



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

JEYSON BARBOSA DE ARAÚJO SILVA

**EQUAÇÕES DE 2º GRAU: SUA HISTÓRIA E ABORDAGENS  
DIDÁTICAS**

JOÃO PESSOA  
2018

JEYSON BARBOSA DE ARAÚJO SILVA

**EQUAÇÕES DE 2º GRAU: SUA HISTÓRIA E ABORDAGENS  
DIDÁTICAS**

Trabalho de Conclusão de Curso  
apresentado à Coordenação do Curso de  
Licenciatura em Matemática da Universidade  
Federal da Paraíba como requisito parcial para  
obtenção do título de licenciado em Matemática

**Orientadora:** Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Jacqueline Fabiola  
Rojas Arancibia

João Pessoa

2019

**Catálogo na publicação**  
**Seção de Catalogação e Classificação**

S586e Silva, Jeyson Barbosa de Araujo.

Equações de 2º grau: sua história e abordagens didáticas / Jeyson Barbosa de Araujo Silva. - João Pessoa, 2019.

64 f. : il.

Monografia (Graduação) - UFPB/CCEN.

1. Equações de 2º grau. 2. História da matemática. 3. Métodos de ensino em matemática. I. Título

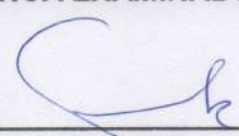
UFPB/CCEN

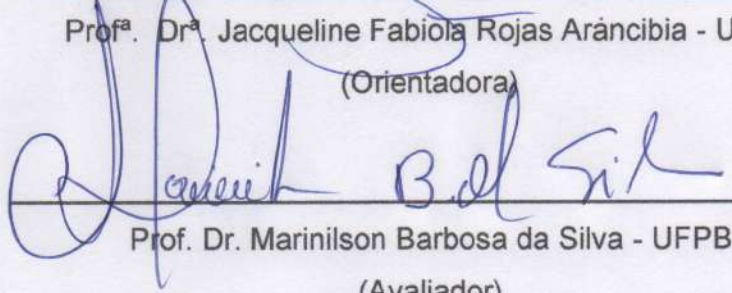
JEYSON BARBOSA DE ARAÚJO SILVA

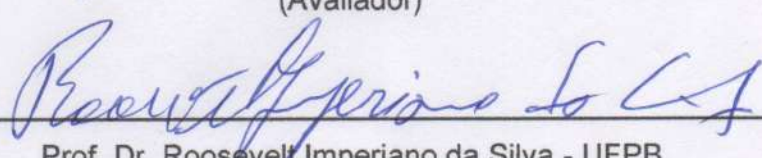
**EQUAÇÕES DE 2º GRAU: SUA HISTÓRIA E ABORDAGENS  
DIDÁTICAS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba como requisito parcial para a obtenção do título de licenciado em Matemática.

**BANCA EXAMINADORA**

  
\_\_\_\_\_  
Prof.<sup>a</sup>. Dr.<sup>a</sup>. Jacqueline Fabiola Rojas Aráncibia - UFPB  
(Orientadora)

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Marinilson Barbosa da Silva - UFPB  
(Avaliador)

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Roosevelt Imperiano da Silva - UFPB  
(Avaliador)

“Dedico este trabalho, primeiramente, a Deus, que me deu forças para vencer todas as dificuldades. Aos meus pais Marta e Jacimone. Enfim, a todos os familiares e amigos que contribuíram para o meu sucesso”.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus pelo dom da vida, pelo conhecimento e toda sabedoria que a mim foi dada. Pelo dom da fé que me fez acreditar naquilo que ainda não via mais almejava conquistar.

Agradeço aos meus pais Marta e Jacimone, a minha irmã Jacyelle por todo apoio e incentivo que me fizeram continuar nesta Jornada.

A minha namorada Kássia por todo o carinho e paciência, dispensadas nos momentos mais difíceis e por me compreender nas ausências necessárias.

Meu especial agradecimento a minha orientadora Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Jacqueline Fabiola Rojas Arancibia, pelo acompanhamento e incentivo na condução deste trabalho, além de ter sido minha professora em outra disciplina durante a graduação.

À cooperação de todos os professores da UFPB, em especial aos Professores Jaqueline, Marinilson do Centro de Educação e demais professores do Departamento de Matemática.

Aos meus amigos Allif, Erika, Jayane e Plínio pelo incentivo para a realização deste trabalho.

## RESUMO

O presente trabalho tem como objeto de estudo as equações de 2º grau no que se refere a sua história e a maneira de como esse tópico é abordado em alguns livros didáticos. Desta forma, o objetivo é investigar os elementos históricos inerentes à origem da equação de segundo grau e os métodos de resolução, além de explicar como este conteúdo é abordado em alguns livros didáticos do 9º ano do ensino fundamental. A metodologia adotada na pesquisa é predominantemente qualitativa do tipo revisão bibliográfica. Como fontes de dados desta temática utilizou-se autores tais como: Boyer (2010), Eves (2004), Mol (2013), Guelli (1995), além de outros textos tais como o artigo de Pedroso (2010) e o documento oficial: Parâmetro Curricular Nacional (1998). Considerou-se também livros didáticos do 9º ano do Ensino Fundamental tais como: “Matemática” de autoria de Edvaldo Bianchini (2011), Projeto “Teláris: matemática” de Dante (2012) e a obra “Matemática: compressão e prática” de Silveira (2015). Pode-se afirmar que de maneira geral os livros didáticos orientam sobre diferentes métodos de resoluções de equações quadráticas além de trazerem elementos de cunho histórico dentro do texto. Desta maneira, essa abordagem é importante considerando a atual situação do ensino da Matemática que necessita de outros recursos pedagógicos, além de novas orientações didáticas que possam ser utilizados em sala de aula de modo a torná-las mais atrativas e estimulantes para os alunos.

**Palavras-chaves:** Equações de 2º grau; História da matemática; Métodos de Ensino.

## ABSTRACT

This study has as object of study the 2nd degree equations regarding its history and the way it is approached in some textbooks. In this way, the objective is to investigate the historical elements inherent to the origin of the equation of second degree and the methods of resolution, besides explaining how this content is approached in some textbooks of the 9th year of elementary school. The methodology adopted in the research is predominantly qualitative of bibliographic review type. As sources of data on this subject, we used authors such as Boyer (2010), Eves (2004), Mol (2013), Guelli (1995), and other texts such as Pedroso's article (2010) and the official document: "Parâmetros Curriculares Nacionais" (National Curricular Parameters) (1998). It was also considered textbooks of the 9th year of Elementary Education such as: "Matemática" (Mathematics) by Edvaldo Bianchini (2011), "Projeto Teláris: Matemática" (Project Teláris: Mathematics) by Dante (2012) and the textbook "Matemática: Compreensão e prática" (Math: understanding and practice) by Silveira (2015). It can be stated that, in a general way, textbooks give different methods of quadratic equation resolutions, besides bringing historical elements within the text. In this way, this approach is important considering the current situation of the teaching of mathematics that needs other pedagogical resources, as well as new teaching guidelines that can be used in the classroom in order to make them more attractive and stimulating for students.

**Keywords:** Equations of 2nd degree; History of mathematics; Teaching methods.

## LISTAS DE FIGURAS

Figura 1: Uma parte do Papiro de Rhind .....	17
Figura 2: Interseção entre Circunferência e Reta .....	20
Figura 3: Escrita Cuneiforme.....	22
Figura 4: Gráfico da Função Quadrática .....	24
Figura 5: A Escola de Atenas de Rafael Sanzio .....	25
Figura 6: Os Elementos de Geometria de Euclides .....	26
Figura 7: Proposição 28: Livro VI .....	27
Figura 8: Segmento Áureo .....	28
Figura 9: O retângulo áureo no Parthenon .....	29
Figura 10: Retângulo Áureo .....	30
Figura 11: Evolução do Sistema de Numeração Indo-Arábico .....	31
Figura 12: Quadrado de área $x^2$ .....	38
Figura 13: Retângulo de área $8x$ .....	38
Figura 14: Divisão do retângulo de área $8x$ .....	39
Figura 15: União do quadrado com os retângulos de área $2x$ .....	39
Figura 16: Quadrado de área 64 .....	40
Figura 17: François Viète (1540-1603).....	46
Figura 18: René Descartes (1596-1650) .....	47
Figura 19: Método de Descartes .....	47
Figura 20: Um pouco de história das equações quadráticas .....	49
Figura 21: Método de completar quadrados.....	51
Figura 22: Apresentação da temática.....	52
Figura 23: Fórmula resolutiva de uma equação de 2º grau .....	54
Figura 24: Método Hindu de completar quadrado .....	55
Figura 25: Relações de Girard .....	56
Figura 26: Um pouco de história .....	57

## LISTAS DE QUADROS

Quadro 1: Solução de Bhaskara & Solução Atual .....	33
Quadro 2: Comparação entre a Solução de Bhaskara e a Solução Atual.....	35
Quadro 3: Comparação entre a solução de Khowarizmi e a solução atual.....	37
Quadro 4: Primeira fórmula geral de uma equação quadrática .....	44
Quadro 5: Comparação entre as escritas simbólicas .....	45
Quadro 6: Comparação entre os livros didáticos apresentados .....	59

## LISTAS DE SIGLAS

EDO	Equações Diferenciais Ordinárias
EF	Ensino Fundamental
UFPB	Universidade Federal da Paraíba
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PNLD	Plano Nacional do Livro Didático
EMMAPM	Escola Municipal Major Adolfo Pereira Maia

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	<b>12</b>
1.1 RESUMO DA ESTRUTURA DO TRABALHO .....	12
1.2 APRESENTAÇÕES DA TEMÁTICA DA PESQUISA.....	13
1.3 QUESTÕES DE INVESTIGAÇÃO E OBJETIVOS.....	15
1.4 A METODOLOGIA ADOTADA NO TRABALHO.....	15
<b>2. EQUAÇÕES QUADRÁTICAS: ABORDAGEM HISTÓRICA E MÉTODOS DE RESOLUÇÃO</b> .....	<b>16</b>
2.1 EGITO.....	16
2.2 MESOPOTÂMIA .....	22
2.3 GRÉCIA .....	25
2.4 ÍNDIA .....	31
2.5 ÁRABIA.....	36
2.6 CHINA.....	41
2.7 EUROPA OCIDENTAL.....	44
<b>3. ABORDAGEM DO CONTEÚDO EQUAÇÃO DE 2º GRAU NOS LIVROS DIDÁTICOS</b> .....	<b>48</b>
3.1 DANTE: PROJETO TELÁRIS .....	48
3.2 EDWALDO BIANCHINI: “MATEMÁTICA”.....	<b>Erro! Indicador não definido.</b>
3.3 ÊNIO SILVEIRA: “MATEMÁTICA COMPREENSÃO E PRÁTICA” .....	55
<b>4. RESULTADOS E DISCUSSÕES</b> .....	<b>58</b>
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	<b>60</b>
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>62</b>
<b>APÊNDICE A: Memorial Acadêmico</b> .....	<b>64</b>

## 1. INTRODUÇÃO

### 1.1 RESUMO DA ESTRUTURA DO TRABALHO

O primeiro capítulo é constituído pela Introdução, onde faremos uma apresentação do tema, abordando a justificativa pessoal e acadêmica para a escolha da temática, além dos objetivos, a problemática e a metodologia empregada nesta pesquisa.

No segundo capítulo explicitaremos o Referencial Teórico que foi construído a partir de uma revisão bibliográfica junto a autores que abordam a temática. Uma breve exposição histórica das Equações do 2º grau foi realizada utilizando-se de referências, tais como: Boyer (2010), Eves (2004), Mol (2013), Guelli (1995), além de outros textos tais como o artigo de Pedroso (2010) e o documento oficial: Parâmetros Curriculares Nacionais (1998).

No terceiro capítulo será realizada uma breve exposição do conteúdo de equações de 2º grau a partir de alguns livros didáticos do 9º ano, procurando verificar tanto a abordagem histórica quanto os métodos de resoluções expostos com o objetivo de verificar as orientações pedagógicas presentes nesses textos.

O quarto capítulo “resultados e discussões” abordará de maneira sucinta as observações realizadas a partir dos três livros didáticos do 9º ano, conforme os critérios: abordagem histórica, exemplos, exercícios propostos e os métodos de resoluções utilizados para a resolução de equação de 2º grau. Desta forma objetiva-se sistematizar os resultados apresentados nos livros didáticos em questão.

Esta pesquisa é finalizada no quinto capítulo dedicado às considerações finais, dando ênfase aos resultados desta pesquisa além dos objetivos almejados.

No apêndice desta pesquisa será apresentado o Memorial acadêmico que abordará a trajetória escolar do autor, desde o início no ensino básico (divididos em fundamental e médio) até a preparação para o vestibular. Finalizaremos dando ênfase ao curso de licenciatura em Matemática e aos desafios pessoais e profissionais.

## 1.2 APRESENTAÇÕES DA TEMÁTICA DA PESQUISA

A matemática sempre esteve presente no desenvolvimento do ser humano, a partir do momento em que o homem passou viver da agricultura e criação de animais. Com o passar dos tempos, particularmente com o surgimento do comércio a matemática passou a desempenhar um papel cada vez mais fundamental nas civilizações.

Desta forma esta disciplina está cada vez mais presente no cotidiano das pessoas, contribuindo para os esclarecimentos de fenômenos naturais, sociais e culturais além de possibilitar melhores condições de vida.

Neste sentido o estudo da História da Matemática pode trazer contribuições significativas para o desenvolvimento cognitivo e cultural dos discentes. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998, p. 42):

Ao revelar a matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemático do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento.

Apesar de sua importância social e cultural, esta vem sendo uma das matérias com maior índice de desinteresse por parte dos discentes, devido ao processo de ensino-aprendizagem que vem sendo abordada de maneira isolada, abstrata, sem a contextualização necessária para torná-la atrativa para a realidade social do discente.

É necessário que o discente venha compreender que todo o avanço tecnológico de hoje não seria possível sem as contribuições de civilizações antigas, que desenvolveram ferramentas, tais como a matemática para atender suas necessidades e problemas da época. Por outro lado, o docente deve entender o estudo da história da matemática como recurso didático para a aprendizagem e enriquecimento cultural dos alunos.

Uma das ramificações da matemática que é extremamente relevante para o aprimoramento em matemática dos alunos, essencialmente em séries iniciais do Ensino Fundamental é a aritmética e posteriormente a álgebra, pois possibilita que o

aluno desenvolva sua capacidade de abstração além de proporcionar métodos de resolução de problemas.

O conteúdo de equação de segundo grau é de extrema importância para o progresso na matemática e outras disciplinas como física, sendo necessária uma abordagem ampla e detalhada. Entretanto, podemos observar dificuldades na resolução de questões e na compreensão deste conteúdo. A temática é abordada inicialmente no 9º ano do ensino fundamental, ainda assim alunos do 3º ano apresentam dificuldades para sua aprendizagem.

A escolha da temática da pesquisa se deu devido ao interesse pessoal pela área de Álgebra, sendo esta um campo fértil para situações-problemas e aplicações. A curiosidade no desenvolvimento histórico deste conteúdo foi um fator motivador na busca da investigação de outros métodos de resoluções a fim de contribuir no aprendizado das equações de 2º grau.

Por outro lado, as dificuldades dos alunos na compreensão deste conteúdo, que foram constatadas no período do Estágio Supervisionado e posteriormente quando trabalhei na Escola Municipal Adolfo Pereira Maia me motivou a pesquisar outros métodos de resoluções diferentes do método convencional e mecânico ensinados na escola: “A formula de Bhaskara”.

Diante das razões apresentadas, escolhemos como temática da pesquisa “Equações do 2º Grau: Abordagem Histórica e Perspectivas Didáticas”, dando ênfase à evolução histórica e cultural e aos métodos de resoluções deste conteúdo, vale destacar o auxílio de ferramentas gráficas como o Geogebra, além de conceitos de Geometria. Verificamos também a forma de abordagem das equações quadráticas de alguns livros didáticos, sendo este a situação problema do trabalho.

### 1.3 QUESTÕES DE INVESTIGAÇÃO E OBJETIVOS

O objetivo geral desta pesquisa é investigar os elementos históricos inerentes à origem e resoluções das Equações do 2º grau, através de um estudo bibliográfico, além de explorar a abordagem didática presentes em alguns livros sobre este assunto.

Assim, naturalmente somos levados a aprofundar um pouco sobre a história das civilizações que contribuíram para o formalismo algébrico que conhecemos atualmente no que se refere as equações do 2º grau. Através dos Parâmetros Curriculares Nacionais podemos levantar orientações didáticas sobre o Método de Resolução de Problemas e a importância do estudo da História da matemática para o processo de aprendizagem da equação de 2º grau.

Diante das razões apresentadas, a problemática da pesquisa é: *De que forma os livros didáticos estão abordando a temática das equações de 2º grau?*

### 1.4 A METODOLOGIA ADOTADA NO TRABALHO

A metodologia adotada na pesquisa é de cunho qualitativo que pode ser caracterizada “como sendo um estudo detalhado de um determinado fato, objeto, grupo de pessoas ou ator social e fenômenos da realidade” (OLIVEIRA, 2005, p. 60). Conforme a autora, a pesquisa qualitativa visa buscar informações fidedignas para se explicar em profundidade o significado de cada contexto em que se encontra o objeto de pesquisa (OLIVEIRA, 2005).

A pesquisa de abordagem qualitativa se caracteriza pela interpretação dos fenômenos, atribuição de significados, cujo foco principal é o processo e os seus significados tendo como figura central o pesquisador (SILVA e MENEZES, 2001).

Na perspectiva de procedimentos técnicos trata-se de uma pesquisa exploratória que objetiva “dar uma explicação geral sobre determinado fato, através da delimitação do estudo, levantamento bibliográfico, leitura e análise de documentos” (OLIVEIRA, 2005, p. 65), na qual serão estudados artigos, monografias, livros e informações presentes no meio digital, especialmente pesquisas sobre uso de tecnologias e educação matemática.

## 2. EQUAÇÕES QUADRÁTICAS: ABORDAGEM HISTÓRICA E MÉTODOS DE RESOLUÇÃO

Neste capítulo faremos uma abordagem histórica da resolução da Equação de 2º grau. Salientamos que, em alguns exemplos que discutiremos a seguir serão apresentadas além da solução original, desenvolvida pela civilização em questão, também uma abordagem contemporânea, na qual poderão ser utilizados recursos gráficos como o Geogebra.

### 2.1 EGITO

Em registros históricos é comum à divisão da humanidade em Eras e Períodos, em particular destacando as referenciais culturais e marcos importantes de cada civilização. O surgimento de civilizações que habitavam as margens do rio Nilo é caracterizado pelo uso de metais, sendo uma das poucas tecnologias da Época, e por viverem da agricultura e criação de animais como formas de sobrevivência (Boyer, 2010).

Uma parte da matemática egípcia foi encontrada escrita em pedras e através de calendários astronômicos, entretanto toda a quantidade de informações e ideias seria imprecisa se dependêssemos apenas destes recursos materiais. Felizmente, certa quantidade de Papiros resistiu ao desgaste do tempo há mais de 3500 a.C., contribuindo assim para a descoberta da matemática praticada no Egito Antigo (Boyer, 2010).

O mais extenso dos papiros com natureza matemática é o Papiro de Rhind (figura 1) medindo cerca de 30 cm de altura e 5 m de comprimento que está localizado no British Museum (exceto alguns fragmentos localizados no Brooklyn Museum). Este foi comprado em 1858 pelo escocês Henry Rhind, por isso é conhecido como Papiro de Rhind. Também é conhecido como Papiro de Ahmes em homenagem ao escriba que o copiou (Boyer, 2010).

Figura 1: Uma parte do Papiro de Rhind



Fonte: <http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2002/icm202/Papiro.htm>

### Método da Falsa posição:

Muitos dos problemas egípcios são de natureza aritmética, entretanto é possível encontrar no papiro de Rhind outros que merecem a designação de algébricos. Trata-se de soluções de equações lineares da forma  $x + ax = b$  ou  $x + ax + bx = c$ , onde  $a, b$  e  $c$  são conhecidos e  $x$  é a incógnita desconhecida denominada “aha”.

Um exemplo deste método pode ser encontrado no problema 26 do papiro de Rhind, que é o seguinte: “uma quantidade e o seu quarto torna-se 15. Qual é esta quantidade?” Para resolver este problema utilizaremos a álgebra simbólica, entretanto vale destacar que a matemática do Egito Antigo é de natureza retórica (forma verbal).

**Passo 1:** Usando o simbolismo algébrico podemos escrever o problema acima da seguinte forma:  $x + \frac{1}{4}x = 15$ . Que também pode ser escrito assim:

$$x \left( 1 + \frac{1}{4} \right) = 15$$

**Passo 2:** Vamos testar  $x_0 = 4$  como uma possível solução (A ideia é eliminar essa fração e trabalhar com números inteiros). Daí substituindo na expressão do passo 1 tem-se que:

$$4 \left( 1 + \frac{1}{4} \right) = 5.$$

Note que  $x_0 = 4$  não é solução do problema proposto. A ideia a seguir é encontrar uma constante que multiplicando por 5 chegue a solução.

**Passo 3:** Dividindo a constante 15 (passo 1) por 5 (constante do passo 2) temos o resultado 3. Agora multiplicamos a expressão anterior, pela constante encontrada. Segue que:

$$3.4 \left( 1 + \frac{1}{4} \right) = 3.5 = 15$$

Logo, a solução do problema utilizando o método da falsa posição é  $x = 12$ . Desta forma, faz necessário estudar esse método para compreender a forma com que os egípcios desenvolveram a solução da equação do segundo grau, encontrado em um dos papiros antigos.

Historicamente, há poucos registros de equações de 2° grau e outros problemas matemáticos na civilização egípcia, entretanto há um papiro que data por volta de 1950 a.C., encontrado em Kahun, que contém o seguinte problema: “Uma dada superfície de 100 unidades de Área deve ser representada como a soma de dois quadrados cujos lados estão entre si como 1: 3/4” (Eves, 2004, p. 74).

Neste papiro aparece pela primeira vez a solução de uma equação do 2° grau. Na notação atual este problema poderia ser escrito da seguinte forma: “A soma de áreas de dois quadrados é 100 unidades. O triplo do lado de um deles igual é igual ao quadruplo do lado do outro” (Pedroso, 2010, p. 2).

Se tratando da simbologia atual podemos escrever o sistema de equações da seguinte forma:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 100 & (1) \\ 3y = 4x & (2) \end{cases}$$

Utilizando o método da falsa posição podemos resolver esse sistema de equações da seguinte forma:

**Passo 1:** Suponhamos que  $x_0 = 3$  então segue de (2) que  $y_0 = 4$ .

**Passo 2:** Assim substituindo em (1) temos que

$$3^2 + 4^2 = 5^2 = 25$$

Observe que o par ordenado (3,4) não é solução do problema em questão.

**Passo 3:** Entretanto, multiplicando os dois membros da expressão acima por 4 temos que:

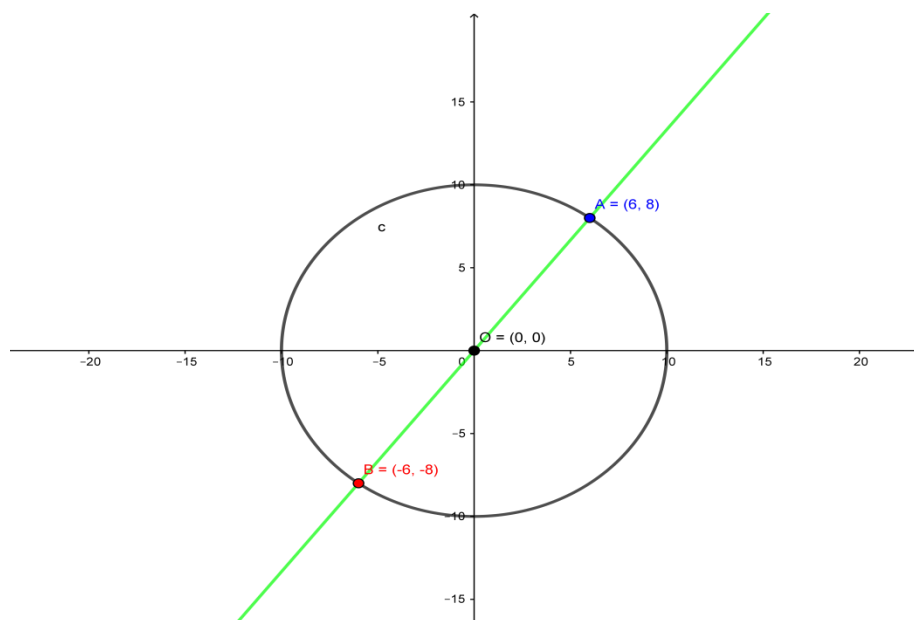
$$4 \cdot (3^2 + 4^2) = 4 \cdot 25 \quad \Leftrightarrow \quad 4 \cdot 3^2 + 4 \cdot 4^2 = 100$$

**Passo 4:** Sendo  $4 = 2^2$ , podemos escrever desta forma:

$$2^2 \cdot 3^2 + 2^2 \cdot 4^2 = 100 \quad \Leftrightarrow \quad (2 \cdot 3)^2 + (2 \cdot 4)^2 = 100$$

Logo, segue que  $x = 6$  e  $y = 8$  é solução do sistema de equações, pois  $6^2 + 8^2 = 100$ . Outra maneira de resolução deste sistema de equações é utilizando ferramentas digitais, tais como o Geogebra, além de conhecimentos específicos em Geometria. Dai então podemos ter a seguinte interpretação gráfica da problemática:

Figura 2: Interseção entre Circunferência e Reta



Fonte: Elaboração Própria

Podemos observar em (1) uma circunferência de centro na origem e raio  $R = 10$ . Por outro lado, a Reta  $y = \frac{4}{3}x$  intercepta a circunferência em dois pontos  $A = (6, 8)$  e  $B = (-6, -8)$ . No desenvolvimento algébrico do sistema de equações, iremos encontrar essas duas soluções, entretanto o ponto  $B = (-6, -8)$ , não deve ser considerado solução, pois se trata de comprimentos dos lados de dois quadrados.

Segue daí o procedimento algébrico para resolução da proposta anterior:

**Passo 1:** Substituímos o valor de  $y = \frac{4}{3}x$  na equação (1), ficando assim:

$$\begin{cases} x^2 + \left(\frac{4}{3}x\right)^2 = 100 & (1) \\ y = \frac{4x}{3} & (2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + \frac{16}{9}x^2 = 100 & (1) \\ y = \frac{4x}{3} & (2) \end{cases}$$

**Passo 2:** Tiramos o mínimo múltiplo comum (m.m.c.) em (1)

$$\begin{cases} \frac{25}{9}x^2 = 100 & (1) \\ y = \frac{4x}{3} & (2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{100 \cdot 9}{25} & (1) \\ y = \frac{4x}{3} & (2) \end{cases}$$

**Passo 3:** O produto encontrado no 2º membro da equação dado em (1), pode ser reescrito da seguinte maneira:

$$\begin{cases} x^2 = \left(\frac{10.3}{5}\right)^2 & (1) \\ y = \frac{4x}{3} & (2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \text{ ou } x = -6 & (1) \\ y = \frac{4x}{3} & (2) \end{cases}$$

Segue então que:

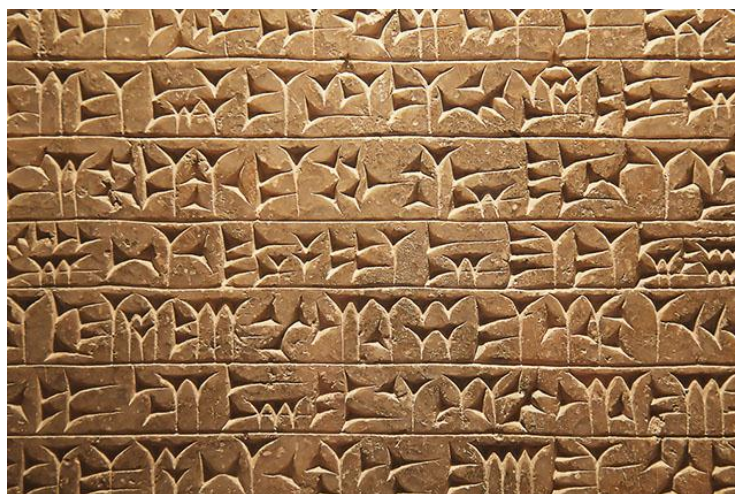
- Se  $x = 6$ , substituindo esse valor em (2) temos que  $y = 8$ , tendo par ordenado  $(6, 8)$  que é solução do problema;
- Se  $x = -6$ , substituindo esse valor em (2) temos que  $y = -8$ , tendo par ordenado  $(-6, -8)$  que não é solução do problema, pois se trata de valores de comprimentos lineares.

## 2.2 MESOPOTÂMIA

Aproximadamente a 4000 a.C. foi um período marcado por um progresso cultural através do uso da escrita, da roda e dos metais. Nas regiões do vale mesopotâmico, região localizada entre os rios Tigre e Eufrates, habitava uma civilização que atingiu alto nível, responsáveis pela construção de casas e templos decorados com cerâmicas e mosaicos artísticos em desenhos geométricos: Os sumérios (BOYER, 2010).

As civilizações antigas da mesopotâmia frequentemente são designadas de babilônicas, embora nem sempre a cidade da Babilônia tenha sido o centro cultural entre os rios. Um dos avanços culturais desta civilização foi o desenvolvimento da escrita cuneiforme que eram produzidas em tabuletas de barro mole com um estilete sendo estas cozidas pelo sol ou em fornos. Uma destas tabuletas pode ser observada na figura abaixo.

Figura 3: Escrita Cuneiforme



Fonte: <https://www.estudopratico.com.br/escrita-cuneiforme/>

Uma das primeiras aparições das equações quadráticas na civilização babilônica pode ser encontrada no clássico problema a seguir: Pede-se o lado de um quadrado sabendo que a diferença entre a área desse quadrado e seu lado é o número 870 (BOYER, 2010).

Na simbologia atual o problema acima é equivalente a resolver a equação quadrática  $x^2 - x = 870$ . Conforme Pedroso (2010, p. 3) o procedimento realizado pelos escribas nas tabuletas de argila é o seguinte:

**Passo 1:** Tome a metade de 1 (coeficiente de x) .....  $\left(\frac{1}{2}\right) = 0,5$

**Passo 2:** Multiplique por ela mesma.....  $(0,5 \times 0,5 = 0,25)$

**Passo3:** Some o resultado a 870 (termo independente)..... 870,25

**Passo 4:** Obtém-se um quadrado.....  $870,25 = (29,5)^2$

**Passo 5:** Cujo lado somado a metade de 1 vai dar 30, o lado do quadrado procurado.

Seguramente, o leitor(a) deve estar sem entender como se chegou nessa solução. Entretanto, realizaremos uma breve explanação de como compreender esse procedimento utilizando métodos atuais, como o *Complemento de quadrados* que será discutido com mais atenção no próximo capítulo.

### Complemento de Quadrados

Retomando a equação quadrática  $x^2 - x = 870$  do problema acima temos que levar em consideração o produto notável: o quadrado da diferença de dois termos  $(x - a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$ .

**Passo 1:** Observe que

$$x^2 - x = x^2 - x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}$$

**Passo 2:** Reescrevendo a expressão do passo 1 de outra maneira temos que:

$$x^2 - x = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

**Passo 3:** Como  $x^2 - x = 870$  então segue que:

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = 870 + 0,25 = 870,25$$

**Passo 4:** Por outro lado sabemos que  $(29,5)^2 = 870,25$ . Isto implica que:

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = (29,5)^2$$

**Passo 5:** Utilizando o fato de que  $A^2 = B^2 \Leftrightarrow A = B$  ou  $A = -B$ , temos que uma das soluções é:

$$x - \frac{1}{2} = 29,5$$

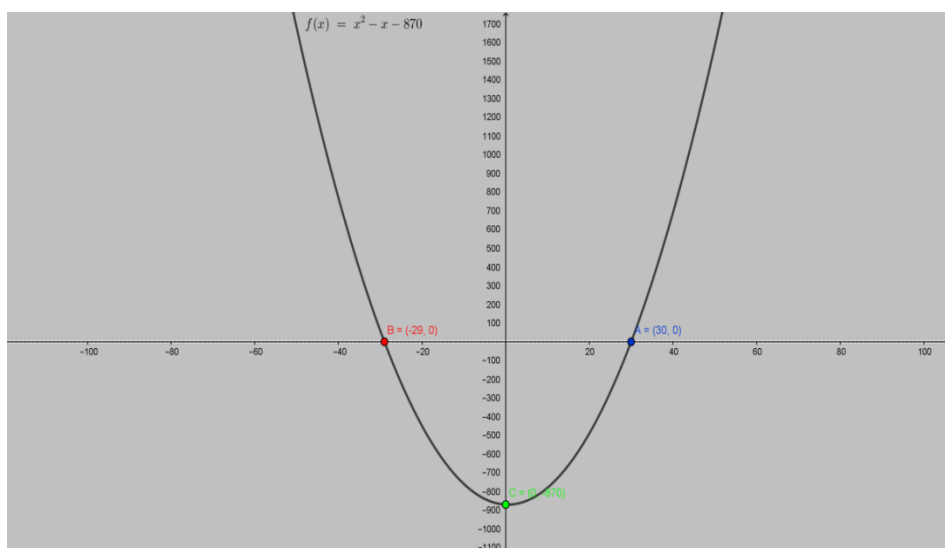
A outra solução  $(x - \frac{1}{2} = -29,5)$  é  $x = -29$  (inteiro negativo).

Desta forma temos que a solução do lado procurado é igual a 30, que é uma das soluções da equação quadrática  $x^2 - x = 870$ .

Por outro lado, podemos ter uma representação gráfica das soluções desta equação de segundo grau. Da seguinte forma: Considere a função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , definida da seguinte maneira  $f(x) = x^2 - x - 870$ . Encontrar os zeros da função ou raízes da função é equivalente à resolução da equação quadrática  $x^2 - x - 870 = 0$ . Usando a fórmula de Bhaskara (que abordaremos no capítulo seguinte), sabemos que a equação possui duas raízes reais distintas, pois o discriminante  $\Delta = b^2 - 4ac$  é positivo. De fato,  $\Delta = 3481 > 0$ .

Dessa maneira as soluções da equação do segundo grau acima, são determinadas pelos os pontos de interseção do gráfico de  $f$  que é a parábola e a reta  $y = 0$  (eixo  $x$ ). Observando a figura abaixo, verifica-se que os pontos que a parábola toca no eixo  $x$ , são nos seguintes valores  $x_1 = -29$  e  $x_2 = 30$ .

Figura 4: Gráfico da Função Quadrática



Fonte: Elaboração Própria

## 2.3 GRÉCIA

Figura 5: A Escola de Atenas de Rafael Sanzio



Fonte: [https://pt.wikipedia.org/wiki/Escola\\_de\\_Atenas#/media/File:Escola\\_de\\_Atenas\\_-\\_Vaticano\\_2.jpg](https://pt.wikipedia.org/wiki/Escola_de_Atenas#/media/File:Escola_de_Atenas_-_Vaticano_2.jpg)

A civilização antiga que desempenhou o papel mais significativo no formalismo matemático que conhecemos atualmente foi à civilização grega. A partir do século VIII a.C. houve uma destacada mudança de centro cultural do mundo civilizado dos vales dos Grandes Rios: Tigres e Eufrates (Mesopotâmia) e Nilo (Egito) para as margens do Mar Mediterrâneo (MOL, 2013).

A matemática desenvolvida tanto na Mesopotâmia quanto no Egito era de natureza prática e concreta. Enquanto na Grécia era de natureza abstrata, com certa independência de aplicações práticas e muitas vezes tinha um viés filosófico. Foram os gregos responsáveis por orientar e organizar a matemática como ciência através do uso de demonstrações que eram instrumentos para garantir a validade dos resultados das argumentações.

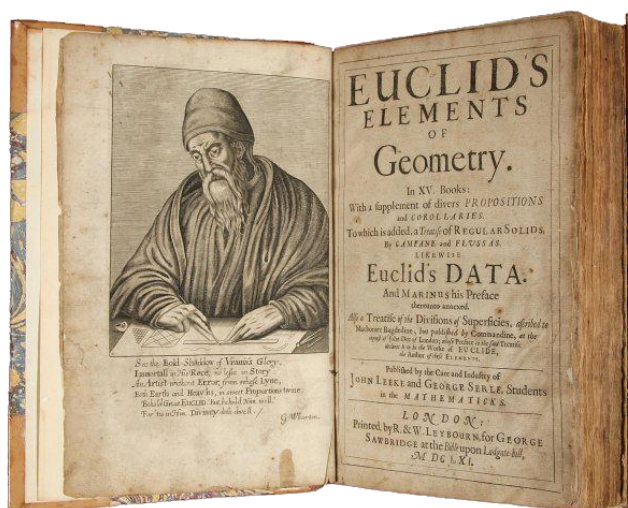
Podemos enfatizar dois períodos importantes na história matemática grega: O primeiro período conhecido como Helênico, do qual podemos destacar os sistemas de numeração gregos e as contribuições matemáticas de Tales de Mileto, Pitágoras, Platão, Aristóteles, Parmênides e Zenon, entre outros. Por outro lado no segundo período nomeado de Helenista, merecem destaque: Arquimedes, Apolônio,

Ptolomeu, Diofanto além da importante contribuição da obra **Os Elementos de Geometria**, de Euclides (figura 6). De acordo com Mol (2013, p. 45):

Os elementos de geometria, de Euclides, representaram o apogeu da matemática na Grécia Clássica. Esta foi a mais brilhante obra matemática grega e um dos textos que mais influenciaram o desenvolvimento da matemática e da ciência. Foi um dos livros mais editados e lidos em toda a história, tendo sido usado como um livro-texto no ensino da matemática até o final do século XIX e início do século XX.

Esta obra é composta de treze livros ou capítulos. Os seis primeiros livros tratam da geometria Plana elementar e estudam propriedades de figuras retilíneas e do círculo. Os três livros seguintes abordam a teoria dos números, o Livro X trata sobre os incomensuráveis, enquanto que os livros XI, XII e XIII enfatizam o estudo da geometria espacial (BOYER, 2010).

Figura 6: Os Elementos de Geometria de Euclides



Fonte: <https://sites.google.com/site/matematicainicio/home/os-elementos>

O desenvolvimento da Geometria na Grécia, especialmente a partir da obra de Euclides, além da dificuldade no tratamento de números não inteiros levou esta civilização a desenvolver um tratamento geométrico de muitos problemas matemáticos, dentre eles, a equação quadrática. Na obra “Os Elementos de

Geometria” é possível encontrar proposições que abordem essa temática. Conforme Pedroso (2010, p. 3):

**Proposição 28 - Livro VI:** Dividir um segmento de reta de modo que o retângulo contido por suas partes seja igual a um quadrado dado, não excedendo este o quadrado sobre a metade do segmento de reta. Em linguagem atual,  $x^2 - px + q^2 = 0$ , em que  $p$  e  $q$  são segmentos dados.

De acordo com Pedroso (2010, p. 3) o procedimento realizado pela civilização grega para solução da proposição acima é o seguinte:

**Passo 1:** Sejam  $AB$  e  $PE$  dois segmentos de reta, em que  $\overline{AB} = p$ ,  $\overline{PE} = q$  e  $q < \frac{p}{2}$ . Sendo  $P$  o ponto médio de  $AB$  e o segmento  $PE$  ortogonal a  $AB$ .

**Passo 2:** Escolhendo o ponto  $Q$  em  $AB$  com o ponto  $Q$  tal que  $\overline{AQ} + \overline{QB} = p$  e  $\overline{AQ} \cdot \overline{QB} = q^2$  tem-se a solução procurada. Para isso basta traçar uma circunferência de centro em  $E$  e raio  $\frac{p}{2}$ , que cortará o segmento  $AB$  no ponto  $Q$ . Logo:

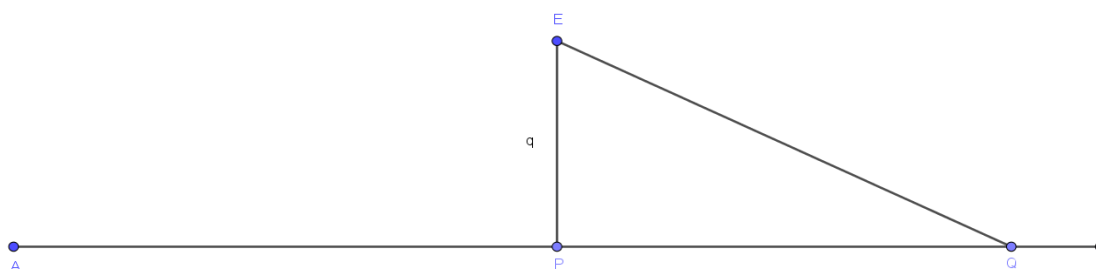
$$q^2 = \overline{PB}^2 - \overline{PQ}^2 = (\overline{PB} - \overline{PQ}) \cdot (\overline{PB} + \overline{PQ}) = \overline{QB} \cdot \overline{AQ}$$

**Passo 3:** Finalmente denotando por  $r = \overline{AQ}$  e  $s = \overline{QB}$  as raízes da equação dada, conclui-se que:

$$p = r + s \quad \text{e} \quad q^2 = r \cdot s$$

Pode-se ter uma representação gráfica da proposição anterior através da figura abaixo:

Figura 7: Proposição 28: Livro VI



Fonte: (PEDROSO, 2010, p. 3)

Na obra de Euclides **Os elementos de geometria** é descrita outra proposição que aborda a temática de equações de segundo grau enunciadas no texto de Pedroso (2010, p. 5) da seguinte maneira:

**Proposição 11-Livro II (segmento áureo):** Dividir uma linha reta em duas partes tais que o retângulo contido pelo todo e uma das partes tenha área igual a do quadrado sobre a outra parte. De forma equivalente, dado um segmento de reta  $AB$ , deve-se determinar o ponto  $X$  desse segmento tal que o retângulo de lados  $AB$  e  $XB$  tenha a mesma área do quadrado de lado  $AX$ .

**Passo 1:** Indicando-se as medidas de  $AB$  e  $AX$  por  $a$  e  $x$ , respectivamente, tem-se que  $a$  e  $x$  devem satisfazer a seguinte equação:  $a \cdot (a - x) = x^2$ ;

**Passo 2:** Construir o quadrado  $ABCD$  sobre o segmento dado  $AB$ ;

**Passo 3:** Tomar o ponto médio,  $E$ , de  $DA$ ;

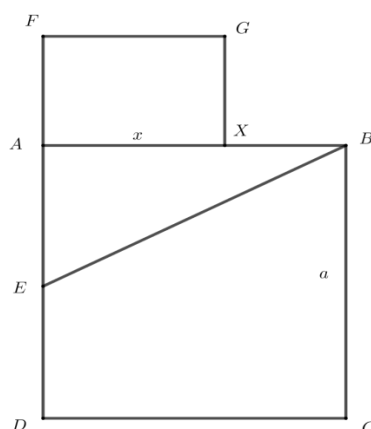
**Passo 4:** Tomar  $F$  sobre o prolongamento de  $DA$  de maneira que  $\overline{EF} = \overline{EB}$ ;

**Passo 5:** Construir o quadrado sobre o lado  $AF$  no mesmo semi-plano de  $BC$ .

**Passo 6:** O vértice  $X$  desse quadrado, pertencente ao segmento  $AB$ , é a solução do problema.

A figura abaixo apresenta com mais detalhes a construção geométrica realizada.

Figura 8: Segmento Áureo



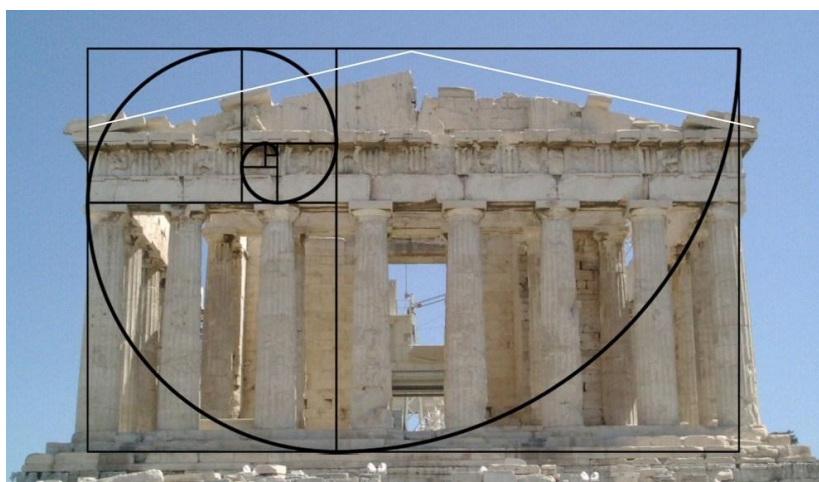
Fonte: (PEDROSO, 2010, p. 5)

Sendo  $E$  o ponto médio de  $AD$  então  $\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AD} = \frac{1}{2}a$ . Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo  $ABE$  tem-se que  $\overline{EB} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$ . Sendo  $\overline{AX} = \overline{AF} = x$  por construção e  $\overline{AF} = \overline{EF} - \overline{EA} = \overline{EB} - \overline{EA} = \frac{a\sqrt{5}}{2} - \frac{a}{2} = \frac{a(\sqrt{5}-1)}{2}$ . Esta é a raiz positiva da equação  $a \cdot (a - x) = x^2$  que é a medida do segmento  $AX$ .

É conhecido que os gregos antigos apreciavam muito a beleza e harmonia em todas as áreas do desenvolvimento humano: artes, oratória, ciência, etc. Na busca dessa beleza e harmonia descobriram uma razão, denominada de razão áurea e denotada pela letra grega  $\phi^1$  (phi). De fato, esta civilização considerou que o uso da razão áurea seria capaz de criar harmonia estética e, por conseguinte produzir um grande prazer e admiração entre os que contemplam tais obras.

Um dos mais famosos exemplos dessas construções é o templo da deusa Atena ou Parthenon, construído no século V a.C. pelo arquiteto e escultor Fídias e cuja fachada principal é um retângulo áureo (ver Figura 9). Vale salientar que a razão áurea  $\phi$  é a única solução positiva da equação  $\phi^2 - \phi = 1$ .

Figura 9: O retângulo áureo no Parthenon



Fonte: <https://misfitsarchitecture.com/parthenon-with-golden-ratio/>

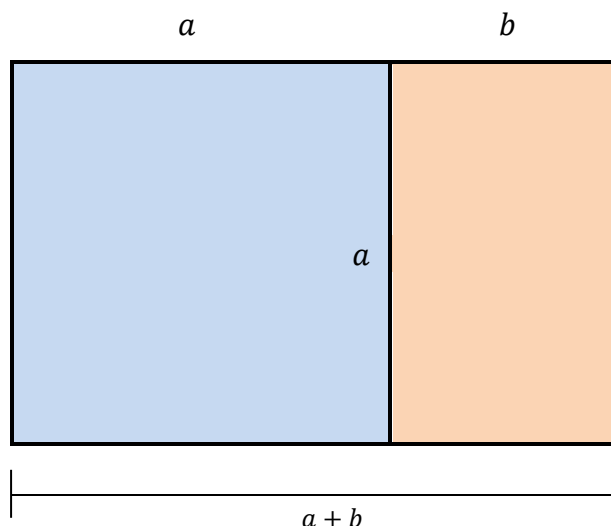
Para os amantes da matemática o belo está nas proporções e nas figuras geométricas que obedecem ao padrão áureo. Daí então esse interesse pelo estudo do retângulo áureo e por suas propriedades características. A civilização grega utilizou padrões matemáticos revolucionários em sua época que impressionam estudiosos até os dias de hoje.

O retângulo áureo (ou retângulo de ouro) é um retângulo ABCD com a seguinte propriedade: se o dividirmos em um quadrado e em outro retângulo, o novo retângulo será semelhante ao original.

---

1. O número de ouro é uma constante real algébrica denotada pela letra grega  $\phi$  (Phi) em homenagem ao escultor Phidias (Fídias), que a teria utilizado no projeto de construção do Parthenon, com o valor arredondado a três casas decimais de 1,618.

Figura 10: Retângulo Áureo



Fonte: Elaboração Própria

Sejam  $a$  e  $a + b$  as dimensões do retângulo original, daí a definição acima se traduz na seguinte relação matemática:  $\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$

De onde segue que

$$a^2 = (a + b) \cdot b \Leftrightarrow a^2 = ab + b^2 \Leftrightarrow a^2 - ab - b^2 = 0$$

Dividindo a expressão acima por  $b^2$  obtemos:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 - \left(\frac{a}{b}\right) - 1 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^2 - \left(\frac{a}{b}\right) = 1$$

Agora sendo  $\phi = \frac{a}{b}$  temos o seguinte:

$$\phi^2 - \phi = 1.$$

Usando a fórmula geral para resolução de uma equação do 2º grau, calcula-se inicialmente o discriminante  $\Delta = b^2 - 4ac$ , com  $a = 1$ ,  $b = -1$  e  $c = -1$  obtemos:

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1) = 1 + 4 = 5.$$

Sendo  $\Delta > 0$  então a equação quadrática possui duas raízes reais distintas, dadas por:

$$\frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{5}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}.$$

Assim, a raiz positiva é  $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx \frac{1+2,2360}{2} \approx 1,618$ .

Como já tínhamos comentado a solução positiva da equação quadrática  $\phi^2 - \phi = 1$  é o número áureo 1,618, um dos mais belos números da matemática.

## 2.4 ÍNDIA

Após um longo período onde a Matemática esteve concentrada as Margens do Mar Mediterrâneo (Grécia), e nos Vales dos rios Tigres e Eufrates (Mesopotâmia) e a beira do Rio Nilo (Egito). Esta ciência ganhou contribuições vindas da Índia e, sobretudo do Império Árabe (abordado no item seguinte), que trouxeram importantes consequências em sua estrutura.

A contribuição mais significativa da Índia para a Matemática foi seu sistema de numeração: decimal e posicional, com o uso de nove símbolos e do zero (Figura 8). Este sistema de numeração foi resultado de longa evolução interna e de contribuições de elementos de outros povos. A princípio contava com apenas nove símbolos básicos, o zero surgiu posteriormente para preencher as posições vazias. Com o passar dos anos a grafia passou por transformações ate ganhar a forma atual (MOL, 2013).

Figura 11: Evolução do Sistema de Numeração Indo-Árábico

HINDU 300 a.C.	-	=	≡	♀	♂	♁	♂	♁	♀	
HINDU 500 d.C.	7	7	3	8	4	(	7	^	9	0
ÁRABE 900 d.C.	1	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	٠
ÁRABE (ESPANHA) 1000 d.C.	1	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	٠
ITALIANO 1400 d.C.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
ATUAL	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

Fonte: <http://producao.virtual.ufpb.br/books/camyle/introducao-a-computacao-livro/livro/livro.chunked/ch03s01.html>

A matemática hindu produziu grandes colaboradores, dentre estes destacamos: Aryabhata (século VI D.C.), Brahmagupta (século VII D.C.), Sridhara (século XI D.C) e o mais famoso deles Bhaskara (1114-1185), que muito contribuíram para a resolução da equação de segundo grau (PEDROSO, 2010).

## BHASKARA

A Índia produziu diversos matemáticos importantes na segunda metade da Idade Média, dentre eles destacamos Bhaskara (1114-1185), o mais importante matemático do século XII. Foi ele que preencheu as lacunas deixadas na obra de Brahmagupta, apresentando uma solução para a equação geral  $x^2 = 1 + py^2$  e considerando o problema da divisão por zero (BOYER, 2010).

Suas obras mais conhecidas são o *Lilavati*<sup>2</sup> e o *Vija-Ganita* que contém problemas sobre os tópicos favoritos dos Hindus: equações lineares e quadráticas (determinadas e indeterminadas), mensuração, progressões aritméticas e geométricas, tríades pitagóricas, entre outros (BOYER, 2010).

Mesmo para os mais brilhantes matemáticos hindus, qualquer problema que fosse expresso através de uma equação quadrática era considerado um verdadeiro desafio. Um dos mais famosos problemas do *Lilavati* foi lido em forma de versos em praça pública. Guelli (1995, p. 44) enunciou da seguinte forma:

**Problema Desafio:** Um grupo de abelhas, cujo número era igual à raiz quadrada da metade de todo o enxame, pousou sobre um jasmim, tendo deixado para trás  $\frac{8}{9}$  do enxame; apenas uma abelha voava ao redor de um loto, atraída pelo zumbido de uma de suas amigas que caíra imprudentemente na armadilha da florzinha de doce fragrância. Quantas abelhas formavam o enxame?

A álgebra da antiguidade tinha carácter retórico (forma verbal) sendo essa uma das dificuldades encontradas pelos hindus nas soluções e no tratamento de equações quadráticas. Desta forma, a tabela que segue apresenta a solução de Bhaskara (esquerda) utilizando a linguagem da época e à direita a tradução atual.

---

<sup>2</sup> O título da obra *Lilavati* é o nome da filha de Bhaskara que, segundo a lenda, perdeu a oportunidade de se casar por causa da confiança de seu pai em predições astrológicas. Bhaskara tinha calculado que sua filha só poderia casar de modo propício numa hora determinada de um dia dado. No dia que deveria ser o seu casamento a jovem estava debruçada sobre um relógio de água quando se aproximava a hora do seu casamento, quando uma pérola caiu de seu cabelo, sem ser observada, e deteve o fluxo. A hora do casamento passou e a infeliz moça recebeu de seu pai a homenagem em uma de suas obras.

Quadro 1: Solução de Bhaskara &amp; Solução Atual

Seja $ya v 2$ o número de abelhas do enxame	Seja $2x^2$ o número de abelhas do enxame
A raiz quadrada da metade desse número é $ya 1$	$\sqrt{\frac{2x^2}{2}} = x$
Oito nonos de todo o enxame é $ya v \frac{16}{9}$	Oito nonos de todo o enxame é $\left(\frac{16}{9}\right)x^2$
A soma da raiz quadrada com a fração e o casal de abelhas é igual à quantidade de abelhas do enxame, isto é, $ya v 2$	$x + \left(\frac{16}{9}\right)x^2 + 2 = 2x^2$
Reduzindo-se ao mesmo denominador os dois membros da equação e eliminando o denominador, a equação transforma-se em: $ya v 18 0 ru 0$ $ya v 16 ya 9 ru 18$	$\frac{9x+16x^2+18}{9} = \frac{18x^2}{9} \leftrightarrow$ $18x^2 = 16x^2 + 9x + 18$
Após a subtração a equação torna-se $ya v 2 ya 9 ru 0$	$18x^2 - 16x^2 - 9x = 18 \leftrightarrow$ $2x^2 - 9x = 18$
Portanto $ya$ é 6	Portanto, $x = 6$
Donde $ya v 2$ é 72	Donde $2x^2 = 2 \cdot 6^2 = 72$

Fonte: (PEDROSO, 2010, p. 7-8)

**Fórmula de Bhaskara:**

Mesmo com todo o seu talento, Bhaskara não pode dar o passo fundamental no desenvolvimento das equações quadráticas: A descoberta da fórmula. Segundo o próprio Bhaskara a regra que usava e que originou a fórmula atual, tal como conhecemos hoje, era devido a Sridhara. Um fato curioso é que no Brasil estabeleceu-se o hábito de nomear a fórmula para resolver equações do 2º Grau como: fórmula de Bhaskara.

Retornando ao problema-desafio busca-se a solução utilizando métodos atuais que conhecemos por: “Fórmula de Bhaskara”. De acordo com Guelli (1995, p. 44-45) temos os seguintes procedimentos:

**Passo 1:** Se  $x$  é o número total de abelhas do enxame, temos:

$$\sqrt{\frac{x}{2}} + \frac{8x}{9} + 2 = x$$

**Passo 2:** Isolando o radical :

$$\sqrt{\frac{x}{2}} = x - \frac{8x}{9} - 2 \quad \Leftrightarrow \quad 9\sqrt{\frac{x}{2}} = 9x - 8x - 18 \quad \Leftrightarrow \quad 9\sqrt{\frac{x}{2}} = x - 18$$

**Passo 3:** Elevando os dois membros ao quadrado:

$$\begin{aligned} \left(9\sqrt{\frac{x}{2}}\right)^2 &= (x - 18)^2 \quad \Leftrightarrow \quad 81\frac{x}{2} = x^2 - 36x + 324 \\ \Leftrightarrow \quad \frac{81x}{2} &= x^2 - 36x + 324 \\ \Leftrightarrow \quad 81x &= 2x^2 - 72x + 648 \\ \Leftrightarrow \quad 2x^2 - 153x + 648 &= 0 \end{aligned}$$

**Passo 4:** Calculando o discriminante  $\Delta = b^2 - 4ac$ . Com  $a = 2$ ;  $b = -153$ ;  $c = 648$ . Obtemos:

$$\Delta = (-153)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 648 = 23409 - 5184 = 18225$$

**Passo 5:** Sendo  $\Delta > 0$  então a equação quadrática possui duas raízes reais distintas, dadas por:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\text{Logo, } x = \frac{-(-153) \pm \sqrt{18225}}{2 \cdot 2} = \frac{153 \pm 135}{4}$$

$$\text{Assim, } x = \frac{288}{4} = 72 \text{ ou } x = \frac{18}{4} = 4,5.$$

Como o número de abelhas é um número inteiro e positivo tem-se que a solução do problema é 72 abelhas.

Os antigos matemáticos hindus tinham um gosto especial com cálculos, entretanto nenhum foi tão habilidoso quanto Bhaskara. Conforme Guelli (1995, p. 35) Na sua obra *Vija-Ganita*, Bhaskara resolve muitos problemas semelhantes a este:

Um capital de 100 foi emprestado a certa taxa de juro ao ano. O juro obtido após um ano foi aplicado durante mais um ano. Se o juro total é de 75, qual é a taxa de juro?

- Inicialmente:

$$\text{Capital} = 100$$

$$\text{Taxa de Juros} = x \%$$

- Após um ano:

$$\text{Capital} = 100 + 100 \cdot \frac{x}{100} = 100 + x$$

$$\text{Juro obtido} = x$$

- Após mais um ano:

$$\text{Juro total} = x + x \cdot \frac{x}{100} = x + \frac{x^2}{100}$$

- Como o juro total é 75, temos:

$$x + \frac{x^2}{100} = 75$$

$$\text{Ou equivalentemente, } 100x + x^2 = 7500.$$

Portanto, a solução do problema é a raiz positiva da equação quadrática  $x^2 + 100x - 7500 = 0$ . Sabemos que a álgebra praticada pelos hindus é de natureza retórica (forma verbal), sendo a natureza da solução de maneira descritiva. De acordo com o quadro abaixo pode ser observado o procedimento realizado pelos hindus para solução do problema é da seguinte forma:

Quadro 2: Comparação entre a Solução de Bhaskara e a Solução Atual

<b>Solução de Bhaskara</b>	<b>Solução Atual</b>
Calcule a metade do Capital ao quadrado;	$\left(\frac{100}{2}\right)^2 = 50^2$
Acrescente-a ao produto do juro total pelo capital;	$50^2 + 75 \cdot 100$
Extraia a raiz quadrada	$\sqrt{50^2 + 75 \cdot 100}$ $= \sqrt{2500 + 7500} = \sqrt{10000} = 100$
E logo diminua a metade do capital	$100 - \frac{100}{2} = 50$

Fonte: (Adaptado de Guelli, 1995, p. 36)

## 2.5 ÁRABIA

No século VII da era cristã, surgiu uma civilização arábica cuja religião islâmica ou muçumana teve fortes influências no desenvolvimento da ciência. Baseado nos ensinamentos do profeta Maomé e no texto sagrado do Alcorão, um dos princípios islâmico das cinco orações voltado para a cidade de Meca impuseram desafios para a medição do tempo e a orientação geográfica resultando em estímulos para o avanço da astronomia e da matemática (MOL, 2013).

O profeta Maomé fundou um Estado baseado na fé Islâmica, liderados por seus sucessores, os califas, que expandiram os territórios que se estendiam da Índia a península Ibérica, passando pelo Oriente Médio e Norte da África. Nos países conquistados, os árabes encontraram civilizações com grau avançado de desenvolvimento se tratando de culturas e padrões intelectuais (MOL, 2013).

Através desta difusão cultural o mundo árabe passou a dar importância no desenvolvimento da ciência transformando suas cidades em grandes centros de saber.

### A CASA DA SABEDORIA

A cidade de Bagdá construída pelo califa Abu Jafar al-Mansur passou a ser a capital oriental do conhecimento e produção científica. Nela foi fundada a biblioteca que ficou conhecida como Casa da Sabedoria, que inicialmente se ocupou de traduções para o árabe de textos persas, hindus e gregos. Posteriormente, evoluiu tornando uma instituição de pesquisa e produção científica de grande destaque no período entre os séculos IX e XIII (MOL, 2013).

Um estudioso de grande importância vinculado à casa da sabedoria foi o matemático e astrônomo Muhammad Ibn Musa al-Khwarizmi (c. 780-850) que exerceu influência significativa nos rumos da matemática. Duas obras dele merecem destaque: "*Livro da Adição e da Subtração segundo o Cálculo dos Indianos*" e o "*Tratado sobre Cálculo da Al-Jabr e Al-Muqabalah*". No primeiro texto são discutidos temas sobre o sistema de numeração decimal hindu e as operações feitas neste sistema (MOL, 2013).

Uma segunda obra fundamental do árabe Al-Khowarizmi foi o **Tratado sobre Cálculo da Al-Jabr e Al-Muqabalah**, sendo este livro considerado o alicerce da álgebra como área de conhecimento matemático. Nesta obra o autor descreve soluções de equações de primeiro e segundo grau, tratados de maneira retórica, isto é, na forma verbal. De acordo com o quadro abaixo pode ser observado o procedimento realizado por Al-Khowarizmi para solução da equação quadrática  $x^2 + 10x = 39$ .

Quadro 3: Comparação entre a solução de Khowarizmi e a solução atual

<b>Solução de Khowarizmi</b>	<b>Solução atual</b>
Somando o quadrado com dez raízes, vamos encontrar trinta e nove.	$x^2 + 10x = 39$ .
Devemos determinar a metade das raízes desta forma	$\frac{10}{2}$ (na linguagem atual representa a metade do coeficiente de $x$ ).
Multiplicar esta metade por si mesma, o que dá vinte e cinco.	$\frac{10}{2} \cdot \frac{10}{2} = 5 \cdot 5 = 25$
Vinte e cinco somado ao quadrado e às dez raízes resulta em sessenta e quatro	$x^2 + 10x + 25 = \frac{39 + 25}{64}$
Então, o número que multiplicado por si mesmo dá sessenta e quatro é oito.	$(x + 5)^2 = 64$ $x + 5 = \sqrt{64}$ $x + 5 = 8$
E se do oito diminuirmos cinco unidades, vamos descobrir que uma raiz vale três unidades.	$x = 8 - 5 = 3$

Fonte: (Adaptado de Guelli, 1995, p. 29)

Em sua segunda obra Al-Khowarizmi reduziu as equações de segundo grau em seis tipos canônicos. Conforme Mol (2013, p. 67) tem-se o seguinte:

**Tipo 1:**  $ax^2 = bx$  (quadrado igual a uma raiz);

**Tipo 2:**  $ax^2 = c$  (quadrado igual a um número);

**Tipo 3:**  $bx = c$  (raiz igual a um número);

**Tipo 4:**  $ax^2 + bx = c$  (quadrado e raiz igual a um número);

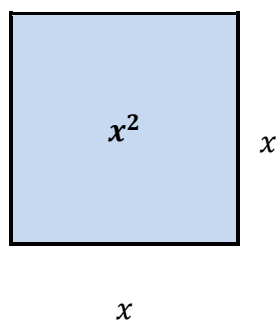
**Tipo 5:**  $ax^2 + c = bx$  (quadrado e número igual a uma raiz);

**Tipo 6:**  $bx + c = ax^2$  (raiz e número igual a um quadrado);

No século IX, o sábio mulçumano Al-Khowarizmi, descobriu um brilhante método para comprovar geometricamente quando um número positivo é raiz de uma equação do 2º grau, que deu início a chamada álgebra geométrica. De acordo com Guelli (1995, p. 31) pode ser verificado se a resposta  $x = 4$  é efetivamente a solução positiva da equação  $x^2 + 8x = 48$ .

**Passo 1:** Inicialmente ele desenhou um quadrado, cuja área representa o termo  $x^2$ . (Figura 10)

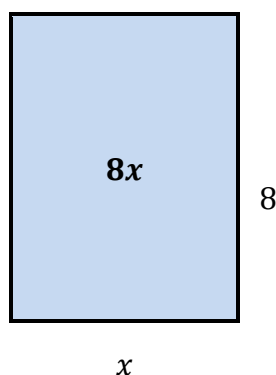
Figura 12: Quadrado de área  $x^2$



Fonte: (GUELLI, 1995, p. 32)

**Passo 2:** O termo  $8x$  é interpretado como a área de um retângulo de lados 8 e  $x$ . (Figura 11)

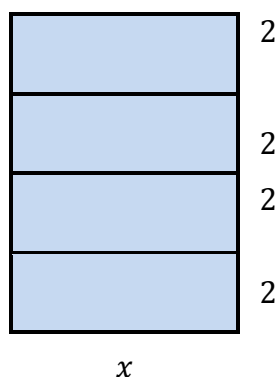
Figura 13: Retângulo de área  $8x$



Fonte: (GUELLI, 1995, p. 32)

**Passo 3:** Dividimos esse retângulo em quatro retângulos de mesma área.(Figura 12)

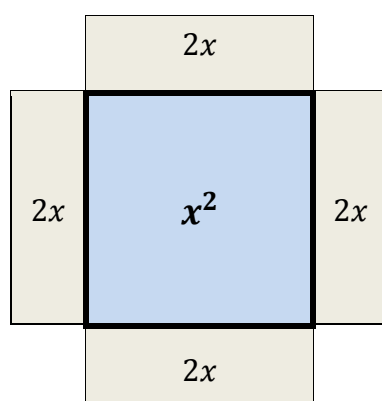
Figura 14: Divisão do retângulo de área  $8x$



Fonte: (GUELLI, 1995, p. 32)

**Passo 4:** Sobrepondo cada um desses quatro retângulos sobre os lados do quadrado de área  $x^2$ .

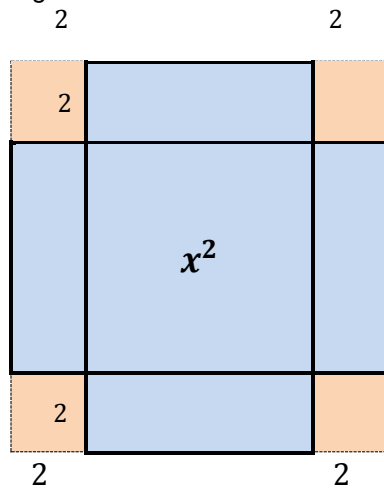
Figura 15: União do quadrado com os retângulos de área  $2x$



Fonte: (GUELLI, 1995, p. 32)

A área da figura formada é igual a  $x^2 + 4 \cdot 2x = x^2 + 8x$ . Como  $x^2 + 8x = 48$ , a área dessa figura é 48. Em seguida, Al-khowarizmi completou o quadrado:

Figura 16: Quadrado de área 64



Fonte: (GUELLI, 1995, p. 32)

A área deste quadrado é igual a:  $48 + 4 \cdot 2^2 = 48 + 16 = 64$ . Portanto, o lado do quadrado é 8 e assim  $2 + x + 2 = 8$ , resultando em  $x = 4$ . Desta forma, o famoso sábio árabe mostrou que 4 é uma raiz da equação  $x^2 + 8x = 48$ .

## 2.6 CHINA

A civilização chinesa foi responsável por inúmeras inovações tecnológicas, tais como: o uso da impressão e da pólvora (oitavo século), do papel e da bússola (século onze), surgiu inicialmente na China que em outros lugares. Do ponto de vista da matemática chinesa é possível afirmar que havia vários matemáticos trabalhando em diversas partes da China, porém houve poucas relações entre eles (Boyer, 2010).

O texto matemático chinês antigo que mais merece destaque é os **Nove Capítulos sobre a Arte matemática**. De acordo com Eves (2004, p. 243):

Nele estão estabelecidos os traços da matemática antiga da China: cálculos orientados, com teoria e prática ligadas numa sequência de problemas aplicados. O trabalho é rico em conteúdo consta de 246 problemas sobre agricultura, procedimentos em negócios, engenharia, agrimensura, resoluções de equações e propriedades de triângulos retângulos. São dadas regras de resoluções, mas não há demonstrações no sentido grego.

O mais famoso matemático chinês foi Chu Shih-Chieh (1280-1303), porém se tem pouco conhecimento sobre ele. No entanto, tornou-se conhecido por escrever dois importantes tratados. O primeiro deles, escrito em 1299, foi a *“Introdução aos estudos matemáticos”*, que influenciou fortemente a Coreia e o Japão. O segundo de maior interesse histórico e matemático foi o *“Precioso espelho dos quatro elementos”*, de 1303 (BOYER, 2010).

Neste segundo tratado *“Precioso espelho dos quatro elementos”* desenvolveu-se uma técnica diferenciada baseada na construção por aproximações sucessivas de raízes de equações de 2º grau denominado de método *fan-fa*, sendo apresentada de maneira retórica e encontrava uma única raiz: a positiva (PEDROSO, 2010).

Em 1819, o método *fan-fa* foi rebatizado para método de Horner em homenagem ao matemático Inglês Willian George Horner que contestou a descoberta que parece ter surgido muito antes na China. Conforme Pedroso (2010,

p. 10) para resolver a equação  $x^2 + 252x - 5292 = 0$  utilizando esse método teremos que realizar o seguinte procedimento:

**Passo 1:** Primeiro obteve uma solução aproximada, tomando  $x = 19$  (A raiz positiva desta equação está entre 19 e 20);

**Passo 2:** Usava-se a seguinte transformação  $y = x - 19$ , para obter a seguinte equação  $y^2 + 290y = 143$  em  $y$ , cuja solução aproximada para esta equação está entre 0 e 1;

**Passo 3:** Identificando  $y^2$  com  $y$ , obtinha-se uma solução aproximada para essa equação:  $y = \frac{143}{291}$ . Assim o valor de  $x$  era corrigido para  $x = 19 + \frac{143}{291} = 19,49$ ;

**Passo 4:** Fazendo  $z = x - 19,49$ , obtinha-se a seguinte equação em  $z$   $z^2 + 290,98z = 0,66$ . Daí tem-se que  $z = \frac{0,66}{291,98} = 0,0022$ , o que já confirmava as duas casas decimais do valor encontrado no passo anterior (com efeito, os primeiros dígitos dessa raiz são 19,49226).

## Método fan-fa

É provável que o leitor(a) esteja confuso com o método *fan-fa*, pois se trata de um procedimento trabalhoso e repleto de cálculos. Daí então se torna necessário à resolução de outro exemplo prático para a melhor compreensão do método.

**Exemplo:** A área de um quadrado menos o seu lado dá vinte. Quanto mede o lado desse quadrado?

Através da Álgebra contemporânea poderíamos escrever o problema anterior como  $x^2 - x = 20$ , sendo bem provável que fosse resolvido através da fórmula de Bhaskara, onde ficaríamos com a raiz positiva 5 como sendo o único valor possível para a medida do lado do quadrado, desprezando a raiz negativa  $-4$ .

O método *fan-fa* consiste em construir uma sequência  $a_1, a_2, \dots, a_k, \dots$  cujo limite é a raiz positiva da equação quadrática  $x^2 - x = 20$ . Daí as etapas deste procedimento para este problema são:

**Passo 1:** Escolha  $a_1 = 4$ . (Na verdade poderíamos escolher qualquer valor para  $a_1 \geq 0,5$ ).

**Passo 2:** Substituir o valor de  $x = 4 + d$  na equação quadrática  $x^2 - x = 20$ , segue que:  $(4 + d)^2 - (4 + d) = 20$ . Fazendo as simplificações necessárias temos a seguinte equação quadrática em  $d$ .

$$d^2 + 7d = 8$$

**Passo 3:** Agora vamos definir o segundo termo da sequência  $a_2$  do seguinte modo:

Defina  $a_2 = a_1 + \frac{8}{1+7}$ . Sendo 8 o termo constante da equação acima, 1 o coeficiente de  $x^2$  e 7 o coeficiente de  $x$ . Assim, obtemos  $a_2 = 5$ .

**Passo 4:** Sendo  $x = a_2 + d$  repete-se o processo inicial substituindo na equação quadrática  $x^2 - x = 20$ . Então:

$$\begin{aligned} (5 + d)^2 - (5 + d) = 20 & \Leftrightarrow 25 + 10d + d^2 - 5 - d = 20 \\ d^2 + 9d + 20 = 20 & \Leftrightarrow d^2 + 9d = 0 \end{aligned}$$

Repetindo o processo do Passo 3 obtemos  $a_3 = 5 + \frac{0}{(1+9)} = 5$  a partir da equação  $d^2 + 9d = 0$ .

O leitor(a) pode verificar que os próximos termos da sequência são todos iguais a 5. Assim, essa sequência converge para 5.

## 2.7 EUROPA OCIDENTAL

A criação da álgebra simbólica teve início com o jurista francês François Viète (1540-1603) considerado por muitos estudiosos como: “O pai da Álgebra.” Isso se deve ao fato de ser o primeiro a representar uma incógnita de uma equação através de uma vogal. Viète criou os símbolos  $\bar{p}$  e  $\bar{m}$  que significava mais e menos respectivamente (GUELLI, 1995).

Os matemáticos europeus da época foram buscar com os comerciantes renascentistas dois sinais ainda desconhecidos na matemática. Daí tem-se que os símbolos + e - passou a ser usado em definitivo nesta ciência.

Com a colaboração de grandes matemáticos da antiguidade e a evolução do simbolismo algébrico, François Viète conseguiu expressar pela primeira vez a expressão da fórmula geral de uma equação de 2º grau (Ver Quadro 4).

Quadro 4: Primeira fórmula geral de uma equação quadrática

$$B \text{ in } A \text{ área} + C \text{ in } A + D \text{ é igual } 0$$

Fonte: (Adaptado de Guelli, 1995, p. 40).

Outras contribuições significativas aconteceram para o avanço do simbolismo algébrico na fórmula geral de uma equação de 2º grau. O matemático inglês Thomas Harriot (1560-1621) introduziu o sinal de igualdade (=) e adotou uma nova notação para as potências de incógnitas (*área* → *AA*).

De acordo com Guelli (1995, p. 40) o matemático e filósofo francês René Descartes encontrou um método prático para representar os símbolos criados por Viète:

- Começou a usar o expoente 2 para expressar a área.
- Substituiu *in* pelo sinal (*x*), depois ( $\cdot$ ).
- Passou a representar as incógnitas de uma equação pelas últimas letras do alfabeto *x, y, z* e os coeficientes literais das incógnitas pelas primeiras letras: *a, b, c*.

A seguir temos um quadro comparativo com os símbolos criados inicialmente por Viète que foram sendo aperfeiçoados ao longo do tempo por outros estudiosos matemáticos dentre eles Harriot e Descartes.

Quadro 5: Comparação entre as escritas simbólicas

<b>Viète</b>	<b>Harriot</b>	<b>Descartes</b>
A área é igual a 50	$AA = 50$	$x^2 = 50$
A área $\bar{m}$ A2 é igual a 0	$AA - A2 = 0$	$x^2 - x.2 = 0$
A área $\bar{m}$ A5 $\bar{p}$ 6 é igual a 0	$AA - A5 + 6 = 0$	$x^2 - x.5 + 6 = 0$
A área $\bar{m}$ A2 $\bar{p}$ 1 é igual a 0	$AA - A2 + 1 = 0$	$x^2 - x.2 + 1 = 0$
<i>B in</i> A área + <i>C in</i> A + <i>D</i> é igual a 0	<i>B in</i> AA + <i>C in</i> A + <i>D</i> = 0	$x^2 . B + C . x + D = 0$

Fonte: (Adaptado de Guelli, 1995, p. 40).

Além de Viète outros matemáticos foram surgindo com suas respectivas colaborações para expressar a fórmula geral da equação geral de 2º grau. Desta forma, não foi apenas uma civilização, ou uma única pessoa que inventou a fórmula, mas sim matemáticos de varias regiões do velho continente que acabaram deduzindo a mesma fórmula que torna possível a resolução de qualquer equação quadrática.

## Método de Viète

Figura 17: François Viète (1540-1603)



Fonte: [https://en.wikipedia.org/wiki/Fran%C3%A7ois\\_Vi%C3%A8te](https://en.wikipedia.org/wiki/Fran%C3%A7ois_Vi%C3%A8te)

O método de François Viète para resolução de uma equação quadrática consistia numa mudança de variáveis. De acordo com o texto de Pedroso (2010, p. 10-11) dada uma equação geral da forma  $ax^2 + bx + c = 0$ , o procedimento era o seguinte:

**Passo 1:** Seja  $x = u + z$ .

**Passo 2:** Então substituindo em  $ax^2 + bx + c = 0$ , tem-se que  $a(u + z)^2 + b(u + z) + c = 0$ . Desenvolvendo a expressão tem-se a seguinte equação  $au^2 + (2az + b)u + (az^2 + bz + c) = 0$  na variável  $u$ .

**Passo 3:** Se  $2az + b = 0$  então  $z = \frac{-b}{2a}$ .

**Passo 4:** Substituindo  $z = \frac{-b}{2a}$  em  $au^2 + (2az + b)u + (az^2 + bz + c) = 0$ .

Obtemos,  $au^2 + \left(2a\frac{-b}{2a} + b\right)u + \left(a\left(\frac{-b}{2a}\right)^2 + b\frac{-b}{2a} + c\right) = 0$ . Assim,

$$au^2 + 0 + \left(\frac{b^2}{4a} - \frac{b^2}{2a} + c\right) = 0 \Leftrightarrow au^2 + \left(\frac{b^2 - 2b^2 + 4ac}{4a}\right) = 0$$

$$au^2 = \frac{2b^2 - b^2 - 4ac}{4a} \Leftrightarrow u^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \Leftrightarrow u = \frac{\pm\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

**Passo 5:** Finalmente, sendo  $x = u + z$  tem-se que:

$$x = \frac{\pm\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \left(\frac{-b}{2a}\right) \Leftrightarrow \mathbf{x} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

## Método de Descartes

Figura 18: René Descartes (1596-1650)



Descartes utilizou seu método para resolução de equações quadráticas do tipo:  $x^2 = bx + c^2$ ,  $x^2 = c^2 - bx$  e  $x^2 = bx - c^2$ , tais que  $b$  e  $c$  sejam sempre positivos. De acordo com o texto de Pedroso (2010, p. 11-12) dada uma equação de 2º grau na forma  $x^2 = bx + c^2$ , utilizou o seguinte procedimento:

Fonte: [https://www.thocp.net/biographies/descartes\\_rene.htm](https://www.thocp.net/biographies/descartes_rene.htm)

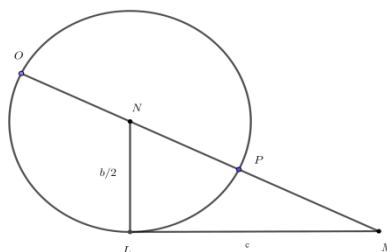
**Passo 1:** Trace um segmento  $LM$ , de comprimento  $c$ .

**Passo 2:** Construa um segmento  $LN$  de comprimento  $b/2$  de modo que  $LN$  seja perpendicular a  $LM$ .

**Passo 3:** Com centro no ponto  $N$ , constrói-se um círculo de raio  $b/2$  e traça-se uma reta que passa por  $M$  e  $N$  interceptando o círculo nos pontos  $O$  e  $P$ .

**Passo 4:** Então a raiz procurada é o segmento  $OM$ . (Figura 19)

Figura 19: Método de Descartes



Fonte: (PEDROSO, 2010, p. 11)

Inicialmente denotemos por  $x$  o segmento  $OM$ . Observe que o segmento  $\overline{NM} = \overline{OM} - \overline{ON} = x - \frac{b}{2}$ . No triângulo retângulo  $MLN$ , usando o Teorema de

Pitágoras tem-se que  $\left(x - \frac{b}{2}\right)^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 + c^2$  segue então que  $x^2 = bx + c^2$ .

### 3. ABORDAGEM DO CONTEÚDO EQUAÇÃO DE 2º GRAU NOS LIVROS DIDÁTICOS

Neste capítulo faremos uma breve exposição do conteúdo de equações de 2º grau a partir de alguns livros didáticos do 9º ano, procurando verificar tanto a abordagem histórica quanto os métodos de resoluções expostos nesses textos. De fato, o objetivo é identificar quais são as orientações desses livros didáticos no que tange a proposta para o ensino de aspectos históricos e os procedimentos de resoluções das equações de 2º grau para serem trabalhados em sala de aula.

Atualmente os livros didáticos mais utilizados por professores do município de Cabedelo-Pb são os seguintes: “**Projeto Teláris: Matemática**” de Luiz Roberto Dante, o livro “**Matemática**” da autoria de Edwaldo Bianchini, além da obra “**Matemática compreensão e prática**” do autor Ênio Silveira. Na rede municipal de Ensino do município de Cabedelo-PB os professores têm autonomia de escolha dos livros didáticos que irão trabalhar em sala de aula de acordo com os livros aprovados no PNLD.

Por exemplo: o Livro “*Projeto Teláris: Matemática*” de Luiz Roberto Dante que é adotado na EMMAPM. Já a obra “*Matemática*” de Bianchini é utilizada como texto referencial para abordagem dos conteúdos do 9º ano, podendo ser trabalhado em sala de aula ou servir simplesmente como um livro de consulta. Enquanto que o livro “*Matemática compreensão e prática*” do autor Ênio Silveira (um dos livros que foram avaliados pelos professores), é mais um texto a disposição do professor para ser ou não utilizado em sala de aula ou na preparação dos conteúdos que serão apresentados aos discentes.

#### 3.1 DANTE: PROJETO TELÁRIS

O livro “*Projeto Teláris: Matemática*” do autor Luiz Roberto Dante da Editora Ática divide-se em nove capítulos distribuídos organizadamente em áreas de Álgebra, Geometria e Aritmética. Nesta obra, o conteúdo de equações do 2º grau encontra-se no capítulo dois, sendo assim a orientação didática é expor inicialmente este temática no 9º ano.

Na introdução da temática esta obra traz uma abordagem histórica das equações quadráticas na civilização Mesopotâmica, dando ênfase à expressão  $x^2 - x = 870$  que já foi abordada nesta pesquisa conforme ilustra a figura 20.

Figura 20: Um pouco de história das equações quadráticas

Entre os vários documentos que os babilônios deixaram, há um antigo texto de problemas matemáticos, escrito em argila (veja foto abaixo), que apresenta o seguinte problema:

Quanto mede o lado de uma região quadrada se a área dessa região menos a medida do lado é igual a 870?

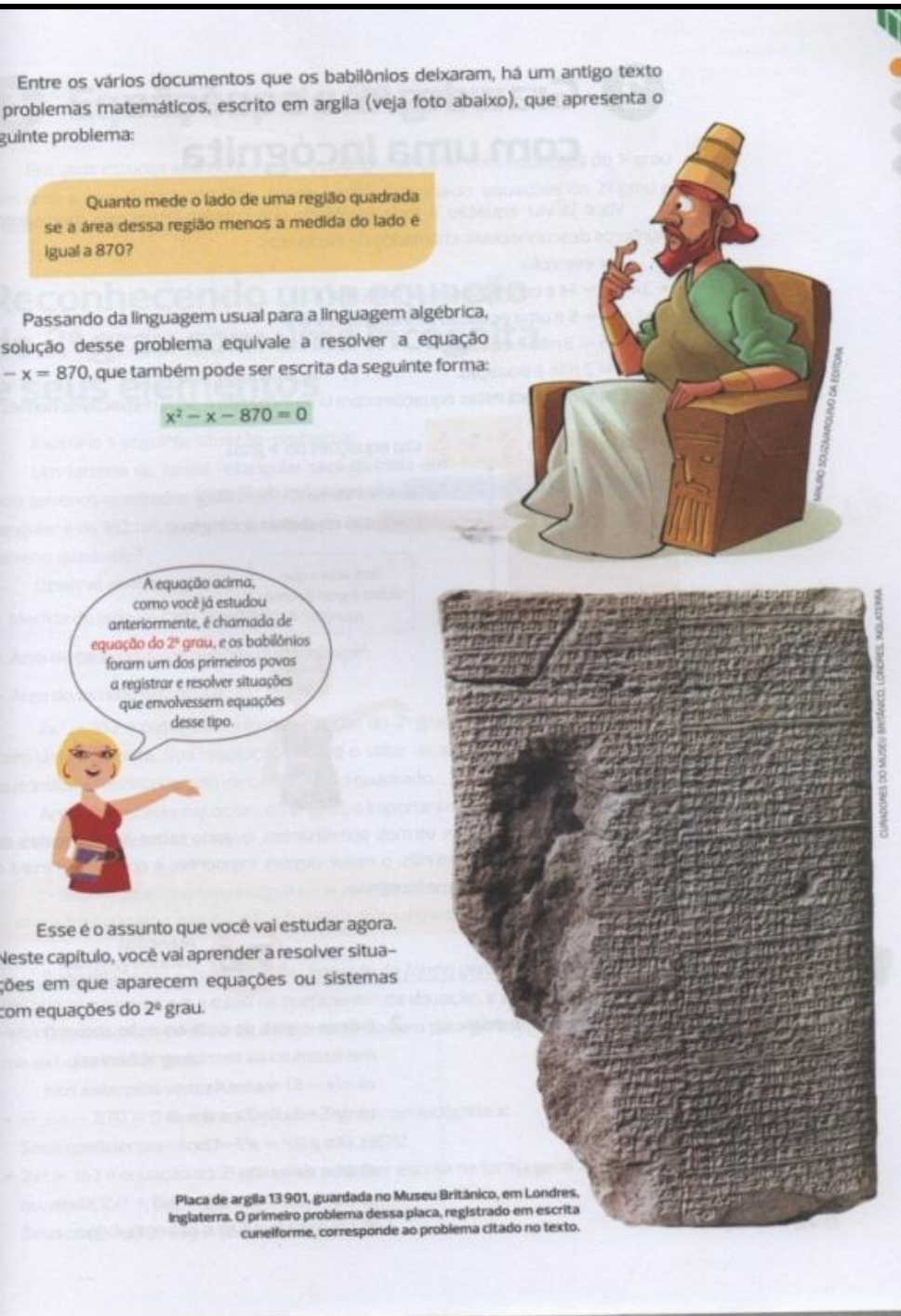
Passando da linguagem usual para a linguagem algébrica, a solução desse problema equivale a resolver a equação  $x^2 - x = 870$ , que também pode ser escrita da seguinte forma:

$$x^2 - x - 870 = 0$$

A equação acima, como você já estudou anteriormente, é chamada de equação do 2º grau, e os babilônios foram um dos primeiros povos a registrar e resolver situações que envolvessem equações desse tipo.

Esse é o assunto que você vai estudar agora. Neste capítulo, você vai aprender a resolver situações em que aparecem equações ou sistemas com equações do 2º grau.

Placa de argila 13 901, guardada no Museu Britânico, em Londres, Inglaterra. O primeiro problema dessa placa, registrado em escrita cuneliforme, corresponde ao problema citado no texto.



Fonte: (DANTE, 2012, p.31)

Dando continuidade, o autor estabelece critérios para que uma equação algébrica venha se tornar uma equação de segundo grau. Antes mesmo de definir o conceito formal de uma equação quadrática, é apresentada uma situação-problema envolvendo área em seguida é definida a equação do 2º grau.

O livro destaca alguns exemplos e propõe alguns exercícios envolvendo conceitos básicos de uma equação, tais como o reconhecimento dos seus coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$ . Por outro lado, dados estes coeficientes é proposto que escreva a equação geral.

O autor da obra divide a resolução de equações do segundo grau incompletas nos três casos a seguir:

**1º caso:** Equações do tipo  $ax^2 + c = 0$ , com  $a \neq 0$  e  $c \neq 0$ .

**2º caso:** Equações do tipo  $ax^2 = 0$ , com  $a \neq 0$ .

**3º caso:** Equações do tipo  $ax^2 + bx = 0$ , com  $a \neq 0$  e  $b \neq 0$ .

Em todos os casos o autor apresenta alguns exemplos para a melhor compreensão do leitor, em seguida propõe alguns exercícios que são bastante semelhantes aos apresentados nos exemplos facilitando assim a resolução por parte do aluno.

Em seguida, o autor apresenta o método de completar quadrados exemplificando para o caso da equação  $x^2 + 6x - 7 = 0$  utilizando-se da ideia geométrica de noção de área. Desta forma chega à solução da equação apresentando as raízes  $x_1 = 1$  e  $x_2 = -7$ .(Figura 21)

Sendo assim, Dante propõe alguns exercícios contendo equações do 2º grau cuja resolução de problemas pode ser utilizada o método de completar quadrados apresentado anteriormente.

Figura 21: Método de completar quadrados

## Método de completar quadrados

Neste caso, vamos resolver equações do 2º grau completas, que são da forma  $ax^2 + bx + c = 0$  com todos os coeficientes não nulos, cujo primeiro membro não é um trinômio quadrado perfeito.

Veja o que podemos fazer na equação  $x^2 + 6x - 7 = 0$ :


$$x^2 + 6x - 7 = 0 \Rightarrow x^2 + 6x = +7 \Rightarrow x^2 + 6x + 9 = 17 + 9$$

↑
↑
↑  
quadrado de x       $2 \cdot x \cdot 3$       quadrado de 3

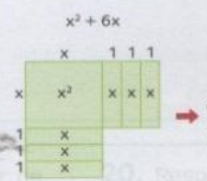
$x^2 + 6x - 7$  não é trinômio quadrado perfeito.  
Para obter um trinômio quadrado perfeito, foi somado 9 a  $x^2 + 6x$ .  
Para manter a igualdade, foi somado 9 também a +7.

Observe a interpretação geométrica desse "complemento de quadrado":

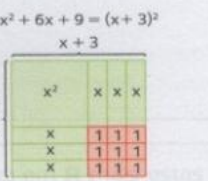
Observe que falta algo para completar o quadrado.



Completamos o quadrado juntando 9 regiões quadradas de área 1 e encontramos um quadrado perfeito.

$x^2 + 6x$   


→

$x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$   


Com o "complementamento de quadrado", podemos resolver a equação inicial. Veja o procedimento todo:

$$x^2 + 6x - 7 = 0$$

$$x^2 + 6x = 7$$

$$x^2 + 6x + 9 = 7 + 9$$

$$(x + 3)^2 = 16$$

$$x + 3 = \pm \sqrt{16}$$


$$x + 3 = \pm 4$$

$x + 3 = 4$   
 $x = 4 - 3$   
 $x = 1$

ou

$x + 3 = -4$   
 $x = -4 - 3$   
 $x = -7$

O valor de  $x + 3$  na interpretação geométrica deve ser positivo, mas a partir dela devemos também considerar o valor negativo.



Logo, as raízes da equação  $x^2 + 6x - 7 = 0$  são  $x' = -7$  e  $x'' = 1$ .

### 3. 2 EDWALDO BIANCHINI: “MATEMÁTICA”

O livro “*Matemática*” do autor Edwaldo Bianchini da Editora Moderna em sua 7ª edição divide-se em nove capítulos. O conteúdo de equações do 2º grau encontra-se no capítulo quatro, introduzindo através de uma aplicação prática sendo exposto posteriormente à forma geral de uma equação do segundo grau. (Figura 22)

Figura 22: Apresentação da temática

CAPÍTULO

4

## Equações do 2º grau

### 1 Conhecendo equações do 2º grau com uma incógnita

A encomenda recebida por Vítor, engenheiro, para a construção de uma piscina retangular, apresentava duas exigências:

- 1) comprimento com 10 m a mais que a largura;
- 2) área de 144 m<sup>2</sup>.



Para determinar as medidas da superfície dessa piscina, Vítor representou a medida da largura por  $x$  e a do comprimento por  $x + 10$ .

Como a área de um retângulo é o produto das medidas da largura e do comprimento, Vítor escreveu:

$$x \cdot (x + 10) = 144 \quad \text{ou} \quad x^2 + 10x - 144 = 0$$

Observe que a equação obtida,  $x^2 + 10x - 144 = 0$ , tem uma só incógnita (a letra  $x$ ) cujo maior expoente é 2. Ela é um exemplo de **equação do 2º grau com uma incógnita**.

O autor apresenta alguns exemplos de equações quadráticas e propõe diversos exercícios. Em seguida é abordado o conceito de raízes de uma equação do 2º grau exemplificando através do problema exposto na apresentação do conteúdo com a equação  $x^2 + 10x - 144 = 0$ .

No livro “Matemática” de Bianchini os métodos de resoluções de equações podem ser reduzidas a três formas expostas a seguir:

- ✓  $ax^2 + bx = 0$ , sendo  $a \neq 0$  e  $b \neq 0$ .
- ✓  $(mx + n)^2 = 0$ , sendo denominado de trinômio quadrado perfeito.
- ✓  $ax^2 + c = 0$ , com  $a \neq 0$  e  $c \neq 0$ .

Dando continuidade, o autor do livro aborda o método de completar quadrados destacando a abordagem histórica através da civilização mesopotâmica e os matemáticos hindus que utilizaram este método. Enfatiza também o método resolutivo de uma equação quadrática que ficou conhecido como “fórmula de Bhaskara”. (Figura 23)

Figura 23: Fórmula resolvente de uma equação de 2º grau

## 5 A fórmula resolvente de uma equação do 2º grau

A resolução de uma equação do 2º grau pode ser obtida pela fórmula que deduziremos a seguir.

Considere a equação completa do 2º grau:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$ax^2 + bx = -c$  → Isolamos o termo independente no 2º membro da equação

$$4a^2x^2 + 4abx = -4ac$$
 → Multiplicamos ambos os membros por  $4a$  ( $a \neq 0$ )
$$4a^2x^2 + 4abx + b^2 = b^2 - 4ac$$
 → Adicionamos  $b^2$  aos dois membros
$$(2ax + b)^2 = b^2 - 4ac$$
 → Fatoramos o 1º membro
$$2ax + b = \pm \sqrt{b^2 - 4ac} \quad (\text{para } b^2 - 4ac \geq 0)$$

$$2ax = -b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$$

Isolando  $x$ , temos:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Fórmula resolvente

Em algumas regiões do Brasil, a fórmula para resolver a equação do 2º grau é conhecida como fórmula de Bhaskara, entretanto não foi Bhaskara quem a descobriu. Sabe-se que somente com o matemático francês François Viète (1540-1603) passou-se a usar fórmulas para obter as raízes de uma equação do 2º grau.

Na fórmula resolvente, a expressão  $b^2 - 4ac$  é chamada de **discriminante da equação**, que geralmente é representado pela letra grega  $\Delta$  (lemos "delta"). Então:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Desse modo, se  $\Delta \geq 0$ , podemos escrever a fórmula resolvente da seguinte maneira:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

**OBSERVAÇÃO**

▶ Quando  $\Delta < 0$ , a equação não admite raízes reais.

CAPÍTULO 4 | EQUAÇÕES DO 2º GRAU 119

Fonte: (BIANCHINI, 2011, p. 119)

Outros exemplos são apresentados cuja resolução é utilizada a fórmula geral. Em seguida são propostos diversos exercícios para melhor fixação do conteúdo. Através do estudo das raízes são introduzidas as relações de Girard que é outra ferramenta para resolução de equações do 2º grau abordado no 9º ano.

### 3.3 ÊNIO SILVEIRA: “MATEMÁTICA COMPREENSÃO E PRÁTICA”

A obra “*Matemática compreensão e prática*” do autor Ênio Silveira da editora Moderna em sua 3ª edição é organizada em 11 capítulos nas áreas de álgebra, aritmética e geometria. O conteúdo de equações de 2º grau encontra-se no segundo capítulo.

Inicialmente o autor da obra apresenta a temática através de uma aplicação prática envolvendo área. Dando continuidade é definido o conceito formal do conteúdo seguido de alguns exemplos.

É apresentada a definição de raiz de uma equação de segundo grau e critérios para que uma equação do tipo  $ax^2 + bx + c = 0$  se torne completa ou incompleta. Sempre após de alguma definição nova são apresentados alguns exemplos seguidos de exercícios propostos como ferramenta de aprendizagem.

O autor expõe métodos de resoluções de equações incompletas através de exemplos, em seguida é abordada a ferramenta de completar quadrados, na qual é destacada a equação  $x^2 + 10x = 39$ . Antes de apresentar a resolução o autor faz uma breve abordagem histórica conforme a figura abaixo.

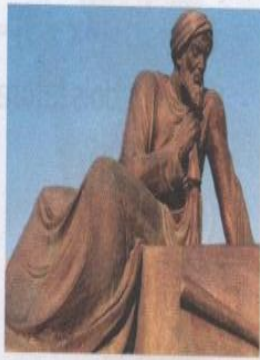
Figura 24: Método Hindu de completar quadrado

## Resolução das equações completas

Mohammed ibn Musa al-Khowarizmi, matemático árabe do século IX, em seu livro *Al-jabr Wa'l muqabalah*, apresentou regras para encontrar as raízes positivas de equações do 2º grau. Em suas soluções, ele usava apenas palavras, sem empregar símbolos.

Uma das equações apresentadas e resolvidas por Al-Khowarizmi foi:

$$x^2 + 10x = 39$$



Estátua de Al-Khowarizmi em Khiva, Uzbequistão.

GUIZIOU FRANCK/EASYPix

49

Nesta obra é destacada a fórmula geral de resolução de uma equação quadrática, donde são apresentados alguns exemplos em seguida são propostos alguns exercícios.

Em seguida, o autor apresenta um breve estudo sobre a relação de soma e produto das raízes de uma equação. Esse método é conhecido como Relações de Girard e também é uma ferramenta de resolução de uma equação do 2º grau de maneira prática e rápida.

Figura 25: Relações de Girard

## 4 Relações entre as raízes e os coeficientes de uma equação do 2º grau

Considere  $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$  e  $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$  as raízes da equação  $ax^2 + bx + c = 0$ , com  $a \neq 0$ .  
Veja como podemos relacionar essas raízes e os coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$  da equação:

► **Soma das raízes (S)**

$$x_1 + x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-b + \sqrt{\Delta} - b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2b}{2a} = -\frac{b}{a}$$

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

► **Produto das raízes (P)**

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \cdot \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{(-b + \sqrt{\Delta}) \cdot (-b - \sqrt{\Delta})}{4a^2} = \frac{(-b)^2 - (\sqrt{\Delta})^2}{4a^2} = \frac{b^2 - \Delta}{4a^2}$$

Como  $\Delta = b^2 - 4ac$ , temos:

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} = \frac{b^2 - b^2 + 4ac}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{4\cancel{a}c}{4\cancel{a} \cdot a} = \frac{c}{a}$$

$$P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Essas relações são denominadas **relações de Girard**.  
Veja como podemos escrever qualquer equação do 2º grau dadas as suas raízes:

Considere a equação do 2º grau  $ax^2 + bx + c = 0$ . Como  $a \neq 0$ , podemos dividir ambos os membros da equação por  $a$ :

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

Assim, podemos escrever a equação da seguinte maneira:

$$x^2 - Sx + P = 0$$

**Exemplos**

- Determinar o valor de  $k$  na equação  $x^2 + (2k - 3)x + 2 = 0$ , de modo que a soma de suas raízes seja igual a 7.

$x^2 + (2k - 3)x + 2 = 0$ <hr style="width: 20%; margin-left: 0;"/> $x^2 - Sx + P = 0$	$2k - 3 = -S$ <p>Como <math>S = 7</math>, temos: <math>2k - 3 = -7</math>, ou seja: <math>k = -2</math></p>
--	---

56

Neste livro são apresentados alguns exemplos conforme a figura acima, em seguida são propostas atividades. O autor ainda destaca nesta obra a forma fatorada de uma equação quadrática e destaca seções do livro para resoluções de problemas e sistema de equações lineares. A abordagem histórica se dá por meio de pequenos fragmentos no texto, na qual o autor destaca os hindus, civilização esta responsável pelo método de completar de quadrados. Na seção um pouco de História o autor destaca uma breve biografia de Albert Girard. (Figura 26)

Figura 26: Um pouco de história



Fonte: (SILVEIRA, 2015, p. 56)

#### 4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo abordaremos de maneira sucinta as observações realizadas a partir dos três livros didáticos do 9º ano descritos no capítulo anterior. Os principais critérios destacados são: A abordagem histórica, exemplos, exercícios propostos e os métodos de resoluções utilizados para a resolução de equação de 2º grau. Desta forma objetiva-se sistematizar os resultados apresentados nos livros didáticos de acordo com os aspectos acima citados.

Por meio desta abordagem, verificou-se que todos os livros destacados no capítulo anterior apresentam elementos históricos através de pequenos fragmentos de textos ou em forma de curiosidades.

O livro *“Projeto Teláris: Matemática”* de Dante aborda elementos históricos na apresentação da temática como motivação para o leitor. Enquanto que os livros *“Matemática”* de Bianchini e *“Matemática: Compreensão e prática”* de Silveira apresentam a história das equações quadráticas através de pequenos tópicos do texto ou em forma de curiosidades.

De um modo geral os três livros apresentam exemplos depois de explanar cada tópico do conteúdo. Esses tem o objetivo de auxiliar o aluno na resolução de atividades que são propostas logo após os exemplos.

O livro *“Matemática”* de Bianchini expõe alguns métodos de equações do 2º grau, tais como: resolução de uma equação incompleta, fórmula de Bhaskara, método de completar quadrados e relações de Girard. Neste texto cabe destacar a fórmula de Bhaskara, pois é apresentada numa linguagem de fácil compreensão para o aluno.

Enquanto que no livro *“Matemática: compreensão e prática”* de Silveira merecem destaque as relações de Girard, pois o autor determina as relações entre as raízes de uma equação quadrática e em seguida aborda um pouco da história de Albert Girard.

De um modo geral os três livros apresentados nesta pesquisa abordam os métodos de completar quadrados, fórmula de Bhaskara, relações de Girard e resolução de equações incompletas como ferramentas para a resolução de uma equação de 2º grau.

O quadro abaixo apresenta de forma sucinta uma breve comparação entre os livros didáticos já apresentados de acordo com os principais critérios abordados, com o objetivo de estabelecer uma melhor compreensão de como o conteúdo equações quadráticas é abordado no 9º ano do ensino fundamental.

Quadro 6: Comparação entre os livros didáticos apresentados

	<b>Bianchini</b>	<b>Dante</b>	<b>Silveira</b>
<b>Abordagem Histórica</b>	-É apresentada em pequenos fragmentos do texto ao longo do conteúdo.	- É abordada na introdução da temática com o exemplo da civilização Mesopotâmica.	- No decorrer do capítulo faz uma breve referência a civilização mesopotâmica; -É apresentada na seção um pouco de história uma breve biografia de Albert Girard;
<b>Exemplos</b>	- Após cada tópico do assunto são apresentados alguns exemplos.	- Após cada tópico do assunto são apresentados alguns exemplos.	- Após cada tópico do assunto são apresentados alguns exemplos.
<b>Exercícios</b>	-São propostos após cada tópico abordado. - São apresentadas questões de vestibulares no final do capítulo	-São apresentados em nível crescente de complexidade. -No final do capítulo é apresentada uma revisão acumulativa	-São propostos após cada tópico abordado. -No final do capítulo tem uma seção trabalhando conhecimentos adquiridos
<b>Métodos de Resolução</b>	-Resolução de equações incompletas; -Completar Quadrados -Fórmula de Bhaskara -Relações de Girard	-Resolução de equações incompletas; -Completar Quadrados -Fórmula de Bhaskara -Relações de Girard	-Resolução de equações incompletas -Completar Quadrados -Fórmula de Bhaskara -Relações de Girard

Fonte: Elaboração própria

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A escolha pelo estudo das equações de 2° grau se deu devido ao interesse pessoal pela área de Álgebra, sendo esta um campo fértil para situações-problemas e aplicações. A curiosidade pelo desenvolvimento histórico deste conteúdo foi um fator que motivou a investigação de outros métodos de resoluções a fim de contribuir com novas estratégias de ensino-aprendizado das equações de 2° grau.

Desta forma, o desenvolvimento deste estudo possibilitou uma melhor compreensão da evolução histórica das equações do 2° grau presentes em cada civilização citada no capítulo 2. Além disso, a mesma permitiu reflexões acerca das abordagens do conteúdo presentes nos livros didáticos do 9°ano, destacando-se os elementos históricos e os métodos de resoluções mais tradicionais nesse nível de aprendizagem.

Dada à relevância do tema constatamos que é de suma importância recomendar aos professores a prática didática de abordar a história da matemática e também outros métodos de resoluções de equações quadráticas, além da fórmula de Bhaskara que é tradicionalmente utilizada como a única maneira resolutiva desta equação. Entretanto, estamos cientes que estes enfrentam algumas dificuldades, tais como: controlar a agitação dos alunos, combater o desinteresse pela disciplina que é um problema muito recorrente em sala de aula, além de lidar com perfis de alunos e níveis de aprendizagem diferenciados.

É muito comum estabelecer uma conexão entre a resolução de uma equação de 2° grau e a fórmula de Bhaskara. Entretanto, o método de Viète possibilita uma demonstração desta fórmula, de fácil compreensão e sem grandes artifícios. Percebemos que os alunos podem chegar à solução de uma equação completa do 2° grau sem que seja necessário utilizá-la de maneira decorada como tantas vezes acontece. Sugerimos que este método seja utilizado como acessório do conteúdo normalmente dado na abordagem de equações quadráticas.

Os resultados obtidos neste estudo apontam que os livros didáticos apresentados debatem sobre elementos históricos das equações de 2° grau em pequenos fragmentos do texto ou até mesmo como curiosidades. Além disso, foi observado a partir da abordagem dos livros didáticos que estes apresentam outros

métodos de resoluções (diferentes da “fórmula de Bhaskara”) como ferramentas de resolução de equações quadráticas.

Diante da importância da temática da pesquisa, seria interessante desenvolver outros projetos de pesquisa que visem à ampliação e o aprofundamento desta temática. Além disso, é necessária a formação continuada de professores a fim de gerar habilidades e competências que permitam garantir um ensino de maior qualidade, que atenda as diferentes dificuldades dos alunos, e conseqüentemente venha combater o desinteresse dos nossos alunos pela matemática.

Nesse sentido, torna-se importante ressaltar que a abordagem de elementos históricos é apenas uma ferramenta didática para tornar as aulas de matemática mais atraentes no processo de ensino-aprendizagem, deixando ao critério do professor a escolha do livro didático e dos recursos pedagógicos que lhe permitam dinamizar as aulas tornando-as mais atraentes e estimulantes para os alunos.

## REFERÊNCIAS

BIANCHINI, E. **Matemática**/Edwaldo Bianchini – 7°. Ed. – São Paulo: Moderna, 2011.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1998.

BOYER, C. B., **História da Matemática**/ Carl B. Boyer; prefácio de Isaac Asimov; revista por Uta C. Merzbach; Tradução: Elza F. Gomide. -- 3. Ed. São Paulo: Edgard Blucher, 2010.

DANTE, L. R. **Projeto Teláris: Matemática**/Luiz Roberto Dante. –1°. Ed.– São Paulo: Ática, 2012.

EVES, H. **Introdução à História da matemática**/Howard Eves; Tradução: Hygino H. Domingues. – Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2004.

GUELLI, O. **Contando a História da Matemática: História da Equação do 2º Grau**. 5ªed. São Paulo: Ática, 1995.

MOL, R. S. **Introdução à História da matemática**/ Rogério S. Mol. –Belo Horizonte: CAED—UFMG, 2013.

OLIVEIRA, Maria Marly de. **Como fazer pesquisa qualitativa**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2005.

PEDROSO, H. A. **Uma breve história da equação do 2º grau**. Revista Eletrônica de Matemática, v.2, p.1-13, 2010. Disponível em:

<<http://matematicajatai.com/rematFiles/2-2010/eq2grau.pdf> >. Acesso em: Janeiro, 2019.

SILVA, E.L.; MENEZES, E.M. **Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação**. -- 3. Ed.-- rev. atual. – Florianópolis: Laboratório de Ensino a Distância da UFSC, 2001.

SILVEIRA, E. **Matemática: Compreensão e prática**/ Ênio Silveira. – 3°. Ed.– São Paulo: Moderna, 2015.

## **APÊNDICE A: Memorial Acadêmico**

Sou Jeyson Barbosa de Araújo Silva, nascido em 27 de junho de 1992, natural da cidade Cabedelo, Paraíba. Com apenas quatro anos de idade iniciei minha vida estudantil em uma creche, onde tive meus primeiro contato com as cores, letras, desenhos e números.

Na primeira fase do Ensino Fundamental estudei na Escola Estadual de Ensino Fundamental Pedro Américo (EEFPA), localizada na cidade de Cabedelo próximo a minha residência. Nesta escola, cursei as seguintes séries: pré um, alfabetização, 1<sup>a</sup>, 2<sup>a</sup>, 3<sup>a</sup> e 4<sup>a</sup> séries do Ensino Fundamental. Atualmente, a nomenclatura da seriação mudou, por exemplo, o que era 1<sup>a</sup> serie do Ensino Fundamental (EF) passou a ser 2<sup>o</sup> ano do EF.

Na segunda fase do Ensino Fundamental estudei na Escola Municipal Major Adolfo Pereira Maia (EMMAPM). Nesta escola descobri o gosto pelos estudos, em especial em matemática, mas nesta época não sabia para qual curso eu ia prestar o vestibular. Minha simpatia por matemática foi devido ao professor Luís Claudio, que sempre foi um docente bastante dedicado com a disciplina e sempre tentava extrair o melhor de cada aluno. Meu reconhecimento a todos meus professores do Ensino Fundamental 2, aos funcionários da escola, em especial as diretoras Marta Sabino e Ana Rita e a professora Iraneide de Português.

Durante o Ensino Médio cursei o primeiro ano na Escola Adolfo Maia acima citada, enquanto que o 2<sup>o</sup> e 3<sup>o</sup> ano do Ensino Médio estudei no colégio Questão De Inteligência, localizado na Capital João Pessoa, Paraíba. Neste período da minha vida, eu já sabia que iria fazer um curso na área de Exatas, e para isso eu fazia cursinho pré- vestibular no Anglo Curso. A rotina era um pouco cansativa, aulas na escola pela manhã, à tarde cursinho.

Após anos de dedicação e estudos, ingressei na Universidade Federal da Paraíba (UFPB) no ano de 2011, já com 19 anos de idade, para fazer o curso de Licenciatura em Matemática. De fato, o mundo universitário é completamente diferente, os conteúdos são complexos, os discentes que estudam com você são os melhores, das melhores escolas da Paraíba.

Meu ingresso na UFPB foi marcado por duas fases distintas. A primeira fase foi marcada por deslumbramento com o mundo acadêmico que foi coroado com

bolsas de monitoria, PIBIC, além de boas notas e aprovações em disciplinas, tais como: Cálculos 1, 2 e 3; Introdução à Álgebra Linear; Argumentação em Matemática; Cálculo vetorial, Introdução à Análise, Séries e EDO; Funções de Variáveis Complexas; Introdução à Álgebra (sendo ministrada pela orientadora Jacqueline). Enfim, foi uma fase de grande aprendizado matemático e de crescimento pessoal.

No ano de 2013 teve uma greve na UFPB e foi o período que passei por dificuldades financeiras e pessoais para acompanhar o ritmo de estudos. Daí, então eu resolvi trancar o curso de matemática, retornando apenas no ano de 2015, após entrar com um processo na Reitoria.

Nesta segunda fase na UFPB tive a oportunidade de ver bastantes disciplinas da Licenciatura, tais como: Fundamentos Psicológicos, Sócio histórico e atropo filosóficos da Educação, Didática, pesquisa e cotidiano escolar, dentre outras. Participei do Projeto de Iniciação a Docência, onde agreguei valor como docente, juntamente com os Estágios Supervisionados.

Atualmente, estou enfrentando desafios e perspectivas na construção do Trabalho de Conclusão de Curso. Logo após a defesa, vou continuar meus estudos objetivando a aprovação em concursos públicos, que me permita ingressar no mercado de trabalho.