba
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PIBID	Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....15
1.1. Apresentação do Tema.....15
1.2. Problemática e Justificativa.....16
1.3. Objetivos da Pesquisa.....17
1.3.1. Objetivo Geral.....17
1.3.2. Objetivos Específicos.....17
1.4. Considerações Metodológicas.....17
2. REFERENCIAL TEÓRICO.....20
2.1. O Pensamento Algébrico e a Álgebra nos Documentos Oficiais.....20
2.2. O Conteúdo de Equação do 1º Grau no Ensino Fundamental.....22
2.3. A Análise de Erros em Matemática (Álgebra).....24
3. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DE DADOS.....30
3.1. Características dos Discentes Participantes.....30
3.2. Resolução de equações.....32
3.3. Resolução de problemas.....36
4. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....41
REFERÊNCIAS.....43
APÊNDICES.....44
APÊNDICE A – Questionário Diagnóstico.....44
APÊNDICE B – Sequência Didática.....47

1 INTRODUÇÃO

1.1 Apresentação do Tema

Esta pesquisa tem por tema “dificuldades encontradas na resolução de problemas envolvendo equações do 1º grau: uma análise dos erros de uma turma do 8º ano” trabalhando na investigação com enfoque na área da Educação Matemática, mais especificamente na análise de erros.

A álgebra é um conteúdo matemático muito importante para o desenvolvimento do processo de aprendizagem do aluno e, assume um papel importante na Matemática enquanto ciência. Segundo Ponte, Branco e Matos (2009, p. 8), “sem os símbolos algébricos, uma grande parte da Matemática simplesmente não existiria”. Ainda de acordo com os referidos autores “os símbolos permitem expressar ideias matemáticas de forma rigorosa e tornam-se poderosas ferramentas para a resolução de problemas”.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN confirmam a importância da Álgebra.

> [...] pela exploração de situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da Álgebra (generalizar padrões aritméticos, estabelecer relação entre duas grandezas, modelizar, resolver problemas aritmeticamente difíceis), representará problemas por meio de equações e inequações (diferenciando parâmetros, variáveis, incógnitas, tomando contato com fórmulas), compreenderá a “sintaxe” (regras para resolução) de uma equação (BRASIL, 1998, p. 50).

Apesar dos documentos oficiais apresentarem a importância da Álgebra para o desenvolvimento da aprendizagem matemática do aluno, infelizmente esse conteúdo tem seu significado ainda muito limitado e muitas vezes não é trabalhado da forma correta, como recomendado nos documentos oficiais. Porém, sabemos que é preciso ter cuidado com a forma que é utilizada a simbologia algébrica, pois quando utilizada de maneira abstrata e sem referente significância, o aluno poderá não a compreender, sentindo dificuldades e até mesmo cometendo erros ao se deparar com situações-problemas envolvendo o referido conteúdo.

Diante do que foi exposto até o presente momento, pretende-se com essa pesquisa investigar as dificuldades e erros dos alunos do 8º ano do Ensino Fundamental na resolução de equações e situações-problema com relação ao conteúdo de equações do 1º grau.

1.2 Problemática e Justificativa

A álgebra é um conteúdo que geralmente confunde os alunos, muitas vezes por conta da abstração não conseguem entender o porquê de estudar tal conteúdo. Além de lidar com os números e suas operações, na álgebra terão também que trabalhar com as letras (incógnitas/variáveis), gerando uma inquietação, pois muitas vezes não conseguem entender o porquê do uso das letras na Matemática.

Porém, sabemos a importância da álgebra para o desenvolvimento da aprendizagem do aluno, entretanto de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN

> A ênfase que os professores dão a esse ensino não garante o sucesso dos alunos, a julgar tanto pelas pesquisas em Educação Matemática como pelo desempenho dos alunos nas avaliações que têm ocorrido em muitas escolas. Nos resultados do SAEB, por exemplo, os itens referentes à álgebra raramente atingem o índice de 40% de acerto em muitas regiões do país. (BRASIL, 1998, p. 115-116)

Com isso, fica evidente que existe um problema sério no ensino da álgebra na educação básica brasileira, que dificulta a aprendizagem dos alunos, levando-os a sentirem dificuldades e cometerem erros na resolução de problemas.

Com base em trabalhos lidos, segundo Ponte, Branco e Matos (2009)

> Muitas das dificuldades dos alunos na resolução de equações surgem dos erros que cometem no trabalho com expressões algébricas, por não compreenderem o significado destas expressões ou as condições da sua equivalência. (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 96)

O estudo dos erros, como mostram os autores: Pinto (2000), Cury (2008), Coxford e Shulte (1995), entre outros, pode ser desenvolvido a partir de diferentes abordagens, sendo possível seguir diversos caminhos. Neste trabalho, a abordagem do estudo de erros tem por base a análise dos erros cometidos pelos alunos do 8º ano com relação ao conteúdo de equações do 1º grau, e para a análise desses erros, utilizamos como parâmetro um quadro comparativo, com base nos estudos dos autores apontados.

Nesse sentido, a problemática de estudo foi a seguinte: Verificar as dificuldades e erros dos alunos do 8º ano na resolução de equações e situações-problema, com relação ao conteúdo de equações do 1º grau, por entendermos que o

olhar analítico do professor frente às dificuldades e erros é capaz de criar possibilidades de ensino, minimizando assim tais erros em Álgebra.

A escolha desse tema se deu, principalmente, pela necessidade em saber o porquê dessas dificuldades e erros dos alunos e qual a origem dessas dificuldades.

1.3 Objetivos da Pesquisa

1.3.1 Objetivo Geral

Analisar os erros apresentados por alunos de uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental na resolução de equações do 1º grau, especialmente na resolução de problemas, numa escola estadual pública, localizada na cidade de Araçagi/PB.

1.3.2 Objetivos Específicos

- ✓ Realizar um levantamento do perfil dos alunos da turma do 8º ano da escola pesquisada;
- ✓ Elaborar e aplicar um instrumento diagnóstico de erros;
- ✓ Identificar os principais erros apresentados por alunos na resolução de questões envolvendo equações de 1º grau;
- ✓ Averiguar os motivos que conduzem os alunos aos erros encontrados;
- ✓ Apresentar uma proposta de sequência didática que aborde os temas que os alunos apresentam mais dificuldades;

1.4 Considerações Metodológicas

Com relação aos procedimentos, esta pesquisa é caracterizada como um estudo de caso. De acordo com Gil (2002, p.54) o estudo de caso "[...]consiste no estudo aprofundado e exaustivo de um ou poucos objetivos, de maneira que permita seu amplo e detalhado conhecimento, tarefa praticamente impossível mediante outros delineamentos já considerados." Portanto este tipo de estudo é utilizado quando se quer analisar, explorar, descrever, compreender ou explicar fatos e contextos complexos.

Com relação à análise dos dados, a pesquisa tem abordagem qualitativa, pois de acordo com Silva e Menezes (2005)

> Considera que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, isto é, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito que não pode ser traduzido em números. A interpretação dos fenômenos e a atribuição de significados são básicas no processo de pesquisa qualitativa. Não requer o uso de métodos e técnicas estatísticas. O ambiente natural é a fonte direta para coleta de dados e o pesquisador é o instrumento-chave. [...]. O processo e seu significado são os focos principais de abordagem. (SILVA, MENEZES, 2005, p. 20)

A metodologia de pesquisa deste trabalho pode ser caracterizada, segundo seus objetivos de investigação, como um estudo exploratório. De acordo com Gil (2002), a pesquisa é tida como exploratória quando a problemática a ser estudada ainda é desconhecida pelo pesquisador, levando-o buscar uma maior familiaridade, construindo hipóteses, obtendo ideias, ou descoberta acerca do tema abordado.

Ainda a respeito da pesquisa exploratória Gil (2002) afirma que na maioria das vezes essas pesquisas, envolvem levantamento bibliográfico, entrevista com pessoas relacionadas com o problema pesquisado e análise de exemplos que estimulem a compreensão. Nesse sentido, segundo Gil (2002) a pesquisa exploratória são

> [...] as que habitualmente realizam os pesquisadores sociais preocupados com a atuação prática. São também as mais solicitadas por organizações como instituições educacionais, empresas comerciais, partidos políticos etc. (GIL, 2002, p.42).

Para alcançar os objetivos desta pesquisa, contamos com a colaboração de alunos do 8º ano de uma escola estadual, na cidade de Araçagi/PB.

Foi escolhida essa turma 8º ano do Ensino Fundamental, pelo fato de que estes alunos já estudaram o conteúdo de equações do 1º grau, e consequentemente já se depararam com situações desafiadoras na Resolução de Problemas envolvendo o referido conteúdo.

Foi utilizado como instrumento de coleta de dados um questionário diagnóstico, a fim de constatar as dificuldades e erros dos alunos. De acordo com Gil (2008, p.121) podemos definir questionário como uma "[...] técnica de investigação composta por um conjunto de questões que são submetidas a pessoas com o propósito de obter informações [...]".

E por fim, foi elaborada uma sequência didática, composta por situações-problema e fichas temáticas, objetivando amenizar as dificuldades encontradas por

alunos com relação ao conteúdo de equações do 1º grau e servindo como material de apoio para professores que se depararem com situações semelhantes.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 O Pensamento Algébrico e a Álgebra nos Documentos Oficiais

A partir da década de oitenta do século XX, vários estudos têm-se concentrado no modo como os alunos desenvolvem a sua compreensão de conceitos e procedimentos algébricos. Segundo Ponte, Branco e Matos (2009) têm sido também discutidas diferentes visões da Álgebra, procurando determinar o que faz, ou não, parte deste campo, em especial no que diz respeito à Álgebra escolar.

A visão, limitada, da Álgebra como tratando-se "simplesmente de regra de transformação de expressões (monômios, polinómios, fracções algébricas, expressões com radicais) e processos de resolução de equações" Ponte (2006, citado por BARBEIRO, 2002, p. 4) tem sido contrariada, valorizando cada vez mais a perspectiva da Álgebra como "forma de pensar".

Kieran (2007, citado por BARBEIRO 2002, p. 4) defende que

> a Álgebra escolar não se resume ao ensino e aprendizagem de um conjunto de regras e técnicas, mas transforma-se numa forma de pensar e raciocinar, em que os alunos generalizam, modelam e analisam situações matemáticas.

Após suceder um grande avanço na valorização da Álgebra, ocorre o surgimento do conceito de pensamento algébrico, que representa atualmente uma das grandes finalidades do ensino da Matemática. Mesmo ainda não havendo um consenso do que seja pensar algebricamente, existem várias definições citadas por alguns autores a respeito da caracterização do pensamento algébrico.

De acordo com Lins e Gimenez (1997, p.89) "há, é verdade, um certo consenso a respeito de quais são as coisas da álgebra: equações, cálculo literal, funções, por exemplo, mas mesmo aí há diferenças [...]".

Ainda segundo os autores, um consenso construído dessa maneira, baseando-se em conteúdo, impossibilita sabermos duas coisas fundamentais: se há outros tópicos que também teriam que estar ali e como organizar um currículo para a educação algébrica, e até mesmo se a inclusão de tópicos tradicionais é tão importante como os currículos indicam.

Por sua vez Kaput (citado por PONTE; MATOS; BRANCO, 2009, p. 9) considera que "o pensamento algébrico é algo que se manifesta quando, através de conjecturas e argumentos, se estabelecem generalizações sobre dados e relações matemáticas, expressas através de linguagem cada vez mais formais".

Podemos perceber, de acordo com as citações explicitadas acima, que realmente existem vários conceitos diferentes em relação ao pensamento algébrico, e que não se restringe apenas aos conteúdos, mas também na forma em que é tratado, estabelecendo e generalizando relações matemáticas.

Arcavi (2006, citado por BARBEIRO 2002, p. 5) "defende que ao pensamento algébrico, para além da capacidade de atribuir significado aos símbolos e operações algébricas, é também associado o sentido de símbolo". Nesse sentido, proporcionar o desenvolvimento do pensamento algébrico só será possível, ainda segundo Arcavi (2006, citado por BARBEIRO, 2002, p. 5)

> [...] se tivermos a capacidade de criar atividades e práticas de sala de aula cujo objetivo seja desenvolver: (i) a procura do sentido do símbolo paralelamente com a resolução de problemas (rotineiros ou não) antes de se iniciar a aplicação automática de regras; (ii) a paciência para a aprendizagem em geral e, mais precisamente, a capacidade de aceitar aprendizagens parciais; (iii) o sentido do propósito do significado dos símbolos e poder que o seu uso e compreensão nos confere sobre uma "multidão" de situações.

Ao analisarmos os documentos oficiais, de acordo com a Base Nacional Comum Curricular – BNCC, a unidade temática Álgebra, tem como objetivo principal o desenvolvimento do pensamento algébrico, por ser fundamental na utilização de modelos matemáticos, como na "compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos" (BRASIL, 2018, p. 270).

Ainda segundo a BNCC, para que haja esse desenvolvimento é necessário que

> Os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados. (BRASIL, 2018, p. 270).

Já de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL,1998, p. 115) "o estudo da álgebra forma um espaço bastante significativo para que o aluno

possa desenvolver e exercitar sua capacidade de abstração e generalização, além de adquirir ferramentas importantes para resolver problemas".

Assim, o ensino da álgebra deve continuar garantindo que os alunos trabalhem com problemas, que possibilitem dar significados à linguagem e às ideias matemáticas. Portanto, cabe ao professor, através das suas práticas, criar estratégias que possibilitem ao aluno desenvolver o pensamento algébrico.

2.2 O Conteúdo de Equação do 1º Grau no Ensino Fundamental

Para chegar ao que chamamos hoje de "equação do 1º grau", foi preciso um longo período de construção e desenvolvimento, período esse no qual muitos matemáticos contribuíram, como AL-Khwarizmi, Diofante, René Descartes, Paolo Ruffini, entre outros. Todos eles deixaram sua parcela de contribuição para a Matemática, que ao longo dos séculos suas ideias vêm sendo desenvolvidas e aperfeiçoadas.

Em relação a aprendizagem das equações, Ponte (2004, citado por BARBEIRO, 2002, p. 6) fala que

> Com a aprendizagem das equações os alunos iniciam uma nova etapa no seu estudo da Matemática. O aparecimento de novas expressões, que envolvem novos símbolos e novas regras de manipulação, remetem para outro nível de abstração, representando, para o aluno, uma rutura com a Matemática "concreta" da Aritmética.

Segundo a BNCC (2018) o conteúdo de Equação do 1º Grau é trabalhado inicialmente no 6º ano do Ensino Fundamental, sendo aplicado de uma forma mais "simples", com o objetivo de introduzir a noção de igualdade e suas propriedades e traz como habilidade a ser desenvolvida pelo aluno "reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas".

Já no ano seguinte (7º ano do Ensino Fundamental), é que de fato a Equação do 1º Grau é introduzida, fazendo com que o aluno cumpra alguns requisitos para o seu desenvolvimento e do processo de ensino e aprendizagem.

A BNCC (BRASIL, 2018, p.305) lista algumas habilidades para que o processo de ensino e aprendizagem seja desenvolvido com eficiência no 7º ano, com relação ao conteúdo de Equação do 1º Grau, que são:

- ✓ Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas;
- ✓ Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis á forma ax + b = c, fazendo uso das propriedades da igualdade;

Evidenciando os objetivos referentes ao ensino e aprendizagem do terceiro ciclo (6º série e 7º série), segundo os PCN, neste ciclo o ensino de Matemática deve visar ao desenvolvimento:

> [...] Do pensamento algébrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levam o aluno a: produzir e interpretar diferentes escritas algébricas – expressões, igualdades e desigualdades –, identificando as equações e inequações do primeiro grau, compreendendo os procedimentos envolvidos; observar regularidades e estabelecer leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre as variáveis [...] (BRASIL, 1998, p. 81).

Assim, explicitamente, segundo os PCN, deve-se trabalhar o pensamento algébrico e a identificação de equações.

Considerando as equações do 1º grau, por ser um conteúdo essencial na aprendizagem do aluno, devem ser trabalhadas como ferramenta "modelo" de situações-problema. Como afirmam Ponte, Branco e Matos (2009) "As equações são uma ferramenta fundamental para resolver problemas" (p.106).

Esta última forma de tratamento também é apresentada nos conteúdos propostos para o ensino de Matemática no quarto ciclo, de acordo com os PCN

> [...] a álgebra é fundamental à compreensão dos conceitos como o de variável e o de função; a representação de fenômenos na forma algébrica e na gráfica; a formulação e a resolução de problemas por meio de equações (ao identificar parâmetros, incógnitas, variáveis) e o conhecimento da "sintaxe" (regras para resolução de uma equação [...] (BRASIL, 1998, p. 84).

Ainda em relação as equações do 1º grau, os PCN sugerem

> [...] – Tradução de situações-problemas por equações ou inequações do primeiro grau, utilizando as propriedades da igualdade ou desigualdade, na construção de procedimentos para resolvê-las, discutindo o significado das raízes encontradas em confronto com a situação proposta. Resolução de situações-problemas por meio de um sistema de equações do primeiro grau, construindo diferentes procedimentos para resolvê-lo, inclusive o da representação das equações no plano cartesiano, discutindo o significado das raízes encontradas em confronto com a situação proposta [...] (BRASIL, 1998, p. 87-88).

Assim, podemos perceber que a sugestão é que as equações sejam resultados ou analisadas como modelos de situações-problema, em que, deve ser debatido o significado das raízes da equação em paralelo com a situação problema, em que o estudo de enunciados, compreensão de vocábulos como: variável, incógnita, coeficientes, parâmetros, devem ser estudados, assim como diferentes procedimentos de resolução.

2.3 A Análise de Erros em Matemática (Álgebra)

Sabemos que a Álgebra é o ramo da Matemática em que os alunos sentem muita dificuldade em aprender. A Álgebra é o momento do surgimento de novos símbolos, e muitos dos conceitos e símbolos aprendidos na Aritmética não terão o mesmo significado, gerando às vezes muitas dificuldades. Também é o momento em que as letras surgem em meio aos números, causando até um certo espanto por parte dos alunos, pois afinal, para muitos, a Matemática é constituída apenas por números e cálculos. Coxford e Shulte (1995, p. 23) falam que “a álgebra é uma fonte de confusão e atitudes negativas consideráveis entre os alunos”.

Segundo Coxford e Shulte (1995), esse comentário faz parte de um estudo realizado na Inglaterra, em que vários adultos contaram suas recordações ao aprender Matemática, e que com certeza não foge da nossa realidade aqui no Brasil, onde muitos alunos expressam sua insatisfação com a Matemática, em especial com a Álgebra, por acharem difícil sua compreensão.

Ainda de acordo com os referidos autores, “uma das maneiras de tentar descobrir o que torna a álgebra difícil é identificar os tipos de erros que os alunos comumente cometem nessa matéria e investigar as razões desses erros”. (1995, p. 23).

Assim, sabendo da importância que os erros cometidos pelos os alunos têm, no processo de ensino-aprendizagem de Matemática, vamos explorar um pouco mais algumas ideias de autores a respeito deste tema.

Pinto (2000, p. 35) fala que "o estudo dos erros é um fato antigo e, ao mesmo tempo, recente". É importante salientarmos que o erro nem sempre foi tratado como utilidade no desenvolvimento da aprendizagem Matemática do aluno. Baruk (1988, citado por PINTO, 2000, p. 31) aponta a violência que a escola comete ao avaliar os erros dos alunos

> [...] que se oculta nos manuais e nos cadernos, que se fixa sobre os quadros-negros, nas cópias riscadas de vermelho, nos julgamentos feitos a milhares de crianças perfeitamente aptas a fazer matemática e injustamente acusadas de serem incapazes.

Por muito tempo, o erro não teve relevância no processo de ensino de matemática, pelo contrário, era visto como algo ruim aos olhos da escola e de professores, foi preciso muitos estudos voltados a desmitificar o erro, procurando dar um sentindo que contribuísse para a Educação Matemática.

De acordo com Pinto (2000) o erro tem se tornado um objeto de estudo eficaz para a Educação Matemática, e começa a ser visto como uma alternativa e uma realidade definitiva na construção do conhecimento.

Centeno (1988, citado por PINTO, 2000, p. 31) destaca a "[...] necessidade de interpretar os erros para orientar o processo de ensino".

Podemos perceber a importância do erro no processo de ensino-aprendizagem de Matemática, pois através dos erros, o professor com um olhar mais aprofundado é capaz de criar possiblidades de ensino, amenizando as dificuldades dos alunos.

Ainda de acordo com Pinto (2000, p. 35) "[...] é possível constatar que os erros cometidos pelos alunos não são apenas simples falhas de memória, mas têm raízes mais profundas". Com isso, percebemos que é preciso também um tratamento mais profundo para a sua análise.

> Nesse sentido, não basta um ensino centrado na aquisição de procedimentos algorítmicos: é necessário que o ensino se oriente em direção ao desenvolvimento de estruturas conceituais corretas. (PINTO, 2000, p. 35).

Portanto, de acordo com a referida autora, apenas identificar e corrigir os erros não é o bastante para a melhoria do ensino. "Os erros contêm um potencial educativo

que precisa ser mais bem explorado, não apenas pelos professores, como também pelos próprios alunos". (PINTO, 2000, p. 37). O procedimento de explicar e dar significado a seus próprios erros é, segundo Rico (19995, citado por PINTO 2000, p. 37) "uma atividade altamente estimuladora e provocativa para os alunos".

Segundo Cury (2008) utilizar o erro como forma de potencializar o ensino de Matemática, dá a ideia que

> [...] o erro se constitui como um conhecimento, é um saber que o aluno possui, construído de alguma forma, e é necessário elaborar intervenções didáticas que desestabilizem as certezas, levando o estudante a um questionamento sobre suas respostas. (2008, p. 80).

Ainda de acordo com o referido autor, o importante não são os acertos ou erros entre si, que são pontuados em uma prova de avaliação de aprendizagem, mas as formas de se apropriar de um determinado conhecimento, que emergem na produção escrita e que podem evidenciar dificuldades de aprendizagem.

É preciso usar os erros de uma forma que favoreça o desenvolvimento da aprendizagem Matemática do aluno

> Não se trata, de forma alguma, de afirmar para o estudante: "o que você está fazendo é errado, o correto é de outra forma" ou de fazê-lo repetir, tediosamente, exercícios semelhantes. Sabe-se que essa atitude é ineficaz e gera, muitas vezes, uma rejeição à Matemática, porque o estudante, perdendo a confiança na sua capacidade de aprender, sente-se desestimulado. (CURY, 2008, p. 80, grifo da autora).

Direcionando o estudo para as equações do 1º grau, muitas das dificuldades têm relação com o surgimento de novos símbolos e com a mudança de significado de alguns símbolos já existentes, como o caso do símbolo "=". De acordo com Ponte, Branco e Matos (2009) em Aritmética o símbolo de "=" destaca mais o seu sentido operacional, ou seja, $5 + 7 = 12$. Em Álgebra, $x + 5 = 7$, não se refere a uma operação, e sim a uma condição, o sinal leva o aluno a procura de um determinado valor que torne a expressão verdadeira.

Algumas dessas dificuldades estão relacionadas com uso das letras, em que os alunos não conseguem enxergá-las como representação de um número.

Sabemos que as letras também aparecem na Aritmética, porém de maneira bastante diferente, segundo Coxford e Shulte.

> A letra m, por exemplo, pode ser utilizada em aritmética para representar "metros", mas não para representar o número de metros, como em álgebra. A confusão decorrente dessa mudança de uso pode resultar numa "falta de referencial numérico", por parte do aluno, ao interpretar o significado das letras em álgebra [...] (1995, p. 30).

Existem inúmeros estudos voltados à análise dos erros e dificuldades dos alunos na simplificação de expressões algébricas e na resolução de Equações do 1º Grau. Tomando como norte alguns desses estudos, Ponte, Branco e Matos (2009) apresentam uma sistematização dos erros mais comuns, que podemos observar no Quadro 1.

Quadro 1 – Erros e dificuldades dos alunos na resolução de equações do 1º grau

Erro/Dificuldade	**Exemplo**	**Autor**
Adição de termos que não são semelhantes e e "=" como indicadores de uma ação	3 + 4n = 7n 2a + 5b = 7ab	Booth, 1984,1988 Kieran, 1981, 1992 Küchamann, 1981 MacGregor e Stacey, 1997
Interpretação incorreta de monômios do 1º grau	Interpretação de 4y como: – quatro "y 's"; – um número com quatro dezenas e um número desconhecido de unidades; – 4 + y por analogia com $3\frac{1}{2} = 3 + \frac{1}{2}$.	Booth, 1984
Uso de parênteses	3(x + 2) = 7x ⇔ 3x + 2 = 7x	Kieran, 1992 Socas, Machado Palarea e Hernandez, 1996
Não saber como começar a resolver uma equação		Kieran, 1985

Não respeitar a convenção de que várias ocorrências da mesma incógnita representam o mesmo número		Kieran, 1985
Adição incorreta de termos semelhantes	$-2x + 5x = 8 \Leftrightarrow -7x = 8$	Kieran, 1985
Adição incorreta de termos não semelhantes	$2x + 5 = x + 8 \Leftrightarrow 7x = 9$	Kieran, 1985
Transposição incorreta de termos	$16x - 215 = 265 \Leftrightarrow 16x = 265 - 215$ $30 = x + 7 \Leftrightarrow 30 + 7 = x$ $3x + 5 = 2x \Leftrightarrow 3x = 2x + 5$ $7x = x + 8 \Leftrightarrow 7 - 8 = x + x$	Kieran, 1985, 1992
Redistribuição (Redistribution)	$-2x + 5 = 8 \Leftrightarrow -2x + 5 - 5 = 8 + 5$	Kieran, 1992
Eliminação	$3x - 3 = 2x - 4 \Leftrightarrow x = 2x - 4$	Kieran, 1992
Conclusão incorreta da resolução da equação	$6x = 24 \Leftrightarrow 6 + x = 24$ $11x = 9x = \frac{11}{9}$ $2x = 4 \Leftrightarrow$ i) $x = 4 - 2$; ii) $x = \frac{4}{-2}$; iii) $x = \frac{2}{4}$ $-x = -17 \Leftrightarrow ??$ $-x = 4 \Leftrightarrow ??$	Kieran, 1985, 1992 Lima e Tall, 2008 Vlassis, 2001

Fonte: Adaptado de Ponte; Branco; Matos (2009)

Em relação ao erro/dificuldade da adição incorreta de termos semelhantes explicitada no Quadro 1, Kieran (1992, citado por PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 97) fala que "uma das situações que identifica refere-se ao facto de muitos alunos adicionarem incorrectamente os coeficientes de dois termos, afirmando, por exemplo, que $-2x + 5x = 8$ é equivalente a $-7x = 8$".

Podemos perceber também, que o erro citado acima acontece devido a uma dificuldade aritmética que o aluno traz consigo para a Álgebra, em que não consegue efetuar corretamente a adição entre um número negativo e outro positivo, ou seja, entre números inteiros.

O erro/dificuldade da interpretação dos sinais "+" e "=" como indicadores de uma ação, também está relacionado com conceitos aritméticos, segundo Coxford e Shulte (1995, p. 27) "em aritmética, símbolos como + e = são interpretados geralmente em termos de ações a serem efetuadas, de maneira que significa efetivamente realizar a operação, e = significa escrever a resposta".

Esta má interpretação dos sinais, não se restringe apenas às crianças do Ensino Fundamental, como revela Kieran (citado por COXFORD; SHULTE, 1995, p. 27). O autor afirma que "[...] crianças de doze a catorze anos de idade consideram o sinal de igual (=) como um símbolo unidirecional que precede uma resposta numérica [...]".

Referente a questão dos parêntesis, sabemos que a prioridade das operações confunde os alunos na hora de resolver as equações. De acordo com Barbeiro (2002, p. 59) "os alunos tendencialmente, efetuam as operações pela ordem em que aparecem nas expressões".

Outra situação que gera bastante dificuldade e que não está citada no Quadro 1, é o fato de o aluno não conseguir transpor uma situação problema da linguagem natural para a linguagem algébrica por meio de uma equação, muitas vezes utilizando procedimentos aritméticos inadequados ou insuficientes para obter a resposta.

Portanto, podemos perceber que inúmeros fatores podem levar o aluno ao erro e que essas dificuldades atrapalham o desenvolvimento de sua Aprendizagem Matemática, porém segundo Barbeiro (2002) o conhecimento dessas dificuldades sentidas pelos alunos, permite ao professor utilizar o erro do aluno como uma ferramenta eficaz no processo de ensino aprendizagem de Matemática.

3 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DE DADOS

Este capítulo apresenta os resultados dos dados coletados por meio de um questionário diagnóstico aplicado aos alunos da turma participante. Apresentaremos as características dos sujeitos da pesquisa como também suas determinadas resoluções dos problemas contidos no questionário.

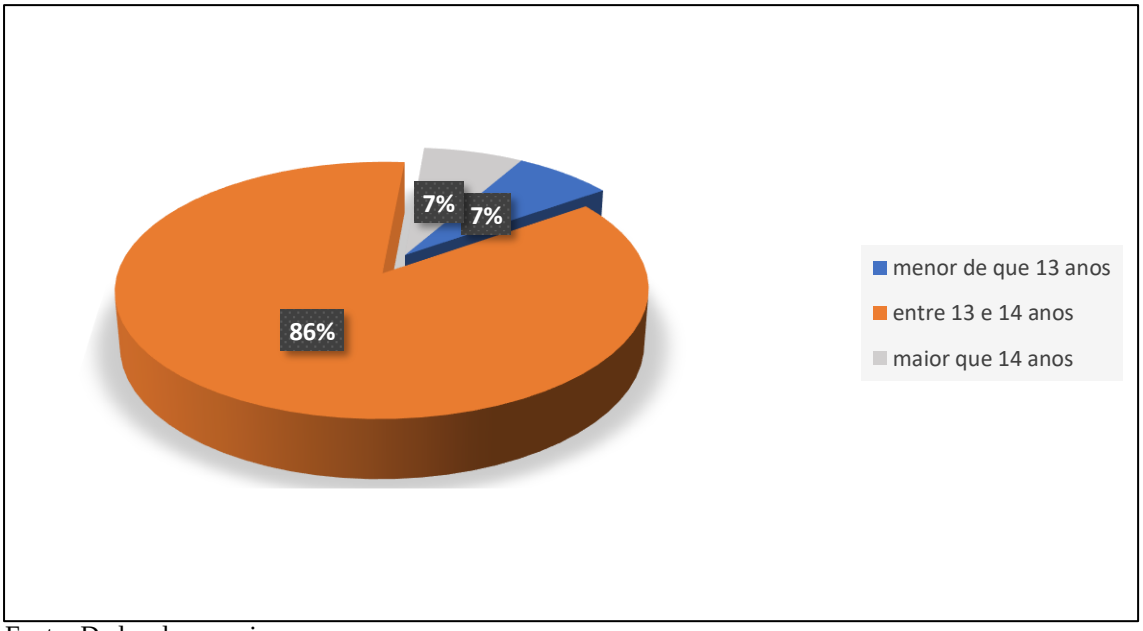
3.1 Características dos Discentes Participantes

A seguir será apresentado os perfis dos alunos participantes da pesquisa, que fazem parte da turma do 8º ano B, de uma escola estadual na cidade de Araçagi/PB. Essas informações foram obtidas a partir de dados coletados através da aplicação do Questionário Diagnóstico.

O questionário foi aplicado a 14 alunos de um total de 22 estudantes matriculados na turma pesquisada. Estes participaram voluntariamente da pesquisa.

De acordo com o Gráfico 1, pode-se afirmar que a maior parte dos alunos (86%) possui idade entre 13 a 14 anos, e 7% têm menos que 13 anos e 7% dos alunos possuem idade maior que 14 anos. Observamos que no dia da aplicação do questionário 50% dos alunos que participaram da pesquisa foram do sexo feminino e 50% do sexo masculino.

Gráfico 1: Idade dos alunos



Fonte: Dados da pesquisa

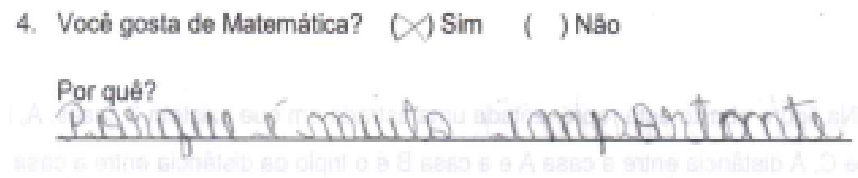
Em relação à localidade, foi perguntado aos alunos se eles residiam próximo a escola. Observou-se que a maioria dos alunos residem próximo a escola, o que representa 71% do total de alunos, e apenas 29% moram distante da escola.

Foi perguntado aos alunos se eles residiam com os pais. E foi obtido que 93% deles residiam com os pais e apenas 7% dos alunos moravam com outros parentes.

Os alunos foram questionados sobre o sentimento de gostar da disciplina de Matemática. Verificou-se que 79% dos estudantes gostam da disciplina, relatando que consideram a disciplina muito importante (Figura 1) e que é uma matéria que ensina a fazer cálculos (Figura 2), enquanto 21% afirmaram que não gostavam da Matemática, relatando que a mesma é complicada, pois utiliza muito cálculo (Figura 3).

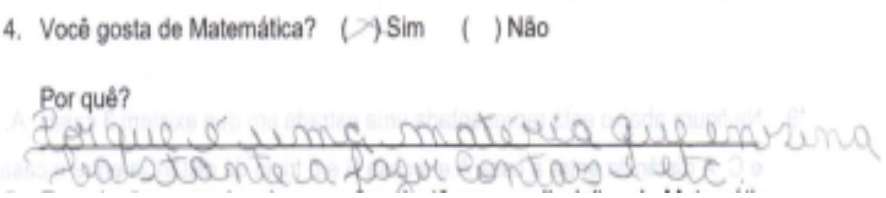
Estas informações podem remeter à ideia de que grande parte dos alunos pesquisados ainda não veem a matemática como uma ciência presente na sociedade e de grande importância para nosso cotidiano. Muitos possuem uma ideia de uma matemática composta apenas por cálculos.

Figura 1: Resposta da aluna A



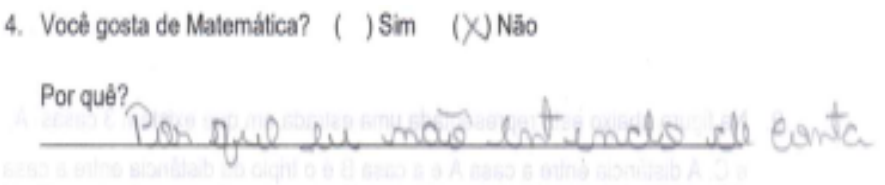
Fonte: Questionário

Figura 2: Resposta da aluna B



Fonte: Questionário

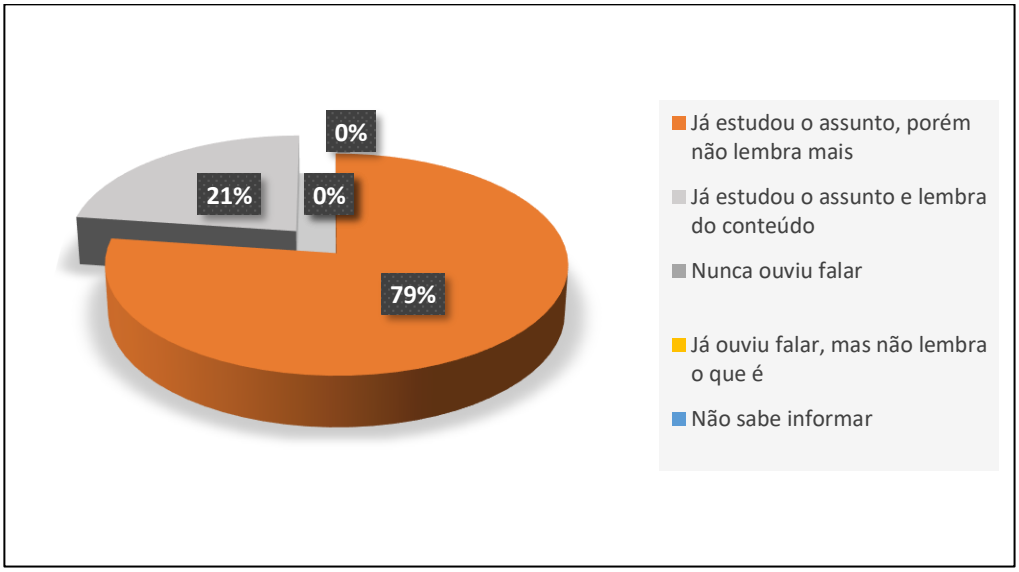
Figura 3: Resposta do aluno C



Fonte: Questionário

Para finalizar a primeira parte do questionário, os alunos também foram questionados se já estudaram o conteúdo de equações do 1º grau. De acordo com o Gráfico 2, a maioria (79%) dos participantes da pesquisa afirmaram terem visto o conteúdo, porém, estão esquecidos de seus conceitos e práticas. Apenas 21% dos alunos dizem ter estudado o assunto e lembrar do conteúdo, as demais opções não foram mencionadas pelos alunos.

Gráfico 2: Equação do 1º grau na disciplina de matemática

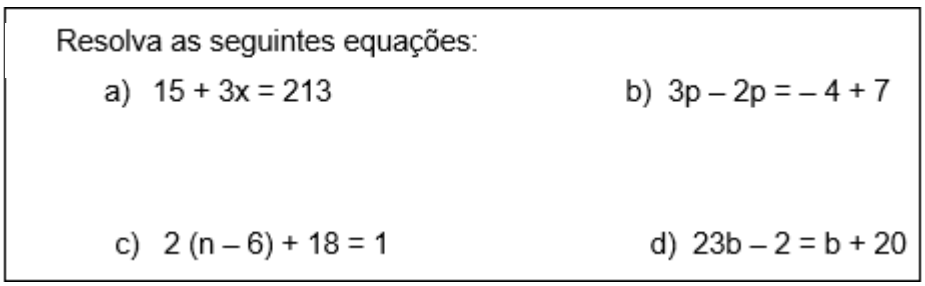


Fonte: Dados da pesquisa

3.2 Resolução de Equações

A segunda parte do questionário é constituída por quatro equações, cujo objetivo foi apresentar situações em que geralmente os alunos demonstram dificuldades ao resolver, com isso nossa análise está voltada para os eventuais erros cometidos pelos alunos.

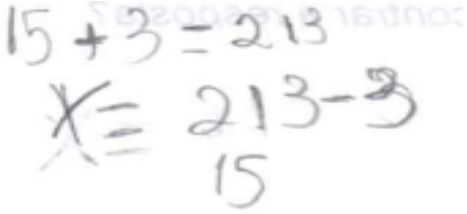
Figura 4: Equações contidas no questionário



Fonte: Questionário

Ao analisarmos as resoluções, verificamos que os alunos cometeram vários erros, que iremos procurar evidenciar com alguns exemplos. Começando pelo item (a), verificamos que 57% dos alunos participantes conseguiram a solução correta da equação, porém 43% dos alunos sentiram dificuldades. O aluno A apresentou uma solução que pode ser vista na Figura 5.

Figura 5: resolução do aluno A

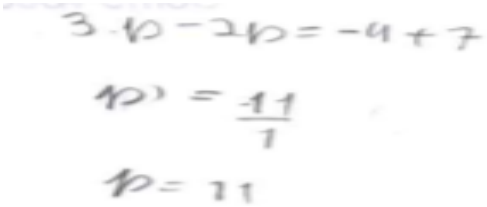


Fonte: Questionário

Na sua resolução, o aluno demonstra ter dificuldades na resolução da equação, demonstrando não conhecer bem as regras, utilizando incorretamente as propriedades das operações. O aluno comete um erro ao transpor apenas o coeficiente 3 do termo 3x de um membro para o outro, e ainda deixa a equação sem uma resposta final.

Na equação do item (b), o percentual de acertos diminuiu em relação à equação anterior, totalizando apenas 14% de acertos e 86% de erros. Muitos alunos nem tentaram resolver a equação, por não saber como começar, dificuldade apresentada também no Quadro 1. Outros sentiram dificuldade e cometeram alguns erros, observem a resolução do aluno B (Figura 6).

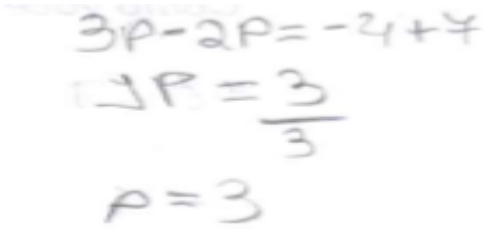
Figura 6: resolução do aluno B



Fonte: Questionário

De início, o aluno utiliza corretamente a adição dos termos semelhantes no primeiro membro da equação, porém no segundo membro, o aluno adicionou de forma incorreta os números, demonstrando uma dificuldade aritmética na operação da adição com números inteiros.

Figura 7: resolução da aluna C

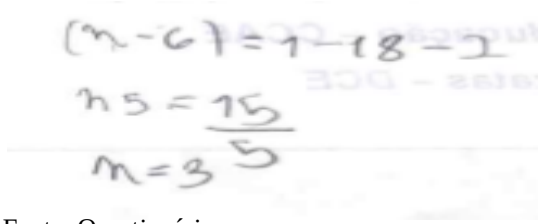


Fonte: Questionário

De acordo com a resolução da aluna C (Figura 7), percebemos que ela adicionou corretamente os termos semelhantes no primeiro membro, e no segundo membro adicionou os termos -4 e 7 de forma correta, porém, na conclusão da resolução, cometeu um erro aritmético de divisão, tornando o resultado da equação incorreto. Este mesmo erro é citado por Kieran (1992, citado por PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 97).

No item (c), apenas um aluno conseguiu utilizar corretamente a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição e obter êxito em sua resolução. Nessa equação a maioria dos alunos sentiram dificuldade, principalmente em eliminar os parênteses. Surgiram diversos erros e iremos destacar alguns deles. Observe a resolução do aluno D (Figura 8).

Figura 8: resolução do aluno D

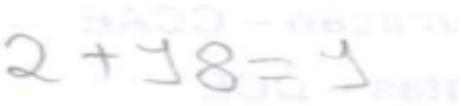


Fonte: Questionário

Primeiramente, percebe-se que o aluno não consegue utilizar a propriedade distributiva da multiplicação, cometendo um erro no uso dos parênteses, com isso, resolveu transpor mesmo de forma incorreta o termo 2 do primeiro membro para o segundo membro da equação, cometendo mais um erro na transposição de termos, e por fim, adicionou os termos do segundo membro de forma incorreta. Estes mesmos erros foram observados por Kieran (1992, citado por PONTE; BRANCO; MATOS,2009, p. 97).

Analisando a resolução da aluna D (Figura 9), da mesma equação do item (c), podemos identificar também alguns erros:

Figura 9: Resolução da aluna D

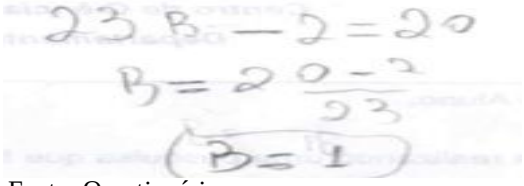


Fonte: Questionário

A aluna ao se deparar com os parênteses preferiu eliminá-los, eliminando também a incógnita, assim, cometendo o erro da eliminação, como citado por Kieran (1992, citado por PONTE; BRNCO; MATOS, 2009, p. 97)

Na última equação desta segunda parte do questionário, item (d), observamos que 43% dos alunos conseguiram resolver a equação. Porém, também foram verificados erros nas resoluções dos alunos, como mostrado na resolução do aluno E (Figura 10).

Figura 10: Resolução do aluno E



Fonte: Questionário

Na resolução da equação, percebemos que o aluno aparentou não saber como resolver a equação, verificamos também que elecometeu um erro de eliminação e um erro de transposição incorreta de termos, observado também por Kieran (1992, citado por PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 97).

Resumindo, os alunos demonstraram muitas dificuldades na resolução das equações. Podemos perceber que a dificuldade está relacionada principalmente com a complexidade das expressões envolvidas nos dois membros da equação, levando os alunos a cometer mais erros ou até mesmo desistir da resolução. Os erros mais frequentes baseiam-se na adição incorreta de termos não semelhantes e na aplicação incorreta da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, também surgiram erros na transposição de termos de um membro para o outro e no cálculo com operações aritméticas, principalmente com relação aos números inteiros.

3.3 Resolução de problemas

A terceira parte do questionário é composta por três problemas, em que se espera que os alunos interpretem corretamente o enunciado, traduzam a situação por meio de uma equação, analisem o problema e o resolvam. Verificamos que esta última parte do questionário foi a que mais gerou dificuldades nos alunos, pois, muitos não conseguiram interpretar os enunciados, e acabaram desistindo da resolução, outros nem tentaram.

Problema 1

Figura 11: Problema 1

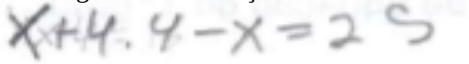
> Pensei num número e adicionei-lhe 4. Multipliquei o resultado por 4 e por fim subtraí o número em que tinha pensado. Obtive o valor 25. Qual o número em que pensei? *Registre aqui os seus cálculos.*

Fonte: Adaptado de Barbeiro (2002)

Neste problema é apresentada uma situação em que surgem várias operações interligadas. Esperávamos que os alunos traduzissem para a linguagem algébrica, através de uma equação e a utilizassem para resolver o problema.

Este foi um problema que a nível de interpretação, os alunos não mostraram muitas dificuldades. Na resolução do aluno F (Figura 12), pode verificar-se que o mesmo compreendeu o enunciado do problema, traduzindo-o por meio de uma equação, porém, acaba cometendo um erro em não utilizar os parênteses, que tem seu uso obrigatório em situações problemas desse tipo, pois, sem os parênteses, o aluno pode se atrapalhar e multiplicar apenas um termo por 4, e não todos os termos contidos nos parênteses (Figura 12).

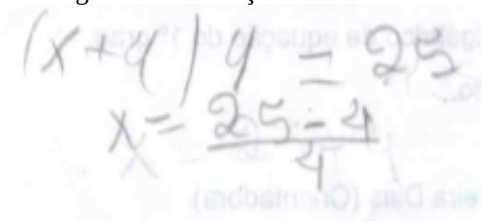
Figura 12: Resolução do aluno F



Fonte: Questionário

Por sua vez, a aluna E (Figura 13), apresentou uma tentativa de resolução do problema em que cometeu alguns erros.

Figura 13: Resolução da aluna E



Fonte: Questionário

A aluna representa por x o número que desconhece, e o adiciona 4, em seguida utiliza os parênteses de forma correta, e multiplica o resultado por 4 de acordo com o enunciado do problema, porém, erra em não subtrair o número em que desconhecia no primeiro membro da equação, mostrando que não conseguiu traduzir por completo o problema para a linguagem algébrica por meio de uma equação, por fim, igualou tudo à 25.

De início, a aluna demonstrou conhecer o uso dos parênteses corretamente, mas podemos observar que na segunda parte da equação, a aluna eliminou os parênteses sem utilizar a propriedade distributiva da multiplicação, cometendo um erro do uso de parênteses, este mesmo erro é verificado por Kieran (1992, citado por PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 96).

Problema 2

Figura 14: Problema 2

Os três lados de um triângulo têm comprimentos diferentes. O segundo lado tem mais três centímetros que o primeiro lado e o terceiro lado mede o dobro do primeiro lado. Se o perímetro do triângulo for 27 cm, qual é a medida de cada um dos lados do triângulo? *Registre aqui como você fez para encontrar a resposta.*

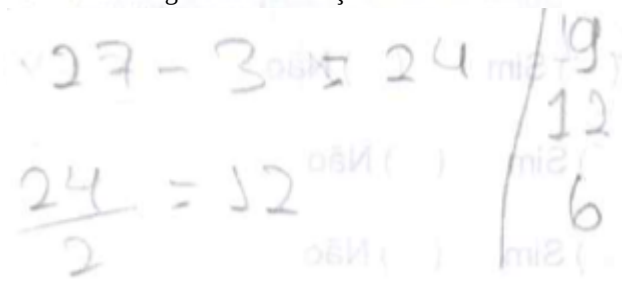
Fonte: Adaptado de Barbeiro (2002)

Esta questão baseia-se numa situação geométrica. É apresentada uma situação em que se pede aos alunos que indiquem a medida de cada um dos lados de um

triângulo. Sendo dado o valor do perímetro, e em que as medidas de dois lados podem ser encontradas tomando referência um dos lados.

Neste problema, percebemos que os alunos sentiram muitas dificuldades em traduzir a situação para a linguagem algébrica, por meio de uma equação. Muitos nem tentaram responder a situação problema, alguns tentaram uma resolução por tentativas e erros e outros geometricamente. Vejamos a resolução da aluna F (Figura 15).

Figura 15: Resolução da aluna F

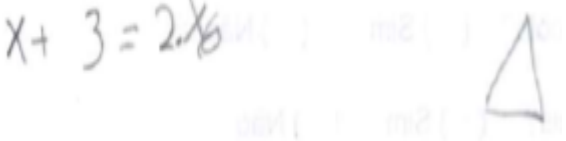


Fonte: Questionário

A aluna não consegue traduzir o problema por meio de uma equação, e tenta encontrar a solução aritmeticamente. De início a aluna cria uma sentença verdadeira, em seguida, “aparentemente” a aluna divide ambos os lados da sentença por 2, encontrando 12 como resposta. A partir daí, começa a construir sua lógica, tomando o 12 como a medida do maior lado do triângulo, a aluna tenta a resolução mentalmente utilizando o método de tentativas e erros, e assim, encontra a medida dos outros dois lados do triângulo.

De acordo com a resolução do aluno G (Figura 16), podemos verificar que, o aluno primeiramente tenta responder o problema por meio de uma equação, mas desiste logo em seguida, e tenta novamente a resolução de forma geométrica. Com muita dificuldade, o aluno acaba desistindo de encontrar uma solução para o problema.

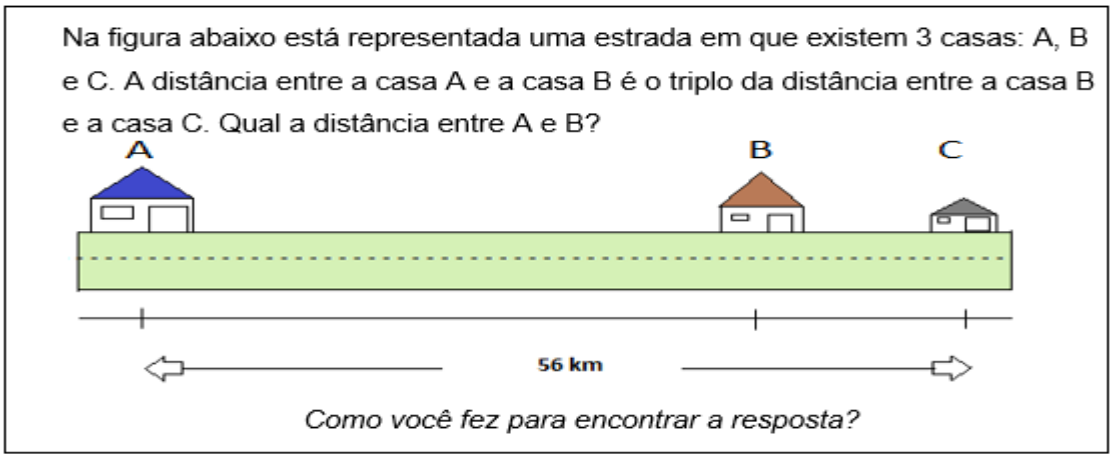
Figura 16: Resolução do aluno G



Fonte: Questionário

Problema 3

Figura 17: Problema 3

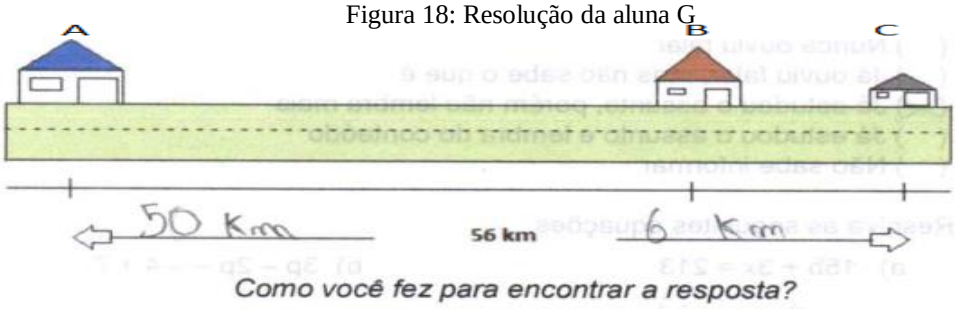


Fonte: Adaptado de Barbeiro (2002)

Neste problema, é apresentado aos alunos uma figura onde são representadas três casas, na qual está indicada, em km, a distância entre as casas A e C. Pretende-se que os alunos escrevam uma equação que possibilite determinar a distância entre as casas A e B.

Percebemos que dos três problemas contidos no questionário, este foi o que mais causou dificuldades nos alunos a nível de interpretação, pois, apenas um aluno tentou resolver a questão, como mostrado no exemplo da Figura 18.

Figura 18: Resolução da aluna G



Fonte: Questionário

Por meio do "chute", a aluna G (Figura 18) tenta adivinhar a distância entre as casas A e B através da ilustração do enunciado. A aluna consegue perceber que a distância entre as casas A e B é bem maior do que a distância entre as casas B e C, assim, determina incorretamente valores para as distâncias.

Ao analisar as resoluções dos alunos nas equações e nas situações-problema, verificamos que a maioria dos alunos não conseguiram concluir suas respostas, outros

conseguiram de maneira incorreta e, apenas uma aluna, conseguiu da sua forma, resolver o Problema 2.

Através desta pesquisa e após a análise dos dados presentes no questionário, percebe-se que as resoluções de cada aluno fornecem informações importantes sobre o seu modo de pensar e sobre as dificuldades encontradas no momento da resolução de cada problema.

Embora que a amostra seja considerada pequena, os resultados evidenciam que esses alunos ainda não desenvolveram o pensamento algébrico, pois não conseguem expressar abstrações e generalizações provenientes de regularidades e padrões (LINS; GIMENEZ, 1997).

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir deste momento, nossas considerações finais se voltam para o alcance dos objetivos. Sabendo das dificuldades encontradas pelos alunos e da importância do erro no processo de aprendizagem do aluno, a presente pesquisa investigou as dificuldades e erros dos alunos de uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental.

Diante desta problemática, a pesquisa teve como objetivo geral analisar os erros apresentados por alunos de uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental na resolução de equações do 1º grau, especialmente na resolução de problemas e constata-se que o objetivo geral foi satisfeito, pois efetivamente o trabalho conseguiu verificar que os alunos sentem dificuldades e cometem diversos tipos de erros com relação ao conteúdo algébrico.

Nosso objetivo específico inicial foi realizar um levantamento do perfil dos alunos da turma do 8º ano da escola pesquisada, em que podemos perceber que a maioria dos participantes relataram ter estudado o conteúdo de equações do 1º grau, porém muitos não o recordavam mais. Apesar de alguns alunos matriculados na turma não terem comparecido a aula, nosso objetivo inicial foi satisfatório.

O segundo objetivo específico foi laborar e aplicar um instrumento diagnóstico de erros, e o objetivo foi alcançado, através de uma breve autorização da direção escolar, e da permissão do professor da turma, foi possível aplicar o questionário.

O terceiro objetivo foi identificar os principais erros apresentados por alunos na resolução de questões envolvendo equações de 1º grau, e através do questionário aplicado na turma participante, nosso objetivo pôde ser contemplado, pois foi verificado diversos tipos de erros, entre os mais observados estão: o erro de eliminação, transposição incorreta de termos, erros aritméticos, dificuldade com relação a propriedade distributiva da multiplicação e em relação as situações-problema, o erro mais evidente observado foi que a maioria dos alunos não conseguem transformar um problema da linguagem natural para a linguagem algébrica por meio de uma equação.

Nosso quarto objetivo específico foi averiguar os motivos que conduzem os alunos aos erros encontrados, e após nos debruçarmos em trabalhos realizados por outros autores com a mesma temática, foi possível perceber que o erro não é apenas uma simples falha do aluno, existe uma raiz mais profunda. Outro fator que leva o aluno ao erro é o fato de trazer consigo para Álgebra conceitos e símbolos aprendidos na aritmética, muitos desses com significados diferentes.

Diante da metodologia proposta, percebe-se que a pesquisa poderia ter coletado um número maior de dados para a realização da análise, mas, devido o imprevisto ocorrido no dia da aplicação do questionário, em que muitos alunos matriculados na turma não compareceram à aula, não foi possível.

Acreditamos que a Análise de Erros pode ser considerada uma ferramenta útil para o professor, mas, para isso ele deve ser pesquisador de sua própria prática, refletindo sobre os erros e utilizando-os como estratégia para o desenvolvimento da aprendizagem matemática do aluno.

Por fim, conclui-se que é importante o professor ter conhecimento das dificuldades encontradas pelos alunos e seus determinados erros, pois poderá utilizá-los em favor do desenvolvimento do aluno, como ferramenta de grande importância para o processo de ensino aprendizagem de matemática. Para tanto, foi proposta uma sequência didática composta por situações-problema e cinco fichas temáticas, objetivando amenizar as dificuldades encontradas pelos alunos e nortear os professores quando se depararem com alunos que já viram o conteúdo de equações do 1º grau, mas que ainda sentem dificuldades.

REFERÊNCIAS

BARBEIRO, E. da C. C. **A aprendizagem das equações do 1º grau a uma incógnita.** Disponível em: http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/8318/1/ulfpie043292_tm.pdf. Acesso em: 27 abr. 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC):** educação é a base. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Ensino de 5ª a 8ª séries. Brasília-DF: MEC/SEF, 1998.

COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Org). As idéias da álgebra. São Paulo: Atual, 1995. 285 p. Tradução de: Hygino H. Domingues.

CURY, H. N. **Análise de erros:** o que podemos aprender com as respostas dos alunos. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

Gil, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra Para o Século XXI**. 7 ed. Campinas, SP: Papirus, 1997. 176 p.

PINTO, N. B. **O erro como estratégia didática:** estudo do erro no ensino da matemática elementar. 2. Ed. Campinas, SP: Papirus, 2000. 182 p.

PONTE, J. P. da.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no Ensino Básico.** Disponível em: http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/7105/1/Ponte-Branco-Matos%20%28Brochura_Algebra%29%20Set%202009.pdf. Acesso em: 14 abr. 2018.

SILVA, E. L. da.; MENEZES, E. M. **Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação.** Disponível em: https://projetos.inf.ufsc.br/arquivos/Metodologia_de_pesquisa_e_elaboracao_de_teses_e_dissertacoes_4ed.pdf. Acesso em: 24 abr. 2018.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Questionário Diagnóstico

Universidade Federal da Paraíba – UFPB

Centro de Ciências Aplicadas e Educação – CCAE

Departamento de Ciências Exatas – DCE

Prezado Aluno,

Estamos realizando uma pesquisa que faz parte de um Trabalho de Conclusão de Curso sobre as dificuldades encontradas por alunos do 8º ano na resolução de problemas envolvendo equações do 1º grau. Deste modo, solicitamos a sua colaboração respondendo as questões contidas neste questionário que tem como finalidade buscar conhecer seu conhecimento e eventuais dificuldades em relação ao conteúdo algébrico de equação do 1º grau.

Antecipadamente agradecemos a sua colaboração.

Profª. Dra. Graciana Ferreira Dias (Orientadora)

1. Qual a sua idade?
( )menor de 13 anos ( )entre 13 e 14 anos ( )maior que 14 anos

2. Qual o seu sexo?
( ) Feminino ( ) Masculino

3. Você reside perto da escola? ( ) Sim ( ) Não

4. Você mora com seus pais? ( ) Sim ( ) Não

5. Você gosta de Matemática? ( ) Sim ( ) Não

   Por quê?
   _____

6. Em relação ao ensino de equações do 1º grau na disciplina de Matemática, você?
   ( ) Nunca ouviu falar
   ( ) Já ouviu falar, mas não sabe o que é
   ( ) Já estudou o assunto, porém não lembra mais

( ) Já estudou o assunto e lembra do conteúdo
( ) Não sabe informar

7. Resolva as seguintes equações:

a) $15 + 3x = 213$

b) $3p – 2p = – 4 + 7$

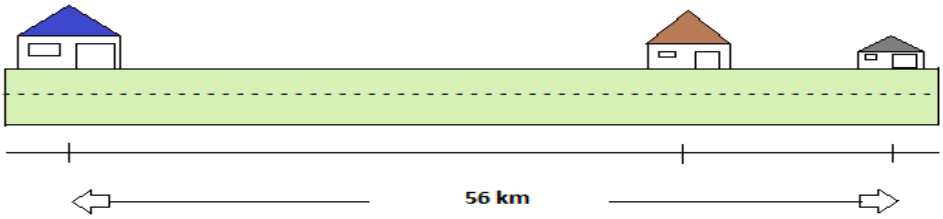
c) $2 (n – 6) + 18 = 1$

d) $23b – 2 = b + 20$

8. Pensei num número e adicionei-lhe 4. Multipliquei o resultado por 4 e por fim subtraí o número em que tinha pensado. Obtive o valor 25. Qual o número em que pensei? *Registre aqui os seus cálculos.*

9. Os três lados de um triângulo têm comprimentos diferentes. O segundo lado tem mais três centímetros que o primeiro lado e o terceiro lado mede o dobro do primeiro lado. Se o perímetro do triângulo for 27 cm, qual é a medida de cada um dos lados do triângulo? *Registre aqui como você fez para encontrar a resposta.*

10. Na figura abaixo está representada uma estrada em que existem 3 casas: A, B e C. A distância entre a casa A e a casa B é o triplo da distância entre a casa B e a casa C. Qual a distância entre A e B?



Como você fez para encontrar a resposta?

APÊNDICE B – Sequência Didática

SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Nome da Escola:

Professor: Petrônio Fernandes da Silva

Ano/Série: 8º ano **Turma:** C **Turno:** Tarde

Tempo (horas/aula): 6 horas/aula

OBJETIVO(S)

- Identificar a presença de uma equação do 1º grau no nosso cotidiano;
- Analisar os procedimentos para a resolução de uma equação do 1º grau;
- Interpretar o enunciado das situações-problema;
- Escrever as situações-problema por meio de uma equação do 1º grau e resolvê-las;
- Amenizar as dificuldades e erros dos alunos através de fichas temáticas;

CONTEÚDO(S)

- Equações do 1º grau

RECURSOS DIDÁTICOS

- Xerox contendo exemplos e situações-problema e fichas temáticas
- Quadro branco

- Lápis

DESENVOLVIMENTO

1ª etapa – De início abordaremos o conteúdo ressaltando a utilização das equações no dia-dia em nossa sociedade, mostrando que os próprios alunos utilizam o conteúdo em seu cotidiano sem eles perceberem que estão utilizando-os, como, por exemplo, na compra de alguns materiais em uma loja.

2ª etapa - Em seguida mostraremos a resolução de algumas equações, utilizando questões contextualizadas que podem fazer parte do cotidiano de muitas pessoas.

Questões: 1 - A metade do número de figurinhas de um envelope mais a terça parte do número dessas figurinhas dá 60. Qual é esse número?

2 – Mariana foi à padaria e comprou cinco pacotes de biscoitos, e com isso ela pagou o valor de 7 reais e 50 centavos. Quanto custa cada biscoito comprado por Mariana?

3ª etapa – Solicitaremos aos alunos responderem alguns exercícios envolvendo os conteúdos abordados nas duas aulas.

4**ª etapa –** Apresentaremos a turma as fichas temáticas propondo atividades em grupo.

ATIVIDADE

1 – Determine uma equação para os seguintes problemas:

a) Leonardo pagou 86 reais por uma camiseta e um boné. Sabendo que o boné custou 32 reais, qual o preço da camiseta?

b) A soma de dois números consecutivos é 25. Qual o valor do menor deles?

2 – Resolva os seguintes problemas:

a) Marcelo e Claudia foram em uma lanchonete e beberam dois sucos de mesmo preço. Claudia pagou a conta com uma cédula de 50 reais e recebeu 33,40 reais de troco. Escreva uma equação e determine o preço do suco.

b) Pedro foi abastecer seu carro em um posto de gasolina que fica perto de sua casa, ao chegar no posto ele viu uma placa informando que estava havendo uma promoção em relação ao preço do litro da gasolina, com a promoção o preço do litro estava custando R$ 4,30. Sabendo que Pedro pagou um total de R$ 21,50. Quantos litros de gasolina Pedro abasteceu o seu carro?

c) A subtração de 7 do triplo de um número x é igual ao dobro desse número mais 5. Qual é o valor desse número x?

d) Num estacionamento há carros e motocicletas, totalizando 85 veículos. O número de carros é igual a 4 vezes o número de motocicletas. Quantas motocicletas há no estacionamento?

e) Bianca tem em sua conta bancária uma quantia igual a $\frac{1}{5}$ da quantia de que ela necessita para montar seu escritório. Se depositar R$ 1 300,00 em sua conta, ela

terá $\frac{4}{7}$ da quantia necessária. Qual é a quantia de que Bianca necessita para montar o escritório?

AVALIAÇÃO

A avaliação será realizada de forma contínua por meio da atividade proposta. Será observada a participação do aluno durante toda aula, verificando se os alunos conseguiram compreender os conteúdos abordados em sala de aula.

REFERÊNCIAS

LIMA, D. T. de. **Erros no processo de resolução de equações do 1º grau**. 2010. 223 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, Pontificia Universidade Catolica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2010. Disponível em: http://www.biblioteca.pucminas.br/teses/EnCiMat_LimaDT_1.pdf. Acesso em: 16 abr. 2019.

PATARO, P. R. M.; SOUZA, J. R. de. **Vontade de saber matemática.** 3. ed. São Paulo: FTD, 2015.

FICHA 01 – Recordando somas numéricas por meio de expressões Numéricas

Objetivo: Recordar operações básicas tais como: adição, subtração e multiplicação de sinais, usando para isso expressões numéricas.
(Para cada atividade, registre seus resultados no espaço correspondente)

GRUPO 1

a) 9 + 7 =

b) +9 – 7=

c) -9 + 7=

d) -9 – 7=

Escreva suas conclusões para as operações adição e subtração de sinais no espaço abaixo:

GRUPO 2

a) (+9) . (+7) =

b) (+9) . (-7)=

c) (-9) . (+7)=

d) (-9) . (-7) =

Escreva suas conclusões para as operações de multiplicação de sinais no espaço abaixo:

FICHA 02 – Somando termos semelhantes

Objetivo: Reconhecer que jamais podemos somar termos algébricos com termos independentes numa equação

Recordando:

Só podemos somar termos semelhantes, ou seja, termos com incógnitas (ou algébricos) só podem ser somados com outros termos com incógnitas, e termos numéricos (ou independentes) somente são somados com outros termos numéricos.

Assim, registre seus cálculos nas somas dos seguintes polinômios:

a) $5x+2x =$ ☐

b) $3x-7+4x+3=$ ☐

c) $17-3x=$ ☐

d) $15x+9-21x-13=$ ☐

FICHA 03 – Somando termos semelhantes em x

Objetivo: Saber resolver operações de soma/subtração de termos algébricos corretamente.

Recordando:

Só somamos monômios, ou seja, expressões algébricas composta de um único termo, os mesmos têm que ser semelhantes, isto é, a parte algébrica igual; logo devemos somar os coeficientes e mantermos a parte algébrica inalterada.

Assim, registre seus resultados:

a) $x + x =$ ☐

b) $5x - 7x =$ ☐

c) $-2x - 9x =$ ☐

d) $3x - 4x + 6x =$ ☐

Agora, resolva as equações abaixo, lembrando que os termos em x devem ser agrupados num mesmo membro para serem somados primeiramente.

a) $8x - 4 = 12x - 20$ $S = \{4\}$

b) $4m - 1 = 3 - 2m + 8m$ $S = \{-2\}$

c) $43x - 8 = 15 + 32x$ $S = \{\frac{23}{75}\}$

d) $9a - 4 = a + 5 - 3a$ $S = \{\frac{9}{11}\}$

FICHA 04 – Transposição de termos algébricos em x numa equação

Objetivo: saber transpor termos algébricos, em x, alterando seu sinal. Aplicando os princípios aditivo e multiplicativo.

Seja a equação: **5x = 10 + 3x**

Os termos semelhantes 5x, que se encontra no 1º membro da equação, e 3x, no 2º membro, têm que ficar no mesmo membro para, dessa forma, serem agrupados.

Assim, devemos lembrar que ao "transpor" qualquer termo de um membro para outro, seu sinal fica invertido.

Registre seus cálculos abaixo e resolva a equação. Lembre-se de ir observando cada passo efetuado, com muita atenção.

Caso não encontre o conjunto solução S = $\{5\}$, volte e refaça todo o seu raciocínio para que nada saia errado.
Querendo vencer todos os obstáculos, e não mais cometendo erros desta categoria, resolva as equações abaixo:

a) $2x - 27 = 5x$ $S = \{-9\}$

b) $4x - 5 = 10 + x$ $S = \{5\}$

c) $5x - 4 - 6x = 1 - 8x - 6$ $S = \left\{-\frac{1}{7}\right\}$

d) $7x + 21 = 42 - 6 + 4x$ $S = \{5\}$

FICHA 05 – Recordando a propriedade distributiva

Objetivo: Reconhecer que se deve aplicar a propriedade distributiva e levar em consideração os sinais que estiverem envolvidos no problema.

Recordando:

Quando temos, por exemplo, o produto 2.(x – 5), devemos lembrar que é a propriedade distributiva que aplicaremos para resolver tal produto. Para isso, multiplicaremos todos os termos que estão dentro dos parênteses pelo valor que estiver externo a ele.

Assim:

2.(x – 5)

2 . x – 2 . 5

2x – 10

Porém, caso tivéssemos: - 3.(5 – 4x), muita atenção com o sinal do número 3. Logo, aplicando a propriedade distributiva, novamente, temos:

– 3.(5 – 4x)
– 3 .5 – 3.(– 4x)
– 15 + 12x

Assim, usando o que foi revisto acima, encontre o conjunto solução das equações:

a) $2x + (3 – x) = 5 – (3x + 1)$ $S = \{\frac{3}{4}\}$

b) $3(2y – 1) – 2(y – 2) = – 4(y + 3)$ $S = \{\frac{-13}{8}\}$

c) $3x – [2 – (x – 3)] = 5x$ $S = \{-5\}$

d) $3(4 + a) – 2 = 2(3a – 1)$ $S = \{4\}$