

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Ubiratan Barbosa da Silva

**Contribuições do Software Geogebra para a aprendizagem sobre
simetria no 1º ano do Ensino Médio**

Rio Tinto – PB

2019

Ubiratan Barbosa da Silva

**Contribuições do Software Geogebra para a aprendizagem sobre
simetria no 1º ano do Ensino Médio**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Coordenação do Curso de Licenciatura em
Matemática da Universidade Federal da Paraíba,
como requisito parcial para obtenção do título de
licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Ma. Regina Coelly Mendes da
Silva

Rio tinto – PB

2019

Catalogação na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

S586c Silva, Ubiratan Barbosa da.

Contribuições do Software Geogebra para a aprendizagem sobre simetria no 1º ano do Ensino Médio / Ubiratan Barbosa da Silva. - Rio Tinto, 2019.

65 f. : il.

Monografia (Graduação) - UFPB/CCAIE.

1. Geometria; Simetria; Softwares educacionais. 2. GeoGebra. I. Título

UFPB/BC

Ubiratan Barbosa da Silva

**Contribuições do Software Geogebra para a aprendizagem
sobre simetria no 1º ano do Ensino Médio**

Trabalho Monográfico apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador(a): Prof.ª Ma. Regina Coelly Mendes da Silva.

Aprovado em: 26 / 09 / 2019

BANCA EXAMINADORA

Regina Coelly Mendes da Silva

Prof.ª Ma. Regina Coelly Mendes da Silva (Orientadora) – UFPB/DCX

Claudilene J. de Costa

Prof.ª Lr.ª Claudilene Gomes da Costa – UFPB/DCX

Agnes Liliâne L. Soares de Santana

Prof.ª Ma. Agnes Liliâne Lima Soares – UFPB/DCX

Dedico este trabalho à minha família, em especial aos meus pais, Antonio Alves da Silva e Edinalva Barbosa da Silva, que sempre me apoiaram e me motivaram na concretização deste, também a minha avó paterna Maria Solidade por sempre me apoiar e incentivar durante toda trajetória. Sempre me dando forças e coragem até a conclusão desse sonho.

AGRADECIMENTOS

A Deus, primeiramente, pelo dom da vida e com ela proporcionou a benção de aprofundar o crescimento da minha capacidade intelectual, no qual me presenteou com riquíssimas oportunidades de viver e de poder dedica-me ao meu crescimento tanto pessoal quanto o aperfeiçoamento intelectual.

Ao meus pais, por toda a motivação, encorajamento e auxílios prestado a mim durante todos esses anos de curso. Em especial a minha mãe Edinalva Barbosa da Silva, que sempre apoiou e depositou toda a confiança em mim para a conclusão dessa trajetória, pois sem ela não tinha capacidade de concluir. Obrigado mãe, pelo seu amor e dedicação no qual a sempre se esforçou para me ajudar na concretização destes sonhos.

Aos meus irmãos que sempre me apoiaram nas minhas decisões e sempre me dando forças, incentivando e encorajando sempre a continuar.

A minha avó paterna, que sempre me apoiou na minha carreira e nos meus sonhos, sempre encorajando e incentivando para que os concluísse, e sempre incentivando procurar o melhor para mim.

A minha professora e orientadora, Regina Coelly, uma pessoa que eu já conhecia através de alguns colegas e pude constatar que é uma excelente pessoa, que aceitou ajudar nessa parte do caminho, tendo muita paciência e dedicação para apoiar na conclusão deste trabalho, mesmo com algumas dificuldades que aconteceram comigo durante escrita, contribuindo de forma significativa para o desenvolvimento e realização deste sonho.

Aos meus colegas de curso, Adelson, Bruno, Francinaldo, Ivania, Rafael, Renata Karla, Ramon Castro, os quais estiveram sempre presentes durante todos estes anos, convivendo e compartilhando experiências, tornado a caminhada menos árdua e sempre me apoiam e incentivava a nunca desistir.

Aos meus colegas que dividiram durante muitos anos o apartamento, Adriano, Isac, Diego, Samuel, Vagner, Marcone, Leonardo, que sempre me apoiaram e nunca me deixaram desistir, sempre incentivando a continuar.

Aos colegas e amigos que fiz durante todos esses anos: Rosilanne, Anny, Eduardo e Anael, que sempre incentivando e apoiando para que eu conseguisse concluir.

Aos meus professores de curso, em especial a Agnes Liliane, Claudilene Costa, Cibelle de Fátima, Cristiane Ângelo, Fabrício de Lima, Emmanuel Falcão, Jamilson Campos, José Elias, Joseilme Fernandes, Jussara Patrícia, Marcos André, Givaldo de Lima e Hélio Pires, a

todos meus sinceros agradecimentos, por toda dedicação e profissionalismo, por contribuírem para que eu pudesse aprender e crescer tanto na minha vida profissional quanto na vida social.

As Professoras, Agnes Liliane e Claudilene Costa, por terem aceitado participar da banca examinadora, contribuindo dessa forma para a apresentação deste trabalho e no término desta jornada.

Aos colegas de trabalho que me apoiaram e incentivaram a continuar e não desistisse nos últimos momentos da jornada.

Enfim a todos aqueles que ajudaram e contribuíram de alguma forma, seja direta ou indiretamente para que eu alcance o fim desta jornada.

RESUMO

Este trabalho teve por objetivo analisar as possíveis contribuições do *software* GeoGebra no processo de ensino-aprendizagem dos alunos do 1º ano do Ensino Médio, sobre a Geometria, especificamente no que tange os conceitos de simetria. Para isto, foi realizada uma pesquisa do tipo estudo de caso, a qual se classifica como: exploratória quanto aos seus objetivos, qualitativa reportando-se a abordagem e bibliográfica tendo em vista os procedimentos técnicos assumidos. No âmbito dos procedimentos metodológicos da pesquisa, buscou-se comparar o desenvolvimento de duas turmas quanto ao tema abordado, utilizando inicialmente um pré-teste. Após esta etapa, ambas as turmas tiveram cinco aulas distintas sobre o conteúdo proposto: uma utilizando a aplicação do *software* GeoGebra e a outra não. Para o levantamento dos preceitos teóricos que fundamentaram a pesquisa quanto ao ensino da simetria e a utilização de *softwares* para o ensino da mesma, foram utilizados estudos de autores como: Lorenzato (1995); Ferreira (2010); Boyer&Merzbach (2012); Fonseca (2010); Kenski (2007), dentre outros. Por meio deste levantamento foi agregada também uma breve discussão à respeito da história da simetria, o ensino da Geometria, a utilização de recursos tecnológicos na educação e o *software* GeoGebra. Sabendo que o ensino da Matemática hoje se tornou um desafio constante em ambos os níveis de ensino, havendo a necessidade de tomar as aulas mais atrativas, motivadoras e dinâmicas para os alunos, nossa questão de pesquisa buscou responder como a utilização do *software* educacional GeoGebra pode contribuir para o ensino desta disciplina, especificamente, no que tange o ensino de simetria. Após as inferências realizadas, os resultados da pesquisa apontaram, por meio do desempenho dos alunos, que o *software* GeoGebra mostrou-se um grande aliado no processo de ensino-aprendizagem no conteúdo de simetria.

Palavras-chave: Geometria; Simetria; *Softwares* educacionais; GeoGebra.

ABSTRACT

The objective of this work was to analyze the possible contributions of GeoGebra software in the teaching-learning process of the students of the 1st year of high school, about geometry, specifically with regard to the concepts of symmetry. For this purpose, a case study type research was carried out, which is classified as: exploratory as to its objectives, qualitative reporting the approach and bibliographic in view of the technical procedures assumed. Within the scope of the methodological procedures of the research, it was sought to compare the development of two classes regarding the theme addressed, initially using a pre-test. After this step, both classes had five distinct lessons on the proposed content: one using the GeoGebra software application and the other not. For the survey of the theoretical precepts that underpinned the research on the teaching of symmetry and the use of software for its teaching, we used studies of authors such as: Lorenzato (1995); Ferreira (2010); Boyer&Merzbach (2012); Fonseca (2010); Kenski (2007), among others. Through this survey was also added a brief discussion about the history of symmetry, the teaching of geometry, the use of technological resources in education and the GeoGebra software. Knowing that the teaching of mathematics today has become a constant challenge in both levels of education, with the need to take the most attractive, motivating and dynamic classes for students, our research question sought to answer how the use of GeoGebra educational software can contribute to the teaching of this discipline, specifically, with regard to the teaching of symmetry. After the inferences made, the results of the research pointed out, through the students' performance, that the GeoGebra software proved to be a great ally in the teaching-learning process in the symmetry content.

Keywords: Geometry; Symmetry; Educational software; GeoGebra.

LISTA DE FIGURAS/GRÁFICOS E QUADROS

Figura 1: Objeto de Pedra Polida.....	24
Figura 2: Cerâmica Neolítica.....	24
Figura 3: Busto de Nefertiti.....	25
Figura 4: Máscara funerária de Tutancâmon.....	25
Figura 5: Partenon em Atenas, Grécia.....	26
Figura 6: O Coliseu em Roma.....	26
Figura 7: Vitrais da Catedral - Porto Velho	27
Figura 8: A Basílica de Notre-Dame de Paris.....	28
Figura 9: Homem de Vitruvio (Leonardo da Vinci).....	29
Figura 10: Simetria de reflexão	31
Figura 11: Simetria de rotação	31
Figura 12: Simetria de translação.....	32
Figura 13: Reflexão seguida de translação.....	32
Figura 14: Janela do GeoGebra.....	34
Figura 15: Aplicativo GeoGebra para smartfone.....	35
Figura 16: Resposta do aluno A ₆	39
Figura 17: Resposta do aluno B ₁₇	39
Figura 18: Resposta do aluno A ₁	40
Figura 19: Resposta do aluno B ₂₀	40
Figura 20: Resposta do aluno B ₁₂	41
Figura 21: Resposta do aluno B ₈	41
Figura 22: Resposta do aluno A ₅	42
Figura 23: Resposta do aluno B ₁₇	42
Figura 24: Resposta do aluno B ₅	42
Gráfico 01: Desempenho da Turma A (pré-teste).....	43
Gráfico 02: Desempenho da Turma B (pré-teste).....	43
Figura 25: Resposta do aluno A ₂₂	45
Figura 26: Resposta do aluno B ₁₆	45
Figura 27: Resposta do aluno A ₃₀	46
Figura 28: Resposta do aluno B ₂₃	46
Figura 29: Resposta do aluno A ₁₅	47

Figura 30: Figura do aluno B ₁₂	47
Figura 31: Figura do aluno B ₂₂	48
Figura 32: Resposta do aluno A ₃₃	48
Figura 33: Resposta do aluno B ₈	49
Figura 34: Resposta correta do aluno A ₅	49
Figura 35: Resposta do aluno A ₁₈	50
Figura 36: Resposta do aluno B ₁₃	50
Gráfico 3: Desempenho da Turma A (pós-teste).....	51
Gráfico 4: Desempenho da Turma B (pós-teste).....	51

LISTA DE ABREVIATURAS

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

UFPB – Universidade Federal da Paraíba

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	14
1.1 Justificativa	16
1.2 Problemática.....	17
1.3 Objetivos gerais e específicos	18
1.3.1 Objetivo geral.....	18
1.3.2 Objetivos específicos	18
1.4 Metodologia da pesquisa	19
2 REFERENCIAL TEÓRICO	21
2.1 O Ensino da Geometria	21
2.2 Um pouco da história da simetria	23
2.3 A simetria Matemática	29
2.4 Refletindo sobre a tecnologia na escola.....	32
2.4.1 O GeoGebra.....	33
3 RELATO DA PRÁTICA.....	36
3.1 Realização das aulas	36
3.2 Análise dos resultados.....	37
3.2.1 Análise do questionário do pré-teste.....	37
3.2.2 Análise do questionário do pós-teste	44
4 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	530
5 REFERÊNCIAS	55
APÊNDICES.....	56

1 INTRODUÇÃO

Quando perguntamos à sociedade o que se acha da Matemática, na maioria das vezes, obtemos como resposta que ela só serve para fazer cálculos, expressando a concepção de que aqueles que ingressam na área da Matemática são pessoas que se limitam a realização de “contas”. Mas a Matemática não é fazer só contas, ela também é uma aliada no desenvolvimento da cognição do ‘ser’ que exerce a sua prática, possibilitando que se torne um questionador, crítico e compreenda o mundo em que vive. Com relação ao ensino e aprendizagem, a Matemática é vista por muitos como uma disciplina difícil de ser compreendida. Diante deste cenário, muitas vezes o professor passa a atribuir “culpa” aos alunos ou aos professores dos Anos Iniciais da Educação Básica e não busca compreender o problema que o aluno possivelmente detenha, ou mesmo, ignora essas prováveis dificuldades. Com isso, o aluno não compreende os conteúdos e passa, muitas vezes, a não se identificar com a disciplina.

Para ensinar, o professor deve ser aquele que busca inovar seus métodos de ensino, pois o professor não tem, nem deve ficar preso ao passado, em meio a métodos tradicionais. Ele deve ser um professor pesquisador, aquele que busca e constrói seus próprios meios de ensino atentando às tendências dos dias atuais, fazendo o aluno experimentar, visualizar e interpretar fenômenos ou elementos do seu cotidiano. Com base nesse entendimento, desenvolvemos um trabalho que aborda o uso da tecnologia para o ensino da Matemática, no âmbito da Geometria, em especial no conteúdo da simetria, passando a levar ao aluno uma visão das formas geométricas presentes tanto na natureza com nas obras humanas.

O ensino da Geometria no Brasil vem sendo (indesejavelmente) pouco abordado e, em alguns casos, está até ausente nas salas de aula. Isso vem acontecendo por alguns motivos. De acordo Lorenzato (1995), dentre estes motivos, destacam-se: a falta de conhecimento que os professores apresentam sobre o conteúdo; o fato de a Geometria sempre ser explorada apenas por fórmulas, nunca associadas a outras disciplinas; o professor ainda estar preso no livro didático que aborda o conteúdo de Geometria ao final do livro. Segundo o autor, em relação ao livro didático,

Infelizmente em muitos deles a Geometria é apresentada apenas como um conjunto de definições, propriedades, nomes e fórmulas, desligado de quaisquer aplicações ou explicações de natureza histórica ou lógica; noutros a Geometria é reduzida a meia dúzia de formas banais do mundo físico. Como se isso não bastasse, a Geometria quase sempre é apresentada na última parte do livro, aumentando a probabilidade dela não vir a ser estudada por falta de tempo letivo. Assim, apresentada aridamente, desligada da realidade, não

integrada com as outras disciplinas do currículo e até mesmo não integrada com as outras partes da própria Matemática, a Geometria, a mais bela página do livro dos saberes matemáticos, tem recebido efetiva contribuição por parte dos livros didáticos para que ela seja realmente preterida na sala de aula. (LORENZATO, 1995, p. 4)

Como ensino da Geometria é por muitas vezes mal trabalhado em sala de aula, na maioria das vezes ela acaba sendo vista apenas como o estudo de formas, ficando assim sem muita importância seu ensino. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), o ensino da simetria é um ponto base para o ensino da Geometria, visto que

As atividades que envolvem as transformações de uma figura no plano devem ser privilegiadas nesses ciclos, porque permitem o desenvolvimento de conceitos geométricos de uma forma significativa, além de obter um caráter mais “dinâmico” para este estudo. (BRASIL, 1998, p. 124).

Mas é preciso romper essa situação e para que isso aconteça, o professor deverá abrir os olhos para outras ferramentas de ensino, não ficando apenas com o livro didático. Nos dias atuais há excelentes métodos de ensino que podem apoiar o professor com o conteúdo, dentre eles ferramentas como os materiais concretos ou as novas tecnologias.

Há uma ampla variedade de tipos de materiais concretos que podem auxiliar o professor. Através da manipulação podemos compreender e aprender os conceitos do que está a nossa volta. De acordo com Lorezato (2006), isso fica quase impossível se não podemos manipular, já que

É muito difícil, ou provavelmente impossível, para qualquer ser humano caracterizar espelho, telefone, bicicleta ou escada rolante sem ter visto, tocado ou utilizado esses objetos. Para as pessoas que já conceituaram esses objetos, quando ouvem o nome do objeto, sem precisarem dos apoios iniciais que tiveram dos atributos tamanho, cor, movimento, forma e peso. Os conceitos evoluem com o processo de abstração; a abstração ocorre pela separação. (LORENZATO, 2006, p.22).

Além do material concreto, as novas tecnologias oferecem várias ferramentas para o apoio na Matemática, possibilitando ao aluno uma visão mais aprofundada nos conteúdos, deixando um pouco de lado lousa. Em muitos momentos o quadro é um pouco limitador em relação a movimentação dos objetos. Segundo os PCN (BRASIL, 1998), com o avanço da tecnologia, trazendo várias formas de comunicação que transforma cada vez mais a sociedade, a escola não poderia ficar de fora. O uso destas, possibilitam ao professor uma aula dinâmica e ao aluno a capacidade de desenvolvimento cognitivo, onde o professor e o aluno podem enxergar seus erros.

Utilizando o computador em sala de aula, o professor poderá trabalhar com apoio de *softwares* que podem possibilitar uma visão mais aprofundada do conteúdo. Dentro deste grupo, temos o GeoGebra: um *software* livre que permite o trabalho com conteúdo de Geometria, álgebra e o cálculo diferencial.

A partir disto trabalhamos para elaborar uma atividade que possibilite o uso do GeoGebra para o ensino de simetria de uma maneira dinâmica, atrativa e capaz de dialogar com a realidade atual do nosso alunado possibilitando um bom rendimento.

1.1 JUSTIFICATIVA

Enquanto estudante da Educação Básica, quando estudava o 9º ano do Ensino Fundamental, o professor abordou o conteúdo de simetria e trabalhou com figuras expressas em nosso cotidiano, pedindo que visualizássemos as figuras geométricas que estavam presentes nas fotos de monumentos históricos da humanidade e da natureza. Foi a partir daí que comecei a ter uma curiosidade para este assunto.

Já na graduação durante as observações realizadas em Estágio III, com o desenvolvimento de ações relativas ao 8º ano do Ensino Fundamental, a professora supervisora do Estágio o qual cursava abordou na sala de aula o conteúdo de plano cartesiano e surgiram algumas questões que os alunos tinham que responder através do uso da simetria. Neste momento pude perceber que os alunos tiveram uma grande dificuldade para respondê-las, pois eles não distinguiam como era feita a utilização do eixo simétrico para representação de figuras ou pontos no plano cartesiano e não detinham conhecimentos de simetria. Também percebemos que alguns colegas de curso, futuros professores de Matemática, tinham dúvidas sobre o conteúdo de simetria. Na universidade, em uma disciplina do curso, o professor trabalhou o *software* GeoGebra, explicando que este software poderia trabalhar vários conceitos matemáticos. Foi nesse momento que despertou o interesse de trabalhar o conteúdo e propor uma aplicação deste junto ao *software*.

O GeoGebra pode trabalhar algumas características da simetria e os alunos poderão ter uma visão melhor do conteúdo, passando a ter uma aula dinâmica e mostrando a aplicabilidade no seu cotidiano. Foi pensando nisso que pesquisamos o que os PCN orientam sobre o ensino da Geometria e como poderíamos trabalhar com o software. Segundo os PCN a relação entre formas geométricas e suas características são fundamentais para os dias atuais (BRASIL, 1998):

As questões relacionadas com as formas e relações entre elas, com as possibilidades de ocupação do espaço, com a localização e o deslocamento de objetos no espaço, vistos sob diferentes ângulos são tão necessárias hoje quanto o foram no passado. (BRASIL, 1998, p.122).

De acordo com os PCN as aplicações da Geometria nas aulas de Matemática são pouco abordadas e em muitas vezes até confundidas com outros assuntos. O ensino da Geometria é essencial para a capacidade de desenvolvimento cognitivo dos alunos que com ela passam a enxergar a aplicabilidade no mundo atual. A Geometria é rica em situações problemas que podem ser trabalhadas pelo o professor em sala de aula.

No entanto, a Geometria tem tido pouco destaque nas aulas de Matemática e, muitas vezes, confunde-se seu ensino com o das medidas. Em que pese seu abandono, ela desempenha um papel fundamental no currículo, na medida em que possibilita ao aluno desenvolver um tipo de pensamento particular para compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. Também é fato que as questões geométricas costumam despertar o interesse dos adolescentes e jovens de modo natural e espontâneo. Além disso, é um campo fértil de situações-problema que favorece o desenvolvimento da capacidade para argumentar e construir demonstrações. (BRASIL, 1998, p.122).

Com utilização do software em sala de aula, acreditamos que se pode proporcionar ao aluno uma visão melhor sobre o conteúdo, passando a ter aulas mais dinâmicas e havendo mais interação entre os alunos e o professor. Eles poderão discutir diferentes conceitos da simetria e, principalmente, compreendendo a presença da simetria no seu cotidiano.

1.2 PROBLEMÁTICA

Com o desenvolvimento da pesquisa descrita neste trabalho, buscamos responder por meio de uma investigação a seguinte problemática: Como a utilização do software GeoGebra pode contribuir para o ensino da simetria?

Como anteriormente mencionado, alguns alunos têm dificuldades em perceber a presença da simetria em figuras geométricas do seu dia a dia: com vasos, tapetes, construções etc. A utilização da simetria nos anos iniciais pode contribuir para o desenvolvimento dos alunos sobre as formas geométricas, na qual eles podem observar o comportamento das figuras, levando-os a perceber isto e as estruturas das figuras. Dessa forma a utilização do GeoGebra pode contribuir para que os estudantes visualizem de forma dinâmica o movimento das figuras no plano. Também levando-o a enxergar a simetria e as formas geométrica nos objetos ao seu redor.

1.3 OBJETIVOS GERAIS E ESPECÍFICOS

Trataremos nesse item as metas da pesquisa, bem como os passos secundários que se fizeram imperativos vivenciar com fins de galgar o objetivo primário.

1.3.1 Objetivo geral

Analisar possíveis contribuições do *software* GeoGebra para a aprendizagem de alunos do 1º do Ensino Médio sobre conceitos que envolvem a simetria.

1.3.2 Objetivos específicos

- Identificar o nível de conhecimento dos alunos referente ao conteúdo de simetria, por meio de um questionário diagnóstico;
- Elaborar e executar uma sequência de aulas contemplando o assunto de simetria com auxílio do GeoGebra;
- Aplicar um questionário prognóstico para controle do trabalho abordado na aplicação da aula;
- Avaliar qualitativamente as contribuições do GeoGebra para a aprendizagem da simetria, através dos questionários pré e pós aplicação das aulas.

1.4 METODOLOGIA DA PESQUISA

A classificação metodológica da presente pesquisa se delimita no âmbito do estudo de caso, no qual podemos ainda especificá-la como: exploratória, bibliográfica e qualitativa.

Com relação aos objetivos da pesquisa, a classificamos como exploratória. Segundo Gil (2002, p.41):

Estas pesquisas têm como objetivo proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a constituir hipóteses. Pode-se dizer que estas pesquisas têm como objetivo principal o aprimoramento de ideias ou a descoberta de intuições (GIL, 2002, p.41).

Já em relação ao ponto de vista dos procedimentos técnicos assumidos, a pesquisa é categorizada em bibliográfica, tendo em vista que para a estruturação teórica da pesquisa pautamo-nos em preceitos publicados em livros, revistas, artigos científicos, monografias, dissertações, teses, internet etc. “com o objetivo de colocar o pesquisador em contato direto com todo material já escrito sobre o assunto da pesquisa.” (Prodanov & Freitas, 2013, p. 54).

Quanto a abordagem, a pesquisa se expressa em natureza qualitativa, tendo em vista que “o pesquisador mantém contato direto com o ambiente e o objeto de estudo em questão, necessitando de um trabalho mais intensivo de campo”, (Prodanov & Freitas, 2013, p. 70). Optamos por essa abordagem para que pudéssemos retratar em detalhes os resultados

Com relação a coleta de dados, a pesquisa trata-se de um estudo de caso em que os dados se dão através de um questionário, com uma análise que “consiste no estudo profundo e exaustivo de um ou poucos objetos, de maneira que permita seu amplo e detalhado conhecimento” (GIL, 2002, p.54).

Os participantes desse estudo são os alunos de duas turmas de 1º ano do Ensino Médio da Escola Cidadão Integral e Técnica Estadual Agenor Clemente dos Santos, localizada na cidade de Alagoinha-PB. A realização desta pesquisa se deu em três etapas. Para a primeira etapa, foi aplicado um questionário (pré-teste), com sua aplicação no dia 11 de julho de 2019, que contou com sete questões de caráter sócio econômico, afim de tornar evidente o perfil do grupo participante do estudo, e quatro questões abordando o conteúdo de simetria de forma diversificada.

Através do referido questionário foi verificado o nível de conhecimento simétricos dos alunos. Em seguida, foi feito um planejamento, contemplando em 5 aulas os conteúdos simétricos, para as quais foram elaborados dois planos de aulas, um para cada turma. Um dos planos foi elaborado de forma que os conteúdos seriam abordados e trabalhados em formato

tradicional, enquanto o outro abordou a utilização do *software* GeoGebra. Após isso, os alunos passaram por outro questionário (pós aplicação) aplicado no dia 22 de agosto de 2019, com o propósito de investigar os possíveis avanços e contribuições atingidas através do *software* no desenvolvimento das habilidades em relação ao conteúdo proposto.

Por fim, apresentamos uma análise dos resultados obtidos em ambas as turmas, para que pudéssemos através desta consolidar o quão relevante foi a proposta e quais as contribuições o *software* GeoGebra pode proporcionar para o ensino-aprendizagem dos conceitos da Geometria, voltada para a simetria.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 O ENSINO DA GEOMETRIA

Quando falamos em Geometria, pensamos logo em imagens ou conceitos. Para Ferreira (1999, p.983) a Geometria é:

“ciência que investiga as formas e as dimensões dos seres matemáticos” ou ainda “um ramo da matemática que estuda as formas, plana e espacial, com as suas propriedades, ou ainda, ramo da matemática que estuda a extensão e as propriedades das figuras (geometria Plana) e dos sólidos (geometria no espaço) (FERREIRA, 1999, p.983).

Já para Boyer (1996, p. 5) “o desenvolvimento da Geometria pode ter sido estimulado por necessidades práticas de construção e demarcação de terras, ou por sentimentos estéticos em relação a configurações e ordem”.

No sentido etimológico a palavra Geometria que vem do grego (geo+metria) que tem significado “medição de terra”. A partir dessa definição, é fundamental reconhecer que o aluno precisa visualizar de forma tridimensional o que lhe é apresentado no contexto atual, para que ela possa estabelecer seus conceitos dentro da Geometria.

Com base nisso, Kaleff (2003, p.14) cita os estudos de Van Hiele em que “a visualização, a análise e a organização informal (síntese) das propriedades geométricas relativas a um conceito geométrico são passos preparatórios para o entendimento da formalização do conceito”. E ela cita a preocupação com a visualização em torno da Geometria (idem, p.15), com base nas pesquisas em Educação Matemática que “(...) apontaram para a importância de se incentivar nos meios educacionais o desenvolvimento de habilidades de visualizar”.

Para Ferreira (1996, p.1784), visualizar é “formar ou conceber uma imagem visual, mental de (algo que não se tem ante os olhos no momento)” e visualização “ato ou efeito de visualizar” ou “transformação de conceitos abstratos em imagens real ou mentalmente visíveis”.

O aluno muitas vezes recorre à habilidade de visualização para executar diversas atividades mentais. É onde os materiais concretos permitem ver o objeto em estudo, mas não desenvolvem a habilidade de visualização, que para Kaleff (idem, p.17) “não é inata a todos os indivíduos”.

Com base nessa informação podemos encontrar um indivíduo que visualiza e aquele que não-visualiza. Com isso é importante a exploração de diferentes materiais manipulativos, no intuito de aguçar a curiosidade dos alunos estabelecendo a sua curiosidade e oportunizando o desenvolvimento da percepção sensorial.

Já do ensino da Geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental, espera-se que os alunos desenvolvam a capacidade de identificar pontos de referência e de objetos utilizando materiais, sendo eles físicos manipulativos ou virtuais, como os *softwares*, que ajudem na sua visualização. De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), sobre o ensino da Geometria; diz que:

[...] no Ensino Fundamental – Anos Iniciais, espera-se que os alunos identifiquem e estabeleçam pontos de referência para a localização e o deslocamento de objetos, construam representações de espaços conhecidos e estimem distâncias, usando, como suporte, mapas (em papel, *tablets* ou *smartphones*), croquis e outras representações. Em relação às formas, espera-se que os alunos indiquem características das formas geométricas tridimensionais e bidimensionais, associem figuras espaciais a suas planificações e vice-versa. (BRASIL, 2017, p.272).

Já nos Anos Finais o foco é na ampliação dos conhecimentos adquiridos nos anos anteriores para que eles consigam desenvolver seus conceitos e os amplie em meio ao seu cotidiano. De acordo com BRASIL (2017, p.272).

Esses conceitos devem ter desta que nessa fase do Ensino Fundamental, de modo que os alunos sejam capazes de reconhecer as condições necessárias e suficientes para obter triângulos congruentes ou semelhantes e que saibam aplicar esse conhecimento para realizar demonstrações simples, contribuindo para a formação de um tipo de raciocínio importante para a Matemática o raciocínio hipotético-dedutivo. (BRASIL, 2017, p.272)

Outro ponto que relata e destaca a importância de articular o ensino da Geometria aplicada na Álgebra, passando a desenvolver tanto o conhecimento geométrico quando o algébrico, para BRASIL (2017, p.272):

[...] é a aproximação da Álgebra com a Geometria, desde o início do estudo do plano cartesiano, por meio da geometria analítica. As atividades envolvendo a ideia de coordenadas, já iniciadas no Ensino Fundamental – Anos Iniciais, podem ser ampliadas para o contexto das representações no plano cartesiano, como a representação de sistemas de equações do 1º grau, articulando, para isso, conhecimentos decorrentes da ampliação dos conjuntos numéricos e de suas representações na reta numérica. (BRASIL, 2017, p. 272).

Ainda segundo BRASIL (2015, p. 272), a Geometria não pode ficar em apenas o cálculo de figuras, é preciso estimular no aluno a capacidade de trabalhar o estudo da Geometria em consonância com a Álgebra, levando-os a desenvolver não só o conhecimento geométrico, mas o algébrico também, tornando-os complementares entre si.

[...] a Geometria não pode ficar reduzida a mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume nem a aplicações numéricas imediatas de teoremas sobre relações de proporcionalidade em situações relativas a feixes de retas paralelas cortadas por retas secantes ou do teorema de Pitágoras. BRASIL (2017, p.272).

Com base nessas informações, podemos ver que o ensino da Geometria no Ensino Fundamental tende a desenvolver a capacidade de visualização dos objetos do mundo do indivíduo, a partir do qual ele pode ver a aprendizagem da Matemática de uma forma dinâmica, obtendo uma aprendizagem mais significativa, com a Matemática mostrada no seu cotidiano.

2.2 UM POUCO DA HISTÓRIA DA SIMETRIA

Por muito tempo o homem vem buscando descobrir o padrão de beleza. E a simetria é um dos fatores que contribui nessa busca. Ao longo do tempo podemos perceber, através das grandes construções, que o principal padrão envolvendo estas estruturas é a simetria. Sabendo que a herança cultural dessas estruturas vem antes dos sistemas numeração. Rooney (2012, p.73) relata que “os primeiros contatos com a Geometria são anteriores aos sistemas de números e escritos” e essas evidências foram deixadas através da simetria encontrada em formas de objetos, decorações e estruturas. “Alguns desses padrões datam de 25.000 a.C. Antigas estruturas construídas ou alinhadas com precisão considerável são testemunhos do domínio de algumas formas simples de Geometria pelos nossos ancestrais” (ROONEY, 2012, p.74).

Na atualidade podemos encontrar algumas dessas estruturas em grandes museus, onde muitos desses registros têm mais de 40.000 anos. Segundo Boyer e Merzbach (2012).

O homem neolítico pode ter tido pouco lazer e pouca necessidade de medir terras, porém seus desenhos e figuras sugerem uma preocupação com relações espaciais que abriu caminho para a geometria. Seus potes, tecidos e cestas mostram exemplos de congruência e simetria, que em essência são partes da geometria elementar e aparecem em todos os continentes. (BOYER e MERZBACH, 2012, p. 26).

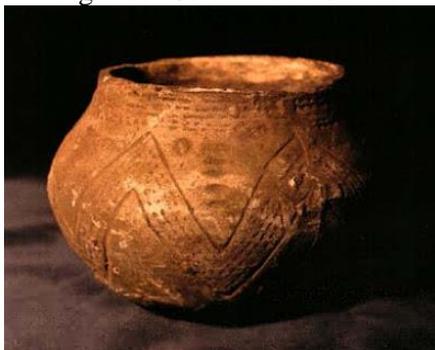
Alguns registros sobre os povos neolíticos deixam clara criatividade para criar objetos com formas simétricas e congruentes na gênese de suas artes. Hoje esses objetos são relíquias históricas, como ilustram alguns exemplos nas Figuras 1 e 2 a seguir:

Figura 1: Objeto de Pedra Polida



Fonte: Elver Savietto, disponível em <http://contexto-da-arte.blogspot.com/2010/02/periodo-neolitico-as-grandes-mudancas.html>.

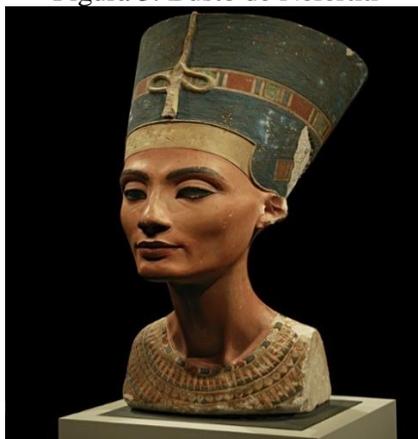
Figura 2: Cerâmica Neolítica



Fonte: Elver Savietto, disponível em <http://contexto-da-arte.blogspot.com/2010/02/periodo-neolitico-as-grandes-mudancas.html>.

Durante muito tempo, várias civilizações antigas demonstram a evidente busca por um padrão de beleza. Podemos citar exemplos como os Babilônios, Gregos, Egípcios e Persas. Podemos evidenciar e na antiga civilização egípcia, que em suas obras eles procuravam a perfeição criando composições altamente organizadas. Através disto, um dos pontos era o uso da simetria nessas obras, como podemos ver nas Figuras 3 e 4:

Figura 3: Busto de Nefertiti



Fonte: Wikipédia, disponível em <https://pt.wikipedia.org/wiki/Arte_do_Antigo_Egito>

Figura 4: Máscara funerária de Tutancâmon.



Fonte: Wikipédia, disponível em <https://pt.wikipedia.org/wiki/Arte_do_Antigo_Egito>

Mas não eram apenas os povos egípcios que trabalhavam com a simetria em suas estruturas, outros povos como os gregos e romanos também tiveram a simetria com base em suas construções. Na Grécia Antiga, por volta do século V a.C., estabeleceu-se o sistema de proporções ideais, que possibilitou a criação de grandes construções como, por exemplo, o grande Partenon. Já na Roma antiga uma das grandes obras que podemos ter conhecimento do uso de simetria é o coliseu, que podemos ver nas Figuras 5 e 6 a seguir.

Figura 5: Partenon em Atenas, Grécia



Fonte: Gabriel Georgescu / Shutterstock.com

Figura 6: O Coliseu em Roma



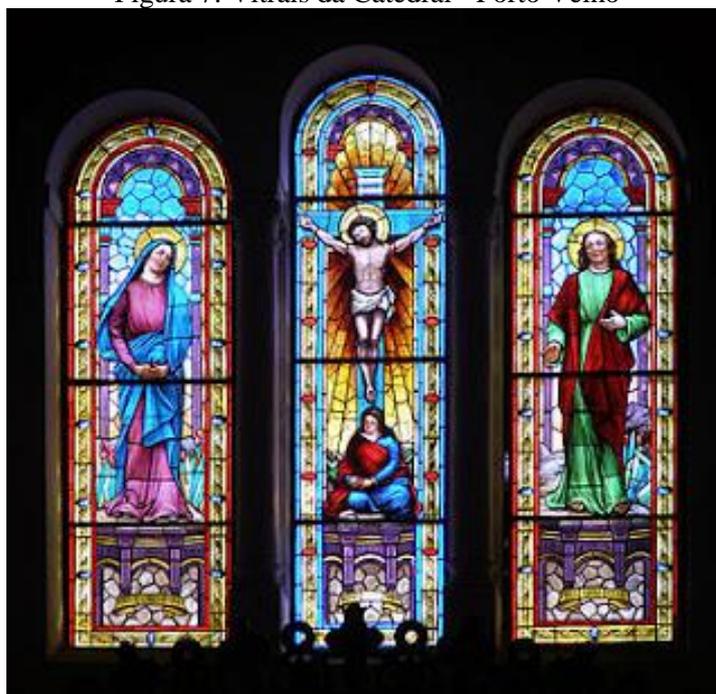
Fonte: Wikipédia, disponível em https://pt.wikipedia.org/wiki/Arte_da_Roma_Antiga

Já durante a Idade Média, devido à grande predominância da igreja católica, grande parte das composições artísticas eram marcadas pela a religiosidade que tinha com base a simetria. Principalmente visível na construção de grandes igrejas.

A estética da proportio era verdadeiramente a estética da Idade Média por excelência. O princípio de simetria, também nas suas expressões mais elementares, era um critério instintivo de tal modo radicado no espírito medieval que era susceptível de determinar a própria evolução do repertório iconográfico. Este provinha da Bíblia, da liturgia, (...) mas, frequentemente, exigências de simetria levavam a modificar uma cena que a tradição tinha transmitido em termos bem definidos, e até a violar os hábitos e a verdade histórica mais comum. (ECO, 1989, p.53).

Podemos perceber que, muito além de um conceito matemático, como é conhecida hoje, a simetria na Idade Média era sinônimo de beleza artísticas nas obras e construções. Destacada nas criações artísticas inspiradas na Bíblia e nas crenças populares como forma de catequese e doutrinação, era a base das produções dos grandes vitrais e esculturas que representavam a santidade, ajudando os artistas a encontrar a divina perfeição que era o foco da época. Dessa forma, a simetria é uma peça essencial encontrada corriqueiramente nas obras desse período – como apontam as Figuras 7 e 8, a seguir – e nos posteriores inspirados nele.

Figura 7: Vitrais da Catedral - Porto Velho



Fonte: Aleks Palitot, disponível em <https://www.newsrondonia.com.br/noticias/a+catedral+do+coracao+da+amazonia/20319>

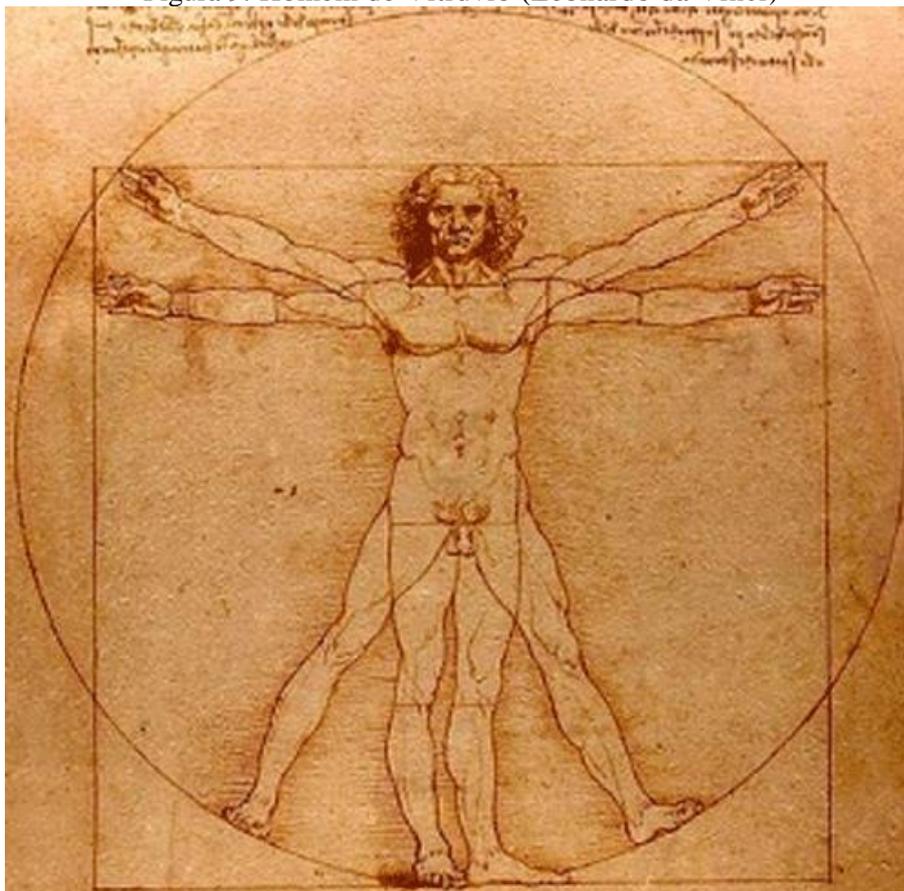
Figura 8: A Basílica de Notre-Dame de Paris



Fonte: Wikipédia, disponível em https://pt.wikipedia.org/wiki/Arquitetura_de_catedrais_e_grandes_igrejas

No Renascimento, houve a valorização e retomada da arte da Antiguidade Clássica, e a valorização do homem na visão científica da natureza. Também ocorreu o desenvolvimento nas artes plásticas, em que se buscava a beleza por meio de proporções e simetrias, com base nos parâmetros da beleza clássica. Muitos artistas procuraram destacar-se durante este período, um deles foi o artista Leonardo da Vinci, que conseguiu seu destaque através da obra o Homem Vitruviano, que representava o ideal clássico do equilíbrio, da beleza, da harmonia e da perfeição das proporções do corpo humano, que podemos ver que acordo com a Figura 9.

Figura 9: Homem de Vitruvio (Leonardo da Vinci)



Fonte: vivadecora – disponível em <https://www.vivadecora.com.br/pro/curiosidades/simetria/>

Mas durante o renascimento Boyer e Merzbach (2012, p. 211) destacam que “o Renascimento poderia perfeitamente ter desenvolvido a Geometria pura na direção sugerida pela arte e pela perspectiva”, só que ao mesmo tempo com a criação da Geometria algébrica modificou o interesse dos matemáticos na época.

Destaca-se aqui, através de alguns exemplos, que o conceito de simetria vem atravessando várias culturas de diferentes povos ao longo do tempo. Hoje a maioria entende a simetria como fundamento ou propriedade Matemática, mas se olhamos no contexto histórico, a percepção sobre simetria precede e/ou não a formalidade Matemática.

2.3 A SIMETRIA MATEMÁTICA

Ao falamos em simetria, muitos definem com um espelhamento de uma imagem semelhante a original, onde muitos veem a simetria voltada apenas para a arte. Mas a simetria vai além desse conceito.

Uma definição mais completa para a simetria é a definição relatada por Fonseca (2010, p. 3).

[...] um dos princípios básicos na formulação de modelos matemáticos para os fenômenos naturais, além de sua ligação com as artes. A sua ideia é uma das mais ricas na matemática e está associada às transformações geométricas, designadamente às isometrias, fato que justifica o seu estudo já no ensino fundamental. No ensino escolar atual o termo simetria, na maioria das vezes, é tomado como sinônimo de simetria de reflexão. Contudo, no plano há quatro tipos de transformações que preservam distâncias, isto é, há quatro tipos de isometrias: reflexão, translação, rotação e reflexão seguida de translação. Cada uma dessas isometrias gera figuras simétricas a outras figuras e também figuras simétricas a si mesmo (FONSECA, p. 3, 2010).

Entendemos que para Fonseca (2010) a simetria não está apenas no conceito de reflexão de uma imagem, mas sim dívida nas isometrias como quatros tipos de simetria (reflexão, translação, rotação e reflexão seguida de translação). Com isso este trabalho terá com base estes quatro tipos de isometrias.

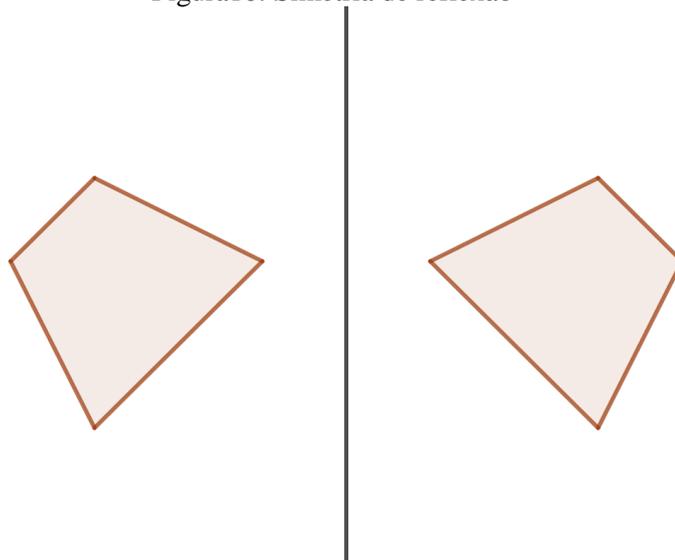
Os documentos oficiais relatam que o estudo da simetria, englobado nos conteúdos de Geometria, no qual a proposta o define, é através de materiais como papel quadriculado ou através de *software* que trabalhe a Geometria dinâmica. E o que relata BRASIL (2015, p. 272). “O estudo das simetrias deve ser iniciado por meio da manipulação de representações de figuras geométricas planas em quadriculados ou no plano cartesiano, e com recurso de softwares de Geometria dinâmica.”. Leva-nos a entender que o conteúdo de simetria já deve ser trabalho logo nos anos iniciais do Ensino Fundamental II, para que os educandos comecem a desenvolver e visualizar os estudos das figuras no contexto do dia-a-dia, relacionando os conhecimentos adquiridos em sala de aula aos espaços de vivência em que circulam.

Para a elaboração deste trabalho, vamos nos restringir a análise da simetria nas figuras geométricas planas. Neste contexto definiremos alguns conceitos das simetrias trabalhada, como: reflexão, rotação, translação e reflexão seguida de translação.

Reflexão

Acontece quando se tem uma imagem ou ponto original e através de uma reta, chamada de eixo de reflexão, encontra-se uma imagem ou ponto que é a reflexão do original, onde ambos têm a mesma característica e a mesma distância em relação ao eixo.

Figura10: Simetria de reflexão

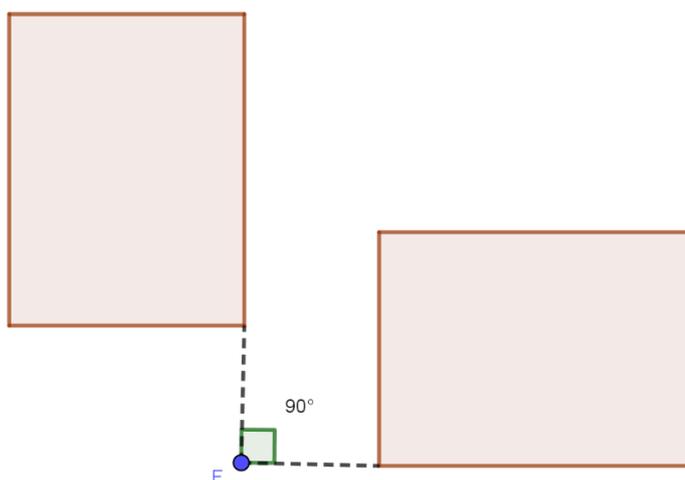


Fonte: Arquivo pessoal, 2019.

Rotação

É o tipo de simetria que rotaciona a imagem original através de um ponto, tendo em vista um ângulo no qual a imagem vai rotacionar.

Figura 11: Simetria de rotação

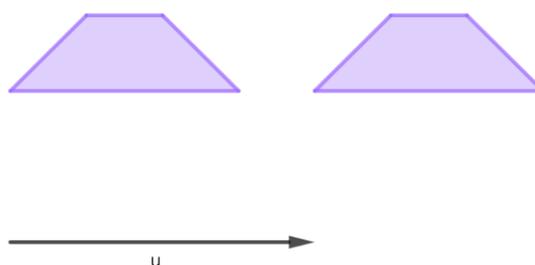


Fonte: Arquivo pessoal, 2019.

Translação

Transladar um objeto significa que você está movendo sem girá-lo ou refletir, através de um vetor. No qual translação tem um sentido e uma distância dependo do vetor que se está aplicando. Onde todos os pontos da figura sofrem um deslocamento sem alterar sua forma, com uma intensidade e na mesma direção do eixo de translação.

Figura 12: Simetria de translação

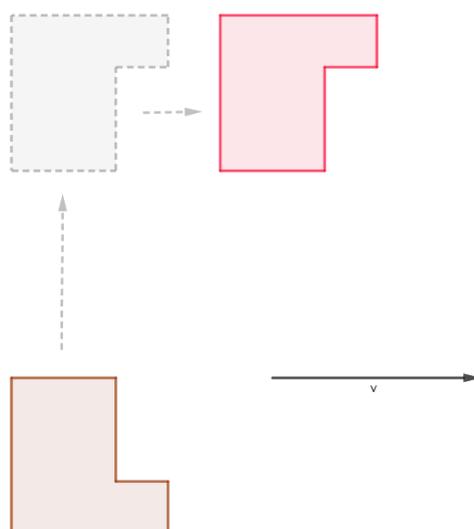


Fonte: Arquivo pessoal, 2019.

Reflexão seguida de translação (Reflexão com deslizamento)

A reflexão com deslizamento é único tipo de simetria que envolvem mais uma etapa para o seu desenvolvimento, no qual temos que fazer primeiro a reflexão da imagem com eixo de reflexão e após transladar com vetor.

Figura 13: Reflexão seguida de translação



Fonte: Arquivo pessoal, 2019.

2.4 REFLETINDO SOBRE A TECNOLOGIA NA ESCOLA

Durante muito tempo o ensino vem acontecendo sempre através da lousa, giz e o livro didático, deixando as aulas um pouco desestimulantes, causando o desinteresse e a consequente evasão de alunos na Educação Básica. Um possível motivo para que os alunos voltem a se

interessar é o uso de distintas tendências metodológicas, como o uso das tecnologias, dos materiais didáticos manipulativos, dentre outras.

Na atualidade com o avanço da TIC's (Tecnologias de Informação e Comunicação), principalmente com a utilização da maioria dos alunos, e por hoje a maioria das escolas já oferecerem os serviços como *wifi* e as salas de informática, há a necessidade de uso e exploração desses recursos como aliados na aprendizagem.

Mesmo assim, muitos professores não utilizam estes recursos para passar seus assuntos, algumas vezes por não ter uma formação adequada e outras por estarem há muito tempo em sala de aula e não quererem ter o trabalho de preparar outras aulas com aqueles conteúdos explorando o uso dos recursos tecnológicos.

Hoje a construção do conhecimento do educados está se tornado cada vez mais desafiador para os educadores, visto que alunos estão na era tecnológica, em que eles têm acesso as informações em todo lugar, em que muitos não conseguem transformar essas informações em conhecimento.

Para que isso ocorra, é indispensável a utilização dos meios tecnológicos que possibilitem a construção do conhecimento.

Não há dúvida de que as novas tecnologias de comunicação e informação trouxeram mudanças consideráveis e positivas para a educação. Vídeos, programas educativos na televisão e no computador, sites educacionais, softwares diferenciados transformam a realidade da aula tradicional, dinamizam o espaço de ensino e aprendizagem, onde, anteriormente, predominava a lousa, o giz, o livro e a voz do professor. (KENSKI, 2007, p.46).

A partir desta informação de ensino, o professor deixa de ser o detentor do conhecimento passando a ser o mediador deste conhecimento, estando presente para fazer o intercâmbio entre as informações e o conhecimento com o estudante, levando o professor a ensinar os alunos a pesquisar, observar e discutir os resultados, auxiliando o educando a construir seus conhecimentos de forma autônoma e mais objetiva.

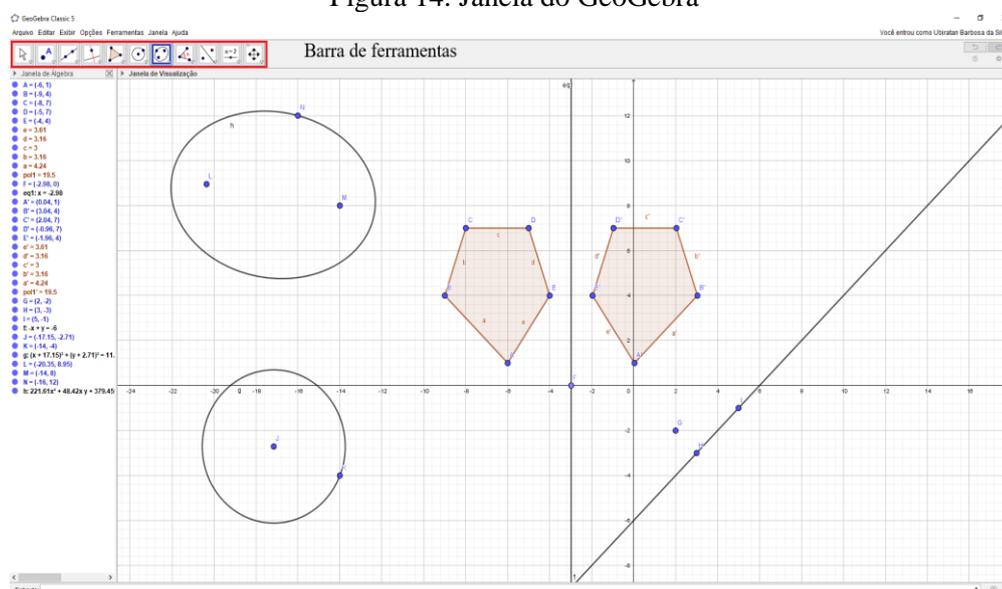
2.4.1 O GEOGEBRA

Através destas informações, um *software* que vem se destacando no ensino da Matemática, é o GeoGebra, definido como

Geogebra é um software de matemática dinâmica para utilizar em ambiente de sala de aula, que reúne Geometria, Álgebra e Cálculo. Recebeu muitos prêmios internacionais incluindo o prêmio de software educativo Alemão e Europeu. Idealizado e criado por Markus Hohenwarter na Universidade de Salzburg. (FERREIRA, 2010, p.3).

O GeoGebra é um *software* de Geometria dinâmica que permite criar pontos, retas, polígonos, cônicas, elipses, entre outros objetos. O *software* apresenta duas janelas principais: a janela algébrica e a janela geométrica (janela de visualização), ele é composto na parte superior está localizado a barra de ferramenta e na parte inferior a caixa de entrada, como podemos ver na Figura 14:

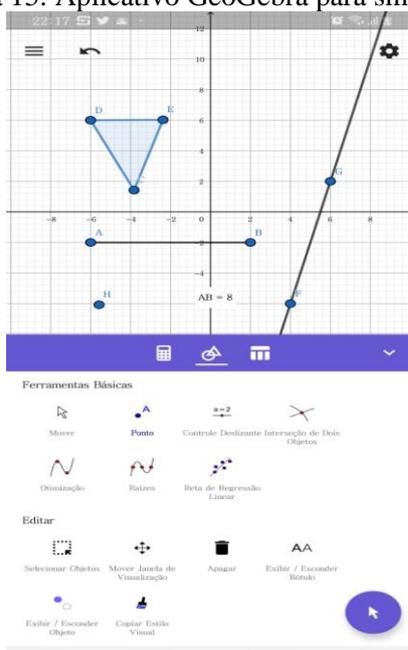
Figura 14: Janela do GeoGebra



Fonte: Arquivo pessoal, 2019.

Com o avanço da tecnologia, além de ter o aplicativo para computadores, o GeoGebra tem hoje uma ferramenta para smartphone como podemos ver na Figura 15. Com isso facilita muito o ensino da Matemática, pois a maioria dos alunos utilizam o aparelho cotidianamente. O que exploramos é o uso do aparelho como ferramenta de aprendizagem, não apenas de comunicação e jogos de entretenimento.

Figura 15: Aplicativo GeoGebra para smartfone.



Fonte: Arquivo pessoal, 2019.

A principal vantagem que o *software* oferece é o manuseio dos objetos construídos. Por exemplo, na Figura 14, podemos modificar a localização do polígono fazendo com que altere seu perímetro e, por consequência, podemos modificar outras formas geométricas, o que não seria possível de conseguirmos no quadro e lápis. Dessa forma temos uma melhor visualização do objeto trabalhado.

Através desta possibilidade, podemos verificar e testar as propriedades e os conceitos variados, com a modificação dos objetos.

Com todas as possibilidades apresentadas, trabalharemos com este *software* para o ensino da simetria, apesar de trabalharmos com algumas ferramentas do GeoGebra, a principal utilizada para as práticas a seguir será a ferramenta na qual temos as opções das simetrias.

Com isso podemos construir e trabalhar os conceitos da simetria na qual o aluno poderá visualizar seus movimentos em tempo real. Criando assim seus próprios conceitos sobre o assunto de forma prática e dinâmica.

3 RELATO DA PRÁTICA

Neste capítulo abordaremos o relato das aulas, discussão e análise dos dados coletados após a aplicação dos questionários.

3.1 REALIZAÇÃO DAS AULAS

As aulas aqui mencionadas ocorreram entre os dias 15 a 19 de julho de 2019 e tiveram como objetivo investigar a contribuição do uso do *software* GeoGebra no ensino da simetria. Para a concretização desta pesquisa foram abordadas 5 aulas, na sequência aqui relatadas.

A primeira aula, em ambas as turmas do 1º ano do Ensino Médio, aconteceu de modo tradicional, no qual trabalhamos alguns conceitos de simetria, discutindo e mostrando a ideia de simetria, já que a maioria dos estudantes participantes da pesquisa não tinha noção do conteúdo. Após a explicação dos conceitos simétricos, discutimos onde podemos observar no dia-a-dia formas geométricas e simétricas.

Já a partir da segunda aula, dividimos as turmas, em uma trabalhamos de forma tradicional (turma B) e na outra com o uso do *software* GeoGebra (turma A). Nesta aula começamos a trabalhar os tipos de simetria, iniciando com a reflexão. Na turma B, na qual foi trabalhada de forma tradicional, trouxemos a explicação da simetria de reflexão através da construção, desenhando as figuras no quadro e mostrando as características da simetria de reflexão e como é o comportamento dela. Já na turma A, a escolhida para utilizarmos o *software*, trabalhamos da mesma forma que na turma B, só que mostrando as propriedades da simetria de reflexão no GeoGebra, demonstrando que podíamos movimentar os pontos e as figuras, promovendo uma melhor visualização geométrica.

Na terceira aula trabalhamos com a simetria de rotação, na turma B, mostramos o comportamento de uma imagem rotacionada. Tivemos que desenhar uma imagem para cada processo e fazer com que os alunos observassem cada um deles junto a estrutura na nova imagem após a rotação. Já na turma A fizemos o mesmo processo, porém com a utilização do *software*, no qual não foi preciso desenhar novas imagem, pois ele já mostrava todo o processo através da rotação, onde os alunos puderam comparar cada imagem.

Na quarta aula, foi trabalhada a simetria de translação e reflexão seguindo de translação, na qual foi um pouco complicado para os alunos da turma B enxergarem a translação da imagem, pois ao transladar a imagem tinha que ficar com a mesma característica do original e tinha que seguir também as características do vetor em questão. Já na turma A, o processo ficou

um pouco mais simples, pois como o *software* contém o plano cartesiano ficou mais fácil visualizar a translação da imagem e há clareza na visualização da colocação dos pontos que construíam a imagem. Outra parte complicada na turma B, foi mostrarmos o último tipo de simetria que trabalhamos: a simetria de reflexão seguida de translação. Neste processo teríamos que trabalhar primeiro a simetria de reflexão e logo após a de translação no mesmo processo, ficou um pouco difícil de trabalharmos a visualização apenas na lousa. Já na turma A, ficou um pouco mais simples, mesmo assim alguns alunos tiveram dificuldade de visualizar este processo, mesmo com o auxílio do GeoGebra, mas não tanto quanto na turma B.

A quinta aula ficou para trabalharmos com atividades relacionadas aos quatro tipos de simetria. Na turma B, trabalhamos as atividades utilizando o papel milimetrado. Já na turma A, como o laboratório de informática da escola estava em reforma, trabalhamos com os aplicativos do software para *smartphone*. Nas duas turmas foram trabalhados em duplas. Logo após aplicação da atividade, em ambas as turmas, tivemos um diálogo em conjuntos, mostrados os resultados e qual foram os desafios encontrados para resolução da atividade.

3.2 ANÁLISE DOS RESULTADOS

O objetivo deste capítulo é nortearmos e mostrarmos ao leitor os dados e os procedimentos metodológicos que sustentaram as conclusões da pesquisa.

3.2.1 ANÁLISE DO QUESTIONÁRIO DO PRÉ-TESTE

O questionário realizado com os alunos é composto por sete questões de caráter socioeconômico, visando identificar algumas características sociais dos alunos participantes da pesquisa, e, além destas, mais quatro questões relacionadas aos conhecimentos matemáticos associadas ao tema da pesquisa. As questões Matemáticas visam investigar se os alunos tiveram experiência ou não em relação ao conteúdo da pesquisa, nos anos que integram o Ensino Fundamental. O questionário foi aplicado em duas turmas da 1ª Série do Ensino Médio, as quais denominaremos de turma A e turma B.

Como descrito, o questionário teve por base algumas questões sobre conhecimentos matemáticos que objetivaram sanar a dúvida de se o aluno detém ou não o conhecimento em relação ao conteúdo de simetria, se ele vislumbrou ou não o conteúdo durante os anos do Ensino Fundamental. Para o reconhecimento dos sujeitos da pesquisa, detalharemos um pouco das

características socioeconômicas de cada turma e, após isto, exibiremos os resultados pré-teste comparando cada turma.

A respeito das características socioeconômicas das Turmas temos que: a turma A é composta por 42 alunos, dos quais apenas 30 alunos estava presente no dia da aplicação do questionário, onde 53% são do sexo feminino, aproximadamente 87% estão entre 14 e 16 anos e 13% tem idade superior a 16 anos. Sobre residência, 73% dos alunos residem na zona urbana e desse índice 45% mora perto da escola. Sobre situação financeira, cerca de 80% desses alunos alegaram que a família tem uma renda entre 1 a 2 salários mínimos, 5% alegaram que a família tem renda inferior a um salário mínimo, e os demais não quiseram opinar. De acordo com a pesquisa, apenas 17% alegou que não moram com os pais e sim com outros familiares com: avós ou irmão. A pesquisa mostrou também que 63%, ou seja, mais da metade não gosta de Matemática, pois muitos afirmam que ela é difícil, complicada e alguns sentem dificuldade para aprender. A pesquisa mostrou também que 53% da turma diz que receber ajuda de familiares e/ou amigos para resolver as atividades escolares.

Já a turma B conta com um total de 38 alunos, no qual apenas 31 estava presente no dia da pesquisa. Dos participantes 55% dos alunos são do sexo feminino, sendo que 71% está na faixa etária entre 14 e 16 anos, e os demais 29% então entre 16 e 18 anos. Desses alunos, apenas 48% moram na zona urbana, no qual 27% destes alunos afirmaram que moram perto da escola. Sobre situação financeira, 48% afirmaram que a família tem renda inferior a um salário mínimo, 26% alegaram que a família receber entre 1 e 2 salários mínimos e os demais não quiseram opinar. A pesquisa mostrou que 94% dos alunos mora com os pais e os demais moram com algum outro familiar como avós ou tios. Mostrou também que 55% da turma gosta de Matemática, pois alegam que gostam da matéria e acham a disciplina de Matemática, além de interessante, importante para o seu futuro. De acordo com os alunos 55% recebem ajuda de pais e/ou amigos na realização das atividades escolares.

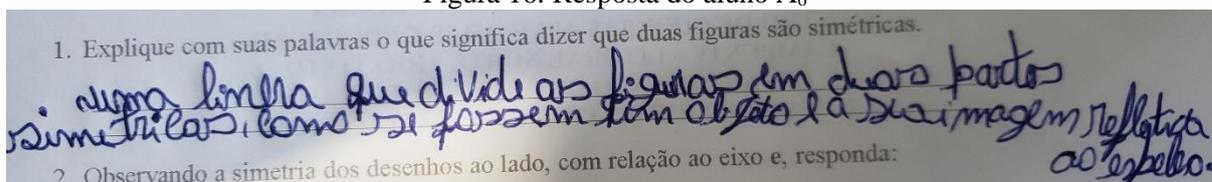
Fazendo uma breve comparação socioeconômica, entre as turmas, podemos ver que ambas são compostas por maioria do sexo feminino. Que a faixa etária da maioria dos alunos nas duas turmas é em média entre 14 e 16. Já em relação a localidade podemos ver que maioria dos alunos da turma A mora na zona urbana enquanto na turma B mora na zona rural. E que renda familiar turma A está um pouco superior as da turma B. Porém o número de alunos que mora com os pais na turma B é um pouco maior que na turma A.

Já em relação ao questionário de conhecimento matemático, para facilitar a identificação das repostas dos alunos das ambas as turmas (A e B), adotamos as letras que representas as

turmas A e B, e afim diferenciar as respostas dos alunos, distinguimos da seguinte forma: Para os alunos da turma A, denominamos pela letra A seguindo a numeração de acordo com a quantidade de participantes ($A_1, A_2, A_3, \dots, A_{30}$), da mesma forma será aplicado para os alunos da turma B ($B_1, B_2, B_3, \dots, B_{31}$).

Na primeira questão, o principal objetivo era o conhecimento dos alunos em relação a simetria, se eles já tinham visto ou se tinham alguns conhecimentos sobre os conceitos de simetria. Para os alunos da turma A apenas dois alunos responderam esta questão, ou seja apenas 7% tentou, pois alegaram que viram durante o Ensino Fundamental, mas não lembravam direito. Já os 93% alegaram que nunca tinham visto o conteúdo de simetria e nem tentaram responder. Podemos ver a resposta do aluno A_6 na figura 16.

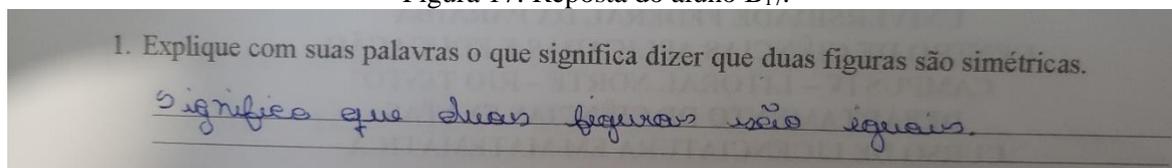
Figura 16: Resposta do aluno A_6



Fonte: Arquivo pessoal, 2019.

Já na turma B, a maioria afirmou que não estudaram o conteúdo de simetria durante o ensino fundamental. Mesmo sem ter o conhecimento sobre simetria, 68% dos alunos tentou responder, com suas palavras o conceito de simetria para eles, onde a maioria respondeu conforme podemos observar na figura 17.

Figura 17: Resposta do aluno B_{17} .



Fonte: Arquivo pessoal, 2019.

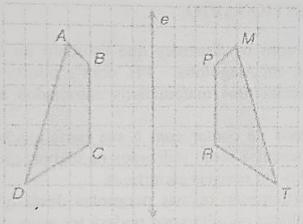
Como podemos ver, mesmo não tendo o conceito e não terem visto o conteúdo de simetria mais da metade da turma B, tentou responder a primeira questão observando as demais, enquanto na turma A, pouquíssimos alunos tentaram explicar o significado da palavra simetria.

Na segunda questão trabalhamos com eixo de simetria, no qual pretendíamos ver a percepção dos alunos e se eles tinham o conhecimento e o raciocínio de responder à questão 2.

De acordo com os dados apenas 1 aluno tentou responder e parcialmente correta. Com podemos observar na figura 18.

Figura 18: Resposta do aluno A₁.

2. Observando a simetria dos desenhos ao lado, com relação ao eixo e , responda:



a) Qual é o ponto simétrico do ponto M ? _____

b) Qual é o lado simétrico ao lado \overline{AD} ? _____

c) O segmento \overline{BC} mede 2cm. Quanto mede \overline{PR} ? 2cm

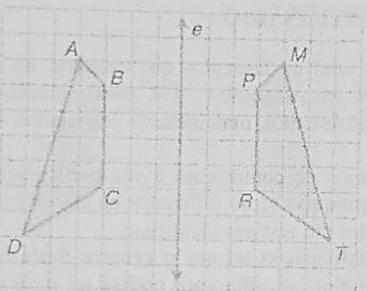
d) Qual é a medida do ângulo formado pelo eixo de simetria e o segmento \overline{AM} ? 790°

Fonte: Arquivo pessoal, 2019.

Já na turma B, 58% dos alunos tentaram responder à questão, mas apenas 1 aluno chegou próximo de responder, como podemos observar na figura 19. A resposta dos os alunos no qual a maioria teve no mesmo raciocínio podemos observar na figura 20.

Figura 19: Resposta do aluno B₂₀.

2. Observando a simetria dos desenhos ao lado, com relação ao eixo e , responda:



a) Qual é o ponto simétrico do ponto M ? ponto A

b) Qual é o lado simétrico ao lado \overline{AD} ? M e T

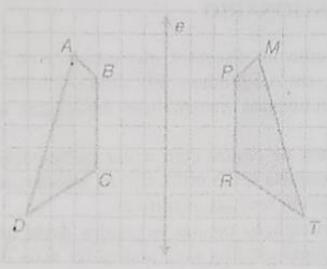
c) O segmento \overline{BC} mede 2cm. Quanto mede \overline{PR} ? 2 cm

d) Qual é a medida do ângulo formado pelo eixo de simetria e o segmento \overline{AM} ? 4 cm

Fonte: Arquivo pessoal, 2019.

Figura 20: Resposta do aluno B₁₂

2. Observando a simetria dos desenhos ao lado, com relação ao eixo e , responda:



a) Qual é o ponto simétrico do ponto M ? P

b) Qual é o lado simétrico ao lado \overline{AD} ? B.C

c) O segmento \overline{BC} mede 2cm. Quanto mede \overline{PR} ? 2cm

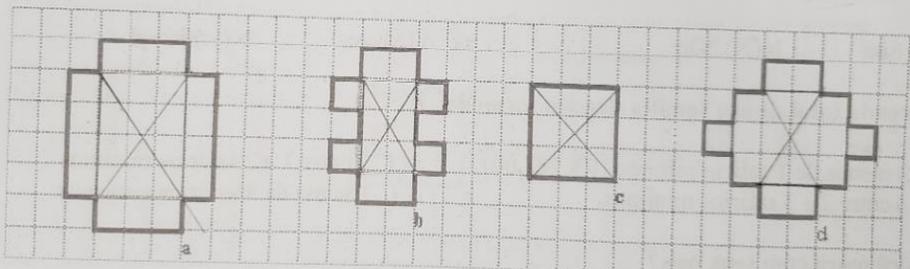
d) Qual é a medida do ângulo formado pelo eixo de simetria e o segmento \overline{AM} ? 4em

Fonte: Arquivo pessoal, 2019.

Na terceira questão tem como objetivo reconhecer os possíveis eixos de simetria, no qual o aluno tinha que traçar com o auxílio de uma régua todos os possíveis eixos de simetria nas figuras abordadas na questão. Na turma A, 100% dos alunos não quiseram responder. Já na turma B, 16% tentaram responder, podemos ver a resposta de acordo o raciocínio e entendimento do aluno na figura 21.

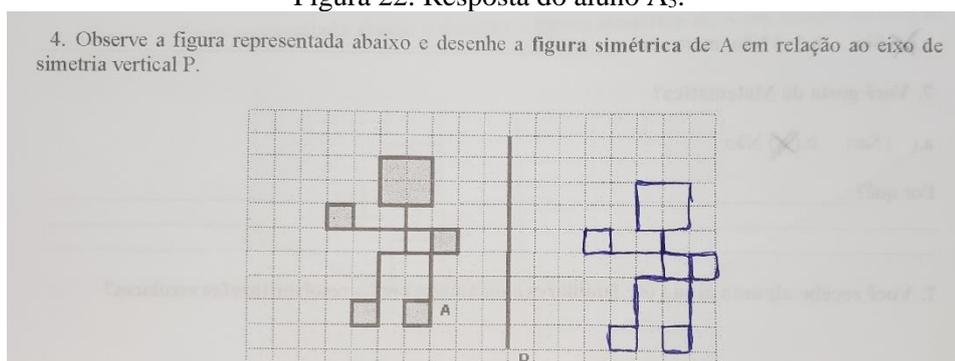
Figura 21: Resposta do aluno B₈.

3. Utilizando uma régua trace os eixos de simetria das figuras abaixo:



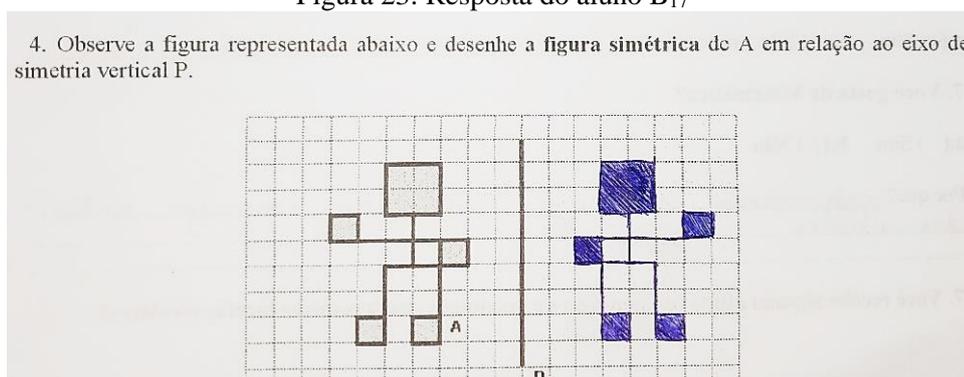
Fonte: Arquivo pessoal, 2019.

Já na quarta e última questão do pré-teste, tenta trabalhar o eixo de reflexão em que o aluno tem que desenhar a figura de acordo com o eixo. Na turma A, apenas um aluno tentou responder à questão mesmo a errando, como podemos ver na figura 22.

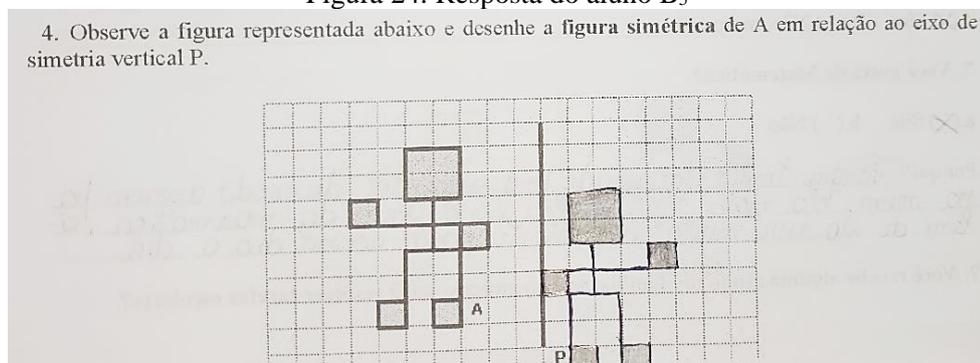
Figura 22: Resposta do aluno A₅.

Fonte: Arquivo pessoal, 2019.

Já na turma B, 73% dos alunos tentaram responder à questão 4, de onde 32% destes acertaram a questão e do total de alunos essa porcentagem equivale a 23% dos alunos com acerto. Como podemos ver algumas das respostas tanto dos alunos que acertam com dos que erram na questão, que estão representadas nas figuras 23 e 24.

Figura 23: Resposta do aluno B₁₇

Fonte: Arquivo pessoal, 2019.

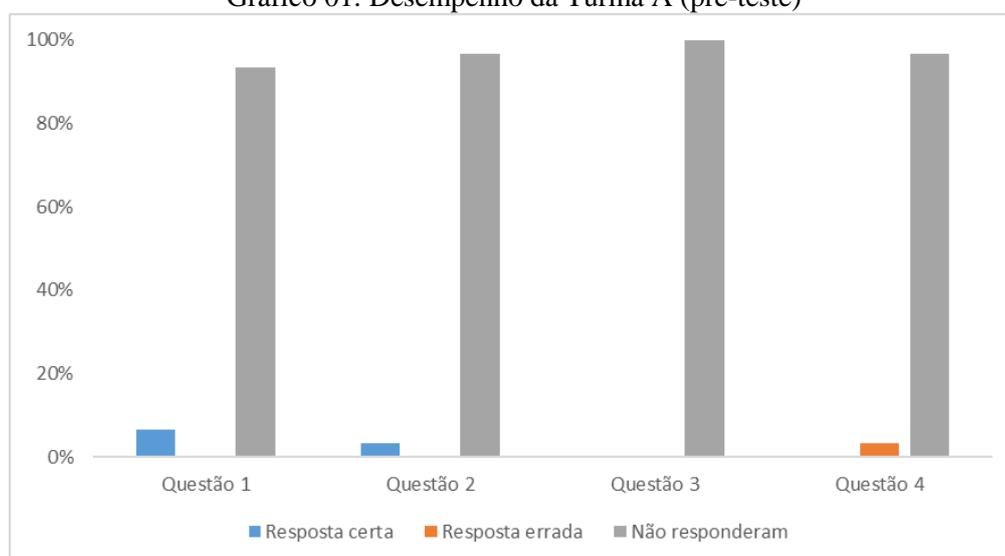
Figura 24: Resposta do aluno B₅

Fonte: Arquivo pessoal, 2019.

A partir dos dados fornecidos através do questionário, na turma A, temos alunos que não têm a mínima habilidade para responderem as questões relacionadas ao conhecimento matemático abordado na pesquisa, no qual pode ser aceitável, já que eles não tiveram o estudo do conteúdo em questão. Já na turma B, mesmo alguns alunos nunca tendo visto o conteúdo de simetria, mostraram algumas habilidades inatas no desenvolvimento da pesquisa.

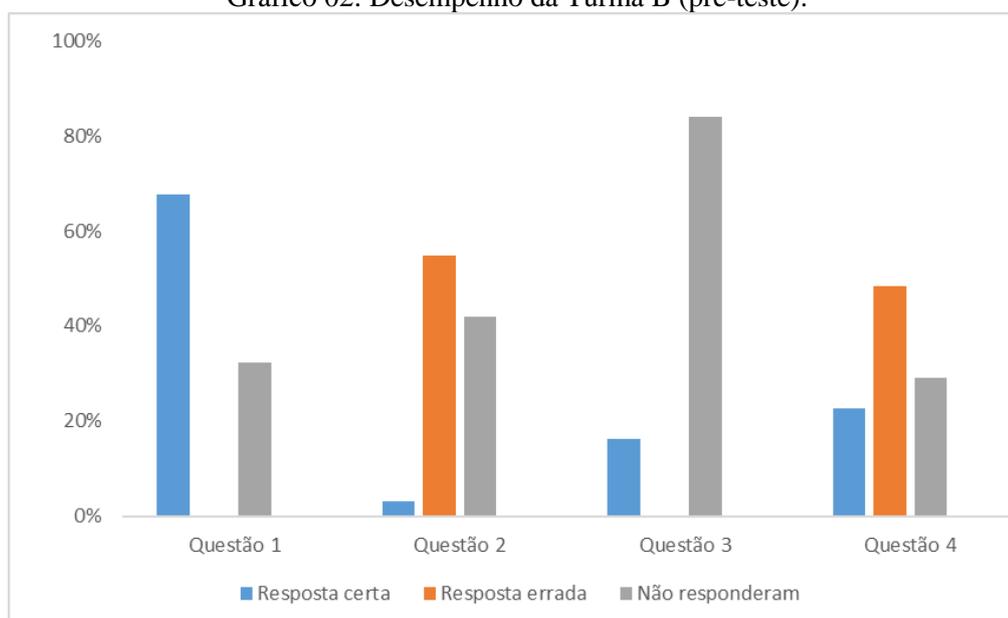
Os gráficos 01 e 02, a seguir, nos mostra com mais clareza os resultados obtidos após a aplicação do questionário de pré-teste.

Gráfico 01: Desempenho da Turma A (pré-teste)



Fonte: Arquivo pessoal, 2019.

Gráfico 02: Desempenho da Turma B (pré-teste).



Fonte: Arquivo pessoal, 2019.

De acordo com os gráficos é possível verificar que do total de quatro questões contidas no questionário de pesquisa, na turma A, mais de 90% não possuía habilidade no desenvolvimento para responder ao questionário. No que relataram ao pesquisador, a maioria dos alunos não tiveram o estudo de simetria durante o Ensino Fundamental, chegando ao Ensino Médio com uma defasagem no que se refere ao conteúdo – salientando que, assim, eles não quiseram sequer tentar responder o questionário. Na turma B, temos o mesmo relato dos alunos da turma A, onde quase todos os estudantes alegaram não ter visto o conteúdo durante o Ensino Fundamental. Nesta turma em questão, eles utilizaram procedimentos derivados do raciocínio lógico, no qual mais de 50% da turma tentou responder de forma parcial às questões 1, 2 e 4, apresentando dificuldade apenas para responder à questão 3. De acordo com os resultados apresentados no instrumento aplicado, os alunos da turma B mostraram que, nesse primeiro momento, possuem habilidades superiores aos alunos da turma A, no que concerne o conteúdo de simetria em acordo com as questões propostas.

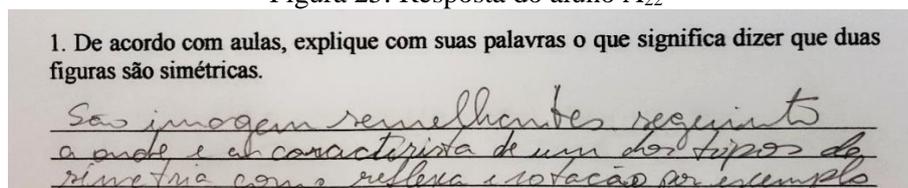
3.2.2 ANÁLISE DO QUESTIONÁRIO DO PÓS-TESTE

Após a intervenção das 5 aulas planejadas para as duas turmas, que continuaremos a denominá-las de turma A e turma B, foi aplicado um novo questionário que contou com a presença de 34 alunos da turma A e 32 alunos da turma B. Este questionário foi composto por 5 questões de conhecimentos matemáticos, abordando o conteúdo de simetria. O questionário contou com 3 questões semelhantes ao primeiro questionário e 2 mais com maior profundidade relativo ao conteúdo.

A primeira questão tratou do mesmo contexto. Como muitos alunos não souberam definir o que são figuras simétricas, mantivemos a mesma natureza da questão com vistas a observar as possíveis distinções de respostas após a intervenção. Na questão 2, alterou-se o enunciado, mas permaneceu a mesma essência, em que os alunos teriam que associar a figura de acordo com o eixo de reflexão. Já na questão 3, trabalhamos também o eixo de reflexão só que através de pontos no plano cartesiano. Seguindo a na questão 4, trabalhamos o conceito da simetria de rotação a qual não trabalhamos no primeiro questionário, o mesmo ocorreu na questão 5, no qual foi trabalhado a simetria de translação. As duas últimas questões, foram inseridas com o objetivo de comparar o desenvolvimento entres as turmas, visto que a maioria – conforme relatado por eles – não tinha estudado o conteúdo no Ensino Fundamental, e levando em consideração que uma turma trabalhou o uso do *software* GeoGebra, enquanto a outra não.

A questão de número 1, exigia que o aluno expressasse após a aula, qual era a visão que ele tinha em relação ao que eram duas imagens simétricas, onde ele tinha que explicar com suas palavras o conceito de simetria. Na turma A, na qual as aulas foram através da utilização do GeoGebra, 76% dos alunos responderam explicando o que era figuras simétricas, o restante tinha dificuldade ou não quiseram responder. Podemos observar a resposta de um dos alunos da turma A, na figura 25.

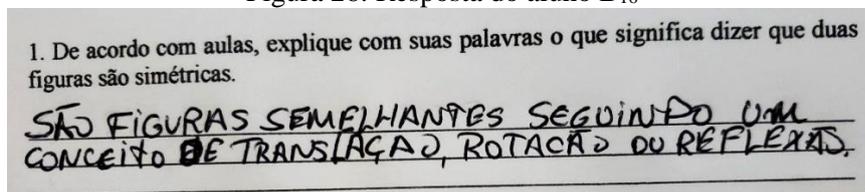
Figura 25: Resposta do aluno A₂₂



Fonte: Arquivo pessoal, 2019.

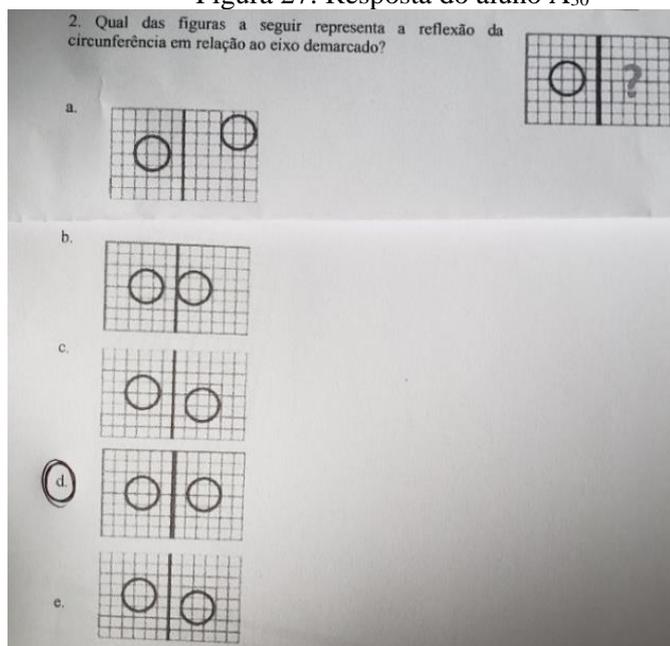
Já na turma B, no qual as aulas foram do modo tradicional, apenas 56% da turma respondeu à questão, o restante tinha dificuldade ou não quiseram responder. Observe a resposta de um dos alunos na figura 26.

Figura 26: Resposta do aluno B₁₆



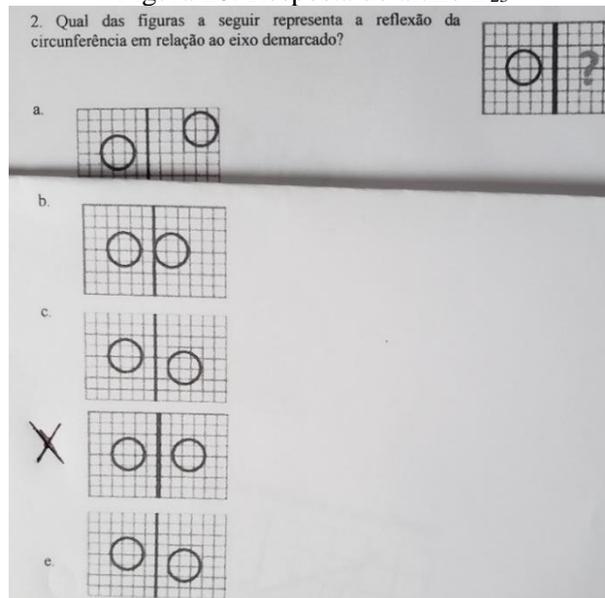
Fonte: Arquivo pessoal, 2019.

Na questão 2, o aluno tinha que ter o conhecimento do eixo de reflexão, no qual ele tinha que marcar a alternativa que representava o complemento da figura em questão através do eixo de reflexão. Na turma A 65% dos alunos acertaram a questão, como podemos observar na figura 27 a resposta de um dos alunos.

Figura 27: Resposta do aluno A₃₀

Fonte: Arquivo pessoal, 2019.

Na turma B, 63% dos alunos acertam a questão, em comparação com a turma A, eles tiveram no mesmo nível de conhecimento. Podemos observar a resposta de um dos alunos na figura 27.

Figura 28: Resposta do aluno B₂₃

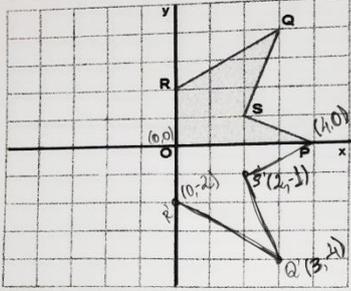
Fonte: Arquivo pessoal, 2019.

Na questão 3, além dos alunos demonstrarem o conhecimento do eixo reflexão, eles também tinham que ter o conhecimento sobre o plano cartesiano e localização de pontos e

coordenadas cartesianas. Na turma A, 53% dos alunos acertam a resposta, podemos observar na figura 29.

Figura 29: Resposta do aluno A₁₅

3. A figura a seguir foi elaborada no plano cartesiano.



Assinale a alternativa correta que contém os vértices da figura simétrica a esta, em relação ao eixo x

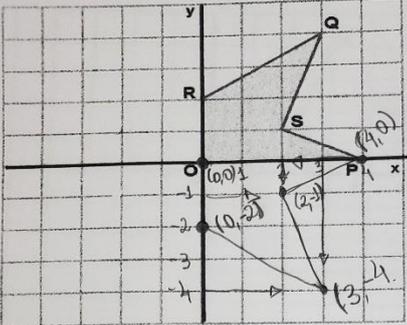
a. $O(0, 0)$, $P(4, 0)$, $Q(3, 4)$, $R(0, 2)$, $S(2, 1)$
 b. $O(0, 0)$, $P(4, 0)$, $Q(3, -4)$, $R(0, -2)$, $S(2, -1)$
 c. $O(0, 0)$, $P(-4, 0)$, $Q(-3, 4)$, $R(0, 2)$, $S(-2, 1)$
 d. $O(0, 0)$, $P(-4, 0)$, $Q(-3, -4)$, $R(0, 2)$, $S(-2, -1)$
 e. $O(0, 0)$, $P(4, 0)$, $Q(-3, -4)$, $R(0, 2)$, $S(-2, -1)$

Fonte: Arquivo pessoal, 2019.

Já na turma B, apenas 31% dos alunos acertaram a resposta, como mostra a figura 30, mostrou também além da dificuldade de visualizar, boa parte da turma teve dificuldade na localização dos pontos. Como podemos observar na figura 31.

Figura 30: Figura do aluno B₁₂

3. A figura a seguir foi elaborada no plano cartesiano.



Assinale a alternativa correta que contém os vértices da figura simétrica a esta, em relação ao eixo x

a. $O(0, 0)$, $P(4, 0)$, $Q(3, 4)$, $R(0, 2)$, $S(2, 1)$
 b. $O(0, 0)$, $P(4, 0)$, $Q(3, -4)$, $R(0, -2)$, $S(2, -1)$
 c. $O(0, 0)$, $P(-4, 0)$, $Q(-3, 4)$, $R(0, 2)$, $S(-2, 1)$
 d. $O(0, 0)$, $P(-4, 0)$, $Q(-3, -4)$, $R(0, 2)$, $S(-2, -1)$
 e. $O(0, 0)$, $P(4, 0)$, $Q(-3, -4)$, $R(0, 2)$, $S(-2, -1)$

Fonte: Arquivo pessoal, 2019.

Figura 31: Figura do aluno B₂₂

3. A figura a seguir foi elaborada no plano cartesiano.

Assinale a alternativa correta que contém os vértices da figura simétrica a esta, em relação ao eixo x

a. $O(0, 0)$, $P(4, 0)$, $Q(3, 4)$, $R(0, 2)$, $S(2, 1)$

b. $O(0, 0)$, $P(4, 0)$, $Q(3, -4)$, $R(0, -2)$, $S(2, -1)$

c. $O(0, 0)$, $P(-4, 0)$, $Q(-3, 4)$, $R(0, 2)$, $S(-2, 1)$

d. $O(0, 0)$, $P(-4, 0)$, $Q(-3, -4)$, $R(0, 2)$, $S(-2, -1)$

e. $O(0, 0)$, $P(4, 0)$, $Q(-3, -4)$, $R(0, 2)$, $S(-2, -1)$

Fonte: Arquivo pessoal, 2019.

Na questão 4, o objetivo era observar o conhecimento adquirido pelos alunos em relação ao conhecimento de simetria na parte de rotação e ângulos, no qual o aluno tem que visualizar a imagem futura, através da imagem atual. Na turma A, 59% da turma conseguiu responder à questão, podemos observar na figura 32.

Figura 32: Resposta do aluno A₃₃

4. A imagem apresentada na figura é uma cópia em preto e branco da tela quadrada intitulada O peixe, de Marcos Pinto, que foi colocada em uma parede para exposição e fixada nos pontos A e B.

Per um problema na fixação de um dos pontos, a tela se desprende, girando rente à parede. Após o giro, ela ficou posicionada como ilustrado na figura, formando um ângulo de 45° com a linha do horizonte.

Para recolocar a tela na sua posição original, deve-se girá-la, rente à parede, no menor ângulo possível inferior a 360° .

A forma de recolocar a tela na posição original, obedecendo ao que foi estabelecido, é girando-a em um ângulo de

a. 90° no sentido horário

b. 135° no sentido horário

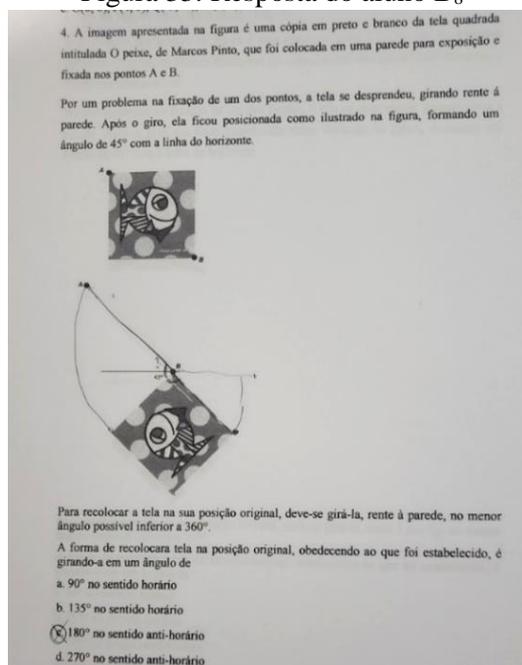
c. 180° no sentido anti-horário

d. 270° no sentido anti-horário

Fonte: Arquivo pessoal, 2019.

Na turma B, apenas 31% conseguiu responder à questão, na qual muitos tiveram problemas na visualização da imagem. Como podemos observar na figura 33.

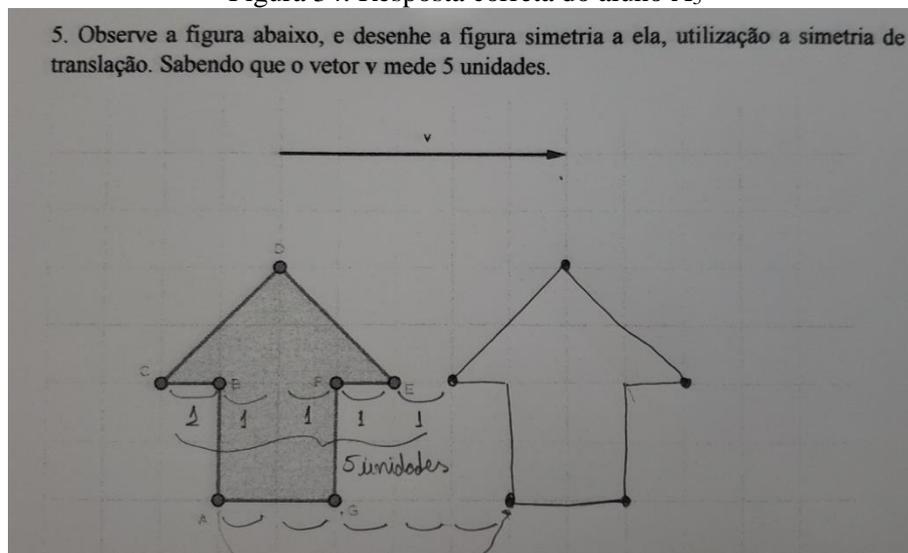
Figura 33: Resposta do aluno B₈



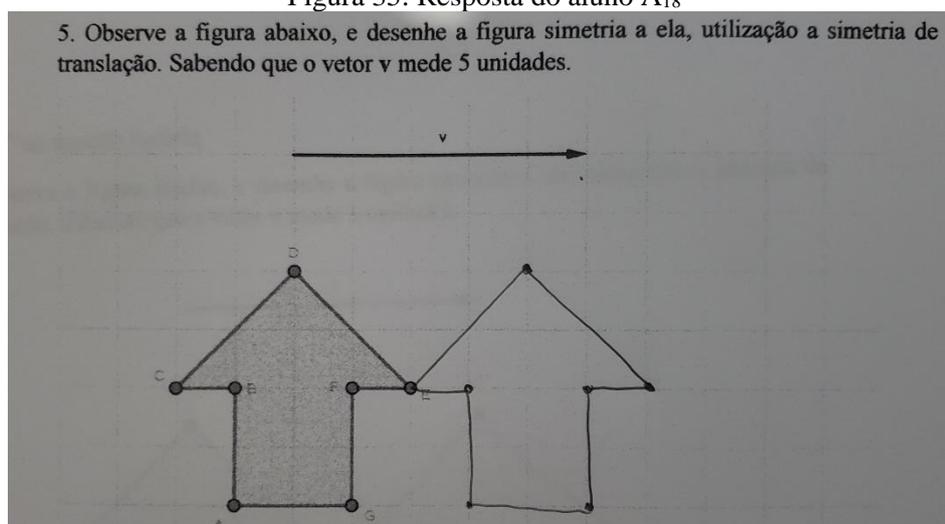
Fonte: Arquivo pessoal, 2019.

Na última questão, o objetivo foi trabalhar a simetria de translação, no qual o aluno tinha de visualizar a imagem transladada utilizando a característica de um vetor. Na turma A, 47% da turma respondeu de forma correta a questão, os demais tiveram uma dificuldade na parte de transladar a imagem, podemos observar nas figuras 34 e 35.

Figura 34: Resposta correta do aluno A₅

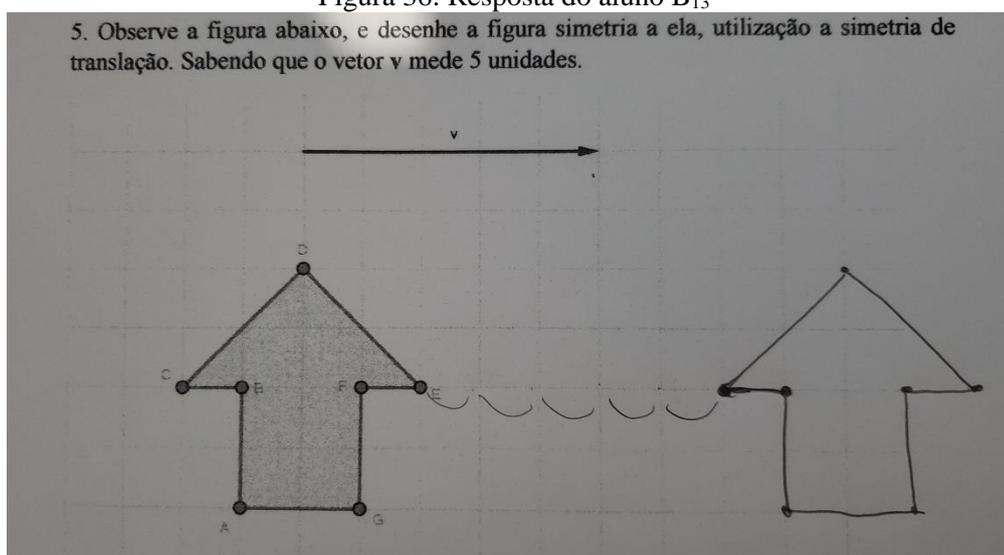


Fonte: Arquivo pessoal, 2019.

Figura 35: Resposta do aluno A₁₈

Fonte: Arquivo pessoal, 2019.

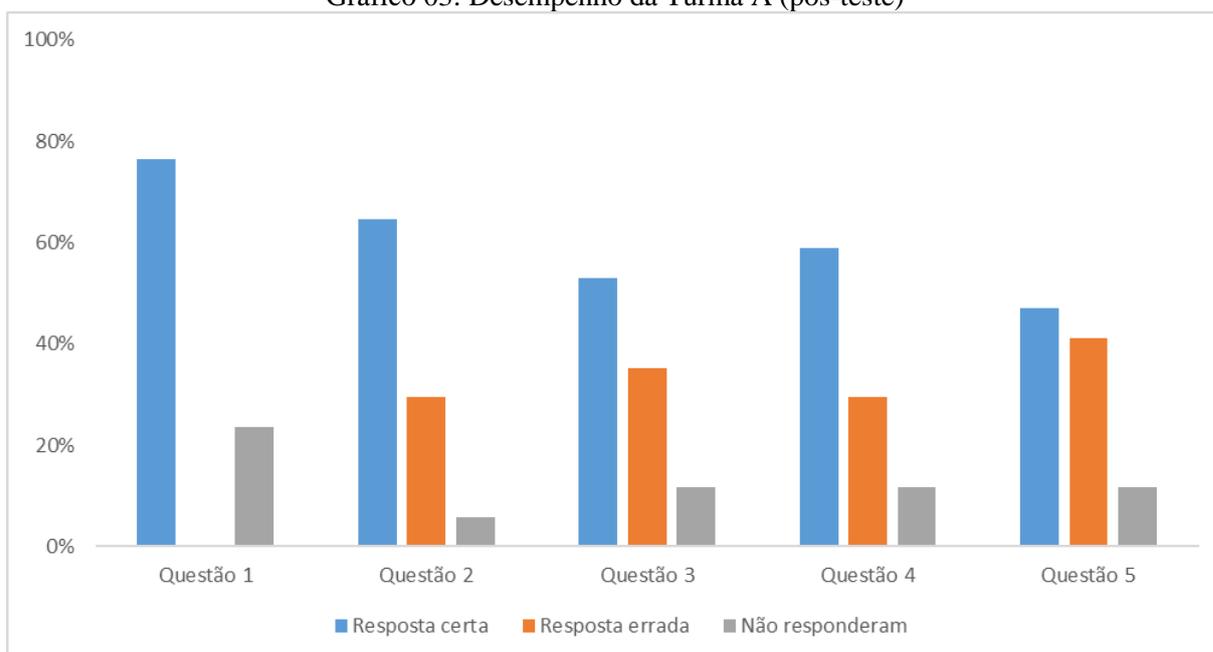
Já na turma B, 38% dos alunos acertam a questão, porém a maioria teve dificuldade na localização dos pontos na hora de transladar a imagem como podemos ver na figura 36.

Figura 36: Resposta do aluno B₁₃

Fonte: Arquivo pessoal, 2019.

Os Gráficos 03 e 04, a seguir, referem-se à sistematização dos dados obtidos após aplicação do pós-teste, no qual podemos observar e comparar os resultados entre as duas turmas:

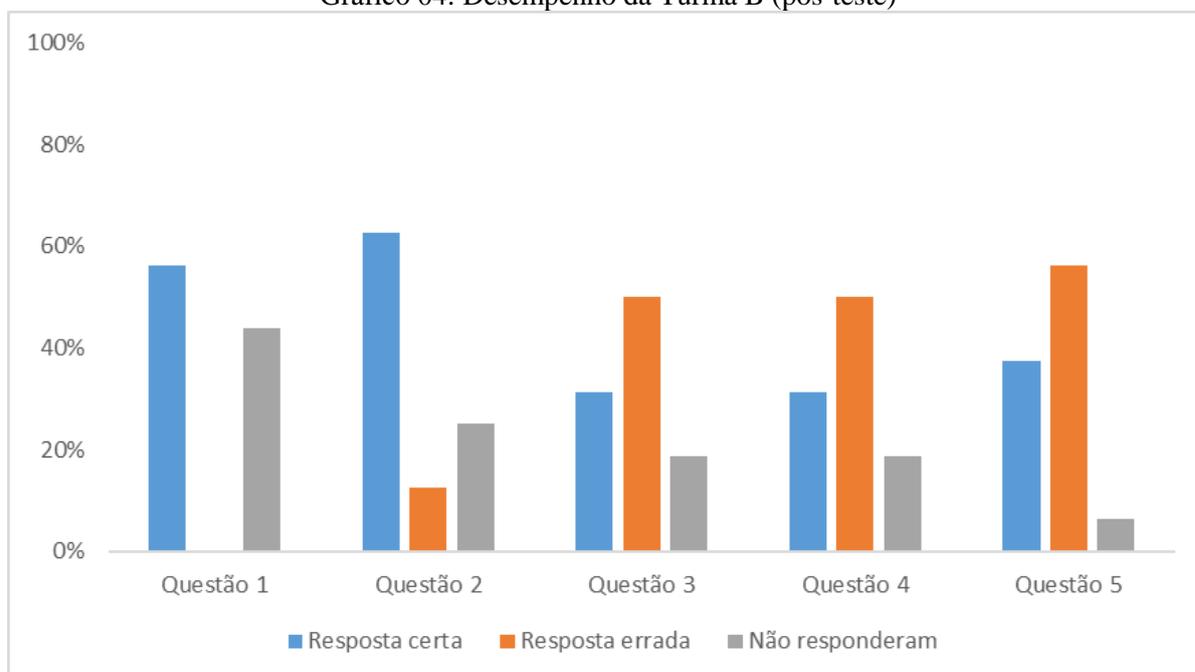
Gráfico 03: Desempenho da Turma A (pós-teste)



Fonte: Arquivo pessoal, 2019.

De acordo com o gráfico 03, podemos observar que a maioria dos alunos conseguiram responder às cinco questões, o que nos mostra também que mais de 40% da turma respondeu de forma correta todas as questões. Podemos constatar também a melhoria na questão 1 que no pré-teste quase 100% dos alunos não sabiam o conceito de simetria.

Gráfico 04: Desempenho da Turma B (pós-teste)



Fonte: Arquivo pessoal, 2019.

Por fim, o gráfico 04, nos mostra que nas questões 1 e 2, mais de 50% da turma acertaram e conceituaram o que são figuras simétricas, já nas questões 3, 4 e 5, demonstramos que os alunos tiveram dificuldades para responder as questões, já que mais de 50% da turma errou essas questões, o que reflete dificuldades na parte de visualização.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho de pesquisa teve como objeto de investigação a utilização do *software* GeoGebra para o ensino de simetria em turmas do 1º ano do Ensino Médio e buscou responder “como a utilização do mesmo pode contribuir para o ensino e aprendizagem do conteúdo de simetria?”. Diante de todos os procedimentos realizados no decurso da pesquisa a que se reporta este trabalho, de forma sistematizada, tornaremos aqui aos objetivos propostos na pesquisa para que possamos responder à nossa problemática:

Com relação ao primeiro objetivo – identificar o nível de conhecimento dos alunos referente ao conteúdo de simetria, por meio de um questionário diagnóstico – após a coleta de dados que foi realizada através de um questionário diagnóstico, foi observado que ambas as turmas (A e B) não detinham um nível de conhecimento em simetria compatível ao esperado para turmas do 1º ano do Ensino Médio. Compreendemos que essa falta de conhecimento possa se dar por meio das dificuldades que um número expressivo dos pesquisados tem em relação a disciplina de Matemática e, por outro lado, por alguns dos estudantes nunca terem visto o conteúdo nos anos anteriores.

Para o segundo objetivo – elaborar e executar uma sequência de aulas contemplando o assunto de simetria com o auxílio do GeoGebra –, posterior a identificação dos níveis de conhecimentos de ambas as turmas, elaboramos e executamos uma sequência didática contemplando o conteúdo, com abordagens metodológicas distintas. Para a turma A, o conteúdo foi proposto com o auxílio do recurso educacional GeoGebra e para a turma B a metodologia aplicada foi a tradicional (aulas expositivas e dialogadas).

Quanto ao terceiro objetivo – aplicar um questionário prognóstico para controle do trabalho abordado na aplicação da aula –, concluída a intervenção, aplicamos ao grupo de estudantes participantes da pesquisa (Turmas A e B do 1º ano do Ensino Médio) um novo questionário (prognóstico) abordando, entre cinco questões, o conteúdo de simetria, com questões de natureza mais profunda que o diagnóstico.

Por fim, com o quarto objetivo – avaliar qualitativamente as contribuições do GeoGebra para a aprendizagem de simetria –, a partir de uma análise comparativa entre os resultados apontados nos instrumentos de coleta de dados, de ambas as turmas, pudemos constatar que a turma A, submetida ao conjunto de aulas com o auxílio do *software* GeoGebra, apresentou um desempenho superior à turma B, que não teve o auxílio do *software*, quanto ao conteúdo de simetria.

Diante do exposto, podemos perceber que a pesquisa foi de grande proveito, visto que a maioria dos alunos que não tinham conhecimento sobre o conteúdo e passaram a tê-lo. Podemos notar também que o *software* GeoGebra contribuiu na questão de visualização das figuras, levando o aluno a compreender melhor as transformações das figuras, passando a instigar no aluno a capacidade de ele visualizar o mundo de outra forma. Ainda, notamos que muitos alunos têm dificuldades além da visualização do comportamento das figuras geométricas, apresentando limitações também em outros conceitos da Matemática, como a localização de pontos no plano cartesiano, deslocamentos de pontos e coordenadas cartesianas.

Com relação a comparação entre as turmas, os resultados demonstraram que a turma A, que no primeiro momento mostrou os alunos pouco interessados e problemáticos em relação ao conteúdo estudado e na qual ocorreu a aplicação do *software* GeoGebra, teve um melhor desempenho que a turma B, turma que o questionário prévio mostrou que os alunos eram mais disciplinados e participativos. Com tudo isso, os alunos após a aplicação da aula com a utilização do *software*, passaram a ter mais interesse na atividade.

Noutra perspectiva, especificamente no que concerne ao recurso utilizado nesta pesquisa como objeto de investigação, como estamos em uma era tecnológica, onde notoriamente os jovens estão imersos à ela, muitas vezes as aulas tradicionais não despertam o interesse do estudante inserido neste modelo de sociedade atual. Nesse contexto o professor de Matemática da Educação Básica deve desempenhar um papel muito importante que é ressignificar sua prática por meio de distintas alternativas de ensino e recursos pedagógicos, sejam eles vídeos, materiais didáticos manipulativos, softwares educacionais, dentre outras. Através das oportunidades que o avanço da tecnologia vem nos proporcionando, a utilização de artefatos tecnológicos se mostra como um grande aliado quando pretende-se voltar o olhar deste perfil de aluno para a Matemática.

Podemos concluir, que o trabalho em relação a proposta didática do ensino da simetria através da utilização do *software* GeoGebra, mostrou ter um resultado positivo, já que os dados recolhidos mostraram que desempenho da turma A, na qual foi aplicado o *software* foi superior a turma B, não submetida ao mesmo recurso. Desta forma, recomendamos ao Professor de Matemática da Educação Básica que busque aliar a sua utilização em sala de aula, não abrindo mão de seus métodos, mas conciliando-o em conjunto. Por fim, desejamos por meio deste cenário, a formulação de novas pesquisas aprofundando e legitimando o (re)conhecimento das potencialidades da utilização de *softwares* matemáticos, tanto no ensino e aprendizagem da Geometria quanto em outras áreas da Matemática.

5 REFERÊNCIAS

- BOYER, Carl B. **História da Matemática**. 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996. Tradução: Elza F. Gomide.
- BOYER, Carl B.; MERZBACH, Uta C. **História da Matemática**. Tradução de Helena Castro. 3. ed. São Paulo: Blücher, 2012.
- BRASIL. Ministério da educação. **Base Nacional Comum Curricular: Educação é a Base**. Brasília: MEC, 2017. 595 p.
- Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental**. Brasília: MEC / SEF, 1998. 148 p.
- ECO, Umberto. **Arte e Beleza na Estética Medieval**. Lisboa: Presença, 1989.
- FERREIRA, Aurélio B. de H. **Novo dicionário Aurélio da Língua Portuguesa**. 2.ed. Curitiba: Nova Fronteira, 1999.
- FERREIRA, Roberto Claudino. **Ensinando Matemática com o GeoGebra**. Enciclopédia Biosfera. Goiânia: <<http://www.conhecer.org.br/enciclop/2010bb.htm>>. vol. 6, N.10, 2010. Acesso em 08 de set de 2019.
- FONSECA, C. R. C. da. **Conceito de Simetria em Livros Didáticos de Matemática para o Ensino Fundamental**, Mestrando em Educação Matemática e Tecnológica pela UFPE. Recife, 2010.
- GIL, Antonio Carlos. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**. 4ª Ed. São Paulo: Atlas, 2002.
- KALEFF, Ana Maria M.R. **Vendo e entendendo poliedros: do desenho ao cálculo do volume através de quebra-cabeças e outros materiais concretos**. Niterói: EdUFF, 2003.
- KENSKI, V. M. **Tecnologias e ensino presencial e a distância**. 8ª ed. Campinas: Papirus, 2007.
- LORENZATO, Sérgio. **Por que não ensinar Geometria?** - in Revista A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM REVISTA, Florianópolis (SC), SBEM, vol. 4, 1995, p. 3-13.
- LORENZATO, Sergio. **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Campinas: Autores Associados, 2006.
- LORENZATO, Sergio. **O LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES**. 3º Ed. São Paulo: Autores Associados. 2010. 178p
- PRODANOV, C. C. / FREITAS, E. C. **Metodologia do trabalho Científico: Métodos e Técnicas da Pesquisa e do Trabalho Acadêmico**. 2ª ed. Novo Hamburgo: Feevale, 2013.
- ROONEY, Anne. **A História da Matemática: Desde a criação das pirâmides até a exploração do infinito**. São Paulo: M. Books do Brasil, 2012.
- WEYL, Hermann. **Simetria**; São Paulo: Edusp, 1997.

APÊNDICES

APÊNDICE 1: Questionário 1 (pré-teste)



**UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
CAMPUS IV – LITORAL NORTE – RIO TINTO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

QUESTIONÁRIO

Estamos realizando este questionário com os discentes que estudam no 1º ano do Ensino Médio na ECIT Agenor Clemente dos Santos, em Alagoinha – PB, com o intuito de identificarmos algumas características sociais e sobre conhecimentos matemáticos associados ao tema de nossa pesquisa.

O questionário é anônimo e gostaríamos de contar com a sua participação voluntária para responder aos itens a seguir. Os dados desta pesquisa serão utilizados na elaboração de um Trabalho de Conclusão de Curso e poderão ser publicados em revistas científicas.

Caso haja qualquer dúvida na sua participação ou nas perguntas deste questionário, favor dirigir-se ao pesquisador. Nas questões de múltipla escolha você poderá ter mais de uma alternativa como resposta. Caso a questão não contemple a resposta desejada, favor escrever ao lado a sua resposta desejada.

1. Qual a sua idade?

- a. () menor de 14 anos b. () entre 14 e 16 anos c. () entre 16 e 18 d. () maior que 18

2. Qual seu sexo?

- a. () Feminino b. () Masculino

3. Você mora perto da escola?

- a. () Sim b. () Não

4. Na zona urbana ou rural?

- a. () Urbana b. () Rural

5. A renda total de sua família fica em torno de:

- a. () menos de 1 salário mínimo (R\$ 788,00) b. () entre 1 a 2 salários mínimos
c. () entre 2 e 3 salários mínimos d. () acima de 3 salários mínimos

6. Você mora com seus pais?

- a. () Sim b. () Não, moro com
-

7. Você gosta de Matemática?

a. () Sim b. () Não

Por quê?

7. Você recebe alguma ajuda (de familiares e ou amigos) para resolver tarefas escolares?

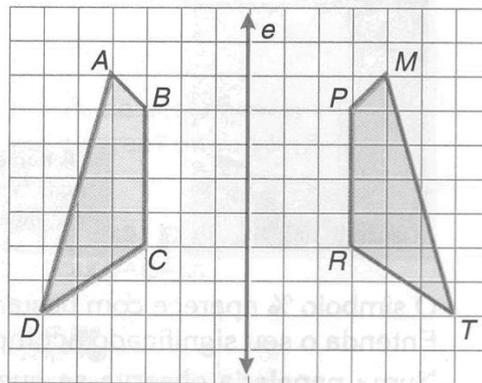
a. () Sim, recebo ajuda. b. () Não, faço as atividades sozinho.

Caso marcou “sim”, indique de quem recebe ajuda

Questões de Matemática:

1. Explique com suas palavras o que significa dizer que duas figuras são simétricas.

2. Observando a simetria dos desenhos ao lado, com relação ao eixo e , responda:



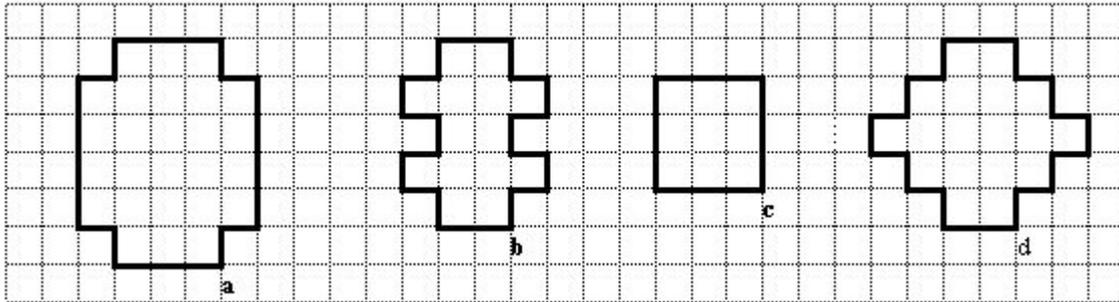
a) Qual é o ponto simétrico do ponto M ? _____

b) Qual é o lado simétrico ao lado \overline{AD} ? _____

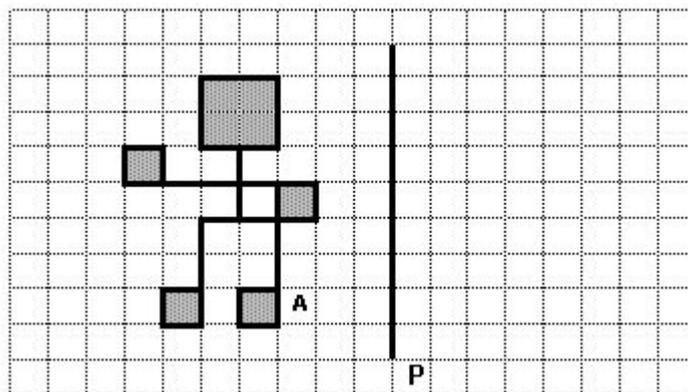
c) O segmento \overline{BC} mede 2cm. Quanto mede \overline{PR} ? _____

d) Qual é a medida do ângulo formado pelo eixo de simetria e o segmento \overline{AM} ?

3. Utilizando uma régua trace os **eixos de simetria** das figuras abaixo:



4. Observe a figura representada abaixo e desenhe a **figura simétrica** de A em relação ao eixo de simetria vertical P.



APÊNDICE 2: Questionário 2 (pós-teste)



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
CAMPUS IV – LITORAL NORTE – RIO TINTO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

QUESTIONÁRIO

Estamos realizando este questionário com os discentes que estudam no 1º ano da ECIT Agenor Clemente dos Santos, em Alagoinha – PB, com o intuito de identificarmos no aluno os conhecimentos matemáticos associados ao tema de nossa pesquisa.

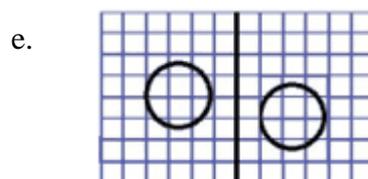
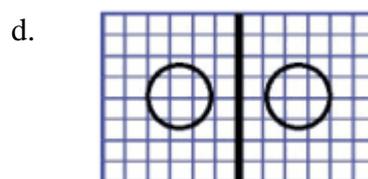
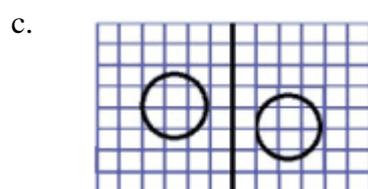
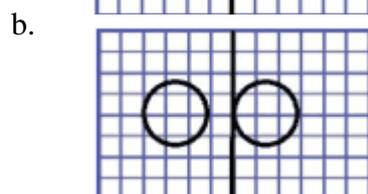
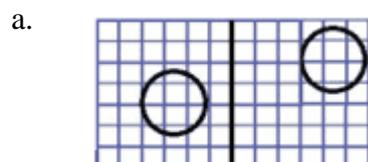
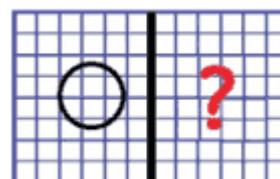
O questionário é anônimo e gostaríamos de contar com a sua participação voluntária para responder aos itens a seguir. Os dados desta pesquisa serão utilizados na elaboração de um Trabalho de Conclusão de Curso e poderão ser publicados em revistas científicas.

Caso haja qualquer dúvida na sua participação ou nas perguntas deste questionário, favor dirigir-se ao pesquisador. Nas questões de múltipla escolha você poderá ter apenas uma alternativa como resposta. Caso a questão não contemple a resposta desejada, favor escrever ao lado a sua resposta desejada.

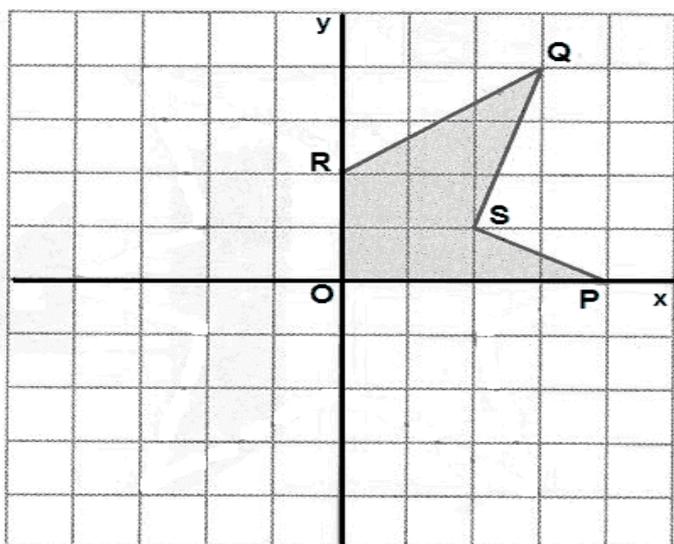
Questões de Matemática:

1. De acordo com aulas, explique com suas palavras o que significa dizer que duas figuras são simétricas.

2. Qual das figuras a seguir representa a reflexão da circunferência em relação ao eixo demarcado?



3. A figura a seguir foi elaborada no plano cartesiano.

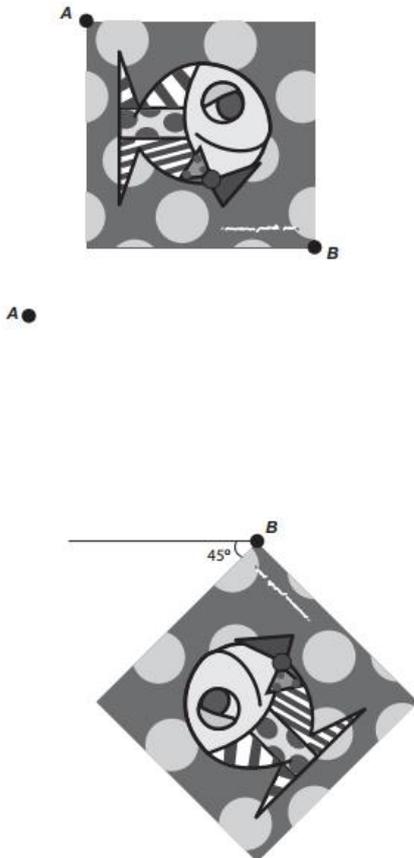


Assinale a alternativa correta que contém os vértices da figura simétrica a esta, em relação ao eixo x

- a. $O(0, 0)$, $P(4, 0)$, $Q(3, 4)$, $R(0, 2)$, $S(2, 1)$
- b. $O(0, 0)$, $P(4, 0)$, $Q(3, -4)$, $R(0, -2)$, $S(2, -1)$
- c. $O(0, 0)$, $P(-4, 0)$, $Q(-3, 4)$, $R(0, 2)$, $S(-2, 1)$
- d. $O(0, 0)$, $P(-4, 0)$, $Q(-3, -4)$, $R(0, 2)$, $S(-2, -1)$
- e. $O(0, 0)$, $P(4, 0)$, $Q(-3, -4)$, $R(0, 2)$, $S(-2, -1)$

4. A imagem apresentada na figura é uma cópia em preto e branco da tela quadrada intitulada O peixe, de Marcos Pinto, que foi colocada em uma parede para exposição e fixada nos pontos A e B.

Por um problema na fixação de um dos pontos, a tela se desprendeu, girando rente à parede. Após o giro, ela ficou posicionada como ilustrado na figura, formando um ângulo de 45° com a linha do horizonte.

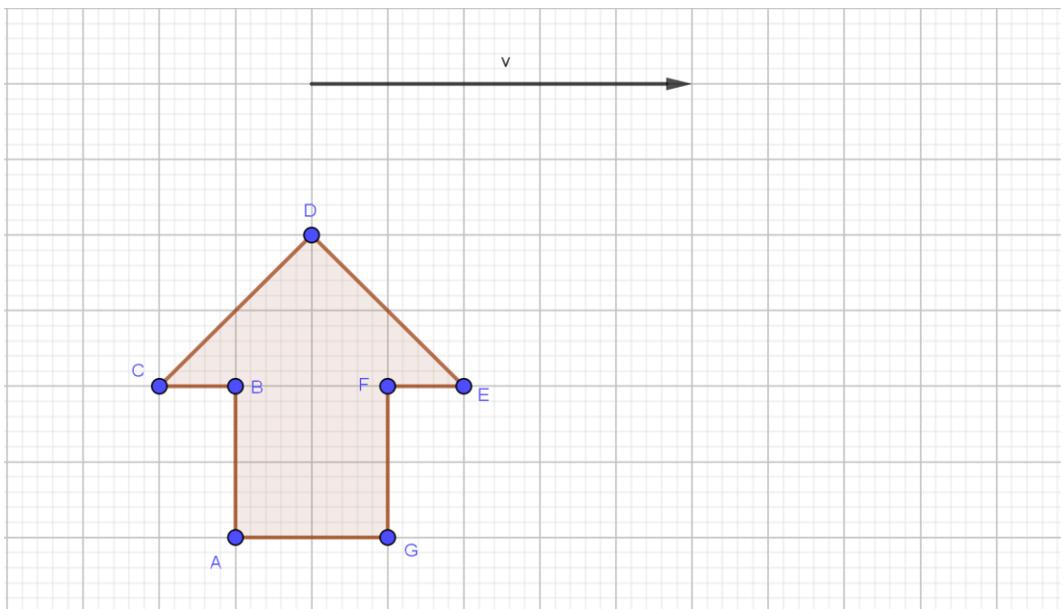


Para recolocar a tela na sua posição original, deve-se girá-la, rente à parede, no menor ângulo possível inferior a 360° .

A forma de recolocara tela na posição original, obedecendo ao que foi estabelecido, é girando-a em um ângulo de

- a. 90° no sentido horário
- b. 135° no sentido horário
- c. 180° no sentido anti-horário
- d. 270° no sentido anti-horário
- e. 315° no sentido horário

5. Observe a figura abaixo, e desenhe a figura simetria a ela, utilização a simetria de translação. Sabendo que o vetor v mede 5 unidades.





APÊNDICE 3: Plano de aula da turma A
UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAIBA - UFPB / Campus IV
Centro de Ciências Aplicadas e Educação - CCAE
Departamento de Ciências Exatas – DCX
Litoral Norte – Rio Tinto /PB



Curso: Licenciatura em Matemática Período: 10º Semestre: 2019.1

Disciplina: TCC

Orientador: Regina Colly

Aluno: Ubiratan Barbosa da Silva

PLANO DE AULA

Objetivos da aula:

Objetivo Geral: Dar ao ensino da Geometria um sentido mais formal e mais lúdico e assim despertar nos alunos o interesse e o gosto pela Matemática, através do ensino da simetria com a utilização do software GeoGebra.

Objetivos Específicos:

Compreender as figuras simétricas através dos tipos de simetria, como: reflexão, translação, rotação e reflexão seguindo de translação;
Identificar e classificar figuras através dos tipos de simetria

Conteúdo(s): Simetria

Indicação do ano: 1º ano do Ensino Médio

Tempo estimado: 5 aulas de 50 minutos cada, sendo 3 para a aplicação do software GeoGebra

Material necessário: quadro negro, giz, apagador e o software GeoGebra.

Avaliação: A avaliação será realizada através da observação da interação/ participação de cada aluno e da compreensão dos mesmos na aplicação da atividade realizada em sala.

Referências utilizadas:

VERÍSSIMO, Bárbara. **Isometrias**. 2012. Disponível em:
<https://pt.slideshare.net/estudamatematica/isometrias-11757371?next_slideshow=1>. Acesso em: 12 jul. 2019.



APÊNDICE 4: Plano de aula da turma B
UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAIBA - UFPB / Campus IV
Centro de Ciências Aplicadas e Educação - CCAE
Departamento de Ciências Exatas – DCX
Litoral Norte – Rio Tinto /PB



Curso: Licenciatura em Matemática Período: 10º

Semestre: 2019.1

Disciplina: TCC

Orientador: Regina Coelly

Aluno: Ubiratan Barbosa da Silva

PLANO DE AULA

Objetivos da aula:

Objetivo Geral: Dar ao ensino da Geometria um sentido mais formal e mais lúdico e assim despertar nos alunos o interesse e o gosto pela Matemática. Onde abordaremos o conceito de simetria.

Objetivos Específicos:

Compreender as figuras simétricas através dos tipos de simetria, como: reflexão, translação, rotação e reflexão seguindo de translação;
Identificar e classificar figuras através dos tipos de simetria

Conteúdo(s): Equação do 1º grau

Indicação do ano: 1º ano do Ensino Médio

Tempo estimado: 5 aulas de 50 minutos cada

Material necessário: quadro negro, giz, apagador, material impresso.

Avaliação: A avaliação será realizada através da observação da interação/ participação de cada aluno e da compreensão dos mesmos na aplicação de exercícios realizados na sala.

Referências utilizadas:

VERÍSSIMO, Bárbara. **Isometrias**. 2012. Disponível em:
<https://pt.slideshare.net/estudamatematica/isometrias-11757371?next_slideshow=1>. Acesso em: 12 jul. 2019.