



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

ROBERTO MARTINIANO DA SILVA JÚNIOR

**ANÁLISE DE REGRESSÃO PARA MODELAGEM DE TEMPO ATÉ A FALHA
APLICADA EM UM ESTUDO DIDÁTICO**

JOÃO PESSOA

2019

ROBERTO MARTINIANO DA SILVA JÚNIOR

**ANÁLISE DE REGRESSÃO PARA MODELAGEM DE TEMPO ATÉ A FALHA
APLICADA EM UM ESTUDO DIDÁTICO**

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à Universidade Federal da Paraíba como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Grau de Engenheiro de Produção Mecânica. Sob a orientação do Professor Dr. Rogério Santana Peruchi.

JOÃO PESSOA

2019



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

FOLHA DE APROVAÇÃO

Aluno(a): Roberto Martiniano da Silva Junior

Título do trabalho: Análise de regressão para modelagem de tempo até a falha aplicada em um estudo didático

Trabalho de Conclusão do Curso defendido e aprovado em 01/04/2019 pela banca examinadora:

Orientador(a) - Prof. Dr. Rogério S. Perchin

Examinador(a) interno - Prof. Dr. Lígia O. F. Bessa

Examinador(a) interno - Prof. Dr. Paulo Motella Junior

S586a Silva Junior, Roberto Martiniano da.

Análise de regressão para modelagem de tempo até a falha aplicada em um estudo didático / Roberto Martiniano da Silva Junior. - João Pessoa, 2019.

51 f. : il.

Orientação: Prof Dr Rogério Santana Peruchi.
Monografia (Graduação) - UFPB/CT.

1. Confiabilidade. 2. Tempo até a Falha. 3. Regressão Múltipla. 4. Estudo Didático. I. Prof Dr Rogério Santana Peruchi. II. Título.

UFPB/BC

Dedico este trabalho em memória de **Reginaldo Pedro da Silva**. Exemplo de cristão, pai, avô, e advogado.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a **Deus**, por sua infinita graça e misericórdia em minha vida. Se hoje eu consegui vencer todos os desafios, foi por Ele, por meio dEle e para Ele. *Soli Deo Gloria!*

A minha mãe **Rejane** e meu pai **Roberto**, pela inspiração que foram para mim e pelo grande incentivo de chegar até aqui.

A minha avó, **Rosinalda**, que sempre tem encontrado tempo para lembrar-se de mim em suas orações.

A todos meus **familiares**, que de alguma maneira, participaram comigo e estiveram me dando apoio para conquistar este resultado.

Aos meus amigos de curso **Cláudio, João, Sosthemis e Werner**, que foram verdadeiros companheiros nessa empreitada, tanto nas provas, nos trabalhos e nos churrascos da vida.

Aos meus amigos **Thiago, Everton e Robson**, que desde o ensino fundamental temos criado um vínculo de parceria e mútuos conselhos.

Ao professor **Rogério Santana Peruchi**, pela suas preciosas orientações, pela paciência, compreensão e confiança na minha pessoa e no trabalho aqui concluído.

“Creio que nossa tarefa, não banal nem supérflua, mas necessária e suprema, é procurar a verdade com todo o empenho.”

Santo Agostinho

RESUMO

SILVA JÚNIOR, Roberto M. Análise de regressão para modelagem de tempo até a falha aplicada em um estudo didático. João Pessoa, 2018. Trabalho de Conclusão de curso (Graduação em Engenharia de Produção Mecânica) – Departamento de Engenharia de Produção. UFPB, 2018.

A literatura está repleta de pesquisas que adotam projeto de experimentos e análise de regressão múltipla para ensaios convencionais. No entanto, exemplos de aplicação de modelagem em experimentos de confiabilidade de sistemas são mais limitados. Logo, este trabalho tem objetivo de apresentar um estudo didático de regressão múltipla para dados de confiabilidade. Partindo da conceituação de confiabilidade até chegar ao conceito de regressão, seguiu-se a análise de dados de confiabilidade. Trabalhando com dados completos, foram testados todos os modelos de distribuição conceituados nesse trabalho a fim de encontrar o que melhor se ajustaria ao modelo de confiabilidade. O melhor modelo foi assim aplicado no experimento. Definidos os protótipos (que são as aeronaves de papel) com suas diversas características, estes foram submetidos aos testes de falha. Concluiu-se que a combinação de fatores que maximizariam o Tempo até a falha do protótipo são: papel do tipo fino (75 g/m^2), sem uso do clipe na parte inferior do papercóptero, comprimento de asa $R_r = 4,5''$ e comprimento do corpo $T_1 = 3,0''$. Além disso foi estimada a confiabilidade do protótipo para uma sobrevivência de 1,5s e foi estimada a sobrevivência para a confiabilidade de 5% para todas as combinações de tipo de papel, uso ou não-uso de clipe, comprimento de asa e comprimento de corpo.

Palavras-chave: Confiabilidade, Tempo até a Falha, Regressão Múltipla, Estudo Didático.

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

NBR – Norma Brasileira

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas

MTTF – Mean Time to Failure (Tempo Médio até a Falha)

FRC – Função de Risco Crescente

FRD – Função de Risco Decrescente

FRE – Função de Risco Estacionária

AD – Anderson-Darling

TTF – Time to Failure (Tempo até a falha)

DMAIC – Define (Definir), Measure (Medir), Analyze (Analisar), Improve (Melhorar) and Control (Controlar)

NID - Normally and Independently Distributed (distribuído normalmente e independentemente)

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Estado da unidade em função do tempo.....	4
Figura 1 - Densidade de Probabilidade para uma distribuição exponencial.....	5
Figura 3 – Exemplo de determinação de confiabilidade numa distribuição exponencial para um $x = 2$	6
Figura 4 - Densidade de probabilidade para Weibull	7
Figura 5 - Densidade de Probabilidade para Distribuição Lognormal	8
Figura 6 - Densidade de Probabilidade para Menor Valor Extremo	9
Figura 7 - Densidade de Probabilidade para Loglogística	9
Figura 8 - Densidade de Probabilidade para Logística	10
Figura 9 - Taxonomia dos esquemas de censuras.....	16
Figura 10 - Diagrama de causa e efeito com tempo de falha em função dos fatores	17
Figura 12 - Diagrama de Causa e Efeito para o experimento didático	24
Figura 13 - Croqui para confecção dos papercópteros.....	25
Figura 14 – Protótipos confeccionados para o experimento	27
Figura 15 - Realização de testes de Tempo até a queda de um papercóptero	29
Figura 16 - Gráfico de probabilidade para resíduos padronizados - Modelo Loglogístico	32
Figura 17 - Efeitos principais dos parâmetros para TTF.....	33

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Distribuição do erro em função da distribuição de TTF.....	12
Tabela 2 - Parâmetros da aeronave	26
Tabela 3 - Registro de Tempos-até-falha de cada aeronave.....	30
Tabela 4 - Estatística de Anderson-Darlin (AD) em função de cada modelo de distribuição .	31
Tabela 5 - Modelo de Regressão	32
Tabela 6 – Análise estatística dos fatores do modelo de regressão	34
Tabela 7 - Tabela de Confiabilidade	35

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	1
1.1 OBJETIVOS	2
1.1.1 Objetivo Geral	2
1.1.2 Objetivos Específicos	2
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	3
2.1 CONFIABILIDADE DE SISTEMAS	3
2.2 DISTRIBUIÇÕES PARA MODELAR TEMPO ATÉ A FALHA	5
2.3.1 Distribuição Exponencial	5
2.3.2 Distribuição Weibull	6
2.3.3 Distribuição Lognormal	7
2.3.4 Distribuição de Menor Valor Extremo	8
2.3.5 Distribuição Loglogística	9
2.3.6 Distribuição Logística	10
2.3 ANÁLISE DE REGRESSÃO COM DADOS DE CONFIABILIDADE DE PROCESSOS	10
3. METODOLOGIA DE PESQUISA	13
3.1 DECLARAÇÃO DO PROBLEMA DE CONFIABILIDADE	13
3.2 DEFINIÇÃO DA VARIÁVEL DE TEMPO ATÉ A FALHA OCORRER	14
3.3 DEFINIÇÃO DAS VARIÁVEIS DE CONTROLE E SEUS NÍVEIS	16
3.4 ESCOLHA DO ARRANJO EXPERIMENTAL	18
3.5 REALIZAÇÃO DOS EXPERIMENTOS	19
3.6 ANÁLISE ESTATÍSTICA DOS DADOS	19
3.7 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	21
4. ANÁLISE DE RESULTADOS	22
4.1 DECLARAÇÃO DO PROBLEMA DE CONFIABILIDADE	22
4.2 DEFINIÇÃO DA VARIÁVEL DE TEMPO ATÉ A FALHA OCORRER	23

4.3 DEFINIÇÃO DAS VARIÁVEIS DE CONTROLE E SEUS NÍVEIS	23
4.4 ESCOLHA DO ARRANJO EXPERIMENTAL	25
4.5 REALIZAÇÃO DOS EXPERIMENTOS.....	28
4.6 ANÁLISE ESTATÍSTICA DOS DADOS	31
4.7 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	35
5. CONCLUSÕES.....	36
REFERÊNCIAS.....	38

1. INTRODUÇÃO

A globalização da economia gerou um ambiente de crescimento de demanda por produtos e sistemas de melhor desempenho a custos competitivos. Isso fez surgir uma necessidade de redução de falhas em produtos, resultando numa ênfase crescente na confiabilidade (FOGLIATTO; RIBEIRO, 2009).

Na década de 70, o estudo de confiabilidade esteve centrado na análise dos riscos associados à construção e operação de usinas nucleares (KNIGHT, 1991). A partir desse estudo, algumas áreas de aplicação, associadas à engenharia de produção foram elencadas por Rausand & Høyland (2003): Análises de risco e segurança, Qualidade, Otimização da manutenção, Proteção ambiental e Projeto de produtos. Esta última área de aplicação é a utilizada para estudo didático, atentando para o fato de que as indústrias vêm integrando programas de confiabilidade ao processo de desenvolvimento de produtos, seja através de técnicas quantitativas ou através de estudos qualitativos de confiabilidade. Exemplos incluem a indústria automobilística e de aviação.

Montgomery, Peck, e Vining (2012) observaram que análise de regressão tem diversas aplicações na engenharia, física, química, economia, administração, biologia e ciências sociais, sendo assim, a técnica estatística mais utilizada. A análise de regressão pode utilizar três métodos básicos para coleta de dados: Um estudo retrospectivo baseado em dados históricos, um estudo observacional ou um experimento planejado.

Projetos de experimentos com o intuito de obter qualidade são diversos. Contudo, conforme relata Rigdon *et al.* (2012), aplicações de modelagem em experimentos de confiabilidade são menos comuns. A explicação para isso é que a distribuição normal, muito utilizada na maioria dos projetos experimentais não é uma distribuição razoável para tempos até a falha (TTF). Logo, há necessidade de mais exemplos para aplicação de estudos de modelagem de confiabilidade de produtos.

Para uma maior aplicabilidade em casos reais, pode-se fazer uso dos estudos didáticos que comprovam melhorias em seus experimentos. Na literatura há exemplos de casos didáticos para aplicação de métodos e técnicas estatísticas. Rasis, Gitlow e Popovich (2002) aplicaram o modelo DMAIC num estudo didático para indivíduos interessados em aprender a estrutura de um projeto Seis Sigma, chamado Green Belt. Semelhante a este estudo, Johnson *et al.* (2006) aplica o DMAIC “Seis Sigma” no famoso experimento do “helicóptero de papel”, apresentando um estudo de caso para a estruturação de um projeto Black Belt “Seis Sigma”. Uma outra

aplicação do “Seis Sigma” pode ser visto em outro artigo do Johnson *et al.* (2006), que apresenta uma solução para uma crescente demanda por moradia no campus da Universidade de Miami, tendo em vista a política da Universidade de que todo novato tem o direito a uma moradia no campus.

Este trabalho vem para oferecer aos especialistas um leque de opções quanto aos modelos de distribuição, visto que o foco apenas na distribuição normal nem sempre oferece os melhores resultados.

A estrutura deste trabalho é a seguinte: O primeiro capítulo introduziu casos envolvendo confiabilidade e a aplicação da análise de regressão em diversas áreas da ciência. Declarou-se também o problema de pesquisa e o seu objetivo. O segundo capítulo trouxe a conceituação de confiabilidade e as medidas mais utilizadas. Apresentou-se também as distribuições para modelar tempo até a falha, bem como a análise de regressão. No capítulo seguinte, mostrou-se as etapas do experimento, descrevendo o problema de confiabilidade, variável de tempo até a ocorrência de falha, parâmetros variáveis e seus níveis, a escolha do arranjo experimental, realização dos experimentos, análise estatística, conclusão e recomendações de melhoria do experimento. O quarto capítulo apresentou os resultados decorrentes do experimento. O capítulo cinco tratou das considerações finais e observações, enfatizando a utilidade deste trabalho para um mercado extremamente competitivo e que exige, acima de produtividade, qualidade para o cliente.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo Geral

Assim como nos trabalhos mencionados acima, esta pesquisa pretende apresentar um estudo didático para treinamento de engenheiros e analistas no desenvolvimento de modelos para otimização da confiabilidade de produtos.

1.1.2 Objetivos Específicos

De maneira geral, os objetivos específicos desse trabalho é obter o melhor modelo de distribuição com base na análise estatística Anderson-Darlin, bem como apresentar um modelo

de regressão que servirá de parâmetro para identificação do protótipo com melhores desempenhos de tempo até a falha.

Tomando como referência o modelo padrão, 15 protótipos foram desenvolvidos com características diferentes entre si, tendo assim 16 protótipos a serem testados. Foi feita uma análise estatística com os dados para que seja gerado o modelo de regressão. Este serviu de parâmetro aos engenheiros para obtenção de uma maior confiabilidade.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nesta seção, será explorado o embasamento teórico para a pesquisa, focando no estudo da confiabilidade e da regressão, apresentando ao pesquisador os modelos de distribuição que podem ser adotados.

2.1 CONFIABILIDADE DE SISTEMAS

A **confiabilidade** está associada a uma operação bem sucedida de um produto ou sistema, na ausência de quebras ou falhas. Fogliatto e Ribeiro (2009) definem confiabilidade como a probabilidade de desempenhar adequadamente o seu propósito especificado, por um determinado período de tempo e sob condições ambientais pré-determinadas. A NBR 5462 define confiabilidade como a capacidade de um item de desempenhar uma função requerida sob condições especificadas, durante um dado intervalo de tempo (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1994).

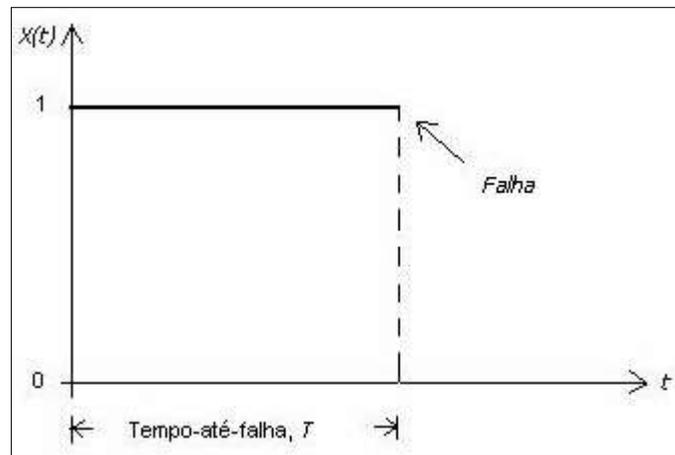
Os conceitos de confiabilidade e qualidade são frequentemente confundidos entre si. A diferença entre os dois conceitos existe porque a confiabilidade incorpora a passagem do tempo em sua definição (FOGLIATTO, RIBEIRO, 2009).

As medidas de confiabilidade mais importantes e de grande utilidade prática são **a função de confiabilidade $R(t)$ e o tempo médio até falha MTTF** (*mean time to failure*) (FOGLIATTO, RIBEIRO, 2009).

O **tempo-até-falha** de uma unidade é o tempo decorrido do momento em que a unidade é colocada em operação até a sua primeira falha (FOGLIATTO, RIBEIRO, 2009). O estado da unidade de tempo t pode ser descrito por uma variável de estado $X(t)$, definida por:

$$X(t) = \begin{cases} 1, & \text{se a unidade estiver funcionando em } t \\ 0, & \text{se a unidade estiver em um estado de falha em } t \end{cases} \quad (2.1)$$

Figura 2 - Estado da unidade em função do tempo



Fonte: Fogliatto, Ribeiro (2009)

A Variável tempo é considerado um valor contínuo de tempo-até-falha, mas existem também valores discretos, como por exemplo, o número de ciclos até a falha.

Para uma variável T distribuída continuamente, a densidade de probabilidade dada por $f(t)$ é dada por (FOGLIATTO, RIBEIRO, 2009):

$$f(t) = F'(t) = \frac{d}{dt}F(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(t < T \leq t + \Delta t)}{\Delta t} \quad (2.2)$$

onde $F(t)$ é a probabilidade de falha da unidade no intervalo de tempo $(0, t]$.

Para valores pequenos de Δt , a seguinte aproximação pode ser usada:

$$P(t < T \leq t + \Delta t) \approx f(t) \cdot \Delta t. \quad (2.3)$$

Considerando n_o um número total de unidades submetidas a um teste. Após um certo período Δt , $n_f(t)$ unidades falharam e $n_s(t)$ unidades sobreviveram. Temos assim $n_o = n_f(t) + n_s(t)$. Logo, a **confiabilidade $R(t)$** da unidade é definida da seguinte forma (FOGLIATTO, RIBEIRO, 2009):

$$R(t) = \frac{n_s(t)}{n_s(t) + n_f(t)} = \frac{n_s(t)}{n_o} \quad (2.4)$$

A função de distribuição de T , $F(t)$, é o complemento de $R(t)$, ou seja:

$$R(t) = 1 - F(t) = 1 - \int_0^t f(u) du = \int_t^{+\infty} f(u) du \quad (2.5)$$

O tempo médio até a falha de uma unidade, designado por **MTTF (mean time to failure)**, nada mais é do que o valor esperado da variável T e é definido como (FOGLIATTO, RIBEIRO, 2009):

$$\text{MTTF} = E(T) = -\int_0^{+\infty} tf(t)dt, \quad (2.6)$$

onde $f(t)$, chamada de função densidade de probabilidade, é dada por:

$$f(t) = h(t)e^{-\int_0^t h(u)du}, \quad t \geq 0.$$

A expressão alternativa para a MTTF, obtida por uma integração por partes, é dada por:

$$\text{MTTF} = -\int_0^{\infty} R(t)dt, \quad (2.7)$$

sendo essa expressão mais simples, se comparada à expressão na eq. (2.6).

2.2 DISTRIBUIÇÕES PARA MODELAR TEMPO ATÉ A FALHA

Alguns modelos paramétricos de distribuição são utilizados para ajuste a dados de confiabilidade bem como descrever tempos-até-falha de componentes e sistemas. Seis distribuições normalmente são utilizadas para este tipo de análise: **Exponencial, Weibull, Lognormal, Menor Valor Extremo, Loglogística e Logística**. A distribuição normal não é mencionada pelos autores aqui citados, nem recomendada, conforme relata Rigdon et al. (2012). Contudo, a distribuição normal será mencionada na estatística Anderson-Darling (AD*) (Tabela 3), para fins comparativos.

2.3.1 Distribuição Exponencial

A distribuição exponencial é a única distribuição contínua com função de risco constante, importantíssimo nos estudos de confiabilidade. Fogliatto e Ribeiro (2009) afirmam que a simplicidade matemática das expressões derivadas da exponencial difundiram seu uso, muita das vezes, inadequado.

A **função de densidade, a confiabilidade e o tempo médio até a falha** para a distribuição exponencial são dados abaixo:

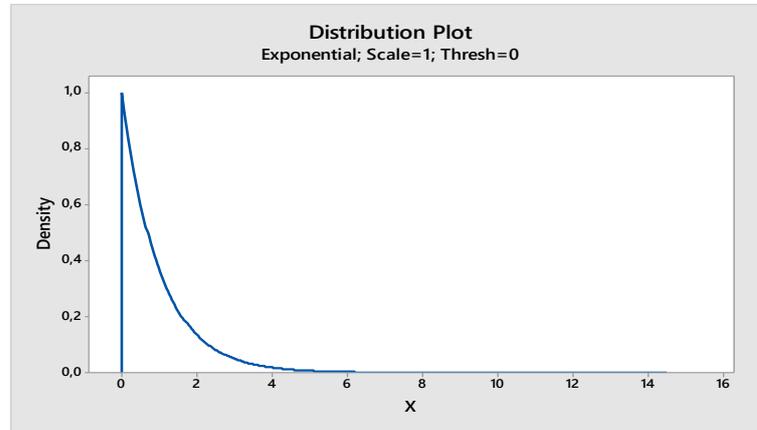
$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad (2.8)$$

$$R(t) = e^{-\lambda t} \quad (2.9)$$

$$\text{MTTF} = E[T] = 1/\lambda \quad (2.10)$$

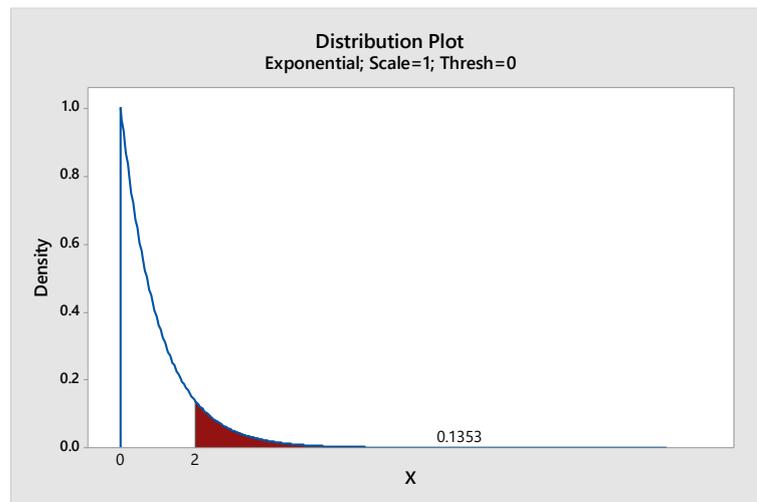
O gráfico para $f(t)$ numa distribuição exponencial apresenta o perfil apresentado nas figuras 2 e 3. Na figura 3, pode-se observar como obter a confiabilidade para um $x = 2$.

Figura 3 - Densidade de Probabilidade para uma distribuição exponencial



Fonte: Autor (2018)

Figura 4 – Exemplo de determinação de confiabilidade numa distribuição exponencial para um $x = 2$



Fonte: Autor (2018)

2.3.2 Distribuição Weibull

Para Fogliatto e Ribeiro (2009), a distribuição Weibull é apropriada na modelagem de tempos até falha apresentando funções de risco constante, estritamente crescente e estritamente decrescente. Sendo de grande importância para a modelagem de confiabilidade devido à sua

flexibilidade e capacidade de representação de amostras de tempos até falha com comportamentos distintos.

Para $t \geq 0$, $\gamma > 0$ e $\Theta > 0$, são fornecidas as seguintes equações para Weibull:

$$f(t) = \frac{\gamma}{\Theta} t^{\gamma-1} e^{-t^\gamma/\Theta} \quad (2.11)$$

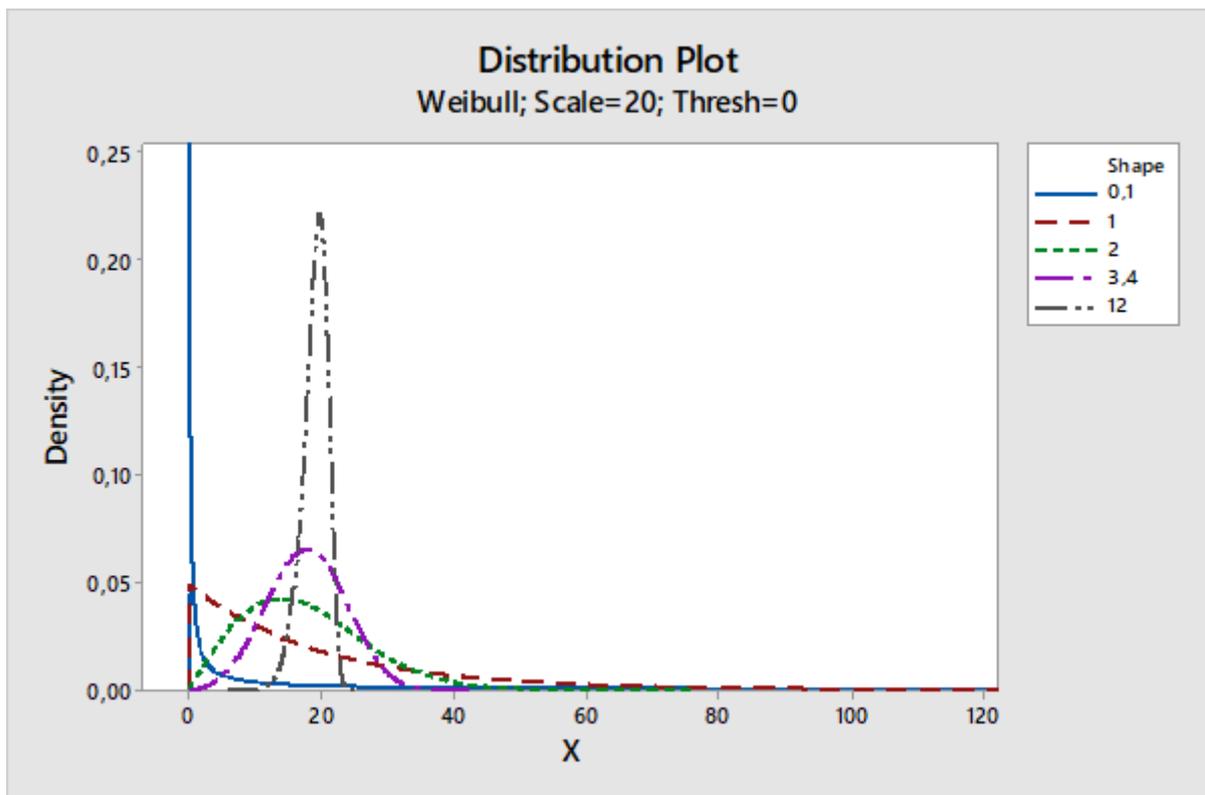
$$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{\Theta}\right)^\gamma} \quad (2.12)$$

$$\text{MTTF} = \Theta \Gamma(1 + 1/\gamma) \quad (2.13)$$

Onde temos γ como parâmetro de forma (shape) e Θ como parâmetro de escala (scale).

O perfil das curvas de densidade e taxas de falha para o modelo Weibull dependerá do valor de γ . Observe a figura 4 e a mudança de comportamento das curvas quando se altera o valor do shape no gráfico de densidade de probabilidade:

Figura 5 - Densidade de probabilidade para Weibull



Fonte: Autor (2018)

2.3.3 Distribuição Lognormal

A lognormal é uma distribuição limitada a esquerda, muito utilizada na modelagem de tempos até reparos em unidades reparáveis.

As medidas de confiabilidade de interesse para a distribuição lognormal são ($t \geq 0$):

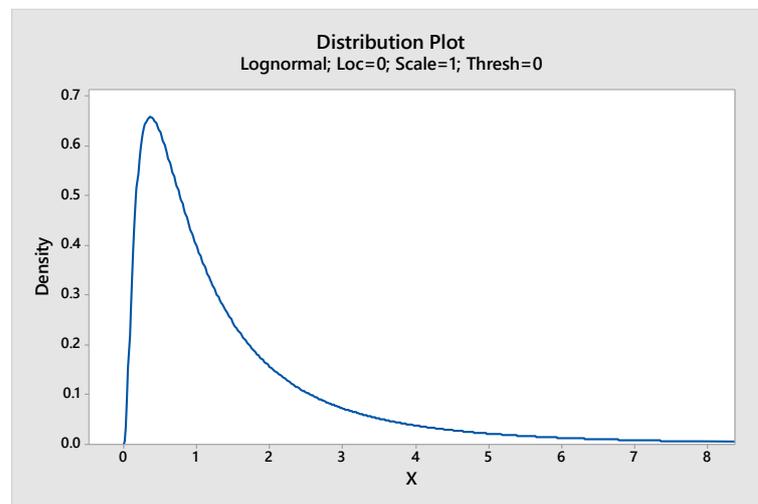
$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma t}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \left[\frac{\ln t - \mu}{\sigma}\right]^2\right\} \quad (2.14)$$

$$R(t) = \Phi\left(\frac{\mu - \ln t}{\sigma}\right) \quad (2.15)$$

$$\text{MTTF} = e^{(\mu + \sigma^2)/2}, \quad (2.16)$$

onde $\Phi(x)$ é o valor da função de distribuição da distribuição padronizada avaliada em x (FOGLIATTO, RIBEIRO, 2009). A seguir, temos na figura 5 uma representação da densidade de probabilidade para distribuição lognormal.

Figura 6 - Densidade de Probabilidade para Distribuição Lognormal



Fonte: Autor (2018)

2.3.4 Distribuição de Menor Valor Extremo

A distribuição de valor extremo, também chamada de distribuição de Gumbel, possui uma íntima relação com a distribuição Weibull, de forma que se em T temos uma distribuição Weibull, teremos em $Y = \log(T)$ uma distribuição de valor extremo (LAWLESS, 2003).

Uma variável Y tem distribuição Gumbel se tiver função densidade de probabilidade dada por:

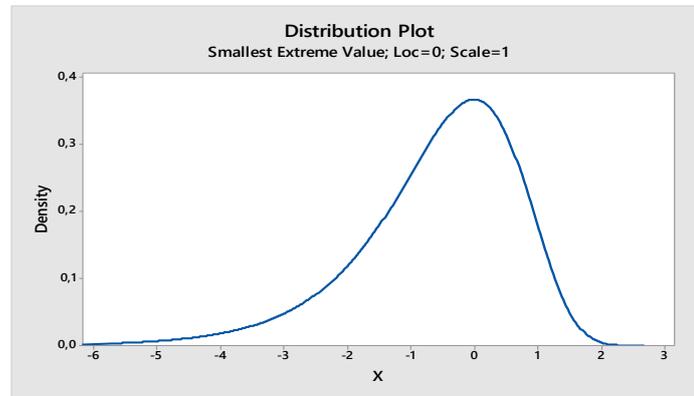
$$f(t) = \frac{1}{\sigma} \exp\left[\frac{t-\mu}{\sigma} - \exp\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)\right] \quad t \in (-\infty, \infty), \quad (2.17)$$

Em que $\sigma = 1/\delta$ e $\mu = \log(\alpha)$. O comportamento da densidade de probabilidade pode ser visto na figura 6.

A confiabilidade será dada por:

$$R(t) = \exp \left\{ -\exp \left\{ -\frac{t-\mu}{\sigma} \right\} \right\} \quad t \in (-\infty, \infty) \quad (2.18)$$

Figura 7 - Densidade de Probabilidade para Menor Valor Extremo



Fonte: Autor (2018)

2.3.5 Distribuição Loglogística

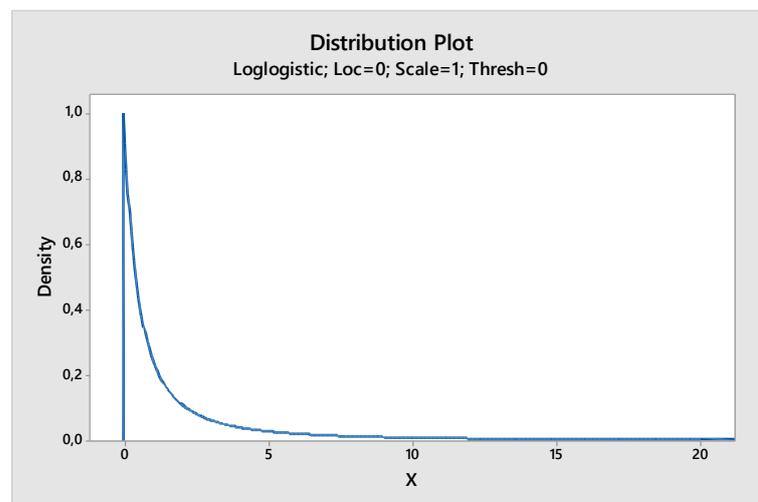
A distribuição loglogística tem como função de densidade e confiabilidade, respectivamente (LAWLESS, 2003):

$$f(t) = \frac{\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1}}{\left[1+\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta\right]^2}, \quad t > 0, \quad (2.19)$$

$$R(t) = \left[1 + \left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta\right]^{-1}, \quad (2.20)$$

A figura 7 apresenta a curva característica da densidade de probabilidade para esta distribuição.

Figura 8 - Densidade de Probabilidade para Loglogística



Fonte: Autor (2018)

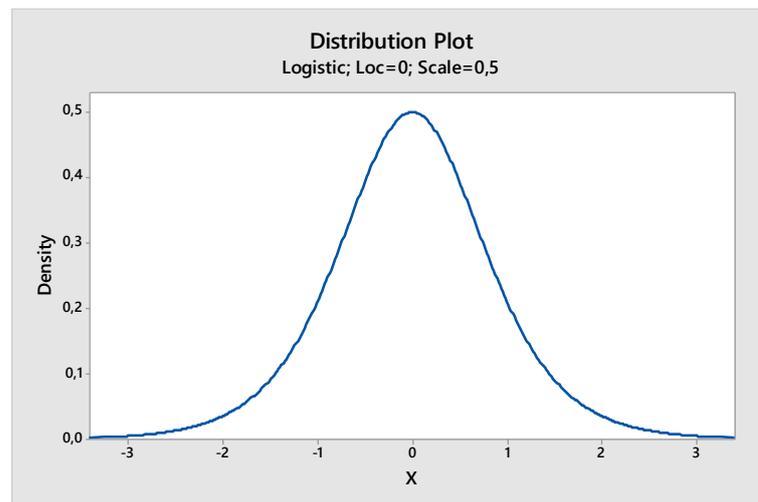
2.3.6 Distribuição Logística

A função loglogística recebe esse nome pela relação direta que a mesma tem com a função logística. Se temos T para distribuição loglogística, teremos para logística um Y tal que $Y = \log T$. Assim, a função logística terá a seguinte função de densidade (LAWLESS, 2003):

$$f(y) = \frac{b^{-1} \exp[(y-u)/b]}{\{1 + \exp[\frac{y-u}{b}]\}^2} \quad -\infty < y < \infty, \quad (2.21)$$

onde $u = \log \alpha$ e $b = \beta^{-1}$, de modo que $-\infty < u < \infty$ e $b > 0$. A curva característica da densidade de probabilidade possui o perfil apresentado na figura 8.

Figura 9 - Densidade de Probabilidade para Logística



Fonte: Autor (2018)

2.3 ANÁLISE DE REGRESSÃO COM DADOS DE CONFIABILIDADE DE PROCESSOS

Montgomery, Peck e Vining (2012) definem análise de regressão como uma técnica estatística usada para investigar e modelar a relação entre variáveis.

Um modelo plausível de regressão linear pode ser apresentado desta forma:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon, \quad (2.22)$$

onde y é o comportamento de uma variável dependente da variável x (regressora) que é independente, β_0 é o valor de y quando x e o ε são zero, β_1 é o coeficiente associado ao x e ε é o termo de erro aleatório, que depende da distribuição adotada. A equação (2.22) por possuir apenas um regressor, denominamos Modelo de Regressão Linear Simples.

O estudo apresentado neste trabalho, abordará uma regressão com mais de um regressor, logo, o modelo apresentado anteriormente não é o mais indicado. Para isto, precisa-se de um modelo que denominamos Modelo de Regressão Múltipla (MONTGOMERY, PECK e VINING, 2012). Em um modelo com k regressores (x_1, x_2, \dots, x_k), teremos a seguinte equação para regressão múltipla:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + \varepsilon. \quad (2.23)$$

Considere os dados (y_i, x_i) , $i = 1, 2, \dots, n$. Assumindo que os erros do modelo de regressão são distribuídos normalmente e independentemente com média 0 e variância σ^2 , ou abreviando, NID $(0, \sigma^2)$, então as observações y_i nesta amostra são variáveis aleatórias normalmente e independentemente distribuídas com média $\beta_0 + \beta_1 x_i$ e variância σ^2 . A função de verossimilhança é encontrada a partir da distribuição conjunta das observações. Se considerarmos esta distribuição conjunta com as observações dadas e os parâmetros β_0, β_1 e σ^2 constantes desconhecidas, temos a função de verossimilhança. Para o modelo de regressão linear simples com erros normais, a função de verossimilhança é:

$$\begin{aligned} L(y_i, x_i, \beta_0, \beta_1, \sigma^2) &= \prod_{i=1}^n (2\pi\sigma^2)^{-1/2} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2} (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2\right] \\ &= (2\pi\sigma^2)^{-n/2} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2\right] \end{aligned} \quad (2.24)$$

Os estimadores de máxima verossimilhança são os valores dos parâmetros, digamos, $\bar{\beta}_0, \bar{\beta}_1$ e $\bar{\sigma}^2$, que maximizam L , ou equivalentemente, $\ln L$. Assim,

$$\begin{aligned} \ln L(y_i, x_i, \beta_0, \beta_1, \sigma^2) &= -\left(\frac{n}{2}\right) \ln 2\pi - \left(\frac{n}{2}\right) \ln \sigma^2 \\ &= -\left(\frac{1}{2\sigma^2}\right) \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2 \end{aligned} \quad (2.25)$$

$\bar{\beta}_0, \bar{\beta}_1$ e $\bar{\sigma}^2$ devem satisfazer:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L}{\partial \beta_0} \Big|_{\bar{\beta}_0, \bar{\beta}_1, \bar{\sigma}^2} &= \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{\beta}_0 - \bar{\beta}_1 x_i) = 0 \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \beta_1} \Big|_{\bar{\beta}_0, \bar{\beta}_1, \bar{\sigma}^2} &= \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{\beta}_0 - \bar{\beta}_1 x_i) x_i = 0 \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \sigma^2} \Big|_{\bar{\beta}_0, \bar{\beta}_1, \bar{\sigma}^2} &= \frac{n}{2\bar{\sigma}^2} + \frac{1}{\bar{\sigma}^4} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{\beta}_0 - \bar{\beta}_1 x_i)^2 = 0 \end{aligned} \quad (2.26)$$

A solução da equação (2.26) fornecerão os estimadores de máxima verossimilhança:

$$\begin{aligned} \bar{\beta}_0 &= \bar{y} - \bar{\beta}_1 \bar{x} \\ \bar{\beta}_1 &= \frac{\sum_{i=1}^n y_i (x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \\ \bar{\sigma}^2 &= \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{\beta}_0 - \bar{\beta}_1 x_i)^2}{n} \end{aligned} \quad (2.27)$$

Em geral, os estimadores de máxima verossimilhança têm melhores propriedades estatísticas que os estimadores de mínimos quadrados. Os estimadores de máxima verossimilhança são imparciais e têm variância mínima quando comparados a todos os outros estimadores. São também estimadores consistentes, ou seja, eles diferem do valor verdadeiro do parâmetro por uma quantidade muito pequena quando n se torna grande (MONTGOMERY, PECK e VINING, 2012).

Entretanto, a estimação por máxima verossimilhança requer pressupostos estatísticos mais rigorosos do que os estimadores de mínimos quadrados. Enquanto que nos estimadores de mínimos quadrados se requer apenas suposições de segundo momento (valor esperado, variâncias e as covariâncias entre os erros aleatórios), nos estimadores de máxima verossimilhança requerem uma suposição distributiva completa, neste caso os erros aleatórios seguem uma distribuição normal com os mesmos segundos momentos que os requeridos para as estimativas de mínimos quadrados (MONTGOMERY, PECK e VINING, 2012).

O modelo de regressão múltipla em estudos de confiabilidade segue a forma geral:

$$Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i x_i + \delta \varepsilon, \quad (2.28)$$

onde:

$Y = \ln(\text{TTF})$ para modelos Weibull, exponencial, lognormal ou loglogístico ou

$Y = \text{TTF}$ para modelos normal, valor extremo ou logístico

β_0 : valor de Y quando x_i e o percentil do termo de erro são zero

β_i : coeficiente associado a x_i

x_i : fator (variável categórica) ou variável covariada (contínua)

δ : é o parâmetro de scale. Para Weibull: scale = 1/shape

ε : é o termo de erro aleatório. Distribuição do erro depende da distribuição de TTF.

Na tabela 1, podemos observar o resultado da distribuição do erro em função da distribuição de TTF.

Tabela 1 - Distribuição do erro em função da distribuição de TTF

Distribuição de TTF	Distribuição de erro
Weibull, exponencial ou valor extremo	Valor extremo, Location = 0 e Scale = 1
Normal ou lognormal	Normal, Location = 0 e Scale = 1
Logística ou loglogística	Logística, Location = 0 e Scale = 1

Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

3. METODOLOGIA DE PESQUISA

A pesquisa foi realizada em sete etapas. Para descrição dos sete passos da metodologia de pesquisa, usou-se como referencial teórico o Fogliatto e Ribeiro (2009) para a seção 3.2 e o Montgomery (2013) para as demais.

3.1 DECLARAÇÃO DO PROBLEMA DE CONFIABILIDADE

Desenvolve-se ideias sobre os objetivos do experimento, solicitando informações de todas as partes envolvidas (engenharia de qualidade, manufatura, marketing, gerenciamento, cliente e pessoal operacional, etc.) que possuem discernimento do projeto. Tendo em mente os objetivos gerais do experimento, prepara-se uma lista de problemas específicos ou questões a serem abordadas no experimento, que ajudarão não somente na declaração do problema, mas numa melhor compreensão do fenômeno e da solução final do problema.

Cada tipo de experimento gera sua própria lista de perguntas específicas que precisam ser abordadas. Algumas razões para executar experimentos incluem a triagem ou caracterização de fatores, que busca saber quais fatores têm mais influência sobre a(s) resposta(s) de interesse. Experimentos de **triagem** são extremamente importantes quando se trabalha com novos sistemas ou tecnologias, a fim de não desperdiçar recursos valiosos.

Quando o sistema foi caracterizado e é certo de que os fatores importantes foram identificados, o próximo objetivo é a **otimização**, onde encontra-se as configurações ou níveis de fatores importantes que resultam em valores da resposta. Normalmente, a otimização é um acompanhamento de um experimento de rastreamento. Não é nada comum um acompanhamento de triagem produzir as configurações ótimas de fatores importantes.

Já no experimento de **confirmação**, o experimentador geralmente está tentando verificar se o sistema opera ou se comporta de maneira consistente com alguma teoria ou experiência passada. Usa-se muito em casos em que se precisa verificar se um material novo específico é equivalente ao atualmente em uso ou desejável (menos caro, mais fácil de se trabalhar, etc.).

Quando deseja-se determinar o que acontece quando exploramos novos materiais, novos fatores ou novo intervalo de fatores, usa-se experimento de **descoberta**. Este tipo de experimento é muito usado na indústria farmacêutica.

Experimentos de **robustez** abordam questões como: Em que condições as variáveis de interesse se degradam seriamente? Ou que condições levariam a uma variabilidade inaceitável nas variáveis de resposta? Uma variação disso é como definir os fatores no sistema que se pode

controlar para minimizar a variabilidade transmitida na resposta que não se pode controlar muito bem.

Um experimento abrangente requer que os pesquisadores conheçam as respostas a muitas perguntas e, se estiverem errados, os resultados serão decepcionantes, levando a uma perda de tempo, materiais e outros materiais que não responderão às perguntas da pesquisa original de forma satisfatória. Assim, recomenda-se a abordagem **sequencial**, empregando uma série de experimentos menores, cada um com um objetivo específico, como a triagem de fatores, é uma estratégia melhor.

3.2 DEFINIÇÃO DA VARIÁVEL DE TEMPO ATÉ A FALHA OCORRER

Em testes de vida com n unidades idênticas e numeradas do componente, que permitem analisar a falha de todas as n unidades, o conjunto de dados de tempo-até-falha obtido é dito **completo**.

Contudo, em confiabilidade, alguns testes de vida são feitos com dados incompletos, onde são levados em consideração: critérios de ordem prática ou econômica que não permitem rodar o teste até que todas as unidades falhassem; algumas unidades que se perderam, por um motivo ou outro, durante o teste; ou a não possibilidade de registro do exato momento em que ocorre a falha nas unidades, mas somente um intervalo de tempo que contém esse momento. A esses dados não computados de tempos-até-falha denominamos de **dados censurados**. Dependendo das circunstâncias, a censura pode ou não ser planejada.

Fogliatto e Ribeiro(2009) definem dados censurados como aqueles para os quais se conhece um limite no tempo-até-falha, mas não o seu valor exato. O tipo de censura mais frequente em testes de tempo-até-falha é a chamada censura à direita, que consiste em obter falhas dentro de um limite de tempo inferior, desconsiderando os tempos-até-falha após este tempo.

Os três tipos de censura à direita mais frequentes nos ensaios de confiabilidade são: **censura tipo I, censura tipo II e censura aleatória**. Define-se n como o número total de unidades colocadas em teste e r , o número de falhas observadas.

A **censura tipo I** interrompe seu teste em um tempo t_o pré-determinado, encerrando assim o experimento. Somente os tempos-até-falha das unidades que falharam antes de t_o são conhecidos com exatidão. Obtém-se assim um conjunto de dados contendo r ($\leq n$) tempos-até-falha observados e $(n - r)$ tempos-até-falha censurados em t_o . Nesse tipo de censura, corre-se o

risco de que poucas ou nenhuma unidade falhem até o tempo t_o , sendo esta a desvantagem deste tipo de censura.

Na **censura tipo II**, o teste de vida é interrompido após a ocorrência da r -ésima falha pré-definida. Sendo este r um valor pré-definido que garanta uma modelagem estatística satisfatória dos resultados do teste. O tempo $T_{(r)}$ de término de teste é aleatório; conseqüentemente, é impossível prever a sua duração total, sendo esta a desvantagem deste tipo de censura.

Na **censura aleatória**, as n unidades de teste são ativadas em momentos distintos no tempo e o teste é interrompido no tempo t_o . Alternativamente, todas as unidades são ativadas em $t = 0$, mas tem suas operação interrompida em momentos distintos no tempo. Em ambos os casos, os tempos da censura das unidades são aleatórios, podendo ser diferentes entre si ($R_i, i = 1, \dots, n$). Este tipo de censura ocorre, por exemplo, ao observar-se a utilização da garantia em produtos manufaturados em diferentes momentos ao longo do período de observação, ao interromper-se a observação ao término deste período, os tempos de censura dos produtos que não apresentaram falhas serão diferentes entre si, dependendo de sua data de fabricação.

Dados censurados à esquerda ocorrem menos frequentemente do que dados censurados à direita. Característico em estudos sociais, em que o tempo até falha não representa necessariamente uma falha, mas a ocorrência de algum evento de interesse do analista. Ocorrências de eventos anteriores ao início do registro de tempo são desconsiderados. **A censura por intervalos** consiste em obter os dados de tempo-até-falha agrupados em intervalos, usada quando não se é possível determinar o momento da falha com precisão, já que o esquema de coleta dos dados não o permite. Somente será possível afirmar que ela ocorreu no intervalo entre duas posições.

Figura 10 - Taxonomia dos esquemas de censuras



Fonte: Adaptado de Fogliatto, Ribeiro (2009)

3.3 DEFINIÇÃO DAS VARIÁVEIS DE CONTROLE E SEUS NÍVEIS

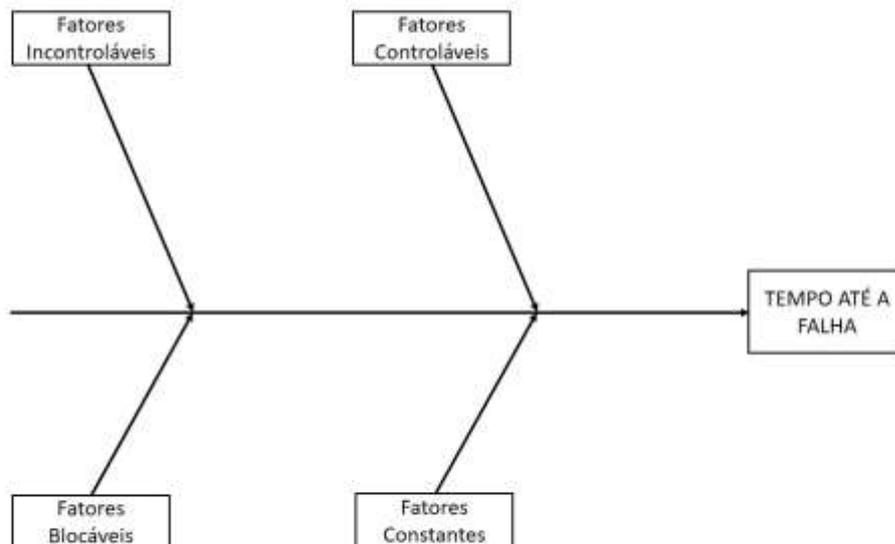
Considerando os fatores que podem influenciar o desempenho de um processo ou sistema, o experimentador geralmente descobre que esses fatores podem ser classificados como potenciais fatores de projeto ou fatores blocáveis. No caso dos fatores de projeto, o experimentador pode querer variar no experimento. Esses fatores de projeto podem se classificar da seguinte maneira: fatores de projeto (os que realmente são selecionados para o projeto), fatores constantes (podem exercer algum efeito sobre a resposta, mas são mantidos em um nível específico, não sendo de interesse do experimentador) e fatores permitidos a variar (um exemplo seria as unidades experimentais aos quais os fatores de design não são homogêneos, ignorando assim a variabilidade de unidade para unidade e dependendo da aleatorização para balancear qualquer material).

Fatores blocáveis, por sua vez, podem ter grandes efeitos que devem ser levados em conta, mas podemos não estar interessados neles no contexto do presente experimento. Classificam-se em fatores controláveis (os níveis podem ser medidos pelo experimentador), incontroláveis (quando pode ser medido, e por meio de uma análise de variância que compense os seus efeitos) ou de ruído (quando um fator varia naturalmente e incontrolavelmente no processo, mas pode ser controlado para fins de experimento, desde que se encontre as

configurações dos fatores de projeto controláveis que minimizam a variabilidade transmitida dos fatores de ruído).

Selecionado os fatores de design, o experimentador deve escolher as faixas nas quais esses fatores serão variados e os níveis específicos nos quais as execuções serão feitas. Deve-se pensar como esses fatores devem ser controlados nos valores desejados e como eles devem ser medidos. Para isto, o conhecimento do processo é necessário. Este conhecimento é uma combinação de experiência prática e compreensão teórica. Assim, investiga-se todos os fatores que podem ser importantes e não ser excessivamente influenciados por experiências passadas, principalmente quando se está nos estágios iniciais de experimentação ou quando o processo não está amadurecido. Assim, os fatores são distribuídos conforme a seleção feita pelo experimentador e elencados em seu grupo de fatores. A figura 10 mostra um diagrama muito comum utilizado para a seleção de fatores.

Figura 11 - Diagrama de causa e efeito com tempo de falha em função dos fatores



Fonte: Elaborado pelo autor (2018)

Este diagrama é chamado de causa e efeito, também conhecido como diagrama de espinha de peixe, pois a variável resposta é desenhado ao longo da espinha do diagrama e as causas potenciais ou fatores de design são organizado em uma série de nervuras.

Quando o experimento objetiva a triagem de fatores ou a caracterização do processo, é importante manter o número de níveis de fator baixo. A escolha da região de interesse também é importante. Na triagem de fatores, a região de interesse, ou seja, o intervalo no qual os fatores são variados deve ser amplo. Cada vez que aprende-se mais sobre quais variáveis são importantes e quais níveis produzem os melhores resultados, a região de interesse em experimentos subsequentes geralmente se tornará mais estreita.

Algumas causas individuais provavelmente levarão diretamente a um fator de design que será incluído no experimento, enquanto outras representam áreas potenciais que precisarão de mais estudos para transformá-las em fatores de design e outros ainda provavelmente levarão a fatores que serão mantidos constantes durante o experimento ou bloqueados.

Todos os pontos de vista e informações do processo nas etapas de 1 a 3 refere-se a isso como **planejamento pré-experimental**. É improvável que uma pessoa tenha todo o conhecimento necessário para fazer isso adequadamente em muitas situações. Portanto, é importante que seja feito fortemente um esforço de equipe no planejamento do experimento. A maior parte do seu sucesso dependerá de quão bem o planejamento pré-experimental é feito.

3.4 ESCOLHA DO ARRANJO EXPERIMENTAL

Caso as atividades de planejamento pré-experimental forem feitas corretamente, essa etapa é relativamente fácil. A escolha do design envolve a consideração do tamanho da amostra (número de repetições), a seleção de uma ordem de execução adequada para os ensaios experimentais e a determinação de se há ou não fatores blocáveis ou outras restrições de aleatorização.

Existem também vários pacotes de software estatísticos interativos que suportam esta fase do design experimental. O experimentador pode inserir informações sobre o número de fatores, níveis e intervalos, e esses programas apresentarão uma seleção de projetos para consideração ou recomendarão um design específico. A maioria dos pacotes de software também fornece algumas informações de diagnóstico sobre o desempenho de cada projeto. Isso

é útil na avaliação de diferentes alternativas de projeto para o experimento. Esses programas geralmente também fornecem uma planilha para uso na condução do experimento.

A seleção de design também envolve pensar e selecionar um modelo empírico experimental para descrever os resultados. O modelo é apenas uma relação quantitativa (equação) entre a resposta e os fatores importantes do projeto. Em muitos casos, um modelo polinomial de baixa ordem será apropriado.

Ao selecionar o design, é importante manter os objetivos experimentais em mente. Em muitos experimentos de engenharia, sabe-se desde o início que alguns dos níveis dos fatores resultarão em valores diferentes para a resposta. Consequentemente, há um interesse em identificar quais fatores causam essa diferença e estimar a magnitude da mudança de resposta. Em outras situações, pode-se estar mais interessado em verificar a uniformidade.

3.5 REALIZAÇÃO DOS EXPERIMENTOS

Ao executar o experimento, é importante monitorar cuidadosamente o processo para garantir que tudo esteja sendo feito de acordo com o planejado. Erros no procedimento experimental nesta fase geralmente destroem a validade experimental. Um dos erros mais comuns encontrados é quando se realiza a experiência e não se consegue definir as variáveis nos níveis adequados em algumas execuções. Alguém deve ser designado para verificar as configurações do fator antes de cada execução. O planejamento inicial para evitar erros como esse é crucial para o sucesso. É fácil subestimar os aspectos logísticos e de planejamento da execução de um experimento planejado em um ambiente complexo de manufatura ou pesquisa e desenvolvimento.

Antes de conduzir o experimento, algumas corridas de teste ou corridas piloto são geralmente úteis. Essas corridas fornecem informações sobre a consistência do material experimental, uma verificação do sistema de medição, uma ideia aproximada do erro experimental e uma chance de praticar a técnica experimental geral. Isso também oferece uma oportunidade para revisar as decisões tomadas nas etapas 1 a 4, se necessário.

3.6 ANÁLISE ESTATÍSTICA DOS DADOS

Os métodos estatísticos devem ser usados para analisar os dados de modo que os resultados e as conclusões sejam objetivos e não críticos. Se o experimento foi projetado corretamente e executado de acordo com o projeto, os métodos estatísticos exigidos não são

complexos. Existem muitos pacotes de software excelentes projetados para ajudar na análise de dados, e muitos dos programas usados para selecionar o design fornecem uma interface direta e direta para a análise estatística. Muitas vezes, descobre-se que os métodos gráficos simples desempenham um papel importante na análise e interpretação de dados. Como muitas das perguntas que o pesquisador deseja responder podem ser incluídas em uma estrutura de teste de hipóteses, o teste de hipóteses e os procedimentos de estimativa do intervalo de confiança são muito úteis na análise de dados de um experimento planejado. Geralmente também é muito útil apresentar os resultados de muitos experimentos em termos de um modelo empírico, isto é, uma equação derivada dos dados que expressam a relação entre a resposta e os fatores de design importantes. A análise residual e a verificação da adequação do modelo também são importantes técnicas de análise.

Lembre-se de que os métodos estatísticos não podem provar que um fator (ou fatores) tem um efeito particular. Eles fornecem apenas orientações quanto à confiabilidade e validade dos resultados. Quando aplicados corretamente, os métodos estatísticos não permitem que nada seja provado experimentalmente, mas nos permitem medir o provável erro em uma conclusão ou anexar um nível de confiança a uma afirmação. A principal vantagem dos métodos estatísticos é que eles adicionam objetividade ao processo de tomada de decisão. Técnicas estatísticas combinadas com bons conhecimentos de engenharia ou processo e bom senso geralmente levam a conclusões sólidas.

Em experimentos de confiabilidade, o modelo empírico pode ser estimado pelo método de Máxima Verossimilhança. Os passos para análise estatística deste método são:

Passo 1: Realizar os testes com os modelos de distribuição visando encontrar qual deles melhor se ajusta aos dados de confiabilidade, escolhendo a distribuição que possuir o menor valor estatístico de Anderson-Darling para resíduos padronizados, a fim de determinar qual a distribuição que melhor se ajusta ao modelo de confiabilidade. Os resíduos podem ser obtidos pela equação (3.1):

$$e_i = y' - y, \quad (3.1)$$

onde:

e_i = resíduo

y' = valor previsto do modelo;

y = valor experimental observado.

Passo 2: Indicar os coeficientes dos fatores estudados a partir da equação (2.27);

Passo 3: Verificar no modelo quais os fatores que mais influenciam na resposta do problema e a influência dos fatores para um percentil de 5% de falha acumulada;

Passo 4: Verificar qual conjunto de dados apresenta maior tempo de vida para o referido percentual de 5%.

3.7 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Uma vez que os dados foram analisados, o experimentador deve tirar conclusões práticas sobre os resultados e recomendar um curso de ação. Métodos gráficos são frequentemente úteis nesta fase, particularmente na apresentação dos resultados para outros. Execuções de acompanhamento e testes de confirmação também devem ser realizados para validar as conclusões do experimento.

Ao longo de todo este processo, é importante ter em mente que a experimentação é uma parte importante do processo de aprendizagem, onde tenta-se formular hipóteses sobre um sistema, realizar experimentos para investigar essas hipóteses e, com base nos resultados, formular novas hipóteses, e assim por diante. Isso sugere que a experimentação é iterativa. Geralmente, é um grande erro projetar um experimento único, amplo e abrangente no início de um estudo. Um experimento bem-sucedido requer conhecimento dos fatores importantes, as faixas nas quais esses fatores devem ser variados, o número apropriado de níveis a serem usados e as unidades apropriadas de medição para essas variáveis. À medida que um programa experimental avança, muitas vezes descarta-se algumas variáveis de entrada, adicionando outras, alterando-se a região de exploração de alguns fatores ou adicionando novas variáveis de resposta. Conseqüentemente, a experimentação é sequencial no geral, e via de regra, uma parcela pequena dos recursos disponíveis devem ser investidos no primeiro experimento. Isso garantirá que recursos suficientes estejam disponíveis para realizar execuções de confirmação e, em última análise, atingir o objetivo final do experimento.

Finalmente, é importante reconhecer que todos os experimentos são experimentos planejados. A questão importante é se eles são bem projetados ou não. Um bom planejamento pré-experimental geralmente levará a um bom e bem-sucedido experimento. A falha em fazer esse planejamento geralmente leva a desperdício de tempo, dinheiro e outros recursos e, muitas vezes, resultados ruins ou decepcionantes.

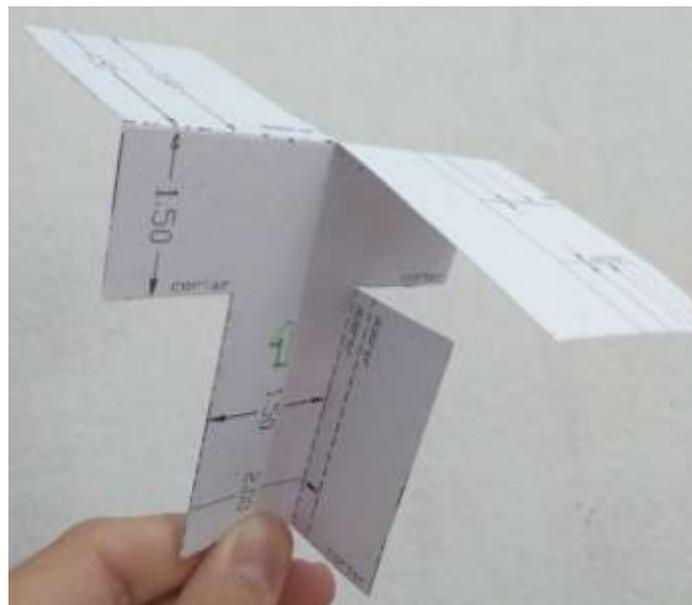
4. ANÁLISE DE RESULTADOS

A empresa fictícia *Transpaper* desenvolve aeronaves de papel e possui grande credibilidade no mercado. Contudo, os diversos relatos de problemas envolvendo os modelos produzidos pela empresa começaram a manchar sua reputação. Preocupado com isso, o presidente da empresa contatou os engenheiros de produção da *Transpaper* a fim de averiguar quais seriam as causas dos problemas e as devidas soluções.

4.1 DECLARAÇÃO DO PROBLEMA DE CONFIABILIDADE

A empresa produz o modelo denominado *Tp-1*. Para sua confecção, usa-se papel espesso (120 g/m²), com um comprimento de asa 3,0”, comprimento de corpo 3,0”, largura do corpo 4,75”, e não se coloca nele nenhum tipo de acessório (clipe, fita, etc.).

Figura 12 – Aeronave modelo *Tp-1* fabricada pela empresa *Transpaper*



Fonte: Autor (2018)

Os engenheiros observaram que mudanças podem ser feitas na aeronave produzida pela *Transpaper*. O que será observado por eles é se as mudanças influenciarão positivamente ou negativamente no desempenho final.

Em testes feitos com o modelo produzido pela empresa, chegou-se a registrar para um tempo de 1,5s uma confiabilidade de 84,67%. A maneira como se chegou a este valor será visto na seção 4.5 e 4.6, juntamente com os outros protótipos.

Ajusta-se assim os parâmetros dos protótipos com o objetivo de obter os melhores desempenhos possíveis para esta aeronave. No caso, maximizando o tempo em que a aeronave pode permanecer voando antes de atingir o solo. Este é o objetivo principal deste estudo. O resultado disso é apresentado num modelo de regressão para o tempo até a falha. Assim, através deste estudo, verá a necessidade ou não de modificar os parâmetros de construção da aeronave.

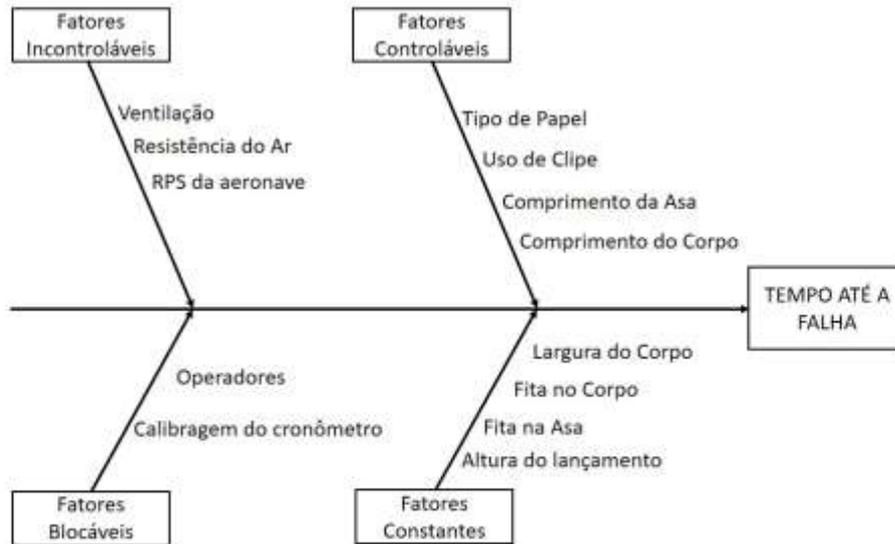
4.2 DEFINIÇÃO DA VARIÁVEL DE TEMPO ATÉ A FALHA OCORRER

A variável de tempo analisada será a do tempo de queda do papercóptero, que consiste na diferença de tempo em que a aeronave é solta de uma determinada altura e o tempo em que a aeronave colide no chão. O teste é realizado de tal maneira que é possível observar todo o comportamento da aeronave do lançamento até a queda. Portanto, não há necessidade de censurar os dados, pois o tempo até a falha de todos os protótipos tem a duração de pouquíssimos segundos. A análise, portanto, será feita com **dados completos**.

4.3 DEFINIÇÃO DAS VARIÁVEIS DE CONTROLE E SEUS NÍVEIS

Certos parâmetros foram identificados nesse experimento, que poderiam influenciar no desempenho das aeronaves. Nessa etapa, define-se quais parâmetros seriam alterados e os seus níveis. Os parâmetros variáveis são: tipo de papel, clipe no corpo da aeronave, comprimento da asa e comprimento do corpo. Assim, observou-se o comportamento das alterações destes parâmetros no experimento. Optou-se por manter constante os parâmetros: largura do corpo, fita no corpo da aeronave e fita na asa. A Altura do lançamento dos protótipos embora seja um parâmetro constante, não pode ser alterado por ser fundamental na obtenção dos tempos até a falha. Além desses fatores variáveis e constantes, existem também outros dois fatores que podem influenciar no experimento. Os fatores incontroláveis (Ventilação, Resistência do ar e Rotações por segundo da aeronave) e os fatores blocáveis (Operadores e Calibragem do cronômetro), embora possam causar algum efeito nos resultados, não serão considerados para o experimento. Essas variáveis estão resumidas no diagrama de causa e efeito da Figura 12.

Figura 13 - Diagrama de Causa e Efeito para o experimento didático

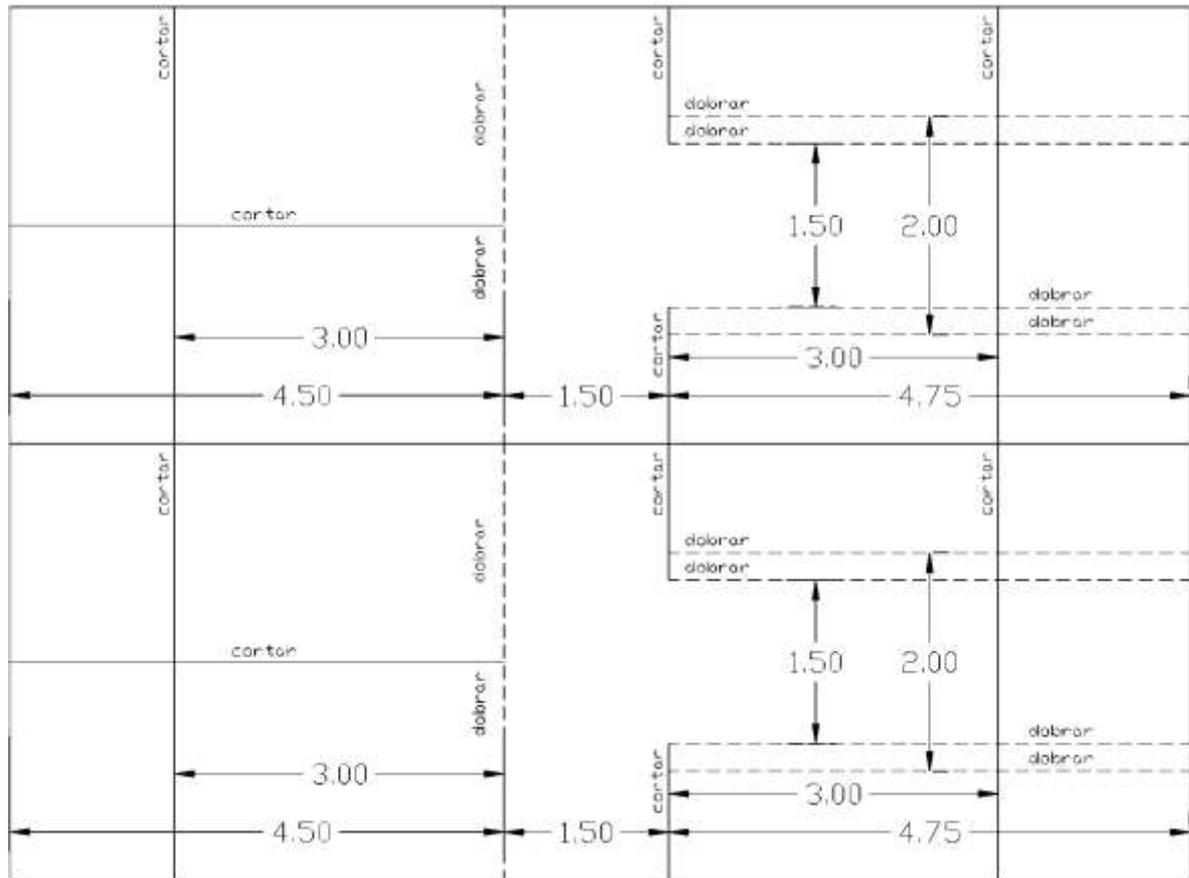


Fonte: Elaborado pelo Autor (2018)

Os níveis dos parâmetros determinados anteriormente são: tipos de papel (espesso (120 g/m²) ou Fino (75 g/m²)), clipe no corpo (não ou sim) e comprimento de asa (3" ou 4,5") e comprimento do corpo (3" ou 4,75").

A figura 13 mostra o croqui para confecção dos protótipos, bem como suas medidas de corte e dobra.

Figura 14 - Croqui para confecção dos papercópteros



Fonte: Autor (2018)

4.4 ESCOLHA DO ARRANJO EXPERIMENTAL

Utilizou-se um arranjo fatorial completo 2^4 , onde tem-se como parâmetros da aeronave tipo de papel (T_p), uso ou não-uso de clipe na aeronave (C), comprimento da asa (R_f) e o comprimento do corpo (T_1). Para o fator resposta, tem-se o tempo até a falha em segundos (TTF). Considera-se a falha o tempo em que a aeronave chegou no chão. Desta maneira, será necessário a confecção de 16 protótipos, que são resultados das combinações de parâmetros. Pode-se observar na Tabela 2 a combinação de parâmetros e seus níveis.

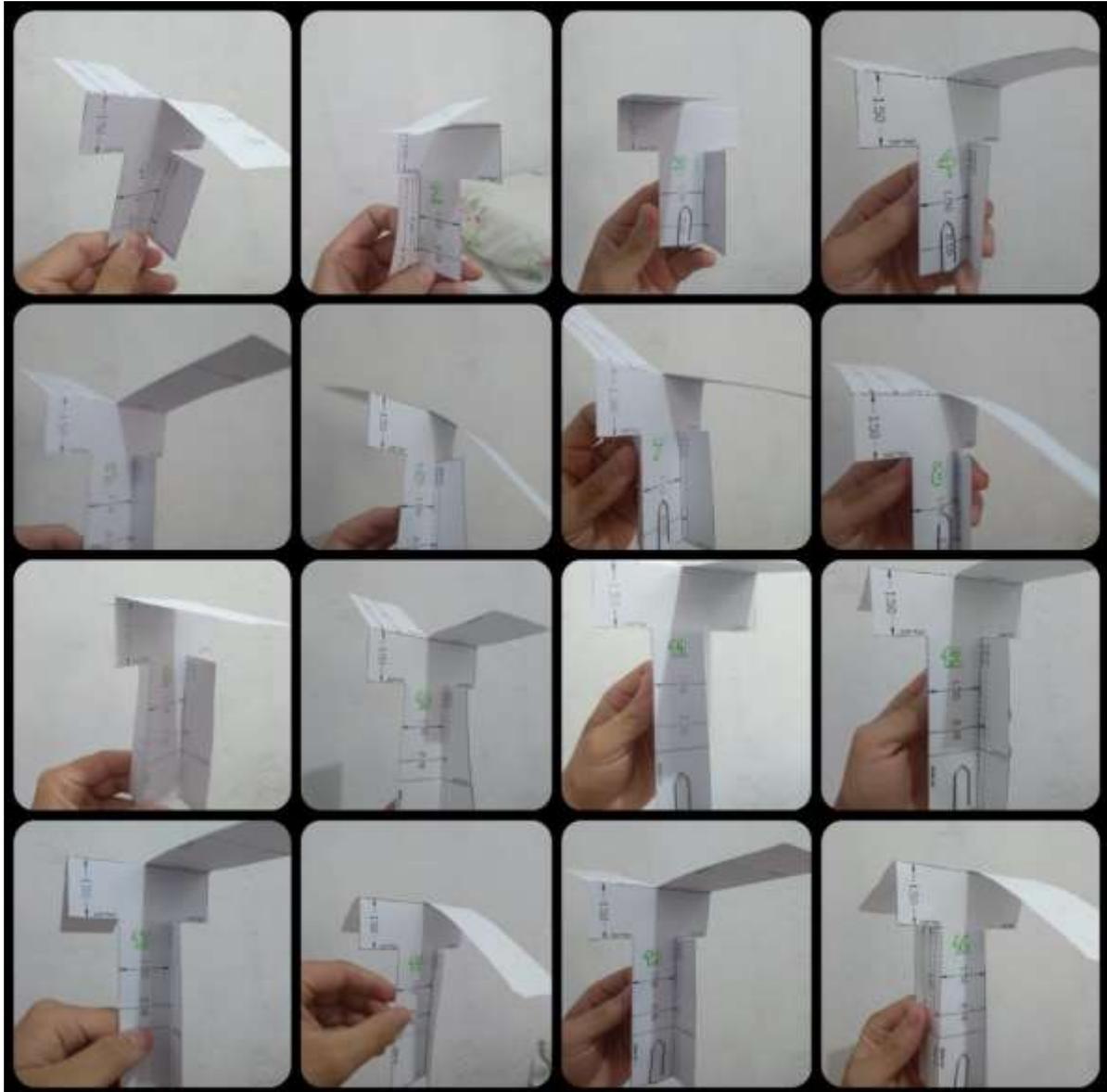
Tabela 2 - Parâmetros da aeronave

Parâmetros variáveis					Parâmetros mantidos constante		
Aeronave	Tipo papel(T _p)	Clipe (C)	Comp. Asa em pol. (R _r)	Comp. Corpo em pol. (T _i)	Larg. Corpo em pol. (T _w)	Fita corpo	Fita asa
1 (padrão)	Espesso	Não	3,0	3,00	4,75	Não	Não
2	Fino	Não	3,0	3,00	4,75	Não	Não
3	Espesso	Sim	3,0	3,00	4,75	Não	Não
4	Fino	Sim	3,0	3,00	4,75	Não	Não
5	Espesso	Não	4,5	3,00	4,75	Não	Não
6	Fino	Não	4,5	3,00	4,75	Não	Não
7	Espesso	Sim	4,5	3,00	4,75	Não	Não
8	Fino	Sim	4,5	3,00	4,75	Não	Não
9	Espesso	Não	3,0	4,75	4,75	Não	Não
10	Fino	Não	3,0	4,75	4,75	Não	Não
11	Espesso	Sim	3,0	4,75	4,75	Não	Não
12	Fino	Sim	3,0	4,75	4,75	Não	Não
13	Espesso	Não	4,5	4,75	4,75	Não	Não
14	Fino	Não	4,5	4,75	4,75	Não	Não
15	Espesso	Sim	4,5	4,75	4,75	Não	Não
16	Fino	Sim	4,5	4,75	4,75	Não	Não

Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

A figura 14 mostra as aeronaves de teste 1 a 16 devidamente confeccionadas para a realização do experimento:

Figura 15 – Protótipos confeccionados para o experimento



Fonte: Autor (2018)

O número de protótipos desenvolvidos, desta forma vem da combinação de todos as alterações de parâmetros. Em seguida determinou-se o número de réplicas para cada aeronave. Para o estudo em questão, o experimento foi realizado com 5 réplicas por protótipo, valor suficiente para obtenção de resultados satisfatórios.

4.5 REALIZAÇÃO DOS EXPERIMENTOS

O procedimento operacional padrão para a realização dos experimentos segue os seguintes passos:

Confecção

Passo 1 – Imprimir o croqui (figura 13) nos dois tipos de papéis necessários para o teste;

Passo 2 – Recortar conforme as medidas pré-estabelecidas;

Passo 3 – Dobrar os protótipos obtendo assim os modelos desejados;

Passo 4 – Colocar cliques nos protótipos necessários;

Passo 5 – Numerar os protótipos conforme as características descritos na tabela 2.

Setup

Passo 1 – Ordenar os protótipos para realização do lançamento;

Passo 2 – Determinar uma altura padrão para o lançamento do protótipo (para esse experimento, a altura tem como base um armário no local, conforme figura 15);

Passo 3 – Verificar se há algo que interfira na trajetória entre o lançamento e a queda;

Passo 4 – Verificar se o cronômetro o computador para registro dos tempos estão funcionando;

Experimento

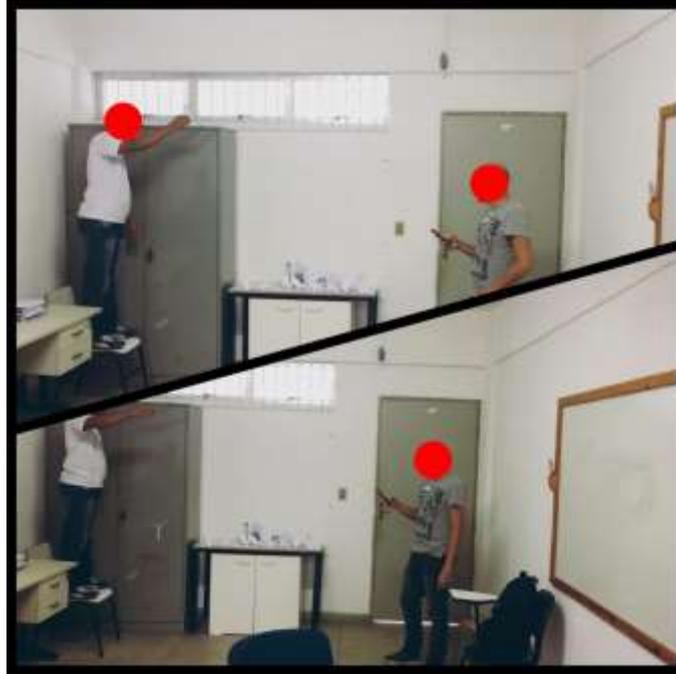
Os passos 1, 2 e 3 devem ser executados simultaneamente, combinando entre os operadores o exato momento em que iniciará o registro de tempo. Uma forma de sincronização poderia ser uma contagem de 1 até 3.

Passo 1 – O operador responsável pelo lançamento solta o protótipo da altura estabelecida no passo 2 do *setup*. Para cada protótipo, o operador executará o teste 5 vezes.

Passo 2 – O operador responsável pela cronometragem observa o momento em que a aeronave é lançada e registra cada tempo de queda dos protótipos;

Passo 3 – O operador responsável pelo registro de tempo coloca em uma planilha todos os tempos de queda.

Figura 16 - Realização de testes de Tempo até a queda de um papercóptero



Fonte: Autor (2018)

Com 16 aeronaves para testes, com cinco réplicas para uma delas, ter-se-á assim um total de 80 tempos que serão registrados para a análise estatística. Conhecendo as características das aeronaves 1 a 16 na tabela 2, obteve-se o seguinte registro de tempos até a falha de cada aeronave:

Tabela 3 - Registro de Tempos-até-falha de cada aeronave

Aeronave	Réplica	TTF em segundos	Aeronave	Réplica	TTF em segundos
1	1	1,37	9	1	1,33
	2	1,57		2	1,45
	3	1,65		3	1,44
	4	1,6		4	1,49
	5	1,67		5	1,58
2	1	2,07	10	1	1,91
	2	2,13		2	2,18
	3	1,82		3	2,08
	4	2,05		4	1,95
	5	2,28		5	2,08
3	1	1,51	11	1	1,47
	2	1,84		2	1,5
	3	1,47		3	1,44
	4	1,7		4	1,42
	5	1,4		5	1,35
4	1	1,67	12	1	1,79
	2	1,58		2	1,67
	3	1,72		3	1,67
	4	1,46		4	1,65
	5	1,64		5	1,79
5	1	1,88	13	1	1,68
	2	1,89		2	1,66
	3	1,87		3	1,58
	4	1,87		4	1,7
	5	1,85		5	1,75
6	1	2,15	14	1	2,25
	2	2,35		2	2,32
	3	2,37		3	2,59
	4	2,37		4	2,42
	5	2,37		5	2,37
7	1	1,95	15	1	1,72
	2	1,95		2	1,72
	3	1,95		3	1,64
	4	1,72		4	1,66
	5	1,8		5	1,52
8	1	2,37	16	1	2,05
	2	2,14		2	1,84
	3	2,18		3	1,94
	4	2,17		4	1,84
	5	2,33		5	1,8

Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

4.6 ANÁLISE ESTATÍSTICA DOS DADOS

A análise será capaz de criar um modelo matemático que representará o comportamento do tempo de queda das aeronaves em função dos parâmetros regressores. Este modelo tem como base a equação 2.28. Os estimadores de máxima verossimilhança podem ser obtidas pela equação 2.27. Adotar-se-á a distribuição que possuir menor valor de AD, tendo como base a equação 3.1 de resíduos. As equações de 2.8 a 2.21 correspondem aos modelos de distribuição que podem ser usadas nessa análise estatística.

O **primeiro passo** da análise estatística dos dados é a observação do valor do Anderson-Darlin para resíduos padronizados para cada modelo de distribuição.

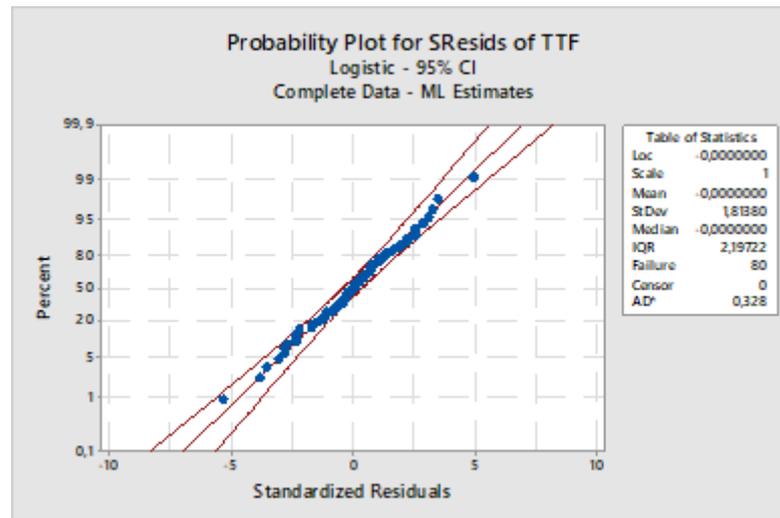
Tabela 4 - Estatística de Anderson-Darlin (AD) em função de cada modelo de distribuição

Modelo de distribuição	Anderson-Darlin (AD)
Exponencial	31,094
Weibull	1,478
Normal	0,509
Lognormal	0,400
Menor Valor Extremo	1,719
Loglogístico	0,328
Logístico	0,458

Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

Seguindo a recomendação para AD de que, quanto menor o seu valor, melhor é o modelo adotado, bem como o melhor ajuste dos dados distribuídos no gráfico de resíduos padronizados, adotou-se então o modelo de distribuição Loglogístico.

Figura 17 - Gráfico de probabilidade para resíduos padronizados - Modelo Loglogístico



Fonte: Autor (2018)

O **segundo passo** é indicar os coeficientes dos fatores estudados a partir da equação (2.28). Estes coeficientes estão dispostos em tabela 5. Observando a recomendação do Montgomery (2009) sobre o P-valor (adota-se o valor de referência $P < 0,05$ de significância para a confiabilidade), obtém-se os coeficientes dos fatores:

Tabela 5 - Modelo de Regressão

Termos	Coeficiente	Erro	Z	P-Value
Constante	0,262562	0,0616676	4,26	0,000
Tipo de Papel (Fino)	0,218140	0,0169815	12,85	0,000
Clipe (Sim)	-0,0875286	0,0171346	-5,11	0,000
Comprimento da Asa	0,108675	0,0113956	9,54	0,000
Comprimento do Corpo	-0,0361180	0,0098465	-3,67	0,000
Escala	0,0041124	-	-	-

Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

Pode-se observar que os P-valores de cada parâmetro da aeronave são significativos. Além disso, tabela 5 apresenta aos engenheiros da empresa o parâmetro mais significativo (Z). Observando em módulo, o parâmetro mais significativo é o tipo de papel. Os coeficientes dos regressores apresentará o seguinte modelo de regressão:

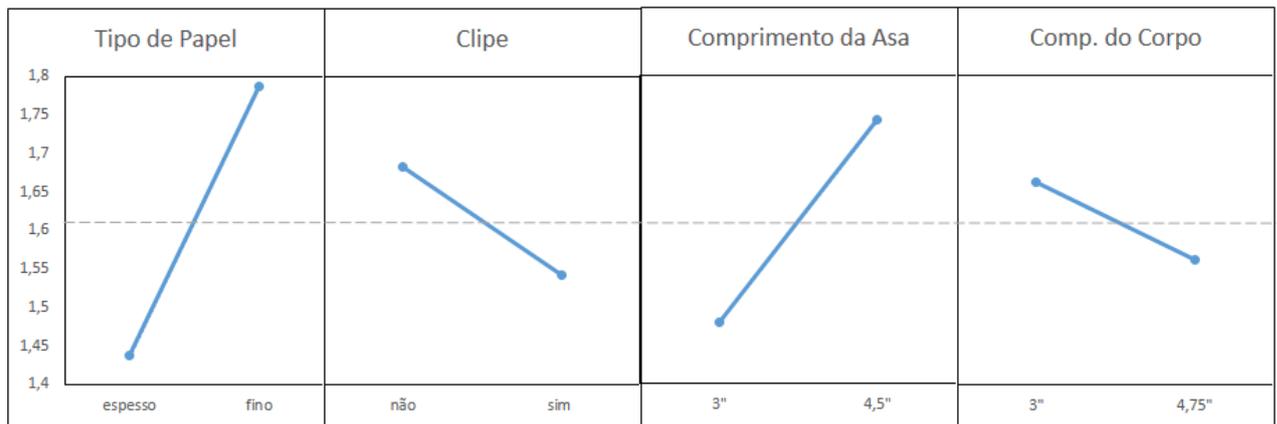
$$Y = \ln(\text{TTF}) = 0,263 + 0,218 T_p - 0,088 C + 0,109 R_r - 0,036 T_1 + 0,0041\varepsilon \quad (4.1)$$

Como o modelo de distribuição é Loglogística, o valor de Y é igual a $\ln(\text{TTF})$, e não $Y = \text{TTF}$, conforme foi dito anteriormente.

Observação: Os parâmetros “Tipo de Papel” e “Uso do Clipe” são categóricos, ou seja, no caso em que os coeficiente forem positivos, para se ter um maior TTF, recomenda-se adotar “Tipo de Papel” “Fino” ($T_p = 1$) e “Uso de Clipe” “Sim” ($C = 1$). Caso contrário, teremos “Tipo de Papel” “Espesso” ($T_p = 0$) e “Não” ($C = 0$) para uso do clipe. No resultado apresentado, adota-se o tipo de Papel fino e não se usa o clipe ($T_p = 1$ e $C = 0$).

Seguindo com análise, segue-se para o terceiro passo, onde será observado os fatores que mais influenciam na resposta do problema. De acordo com a figura 17, para um percentil 5% a combinação de fatores que maximizam o TTF de um protótipo são **Tipo de Papel Fino, o não uso de clipe, Comprimento de Asa 4,5” e Comprimento de Corpo 3,0”**. De acordo com este gráfico o protótipo que apresentaria melhores resultados seria a aeronave 6, e a que apresentaria os piores resultados seria o protótipo 11.

Figura 18 - Efeitos principais dos parâmetros para TTF



Fonte: Autor (2018)

Finalmente, no quarto passo, verificou-se qual o conjunto de dados apresenta maior TTF para um percentil de 5%. Através da tabela de percentis, observou-se os resultados desejados. Esses TTFs podem ser obtidos através da equação (2.28).

Tabela 6 – Análise estatística dos fatores do modelo de regressão

Percentil (%)	Protótipo	TTF (s)
5	1 (Padrão)	1,42108
5	2	1,76748
5	3	1,30198
5	4	1,61935
5	5	1,67268
5	6	2,08041
5	7	1,53250
5	8	1,90606
5	9	1,33404
5	10	1,65922
5	11	1,22223
5	12	1,52017
5	13	1,57023
5	14	1,95299
5	15	1,43863
5	16	1,78931

Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

Os resultados apresentados mostram que a aeronave número 6 é a que possui os melhores valores de TTF para um percentil de 5%, superando consideravelmente o TTF da aeronave até então produzida (protótipo 1).

A tabela de confiabilidade (tabela 7) oferece ao pesquisador os valores percentuais de probabilidade de sobrevivência para cada protótipo após 1,5 segundos de teste. O resultado apresentado nesta tabela corrobora com o resultado apresentado pela tabela 6, que mostra a aeronave 6 com os melhores índices. Além disso, o protótipo 6 tem uma confiabilidade 15,32% maior que a já é produzida. A confiabilidade para a distribuição Loglogística pode ser calculada por meio da equação (2.20).

Tabela 7 - Tabela de Confiabilidade

T(s)	Protótipo	Confiabilidade (%)
1,5	1 (Padrão)	84,6705
1,5	2	99,8765
1,5	3	42,7589
1,5	4	99,0937
1,5	5	99,5658
1,5	6	99,9970
1,5	7	96,8761
1,5	8	99,9780
1,5	9	56,5680
1,5	10	99,4782
1,5	11	14,9766
1,5	12	96,2662
1,5	13	98,1842
1,5	14	99,9874
1,5	15	87,9702
1,5	16	99,9067

Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

4.7 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Através do modelo de regressão obtido, dos efeitos principais dos parâmetros para TTF, dos valores de percentis para cada falha acumulada e dos dados da tabela de confiabilidade, concluiu-se que a Aeronave número 6 possui as características que proporcionarão os melhores desempenhos de tempo-até-falha. Ou seja, a confecção de aeronaves terá o tipo de papel fino, sem uso do clipe na parte inferior do papercóptero, tendo como comprimento de asa R_r 4,5” e o comprimento do corpo T_1 igual a 3,0”.

Tendo assegurado que tal protótipo é o que melhor dentre os confeccionados para teste, o modelo $Tp-1$ é descontinuado e assim, foca-se na produção do papercóptero que será denominado de $Tp-6$.

Este estudo didático pode servir de base para estudos mais detalhados. Variando os parâmetros da tabela 2 que foram mantidos constantes no experimento seria uma dessas maneiras (Alterações na largura do corpo, o uso ou não uso de fita no corpo e na asa). Desta forma, seria necessário confeccionar mais 8 aeronaves para experimento. Com a mesma quantidade de réplicas, ter-se-ia assim 40 tempos para registrar. Outra maneira de se obter melhores resultados seria aumentar o número de réplicas em relação ao realizado neste estudo didático. Cabe ao experimentador observar se é viável ou não fazer essas alterações.

5. CONCLUSÕES

O objetivo de propor um estudo didático para aplicação da regressão em dados de TTF foi alcançado, trazendo conceitos bem definidos e equacionamentos à disposição do experimentador. Os passos da metodologia foram bem explicitados falando: dos diversos tipos de experimentos e abordagens que estão à disposição, a opção de trabalhar com dados completos ou censurados, a importância de um POP (Procedimento Operacional Padrão) detalhado para evitar erros cruciais no experimento, a importância da análise residual, a verificação da adequação do modelo e, finalmente, a opção de realizar a análise via software. Os resultados dão ao experimentador uma boa noção de como ele tirará suas conclusões. A forma como o modelo de regressão foi obtido neste estudo didático, bem como os seus coeficientes, servirão de base para que o pesquisador possa maximizar o valor do tempo até a falha, através da escolha do protótipo mais adequado.

O valor de P apresentado nos resultados assegura ao experimentador que a alteração dos parâmetros são significativos para o desempenho do papercóptero (todos os coeficientes deste estudo tiveram P -value igual a 0). O uso de dados completos também assegura ao experimentador quanto aos resultados que são apresentados para o mesmo, pois representa não um resultado amostral, mas o todo. A diversidade de modelos de distribuições utilizados para a análise estatística dos dados proporciona resultados muito mais precisos, pois quanto mais variado for a análise com relação aos modelos testados, maior a possibilidade de achar um valor de AD (Anderson-Darlin) menor e conseqüentemente, dados mais bem ajustados no gráfico. Nesse trabalho, a distribuição Loglogística mostrou um valor de AD ligeiramente menor a distribuição Normal (0,328 contra 0,509), cujo uso é bastante recorrente, o que mostra a importância de se experimentar outras distribuições além da normal, habitualmente usada. Observou-se também que o parâmetro mais significativo nesse experimento é o tipo de papel ($Z = 12,85$), onde a simples mudança deste fator, reduz drasticamente o TTF do protótipo. Assim, a aeronave que obteve os resultados mais satisfatórios é a aeronave 6, possuindo as seguintes características: Papel fino, Comprimento de Asa 4,5”, Comprimento de Corpo 3,0” e não tem clipe em sua estrutura. Esta aeronave apresentou o MTTF de 2,08s, enquanto que a aeronave padrão obteve 1,42s de tempo médio até a falha. Quanto a confiabilidade, a aeronave 6 mostrou-se superior às demais, tendo 99,99% de confiabilidade, enquanto que a padrão obteve 84,67%, valor esse muito inferior em relação ao protótipo 6.

A facilidade de aplicar este estudo didático demonstra o seu potencial para outras situações em que a qualidade e a busca por melhores desempenhos são essenciais. Até então, o

grande empecilho era a falta de confiança em resultados obtidos por meio da distribuição normal. Contudo o teste em diversos modelos de distribuição mostra que existem modelos que podem apresentar resultados mais precisos em relação a normal. A variedade quanto a aplicação é imensa. A indústria automobilística ou até mesmo a aeronáutica por exemplo, podem fazer muito bom uso da análise de regressão baseando-se na alteração de parâmetros que podem otimizar o desempenho de qualquer sistema projetado por eles.

REFERÊNCIAS

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5462: Confiabilidade e manutenibilidade**. Rio de Janeiro, 1994.
- FOGLIATTO, F. S.; RIBEIRO, J. L. D. **Confiabilidade e Manutenção Industrial**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2009.
- JOHNSON, J. Adam et al. A “Six Sigma”© black belt case study: GEP Box's paper helicopter experiment part A. **Quality Engineering**, v. 18, n. 4, p. 413-430, 2006.
- JOHNSON, J. A. et al. Designing new housing at the University of Miami: a “Six Sigma” © DMADV/DFSS case study. **Quality Engineering**, v. 18, n. 3, p. 299-323, 2006.
- KNIGHT, C.R. **Four decades of reliability progress**. Proceedings of the Annual Reliability and Maintainability Symposium. [S.l.]: IEEE Reliability Society, 1991. p. 156-159.
- LAWLESS, Jerald F. **Statistical Models and Methods for Lifetime Data - 2nd ed.** Hoboken, New Jersey: Wiley, 2003.
- MONTGOMERY, Douglas C. **Design and Analysis of Experiments – 8th ed.** John Wiley & Sons, 2013.
- MONTGOMERY, D. C.; PECK, E. A.; VINING, G. G. **Introduction to Linear Regression Analysis – 5th ed.** Hoboken, New Jersey: Wiley, 2012.
- MONTGOMERY, D. C. **Introduction to Statistical Quality Control – 6th ed.** Hoboken, New Jersey: Wiley, 2009.
- RASIS, Dana; GITLOW, Howard S.; POPOVICH, Edward. Paper organizers international: a fictitious Six Sigma green belt case study. I. **Quality Engineering**, v. 15, n. 1, p. 127-145, 2002.
- RAUSAND, M.; HØYLAND, A. **System Reliability Theory: Models, Statistical Methods, and Applications**. 2. ed. Nova York: John Wiley, 2003. 664p.
- RIGDON, Steven E. et al. Experiments for reliability achievement. **Quality Engineering**, v. 25, n. 1, p. 54-72, 2012.