



**UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA
TESE DE DOUTORADO**

**Teoria do ruído e fenômenos de interferência quântica
em nanoestruturas quirais**

MARÍLIA SANTOS MELO DE BARROS

MARÍLIA SANTOS MELO DE BARROS

**Teoria do ruído e fenômenos de interferência quântica
em nanoestruturas quirais**

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em física da Universidade Federal da Paraíba como parte dos requisitos para obtenção do grau de Doutor em física.

Área de Concentração: Física da Matéria Condensada

Orientador: Jorge Gabriel Gomes de Souza Ramos.

João Pessoa

2018

Catálogo na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

B277t Barros, Marília Santos Melo de.

Teoria do ruído e fenômenos de interferência quântica em nanoestruturas quirais / Marília Santos Melo de Barros. - João Pessoa, 2018.
105 f. : il.

Orientação: Jorge Gabriel Gomes de Souza Ramos Ramos.
Tese (Doutorado) - UFPB/CCEN.

1. Método diagramático. 2. bilhar de Dirac caótico. 3. potência do ruído de disparo. 4. localização fraca. 5. crossover. I. Ramos, Jorge Gabriel Gomes de Souza Ramos. II. Título.

UFPB/CCEN

Ata da Sessão Pública da Defesa de Tese de **Doutorado** da aluna **Marília Santos Melo de Barros**, candidata ao Título de Doutora em Física na Área de Concentração Física da Matéria Condensada.

1 Aos trinta dias do mês de julho do ano de dois mil e dezoito, às 14:00, no Auditório da
2 Pós-Graduação em Física do Centro de Ciências Exatas e da Natureza da Universidade
3 Federal da Paraíba, reuniram-se os membros da Banca Examinadora constituída para
4 examinar a candidata ao grau de Doutora em Física na área de Física da Matéria
5 Condensada, **Marília Santos Melo de Barros**. A comissão examinadora foi composta
6 pelos professores doutores: *Jorge Gabriel Gomes de Souza Ramos* (UFPB), orientador e
7 presidente da banca examinadora, *Dionísio Bazeia Filho* (UFPB), *João Antônio Plascak*
8 (UFPB), *Ailton Fernandes de Macêdo* (UFRPE) e *Pedro Hugo de Figueiredo* (UFRPE).
9 Dando início aos trabalhos, o Prof. Jorge Gabriel Gomes de Souza Ramos comunicou
10 aos presentes a finalidade da reunião. A seguir, passou a palavra para que a candidata
11 fizesse, oralmente, a exposição do trabalho de tese intitulado “*Teoria do ruído e*
12 *fenômenos de interferência quântica em nanoestruturas quirais*”. Concluída a
13 exposição, a candidata foi arguida pela Banca Examinadora, que emitiu o seguinte
14 parecer: “**aprovada**”. Assim sendo, deve a Universidade Federal da Paraíba expedir o
15 respectivo diploma de Doutora em Física na forma da lei. E para constar, eu, Danilo
16 Wilson Lemos Menezes, redigi esta ata que vai assinada por mim e pelos membros da
17 Banca Examinadora. João Pessoa, Paraíba, **30 de julho de 2018**.
18

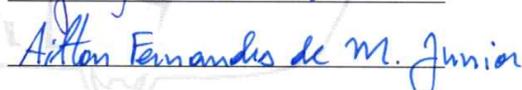
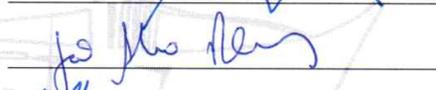
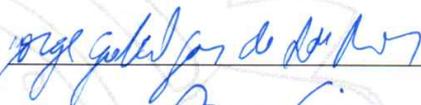
Prof. Dr. Jorge Gabriel Gomes de Souza Ramos
Orientador – PPGF/UFPB

Prof. Dr. Dionísio Bazeia Filho
PPGF/UFPB

Prof. Dr. João Antônio Plascak
PPGF/UFPB

Prof. Dr. Ailton Fernandes de Macêdo
UFRPE

Prof. Dr. Pedro Hugo de Figueiredo
UFRPE



“Nunca desistam do seu trabalho.
O trabalho lhe dá sentido e propósito, e a vida é vazia sem isso.”

Stephen Hawking

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus. Em seguida, aos meus pais, por eles terem sempre me dado amor, proteção e educação, em especial minha mãe Fátima, por sempre acreditar em mim. Aos meus irmãos Maria e Josenildo, por me apoiarem e estarem sempre presentes.

Gostaria de agradecer, também, aos amigos que conquistei na UFPB. Agradeço aos meus amigos Antônio, Bugley e Douglas, que dividiram sala comigo desde o começo do curso, pelas boas conversas, e que eles continuem com sua simplicidade.

A todos do departamento de física, que contribuíram de forma direta e indireta para esta Tese. A Josefa (Jô), meus agradecimentos por deixar nosso ambiente de trabalho sempre limpo, dando aquela sensação agradável e de estar em casa.

Aos meus amigos do grupo de pesquisa, porque juntos somos melhores. Em especial a Helena por sempre me mostrar que é preciso superar e por me proporcionar bons momentos de diversão. A Ivana, tenha fé que "no final tudo dá certo".

Ao meu amigo Adson, que acabei adotando como um irmão, obrigado pelas nossas boas conversas, pela força, companhia e, também, os momentos em que discutimos os sobre a física mesoscópica durante esses quatro anos. À família Rodrigues pelo o apoio e proteção em nossas viagens Jampa-Recife e vice-versa.

Agradeço aos amigos que conquistei fora da universidade, por me darem apoio e por sempre tornar meus dias melhores, me ajudando a vencer a saudade de casa. A Roberto Ranierre (Robertinho) e Juliana por sempre estarem me motivando e proporcionar momentos de alegria, fazer-me "rir litros", quando eu estava triste.

Meu agradecimento especial ao professor Anderson, "pai profissional", por ter me dado uma base sólida sobre os conhecimentos de física mesoscópica, o que contribuiu de forma

significativa na minha formação acadêmica, desde minha iniciação científica até o mestrado e também estar presente me apoiando durante o doutorado.

Agradeço ao professor Jorge Gabriel, orientador, por contribuir no processo de desenvolvimento desta tese. E mostrar como me autodesenvolver, orientando e aconselhando durante esse período do doutorado, para me tornar uma pessoa melhor, do ponto de vista profissional e pessoal.

A todos que não foram citados, peço desculpas pela omissão e muito obrigado pelo apoio de vocês. Por fim, agradeço à Capes pelo suporte financeiro para este trabalho virasse realidade.

RESUMO

Dedicamos esta tese à investigação das propriedades universais do transporte eletrônico em sistemas mesoscópicos. Apresentamos uma breve revisão dos fenômenos mesoscópicos, do formalismo de Landauer-Büttiker. Em nível teórico, introduzimos a simetria quirial em bilhares caóticos balísticos gerando os chamados bilhares caóticos de Dirac. Para essa abordagem analítica exata, utilizamos inicialmente o método diagramático proposto por Brouwer e Beenakker e construímos uma teoria generalizada de integração sobre o grupo unitário. Todo cálculo incorpora o efeito do caos mediante o uso da teoria de matrizes aleatórias. Em particular, calculamos observáveis físicos de transporte, tais como, a condutância e a potência do ruído de disparo. Apresentamos novos resultados exatos para a potência do ruído de disparo em bilhares de Dirac caóticos e, posteriormente, comparamos com os resultados dos bilhares de Schrödinger, exibindo as peculiaridades concernentes às classes universais quirais e as classes de Wigner-Dyson. Nesse âmbito, apresentamos resultados novos sobre o estudo do *crossover* do ensemble circular ortogonal para o ensemble circular unitário e a razão da correção de localização fraca para a potência do ruído de disparo e para a condutância do bilhar de Dirac.

Palavras-chave: Método diagramático, bilhar de Dirac caótico, potência do ruído de disparo, localização fraca, crossover.

ABSTRACT

This thesis is dedicated to the investigation of the universal properties of the electronic transportation in mesoscopic system. At the theoretical level, we introduce the chiral symmetry in chaotic ballistic cavities creating the so-called chaotic billiards of Dirac. For this exact analytical approach, we initially used the diagrammatic method proposed by Brouwer and Beenakker and we built a generalized theory of the integration on the unitary group. The whole calculation incorporates the effect of the chaos through the use of the theory of random matrices. In particular, we calculated physical observables of transportation, such as, the conductance and the power of the shot's noise. We presented exact results for the observable of transportation relevant in billiards of Dirac chaotic and, posteriorly, compared to the results of Schrödinger billiards, displaying the concerned peculiarities to the universal classes chiral and the classes of Wigner-Dyson. In this context, we presented the study of the crossover of the orthogonal circular ensemble to the unitary circular ensemble and the reason of the weak localization correction to the noise potential of the shot and to the conductance of the billiard of Dirac.

Keywords: Diagrammatic method, billiard of Dirac, shot noise, weak location

LISTA DE FIGURAS

1.1	Bilhar caótico definido por eletrodos em uma superfície metálica.	15
1.2	Bilhar Caótico	16
1.3	Ponto Quântico com estrutura quirál.	17
1.4	Escala de comprimento do regime mesoscópico	18
1.5	Bilhar de Schrödinger caótico	23
1.6	Folha de grafeno com a representação dos vetores primitivos.	26
1.7	Espaço real e a célula de Wigner-Seitz	29
1.8	A folha de grafeno e a primeira Zona de Brillouin	30
1.9	Bilhar caótico com estrutura de sub-rede.	30
1.10	Primeira Zona de Brillouin e as estruturas das bandas de condutância	31
2.1	Bilhar caótica conectada a dois reservatórios eletroquímicos	37
2.2	Ponto de contato quântico apresentando os tipos de canais	38
2.3	Representação da quantização da condutância em virtude do ponto de contato quântico.	40
2.4	A Flutuação Universal da condutância varia em função do campo magnético.	40
2.5	Comportamento da Flutuação Universal da condutância.	41
2.6	Diagramas difuson e cooperon.	42
2.7	Bilhar caótico conectado a dois guias	44
3.1	Regras básicas do método diagramático	53
3.2	Representação diagramática da função \mathcal{Y}	54
3.3	Representação diagramática da função f	55
3.4	Diagramas que representam a média da função \mathcal{Y}	58
3.5	Elementos básicos para construir os diagramas do grupo ortogonal	59
3.6	Representação diagramática da equação (3.34)	60
3.7	Representação diagramática da média da equação (3.34).	60
3.8	Comportamento da condutância para o caso simétrico, $N_1 = N_2 = N$	66
3.9	Comportamento simétrico da condutância para o BS e BD	66

4.1	Dois condutores de resistência R , na mesma temperatura T	70
4.2	Circuito RLC	71
4.3	Linha de transmissão conectada a dois condutores de resistência R	72
4.4	Circuito impedante.	73
4.5	Representação diagramática da equação (4.42).	78
4.6	Representação diagramática da equação (4.49).	80
4.7	Comportamento da potência do ruído de disparo p e h para o caso simétrico . . .	83
4.8	Comportamento simétrico da potência do ruído de disparo para o BS e BD . . .	84
5.1	Diagramas do tipo Cooperon, que contribuem para o crossover do ensemble quiral ortogonal para o quiral unitário	88

LISTA DE TABELAS

1.1	Classificação dos regimes	19
1.2	Tabela de Cartan. As simetrias fundamentais que classificam cada tipo de ensemble são: simetria de reversão temporal (TRS), partícula-buraco (PHS), simetria de rotação de spin (SRS) e subrede (SLS).	20
1.3	Tabela de Cartan. Representa a decomposição da matriz espalhamento em termos de matriz unitária, ortogonal e simplética.	21

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	Física Mesoscópica	17
1.2	A Teoria de Matriz Aleatória	19
1.2.1	<i>Crossover</i> entre os ensembles	22
1.3	Bilhares Caóticos Aberto	22
1.3.1	Bilhar de Schrödinger caótico: Propriedades de transporte	23
1.3.2	A Física do Grafeno	26
1.3.3	Bilhar de Dirac: Propriedades de transporte no grafeno	29
1.4	Organização Textual	34
2	CONDUTÂNCIA E LOCALIZAÇÃO FRACA	36
2.1	Condutância	36
2.2	Localização Fraca	41
2.3	Condutância e Localização em sistemas mesoscópicos: A fórmula de Landauer-Büttiker	44
2.3.1	Condutância	45
3	MÉTODO DIAGRAMÁTICO E SUA EXTENSÃO	49
3.1	Integração sobre o grupo Unitário	49
3.1.1	Método Diagramático para os ECU	52
3.2	Integração de Matrizes Simétricas do Grupo Unitário	56
3.2.1	Método Diagramático- ECO	57
3.3	Integração sobre o grupo simplético de matrizes quaterniônica	58
3.4	Integração sobre o grupo ortogonal: Extensão do método diagramático	59
3.4.1	Integração sobre o grupo simplético	61
3.5	Média da condutância para o bilhar de Schrödinger caótico	62
3.6	Média da condutância para bilhar de Dirac caótico	64

4	TEORIA DO RUÍDO	67
4.1	Expressão Geral para a potência do ruído	67
4.2	Ruído térmico: Nyquist-Johnson	69
4.2.1	Ruído térmico: abordagem de Landauer-Büttiker	74
4.3	Ruído de disparo: <i>Shot Noise</i>	75
4.3.1	<i>Shot Noise</i> para dois terminais condutores	75
4.4	Média da potência do ruído de disparo para o bilhar de Schrödinger	77
4.5	Média da potência do ruído de disparo para o bilhar de Dirac caótico	79
4.5.1	Casos Particulares	81
5	CROSSOVER: EXPANSÃO ENTRE OS ENSEMBLES ORTOGONAL PARA UNITÁRIO	85
5.1	Crossover no bilhar de Schrödinger	85
5.2	Crossover no bilhar de Dirac	87
6	CONCLUSÃO E PERSPECTIVAS	90
	Apêndice A PESOS DOS DIAGRAMAS PARA O ENSEMBLE DE WIGNER-DYSON	93
	Apêndice B PESOS DOS DIAGRAMAS PARA OS ENSEMBLES COM SIMETRIA QUIRAL	95
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	97

1 | INTRODUÇÃO

A física da matéria condensada (FMC) é responsável pelo estudo das propriedades dos sólidos e dos líquidos relacionando-os, diretamente, com a fase condensada da matéria, tendo um sistema que possui um grande número de constituintes com fortes interações entre si. Dentro da FMC, existem subdivisões e uma delas é a física do estado sólido, que tem como principal foco a observação e análise dos conceitos de cristalografia. Na rede cristalina, os átomos apresentam uma organização de forma periódica, o que facilita a compreensão de suas propriedades, que incluem a condutância elétrica [1, 2, 5].

Na década de 1980, surge uma nova área da FMC, a física mesoscópica, cujo principal objeto de estudo inclui os sinais quânticos no transporte de elétrons. O termo mesoscópico é utilizado para se referir a um regime intermediário, isto é, os sistemas que abrangem esse regime estão compreendidos entre os sistemas microscópicos e macroscópicos. Nesse regime, os efeitos de interferência e o princípio da exclusão de Pauli, por exemplo, estão presentes [18, 24].

Os sistemas que abrangem o regime mesoscópico são caracterizados pela coerência de fase (os elétrons mantêm a fase do seu comportamento ondulatório independente do tempo), durante todo o processo de transporte de carga no sistema[18].

Os experimentos na escala mesoscópica podem ser realizados na heteroestrutura semicondutora de GaAs/AlGaAs (arsenieto de gálio e arsenieto de gálio dopado com

alumínio) na qual uma fina camada do condutor é formada na interface desses heterocompostos semicondutores. Nessa estrutura os elétrons estão confinados na interface entre o GaAs e o AlGaAs, onde se movem sem perder coerência de fase, formando a estrutura que é conhecida como gás de elétrons bidimensional - 2DEG, ver figura 1.1 [7].

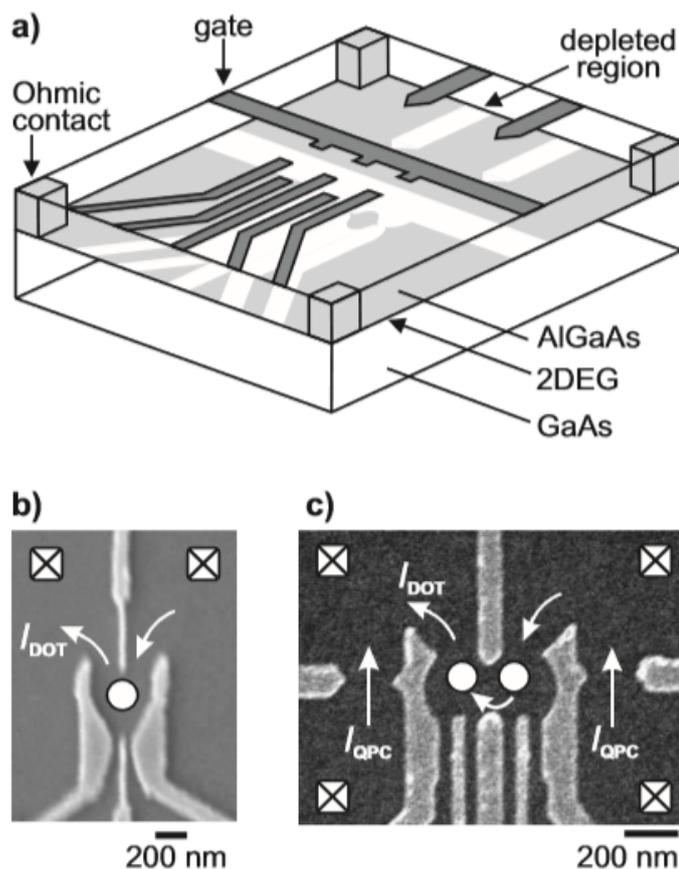


Figura 1.1: Bilhar caótico definido por eletrodos em uma superfície metálica: A) representa 2DEG B) representa o bilhar caótico e a corrente elétrica C) representa um duplo ponto quântico. As setas indicam a corrente, isto é, o movimento do elétron dentro do bilhar. Os pontos branco indicam a localização do ponto quântico. Figura retirada de [6]

O sistema mesoscópico de interesse desse trabalho é o Bilhar Caótico (BC). Temos uma amostra experimental do bilhar caótico na a figura 1.2 (a). O BC é formado por uma região irregular, onde o elétron sofre espalhamento ao colidir com suas bordas irregulares e a partir dessas bordas que introduzimos a dinâmica caótica no sistema. A região espalhadora são conectados gates de voltagem que produzem confinamento e, por sua vez, os elétrons podem passar de um lado para outro do bilhar caótico através de guias ideais.

Quando o elétron entra no BC, o tempo gasto para que ele explore todo espaço de fase é chamado de tempo ergódico, τ_{erg} . Para que o transporte eletrônico seja considerado universal, é necessário que a escala de tempo de permanência do elétron na cavidade, τ_d , seja suficientemente maior que o tempo ergódico. Contudo, τ_{erg} tem que ser suficientemente menor que o tempo de coerência de fase (τ_ϕ) para que o transporte se mantenha coerente, dessa forma temos que $\tau_\phi \gg \tau_d \gg \tau_{erg}$ [7, 18].

O BC, do ponto de vista da física clássica, possui uma analogia a mesa de bilhar como está representado na figura 1.2(b). Nesse caso, os elétrons são refletidos nas fronteiras, isto é, os elétrons colidem com a borda do material [15, 17].

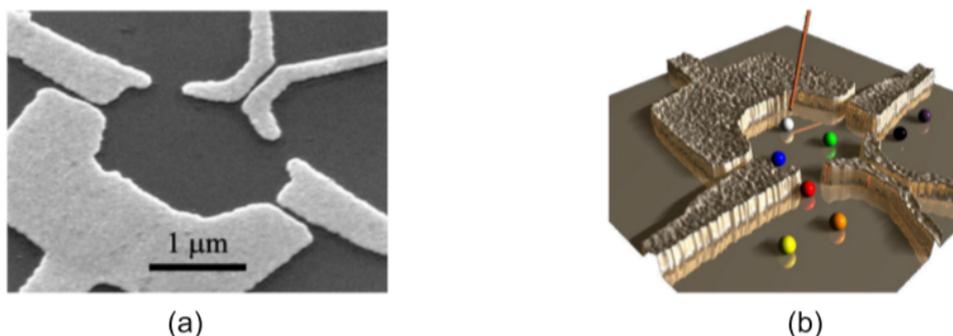


Figura 1.2: Bilhar Caótico: Em (a) temos uma micrografia por escaneamento eletrônico de um ponto quântico construído sobre um 2DEG e em (b) sua visão clássica. Figura retirada de [8]

O transporte eletrônico nesses sistemas nanoestruturados está tornando-se cada vez mais relevante na física teórica e experimental [41]. As simetrias e os agentes externos, por exemplo, o campo magnético são relevantes no que diz respeito aos fenômenos de interferências e o comportamento dos observáveis físicos. Dentre esses fenômenos, temos a quantização da condutância, a localização fraca, a anti-localização fraca, as flutuações da condutância e a potência do ruído de disparo [18, 26, 35, 71].

Nosso trabalho tem por objetivo o estudo analítico dos observáveis físicos do transporte de carga, mais especificamente a condutância e a potência do ruído de disparo. Eles independem do formato, do grau de desordem do sistema, composição atômica ou da sua estrutura, apenas dependem das simetrias fundamentais de cada sistema [20, 21].

Recentemente materiais com simetria de sub-rede (SLS) foram estudados, o mais

conhecido é o grafeno. Ele possui uma estrutura hexagonal composta por estruturas com duas sub-redes interconectadas, formando uma camada monoatômica arranjada em uma rede de colmeia, semelhante a favos de mel de uma comunidade de abelhas. O Bilhar de Dirac (BD) é o nosso sistema de estudo, conforme a figura 1.3, que consiste em um bilhar caótico formado pela folha de grafeno, mas a SLS é a simetria que o diferencia dos demais bilhares, isto é, a característica intrínseca desse material [2, 5, 20]. Ela será a simetria relevante do nosso estudo nas classes quirais .

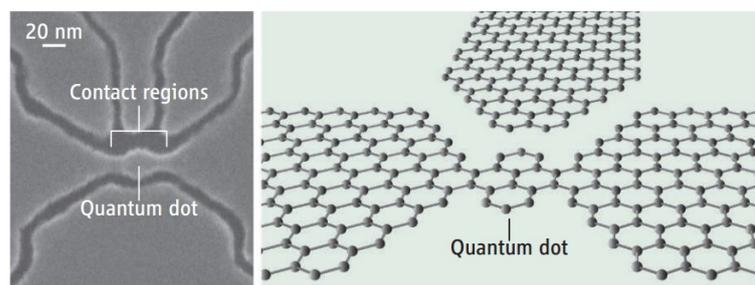


Figura 1.3: Ponto Quântico com estrutura quiral. Figura retirada de [14].

1.1 Física Mesoscópica

O regime mesoscópico é caracterizado por dispositivos onde o elétron propaga-se coerentemente através da amostra, visto que a coerência de fase caracteriza o comportamento quântico das cargas. Existe um comprimento característico que determina essa coerência. Se a amostra de comprimento L for maior que o comprimento de coerência de fase, o transporte perde a coerência. Para garantir essa coerência no transporte de cargas, o comprimento da amostra deve estar compreendido entre o comprimento de onda de Fermi, λ_F até o comprimento de coerência de fase, L_ϕ [9, 16, 17].

O comprimento de coerência de fase é dado por

$$L_\phi = \sqrt{D\tau_\phi}, \quad (1.1)$$

onde D é a constante de difusão e τ_ϕ é o tempo de relaxação de fase[18]. A constante de difusão origina-se da equação de difusão[9]

$$\frac{\partial n}{\partial t} = (\vec{\nabla}n)D(\vec{\nabla}n), \quad (1.2)$$

que nos diz que gradientes na densidade de elétrons (n) causam difusão.

Do ponto de vista da física estatística, a constante de difusão é obtida a partir da função correlação que relaciona as velocidades dos elétrons [9]. O comprimento de coerência de fase é inversamente proporcional à temperatura e é da ordem de alguns micrômetros para temperaturas inferiores a um Kelvin e varia de amostra para amostra.

E o *comprimento de onda de Fermi*, que consiste no comprimento de de Broglie no nível de Fermi é escrito [18]

$$\lambda_F = \frac{h}{\sqrt{2m^*\varepsilon_F}}, \quad (1.3)$$

onde m^* representa a massa efetiva do elétron e ε_F a energia de Fermi.

O comprimento de coerência de fase é a maior escala de comprimento, característica intrínseca dos sistemas mesoscópicos, e é caracterizado pela ocorrência de interferências de funções de ondas eletrônicas, isto é, o elétron pode viajar dentro desta distância sem perder a coerência de fase [17, 26]. Há casos em que o comprimento de coerência se estende até as escalas macroscópicas, por exemplo, os supercondutores, superfluidos e etc.

Se o comprimento da amostra (L) for maior que o comprimento de coerência de fase (L_ϕ), o dispositivo não apresenta efeitos de interferências quântica, o transporte eletrônico passa a ser descrito pela física clássica.

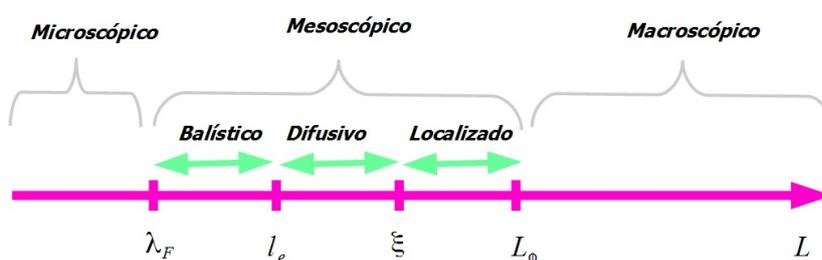


Figura 1.4: Escala de comprimento do regime mesoscópico.

Outra escala importante é o *caminho livre médio* entre dois espalhamentos elásticos consecutivos, l_e . Ele está relacionado ao tempo de espalhamento elástico, sendo a distância percorrida pelo elétron até que modifique completamente seu momento inicial descrevendo o grau de desorganização do sistema, isto é, a distância entre duas colisões sucessivas que modifica o momento do elétron [26].

Além do caminho livre médio, existe o *comprimento de localização* (ξ), essa escala está relacionada ao grau de desordem do sistema, de acordo com a figura 1.4.

O comprimento da amostra (L) necessariamente obedece a seguinte condição: $L\phi \geq L \geq \lambda_F$. Dito que L está compreendida entre as escalas de comprimento que caracterizam o sistema mesoscópico, podemos identificar três regimes: balístico, difusivo e localizado. Na tabela 1.1, apresentamos as características de cada regime.

Regime	Condição	Colisões
Balístico	$l_e > L$	Praticamente não tem colisões
Difusivo	$L > l_e$	diversas colisões
Localizado	$L_\phi > L > \xi$	múltiplas colisões

Tabela 1.1: Classificação dos regimes.

1.2 A Teoria de Matriz Aleatória

A Teoria de Matriz Aleatória (TMA) vem sendo utilizada como uma das principais ferramentas teóricas no estudo de transporte eletrônico em *sistemas mesoscópicos*. A TMA teve origem com Wigner, com o objetivo de estudar os níveis de energia do núcleo de átomos pesados e outras aplicações estatisticamente, mas também se desenvolveu na física mesoscópica [4, 32].

A TMA descreve as propriedades estatísticas no processo de espalhamento em sistemas desordenados, por isso ela é uma ótima ferramenta para se obterem as características de universalidade da condutância e do comportamento da potência do ruído de disparo nesses condutores [19].

Inicialmente a TMA era composta por três ensembles, conhecidos como ensembles Gaussianos[19]. Atualmente, TMA é composta por 13 ensembles, subdivididos em três classes: Ensemble Gaussiano[4], Classe de Wigner-Dyson [19], Classe Quiral [36] e Classe de Altland-Zirnbauer [37]. A partir da nomenclatura de Cartan para espaços simétricos, apresentamos as principais simetrias que sobrevivem à presença de desordem e caracterizam

Classes de Simetrias	β	Ensembles	TRS	PHS	SLS
Wigner-Dyson	2	A(unitário)	0	0	0
	1	AI(ortogonal)	+1	0	0
	4	AII(simplético)	-1	0	0
<i>Quiral</i>	2	AIII(unitário)	0	0	1
	1	BDI(ortogonal)	+1	+1	1
	4	CII(simplético)	-1	-1	1
Altland-Zirnbauer	2	D	0	+1	0
	2	C	0	-1	0
	1	DIII	-1	+1	1
	4	CI	+1	-1	1

Tabela 1.2: Tabela de Cartan [40]. A segunda coluna refere-se aos índices de simetria de cada ensemble. A terceira coluna representa a nomenclatura de Cartan para espaços simétricos. As simetrias fundamentais que classifgam cada tipo de ensemble são: simetria de reversão temporal (TRS), partícula-buraco (PHS), simetria de rotação de spin (SRS) e subrede (SLS). Na tabela, quando há uma quebra de simetrias, representamos por 0, e não havendo a quebra da simetria, representamos por ± 1 , dependendo da simetria de spin e SRS. Na TRS, +1 corresponde a partículas com spin inteiro 1, 2, ... e -1 corresponde partículas com spin meio 1/2. Na PHS, +1 corresponde ao tripleto e -1 ao singleto e na simetria SLS sempre teremos +1.

cada tipo de ensemble: simetria de reversão temporal (TRS), partícula-buraco (PHS), simetria de rotação de spin (SRS) e sub-rede (SLS), de acordo com a tabela 1.2. A TRS presente na classe unitária é quebrada ao aplicar um campo magnético perpendicular ao sistema em estudo. Com relação à SRS, ela é quebrada pelo espalhamento spin-órbita.

Dentre os sistemas físicos descritos pelos ensembles gaussianos, tem destaque o estudo de caos quântico, o que chamamos de sistemas fechados e são descritos pelo hamiltoniano do sistema através das autofunções e dos níveis de energia[4]. Se os sistemas quântico forem caóticos são representados pelos ensembles de Wigner, que consistem em sistemas abertos somente se estiverem conectados a guias de onda e neste caso são descritos pela matriz espalhamento[17, 19]. Por último temos a classe Altland-Zirnbauer ou classes de Bogoliubov-de Gennes (BDG), temos microestruturas compostas por uma parte metálica em contato com regiões supercondutoras. Esses sistemas são descritos pelo hamiltoniano de Bogoliubov-de Gennes em virtude da reflexão de Andreev [20, 22].

A partir da nomenclatura de Cartan para espaços simétricos (tabela 1.2), apresentamos

as principais simetrias que sobrevivem à presença de desordem e caracterizam cada tipo de ensemble: simetria de reversão temporal (TRS), partícula-buraco (PHS) e subrede (SLS)[15]. O índice de simetria ($\beta = 2$) corresponde a matrizes unitárias nas quais todos os elementos são números complexos; matrizes ortogonais ($\beta = 1$), todos os valores são números reais e as matrizes quaterniônicas ($\beta = 4$).

Como a motivação desta tese é fazer o cálculo da média dos observáveis físicos da classe quirial, utilizamos a TMA. Para esta classe, a TMA foi introduzida por Verbaarschot, ao estudar a cromodinâmica quântica, ao se tratar da TMA dos operadores de Dirac, considerando uma partícula sem massa, isto é, gap nulo [3, 41]. No contexto de cromodinâmica quântica, as propriedades estatísticas dos autovalores do operador de Dirac no problema serão as mesmas de uma matriz genérica da forma

$$H = \begin{pmatrix} 0_{n \times n} & X \\ X^\dagger & 0_{n \times n} \end{pmatrix}, \quad (1.4)$$

a matriz X tem dimensão $n \times m$ ($n \geq m$) e pode ser reescrita como $U\Lambda V^\dagger$. A matriz diagonal Λ de dimensão $n \times m$ contém m raízes quadradas dos autovalores da matriz $X^\dagger X$, U e V são matrizes unitárias de dimensões $m \times n$ e $n \times n$, respectivamente. Em virtude do estudo da equação de Dirac ter se originado a partir das bases quirais, as matrizes aleatórias deste tipo são conhecidas como matrizes aleatórias quirais.

Classes de simetria	β	Ensembles	U	S
Wigner-Dyson	2	A(ECU)	$U(N)$	$S = U$
	1	AI(ECO)	$U(N)$	$S = U^T U$
	4	AII(ECS)	$U(2N)$	$S = J U^T J^{-1} U$
Quiral	2	AIII(chECU)	$U(2N)$	$S = \Sigma_z U^\dagger \Sigma_z U$
	1	BDI(chECO)	$SO(2N)$	$S = \Sigma_z U^T \Sigma_z U$
	4	CII(chECS)	$S_p(4N)$	$S = \Sigma_z U^\dagger \Sigma_z U$

Tabela 1.3: Tabela de Cartan. Representa os seis tipos de ensembles com seus respectivos índices de simetria (β). Na quinta coluna estão representadas as decomposições da matriz espalhamento em termos de matriz unitária, ortogonal e simplética [27]

A simetria SLS será a simetria relevante para nosso trabalho. Ela é uma característica intrínseca dos sistemas da classe quirial (veja a figura 1.9). Além dessa simetria, existem

outras que caracterizam cada classe de ensemble, conforme a tabela 1.2.

Na tabela 1.3 temos as matrizes espalhamento, que caracterizam cada ensemble, em termos de matrizes unitária, ortogonal e simplética. E apresentamos a decomposição da matriz espalhamento em termos de matrizes unitárias, ortogonal e simplética para as duas classes de ensemble referentes à nossa pesquisa. E as matrizes J e Σ_z são definidas da seguinte maneira [27]:

$$J = \begin{pmatrix} 0 & -1_N \\ 1_N & 0 \end{pmatrix}, \quad \Sigma_z = \begin{pmatrix} 1_N & 0 \\ 0 & -1_N \end{pmatrix}. \quad (1.5)$$

Como nosso trabalho vai abordar os ensembles quirais, a matriz Σ_z é relevante para o nosso estudo.

1.2.1 *Crossover* entre os ensembles

O *crossover* acontece ao se aplicar o campo magnético perpendicular aos sistemas do grupo ortogonal (sem acoplamento spin-órbita) e ao grupo simplético (com acoplamento spin-órbita). Devido a esse campo magnético, evidencia-se a quebra da simetria de reversão temporal em ambos ensembles, levando-os ao grupo unitário [18, 34, 92]. Este campo será introduzido em nossos cálculos através de um parâmetro perturbativo, onde iremos abordar o *crossover* do grupo ortogonal para o unitário no regime semi-clássico tanto para os ensembles das classes de Wigner-Dyson e quiral [88].

1.3 Bilhares Caóticos Aberto

Nesta seção, definiremos os conceitos de bilhares caóticos abertos. Temos como exemplos o bilhar de Schrödinger e bilhar de Dirac. A partir de suas principais características e simetrias do problema envolvido, apresentaremos a teoria de espalhamento do elétron dentro do bilhar.

1.3.1 Bilhar de Schrödinger caótico: Propriedades de transporte

A teoria de espalhamento desta estrutura é descrita pela equação de Schrödinger [18]. O bilhar de Schrödinger (BS) é um dispositivo eletrônico que consiste em uma microestrutura bidimensional onde o elétron sofre espalhamento, conectada a um ou mais guias de ondas ideais, conforme a figura 1.5. Podemos considerar os guias de ondas ideais, com largura W , se os potenciais, devido às impurezas, $V(\vec{r})$ e o potencial oriundo do campo magnético externo, $A(\vec{r})$ são nulos dentro dos guias e as bordas do bilhar funcionam como o potencial do sistema [17].

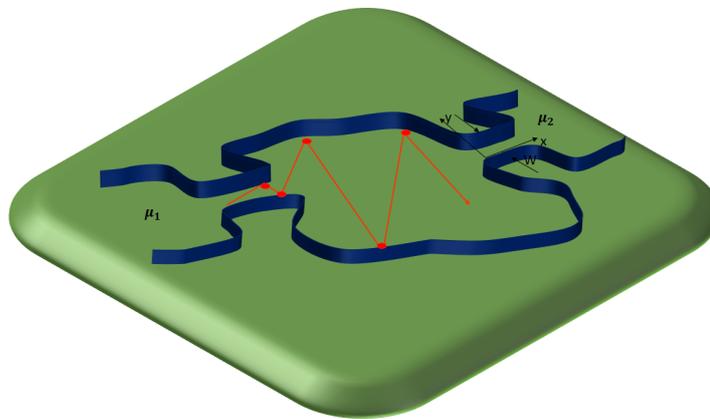


Figura 1.5: A seta vermelha representa o caminho do elétron ao colidir com as bordas do bilhar caótico.

A equação de Schrödinger neste caso é dada por [30]:

$$\frac{2mE}{\hbar^2}\Psi(x, y) + \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right)\Psi(x, y) = \frac{2m}{\hbar^2}V(x, y)\Psi(x, y). \quad (1.6)$$

Levando em consideração as condições de contorno, $\Psi(x, 0) = \Psi(x, \pm W) = 0$, as funções de onda se anulam nas paredes dos guias. Definindo

$$k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \quad (1.7)$$

$$U = \frac{2mV}{\hbar^2}. \quad (1.8)$$

Substituindo (1.8) e (4.17) em (1.6), temos

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k^2 \right)\Psi(x, y) = U\Psi(x, y), \quad (1.9)$$

temos a seguinte solução geral para a equação (1.9)[17]:

$$\Psi(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \chi_n(y) \phi_n(x). \quad (1.10)$$

Na direção y :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_{\perp}^2 \right) \chi_n(y) = U(y) \phi(y). \quad (1.11)$$

Aplicando as condições de contorno na direção y , temos a seguinte solução:

$$\chi_n(y) = \sqrt{\frac{2}{W}} \text{sen}(n\pi/W)y, \quad k_{\perp} = \frac{n\pi}{W}, \quad (1.12)$$

com energia transversal

$$E_{\perp} = \frac{\hbar^2 k_{\perp n}^2}{2m}. \quad (1.13)$$

Na ausência de potencial espalhador dentro do guia de onda, considerando a partícula livre $L \rightarrow \infty$, a solução da equação (1.9)[30]:

$$\phi(x) = A e^{\pm i k_{\parallel} x}, \quad (1.14)$$

A é a constante de normalização da função de onda e essa, por sua vez, está associada á energia longitudinal

$$E_{\parallel} = \frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2m} \quad (1.15)$$

De fato, a solução da equação (1.9) é dada por[17]:

$$\Psi(x, y) \propto \sqrt{\frac{2}{W}} \text{sen}(k_{\perp} y) e^{\pm i k_{\parallel} x}. \quad (1.16)$$

O sinal positivo (negativo) na equação (1.16) representa as ondas planas entrando (saindo) no bilhar caótico. A energia total consiste na soma $E = E_{\parallel n} + E_{\perp n}$ para $E_{\parallel} \in (0, \infty)$ e $n \in (1, \infty)$. O índice n na função representa os modos ou canais (transversal). Quando os canais são considerados abertos na energia, a energia $E_{\perp n} \leq E$, isto é, a energia é quantizada [17].

Em termos de número de onda,

$$k_{\parallel n}^2 + k_{\perp n}^2 = k^2 \equiv \frac{2mE}{\hbar^2}. \quad (1.17)$$

Se $k_{\perp n} < k$, $k_{\parallel n}$ é real e a exponencial contida na solução da equação de Schrödinger representa ondas propagantes ou canais abertos no guia; Se $k_{\perp n} > k$, neste caso $k_{\parallel n}$ é imaginário, originando canais fechados ou ondas que decaem exponencialmente nos guias. Vale salientar que, ao longo dos guias, a solução da equação de Schrödinger pode ser escrita como a soma de canais abertos e fechados que entram e saem no bilhar caótico. De fato, fora da amostra somente as ondas propagantes permanecem. Nesta tese, vamos trabalhar com canais abertos nos guias de onda.

O transporte de cargas através dos sistemas mesoscópicos, por exemplo, os bilhares caóticos são descritos pela matriz de espalhamento (S), de acordo com a TMA (Veja a tabela 1.2). A matriz espalhamento traz informações do processo de espalhamento do elétron dentro do bilhar. Nesse caso, as ondas planas entram e saem da cavidade através de guias de onda, que possuem N estados de ondas distintos, chamados de canais.

A matriz S com dimensão $N \times N$ relaciona as amplitudes de ondas incidentes e as amplitudes de ondas que saem da cavidade e é definida

$$\vec{b} = S\vec{a}, \quad (1.18)$$

$\vec{a}(\vec{b})$ são amplitudes de N estados de onda plana entrando (saindo) na cavidade. A matriz espalhamento (S) pode ser reescrita na estrutura de blocos

$$S = \begin{pmatrix} r & t' \\ t & r' \end{pmatrix}, \quad (1.19)$$

r e t são matrizes de reflexão e transmissão do canal aberto quando a onda incide da esquerda, e r' e t' incide do lado direito da amostra de dimensão $N \times N$. A conservação do fluxo requer que

$$\vec{a}^\dagger \vec{a} = \vec{b}^\dagger \vec{b} \quad (1.20)$$

Substituindo (1.18) em (1.20), temos

$$\vec{a}^\dagger \vec{a} = (S^\dagger \vec{a}^\dagger) S \vec{a} = \vec{a}^\dagger S^\dagger S \vec{a}, \quad (1.21)$$

isso implica

$$\mathcal{S}^\dagger \mathcal{S} = \mathbb{1}, \quad (1.22)$$

a recíproca também é verdadeira. A matriz \mathcal{S} é unitária, pela a lei da conservação do fluxo de cargas.

1.3.2 A Física do Grafeno

Nesta seção iremos fazer uma breve revisão de algumas características físicas do grafeno, com relação às propriedades cristalinas e à propriedade do transporte. A estrutura usual do grafeno consiste em uma rede hexagonal bidimensional, uma camada atômica de carbono, com duas sub-redes triangulares, de acordo com a figura 1.6. O grafeno também tem atraído interesse dos físicos teóricos, por causa das estruturas das bandas. Com isso, o estudo do grafeno é relevante em virtude da manipulação de pontos quânticos para as possíveis contribuições para a construção de computadores quântico [20, 25].

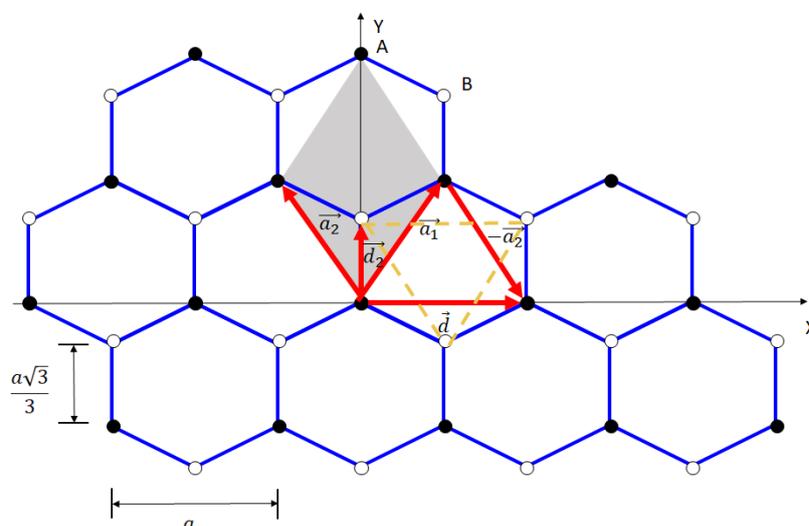


Figura 1.6: Na folha de grafeno estão representados os vetores primitivos (\vec{a}_1, \vec{a}_2) da rede. O losango na cor cinza representa a célula unitária primitiva. Os círculos cheio (círculos vazio) representam a subrede A (B), que consiste nos átomos de carbono

Para o estudo da estrutura do grafeno, começamos com os vetores primitivos da rede (\vec{a}_1, \vec{a}_2), que são vetores que ligam os átomos idênticos mais próximos e representam a unidade básica e contribuem para construir a *rede de Bravais*, isto é, esses vetores geram a rede cristalina [2, 5]. Para o caso do grafeno, temos os seguintes vetores primitivos:

$$\vec{a}_1 = a \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, 0 \right) \quad \vec{a}_2 = a \left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, 0 \right). \quad (1.23)$$

A rede de Bravais (\vec{R}), consiste no conceito fundamental para descrever alguns sólidos cristalinos. É uma cadeia infinita de pontos discretos com um arranjo e orientação, que especifica a ordem periódica em que as unidades do cristal estão organizadas e é formada pela combinação linear dos vetores primitivos da estrutura. Para uma estrutura bidimensional, temos

$$\vec{R} = n_1 \vec{a}_1 + n_2 \vec{a}_2. \quad (1.24)$$

Os vetores \vec{a}_1, \vec{a}_2 são vetores primitivos linearmente independentes (LI) e $n_1, n_2 \in \mathbb{Z}$. A partir dessa rede podemos fazer o estudo sistemático do grafeno. De fato, percebe-se que o grafeno é uma estrutura com base, pois só conseguimos construir toda estrutura hexagonal de maneira uniforme com duas redes triangulares de Bravais interpenetrantes relativas aos dois átomos das sub-redes A e a sub-rede B, gerando a necessidade de uma base.

De acordo com a figura 1.6, projetamos \vec{a}_2 e obtemos uma rede triangular da sub-rede A (círculo cheio):

$$\vec{d} = \vec{a}_1 - \vec{a}_2. \quad (1.25)$$

Observe que \vec{d} não representa a rede de Bravais, ou seja, $\vec{d} \neq n_1 \vec{a}_1 + n_2 \vec{a}_2$. Uma estrutura cristalina que consiste em cópias idênticas de alguma unidade física (base), localizadas em todos os pontos da rede de Bravais. Logo,

$$\text{REDE} + \text{BASE} = \text{ESTRUTURA CRISTALINA}. \quad (1.26)$$

Diante do conceito de base de uma estrutura cristalina, podemos definir a base que representa as duas sub-redes A (círculo fechado) e B (círculo aberto) de átomos por célula unitária característica do grafeno, respectivamente:

$$\vec{d}_A \equiv \vec{d}_1 = 0 \quad \vec{d}_B \equiv \vec{d}_2 = a \left(0, \frac{\sqrt{3}}{3}, 0 \right) \quad (1.27)$$

A célula primitiva consiste no volume de espaço que é transladado através de todo o vetor na rede de Bravais, preenchendo todo o espaço sem se sobrepor. No nosso caso, a célula

primitiva ou célula unitária é composta por dois átomos, caracterizando a rede colmeia. Na figura 1.6, encontra-se representada pelo losango cinza onde observamos que deve conter precisamente um ponto de rede.

Também é importante considerar a rede recíproca no espaço dual (ou recíproco), que consiste em um método que permite identificar a estrutura cristalina mediante o fenômeno de difração. Considerando a rede de Bravais (1.24) e uma onda plana genérica $e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$, o conjunto de todos os vetores de onda \vec{k} que produzem ondas planas com a periodicidade de uma rede de Bravais dada é conhecido como *rede recíproca*[1]. Analiticamente \vec{k} pertence à rede recíproca da rede de Bravais do ponto \vec{R} e satisfaz

$$e^{i\vec{k}\cdot(\vec{r}+\vec{R})} = e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \quad (1.28)$$

Podemos caracterizar a rede recíproca como o conjunto de vetores de onda \vec{k} , satisfazendo a relação $e^{i\vec{k}\cdot\vec{R}}$ e também podemos caracterizar a rede como o conjunto de vetores de onda \vec{k} , satisfazendo

$$e^{i\vec{k}\cdot\vec{R}} = 1 \quad (1.29)$$

para todo \vec{R} na rede de Bravais. Note que a rede recíproca é definida como consequência de uma dada rede de Bravais. A rede de Bravais que determina uma dada rede recíproca é muitas vezes referida como uma rede direta (rede cristalina no espaço real), quando vista na relação recíproca.

Diante do conceito de rede recíproca, consideramos os vetores da rede \vec{b}_1 e \vec{b}_2 definidos pela relação $\vec{b}_i \cdot \vec{a}_j = 2\pi\delta_{ij}$, podemos obter os seguintes vetores que geram a rede recíproca do grafeno:

$$\vec{b}_1 = 2\pi \frac{\vec{a}_2 \wedge \hat{z}}{\hat{z}(\vec{a}_1 \wedge \vec{a}_2)} \quad \vec{b}_2 = 2\pi \frac{\vec{a}_1 \wedge \hat{z}}{\hat{z}(\vec{a}_1 \wedge \vec{a}_2)}. \quad (1.30)$$

Substituindo os valores da equação (1.23) na equação (1.30), temos

$$\vec{b}_1 = \frac{2\pi}{a} \left[\hat{x} + \frac{\sqrt{3}}{3} \hat{y} \right] \quad \vec{b}_2 = \frac{2\pi}{a} \left[-\hat{x} + \frac{\sqrt{3}}{3} \hat{y} \right] \quad (1.31)$$

O vetor de onda \vec{k} pode ser escrito como a combinação linear de \vec{b}_i . De fato, todos os

pontos definidos pelo vetor da rede recíproca para o grafeno são:

$$\vec{k} = k_1 \vec{b}_1 + k_2 \vec{b}_2. \quad (1.32)$$

Com o vetor da rede recíproca conseguimos determinar os planos da sub-rede A, isto é, conseguimos localizar todos os átomos pertencentes a essa rede triangular[2, 16].

A partir dos vetores primitivos da rede direta, podemos construir a *célula de Wigner-Seitz* (W. S.), que consiste em escolher um ponto da rede de Bravais e traçar um plano perpendicular na bisseção entre esse ponto e os vizinhos do mesmo, conforme a figura 1.7 .

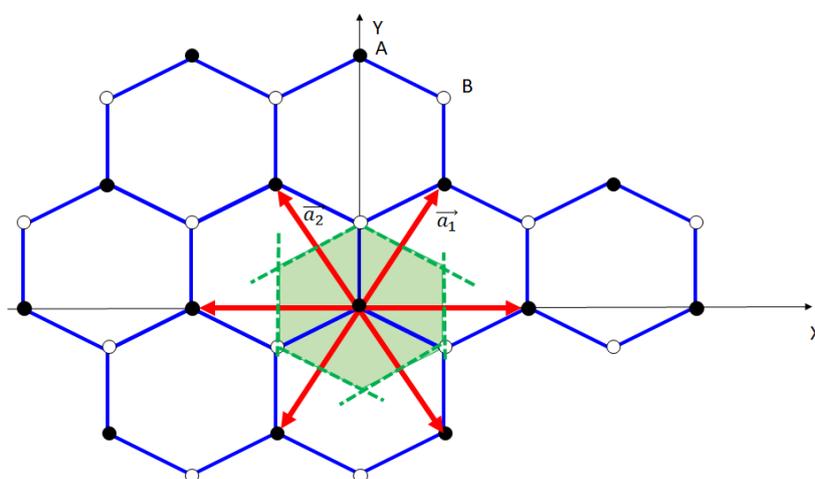


Figura 1.7: Espaço real e a célula de Wigner-Seitz (hexágono sobreado) gerada a partir dos planos bissetores (linhas tracejadas) que interceptam os vetores primitivos ao meio.

A célula primitiva de Wigner-Seitz da rede recíproca é conhecida como *Primeira Zona de Brillouin* (Z.B.), que consiste no menor volume inteiramente contido no interior dos planos bissetores perpendiculares aos vetores da rede recíproca, desenhados a partir da origem e é uma propriedade intrínseca da rede de Bravais, conforme a figura 1.8. De fato, a região sombreada é a célula de W. S., geradora do espaço recíproco e equivale a primeira Z.B.

1.3.3 Bilhar de Dirac: Propriedades de transporte no grafeno

Os bilhares de Dirac (BD) são descritos pela equação de Dirac em contrapartida do Bilhar de Schrödinger, que são descritos pela equação de Schrödinger e podem ser representados por um bilhar de grafeno[33, 41, 81]. Consiste em uma região espalhadora com simetria de sub-rede, onde os elétrons sofrem os espalhamentos elásticos até saírem da cavidade. A outra

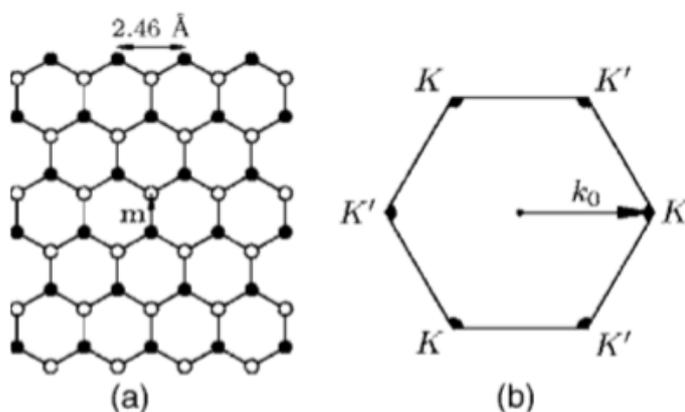


Figura 1.8: A figura a) representa a folha de grafeno; b) representa a primeira Zona de Brillouin K e K' são os pontos de Dirac e ambos não equivalentes. Figura retirada de [21]

região condiz aos guias de onda ideais de comprimento infinito de paredes impenetráveis e largura W ajustável, que conecta a cavidade aos reservatórios eletroquímicos, conforme a figura 1.9.

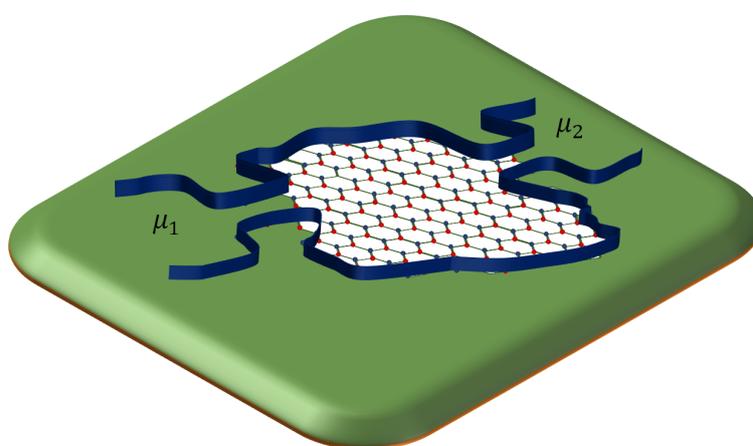


Figura 1.9: Bilhar caótico com estrutura de sub-rede conectada aos reservatórios eletroquímicos μ_1 e μ_2 , respectivamente.

Na Zona de Brillouin (Z. B.) do grafeno existem dois números de onda \vec{K} e $-\vec{K}$, conectados por um vetor da rede recíproca, denotados pelos os pontos de Dirac K e K' . As propriedades do transporte do grafeno são determinadas por esses vetores e também descritas pela equação de Dirac da mecânica não relativística. Nesse caso, o Hamiltoniano da camada de carbono é não relativístico [20, 33].

A primeira zona de Brillouin tem energia E , tem uma dependência cônica, formada

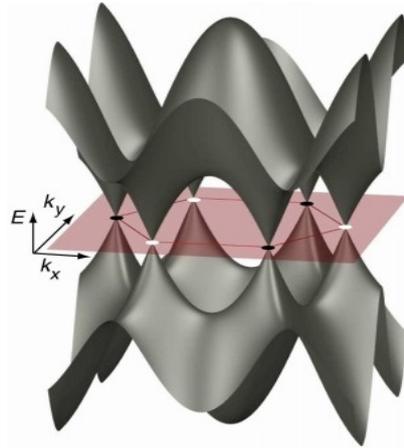


Figura 1.10: Primeira Zona de Brillouin e as estruturas das bandas de condutância ($E > 0$) e valência ($E < 0$) nos pontos de Dirac. Figura retirada de [20]

por seis cones (K, K' alternadamente), com o vetor de onda bidimensional $\vec{k} = (k_x, k_y)$ conforme as figuras 1.8b) e 1.10. Os elétrons excitados ocupam a banda de condução e os buracos excitados ocupam os estados vazios da banda de valência, ambos com massa efetiva nula.

Para cada momento da Z. B. existem dois estados de energias formadores das bandas $E > 0$ e $E < 0$, onde esses dois ramos do espectro de energia são degenerados. Como podemos ver, as energias são independentes, ou seja, elas não se cruzam, evidenciando que existe a formação das Bandas. Na Z. B., o nível de Fermi está situado nos pontos de Dirac e consiste em dois pontos inequivalentes com gap nulo no espaço recíproco, o que conecta as bandas de condução e valência (bandas cônicas) equivale aos átomos das sub-redes (ver figura 1.10). De fato, ao afirmar que os estados do sistema estão no ponto de Dirac, define-se a quiralidade ou helicidade [20, 21, 33].

Em 1984, Semenoff e DiVincenzo e Mele notaram que $v \ll c$, onde v é a velocidade do elétron e c a velocidade da luz. Devido à especial estrutura das bandas cônicas, essas excitações são governadas pela equação de Dirac [20] :

$$-i\hbar v \begin{pmatrix} 0 & \partial_x - i\partial_y \\ \partial_x + i\partial_y & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Psi_A \\ \Psi_B \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} \Psi_A \\ \Psi_B \end{pmatrix}. \quad (1.33)$$

As funções de onda na sub-rede A(B) da estrutura do grafeno $\Psi_A(\Psi_B)$ são:

$$\Psi_A \equiv \Psi_A(\vec{r})e^{i\vec{K}\cdot\vec{r}}, \quad \Psi_B \equiv \Psi_B(\vec{r})e^{i\vec{K}\cdot\vec{r}}. \quad (1.34)$$

Os átomos vizinhos da sub-rede A e da sub-rede B estão acoplados na rede do grafeno da seguinte maneira:

$$E\Psi_A = \tau \sum_j \Psi_B, \quad E\Psi_B = \tau \sum_j \Psi_A, \quad (1.35)$$

j representa os vizinhos mais próximos e τ representa a energia entre os vizinhos mais próximos dos átomos de carbono na estrutura do grafeno. A equação (1.33) pode ser reescrita da seguinte maneira

$$v\vec{p} \cdot \vec{\sigma}\Psi = E\Psi \quad (1.36)$$

e

$$\vec{p} = -i\hbar\left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}\right), \quad \vec{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z) \quad (1.37)$$

o operador momento bidimensional, o vetor matriz de Pauli atuando no espinor ($\Psi = \Psi_A, \Psi_B$), respectivamente. Aqui as matrizes de Pauli são matrizes no espaço das sub-redes

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} e \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (1.38)$$

Vale salientar que a equação de Dirac descreve os estados dos vetores de onda nos pontos da primeira Zona de Brillouin. De fato, temos mais duas componentes dos vetores de onda com relação ao ponto oposto \vec{K} , isto é, o ponto $-\vec{K}$ produz mais duas componentes $-\Psi'_A, \Psi'_B$ que satisfaz a equação de Dirac. Logo, temos

$$\Psi = (\Psi_A, \Psi_B; -\Psi'_B, \Psi'_A). \quad (1.39)$$

Os elétrons no grafeno são chamados de quirais, que caracterizam as autofunções de partículas com massa nula, por causa da direção do movimento estar ligada à direção do pseudospin (utilizado para diferenciar da forma real o spin eletrônico). O operador corrente dado por:

$$\vec{J} = v\vec{\sigma} \otimes \tau_0 \quad (1.40)$$

é proporcional ao operador pseudospin $\vec{\sigma}$, que atua no grau de liberdade nas sub-redes. O elétron se movimenta na direção x ou y e tem pseudospin na mesma direção. O operador

pseudospin é uma maneira de considerar os dois átomos de carbono no grafeno. E τ_0 é a matriz unitária de dimensão 2×2 , que atua no grau de liberdade nos pontos de Dirac \vec{K} e $-\vec{K}$.

Simetria de Reversão Temporal

A simetria de reversão temporal consiste no complexo conjugado da função de onda para uma dada energia, por exemplo, $\Psi(x, t)$ e $\Psi^*(x, -t)$ são soluções. Para o nosso caso, dado o estado

$$\Psi_X e^{i\vec{K}\cdot\vec{r}} + \Psi'_X e^{-i\vec{K}\cdot\vec{r}}, \quad (1.41)$$

$X = A, B$ referente as sub-redes. Aplicando a simetria de reversão temporal, temos

$$\Psi_X^* e^{-i\vec{K}\cdot\vec{r}} + \Psi'^*_X e^{i\vec{K}\cdot\vec{r}}, \quad (1.42)$$

Isto implica dizer que os espinores revertido no tempo consiste no operador de reversão temporal atuar nos estados das sub-redes, isto é, o operador \mathcal{T} atua nos espinores da equação 1.39. De fato, temos

$$\mathcal{T}\Psi = (\Psi'^*_A, \Psi'^*_B, -\Psi^*_B, \Psi^*_A), \quad (1.43)$$

o operador reversão temporal é definido da seguinte forma

$$\mathcal{T} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \mathcal{C} \quad (1.44)$$

e equivale a

$$\mathcal{T} = -(\tau_y \otimes \sigma_y)\mathcal{C}, \quad (1.45)$$

com o operador conjugação complexa (\mathcal{C}). A simetria de reversão temporal é preservada na ausência de campo magnético. De fato, o Hamiltoniano de Dirac sob reversão temporal

$$\mathcal{T}H(\vec{B})\mathcal{T}^{-1} = H(-\vec{B}). \quad (1.46)$$

O operador reversão temporal inverte o sinal do momento \vec{p} e das matrizes de Pauling que atuam nas sub-redes σ . Quando o operador reversão temporal é simétrico temos a **simetria ortogonal**. Logo, o Hamiltoniano do sistema com simetria quiral ou sub-rede é representado por [36, 40]

$$H = -\sigma_z H \sigma_z. \quad (1.47)$$

Simetria Simplética

O Hamiltoniano de Dirac também satisfaz a simetria antiunitária

$$\mathcal{S}H(\vec{B})\mathcal{S}^{-1} = H(-\vec{B}), \quad (1.48)$$

onde

$$\mathcal{S} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \mathcal{C} \quad (1.49)$$

equivale a

$$\mathcal{S} = i(\tau_0 \otimes \sigma_y)\mathcal{C}. \quad (1.50)$$

Observa-se que o operador \mathcal{S} atua como o operador reversão temporal, mas em apenas um ponto de Dirac (vale). Essa simetria é chamada de **simetria simplética** e pode ser quebrada na ausência do campo magnético.

1.4 Organização Textual

Como já vimos, este primeiro capítulo foi introdutório, onde trabalhamos com os principais conceitos sobre regimes de transporte em sistemas mesoscópico e a TMA, que descreve a universalidade em sistema com dinâmica caótica. Também falamos sobre a classificação dos ensembles quirais, suas propriedades e o Bilhar de Dirac, que consiste em um bilhar caótico com simetria de sub-rede, como exemplo: o grafeno;

O capítulo 2 apresenta os efeitos mesoscópicos com ênfase para quantização da condutância, que surge devido à quantização do momento transversal no ponto quântico e, também, para (anti) localização fraca, oriunda das interferências durante o transporte de carga diante da abordagem de Landauer e Landauer-Büttiker.

Já no terceiro capítulo, será abordada uma breve revisão do método diagramático de integração sobre o grupo unitário proposto por Brouwer e Beenakker. E a extensão deste método sobre o grupo ortogonal, que foi proposto em minha dissertação de mestrado para obter resultados para os observáveis físicos do Bilhar de Dirac, tal como a condutância e a variância da condutância. Utilizaremos esta extensão para obter os resultados analíticos da potência do ruído de disparo para os ensembles quirais.

No quarto capítulo, discutiremos a teoria do ruído, seus tipos existentes na natureza e suas principais características diante da abordagem de espalhamento proposto por Büttiker. Também serão relatados os resultados analíticos que encontramos para a potência do ruído de disparo, obtidos via método diagramático para o Bilhar de Dirac.

Já no quinto capítulo, será abordado o *crossover* entre os ensembles ortogonal e unitário para o bilhar de Schrödinger. A partir disso, podemos mostrar os novos resultados para o *crossover* do ensemble quiral ortogonal para o ensemble quiral unitário. Com base nesses resultados, mostraremos o novo produto para a razão da correção de localização fraca da potência do ruído de disparo e da condutância.

Já o sexto e último capítulo é reservado para a apresentação das conclusões da tese e das perspectivas de novas pesquisas.

2

CONDUTÂNCIA E LOCALIZAÇÃO FRACA

Neste capítulo, abordaremos um dos principais efeitos da física mesoscópica, a quantização da condutância e a localização fraca. O primeiro origina-se da quantização do momento transversal do ponto quântico e o segundo advém dos efeitos de interferências no sistema. Seguiremos apresentando o conceito de condutância diante do ponto de vista do formalismo de Landauer-Büttiker [18].

2.1 Condutância

A condutância dos condutores elétricos macroscópicos de uma determinada amostra depende da condutividade (σ), da largura (W) e do comprimento da amostra (L) dada por

$$G = \frac{\sigma W}{L}, \quad (2.1)$$

que caracteriza a Lei de Ohm. Porém, na região mesoscópica é necessário fazer duas correções [18]:

Primeira: Existe uma resistência independente do comprimento da amostra (L). Há uma condutância de contato, onde o número de canais abertos no guia (N) é constante e levando em consideração o nível de energia compreendido entre os reservatórios térmicos com potenciais eletroquímicos esquerdo e direito $\mu_E > E > \mu_D$, podemos escrever:

$$\vec{I} = \frac{2e^2}{h} N (\mu_E - \mu_D), \quad (2.2)$$

que corresponde à corrente fluindo no bilhar, ver figura 2.1. Os potenciais eletroquímicos funcionam como sumidouros perfeitos e neles ocorrem espalhamentos inelásticos. A diferença de tensão impulsiona a corrente na amostra mesoscópica.

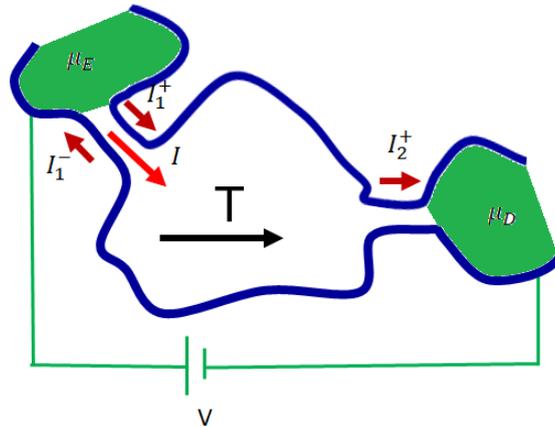


Figura 2.1: Cavidade caótica conectada a dois reservatórios eletroquímicos, μ_E e μ_D , por meio de dois terminais e as correntes fluindo nos guias do bilhar

Partindo da definição de condutância:

$$G = \frac{I}{V}, \quad (2.3)$$

onde V é a diferença de potencial e R a resistência do circuito. Substituindo o valor da corrente dada pela equação (2.2) na equação (2.3), temos:

$$G_c = \frac{2e^2}{h} N, \quad (2.4)$$

que corresponde à condutância de contato (G_c). A condutância do condutor balístico com um canal aberto colocado entre contatos condutores e independem do comprimento, do tamanho da amostra, das propriedades do material, geometria do material é dada por:

$$G_0 = \frac{2e^2}{h}, \quad (2.5)$$

conhecida como quanta de condutância. O fator dois refere-se à degenerescência de spin.

Sendo assim, a resistência de contato (resistência do guia balístico) depende do número de modos transversais e independente do comprimento da amostra (L)

$$R_c = \left(\frac{h}{2e^2 N} \right). \quad (2.6)$$

Para um condutor largo $N \gg 1$ a resistência (R_c) é muito pequena.

Na figura 2.2, está representado um canal aberto, isto é, ondas que se propagam no ponto quântico partindo do reservatório esquerdo para o direito e vice-versa, que na figura são representadas pelas setas. Percebe-se que existem canais fechados. Nesse caso as paredes do contato funcionam como barreira de potencial e as ondas incidentes decaem.

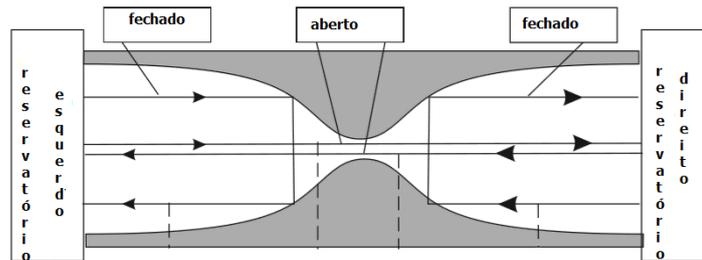


Figura 2.2: Ponto de contato quântico apresentando os tipos de canais. Figura adaptada de [7]

Segunda: Dada a energia de Fermi, $E_F = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m}$ e o vetor de onda $-k_F < k_y < k_F$, a dependência com W é discreta $\left(k_y = \frac{n\pi}{W}\right)$, $n = 0, 1, 2, \dots$. Cada valor de $\frac{2W}{\lambda}$ corresponde ao modo transversal distinto. Podemos escrever o número de canais abertos ou modos propagantes no condutor da seguinte forma

$$N = \text{Int} \left[\frac{2W}{\lambda} \right], \quad (2.7)$$

o Int representa um número inteiro menor que $\frac{2W}{\lambda}$.

Para determinar as correntes que fluem nos guias de onda conectados a sistemas mesoscópicos, por exemplo, no bilhar caótico conforme podemos ver na figura 2.1, Landauer levou em consideração os reservatórios ideais ao invés de fontes de elétrons a temperatura nula, onde o fluxo de elétrons dentro do guia esquerdo é dado por

$$I_1^+ = \frac{2e}{h} N [\mu_E - \mu_D]. \quad (2.8)$$

A corrente que sai do guia direito é simplesmente a corrente que entra no guia esquerdo, vezes a probabilidade de transmissão T , que é expressa pela fórmula

$$I_2^+ = \frac{2e}{h} NT [\mu_E - \mu_D]. \quad (2.9)$$

Devido à conservação do fluxo de corrente, o módulo da probabilidade de transmissão (T)

do elétron tentar atravessar o bilhar caótico, isso somado ao módulo da probabilidade do elétron ser refletido (R) é unitária

$$|T| + |R| = 1. \quad (2.10)$$

De fato, o fluxo de elétrons restante que reflete no guia esquerdo é dado por:

$$I_1^- = \frac{2e}{h} N(1 - T)[\mu_E - \mu_D], \quad (2.11)$$

onde a probabilidade de reflexão é igual a $R = 1 - T$. A corrente em qualquer ponto do bilhar e em seu exterior é representada por:

$$I = I_1^+ - I_1^- = I_2^+. \quad (2.12)$$

Um dos resultados mais conhecidos do formalismo de Landauer, consiste na fórmula de quantização da condutância[18]. A condutância, segundo o formalismo de Landauer, é igual a:

$$G = \frac{I}{(\mu_L - \mu_R)/|e|} = \frac{2e^2}{h} NT. \quad (2.13)$$

Logo, a segunda correção consiste na quantização da condutância, cuja origem vem do momento transversal no condutor e que a mesma não decresce linearmente com a largura (W), mas cresce por etapas que consistem na quantização da condutância em temperaturas baixas.

A partir desta junção, podemos estudar o contato pontual. Esse dispositivo consiste em um guia de onda com uma constrição de largura W ajustável, que o divide em duas regiões[31, 32]. Na figura 2.3, temos a representação do ponto de contato quântico (figura à esquerda) juntamente com o comportamento da resistência e o comportamento da quantização da condutância (figura à direita).

A corrente elétrica, através da constrição, varia de acordo com o ajuste da abertura W . À medida que aumenta a largura da constrição, a condutância aumenta por etapas. De fato, ocorre a formação de degraus, que consistem na quantização da condutância em temperaturas baixas, em virtude da condutância depender do número de canais abertos e o mesmo depende da largura da constrição do ponto de contato (Veja a figura à direita 2.3). Sendo assim, a

condutância é um problema de transmissão através da amostra mesoscópica, essa descrição é em virtude da natureza ondulatória dos elétrons.

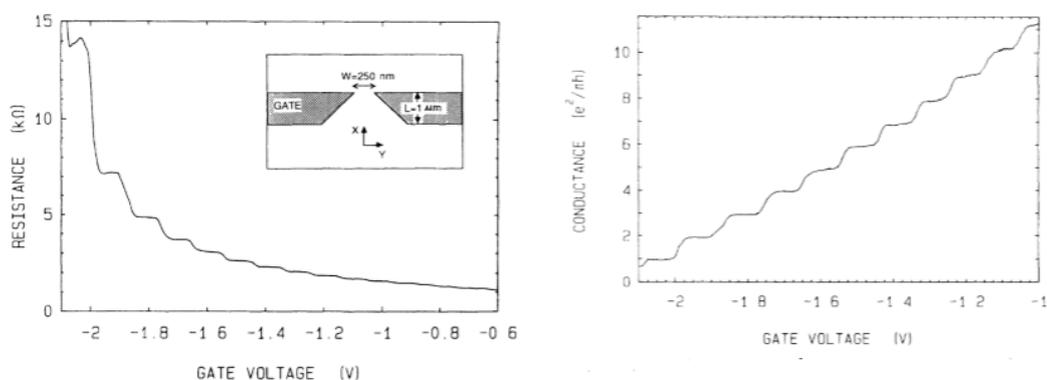


Figura 2.3: A figura à esquerda representa um PCQ e o comportamento da resistência. A figura à direita representa a quantização da condutância em forma de degraus. Figura retirada de [31]

Flutuação Universal da Condutância: Acontece em baixas temperaturas quando um campo magnético é aplicado. Tais flutuações são observadas ao medir mais de uma vez a condutância, conforme a figura 2.4[26, 32]. Elas também podem ser modificadas pela energia de Fermi, isto é, além do campo magnético influenciar fortemente a energia de Fermi, também modifica o comportamento, caracterizando a flutuação da condutância. De acordo com a hipótese ergódica, a média de configurações de desordem equivale à média sobre os diferentes parâmetros físicos (veja a figura 2.5).

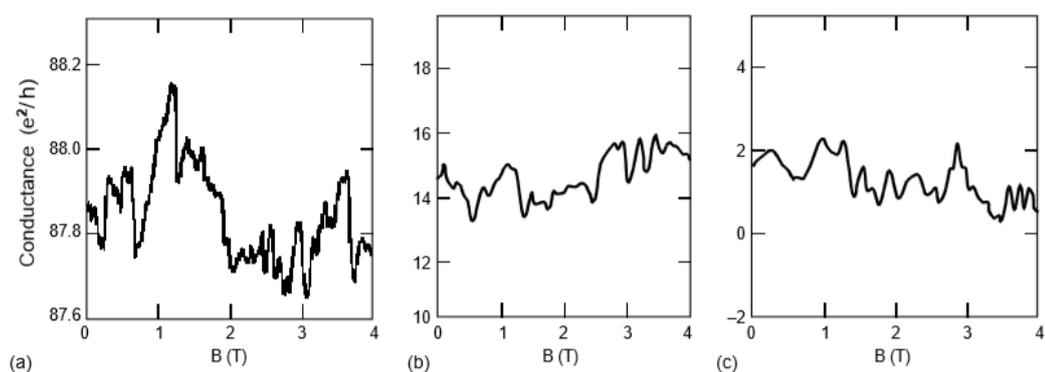


Figura 2.4: A Flutuação Universal da condutância varia em função do campo magnético de três sistemas diferentes. a) Um anel de ouro com diâmetro de $0,8$ mm, (b) uma amostra de Si-MOSFET e (c) o resultado de simulações numéricas usando o modelo de Anderson desordenado. Figura retirada de [26]

As flutuações da condutância consistem na variância da condutância e possuem um valor

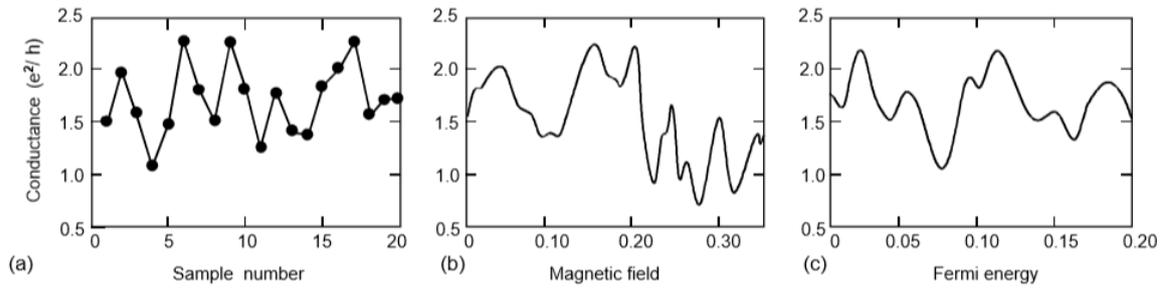


Figura 2.5: Comportamento da Flutuação Universal da condutância de uma simples amostra, em função do campo magnético e da energia de Fermi, respectivamente. Figura retirada de [26]

universal da ordem e^2/h para temperatura nula. Logo, as flutuações independem do grau de desordem no regime difusivo e dependem do tamanho da amostra na escala do caminho livre médio.

2.2 Localização Fraca

A localização fraca consiste na correção da condutividade clássica dos condutores desordenados e tem origem no princípio da superposição da mecânica quântica [41].

No limite de baixa desordem, dados dois pontos \vec{r}_1 e \vec{r}_2 dentro de uma amostra mesoscópica, a mecânica quântica estabelece que a descrição deve ser feita pela adição de amplitudes complexas, $a_{i,j}(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$, que descrevem a trajetória propagante de \vec{r}_1 para \vec{r}_2 e as trajetórias propagantes dos espalhamentos consecutivos entre os pontos são representados por i, j . A função do produto das amplitudes é representada pela soma das contribuições associadas às múltiplas trajetórias de espalhamento [26, 30, 63]:

$$\sum_{i,j} = a_i^* a_j. \quad (2.14)$$

A probabilidade de propagação, cujo papel é fundamental na caracterização das probabilidades dos meios desordenados, é dada por:

$$\mathcal{P}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \propto \overline{\sum_{i,j} a_i^*(\vec{r}_1, \vec{r}_2) a_j(\vec{r}_1, \vec{r}_2)}. \quad (2.15)$$

Devido ao espalhamento oriundo das impurezas, a probabilidade de propagação entre esses dois pontos é decomposta em duas contribuições, uma para trajetórias idênticas e a

outra com relação as trajetórias diferentes [26, 30]. Temos:

$$\mathcal{P} \propto \overline{\sum_j |a_j(\vec{r}_1, \vec{r}_2)|^2} + \overline{\sum_{i \neq j} a_i(\vec{r}_1, \vec{r}_2) a_j^*(\vec{r}_1, \vec{r}_2)}. \quad (2.16)$$

A probabilidade total (2.16) depende da soma de probabilidades individuais $\mathcal{P}_j = \overline{\sum_i |a_j(\vec{r}_1, \vec{r}_2)|^2}$ chamada classicamente de termo de Difusão e não contém termo de interferência entre diferentes amplitudes de espalhamento $a_i(\vec{r}_1, \vec{r}_2) a_j^*(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$. As trajetórias, de modo geral, têm comprimento e forma diferentes, a cada uma determinando diferença de fase $\Delta\varphi = \frac{1}{\hbar} \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{p} \cdot d\vec{r}$, \vec{p} é o momento, constituindo de um ensemble de diferença de fases com média nula[63].

Os diagramas que contribuem para (2.16) estão representados na figura 2.6. São separados em difusons (contribuem para a parte clássica), onde temos trajetórias sem intersecções e os cooperons (parte quântica com interferências), que possuem trajetórias com auto interseção, de acordo com a figura 2.6. Essa mudança de comportamento devido ao surgimento de interferência é essencial, pois dá origem aos efeitos coerentes assim como a localização fraca[26, 54].

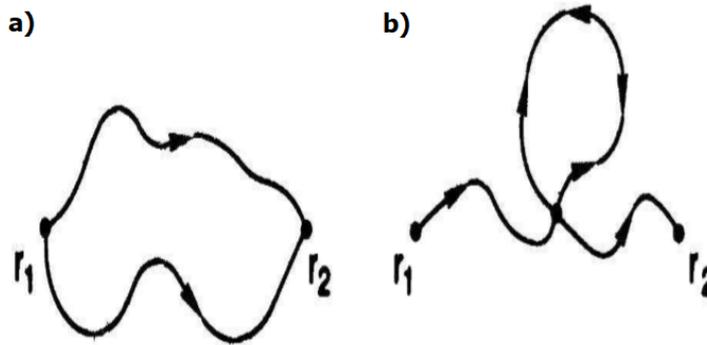


Figura 2.6: A figura a) representa o diagrama do tipo difuson, onde existe dois caminhos distintos sem interseção entre r_1 e r_2 . Já na figura b), temos a representação de um diagrama tipo cooperon onde existe apenas uma trajetória entre r_1, r_2 com auto interseção.

Fonte: Adaptada de [63]

De acordo com a figura 2.6b), observamos que existe a auto interseção e para cada tipo de trajetória existem dois tipos especiais de propagação. A diferença entre eles consiste no sentido do percurso da volta fechada. De fato, uma propagação pode ser levada na outra pela substituição $\vec{p} \rightarrow -\vec{p}$ e $d\vec{r} \rightarrow -d\vec{r}$ sem alterar a fase. Agora, podemos analisar o diagrama b).

Denotaremos as amplitudes por a_1 e a_2 e a probabilidade para essa trajetória passa assumir o seguinte valor:

$$\mathcal{P} = |a_1 + a_2|^2 = |a_1|^2 + |a_2|^2 + a_1 a_2^* + a_1^* a_2, \quad (2.17)$$

o termo cruzado diz respeito às interferências quânticas. Fazendo, $a_1 = a_2$ a equação (2.17) resulta em:

$$\mathcal{P} = 4 |a_1|^2. \quad (2.18)$$

Concluimos que a probabilidade quântica apresenta duas vezes maior a amplitude de probabilidade que a probabilidade clássica [63].

Uma consequência fundamental da coerência de fase em sistemas mesoscópicos é o efeito de interferência quântica. A correção de localização fraca (W. L.) é um dos efeitos fundamentais no regime quântico, que se dá devido aos efeitos de interferência geradas durante o processo de espalhamento do elétron, por exemplo, dentro de um bilhar caótico. Este efeito se dá pelo fato do elétron, ao ser ejetado dentro do bilhar caótico, possuir probabilidades de transmissão diferentes da probabilidade de reflexão. Ao aplicar um campo magnético \vec{B} ao sistema, os efeitos de *localização fraca* e a *anti-localização fraca* desaparecem [91, 100].

O termo "fraco" refere-se à fraqueza desse efeito quando comparada a localização "forte" de Anderson [18, 26]. A localização forte é devido às interferências construtivas de espalhamento e provém de um grau de desorganização elevado no sistemas. As ondas são sempre localizadas nos condutores unidimensionais e bidimensionais. É um fenômeno também aplicado ao transporte ondulatório elétrico e acústicos e etc. [23].

Para sistemas com partículas sem spin, ocorrem interferências construtivas e a probabilidade de reflexão (R) é maior do que a probabilidade de transmissão (T). Sistemas com interação spin-órbita, ocorre o giro dos spins dos elétrons, produzindo interferências destrutivas, ocasionando o que chamamos de anti-Localização fraca. É importante observar a troca do sinal, isto é, a mudança das interferências construtiva para destrutiva e vice-versa [26, 64, 100].

2.3 Condutância e Localização em sistemas mesoscópicos: A fórmula de Landauer-Büttiker

Nesta seção faremos uma nova abordagem para obtermos a condutância, utilizando a teoria de matriz de espalhamento [24]. Vamos considerar um elétron emitido do reservatório macroscópico (reservatórios térmicos com potenciais eletroquímicos) e entra no bilhar caótico por intermédio de um guia de onda ideal, a corrente será ejetada no lado esquerdo da amostra mesoscópica.

Para que isso aconteça, é necessário manter os reservatórios fora do equilíbrio, pois o fluxo de elétron (corrente elétrica) vem dos reservatórios, que estão sob uma diferença de potencial.

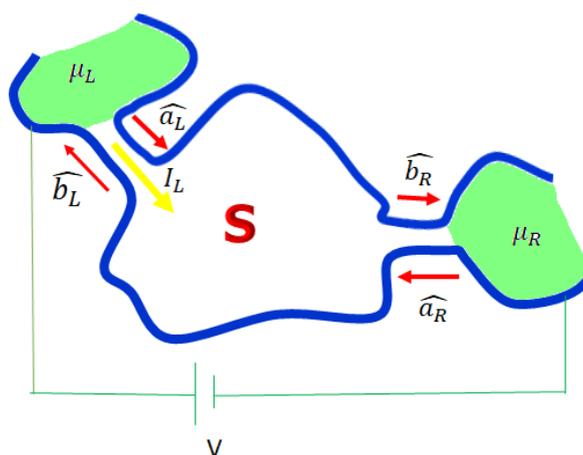


Figura 2.7: Bilhar caótico conectado a dois reservatórios eletroquímicos esquerdo (μ_L) e direito (μ_R) por meio de dois guias, respectivamente.

Ao chegar no bilhar, região espalhadora, os elétrons sofrem espalhamentos elásticos até saírem do outro lado do bilhar caótico. O elétron deve explorar ergodicamente todo espaço de fase antes de sair da cavidade para garantir a universalidade do sistema [17, 26].

Observando, por exemplo, o guia do lado esquerdo (guia de entrada) da cavidade os elétrons, ao tentarem entrar na cavidade, alguns são refletidos e outros transmitidos por ela (ver figura 2.7). A matriz espalhamento relaciona as amplitudes de saída com as amplitudes de entrada na cavidade, conforme a equação (2.19):

$$\mathcal{S} \begin{pmatrix} \hat{a}_L \\ \hat{a}_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{b}_L \\ \hat{b}_R \end{pmatrix}. \quad (2.19)$$

A matriz espalhamento (\mathcal{S}) traz todas informações do processo de espalhamento do elétron dentro da cavidade e pode ser representada na forma

$$\mathcal{S} = \begin{pmatrix} s_{LL} & s_{RL} \\ s_{LL} & s_{RL} \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} r & t' \\ t & r' \end{pmatrix}, \quad (2.20)$$

onde r, r' e t, t' são os blocos que consistem nas matrizes de reflexão e de transmissão.

Devido à conservação do fluxo da corrente, a matriz espalhamento é unitária $\mathcal{S}^\dagger \mathcal{S} = \mathbb{1}$. A partir dessa propriedade, temos as seguintes relações:

$$rr^\dagger + t't^\dagger = tt'^\dagger + r'r'^\dagger = 1, \quad (2.21)$$

$$rt'^\dagger + t'r'^\dagger = tr^\dagger + r't^\dagger = 0. \quad (2.22)$$

À medida que estudamos cada ensemble, a matriz \mathcal{S} adquire mais vínculos, isto é, além da unitariedade, a matriz espalhamento adquire mais uma simetria de acordo com o ensemble, conforme foi dito na seção 1.2.

2.3.1 Condutância

Estamos interessados em deduzir a expressão da média da corrente e da condutância, segundo o formalismo de Landauer-Büttiker. Considerando N_T , o número de canais abertos nos guias de onda. A corrente ejetada no guia esquerdo da amostra é representada por:

$$\hat{I}_L(z, t) = \frac{\hbar e}{2im} \int dr_\perp \left[\hat{\psi}_L^\dagger(\vec{r}, t) \left(\frac{\partial}{\partial z} \hat{\psi}_L(\vec{r}, t) \right) - \left(\frac{\partial}{\partial z} \hat{\psi}_L^\dagger(\vec{r}, t) \right) \hat{\psi}_L(\vec{r}, t) \right], \quad (2.23)$$

onde os operadores função de campo $\hat{\psi}_L(\vec{r}, t)$ e $\hat{\psi}_L^\dagger(\vec{r}, t)$ são dados por:

$$\hat{\psi}_L(\vec{r}, t) = \int dE e^{-iEt/\hbar} \sum_{n=1}^{N_L(E)} \frac{\chi_{Ln}(r_\perp)}{[2\pi\hbar v_{Ln}(E)]^{1/2}} [\hat{a}_{Ln} e^{ik_{Ln}z} + \hat{b}_{Ln} e^{-ik_{Ln}z}] \quad (2.24)$$

$$\hat{\psi}_L^\dagger(\vec{r}, t) = \int dE e^{iEt/\hbar} \sum_{n=1}^{N_L(E)} \frac{\chi_{Ln}^*(r_\perp)}{[2\pi\hbar v_{Ln}(E)]^{1/2}} [\hat{a}_{Ln}^\dagger e^{-ik_{Ln}z} + \hat{b}_{Ln}^\dagger e^{ik_{Ln}z}], \quad (2.25)$$

\vec{r}_\perp e z são as coordenadas transversais e longitudinais ao longo do guia e $\chi_{Ln}(r_\perp)$, k_{Ln} e $v_{Ln}(E)$ as funções de onda transversais, vetor de onda, velocidade de propagação do n -ésimo modo transversal, respectivamente.

Nas equações (2.24), (2.25) aparecem os operadores de criação e aniquilação, \hat{a}_{Ln} ; \hat{a}_{Ln}^\dagger . Substituindo as equações (2.24) e (2.25) na equação (2.23) e com um pouco mais de álgebra, obtemos a seguinte expressão para a corrente total que incide no lado esquerdo da amostra

$$\hat{I}_L(t) = \frac{e}{2\pi\hbar} \sum_n \int dE dE' e^{i(E-E')t/\hbar} \times [\hat{a}_{Ln}^\dagger(E) \hat{a}_{Ln}(E') - \hat{b}_{Ln}^\dagger(E) \hat{b}_{Ln}(E')], \quad (2.26)$$

levamos em consideração que na escala de Fermi E' está muito próxima de E . Neste caso, os operadores número $n_{Ln}^-(E) = \hat{b}_{Ln}^\dagger(E) \hat{b}_{Ln}(E')$ e $n_{Ln}^+(E) = \hat{a}_{Ln}^\dagger(E) \hat{a}_{Ln}(E')$ descrevem os elétrons nos estados espalhados.

Utilizando definição de matriz espalhamento (2.19)

$$\hat{I}_L(t) = \frac{e}{2\pi\hbar} \sum_{\alpha\beta} \sum_{mn} \int dE dE' e^{i(E-E')t/\hbar} a_{\alpha m}^\dagger(E) A_{\alpha\beta}^{mn}(L; E, E') \hat{a}_{\beta n}(E'). \quad (2.27)$$

A matriz $A_{\alpha\beta}^{mn}(L; E, E')$ é definida por:

$$A_{\alpha\beta}^{mn}(L; E, E') = \delta_{mn} \delta_{\alpha L} \delta_{\beta L} - \sum_k s_{mk;L\alpha}^*(E) s_{L\beta;kn}(E'), \quad (2.28)$$

os índices α e β representam os reservatórios e m , n representam os canais nos guias. Sendo $s_{mk;L\alpha}(E) (s_{L\beta;kn}(E'))$ o elemento da matriz espalhamento que relaciona o canal $m(n)$ do guia $\alpha(\beta)$.

Para obter a média da corrente, é necessário escrever a média do produto do operador criação e aniquilação em termos da função distribuição dos reservatórios

$$\langle \hat{a}_{\alpha m}^\dagger(E) \hat{a}_{\beta n}(E') \rangle = \delta_{\alpha\beta} \delta_{mn} \delta(E - E') f_\alpha(E), \quad (2.29)$$

onde, $f_\alpha(E)$ é a distribuição de Fermi-Dirac para o reservatório α dada por:

$$f_\alpha(E) = \frac{1}{1 + e^{(E-\mu_\alpha)/k_B T}}, \quad (2.30)$$

onde, k_B é a constante de Boltzmann e T a temperatura.

Substituindo as equações (2.28) e (2.29) em (2.27), podemos calcular a média da corrente em termos dos blocos da matriz espalhamento. Fazendo $E = E'$, $m = n$ e $\alpha, \beta \in \{L, R\}$, temos:

$$\begin{aligned} \langle I_L \rangle &= \frac{e}{2\pi\hbar} \int dE \sum_n \left[f_L - f_L \sum_k s_{nk;LL}^*(E) s_{LL;kn}(E) \right. \\ &\quad \left. - f_R \sum_k s_{nk;LR}^*(E) s_{LR;kn}(E) \right] \\ &= \frac{e}{2\pi\hbar} \int dE \sum_{n,k} \left[(1 - r_{nk,LL}^* r_{LL,kn}) f_L(E) - t_{nk,LR}^* t_{LR,kn} f_R(E) \right]. \end{aligned} \quad (2.31)$$

Utilizando as relações (2.22) adequadamente, devido à unitariedade da matriz espalhamento, obtemos a seguinte expressão para a média da corrente

$$\langle I_L \rangle = \frac{e}{2\pi\hbar} \int dE \left[\sum_n (t^\dagger t)_{nn} (f_L(E) - f_R(E)) \right]. \quad (2.32)$$

De fato,

$$\langle I_L \rangle = \frac{e}{2\pi\hbar} \int dE \text{Tr}[t^\dagger(E)t(E)][f_L(E) - f_R(E)]. \quad (2.33)$$

Aplicando uma pequena voltagem e tomando o limite da temperatura nula ($T = 0$), temos:

$$\int dE f_{L,R}(E) = \int_0^{E_F} dE \frac{1}{\exp[(E - \mu_{L,R})/K_B T] + 1} = E_F = \mu_{L,R}, \quad (2.34)$$

que corresponde à função degrau da distribuição dos férmions. Como estamos interessados com $E \leq E_F$, os elétrons ocupam o nível de energia mais baixo disponível [29].

Utilizando a definição da condutância, substituindo $\langle I_L \rangle$ temos

$$G = \frac{e}{\mu_L - \mu_R} \cdot \frac{1}{2\pi\hbar} \text{Tr}[t^\dagger(E_F)t(E_F)](\mu_L - \mu_R) \quad (2.35)$$

Sendo assim, a expressão para condutância no formalismo de Landauer-Büttiker para dois terminais[24]:

$$G = \frac{e^2}{2\pi\hbar} \text{Tr}[t^\dagger(E_F)t(E_F)]. \quad (2.36)$$

As matrizes $t^\dagger t$ podem ser diagonalizadas e possuem autovalores reais T_n . A equação (2.32) é reescrita da seguinte forma:

$$\langle I_L \rangle = \frac{e}{2\pi\hbar} \int dE T_n(E) \left[(f_L(E) - f_R(E)) \right]. \quad (2.37)$$

Sendo assim, a condutância é reescrita da seguinte maneira

$$G = \frac{e^2}{2\pi\hbar} \sum_n T_n. \quad (2.38)$$

Em alguns casos é conveniente fazer o uso da condutância adimensional

$$g = \frac{G}{G_0}; \quad G_0 = \frac{e^2}{2\pi\hbar}, \quad (2.39)$$

possibilitando reescrever as equação da condutância na forma adimensional. Por exemplo, a equação (2.38) passa a ser:

$$g = \sum_n T_n, \quad (2.40)$$

que corresponde à generalização da fórmula de Landauer para o caso de multicanal e a condutância também pode ser reescrita em termos de probabilidade de transmissão

$$g = \sum_{nm} T_{nm}. \quad (2.41)$$

3

MÉTODO DIAGRAMÁTICO E SUA EXTENSÃO

Neste capítulo, faremos uma revisão do Método Diagramático proposto por Brouwer e Beenakker para obter resultados dos ensembles circulares, introduzido por Dyson[54]. Utilizaremos esse método diagramático para calcular os valores dos observáveis físicos para o ensemble quirral unitário.

O método diagramático é um método auxiliar ao método de integração, que consiste em representar funções compostas por matrizes unitárias em forma de diagramas, facilitando os cálculos. Mas a grande dificuldade encontrada é com relação à grande quantidade de diagramas que surgem para o cálculo de alguns observáveis físicos, por exemplo, os diagramas para a variância da condutância e para a potência do ruído de disparo, como veremos.

Para obtermos resultados para os grupos ortogonal e simplético foi necessário introduzir uma extensão do método diagramático de integração sobre o grupo ortogonal, conforme já foi abordado no artigo [10] para obter a média e variância da condutância do Bilhar de Dirac.

3.1 Integração sobre o grupo Unitário

Utilizamos o método de integração proposto por Brouwer e Beenakker para obter os valores esperados dos observáveis, média da condutância e da potência do ruído de disparo

para o ensemble quiral unitário[54]. Ele consiste em representar funções compostas por elementos de uma matriz unitária sobre o grupo unitário. O conceito de integrar refere-se a calcular a média de uma função polinomial e é representada pelo símbolo $\langle \dots \rangle$

$$\langle f \rangle \equiv \int f(U) dU \quad (3.1)$$

onde $f(U)$, é uma função polinomial; U , é uma matriz unitária de dimensão $N \times N$; e a medida invariante dU , é a medida de Haar do grupo unitário. As integrais unitárias apresentam valores matemáticos, mas também podem ser empregada na área da física. Além disso o estudos dessas integrais unitárias podem levar a novos métodos computacionais [86].

Considerando a função polinomial:

$$f(U) = U_{a_1 b_1} \cdots U_{a_n b_n} U_{\alpha_1 \beta_1}^* \cdots U_{\alpha_m \beta_m}^* \quad (3.2)$$

A equação (3.1) é nula se $n = m$, a menos que $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ seja uma permutação P de a_1, \dots, a_n e β_1, \dots, β_n seja a permutação P' de b_1, \dots, b_n . Temos a seguinte estrutura geral para a média [54]:

$$\langle U_{a_1 b_1} \cdots U_{a_m b_m} U_{\alpha_1 \beta_1}^* \cdots U_{\alpha_n \beta_n}^* \rangle = \delta_{nm} \sum_{PP'} V_{P,P'} \prod_{j=1}^n \delta_{a_j \alpha_{P(j)}} \delta_{b_j \beta_{P'(j)}}, \quad (3.3)$$

o somatório se faz sobre todas as permutações P e P' dos números $1, \dots, n$. Os coeficientes $V_{P,P'}$, dependem da estrutura cíclica da permutação $P^{-1}P'$ e dos comprimentos dos ciclos de c_1, \dots, c_k , onde

$$n = \sum_{j=1}^k c_j. \quad (3.4)$$

Então, podemos escrever V_{c_1, \dots, c_k} em vez de $V_{P,P'}$, que representa o peso da estrutura para a média, gerado a partir das combinações possíveis, conforme cada valor atribuído de acordo com cada classe de ensemble.

Como exemplo, consideramos o caso $m = n = 2$, explicitamente. A soma sobre toda permutação P e P' estende sobre permutações identidade (id) $((1, 2) \rightarrow (1, 2))$ e pela transposição (p.t.) $((1, 2) \rightarrow (2, 1))$. A permutação identidade (PP') corresponde a $P^{-1}P' = [(1, 2) \rightarrow (1, 2)]$. A fatorização em permutações cíclicas $(1 \rightarrow 1)(2 \rightarrow 2)$, possui duas permutações de comprimento unitário correspondendo ao peso $V_{id, id} = V_{1,1}$. Quando

$P = p.t., P' = id$, temos $P^{-1}P' = p.t. = [(1, 2) \rightarrow (2, 1)]$. Nesse caso, a permutação cíclica de comprimento dois é $V_{p.t.,id} = V_2$.

A equação (3.3) tem a seguinte estrutura:

$$\begin{aligned} \langle U_{a_1 b_1} U_{a_2 b_2} U_{\alpha_1 \beta_1}^* U_{\alpha_2 \beta_2}^* \rangle &= V_{1,1} \delta_{a_1 \alpha_1} \delta_{b_1 \beta_1} \delta_{a_2 \alpha_2} \delta_{b_2 \beta_2} + V_2 \delta_{a_1 \alpha_2} \delta_{b_1 \beta_1} \delta_{a_2 \alpha_1} \delta_{b_2 \beta_2} \quad (3.5) \\ &+ V_2 \delta_{a_1 \alpha_1} \delta_{b_1 \beta_2} \delta_{a_2 \alpha_2} \delta_{b_2 \beta_1} + V_{1,1} \delta_{a_1 \alpha_2} \delta_{b_1 \beta_2} \delta_{a_2 \alpha_1} \delta_{b_2 \beta_1}, \end{aligned}$$

os coeficientes V_{c_1, \dots, c_k} determinam os momentos de U .

De modo geral, os coeficientes $V_{1 \dots 1}$ referem-se a permutações idênticas, $P = P'$, que correspondem às contrações gaussianas, em pares, das matrizes U e U^* . Já os coeficientes V_{c_1, \dots, c_k} com algum $c_j \neq 1$ corresponde às contribuições não Gaussianas, funções ímpares. De fato, as integrais são nulas, exceto quando U é igual ao número de U^* .

A relação de recorrência a seguir determina os coeficientes V [54]

$$NV_{c_1, \dots, c_k} + \sum_{P+q=c_1} V_{P,q,c_2, \dots, c_k} + \sum_{j=2}^k c_j V_{c_1+c_j, c_2, \dots, c_{j-1}, c_{j+1}, \dots, c_k} = \delta_{c_1 1} V_{c_2, \dots, c_k}, \quad (3.6)$$

com $V_0 \equiv 1$.

A seguir mostraremos como determinar alguns coeficientes. É necessário, assumir que $P = 1$ e $q = c_1 - P$. Primeiro vamos calcular o V_1 , nesse caso, $c_1 = 1$ e $c_j \geq 2$ são nulos. Substituindo estes valores na relação de recorrência (3.6), temos a seguinte equação:

$$NV_1 = \delta_{1,1} V_0, \quad (3.7)$$

isso implica dizer que

$$V_1 = \frac{1}{N}. \quad (3.8)$$

Seguiremos com os coeficientes V_{11} e V_2 . Para determiná-los, é necessário resolver o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} NV_{1,1} + V_2 = \delta_{1,1} V_1 \\ NV_2 + V_{1,1} = \delta_{2,1} V_0 \end{cases} \quad (3.9)$$

As soluções são as seguintes:

$$V_2 = -\frac{1}{N(N^2 - 1)} \quad (3.10)$$

e

$$V_{1,1} = \frac{N}{N(N^2 - 1)} \quad (3.11)$$

Esses são exemplos de alguns coeficientes que foram calculados na referência [86] e também encontram-se listados no anexo desta tese.

Os coeficientes V_{c_1, \dots, c_k} determinam os momentos de U . De modo similar, os coeficientes W_{c_1, \dots, c_k} determinam os cumulantes de U . Os cumulantes são obtidos por subtrações dos momentos subsequentes de todas as fatorações no cumulante de menor grau [54], como por exemplo:

$$W_{c_1} = V_{c_1}, \quad (3.12)$$

$$W_{c_1, c_2} = V_{c_1, c_2} - W_{c_1, c_2}. \quad (3.13)$$

A relação (3.6) dos momentos implica a seguinte relação para os cumulantes

$$\begin{aligned} & NW_{c_1, \dots, c_k} + \sum_{P+q=c_1} W_{P, q, c_2, \dots, c_k} + \sum_{j=2}^k c_j W_{c_1+c_j, c_2, \dots, c_{j-1}, c_{j+1}, \dots, c_k} \\ & + \sum_{P+q=c_1} \sum_{l=1}^k \frac{1}{(l-1)!(k-l)!} \sum_P W_{P, c_{P(2)}, \dots, c_{P(l)}} W_{q, c_{P(l+1)}, c_{P(k)}} = 0, \end{aligned} \quad (3.14)$$

com $W_0 = 1$ e P é a permutação de $2, \dots, k$. Expandindo a equação (3.15) na ordem N^{-1} , temos:

$$W_{c_1, \dots, c_k} = 2^k N^{-2n-k+2} (-1)^{n+k} \frac{(2n+k-3)!}{(2n)!} \prod_{j=1}^k \frac{(2c_j-1)!}{(c_j-1)!^2} + \mathcal{O}(N^{-2n-k}). \quad (3.15)$$

3.1.1 Método Diagramático para os ECU

Na seção anterior, percebemos que para valores pequenos de n e m , os resultados são facilmente obtidos, como podemos verificar na equação (3.5), pois apresenta poucos

termos. Mas o mesmo não acontece para valores suficientemente maiores. À medida que aumentamos os valores de n e m , temos uma quantidade maior de valores e os resultados tornam-se mais complicados de se obterem. Partindo desse pressuposto, representamos as funções polinomiais na forma diagramática, o que facilita as resoluções dessas funções através das regras diagramáticas e do uso das propriedades do traço de matrizes. Para tornar mais eficiente esta abordagem, podemos representar esta estrutura na forma diagramática, como veremos a seguir:

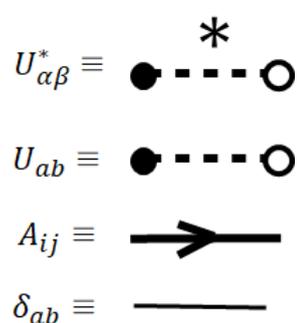


Figura 3.1: Regras básicas do método diagramático. Segue a ordem, matrizes unitárias ($U_{\alpha\beta}^*$) e (U_{ab}), matriz fixa (A_{ij}), e o elemento delta de Kronecker (δ_{ab}).

Os diagramas consistem em montar blocos onde os elementos das matrizes unitárias $U_{ab}(U_{\alpha\beta}^*)$ são representados por linhas pontilhadas (com asterisco). O primeiro índice (a ou α) e o segundo (b ou β) são representados por pontos pretos e brancos, respectivamente. Uma matriz fixa A é representada por uma linha orientada e sólida, apontando do primeiro índice para o segundo. As múltiplas permutações são representadas pelas linhas finas (δ_{ab}), de acordo com a figura 3.1.

Dada a matriz U , unitária, devemos seguir as seguintes regras para montar o diagrama para uma dada função:

1. pontos pretos (brancos) só podem ser ligados a pontos pretos (brancos) através de um elemento da matriz fixa A ;
2. As permutações são geradas pelas linhas finas conectando todos os pontos pretos (brancos) de U aos pontos pretos (brancos) de U^* , representado por um delta de

Kronecker.

Para obter a média, que consiste em somar todas as permutações P e P' da média da função polinomial e V_{c_1, \dots, c_k} é atribuído aos pesos dos diagramas sobre o grupo unitário, onde o coeficiente do ciclo c_k é a metade do número do conjunto formado pelas linhas finas e pontilhadas, alternadamente, contidas em cada diagrama. Para encontrar as contribuições das permutações para a média de uma função, é necessário obter:

- A estrutura cíclica das permutações ;
- A soma sobre os índices das matrizes fixas;
- Os traços das matrizes fixas através da análise do circuito. Cada traço das matrizes fixas corresponde a um ciclo T ;
- O circuito fechado no diagrama constituído de linhas pontilhadas e linhas finas alternadamente é chamado de ciclo U , correspondendo aos pesos de cada diagrama.

Considere a função:

$$\mathcal{Y}(U) = \text{Tr}(AUBU^\dagger). \quad (3.16)$$

A função e sua média são representadas por:

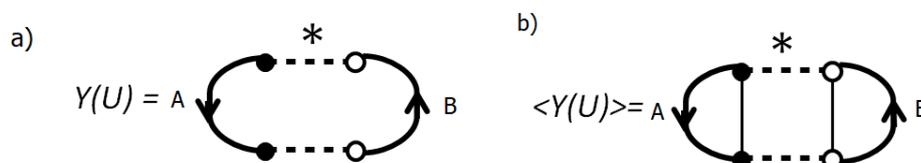


Figura 3.2: (a) Representa o diagrama referente à função \mathcal{Y} ; (b) A média da função \mathcal{Y} .

Para obter a média da função, analisamos o diagrama da figura 3.2 b). Partindo do ponto preto superior, seguindo a seta da matriz A até chegar ao ponto preto inferior e retornando pela linha fina até chegar ao ponto preto fechando o ciclo, temos o traço da matriz A . Do mesmo modo, para os pontos brancos, obtemos o traço da matriz B . Agora, para obter o peso do diagrama, escolhemos um ponto de partida, por exemplo, o ponto preto superior, e percorremos o caminho composto de uma linha fina e pontilhada alternadamente até retornar

ao ponto de partida, fechando o ciclo- U . Em cada ciclo U , o total de cada conjunto formado por uma linha fina e pontilhada, dividindo por dois, equivale ao peso do diagrama. De fato, obtemos o seguinte resultado para a média da função $f(U)$:

$$\langle \mathcal{Y}(U) \rangle = V_1 \text{Tr}(A) \text{Tr}(B). \quad (3.17)$$

De fato, $\text{Tr}(A)$ corresponde ao ciclo-T dos pontos pretos e o $\text{Tr}(B)$ ao ciclo-T dos pontos brancos. Vale salientar que A e B são matrizes fixas quaisquer.

O valor para o peso do diagrama da equação (3.17) é dado por

$$V_1 = \frac{1}{N} \quad (3.18)$$

como já tínhamos demonstrado anteriormente.

Como segundo exemplo, temos a função:

$$f(U) = \text{Tr}(AUBUCU^\dagger DU^\dagger), \quad (3.19)$$

e sua média $\langle f \rangle$, representada pelos diagramas contidos na 3.3 b).

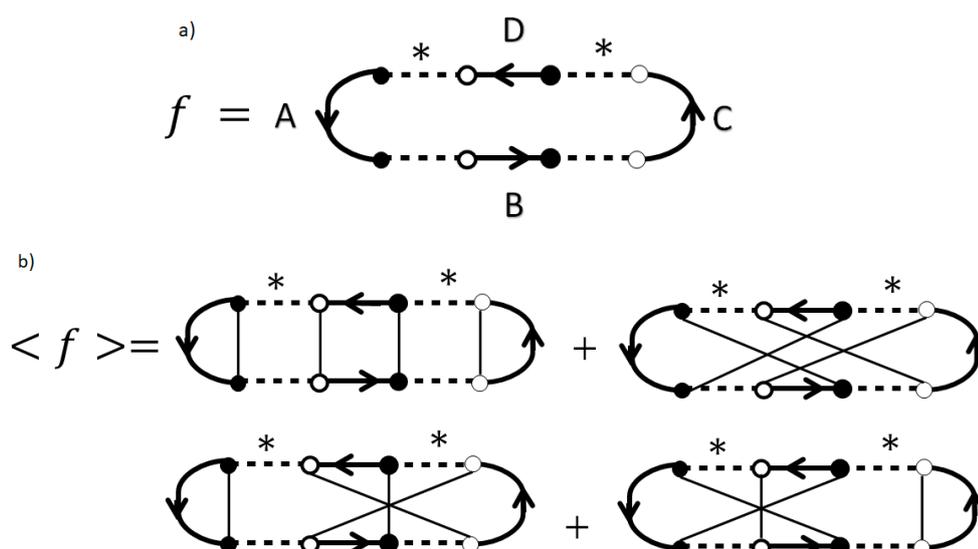


Figura 3.3: (a) Representa o diagrama referente à função f ; (b) A média da função f .

Partindo do ponto preto superior localizado à esquerda do primeiro diagrama, seguindo a seta da matriz A até chegar ao ponto preto inferior e retornando pela linha fina até chegar

ao ponto preto, fechando o ciclo, temos o traço da matriz A . Do mesmo modo, para os pontos brancos, obtemos o traço da matriz C . Partindo do ponto localizado na parte superior do lado direito, passando pela linha fina até chegar ao ponto branco e, em seguida, dando continuidade ao percurso, passando pela matriz B e retornando à origem do ponto preto, temos o traço das matrizes BD .

Agora, para obter o peso do diagrama, escolhamos o ponto preto superior como nosso ponto de partida, percorremos o caminho composto de uma linha fina e pontilhada alternadamente até retornar ao mesmo, temos um ciclo U . De modo semelhante, partimos do ponto preto direito e percorremos o circuito de linhas fina e pontilhada, alternadamente, obtemos o outro ciclo U . De fato, nesse diagrama, temos dois ciclos U correspondendo ao peso $V_{1,1}$

Sendo assim, fazendo o mesmo procedimento para todos diagramas que contribuem para a média, obtemos a seguinte expressão para a média da equação (3.19):

$$\begin{aligned} \langle f(U) \rangle &= V_{1,1} \text{Tr}(A) \text{Tr}(BD) \text{Tr}(C) + V_{1,1} \text{Tr}(BADC) \\ &+ V_2 \text{Tr}(A) \text{Tr}(BDC) + V_2 \text{Tr}(ADB) \text{Tr}(C) \end{aligned} \quad (3.20)$$

3.2 Integração de Matrizes Simétricas do Grupo Unitário

A forma geral para a média da função polinomial sobre o ECO [54] :

$$\langle U_{a_1 a_2} \cdots U_{a_{2n-1} a_{2n}} U_{\alpha_1 \alpha_2}^* \cdots U_{\alpha_{2m-1} \alpha_{2m}} \rangle = \delta_{nm} \sum_P V_P \prod_{j=1}^{2n} \delta_{a_j \alpha_{P(j)}}. \quad (3.21)$$

Devido à simetria da matriz unitária, o coeficiente do momento V_P depende apenas da estrutura cíclica c_1, \dots, c_k dos ciclos U . De fato, o coeficiente dos momentos obedecem à seguinte relação de recursão [54]:

$$\begin{aligned} (N + c_1) V_{c_1, \dots, c_k} + \sum_{P+q=c_1} V_{P,q,c_2, \dots, c_k} + 2 \sum_{j=2}^k c_j V_{c_1+c_j, c_2, \dots, c_{j-1}, c_{j+1}, \dots, c_k} \\ = \delta_{c_1 1} V_{c_2, \dots, c_k}, \end{aligned} \quad (3.22)$$

com $V_0 \equiv 1$.

Para calcular o o coeficiente V_1 , temos a seguinte relação:

$$(N + 1)V_1 = \delta_{1,1}V_0, \quad (3.23)$$

onde atribuímos a $c_1 = 1$, obtemos a seguinte solução:

$$V_1 = \frac{1}{N + 1} \quad (3.24)$$

Com o intuito de obtermos os valores para V_2 , nesse caso, $c_1 = 2$ e $c_j = 0$ quando $j \geq 2$, obtemos o seguinte resultado para a relação de recursão (3.22):

$$(N + 2)V_2 + V_{1,1} = \delta_{2,1}V_0 \quad (3.25)$$

e para $V_{1,1}$, c_1 e $c_2 = 1$, substituindo de forma adequada na relação, temos

$$(N + 1)V_{1,1} + 2V_2 = \delta_{1,1}V_1. \quad (3.26)$$

Resolvendo o sistema gerado a partir das duas equações (3.25) e (3.26), temos as seguintes soluções[54, 86]:

$$V_{1,1} = \frac{N + 2}{N(N + 1)(N + 3)} \quad (3.27)$$

$$V_2 = -\frac{1}{N(N + 1)(N + 3)}. \quad (3.28)$$

3.2.1 Método Diagramático- ECO

Utilizamos as mesmas regras utilizadas anteriormente para montar os diagramas, além do fato que $U^T = U$. Em virtude da nova simetria da matriz U , concluímos que $U_{ij} = U_{ji}$. Este novo vínculo possibilita ligarmos novos índices, isto é, os pontos pretos ligam-se aos pontos brancos através das linhas finas. Para a representação diagramática sobre o ECO, utilizamos as mesmas regras, de acordo com a figura 3.1.

Por exemplo, dada a função:

$$\mathcal{Y}(U) = \text{Tr}(AUBU^\dagger). \quad (3.29)$$

Os diagramas que contribuem para a média da função (3.29) estão representados na figura 3.4:

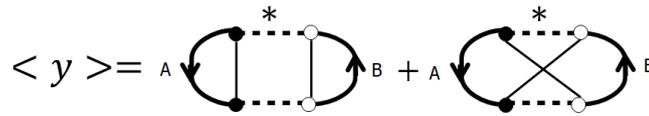


Figura 3.4: Diagramas que representam a média da função \mathcal{Y} . O segundo diagrama surge devido a restrição da simetria.

Tomando os traços dos diagramas, temos então que o primeiro diagrama possui um ciclo U dando a informação sobre o peso e dois ciclos T correspondendo aos traços da matriz A e matriz B . O segundo representa o novo diagrama gerado que possui um ciclo U e um ciclo T , correspondendo ao $\text{Tr}(AB^T)$, a matriz transposta consiste em percorrer o sentido oposto da seta relativo a matriz B . De fato, temos a seguinte expressão para a média de (3.29):

$$\langle \mathcal{Y}(U) \rangle = V_1[(\text{Tr}(A)\text{Tr}(B) + \text{Tr}(AB))], \quad (3.30)$$

V_1 é o peso do diagrama e $B^T \equiv B$.

3.3 Integração sobre o grupo simplético de matrizes quarteniônica

A integração da função polinomial de matrizes quarteniônicas de dimensão $N \times N$ sobre o grupo unitário está relacionada com a integração da função $\hat{\mathcal{Y}}(U)$, de matriz complexa de dimensão $N \times N$ sobre o ensemble circular ortogonal ou ensemble circular unitário.

Por sua vez consiste em aumentar a dimensão da matriz do grupo unitário para uma matriz $2N \times 2N$. Neste trabalho, utilizaremos a função $\mathcal{Y}(U)$ do ECO para obter $\hat{\mathcal{Y}}(U)$ no ECS. Para obtermos os resultados, realizamos o seguinte procedimento:

1. A função $\hat{\mathcal{Y}}(U)$ do ECS é construída a partir de $\mathcal{Y}(U)$, equação (3.29), fazendo as substituições necessárias [54]. Os traços da função do ECO, obtidos de acordo com os diagramas gerados da figura 3.4, são substituídos por $-1/2\text{Tr}$ e os fatores numéricos N por $-2N$:

$$\hat{\mathcal{Y}}(U) = -\frac{1}{2}\mathcal{Y}(U) = -\frac{1}{2}[\text{Tr}(AUBU^\dagger)]; \quad (3.31)$$

2. A média da função $\hat{\mathcal{Y}}(U)$ utiliza as mesmas regras de integração sobre o ECO;

3. A média $\langle \hat{\mathcal{Y}}(U) \rangle$, consiste em substituir o valores dos Tr por -2Tr e os fatores numéricos N por $-2N$ na equação:

$$\langle \hat{\mathcal{Y}}(U) \rangle = -\frac{1}{(-2N+1)} [(-2)(-2)\text{Tr}A\text{Tr}B - 2\text{Tr}AB] \quad (3.32)$$

$$\langle \hat{\mathcal{Y}}(U) \rangle = \frac{1}{(2N+1)} [2\text{Tr}A\text{Tr}B - \text{Tr}AB]. \quad (3.33)$$

Os pesos dos diagramas para os ensembles estão no apêndice A.

3.4 Integração sobre o grupo ortogonal: Extensão do método diagramático

Percebemos que o método de integração proposto por Brouwer e Beenakker para os ensembles circulares de Wigner-Dyson não era suficiente para obter resultados sobre o grupo ortogonal quiral, mas utilizamos a mesma metodologia dos ensemble de Wigner-Dyson para o ensemble unitário quiral [54]. Como vimos na tabela 1.3, as matrizes com simetria de sub-rede (SLS) podem ser decompostas em produtos de matrizes ortogonais.

Desta forma, faz-se necessário introduzir uma extensão do método diagramático para que possamos integrar sobre o grupo ortogonal de forma mais eficiente. Agora temos como objetos básicos da regra diagramática os blocos representados na figura (3.5).

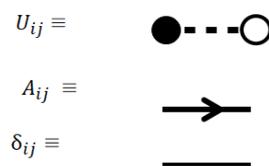


Figura 3.5: Elementos básicos para construir os diagramas do grupo ortogonal.

Dado que a matriz U é ortogonal, ou seja, seus elementos são reais, isto favorece a conexão de todos os pontos pretos entre eles, sem restrições, o mesmo vale para os pontos brancos. De modo geral, a matriz fixa A continua representada pela linha grossa e sólida e as possíveis permutações representadas pelo delta de Kronecker, veja a figura (3.5).

Como exemplo, vamos calcular a média da função $g(U)$ que é definida a seguir:

$$g = \text{Tr}(AUBUCUDU). \quad (3.34)$$

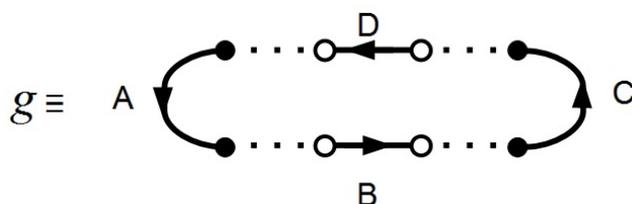


Figura 3.6: Representação diagramática da equação (3.34).

O diagrama que representa a equação (3.34) está representado na figura (3.6) e o conjunto de diagramas que representam a média desta função são os da figura (3.7).

Dos diagramas da figura 3.7, obtemos o seguinte resultado para a média da função (3.34):

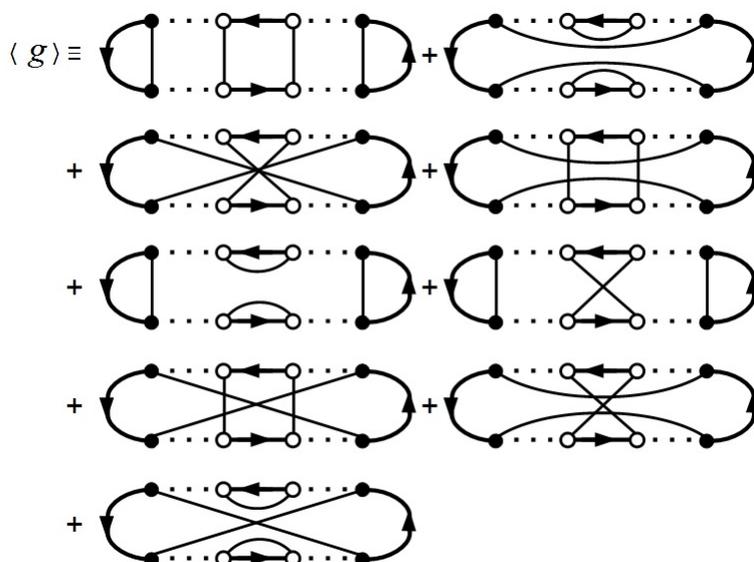


Figura 3.7: Representação diagramática da média da equação (3.34). Note que o primeiro, segundo e terceiro diagramas possuem dois ciclos-U equivalentes ao peso V_{11} , os demais diagramas possuem um ciclo-U equivalente ao peso V_2 .

$$\begin{aligned}
\langle g(U) \rangle &= V_{11}[\text{Tr}(A)\text{Tr}(BD)\text{Tr}(C) + \text{Tr}(AC)\text{Tr}(B)\text{Tr}(D) \\
&+ \text{Tr}(AC)\text{Tr}(BD)] + V_2[\text{Tr}(AC)\text{Tr}(BD) + \text{Tr}(A)\text{Tr}(BD)\text{Tr}(C) \\
&+ \text{Tr}(AC)\text{Tr}(BD) + \text{Tr}(A)\text{Tr}(B)\text{Tr}(D)\text{Tr}(C) \\
&+ \text{Tr}(AC)\text{Tr}(BD) + \text{Tr}(AC)\text{Tr}(B)\text{Tr}(D)]. \tag{3.35}
\end{aligned}$$

Os pesos V_{11} e V_2 encontra-se no Apêndice B [87].

3.4.1 Integração sobre o grupo simplético

Com o intuito de obter resultados para o Ensemble Quiral Simplético, utilizamos o processo de integração da referência [54]. Utilizaremos a função polinomial do ECO quiral para obter a função do ECS quiral, nesse caso, a função g é a função polinomial do observável físico a ser analisado:

1. A função $\hat{g}(U)_{\beta=4}$ do ECS é construída a partir de $g(U)_{\beta=1}$, fazendo as substituições necessárias [54]: $\langle g \rangle_{\beta=1}[\dots] \rightarrow \langle g \rangle_{\beta=4}(-1/2)[\dots]$:

$$\hat{g}(U) = -\frac{1}{2}g(U); \tag{3.36}$$

2. A média $\langle \hat{g}(U) \rangle$, consiste em substituir o valores dos Tr por -2Tr ;
3. Os fatores numéricos N por $-2N$.

Realizando os mesmo procedimentos para a equação (3.35), obtemos o seguinte resultado:

$$\begin{aligned}
\langle g(U) \rangle &= V_{11}[-8\text{Tr}(A)\text{Tr}(BD)\text{Tr}(C) - 8\text{Tr}(AC)\text{Tr}(B)\text{Tr}(D) \\
&+ 4\text{Tr}(AC)\text{Tr}(BD)] + V_2[4\text{Tr}(AC)\text{Tr}(BD) - 8\text{Tr}(A)\text{Tr}(BD)\text{Tr}(C) \\
&+ 4\text{Tr}(AC)\text{Tr}(BD) + 16\text{Tr}(A)\text{Tr}(B)\text{Tr}(D)\text{Tr}(C) \\
&+ 4\text{Tr}(AC)\text{Tr}(BD) - 8\text{Tr}(AC)\text{Tr}(B)\text{Tr}(D)]. \tag{3.37}
\end{aligned}$$

Os pesos $V_{1,1}$ e V_2 estão listados no Apêndice B.

Portanto, de modo geral, as matrizes fixas A, B, C e D serão substituídas por matrizes projeções e também pela matriz que contribui para a decomposição da matriz espalhamento. De fato, isso ficará mais claro na próxima seção e nos próximos capítulos, quando trataremos da aplicação do MD nos sistemas mesoscópico com simetria quiral.

3.5 Média da condutância para o bilhar de Schrödinger caótico

Nessa seção apresentaremos uma breve revisão dos resultados obtidos para a média da condutância para os ensembles de Wigner e Dyson. Esses resultados foram recuperados e apresentados utilizando o método diagramático juntamente com a TMA nas referências [10, 50].

A condutância de Landauer-Büttiker, equação (2.36), pode ser reescrita em termos da matriz espalhamento [18]

$$g = \text{Tr}(tt^\dagger) = \text{Tr}\mathcal{C}_1\mathcal{S}\mathcal{C}_2\mathcal{S}^\dagger, \quad (3.38)$$

onde, $\mathcal{C}_{1,2}$ são matrizes projeções sobre os respectivos terminais e são definidas como:

$$\mathcal{C}_1 = \begin{pmatrix} \mathbb{1}_{N_1} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathcal{C}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \mathbb{1}_{N_2} \end{pmatrix}. \quad (3.39)$$

Onde $\mathbb{1}_{N_i}$ é a matriz identidade de dimensão $N_i \times N_i$, N_i representa o número de canais abertos no terminal e o sobrescrito (i) representa o terminal 1 e 2.

Estas matrizes obedecem às seguintes condições: $\mathcal{C}_1 + \mathcal{C}_2 = \mathbb{1}$ e $\mathcal{C}_1\mathcal{C}_2 = 0$. De fato, é importante notar que a equação (3.38) é equivalente a equação (3.16), quando $A = \mathcal{C}_1, B = \mathcal{C}_2$ e $U = \mathcal{S}$, utilizando o método diagramático.

A média da função da condutância para o Ensemble Circular Unitário ($\beta = 2$) equivale à equação (3.17), os traços das matrizes projeções equivalem ao número de canais abertos N_1 e N_2 , pois estamos tratando o BS conectado a dois guias de onda. Fazendo as substituições

necessárias, obtemos o seguinte resultado para a média da condutância [50, 54]:

$$\langle g \rangle = \frac{N_1 N_2}{N_1 + N_2} \quad (3.40)$$

Da mesma maneira, podemos utilizar a solução das equações (3.30) e (3.33) para obtermos a fórmula geral para a média da condutância para o BS

$$\langle g \rangle = \frac{N_1 N_2}{N_T - 1 + 2/\beta} \quad (3.41)$$

onde, N_T é o número total de canais aberto nos guias e $\beta = 1, 2, 4$ é o índice de simetria que caracteriza cada ensemble ortogonal, unitário e simplético, respectivamente.

No limite semiclássico, onde $N_1 + N_2 \gg 1$ na equação (3.41), obtemos os seguintes resultados:

$$\langle g \rangle = \frac{N_1 N_2}{N_1 + N_2} + \frac{(\beta - 2)}{\beta} \frac{N_1 N_2}{(N_1 + N_2)^2} + \mathcal{O}(N_T^{-1}) \quad (3.42)$$

O primeiro termo da equação acima corresponde à Lei de Ohm, o segundo termo corresponde às correções da lei de Ohm devido às interferências quânticas, caracterizando a localização fraca ($\beta = 1$) e a antilocalização ($\beta = 4$)[11].

Note que o primeiro termo da equação (3.42) representa a primeira Lei de Ohm, correspondendo à associação de resistores em série, onde não há efeitos de interferências no sistema. Podemos definir a resistência $R_i \propto 1/N_i$, onde i é o índice do terminal. Desta forma, podemos reescrever o primeiro termo da equação da seguinte maneira:

$$\langle g \rangle = \frac{1}{R_1 + R_2}. \quad (3.43)$$

De fato, o inverso da equação (3.43) corresponde à soma das resistências:

$$\frac{1}{\langle g \rangle} = R_1 + R_2. \quad (3.44)$$

Fazendo uma comparação direta entre os sistemas clássicos e quânticos, observa-se que o resultado do inverso da média da condutância do bilhar conectado a dois guias equivale a uma associação de resistores em série. Esse resultado é válido apenas para o ensemble circular unitário.

3.6 Média da condutância para bilhar de Dirac caótico

Nessa seção, apresentaremos o resultado da média da condutância para o bilhar de Dirac. Utilizamos a TMA juntamente com Método Diagramático e sua extensão.

Neste caso, as matrizes projeções sobre os respectivos terminais $\mathcal{C}_{1,2}$ da equação (3.38) são definidas como:

$$\mathcal{C}_1 = \begin{pmatrix} \mathbb{1}_{\bar{N}_1} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathcal{C}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \mathbb{1}_{\bar{N}_2} \end{pmatrix}. \quad (3.45)$$

Onde $\mathbb{1}_{\bar{N}_i}$ é a matriz identidade de dimensão $\bar{N}_i \times \bar{N}_i$ e $\bar{N}_i = 2N_i$ representa o número de canais abertos, o sobrescrito (i) representa o terminal 1 e 2 e o fator 2 que multiplica o número de canais abertos leva em conta as duas sub-redes do bilhar caótico.

Na equação (3.38), a matriz espalhamento deve ser reescrita, conforme a tabela (1.3), devido à característica do chCOE:

$$\mathcal{S} = \Sigma_z U^T \Sigma_z U. \quad (3.46)$$

Agora a matriz espalhamento tem dimensão $2N_1 \times 2N_2$, devido à simetria de sub-rede. Fazendo a substituição de (3.46) em (3.38) e utilizando a seguinte relação:

$$\Sigma_z \mathcal{C}_{1,2} \Sigma_z = \mathcal{C}_{1,2}, \quad (3.47)$$

a equação (3.38) assume a seguinte expressão:

$$g = \text{Tr}(\mathcal{C}_1 \Sigma_z U^T \Sigma_z U \mathcal{C}_2 \Sigma_z U^T \Sigma_z U \Sigma_z). \quad (3.48)$$

Utilizando a propriedade cíclica do traço de matrizes e a relação (3.47), temos a seguinte expressão simplificada para a condutância:

$$g = \text{Tr}(\mathcal{C}_1 U^T \Sigma_z U \mathcal{C}_2 U^T \Sigma_z U). \quad (3.49)$$

A matriz U é ortogonal e unitária e suas entradas são números reais. Percebemos que a equação (3.49) é equivalente à equação (3.34), se as matrizes A e C forem substituídas pela matriz Σ_z e as matrizes B e D forem substituídas pelas matrizes projeções.

Agora, vamos apresentar os resultados obtidos a partir da utilização do método diagramático sobre o grupo ortogonal para calcular a média da equação (3.49). Com o auxílio da identidade abaixo, podemos identificar quais os diagramas da figura (3.7) não contribuem para o cálculo da média:

$$\text{Tr}(\Sigma_z) = \text{Tr}(\mathcal{C}_1\mathcal{C}_2) = 0. \quad (3.50)$$

Sendo assim, utilizando o MD, podemos mostrar o resultado final de forma compacta da média da condutância para a três classes do ensemble quirais através da equação geral:

$$\langle g \rangle = \frac{4\beta N_1 N_2 N_T}{(\beta N_T + 1)(2N_T - 1)}. \quad (3.51)$$

Esse resultado foi analisado de forma mais detalhada na dissertação [50] e publicado na revista *Physical Review B* [10].

No limite semiclássico, obtemos o seguinte resultado para a equação (3.51)

$$\langle g \rangle = \left[2 \frac{N_1 N_2}{N_1 + N_2} + \left(1 - \frac{2}{\beta} \right) \frac{N_1 N_2}{(N_1 + N_2)^2} + \mathcal{O}(N_T^{-1}) \right]. \quad (3.52)$$

O segundo termo corresponde à (anti) Localização Fraca $\beta = 1$ ($\beta = 4$) e não contribui para o caso de $\beta = 2$. Vale salientar que esse termo desaparece em virtude do campo magnético aplicado ao sistema [11]. Esses resultados foram comprovados com a simulação, conforme os gráficos 3.8[10]. Os valores analíticos convergem facilmente com os valores obtidos via simulação numérica, isto mostra a eficácia do método diagramático.

Agora mostraremos uma comparação do comportamento para as três classes de simetria do ensemble de Wigner-Dyson com os resultados obtidos para as três classes quirais. No gráfico 3.9, temos o comportamento da condutância, caso simétrico, para as três classes de ensemble de Wigner-Dyson e quiral dada pelas equações (3.51) e (3.41), respectivamente.

De acordo com a figura 3.9, observamos que ambos valores para as condutâncias convergem para um valor, mas percebemos significativamente que as condutâncias para o BS estão mais espaçadas do que as condutâncias do BD. Isso se deve ao fato do fenômeno de interferências contribuir de forma mais significativa para a condutância do bilhar de Schrödinger.

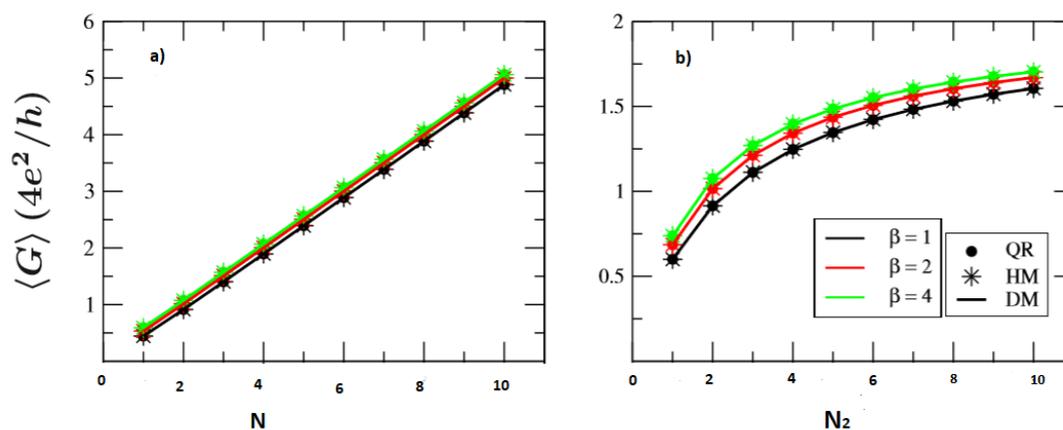


Figura 3.8: a) Comportamento da condutância para o caso simétrico, $N_1 = N_2 = N$. A média da condutância foi plotada em unidades $4e^2/h$. Na figura b) a assimetria dos terminais onde $N_1 = 2$ e N_2 , fixamos o número de canais abertos no guia 1 e variamos o número de canais abertos no guia 2. As bolas sólidas e asteriscos são referentes as simulações numéricas obtidas a partir da fatorização QR e do Modelo Hamiltoniano [13]. As linhas sólidas correspondem aos resultados obtidos via MD. Figura retirada de [10]

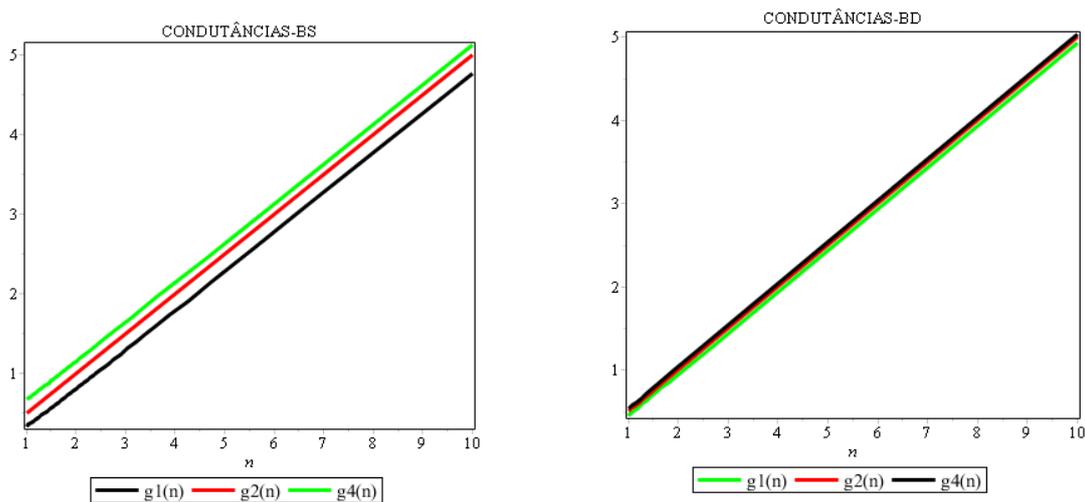


Figura 3.9: Comportamento simétrico da condutância para o BS e BD para os índices de simetria $\beta = 1, 2, 4$, respectivamente. De acordo com a legenda, $g_1(n)$, $g_2(n)$, $g_4(n)$ são as condutâncias para o ensemble ortogonal, unitário e simplético.

4 | TEORIA DO RUÍDO

Neste capítulo, iremos apresentar as equações para a potência do ruído ou densidade espectral, segundo a abordagem de Landauer-Büttiker. Quando falamos de ruído, referimos as flutuações da corrente elétrica em torno do seu valor médio. Há dois tipos de ruído elétrico: o ruído térmico e o ruído de disparo ou *shot noise*. Apresentaremos novos resultados obtidos do *shot noise*, para o bilhar de Dirac, via método diagramático.

4.1 Expressão Geral para a potência do ruído

Com o intuito de demonstrar a expressão para a potência do ruído $P(\omega)$, seguiremos a referência [24, 39]. Começaremos introduzindo os operadores correntes, considerando flutuações da corrente no instante t e suas médias

$$\Delta \hat{I}_\alpha(t) \equiv \hat{I}_\alpha(t) - \langle I_\alpha \rangle. \quad (4.1)$$

Definindo a função correlação $P_{\alpha\beta}(t - t')$ da corrente em contato com o reservatório α e a corrente em contato com o reservatório β como

$$P_{\alpha\beta}(t - t') \equiv \langle \Delta \hat{I}_\alpha(t) \Delta \hat{I}_\beta(t') + \Delta \hat{I}_\beta(t') \Delta \hat{I}_\alpha(t) \rangle. \quad (4.2)$$

A função de correlação traz informações sobre a perturbação da corrente em um tempo t , que afetará diretamente a corrente em um tempo posterior t' . Na ausência de campos externos dependentes do tempo, a função correlação é apenas em função de $t - t'$.

Aplicando a transformada de Fourier à equação (4.2), temos

$$2\pi\delta(\omega + \omega')P_{\alpha\beta}(\omega) \equiv \langle \Delta\hat{I}_\alpha(\omega)\Delta\hat{I}_\beta(\omega') + \Delta\hat{I}_\beta(\omega')\Delta\hat{I}_\alpha(\omega) \rangle. \quad (4.3)$$

Na equação (4.3), a potência do ruído é caracterizada pela densidade espectral $P(\omega)$, que consiste na transformação de Fourier de frequência da equação (4.2). Observa-se que a variação da corrente, em termos da frequência, independe uma da outra.

Para calcular a densidade espectral, é necessário obter o operador corrente em função da frequência, novamente aplicando a transformada de Fourier, temos:

$$\hat{I}_\alpha(\omega) = \int dt e^{i\omega t} I_\alpha(t). \quad (4.4)$$

Substituindo a equação (2.27) na equação (4.4), temos:

$$\hat{I}_\alpha(\omega) = \frac{e}{\hbar} \sum_n \int dE [a_\alpha^\dagger(E)a(E + \hbar\omega) - b^\dagger(E)b(E + \hbar\omega)], \quad (4.5)$$

onde, a integral temporal que surge durante o cálculo ao substituir $\hat{I}_\alpha(t)$ foi eliminada utilizando a seguinte identidade:

$$\int e^{i(E-E'+\hbar\omega)t} dt = 2\pi\delta(E - E' + \hbar\omega). \quad (4.6)$$

Utilizamos o mesmo procedimento para obter o operador corrente $\hat{I}_\beta(\omega')$ e seus valores esperados.

É necessário o valor da expectativa estatística quântica espectral de um produto de quatro operadores (\hat{a}) para determinar a potência do ruído

$$\begin{aligned} & \langle \hat{a}_{\alpha k}^\dagger(E_1)\hat{a}_{\beta l}(E_2)\hat{a}_{\gamma m}^\dagger(E_3)\hat{a}_{\delta n}(E_4) \rangle \\ & - \langle \hat{a}_{\alpha k}^\dagger(E_1)\hat{a}_{\beta l}(E_2) \rangle \langle \hat{a}_{\gamma m}^\dagger(E_3)\hat{a}_{\delta n}(E_4) \rangle = \delta_{\alpha\delta}\delta_{\beta\gamma}\delta_{kn}\delta_{ml}\delta(E_1 - E_4)\delta(E_2 - E_3) \\ & \quad \times f_\alpha(E_1)[1 \mp f_\beta(E_2)] \end{aligned} \quad (4.7)$$

A partir dos resultados obtidos para os operadores corrente, podemos obter as flutuações da corrente em termo da frequência e substituí-la, de forma adequada, na equação (4.3). De

fato, obtemos a seguinte expressão para a potência do ruído

$$P_{\alpha\beta}(\omega) = \frac{e^2}{2\pi\hbar} \sum_{\gamma\delta} \sum_{nm} \int dE A_{\gamma\delta}^{mn}(\alpha; E, E + \hbar\omega) A_{\gamma\delta}^{mn}(\beta; E + \hbar\omega, E) \quad (4.8)$$

$$\times \left\{ f_{\gamma}(E)[1 \mp f_{\delta}(E + \hbar\omega)] + [1 \mp f_{\delta}(E)]f_{\delta}(E + \hbar\omega) \right\},$$

o sinal $-(+)$ corresponde aos Férmions (Bósons) e temos a seguinte propriedade de simetria $S_{\alpha\beta}(\omega) = S_{\beta\alpha}(-\omega)$. Vale salientar que nosso trabalho será desenvolvido sobre a distribuição fermiônica.

Considerando $\omega = 0$, caso mais simples, obtemos o seguinte resultado para a equação (4.8):

$$P_{\alpha\beta}(\omega = 0) = \frac{e^2}{2\pi\hbar} \sum_{\gamma\delta} \sum_{nm} \int dE A_{\gamma\delta}^{mn}(\alpha; E, E) A_{\gamma\delta}^{mn}(\beta; E, E) \quad (4.9)$$

$$\times \left\{ f_{\gamma}(E)[1 \mp f_{\delta}(E)] + [1 \mp f_{\delta}(E)]f_{\delta}(E) \right\},$$

essa equação nos diz respeito a conservação de corrente. Vamos dar continuidade ao desenvolvimento da equação (4.9), cujo objetivo é escrevê-la em termos dos blocos de entrada da matriz espalhamento.

Observe que agora temos o produto de duas matrizes $A_{\gamma\delta}^{mn}(\alpha)A_{\gamma\delta}^{mn}(\beta)$, referente aos reservatórios α e β . Nesse caso, temos a seguinte relação:

$$A_{\gamma\delta}^{mn}(\alpha; E, E) A_{\gamma\delta}^{mn}(\beta; E, E) = \delta_{mn} \delta_{\alpha\alpha} \delta_{\beta\alpha} - \sum_k s_{mk;\alpha\alpha}^*(E) s_{\alpha\beta;kn}(E') \quad (4.10)$$

$$\times \delta_{mn} \delta_{\alpha\alpha} \delta_{\beta\alpha} - \sum_k s_{mk;\alpha\alpha}^*(E) s_{\alpha\beta;kn}(E').$$

A partir da equação (4.9), vamos apresentar os cálculos para os dois tipos de ruído para o caso de dois terminais.

4.2 Ruído térmico: Nyquist-Johnson

Em 1927, John B. Johnson observava experimentalmente o ruído térmico originado nos sistemas elétricos em virtude da temperatura. A partir disto, Johnson demonstrou que

esse tipo de ruído poderia ser um problema para os aparatos experimentais, no ramo da eletroeletrônica, já que os sinais de ruído são extremamente pequenos e alguns aparatos têm por finalidade medir a corrente[53].

O ruído térmico origina-se da transferência de calor dos átomos no condutor elétrico, devido ao movimento espontâneo da carga nesses condutores no estado de agitação no equilíbrio termodinâmico. Esse efeito foi medido por um amperímetro e apresentado pela seguinte equação[46]:

$$I^2 = \frac{2}{\pi} k_B T \int_0^{\infty} R(\omega) |Y(\omega)|^2 d\omega. \quad (4.11)$$

A partir disto, Johnson descobriu e mediu a força eletromotriz (*fem*) nos condutores, percebendo que ela está relacionada com a temperatura. A partir da equação (4.11), observamos que as flutuações estatísticas da carga elétrica existem em todos os condutores de resistência (R), (Y) sendo a admitância que corresponde ao inverso da impedância do ramo do circuito, e ambos dependem exclusivamente da frequência ω . Sendo assim, o ruído térmico é gerado em condutores elétricos em equilíbrio termodinâmico, independe da corrente aplicada nos condutores.

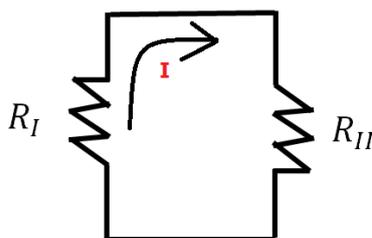


Figura 4.1: Dois condutores de resistência R , na mesma temperatura T .

Após os resultados de Johnson estarem disponíveis, ele descreveu suas descobertas para Harry Nyquist. E em 1928, Nyquist explicava o fenômeno publicando a famosa descrição teórica do efeito[45, 48, 53]. Nesse caso, a descrição teórica consiste na dedução da *fem* em função da termodinâmica e da mecânica estatística.

Ao considerar dois condutores de resistência R , na temperatura T , de acordo com a figura

4.1, temos a força eletromotriz (ε) no condutor, gerando uma corrente I cujo valor é

$$I = \frac{\varepsilon}{2R}, \quad (4.12)$$

onde, $R_I = R_{II} = R$. Essa corrente causa uma potência de aquecimento/absorção no condutor R_{II} , $P = I^2 R$.

Quando os condutores estão em equilíbrio termodinâmico na temperatura T , ambos seguem diretamente a segunda lei da Termodinâmica, que estabelece condições necessárias para que ocorram as transformações termodinâmicas [28]. Nesse caso, temos a potência transferida do R_I para R_{II} . De modo análogo, a potência transferida do condutor R_{II} para o condutor R_I é obtida, mas invertemos o sentido da corrente no circuito.

A condição de equilíbrio também se aplica a circuitos impedante, isto é, ao conectar uma rede não dissipativa entre os resistores (de acordo com a figura 4.2). Admitindo um intervalo de frequência, o condutor R_I fornece mais potência do que recebe e após inserir o novo ramo ao circuito, isso deixa de existir e as potências nos condutores são iguais. Diante disto, o circuito em uma dada temperatura pode violar a segunda lei da Termodinâmica e o sistema tende a entrar em equilíbrio termodinâmico.

Concluimos que a *fem*, devido a agitação térmica nos condutores, é uma função universal da frequência, resistência e temperatura $\varepsilon(\omega, R, T)$.

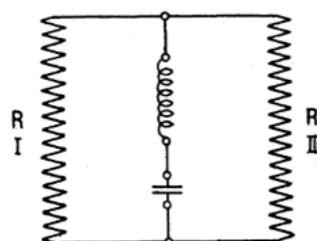


Figura 4.2: Circuito RLC na mesma temperatura T . Figura retirada de [48]

Para determinar a função da *fem*, conectamos uma linha de transmissão não dissipativa de comprimento l contendo um resistor e um indutor, onde essa por sua vez conecta os resistores. A linha possui característica impedante $Z = (L/C)l^2$, onde L é o indutor e C é o capacitor (ver figura 4.3).

Após atingir o equilíbrio, isola-se a linha dos condutores através de um curto-circuito.

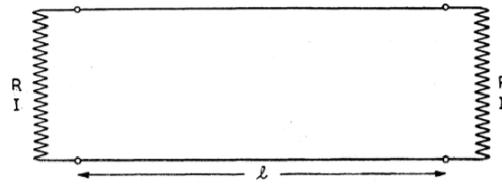


Figura 4.3: Linha de transmissão conectada a dois condutores de resistência R . Figura retirada de [48]

Diante disso, existirão reflexões nos dois condutores e a energia que havia dentro da linha no momento do isolamento permanece presa, passando a vibrar com frequência natural e dois trens de onda passam a percorrer o circuito em direções opostas. A frequência para dois modos vibracionais ou graus de liberdade é dada por:

$$\nu = \frac{v}{2l}. \quad (4.13)$$

O número de modos vibracionais dentro de uma faixa de frequência:

$$N = \frac{2l}{v} d\nu. \quad (4.14)$$

Com base no teorema da equipartição da energia, calculo que é utilizado na teoria cinética dos gases e que estabelece que para uma molécula em equilíbrio termodinâmico cada termo quadrático na expressão da energia total é igual a [29]:

$$\langle a\epsilon^2 \rangle = \frac{1}{2} k_B T, \quad (4.15)$$

onde ϵ é uma coordenada e o teorema independe da constante a .

Considerando a energia cinética média total do gás igual a energia interna:

$$U = \frac{1}{2} N m v^2, \quad (4.16)$$

onde, N é o número de partículas e v a velocidade. Como estamos tratando de dois trens de onda, temos:

$$U = k_B T N. \quad (4.17)$$

Substituindo (4.14) em (4.17), obtemos a energia total dentro do intervalo de frequência $d\nu$

$$U_T = \frac{2l k_B T}{v}. \quad (4.18)$$

A média da potência transferida de cada condutor para a linha durante o intervalo de tempo $\Delta t = l/v$

$$\langle P \rangle = k_B T d\nu. \quad (4.19)$$

A equação (4.19) consiste na energia emitida e absorvida na forma de potência.

Agora podemos apresentar a *fem* dentro do intervalo de frequência como:

$$\varepsilon^2 d\nu = 4K_B T R d\nu, \quad (4.20)$$

o fator 4 surge da equação (4.12), devido a igualdade dos resistores.

A equação (4.20) consiste no teorema de Nyquist para a *fem* térmica no condutor puro de resistência R a temperatura T . Esse teorema é de grande importância na física experimental e na eletrônica e consiste em uma expressão quantitativa para o ruído térmico generalizado para um sistema em equilíbrio térmico.

Agora, vamos apresentar a expressão geral para um circuito com um ramo impedante em uma dada temperatura (Veja a figura 4.4). Como já foi abordado no início desta seção, sabemos que a potência transferida do condutor ao ramo impedante é igual à transferência no sentido oposto.

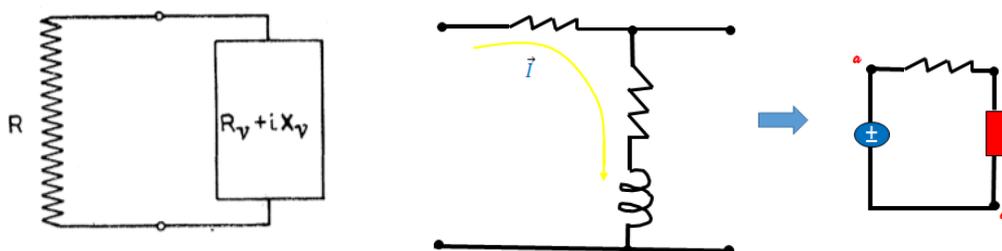


Figura 4.4: a) Circuito com ramo impedante. b) Uma outra forma de representar o circuito. Figura retirada e adaptada de [48]

Aplicando a teoria do circuito na malha, equivalente de Thévenin, obtemos o seguinte resultado para a corrente[74]:

$$I = \frac{\varepsilon}{[(R + R_\nu)^2 + X_\nu^2]^{1/2}}, \quad (4.21)$$

substituindo essa expressão na potência dissipada, temos:

$$P = \frac{\varepsilon^2 R_\nu d\nu}{[(R + R_\nu)^2 + X_\nu^2]}, \quad (4.22)$$

onde $|Z| = [(R + R_\nu)^2 + X_\nu^2]^{1/2}$ é a impedância do circuito.

Seja $R(\omega) = R_\nu$, a resistência onde a *fem* é gerada e $\omega = 2\pi\nu$, temos o seguinte resultado para a corrente ao quadro no intervalo de frequência, aplicando o teorema da equipartição[46]:

$$\begin{aligned} I^2 d\nu &= \varepsilon^2 |Y(\omega)|^2 d\nu \\ &= \frac{2}{\pi} k_B T R(\omega) |Y(\omega)|^2 d\omega. \end{aligned} \quad (4.23)$$

Integrando a equação (4.23), temos o movimento aleatório da carga, conforme já foi apresentado, pela equação (4.11) do efeito medido por Johnson.

De fato, com o aumento da temperatura no condutor, existirá ruído, pois ele tem origem nas flutuações que estão associadas ao movimento aleatório dos elétrons devido às mudanças de temperatura, mesmo não existindo corrente fluindo nos condutores macroscópicos.

4.2.1 Ruído térmico: abordagem de Landauer-Büttiker

Quando tratamos de um sistema em equilíbrio na temperatura T , somos levados a falar sobre ruído em equilíbrio. Nesse caso, a função distribuição em todos os reservatórios coincide e são iguais a $f(E)$. Usando a propriedade:

$$f(1 \mp f) = -k_B T \left(\frac{\partial f}{\partial E} \right) \quad (4.24)$$

k_B é a constante de Boltzman e considerando a unitariedade da matriz espalhamento, podemos escrever:

$$\sum_{\gamma\delta} \text{Tr}(s_{\alpha\gamma}^\dagger s_{\alpha\delta} s_{\beta\delta}^\dagger s_{\beta\gamma}) = \delta_{\alpha\beta} N_\alpha, \quad (4.25)$$

onde, N_α é o número de canais abertos no guia alfa. O traço é tomado nos canais transversais, isto é, a energia é quantizada. Considerando a equação (4.9), substituindo a relação (4.10), (4.24) e executando alguns cálculos, temos [24]:

$$P_{\alpha\beta} = \frac{e^2 K_B T}{\pi \hbar} \int dE \left(-\frac{\partial f}{\partial E} \right) \left[2N_\alpha \delta_{\alpha\beta} - \text{Tr}(s_{\alpha\beta}^\dagger s_{\alpha\beta} + s_{\beta\alpha}^\dagger s_{\beta\alpha}) \right]. \quad (4.26)$$

Observa-se que o ruído de equilíbrio ou Nyquist-Johnson em uma dada temperatura T ocorre apenas quando $V = 0$, como já tínhamos discutido na seção anterior. Nesse caso,

trata-se de uma consequência da flutuação térmica do número de ocupações nos reservatórios e as funções distribuição nos reservatórios são iguais [24, 48].

4.3 Ruído de disparo: *Shot Noise*

Para fazer investigações, no que diz respeito a ruído de disparo, é necessário investigar o estado de não equilíbrio, ou seja, o transporte do sistema [24]. Neste caso, a corrente elétrica pode ser vista como um fluxo de cargas quantizadas e que o efeito desta quantização dá origem à potência do ruído de disparo. De fato, ele é uma consequência da quantização da carga, ou seja, a corrente pode ser vista como o fluxo de cargas elétricas em condutores eletrônicos e o efeito desta quantização é o ruído de disparo.

Considerando o ruído em um sistema de Férmions, no estado fundamental a temperatura nula ($T = 0$), a potência do ruído de disparo é conhecida como *Shot Noise*.

A equação para a potência do ruído (4.8) fica [24]:

$$P_{\alpha\beta} = \frac{e^2}{2\pi\hbar} \sum_{\gamma \neq \delta} \int dE \text{Tr} \left[s_{\alpha\gamma}^\dagger s_{\alpha\gamma} s_{\beta\delta}^\dagger s_{\beta\gamma} \right] \left\{ f_\gamma(E)[1 - f_\delta(E)] + f_\delta(E)[1 - f_\gamma(E)] \right\}. \quad (4.27)$$

O produto das quatro matrizes de espalhamento são interessantes, pois elas estabelecem correlação entre a medida da corrente em dois contatos α e β , devido aos portadores γ e δ . Neste caso, vemos que os valores de $P_{\alpha\beta} > 0$ ou $P_{\alpha\beta} < 0$ são determinados pelas quantidades definidas por $\frac{e^2}{\pi\hbar} \text{Tr} \left[s_{\alpha\gamma}^\dagger s_{\alpha\gamma} s_{\beta\delta}^\dagger s_{\beta\gamma} \right]$. Para $\alpha \neq \beta$, atribuímos valores negativos para P . Deixamos assim mais claro, usamos a propriedade [55]:

$$\sum_{\delta} s_{\beta\gamma} s_{\beta\gamma}^\dagger = 1_{\alpha} \delta_{\alpha\beta} \quad (4.28)$$

possibilitando reescrever a equação (4.27)[24]:

$$P_{\alpha\beta} = -\frac{e^2}{\pi\hbar} \int dE \text{Tr} \left[\left(\sum_{\gamma} s_{\beta\gamma} s_{\alpha\gamma}^\dagger f_\gamma(E) \right) \left(\sum_{\delta} s_{\alpha\delta} s_{\beta\delta}^\dagger f_\delta(E) \right) \right]. \quad (4.29)$$

4.3.1 *Shot Noise* para dois terminais condutores

Para calcular o *Shot Noise* quando temos dois guias conectados ao bilhar caótico, denotaremos por L , o guia conectado ao lado esquerdo da amostra; e R , o guia conectado ao

lado direito da amostra. Devido à conservação de corrente, temos [24]:

$$P = P_{LL} = P_{RR} = -P_{LR} = -P_{RL}. \quad (4.30)$$

Fazendo

$$f_\gamma(E) \equiv f_\gamma - f_a \quad f_\delta(E) \equiv f_\delta - f_b, \quad (4.31)$$

as funções arbitrárias f_a e f_b são dependentes de energias.

Admitindo $\alpha \neq \beta$, nesse caso, $\alpha = 1$, $\beta = 2$ e $\gamma = \delta = 1$ e $f_a = f_b = f_2$ [55]. Para o traço da equação (4.27) atribuímos as seguintes entradas da matriz espalhamento:

$$\text{Tr}[s_{11}^\dagger s_{11} s_{21}^\dagger s_{21}] = \text{Tr}[r^\dagger r t^\dagger t]. \quad (4.32)$$

Substituindo (4.31) em (4.29), temos

$$P_{\alpha\beta} = -\frac{e^2}{\pi\hbar} \int dE (f_1 - f_2)^2 \text{Tr}(r_{11}^\dagger r_{11} t_{21}^\dagger t_{21}). \quad (4.33)$$

Como estamos trabalhando com temperatura nula ($T = 0$), a $\int dE (f_1 - f_2)^2$ é igual ao valor absoluto da voltagem eV . Sabemos que $f(E) = \Theta(\mu - E)$, corresponde à distribuição de Fermi e $\mu_\alpha = eV_\alpha$. Então [24]:

$$P = \frac{e^3 |V|}{\pi\hbar} \text{Tr}(r^\dagger r t^\dagger t), \quad (4.34)$$

os elementos da matriz espalhamento estão avaliados no nível de Fermi. Podemos expressar a equação (4.34) na base dos canais, com o auxílio das probabilidades de transmissão T_n e reflexão R_n e utilizando a conservação de carga [24]:

$$P = \frac{e^3 |V|}{\pi\hbar} \sum_n T_n (1 - T_n). \quad (4.35)$$

A potência do ruído de disparo é determinada pela soma do produto das probabilidades de transmissão e reflexão nos canais. Em termos da potência do ruído de disparo adimensional, $p = P/P_0$ e $P_0 = \frac{e^3 |V|}{\pi\hbar}$.

No limite de baixas transparências $T_n \ll 1$ em todos os canais o *shot noise* é dado pelo valor de Poisson [24]:

$$P = \frac{e^3 |V|}{\pi \hbar} \sum_n T_n. \quad (4.36)$$

Como sabemos:

$$\langle I \rangle = \sum_{\beta} G_{\alpha\beta} V_{\beta} \quad (4.37)$$

e:

$$G = \frac{e^2}{2\pi \hbar} \sum_n T_n. \quad (4.38)$$

A equação (4.36) é equivalente a:

$$P = 2e \langle I \rangle, \quad (4.39)$$

neste caso, os elétrons são estatisticamente independentes.

4.4 Média da potência do ruído de disparo para o bilhar de Schrödinger

Utilizando o método diagramático, apresentaremos como obter resultados para a média potência do ruído de disparo. Assim como a condutância é obtida em termos dos blocos de transmissão, a potência do ruído de disparo também é representada por esses blocos, equação (4.34) é dada por:

$$p = \text{Tr}[tt^{\dagger}(1 - tt^{\dagger})], \quad (4.40)$$

onde utilizamos a seguinte relação $|R| + |T| = 1$, devido à conservação da probabilidade de transmissão do elétron tentar atravessar a bilhar caótico.

No entanto, a potência do ruído de disparo adimensional que corresponde ao segundo momento irreduzível é definida como:

$$p = g - h = \text{Tr}[tt^{\dagger}(1 - tt^{\dagger})] \quad (4.41)$$

Para calcular a média da potência do ruído de disparo, em termos de matrizes projeções, é necessário obter

$$h = \text{Tr}(tt^\dagger tt^\dagger) \equiv \text{Tr}(\mathcal{C}_1 \mathcal{S}^\dagger \mathcal{C}_2 \mathcal{S} \mathcal{C}_1 \mathcal{S}^\dagger \mathcal{C}_2 \mathcal{S}), \quad (4.42)$$

onde esse corresponde ao segundo momento da mecânica estatística para os ensembles de Wigner-Dyson.

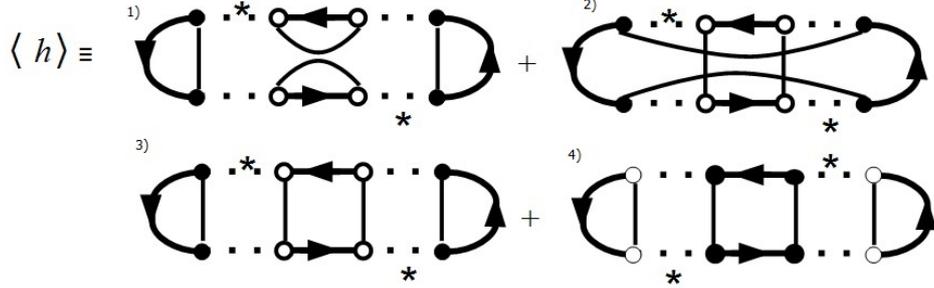


Figura 4.5: Representação diagramática da média da equação (4.42). Os diagramas 1 e 2 tem pesos V_2 e os diagramas 3 e 4 tem pesos $V_{1,1}$. Estes pesos são calculados na referência [54]

Dos diagramas da figura (4.5) encontramos a seguinte expressão para o ECU:

$$\langle h \rangle = V_{1,1} (\text{Tr} \mathcal{C}_1)^2 \text{Tr} \mathcal{C}_2^2 + V_2 \text{Tr} \mathcal{C}_1^2 \text{Tr} \mathcal{C}_2^2 + V_2 (\text{Tr} \mathcal{C}_1)^2 (\text{Tr} \mathcal{C}_2)^2 + V_{1,1} \text{Tr} \mathcal{C}_1^2 (\text{Tr} \mathcal{C}_2)^2. \quad (4.43)$$

A equação resultante para a média do segundo momento é dada por:

$$\langle h \rangle = \frac{N_1 N_2 (N_1^2 + N_1 N_2 + N_2^2 - 1)}{N_T (N_T^2 - 1)} \quad (4.44)$$

Substituindo as equações (3.40) e (4.44) em (4.41) temos a média da potência do ruído de disparo para ECU ($\beta = 2$) dada por:

$$\langle p \rangle = \frac{N_1 N_2 (N_2^2 + 1) (N_1 + 1)}{N_T (N_T + 1) (N_T + 3)} \quad (4.45)$$

De modo geral, utilizando todos os procedimentos do método diagramático apresentado no capítulo 3, recuperamos o seguinte resultado para a potência do ruído de disparo para a classe de ensemble de Wigner-Dyson:

$$\langle p \rangle = \frac{N_1 N_2 (N_1 - 1 + 2/\beta) (N_2 - 1 + 2/\beta)}{(N_T - 2 + 2/\beta) (N_T - 1 + 2/\beta) (N_T - 1 + 4/\beta)}. \quad (4.46)$$

Estes resultados também foram obtidos por outros métodos, por exemplo, nas referências [92, 93].

No regime semiclássico, temos a seguinte expressão para a equação (4.46)[98]:

$$\langle p \rangle = \frac{(N_1 N_2)^2}{N_T^3} - \left(1 - \frac{2}{\beta}\right) \frac{N_1 N_2 [(N_1 - N_2)^2]}{N_T^4}. \quad (4.47)$$

No caso de guias simétricos, $N_1 = N_2 = N \gg 1$, os resultados de todos os ensembles ($\beta = 2, \beta = 1, \beta = 4$) tendem para os seguintes resultados universais para os ensembles de Wigner Dyson conforme a referência [98]

$$\langle p \rangle = \frac{1}{8} N. \quad (4.48)$$

4.5 Média da potência do ruído de disparo para o bilhar de Dirac caótico

Para obter estes resultados, foi necessário introduzir uma extensão do método diagramático de integração sobre o grupo unitário, pois o método usado para obter a média dos ensembles da classe de Wigner-Dyson apresentado no capítulo 3 não pode ser usado diretamente para calcular médias sobre os grupos ortogonais da classe quirial. Para solucionar nosso problema, reescrevemos a matriz espalhamento em termos do produto de matrizes ortogonais, como já foi abordado para o cálculo da condutância, de acordo com a tabela de Cartan 1.3.

Agora vamos apresentar os novos resultados descobertos, no decorrer da pesquisa, para a elaboração desta tese sobre o observável físico para a classe quirial. Para obtermos a média da potência do ruído de disparo, foi necessário fazer novos diagramas para a média de h , conforme a equação (4.42). Aplicando a relação característica do chCOE, de acordo com a tabela 1.2, na equação (4.42), conseguimos

$$\begin{aligned} h &= \text{Tr}(tt^\dagger tt^\dagger) \equiv \text{Tr}(\mathcal{C}_1 U^T \Sigma_z U \Sigma_z \mathcal{C}_2 \Sigma_z U^T \Sigma_z U \mathcal{C}_1 U^T \Sigma_z U \Sigma_z \mathcal{C}_2 \Sigma_z U^T \Sigma_z U) \\ &= \text{Tr}(\mathcal{C}_1 U^T \Sigma_z U \mathcal{C}_2 U^T \Sigma_z U \mathcal{C}_1 U^T \Sigma_z U \mathcal{C}_2 U^T \Sigma_z U), \end{aligned} \quad (4.49)$$

onde utilizamos novamente a relação (3.47).

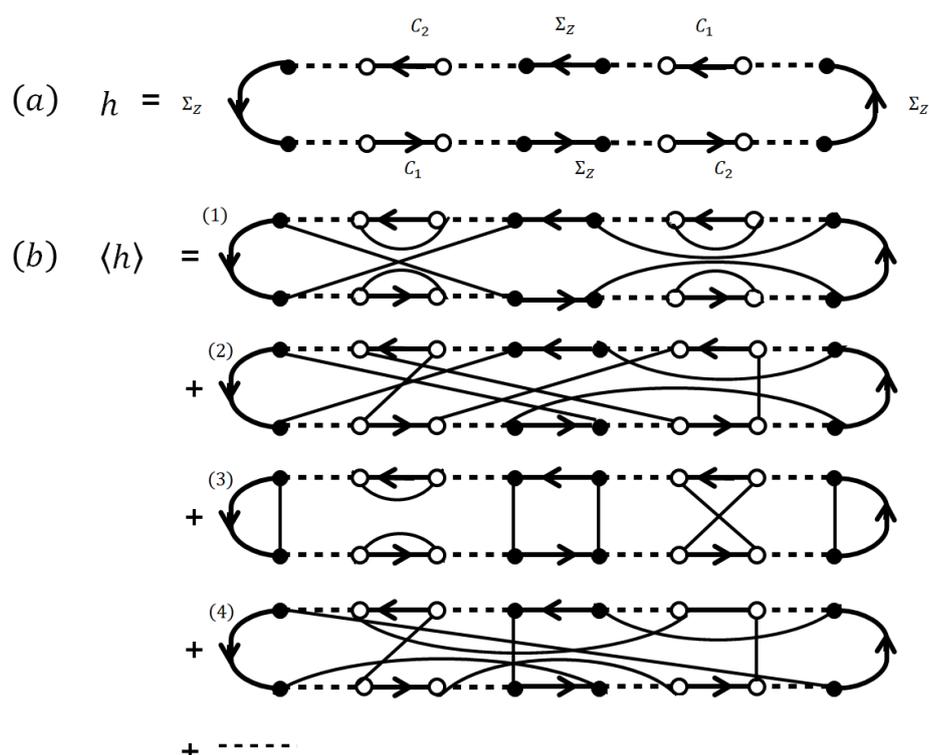


Figura 4.6: (a) Representação diagramática da equação (4.49). (b) A média do coeficiente de transmissão, equação 4.49. Os diagramas 1 e 2 têm pesos V_{211} e os diagramas 3 e 4 têm pesos V_{22} . Estes pesos são calculados na referência [87]

O próximo passo é calcular a média sobre o ensemble, onde apresentamos alguns diagramas na figura 4.6(b). Na nossa figura, os diagramas 1 e 2 tem pesos V_{211} e os diagramas 3 e 4 tem pesos V_{22} . Estes pesos foram calculados na referência [87]. Para obter este resultado, foram necessários 11.025 novos diagramas dos quais 554 diagramas são não nulos, que contribuíram para calcular a média da equação (4.49). Os diagramas nulos foram identificados antes mesmo de desenhá-los, isso se deu ao analisarmos os traços do produto das matrizes.

A identidade (3.50), determina os diagramas que não contribuem para a média. De fato, o terceiro diagrama da figura 4.6(b) é um dos que não contribuem para a média. A partir da equação (4.49) e com o auxílio dos diagramas, obtemos as seguintes expressões que contribuem para a média da potência do ruído de disparo para os ensembles quirais chCUE, chCOE, chCSE, respectivamente:

$$\langle h \rangle_{\beta=2} = \frac{8N_1N_2N_T[4(N_1^2 + N_1N_2 + N_2^2) - 7]}{(2N_T + 3)(2N_T - 3)(2N_T + 1)(2N_T - 1)}, \quad (4.50)$$

$$\langle h \rangle_{\beta=1} = \frac{8N_2N_1N_T[4(N_1^2N_2 + N_1N_2^2) + 3(N_T^2 - 2N_T) + 2(N_1^3 + N_2^3) - 3]}{(2N_T - 3)(2N_T - 1)(N_T + 3)(N_T + 1)(2N_T + 1)}, \quad (4.51)$$

$$\langle h \rangle_{\beta=4} = \frac{32N_2N_1N_T[-12(N_T^2 + N_T) + 16(N_1^3 + N_2^3) + 32(N_1^2N_2 + N_1N_2^2) + 3]}{(4N_T + 3)(4N_T + 1)(2N_T - 3)(2N_T - 1)(4N_T - 1)}, \quad (4.52)$$

onde $N_T = N_1 + N_2$.

Por fim, analisamos o ensemble qCUE para o qual a matriz U da equação (4.49) é unitária e neste caso utiliza-se o método diagramático usual [54], onde 356 diagramas contribuíram para a média.

Agora podemos calcular potência do ruído de disparo, que a média da equação (4.40) equivale à:

$$\langle p \rangle = \langle g \rangle - \langle h \rangle, \quad (4.53)$$

onde substituímos os valores de g e h para cada classe de ensemble quiral. Depois de levar em conta todas as contribuições, obtemos os seguintes resultados para a média da potência do ruído de disparo:

$$\langle p \rangle_{\beta=2} = \frac{16N_1N_2N_T(2N_1N_2 - 1)}{(2N_T + 3)(2N_T - 3)(2N_T + 1)(2N_T - 1)}, \quad (4.54)$$

$$\langle p \rangle_{\beta=1} = \frac{4N_1N_2N_T[4(N_1^2N_2 + N_1N_2^2) + 2N_T^2 - 3(N_T - 1)]}{(2N_T - 3)(2N_T - 1)(N_T + 3)(N_T + 1)(2N_T + 1)}, \quad (4.55)$$

$$\langle p \rangle_{\beta=4} = \frac{16N_1N_2N_T[32(N_1^2N_2 + N_1N_2^2) - 8N_T^2 - 3(2N_T - 1)]}{(4N_T + 3)(4N_T + 1)(2N_T - 3)(2N_T - 1)(4N_T - 1)}. \quad (4.56)$$

4.5.1 Casos Particulares

- Limite semiclássico:

No limite semiclássico $N_T \gg 1$, para o estudo da média da potência do ruído de disparo, expandimos as equações (4.54), (4.55) e (4.56) em potências de N_T obtemos

os seguintes resultado para esse regime:

$$\langle p \rangle_{\beta=2} = \frac{2N_1^2 N_2^2}{(N_1 + N_2)^3} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{N_T}\right), \quad (4.57)$$

$$\langle p \rangle_{\beta=1} = \frac{2N_1^2 N_2^2}{(N_1 + N_2)^3} + \frac{N_1 N_2 (N_1^2 - 3N_1 N_2 + N_2^2)}{(N_1 + N_2)^4} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{N_T}\right), \quad (4.58)$$

$$\langle p \rangle_{\beta=4} = \frac{2N_1^2 N_2^2}{(N_1 + N_2)^3} - \frac{1}{2} \frac{N_1 N_2 (N_1^2 - 3N_1 N_2 + N_2^2)}{(N_1 + N_2)^4} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{N_T}\right). \quad (4.59)$$

A expressão geral para a potência do ruído de disparo no regime semi-clássico:

$$\langle p \rangle_{\beta=1,2,4} = \frac{2N_1^2 N_2^2}{N_T^3} + \left(\frac{2}{\beta} - 1\right) \frac{N_1 N_2 [(N_1 - N_2)^2 - N_1 N_2]}{N_T^4} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{N_T}\right), \quad (4.60)$$

o segundo termo é a (anti)localização fraca $\beta = 1$ ($\beta = 4$). Notamos que para $\beta = 2$ o segundo termo da equação (4.60) não contribui. A localização origina-se da diferença da probabilidade de reflexão ser maior que a probabilidade de transmissão causada pelas interferências construtivas em pares de trajetórias revertidas no tempo. Com relação ao desaparecimento dos efeitos da localização, o campo magnético quebra a simetria de reversão temporal, destruindo a interferência e igualando as probabilidades.

- Caso dos guias simétricos, $N_1 = N_2 = N \gg 1$, os resultados para a média de h são representados para os três tipos de ensemble da seguinte forma:

$$\langle h \rangle_{\beta=2} = \frac{16N^3(12N^2 - 7)}{(4N + 3)(4N - 3)(4N + 1)(4N - 1)} \quad (4.61)$$

$$\langle h \rangle_{\beta=1} = \frac{16N^3(12N^3 + 12N^2 - 12N - 3)}{(4N - 3)(4N - 1)(2N + 3)(2N + 1)(4N + 1)} \quad (4.62)$$

$$\langle h \rangle_{\beta=4} = \frac{64N^3(96N^3 - 48N^2 - 24N + 3)}{((8N + 3)(8N + 1)(4N - 3)(4N - 1)(8N - 1))} \quad (4.63)$$

A seguir mostraremos os resultados para a média da potência do ruído de diparo para as três classes de ensemble do Biliar de Dirac:

$$\langle p \rangle_{\beta=2} = \frac{32N^3(2N^2 - 1)}{(4N + 3)(4N - 3)(4N + 1)(4N - 1)} \quad (4.64)$$

$$\langle p \rangle_{\beta=1} = \frac{8N^3(8N^3 + 8N^2 - 6N - 3)}{(4N - 3)(4N - 1)(2N + 3)(2N + 1)(4N + 1)} \quad (4.65)$$

$$\langle p \rangle_{\beta=4} = \frac{32N^3(64N^3 - 32N^2 - 12N + 3)}{(8N + 3)(8N + 1)(4N - 3)(4N - 1)(8N - 1)} \quad (4.66)$$

A partir disso, podemos fazer uma comparação com os resultados encontrados na literatura [98] para a potência do ruído de disparo para os ensembles de Wigner Dyson, de acordo com a equação (4.47).

Analisando a equação (4.60), temos o seguinte resultado:

$$\langle p \rangle = \frac{N}{4} + \frac{1}{16} \left(1 - \frac{2}{\beta} \right). \quad (4.67)$$

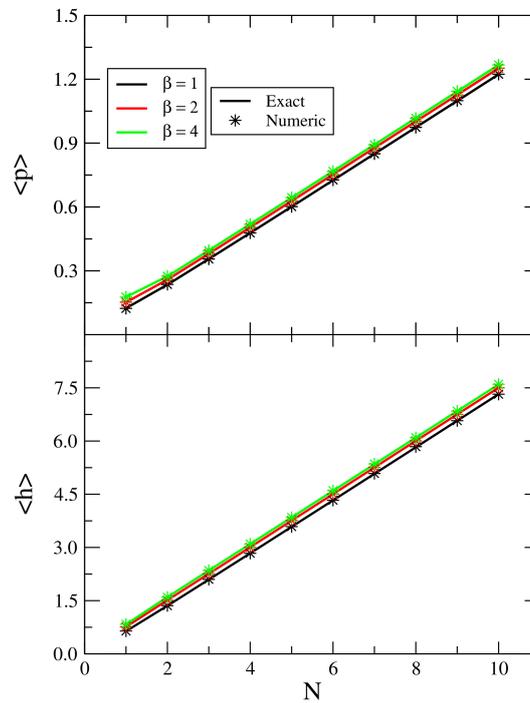


Figura 4.7: Comportamento da potência do ruído de disparo p e h para o caso simétrico. Gráficos retirados da referência [102]

De fato, percebemos que isso não acontece para o BS. Nesse caso, existe uma dependência com o índice de simetria vezes uma constante mais um fator $N/4$, isso se deve a simetria de sub-rede que caracteriza o Biliar de Dirac. O termo da localização fraca da equação (4.47) desaparece para qualquer índice de simetria, o que não acontece para o Biliar de Dirac.

Na figura 4.7, analisamos o comportamento para a média de h e de p e observamos a convergência dos resultados analíticos obtidos via método diagramático (MD) com a

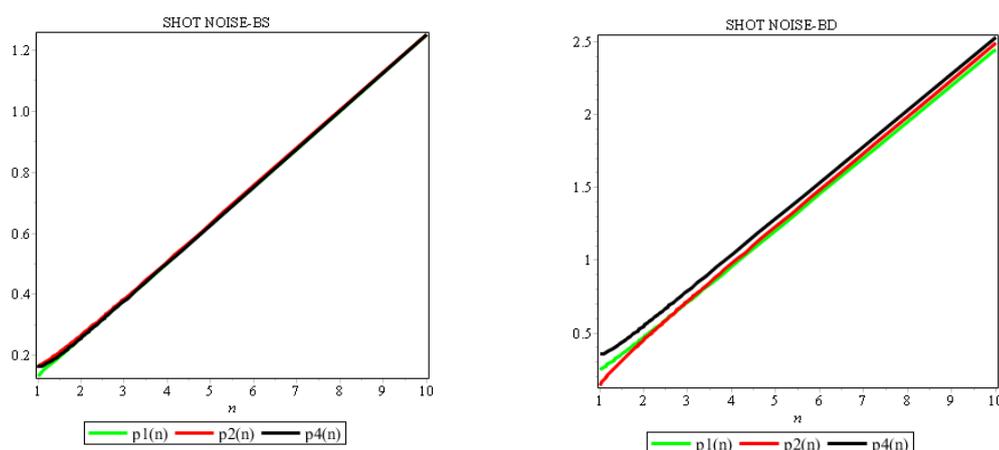


Figura 4.8: Comportamento simétrico da potência do ruído de disparo para o BS e BD para os índices de simetria $\beta = 1, 2, 4$, respectivamente. De acordo com a legenda, $p1(n)$, $p2(n)$, $p4(n)$ são os valores do *shot noise* para o ensemble ortogonal, unitário e simplético.

simulação [102]

Na figura 4.8, temos gráficos que representam o caso simétrico para ambos bilhares. Percebemos que os valores para o BS se sobrepõem facilmente e para o BD existem pequenos espaçamentos entre eles, isso se deve às interferências geradas nos processo de espalhamento do elétron dentro do bilhar, são mais significativamente no resultado da potência do ruído de disparo para os ensembles quirais. Sendo assim, verificamos uma diferença no comportamento para os bilhares.

5

CROSSOVER: EXPANSÃO ENTRE OS ENSEMBLES ORTOGONAL PARA UNITÁRIO

Neste capítulo, vamos apresentar o estudo do crossover do ensemble ortogonal para o ensemble unitário, que ocorre no regime semiclássico. Isso acontece ao se aplicar um pequeno campo magnético perpendicular ao sistema com simetria ortogonal [88, 89, 100]. A motivação deste capítulo é sobre o cálculo da relação da razão da correção da localização fraca, da potência do ruído de disparo e da condutância para o Bilhar de Dirac.

5.1 Crossover no bilhar de Schrödinger

Nessa seção, apresentamos os resultados recuperados seguindo a mesma metodologia abordada na referência [88], juntamente com o método diagramático, que trata de introduzir o campo magnético através de um parâmetro perturbativo dado por:

$$\xi = c \frac{e^2 L^4 B_{\perp}^2}{\hbar \tau_{erg} N_T \Delta}, \quad (5.1)$$

onde c é o coeficiente numérico de ordem unitária; Δ , o nível de espaçamento; L , o comprimento característico do bilhar caótico e N_T , o número total de canais abertos nos guias de onda.

Este parâmetro relaciona a componente perpendicular do campo magnético. É através dele que introduziremos o campo magnético aos diagramas, que contribuem para o cálculo da média da condutância e para a potência do ruído de disparo, cujo objetivo é calcular as

correções de localização. Quando o campo magnético é aplicado ao bilhar caótico, a simetria de reversão temporal é quebrada. De fato, observamos a mudança dos ensembles circular ortogonal e simplético para o ensemble circular unitário. Mas nosso trabalho consistiu em estudar a mudança do ensemble quiral ortogonal para o unitário.

O resultado da correção de localização fraca, isto é, a segunda correção do momento é necessário somar os diagramas tipo escadas de ordem N_T^0 na expansão semi-clássica, conhecidos como diffusons e que também podem ser desenhados, maximamente, cruzados representando os do tipo cooperon [54, 101]. Esta correção tem característica puramente quântica.

Para obtermos o resultado da mudança é necessário trabalharmos com a expansão semiclássica da condutância, dada pela expressão geral (3.42). Como estamos tratando do ECO ($\beta = 1$), temos a seguinte expansão semiclássica:

$$\langle g \rangle = \frac{N_1 N_2}{(N_1 + N_2)} - \frac{N_1 N_2}{(N_1 + N_2)^2} \quad (5.2)$$

A segunda contribuição do termo da localização fraca vem da soma dos diagramas de ordem N_T^0 , que são diagramas tipo escada. Para a condutância, o diagrama da figura 3.2 recebe o termo perturbativo. Sendo assim, obtemos o seguinte resultado para a correção da condutância:

$$\delta g = -\frac{N_1 N_2}{(N_1 + N_2)^2} \cdot \frac{1}{(1 + \xi)}, \quad (5.3)$$

que consiste em uma correção negativa em virtude de ocorrerem interferências construtivas, pois estamos tratando da mudança do ECO para o ECU.

Para o cálculo da correção da potência do ruído, os diagramas da figura 4.5, que são do tipo escada, receberam o termo perturbativo, exceto o diagrama 2). Diante disso, obtemos o seguinte resultado:

$$\langle h \rangle = -\frac{2N_1 N_2 (N_1^2 + N_2^2)}{(N_1 + N_2)^4 (1 + \xi)} \quad (5.4)$$

Logo, os diagramas que receberam o termo perturbativo contribuíram para o cálculo referente à correção da localização fraca, para a potência do ruído de disparo no BS.

A expansão semiclássica para a potência do ruído de disparo, temos:

$$\langle p \rangle = \frac{N_1^2 N_2^2}{(N_1 + N_2)^3} + \frac{N_1 N_2 (N_1 - N_2)^2}{(N_1 + N_2)^4}. \quad (5.5)$$

Da definição da média da potência do ruído de disparo $\langle p \rangle = \langle g \rangle - \langle h \rangle$, recuperamos o seguinte resultado para a correção através dos diagramas atribuindo o termo perturbativo:

$$\langle \delta p \rangle = \frac{N_1 N_2 (N_1 - N_2)^2}{(N_1 + N_2)^4} \cdot \frac{1}{(1 + \xi)}. \quad (5.6)$$

A razão da correção da localização da condutância e da potência do ruído de disparo, isto é, o quociente das equações (5.6) e (5.3):

$$\frac{\delta p}{\delta g} = - \frac{(N_1 - N_2)^2}{(N_1 + N_2)^2}. \quad (5.7)$$

Este é um resultado universal existente na literatura [88]. Ele independe do parâmetro de crossover onde ocorrem as interferências e a simetria de reversão temporal é quebrada. Sendo assim, depende apenas do número de canais aberto nos guias [88, 89, 92]. Fazendo $N_1 = N_2 = N$, regime simétrico, esse resultado desaparece.

5.2 Crossover no bilhar de Dirac

Nessa seção, estamos interessados em estudar as correções da condutância e da potência do ruído de disparo no crossover entre o ensemble quiral ortogonal e unitário do bilhar de Dirac. Nesse caso, utilizamos o mesmo raciocínio da referência [88] para obtermos os resultados.

A expansão semiclássica da condutância para o Bilhar de Dirac (3.52), onde atribuímos $\beta = 1$, que caracteriza o ensemble quiral ortogonal resulta em:

$$\langle g \rangle = 2 \frac{N_1 N_2}{N_1 + N_2} - \frac{N_1 N_2}{(N_1 + N_2)^2}. \quad (5.8)$$

Dos diagramas da condutância, obtivemos o seguinte resultado para a correção de localização fraca:

$$\delta g = - \frac{N_2 N_1}{N_T^2} \cdot \frac{1}{(1 + \xi)}, \quad (5.9)$$

que consiste em uma pequena correção negativa para a condutividade e para espalhamento spin-órbita onde temos interferências construtivas.

Para a correção da localização fraca para a potência do ruído de disparo, é necessário analisar os diagramas tipo escada, que contribuem para a média da equação (4.49). Concluimos que 24 diagramas do termo h contribuem para o chECO e receberão o termo perturbativo. Temos, por exemplo, alguns diagramas representados na figura 5.1 que contribuirão para obtermos nosso resultado analítico.

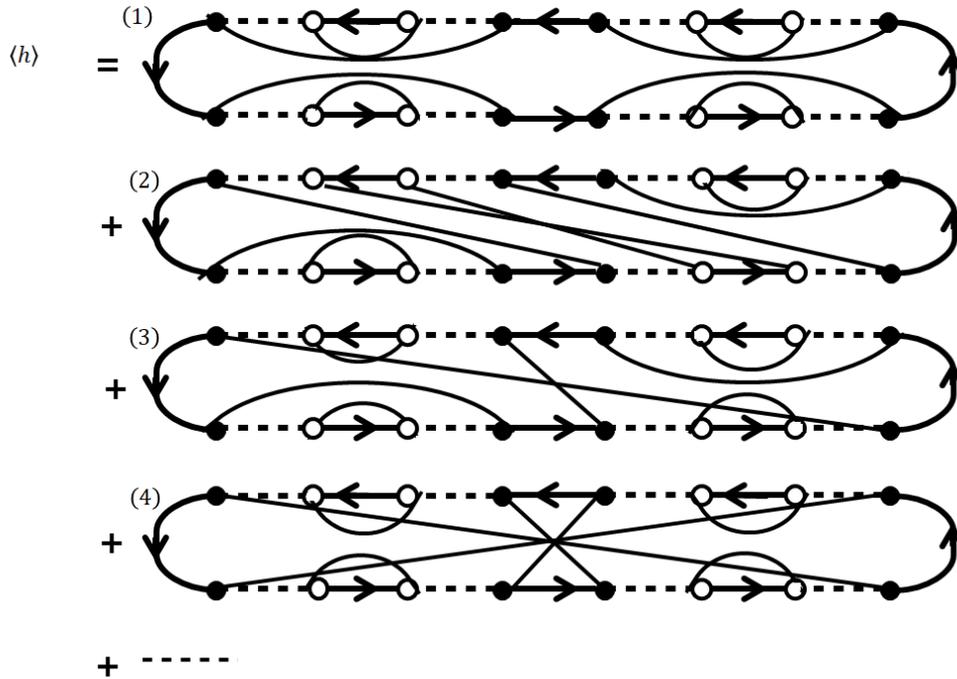


Figura 5.1: Diagramas do tipo Cooperon, que contribuem para o crossover do ensemble quiral ortogonal para o quiral unitário. Eles não são permitidos na ausência de simetria de reversão temporal.

Sendo assim, obtemos o seguinte resultado para h :

$$\langle h \rangle = -\frac{N_2 N_1 (2N_1^2 - N_1 N_2 + 2N_2^2)}{(1 + \xi)(N_1 + N_2)^4} \quad (5.10)$$

A partir da equação (4.60), no regime semiclassico, temos o seguinte resultado:

$$\langle p \rangle = \frac{2N_1^2 N_2^2}{(N_1 + N_2)^3} + \frac{N_1 N_2 [(N_1 - N_2)^2 - N_1 N_2]}{(N_1 + N_2)^4} \quad (5.11)$$

Agora podemos apresentar o resultado para a correção da localização, segundo termo da expansão semiclássica de ordem N_T^0 , para a potência do ruído de disparo utilizando os resultados oriundos dos diagramas que receberam a perturbação:

$$\delta p = \frac{N_2 N_1 [(N_1 - N_2)^2 - N_1 N_2]}{(N_1 + N_2)^4} \cdot \frac{1}{(1 + \xi)}, \quad (5.12)$$

onde recuperamos o resultado desejado.

Sendo assim, o novo resultado obtido para a razão entre a correção de localização fraca da condutância (5.9) e a potência do ruído de disparo (5.12) para a o Bilhar de Dirac:

$$\frac{\delta p}{\delta g} = -\frac{(N_1 - N_2)^2}{(N_1 + N_2)^2} + \frac{N_1 N_2}{(N_1 + N_2)^2}. \quad (5.13)$$

A (5.13) é válida para o crossover do chECO para o chECU para o Bilhar de Dirac.

Comparando a equação (5.7) com o nosso resultado (5.13), percebemos a diferença no numerador das equações. Isso se dá em virtude da simetria de sub-rede que caracteriza o Bilhar de Dirac e ambos não mudam de sinal. Novamente, percebemos que o resultado independe do parâmetro perturbativo, mas depende exclusivamente do número de canais abertos nos guias que estão conectados ao bilhar caótico.

No caso simétrico, a equação (5.13) assume o seguinte resultado:

$$\frac{\delta p}{\delta g} = \frac{1}{4}. \quad (5.14)$$

De fato, percebemos que no regime simétrico, a razão entre a correção de localização fraca da condutância e a potência do ruído de disparo para a o Bilhar de Dirac existe, o que não podemos observar para o bilhar de Schrödinger. Sendo assim, a razão para o bilhar de Dirac é um quarto para os canais simétrico.

6

CONCLUSÃO E PERSPECTIVAS

Neste trabalho, foi com grande satisfação que realizamos estudo das características físicas de bilhares caóticos com simetria de sub-rede. Inicialmente apresentamos os principais conceitos em física mesoscópica e os fenômenos relevantes que esses sistemas apresentam, estudamos de forma detalhada a estrutura do grafeno que o caracteriza um sistema com sub-rede pertencente à classe quirral de acordo com a teoria de matrizes aleatória.

No capítulo 2, apresentamos de forma detalhada o conceito de condutância segundo as abordagens de Landauer e Landauer-Büttiker, respectivamente. A partir da teoria de Landauer-Büttiker com a teoria de matrizes aleatória, pudemos relacionar momentos de matrizes de transmissão aos observáveis físicos. E apresentamos os principais efeitos gerados devido às interferências causadas durante o processo de espalhamento dos elétrons dentro do bilhar balístico.

No capítulo 3, apresentamos o método diagramático, que consiste no método auxiliar ao método de integração sobre o grupo unitário e a extensão do mesmo. Onde essa extensão foi necessária para obtermos os diagramas necessários para os resultados dos observáveis físicos de transporte para a classe quirral ortogonal. A partir desse método, mostramos os resultados obtidos para a condutância para os bilhares caóticos e analisamos o comportamento das condutâncias para as classes dos ensembles de Wigner-Dyson e quirrais, via simulação no domínio da TMA, e percebemos que os efeitos de interferências são mais significativos nos

bilhares de Schrödinger quando estamos tratando da condutância.

No capítulo 4, apresentamos dois tipos de ruído e o que caracteriza cada um deles segundo a abordagem de Landauer-Büttiker. Novamente, utilizamos o método diagramático, juntamente com a teoria de matriz aleatória para obter novas expressões exatas para a potência do ruído de disparo para as três classes de ensemble quiral. Comprovamos nossos resultados analíticos através de simulações no domínio da TMA. Sendo assim, mostramos que os resultados analíticos convergem após um grande número realizações. Obtivemos um ótimo acordo entre os resultados numéricos e analíticos e pudemos analisar o comportamento da potência do ruído de disparo para o caso simétrico e percebemos a diferença no comportamento para os bilhares, caracterizando-os. De fato, as interferências e a simetria de sub-rede influenciam no comportamento dos bilhares de Dirac diferenciando-o do bilhar de Schrödinger.

No capítulo 5, a partir dos novos diagramas gerados, foi possível obter os novos resultados para calcular a relação da razão das correções de interferência da localização fraca para a condutância e para a potência do ruído de disparo do bilhar de Dirac. Esse foi mais um resultado novo na literatura para a classe quiral e a evidência da simetria de sub-rede é relevante nesse resultado.

Para obter estes resultados, foi necessário fazer 11.025 novos diagramas, dos quais 554 são não nulos, um trabalho árduo, pois eles foram feitos manualmente, requerendo tamanha atenção, contribuindo de forma significativa para nossos resultados. Estes foram bastante significantes, que favoreceu a submissão do nosso artigo [103]. Obtemos novos resultados que contribuíra de forma significativa para futuras pesquisas científicas. Acreditamos que os resultados obtidos via método diagramático são relevantes, tornando o método uma ótima ferramenta, onde temos médias exatas dos observáveis e comprovamos a veracidade dos nossos resultados através de simulações.

Com base no trabalho desenvolvido, diversas vertentes de trabalhos futuros podem ser identificadas. Desta forma, novas pesquisas podem ser realizadas, como o estudo da corrente de spin na classe BDI com simetria de sub-rede, o caso de multiterminal acoplado ao

bilhar caótico, dando continuidade ao trabalho em questão. E também seria interessante desenvolver uma simulação que gerasse as expressões extraídas dos diagramas e seus respectivos pesos, evitando desenhar essa quantidade enorme de diagramas.



PESOS DOS DIAGRAMAS PARA O ENSEMBLE DE WIGNER-DYSON

Os pesos obedecem a certas relações recursivas [54], estas relações são específicas para cada ensemble.

- Classe Unitária ($\beta = 2$):

$$V_1 = \frac{1}{N}, \quad (\text{A.1})$$

$$V_{1,1} = \frac{N}{N(N^2 - 1)}, \quad (\text{A.2})$$

$$V_{1,1,1} = \frac{-2 + N^2}{N(N^2 - 1)(N^2 - 4)}, \quad (\text{A.3})$$

$$V_2 = -\frac{1}{N(N^2 - 1)}, \quad (\text{A.4})$$

$$V_{2,1} = -\frac{N}{N(N^2 - 1)(N^2 - 4)}, \quad (\text{A.5})$$

$$V_3 = \frac{2}{N(N^2 - 1)(N^2 - 4)}, \quad (\text{A.6})$$

$$V_{1,1,1,1} = \frac{6 - 8N^2 + N^4}{N^2(N^2 - 1)(N^2 - 4)(N^2 - 9)}, \quad (\text{A.7})$$

$$V_{2,1,1} = \frac{4N - N^3}{N^2(N^2 - 1)(N^2 - 4)(N^2 - 9)}, \quad (\text{A.8})$$

$$V_{2,2} = \frac{6 + N^2}{N^2(N^2 - 1)(N^2 - 4)(N^2 - 9)}, \quad (\text{A.9})$$

$$V_{3,1} = \frac{-3 + 2N^2}{N^2(N^2 - 1)(N^2 - 4)(N^2 - 9)}, \quad (\text{A.10})$$

$$V_4 = \frac{-5N}{N^2(N^2 - 1)(N^2 - 4)(N^2 - 9)}. \quad (\text{A.11})$$

- Classe Simplética ($\beta = 4$):

$$V_{1,1} = \frac{1 - 2N}{2N(2N - 1)(2N - 3)}, \quad (\text{A.12})$$

$$V_2 = \frac{1}{2N(-2N + 1)(-2N + 3)}. \quad (\text{A.13})$$

- Classe Ortogonal ($\beta = 1$):

$$V_1 = \frac{1}{N + 1}, \quad (\text{A.14})$$

$$V_{1,1} = \frac{2 + N}{N(N + 1)(N + 3)}, \quad (\text{A.15})$$

$$V_{1,1,1} = \frac{2 + 5N + N^2}{N(N - 1)(N + 1)(N + 3)(N + 5)}, \quad (\text{A.16})$$

$$V_2 = -\frac{1}{N(N + 1)(N + 3)}, \quad (\text{A.17})$$

$$V_{2,1} = -\frac{-3 - N}{N(N - 1)(N + 1)(N + 3)(N + 5)}, \quad (\text{A.18})$$

$$V_3 = \frac{2}{N(N - 1)(N + 1)(N + 3)(N + 5)}, \quad (\text{A.19})$$

$$V_{1,1,1,1} = \frac{-32 - 8N + 28N^2 + 11N^3 + N^4}{N(N - 2)(N - 1)(N + 1)(N + 2)(N + 3)}, \quad (\text{A.20})$$

$$V_{2,1,1} = \frac{-4 - 18N - 9N^2 - N^3}{N(N - 2)(N - 1)(N + 1)(N + 2)(N + 3)}, \quad (\text{A.21})$$

$$V_{2,2} = \frac{24 + 7N + N^2}{N(N - 2)(N - 1)(N + 1)(N + 2)(N + 3)}, \quad (\text{A.22})$$

$$V_{3,1} = \frac{10 + 12N + 2N^2}{N(N - 2)(N - 1)(N + 1)(N + 2)(N + 3)}, \quad (\text{A.23})$$

$$V_4 = \frac{-11 - 5N}{N(N - 2)(N - 1)(N + 1)(N + 2)(N + 3)}. \quad (\text{A.24})$$

B PESOS DOS DIAGRAMAS PARA OS ENSEMBLES COM SIMETRIA QUIRAL

Os pesos obedecem a certas relações recursivas [87], estas relações para cada ensemble.

- Classe Unitária ($\beta = 2$):

$$V_1 = \frac{1}{N} \quad (\text{B.1})$$

$$V_{1,1} = \frac{N+1}{N(N-1)(N+2)} \quad (\text{B.2})$$

$$V_2 = -\frac{1}{N(N-1)(N+2)} \quad (\text{B.3})$$

$$V_{2,1} = -\frac{1}{N(N-1)(N-2)(N+4)} \quad (\text{B.4})$$

$$V_3 = \frac{2}{N(N-1)(N-2)(N+2)(N+4)} \quad (\text{B.5})$$

$$V_4 = -\frac{5N-6}{N(N+1)(N+2)(N+4)(N+6)(N-1)(N-2)(N-3)} \quad (\text{B.6})$$

$$V_{3,1} = \frac{2N+8}{(N+1)(N+2)(N+4)(N+6)(N-1)(N-2)(N-3)} \quad (\text{B.7})$$

$$V_{2,2} = \frac{N^2+5N+18}{N(N+1)(N+2)(N+4)(N+6)(N-1)(N-2)(N-3)} \quad (\text{B.8})$$

$$V_{2,1,1} = \frac{-N^3-6N^2-3N+6}{N(N+1)(N+2)(N+4)(N+6)(N-1)(N-2)(N-3)} \quad (\text{B.9})$$

$$V_{1,1,1,1} = \frac{N^4+7N^3+N^2-35N-6}{N(N+1)(N+2)(N+4)(N+6)(N-1)(N-2)(N-3)}. \quad (\text{B.10})$$

- Classe Ortogonal ($\beta = 1$):

$$V_{11} = \frac{2N + 1}{(2N - 1)(2N + 2)}, \quad (\text{B.11})$$

$$V_2 = \frac{1}{2N(2N - 1)(2N + 2)} \quad (\text{B.12})$$

- Classe Simplética ($\beta = 4$):

$$V_{11} = \frac{1}{(2N - 1)(2N + 1)}, \quad (\text{B.13})$$

$$V_2 = -\frac{1}{2N(2N - 1)(2N + 1)} \quad (\text{B.14})$$

Referências Bibliográficas

- [1] KITTEL, C. **Elementary Statistical Physics**, New York, 1958.
- [2] ASHCROFT, N. W.; MERMIN, N. D. **Física do Estado Sólido**, CENGAGE Learning, tradução Maria Lucia G. de Oliveira, ISBN 978-85-221-0902-9 2011.
- [3] FORREST, P. J. **Log-Gases and Random Matrices**, London Mathematical society monographs, ISBN 978-0-691-12829-0.
- [4] BERTUOLA, A. C.; HUSSEIN, M. S.; PATO, M.P. **Técnicas e construções de ensembles de matrizes aleatórias e estatísticas correlatas**, Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 28, n. 3, p.333-340, 2006.
- [5] GROSSO, G.; PARRAVICINI, G. P. **Solid State Physics** , Elsevier Ltd, 2. ed., 2014.
- [6] HANSON, R. et al. **Spins in few-electron quantum dots**. Rev. Mod. Phys. 79, 1217 (2007).
- [7] NAZAROV, Y. V. ; BLANTER, Y. M. **Quantum Transport: Introduction to Nanoscience** , Cambridge, 2009.
- [8] ALMEIDA, F. A. G. **Algoritmos numéricos de matrizes aleatórias aplicados a sistemas mesoscópicos**. Tese de Doutorado, UFPE (2010).
- [9] HEINZEL, T. **Mesoscopic Electronics in Solid State Nanostructures** .2 ed., Wiley-VCH, 2007.
- [10] BARROS, M. S. M. et al. **Open chaotic Dirac billiards: Weak (anti) localization, conductance fluctuations, and decoherence**. Physical Review B , v. 88, n. 245133, 2013.

- [11] MACEDO-JUNIOR, A. F.; MACÊDO, A. M. **Universal transport properties of quantum dots with chiral symmetry**. Physical Review B(R) , v. 66, 041307, 2002.
- [12] NASCIMENTO JUNIOR, A. J. et al. **Time-reversal symmetry breaking and decoherence in chaotic Dirac billiards**. Eur. Phys. J. B , v. 89: 194, 2016.
- [13] NASCIMENTO JUNIOR, A. J. **Bilhar de Dirac Caótico: Uma Abordagem Via Teoria de Matrizes Aleatórias** . Tese de mestrado, UFRPE, 2014.
- [14] WESTERVELT, R. M. **Graphene nanoelectronic** . Science , 320: 324325, 2008.
- [15] GNUTZMANN, S.; SEIF, B. **Universal spectral statistics in Wigner-Dyson, chiral, and Andreev star graphs. I. Construction and numerical results**. Physical Review E., 69, 056219, 2004
- [16] MARDER, M. P. **Condensed Matter Physics**, 2. ed., 1960.
- [17] MELLO, P. A.; KUMAR, N. **Quantum Transport in Mesoscopic Systems: Complexity and Statistical Fluctuations Statistical Mechanics**, Oxford University Press; Reissue edition, september 25, 2010.
- [18] DATTA, S. **Transport in Mesoscopic Systems**, Cambridge, University Press, 1995.
- [19] MEHTA, M. L.; **Random Matrices** , Elsevier Ltd, 3. ed., 2004.
- [20] BEENAKKER, C. W. J. **Colloquium: Andreev reflection and Klein tunneling in graphene** Reviews of Modern Physics, V. 80, 2008.
- [21] OSTROVSKY; P. M.; GORNYI, I. V.; MIRLIN, A. D. **Electron transport in disordered graphene**. Physical Review B, 74, 235443, 2006
- [22] SANTOS, A. P. **Propriedades Universais de Transporte em Cavidades Caóticas da Classe BdG**. Tese de mestrado, UFRPE, 2011.
- [23] SCHIRMACHER, Walter et al. **What is the Right Theory for Anderson Localization of light? An experimental test**. Phys. Rev. Lett. 120, 067401, 2018.
- [24] BLANTER, Ya. M.; BÜTTIKER, M. **Shot Noise in Mesoscopic Conductors**. Phys. Rep. 336, 1, 2000.

- [25] SILVESTROV, P. G. ; EFETOV, K. B. **Quantum Dots in Graphene**. Physical Review Lett. 98, 016802, 2007
- [26] AKKERMANS, E.; MONTAMBAUX, G. **Mesoscopic Physics of Electrons and Photons**, Cambridge, New York, 2007
- [27] NISHIGAKI, S. M.; GANGARDT, D. M.; KAMENEV, A. **Correlation functions of the BC Calogero Sutherland model**. J. Phys. A: Math. Gen. 36, 31373151 , 2003.
- [28] NUSSENZVEIG, H. M.; **Curso de física básica**, vol. 2, Bucher, São Paulo, 5. ed., 2014.
- [29] SALINAS, S. R. A.; **Introdução a Física Estatística**, edusp, São Paulo, 2. ed., 2005.
- [30] SAKURAI, J. J. **Mecânica quântica moderna; tradução de Sílvio Renato Dahmen**, Bookman, 2.ed., Porto Alegre, 2013
- [31] van WEES, B.J. et al **Quantized Conductance of Point Contacts in a Two-Dimensional Electron Gas**. Physical Review Lett. 60, 848, 1988.
- [32] ROTTER, S.; GIGAN, S. **Light fields in complex media: Mesoscopic scattering meets wave control** . Reviews of Modern Physics, vol. 89, 2017.
- [33] GOERBIG, M.O. **Electronic properties of graphene in a strong magnetic field** . Reviews of Modern Physics, vol. 83, 2011.
- [34] BÉRI, B.; CSERTI, J. **Effect of symmetry transitions on the noise in chaotic quantum dots**. Physical Review B 75, 041308(R), 2007.
- [35] BEENAKKER, C. W. J.; VAN HOUTEN, H. **Semiclassical theory of shot noise and its suppression in a conductor with deterministic scattering**. Physical Review B, V. 43, n 14, 1991.
- [36] VERBAARSCHOT, J. **Spectrum of the QCD Dirac Operator and Chiral Random Matrix Theory**. Physical Review Lett. 72, 2531, 1994.
- [37] ALTLAND, A. ; ZIRNBAUER, M. R. **Nonstandard symmetry classes in mesoscopic normal-superconducting hybrid structures**. Phys. Rev. B 55, 1142, 1997

- [38] COLLINS, B.; SNIADY, P. **Integration with respect to the Haar measure on unitary, orthogonal and symplectic group.** arXiv, 2004.
- [39] SOMMERS, H. J.; WIECZOREK, W.; SAVIN, D.V. **Statistics of Conductance and Shot-Noise Power for Chaotic Cavities.** ACTA PHYSICA POLONICA A , Vol. 112, 2007.
- [40] JACCQUOD, P. et al **Onsager relations in coupled electric, thermoelectric, and spin transport: The tenfold way.** Physical Review B 86, 155118, 2012.
- [41] PERES, N. M. R. **Colloquium: The transport properties of graphene: An introduction.** Reviews of Modern Physics, V. 82, 2010.
- [42] DICKE, R. H. **The Measurement of Thermal Radiation at Microwave Frequencies** The Review of scientific instruments , v. 17, n. 7, 1946.
- [43] BEENAKKER, C. W.; BÜTTIKER R. H. **Suppression of shot noise in metallic diffusive conductors.** Physical Review B , v. 46, n. 3, 1992.
- [44] JENSEN, A. G. **Potentiometer arrangement for measuring microvoltages at radio frequencies.** New York, N. Y., p. 118-120, 1925.
- [45] JOHNSON, J.B. **The Schottky Effect in low frequency circuits.** New York, N. Y., p. 71-85, 1925.
- [46] JOHNSON, J. B. **Thermal agitation of electricity in conductors.** Physical Review B, v. 32, p. 97-109 1928
- [47] NAVEH, Y. ; AVERIN, D. V. ; LIKHAREV K. K. **Shot noise in diffusive conductors: A quantitative analysis of electron-phonon interaction effects.** Physical Review B, v. 58, n. 23, 1998.
- [48] NYQUIST, H. **Thermal agitation of charge in conductors.** Physical Review, v. 32, p. 110-113, 1928
- [49] BÜTTIKER, M. **Role of scattering amplitudes in frequency-dependent fluctuations in small conductors.** Physical Review B , v. 45, n. 7, 1992

- [50] BARROS, M. S. M. **Método Diagramático Aplicado ao Biliar de Dirac Caótico** Tese de mestrado, UFRPE, 2014
- [51] BEENAKER, W. J.; BÜTTIKER, **Suppression of shot noise in metallic diffusive conductors.** Physical Review B , v. 46, n. 3, 1992
- [52] JOHNSON, B. **The schottky effect in low frequency circuits**, 1925
- [53] WHITE, D. R. et al. **The status of Johnson noise thermometry.** Metrologia, n. 33, p. 325-335, 1996
- [54] BROUWER, P. W.; BEENAKER, C. W. **Diagrammatic method of integration over the unitary group, with applications to quantum transport in mesoscopic systems.** Journal of Mathematical Physics , v. 37, 1996
- [55] BÜTTIKER, M. **Scattering theory of current and intensity noise correlations in conductors and wave guides.** Physical Review B, v.46, n. 19, 1992.
- [56] RAMOS, J. G. G. S. et al. **Spin accumulation encoded in electronic noise for mesoscopic billiards with finite tunneling rates.** Physical Review B, v.85, 115123, 2012.
- [57] AKHMEROV, A. R. **Dirac and Majorana edge States in graphene and topological superconductors.** Tese, Faculty of Science, Leiden University, 2011.
- [58] BÜTTIKER, M. **Scattering Theory of Thermal and Excess Noise in Open Conductors.** Physical Review Lett, v.65, 2901, 1990.
- [59] BÜTTIKER, M. et al. **Generalized many-channel conductance formula with application to small rings.** Physical Review B, v. 31, 6207 , 1985.
- [60] BEENAKKER, M. C. W. J.; van HOUTEN, H. **Semiclassical theory of shot noise and its suppression in a conductor with deterministic scattering.** Physical Review B, v. 43, 12 066, 1991.
- [61] CASIMIR, H. B. G. **Onsagers Principle of Microscopic Reversibility.** REVIEWS OF MODERN PHYSICS , v. 17, 343 , 1945.

- [62] BORBA, H. S. **Teoria de circuitos para a estatística de contagem de carga.** Tese de mestrado, DF-UFPE, (2005).
- [63] RAMOS, J. G. S. **Modelo Sigma não -linear supersimétrico: Aplicações em nanoestruturas caóticas.** Tese de doutorado, DF-UFPE, (2010).
- [64] BARBOSA, A. L. R. **Estatística de Contagem de carga e efeitos de interferência em sistemas mesoscópicos.** Tese de doutorado, DF-UFPE, (2009).
- [65] BÜTTIKER, M. **Symmetry of electrical conduction.** IBM J. RES. DEVELOP. , v. 32, n. 3 , 1988.
- [66] BEENAKKER, M. C. W. J. ; BÜTTIKER, M. **Suppression of shot noise in metallic diffusive conductors.** Physical Review B, v. 46, 1889, 1992.
- [67] GEIM, A. K. ; NOVOSELOV, K. S. **The rise of graphene.** Nature Publishing Group, v. 6, 2007
- [68] OSIPOV, V. A.; KANZIEPER, E. **Statistics of thermal to shot noise crossover in chaotic cavities.** J. Phys. A: Math. Theor. , v. 42, 475101, 2009.
- [69] BÜTTIKER, M. **Role of quantum coherence in series resistors.** Physical Review B, v. 33, 1986
- [70] BÜTTIKER, M. **Influence of shape on electron transport in ballistic quantum dots.** Physical Review B, v. 50, 17721, 1994
- [71] WURM; J.; RICHTER, K.; ADAGIDELI, I. **Edge effects in graphene nanostructures: Semiclassical theory of spectral fluctuations and quantum transport.** Physical Review B 84, 205421, 2011
- [72] BARBOSA; A. L. R.; RAMOS, J. G. S.; BAZEIA, D. **Presence of asymmetric noise in multiterminal chaotic cavities.** Physical Review B, 84, 115312, 2011
- [73] HALLIDAY, D. R.; WALKER, J.; **Fundamentos de Física,** Tradução e revisão técnica por Ronaldo Sérgio de Biasi, Rio de Janeiro, LTC, 2009.

- [74] EDMINISTER, J. A.; **Circuitos Eléctricos**, Traduzido por Sebastião Feital, coleção Schaum, ed. McGraw-Hill do Brasil, LTDA, 1978.
- [75] JACQUOD, P. et al **Onsager relations in coupled electric, thermoelectric, and spin transport: The tenfold way**. *Physical Review B*, 86, 155118, 2012
- [76] BÜTTIKER, M. **Scattering Theory of Thermal and Excess Noise in Open Conductors**. *Physical Review Lett.* , 65, 2901, 1990
- [77] BÜTTIKER, M. **Four-Terminal Phase-Coherent Conductance**. *Physical Review Lett.*, 57, 1761, 1986
- [78] MORPURGO, A.F.; GUINEA, F. **Intervalley Scattering, Long-Range Disorder, and Effective Time-Reversal Symmetry Breaking in Graphene**. *Physical Review Lett.* 97, 196804, 2006
- [79] TIKHONENKO, F.V.; HORSELL, D.W.; GORBACHEV, R.V. e SAVHENKO, A.K. **Weak Localization in Graphene Flakes**. *Physical Review Lett.* 100, 056802, 2008
- [80] BÜTTIKER, M. **Role of scattering amplitudes in frequency-dependent current fluctuations in small conductores**. *Physical Review Lett.* 45, 3807, 1992
- [81] SAITO, R.; DRESSELHAUS, G.; DRESSELHAUS, M. S. **Physical Properties of Carbon Nanotubes**, Imperial College Press, ISBN 1-86094-093-5, 1998.
- [82] BÜTTIKER, M. **Role of scattering amplitudes in frequency-dependent current fluctuations in small conductores**. *Physical Review Lett.* 45, 3807, 1992
- [83] GARDINER, C. W. **Handbook of Stochastic Methods for Physics, Chemistry and Natural sciences**, Springer, 2 ed., 1985.
- [84] IGAKI, S. M. N. ; GANGARDT, D. M.; KAMENEV, A. **Correlation functions of the BC Calogero Sutherland model**. *J. Phys. A: Math. Gen.* 36, 31373151, 2003
- [85] BEENAKKER, C. W. J. ; BÜTTIKER, M. **Suppression of shot noise in metallic diffusive conductors**. *Physical Review B.* 46, 1889, 1992.
- [86] STUART, Samuel.; *J. Math. Phys.* 21, 2695, 1980.

- [87] COLLINS, B.; SNIADY, P. *Commun. Math. Phys.* 264, 773, (2006).
- [88] BÉRI, B.; CSERTI, J. **Effect of symmetry class transitions on the shot noise in chaotic quantum dots**, *Physical Review B.* 75, 041308(R), (2007).
- [89] SAITO, K.; NAGAO, T. **Chaotic transport in the symmetry crossover regime with a spin-orbit interaction**, *Physical Review B.* 82, 125322, (2010).
- [90] CREMERS, J-H.; BROUWER, P.; FAL'KO, V. **Weak localization and conductance fluc in a quantum dot with parallel magnetic field and spin-orbit scattering**, *Physical Review B.* 68, 125329, (2003).
- [91] ALEINER, I. L.; FAL'KO, V. I.; **Spin-Orbit Coupling on Quantum Transport in Lateral Semiconductor Dots**, *Physical Review Lett.* 87, 256801, (2001).
- [92] RAMOS, J. G. G. S.; BARBOSA, A. L. R.; MACÊDO, A. M. S. **Tunable crossovers quantum interference correction to conduction to conductance and shot-noise power in chaotic quantum dots with nonideal contacts**, *Physical Review B.* 84, 035453, (2011).
- [93] SAVIN, D. V.; SOMMERS, H.-J. **Shot noise in chaotic cavities with an arbitrary number of open channels**, *Physical Review B.* 73, 081307(R), (2006).
- [94] HEUSLER, S. et al **Semiclassical Theory of Chaotic Conductors**, *Physical Review Lett.* 96, 066804, (2006).
- [95] GEORBIG, M. O.; **Electronic properties of graphene in a strong magnetic field**, *Reviews of modern physics*, 83, 1193, (2011).
- [96] HAMADA, N.; SAWADA, S.; OSHIYAMA, A. **New one- dimensional conductors: Graphitic Microtubules**, *Physical Review Lett.* 68, 1579, (1992).
- [97] BREY, L.; FERTIG, H. A. **Electronic states of graphene nanoribbons stued with the Dirac equation**, *Physical Review B.* 73, 235411, (2006).
- [98] BREY, L.; FERTIG, H. A. **Random-matrix theory of quantum transport**, *Rev. Mod. Phys.* 69, 371, (1991).

- [99] POLIANSKI, M. L.; BROUWER, P. W. **Scattering matrix ensemble for time-dependent transport through a chaotic quantum dot**, J. Phys. A. 36, 3315, (2003).
- [100] CREMERS, N. H. J.; BROUWER, P. W.; HALPERIN, B.I. **Weak localization and conductance fluctuations of a chaotic quantum dot with tunable spin-orbit coupling**, Phys. Rev. B A. 65, 081302(R), (2002).
- [101] BARBOSA, A. L. R.; RAMOS, J. G. G. R.; MACÊDO, A. M. S. **Average Shot-Noise power via a diagrammatic method**, J. Phys. A: Math Theor, 43, 075101, (2010).
- [102] RODRIGUES, A. F. M. et al. **Chaotic Klein Paradox**, artigo submetido, 2018.
- [103] BARROS, M. S. M. et al. **Redigindo artigo**, (2018).