

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA CURSO MATEMÁTICA LICENCIATURA

OMAR DE OLIVEIRA

DIFICULDADES DE REPRESENTAÇÃO ANALÍTICA DA CIRCUNFERÊNCIA NO 3º ANO DO ENSINO MÉDIO

JOÃO PESSOA 2020

OMAR DE OLIVEIRA

DIFICULDADES DE REPRESENTAÇÃO ANALÍTICA DA CIRCUNFERÊNCIA NO 3º ANO DO ENSINO MÉDIO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática na modalidade presencial, do Centro de Ciências Exatas e da Natureza da Universidade Federal da Paraíba-UFPB, como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof^o Ms Edison Thadeu Bichara Dantas

JOÃO PESSOA 2020

Catalogação na publicação Seção de Catalogação e Classificação

048d Oliveira, Omar de.

Dificuldades de representação analítica da circunferência no $3\,^{\rm o}$ ano do ensino médio / Omar de Oliveira. - João Pessoa, 2020. 46 f.: il.

Orientação: Edison Thadeu Bichara Dantas. Monografia (Graduação) - UFPB/CCEN.

1. Situações - problema. 2. Circunferência. I. Dantas, Edison Thadeu Bichara. II. Título.

UFPB/BC

DIFICULDADES DE REPRESENTAÇÃO ANALÍTICA DA CIRCUNFERÊNCIA NO 3º ANO DO ENSINO MÉDIO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática na modalidade presencial, do Centro de Ciências Exatas e da Natureza da Universidade Federal da Paraíba-UFPB, como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Profo Ms Edison Thadeu
Bichara Dantas

Conceito/Nota: ___aprovado em ____

João Pessoa, ___de ___de 2020

Banca Examinadora

Professor Ms Edison Thadeu Bichara Dantas
Orientador

Professora Dra Rogéria Gaudencio do Rêgo
Membro Interno

Professor Ms João Batista Alves Parente

Membro Interno



ENTRAR NO SISTEMA



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

ATA Nº 13 / 2020 - CCEN-CGM (11.01.14.44)

Nº do Protocolo: 23074.026456/2020-66

João Pessoa-PB, 06 de Maio de 2020

AVALIAÇÃO DO TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO DO CURSO DE MATEMÁTICA

Aluno(a): Omar de Oliveira

Matrícula: 11507428

Data da Defesa: 24/04/2020

Modalidade: Licenciatura

Forma de Avaliação:

Título do Trabalho: APRENDIZAGEM DO CONCEITO ANALÍTICO DA CIRCUNFERÊNCIA.

PROF EDISON THADEU BICHARA DANTAS(Orientador)

Banca Examinadora: PROFA ROGÉRIA GAUDÊNCIO DO RÊGO

PROF. JOÃO BATISTA ALVES PARENTE

Nota do Trabalho 8,5

(Assinado digitalmente em 07/05/2020 15:24) EDISON THADEU BICHARA DANTAS

EDISON THADEU BICHARA DANTAS PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR Matrícula: 1030411

Para verificar a autenticidade deste documento entre em https://sipac.ufpb.br/documentos/informando seu número: 13, ano: 2020, documento (espécie): ATA, data de emissão: 06/05/2020 e o código de verificação: b9da84cc45

Menu Principal

SIPAC | STI - Superintendência de Tecnologia da Informação - | Copyright © 2005-2020 - UFRN - producao_sipac-3.sipac-3

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a **DEUS** por tudo, por ter me dado disposição, perseverança, força e saúde, proporcionando-me a oportunidade de evoluir no conhecimento e em particular na área de Educação Matemática. Sem **ELE**, sem a sua graça e misericórdia, nada disso seria realidade.

Agradeço a minha família, professores e amigos pelo incentivo e paciência.

RESUMO

Este estudo teve por objetivo analisar as dificuldades apresentadas por alunos do 3º ano do Ensino Médio na resolução de situações-problema envolvendo o conceito analítico da circunferência. Tratou-se de um estudo de caso de natureza qualitativo-descritiva. A coleta de dados desse estudo envolveu vinte e três alunos do 3º ano do Ensino Médio em duas escolas, sendo uma delas da rede pública e a outra da rede privada, ambas localizadas na cidade de João Pessoa-PB. O processo de análise de conteúdo foi o procedimento adotado para a análise dos dados. O referido processo revelou haver dificuldades na resolução das situações-problema investigadas, principalmente, naquilo que diz respeito à conversão de registros.

Palavra-chave: dificuldades, conceito, aprendizagem, situações-problema, conversão, registro, circunferência.

ABSTRACT

This study aimed do analyze the difficulties presented by students of the 3rd year of High School in solving problem situations involving the analytical concept of circumference. It was a qualitative-descriptive case study. The data collected of this study, involved twenty-three students of the 3rd year of High School in two schools, one of them from the public network and the other from the private network, both located in the city of João Pessoa-PB. The content analysis process was the procedure adopted for data analysis. The aforementioned process revealed difficulties in solving the problem situations investigated, mainly in what concerns the conversion of records.

Keywords: difficulties, concept, learning, problem situations, conversion, record, circumference.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Resposta 1 da Questão 1	21
Figura 2- Resposta 2 da Questão 1	22
Figura 3- Resposta 3 da Questão 1	23
Figura 4- Resposta 4 da Questão 1	24
Figura 5- Resposta 5 da Questão 1	24
Figura 6- Resposta 6 da Questão 1	25
Figura 7- Resposta 7 da Questão 1	25
Figura 8- Resposta 8 da Questão 1	26
Figura 9- Resposta 1 da Questão 2	27
Figura 10-Resposta 2 da Questão 2	28
Figura 11-Resposta 3 da Questão 2	29
Figura 12-Resposta 4 da Questão 2	30
Figura 13-Resposta 1 da Questão 3	31
Figura 14- Resposta 2 da Questão 3	32
Figura 15- Resposta 3 da Questão 3	32
Figura 16- Resposta 4 da Questão 3	33
Figura 17- Resposta 5 da Questão 3	33
Figura 18- Resposta 6 da Questão 3	34
Figura 19- Resposta 1 da Questão 4	35
Figura 20- Resposta 2 da Questão 4	35
Figura 21- Resposta 3 da Questão 4	36
Figura 22- Resposta 4 da Questão 4	36
Figura 23- Resposta 5 da Questão 4	37
Figura 24- Resposta 6 da Questão 4	38
Figura 25- Resposta 1 da Questão 5	39
Figura 26- Resposta 2 da Questão 5	40
Figura 27- Resposta 3 da Questão 5	41
Figura 28- Resposta 4 da Questão 5	42
Figura 29- Resposta 5 da Questão 5	43

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	
1. INTRODUÇÃO	11
1.1 JUSTIFICATIVA	
1.2 QUESTÃO DE INVESTIGAÇÂO E OBJETIVOS	11
1.2.1 OBJETIVO GERAL	
1.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	12
1.3 METODOLOGIA	12
1.3.1 NATUREZA DO ESTUDO	12
1.3.2 SUJEITOS DA PESQUISA	13
1.3.3 DESCRIÇÃO DO INSTRUMENTO E MATERIAIS UTILIZADOS NA COLE- DE DADOS	
1.3.4 DESCRIÇÃO DO PROCEDIMENTO DA PESQUISA	13
1.3.5 CATEGORIZAÇÃO DOS DADOS	13
1.4 ESTRUTURA DO TEXTO	14
CAPÍTULO 2	16
2. REFERENCIAL TEÓRICO	16
2.1 TEORIA DE REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA	17
CAPÍTULO 3	20
3 ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DAS RESPOSTAS DOS PESQUISADOS	
3.1 RESULTADO GERAL DE DESEMPENHO	20
3.2 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DAS RESPOSTAS À QUESTÃO 1	
3.3 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DAS RESPOSTAS À QUESTÃO 2	
3.4 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DAS RESPOSTAS À QUESTÃO 3	
3.5 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DAS RESPOSTAS À QUESTÃO 4	
3.6 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DAS RESPOSTAS À QUESTÃO 5	
CAPÍTULO 4	
CONSIDERAÇÕES FINAIS	
REFERÊNCIAS	
APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO	46

1. INTRODUÇÃO

1.1 JUSTIFICATIVA

Esse trabalho teve por tema analisar as dificuldades apresentadas por alunos do 3º ano do Ensino Médio na resolução de situações-problema envolvendo o conceito analítico de circunferência¹. Tratou-se de um estudo de caso de natureza qualitativo-descritiva.

Em nossa experiência em sala de aula, nos deparamos com as dificuldades dos alunos sobre esse assunto e o nosso olhar em relação ao conteúdo de circunferência cobrado nas provas do ENEM, também, foi um fator importante que nos impulsionou a realizar essa investigação. Aliado ainda a esses fatores motivadores, destacamos o nosso interesse pelas teorias da aprendizagem que norteiam o cenário acadêmico-científico na área de Educação Matemática, em especial, a teoria de Registro de Representação Semiótica de Raymond Duval.

Além da teoria de Registro de Representação Semiótica de Raymond Duval, o estudo foi embasado pelas interfaces com a teoria do Ausubel, mais especificamente, nos aspectos inerentes à aprendizagem significativa e Piaget naquilo que trata da aprendizagem em suas características gerais.

1.2 QUESTÃO DE INVESTIGAÇÃO E OBJETIVOS

Nesta pesquisa buscamos responder a seguinte pergunta: Quais as dificuldades encontradas por alunos do 3º ano do ensino médio na resolução de situações- problema envolvendo o conceito analítico de circunferência?

¹ Conceito Analítico de Circunferência: Denomina-se Circunferência, o conjunto de pontos de um plano que estão a uma mesma distância R de um ponto fixo O, chamado de Centro.

1.2.1 OBJETIVO GERAL

Analisar as dificuldades apresentadas por alunos do 3º ano do Ensino Médio na resolução de situações-problemas envolvendo o conceito analítico da circunferência.

1.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Classificar as dificuldades encontradas quando é dada a equação reduzida da circunferência e se pede para determinar as coordenadas do centro da mesma e o seu raio;
- Classificar as dificuldades para escrever a equação reduzida da circunferência quando são dadas as coordenadas do centro e o seu raio;
- Enumerar as dificuldades encontradas quando se sai da equação reduzida da circunferência para sua representação no plano cartesiano e vice-versa;
- Descrever as dificuldades apresentadas para encontrar a equação geral da circunferência quando são dadas as coordenadas do centro e o seu raio;
- Descrever as dificuldades apresentadas para determinar as coordenadas do centro e o raio de determinada circunferência quando temos a equação da circunferência na forma geral;
- Enumerar as dificuldades encontradas quando se sai da equação geral da circunferência para sua representação no plano cartesiano e vice-versa.

1.3 METODOLOGIA

1.3.1 NATUREZA DO ESTUDO

O método de investigação utilizado nesta pesquisa, é um estudo de caso de natureza qualitativo e investigativo, por meio de uma abordagem descritiva. Foi aplicado um questionário subjetivo envolvendo situações-problema sobre o conteúdo de circunferência. Desta forma salienta Ludke e André (2014):

A pesquisa qualitativa tem o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento, a pesquisa qualitativa supõe o contato direto e prolongado do pesquisador com o ambiente e a situação que está sendo investigada, via de regra, pelo trabalho intensivo de campo. (LÜDKE e ANDRÉ, 2014, p. 12).

Desse modo, fundamentamos uma pesquisa de natureza qualitativa em forma de estudo de caso, o que permitiu trabalhar com um universo de significados, que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos.

1.3.2. SUJEITOS DA PESQUISA

Participaram do estudo oito alunos do 3º ano do Ensino Médio (Ciclo VI-B e Ciclo VI-C) de uma escola da rede pública e quinze alunos do 3º ano do Ensino Médio de uma escola da rede privada, perfazendo um total de vinte e três alunos.

1.3.3 DESCRIÇÃO DO INSTRUMENTO E MATERIAIS UTILIZADOS NA COLETA DE DADOS

Foi aplicado um questionário subjetivo envolvendo situações-problema sobre o conteúdo de circunferência.

1.3.4 DESCRIÇÃO DO PROCEDIMENTO DA PESQUISA

No dia 12 de setembro de 2019, às 11h25min, na sala do 3º ano A do Ensino Médio de uma escola da rede privada, bem como no dia 18 de setembro de 2019, às 13h40min e às 15h00min na sala do 3º ano do Ensino Médio, de uma escola da rede pública, aplicamos o questionário aos alunos. Estes foram informados a respeito do tempo que teriam para responder ao questionário: um tempo de 50 minutos. Foi vedado o uso de calculadoras e celulares. Não foi permitida a interação entre os pesquisados durante a aplicação do questionário, como também, não puderam utilizar outros materiais, além do papel do questionário dado, régua, esquadros, caneta esferográfica preta ou azul, lápis grafite e borracha. Ao final do tempo estimado, os questionários foram recolhidos.

1.3.5 CATEGORIZAÇÃO DOS DADOS

As respostas dos pesquisados, ao questionário aplicado, foram organizadas em categorias ou níveis pelo procedimento de análise de conteúdo. Estas categorias foram representadas pelos níveis alcançados pelos sujeitos da pesquisa na estruturação do conteúdo proposto. A interpretação dos dados buscou estabelecer o significado que as referidas categorias de análise representaram para a elucidação do objeto de estudo investigado.

Os dados coletados foram classificados segundo os níveis de estruturação cognitiva, a saber:

Nível zero

Aqueles que não conseguiram realizar as transformações do tratamento e nem as conversões de registros;

Nível I

Aqueles que realizaram, parcialmente, a transformação do tratamento, mas não realizaram a conversão de registros;

Nível II

Aqueles que realizaram a transformação do tratamento de forma satisfatória, e realizaram a conversão de registros parcialmente; e

Nível III

Aqueles que realizaram a transformação do tratamento e a conversão de registros de forma satisfatória.

1.4 ESTRUTURA DO TEXTO

O presente texto está organizado em quatro Capítulos, contendo o primeiro capítulo uma introdução ao tema do presente trabalho, a justificativa pela escolha do tema proposto, os objetivos e a metodologia da pesquisa. No segundo capítulo, abordamos o referencial teórico que embasou esse trabalho, onde destacamos a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de DUVAL. No terceiro capítulo tratamos da análise e da interpretação das respostas dos pesquisados e fizemos uma síntese do resultado geral do desempenho dos pesquisados, onde coletamos dados da pesquisa realizada para abordar as dificuldades encontradas pelos alunos do

conceito analítica da circunferência. Por fim, no quarto capítulo, apresentamos as considerações finais onde se pode concluir sobre o resultado da aplicação da pesquisa com sugestões para elaboração de trabalhos futuros e de outras pesquisas relacionadas a outros temas.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

Na aprendizagem em Matemática e no tocante ao conceito analítico da circunferência, a teoria que irá embasar esse estudo será a Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Segundo Duval, nas atividades Matemáticas podemos representar um objeto utilizando vários tipos de registros de representação, e segundo a teoria elaborada por ele, é o trabalho com as várias representações manifestadas sobre um objeto de estudo que possibilita a construção desse conhecimento matemático. Para Duval, a possibilidade de mudança de registro se constitui em uma condição necessária e suficiente ao processo de aprendizagem na atividade matemática, conforme evidenciado no pensamento a seguir:

A originalidade na atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo momento de registro de representação. (DUVAL, 2003, p.14)

De acordo com Piaget e Inhelder, o desenvolvimento cognitivo é um processo que se realiza em todo o ser humano e tem um caráter sequencial, isto é, ocorre numa série de estágios, sendo todos eles necessários. Cada um dos estágios resulta do precedente e, ao mesmo tempo, prepara o seguinte, conforme vemos na citação a seguir:

A inteligência sensório-motora conduz a um resultado igualmente importante no que diz respeito à estrutura do universo do sujeito, por mais restrito que seja nesse nível prático: organiza o real construído, pelo próprio funcionamento, as grandes categorias da ação que são os esquemas do objeto permanente do espaço, do tempo e da causalidade, subestruturas das futuras noções correspondentes. (PIAGET, INHELDER, 2003, p.11)

As representações não são somente necessárias para fins de comunicação, elas são igualmente essenciais à atividade cognitiva do pensamento. Destarte, elas desempenham um papel importante:

- no desenvolvimento das representações mentais: estas dependem de uma interiorização de representações semióticas, do mesmo modo que as representações mentais são uma interiorização daquilo que é percebido.

As representações são consideradas, geralmente, como uma simples maneira de exteriorização das representações mentais para fins de comunicação, entretanto, vale ressaltar que tal visão é limitada, uma vez que elas exerceram e exerce um papel primordial na construção do desenvolvimento do pensamento matemático. Duval destaca a importância dos registros de representação para a Matemática afirmando que: "[...] o desenvolvimento das representações semióticas foi a condição essencial para a evolução do pensamento matemático". (DUVAL, 2003, p.13), isto significa dizer que o desenvolvimento da própria Matemática, deu-se em função dos registros usados para expressar as ideias construídas. Segundo essa óptica, os objetos matemáticos não são diretamente perceptíveis ou observáveis sem o uso de registros de representação:

[...] diferentemente dos outros domínios do conhecimento científico, os objetos matemáticos não são jamais acessíveis perceptivelmente ou microscopicamente (microscópio, telescópio, aparelhos de medida). O acesso aos objetos passa necessariamente por representação semiótica. Além do que, isso explica por que a evolução dos conhecimentos matemáticos conduziu ao desenvolvimento e à diversificação de registros de representação. (DUVAL, 2003, p.21)

O acesso aos números, por exemplo, não é possível sem a utilização de um sistema de representação que os permita designar. Os registros de representação são elementos constitutivos da ciência matemática, e é através deles que são definidos os vários tratamentos que podem ser empregados no estudo dos objetos matemáticos, daí não podermos deixar de reconhecer a importância dos registros, para a construção do conhecimento, considerando os conteúdos específicos que cada representação possui.

2.1 A TEORIA DE REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

O filósofo e psicólogo Francês Raymund Duval foi o responsável pelo desenvolvimento da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, a qual busca analisar a influência das representações dos objetos matemáticos no processo de ensino e aprendizagem. Segundo essa teoria, numa atividade de ensino, pode-se representar um objeto matemático utilizando os registros de representação semiótica, os quais são definidos como "[...] produções constituídas pelo emprego de signos

pertencentes a um sistema de representações os quais tem suas dificuldades próprias de significado e funcionamento". (DUVAL, 1993, p.39)

Diante disso, podemos entender a Teoria de Registros de Representação Semióticas como sendo o emprego de signos (gráficos, figuras, fórmulas, escritas), pertencentes a um sistema de representação, constituído de significado e funcionamento, segundo os quais a construção do conhecimento acontece mediante a conversão estabelecida entre duas ou mais formas distintas de registro de representação. Segundo Duval (1993), essas representações semióticas são externas e conscientes do sujeito, ou seja, elas representam a compreensão manifestada sobre um objeto, o qual pode ser tratado de diversas formas.

A Teoria de Registros de Representação Semiótica defende que durante o processo de estudo dos objetos matemáticos deve ser dado ênfase a duas transformações de representação semióticas que são radicalmente diferentes: os tratamentos e as conversões. Ao discutir as transformações de tratamento e conversão em sua teoria, Duval descreve que:

- Os tratamentos são transformações de representações dentro de um mesmo registro, por exemplo: efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou representação. (DUVAL, 2003, p.16)
- As conversões são transformações de representação que consistem em mudanças de registro conservando os mesmos objetos denotados: por exemplo, reconhecer a escrita algébrica de uma equação em sua representação gráfica. (DUVAL, 2003, p.16)

Portanto, a compreensão em Matemática, pressupõe a coordenação de ao menos dois Registros de Representações Semióticas. Porém, é a possibilidade de mobilização de diferentes registros de representações simultâneas que se encontra a chave para a aprendizagem em Matemática.

Do ponto de vista cognitivo, é a atividade de conversão que, ao contrário, aparece como atividade de transformação representacional fundamental, aquela que conduz aos mecanismos subjacentes à compreensão. (DUVAL, 2003, p.22)

Destarte, as palavras de Duval (2003) querem dizer que "a compreensão em matemática implica na capacidade de mudar de registro" (p.21), daí a necessidade de

se desenvolver um ensino que prime em trabalhar com diferentes representações dos objetos matemáticos a serem estudados.

3. ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DAS RESPOSTAS DOS PESQUISADOS

3.1 RESULTADO GERAL DE DESEMPENHO

Os resultados da pesquisa realizada de acordo com o questionário aos 23 alunos do universo considerado, foram classificadas de acordo com a tabela 1 abaixo:

Tabela 1: Classificação das respostas em níveis

Nível de Estruturação Cognitiva	Quantidade de alunos que atingiram o nível	Quantidade de estudantes (percentual)
		Percentual do universo considerado
Nível zero	11	47,83%
Nível I	7	30,43%
Nível II	5	21,74%
Nível III	0	0%

Fonte: produção do autor

Após a aplicação do questionário da pesquisa aos alunos, os resultados obtidos foram classificados segundo a Tabela 1. O roteiro do questionário encontra-se no apêndice desta monografia. Preliminarmente, propôs-se que os alunos respondessem as questões do questionário de forma escrita para ver o desenvolvimento referente à solução das questões sobre a equação da circunferência, para então se proceder uma avaliação da aprendizagem sobre os resultados encontrados.

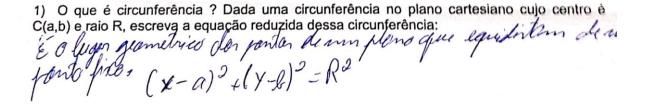
3.2 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DAS RESPOSTAS À QUESTÃO 1

A questão 1 foi constituída por duas perguntas, onde solicitamos aos alunos no primeiro item, a definição de circunferência, e no segundo item, em que são dados o centro da circunferência pelas coordenadas C (a,b) e seu raio R, pedimos para registrar a equação reduzida dessa circunferência.

De acordo com as respostas dadas, foi possível verificar que uma pequena parte (cinco alunos) conseguiu resolver totalmente ou parcialmente a questão.

As soluções dessa questão foram apresentadas no espaço, destinado ao desenvolvimento da questão. Foi possível observar como os alunos conseguiram definir a circunferência e escrever a equação reduzida correspondente. Na Figura 1 destacamos a resposta de um dos estudantes rede pública.

Figura 1 – Resposta 1 da Questão 1



Fonte: dados da pesquisa

Observamos na Figura 1 que o aluno escreveu com êxito a definição da circunferência, escrevendo a sua equação reduzida correspondente. É importante notarmos, que o aluno saiu da equação da circunferência em linguagem natural para a representação algébrica da equação reduzida. Embora ele não tenha denominado o ponto fixo, ele o considera quando escreve a equação da circunferência na sua forma reduzida. Portanto, o aluno realizou com sucesso uma conversão, quando faz a mobilização do registro em linguagem natural para o registro algébrico. Vale aqui ressaltar que, de acordo com Duval (2011, p.16), "[...] as conversões são "transformações de representações que consistem em mudar de registro conservando os mesmos objetos". No caso, a mobilização do registro é realizada em um sentido, em consonância com o solicitado na questão.

Na figura 2 trazemos outra resposta à questão 1, dada por um estudante da rede pública.

Figura 2 -Resposta 2 da Questão 1

1) O que é circunferência ? Dada uma circunferência no plano cartesiano cujo centro é C(a,b) e raio R, escreva a equação reduzida dessa circunferência:

(X-a)² + (Y-B)² = R²

(Linha cura partodo, cupor hanter não extensos partos de lum panto puro o centro.

Fonte: dados da pesquisa

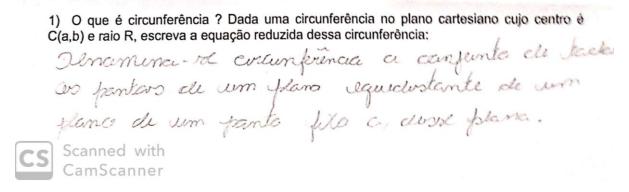
Notamos que o aluno escreveu satisfatoriamente a definição da circunferência, escrevendo a sua equação reduzida correspondente. Nessa atividade, podemos notar que o aluno saiu da equação da circunferência em linguagem natural para a representação algébrica da equação na forma reduzida.

Importante notarmos, nesse caso, que ele denominou o ponto fixo do raio considerando-o também quando escreve a equação da circunferência na sua forma reduzida. Assim, o aluno também realizou corretamente uma conversão, quando faz a mobilização do registro em linguagem natural para o registro algébrico.

Na figura 3 trazemos outra resposta à questão 1, dada por um estudante da rede pública.

Figura 3 – Resposta 3 da Questão 1

Questionário da Pesquisa

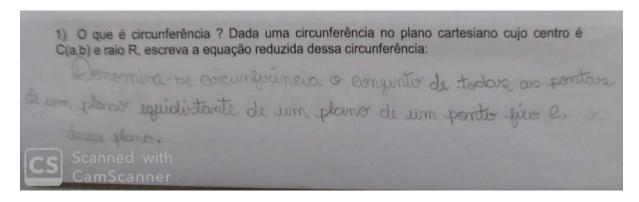


Fonte: dados da pesquisa

Observamos que o aluno não escreveu de modo satisfatório a definição da circunferência, além de não escrever a equação reduzida correspondente. Ele também não denominou o ponto fixo do raio. O aluno nessa atividade não realizou a conversão solicitada.

Na Figura 4 trazemos mais uma resposta à questão 1, dada por um estudante da rede pública.

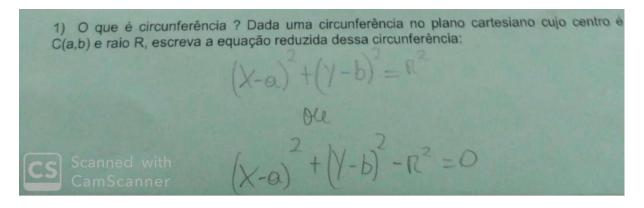
Figura 4 - Resposta 4 da Questão 1



Observamos que o aluno não escreveu de modo satisfatório a definição da circunferência, não escrevendo a equação reduzida correspondente. Porquanto ele não tenha escrito a definição da circunferência com êxito, ele também não denominou o ponto fixo do raio. Assim, o aluno nessa atividade não realizou uma conversão, quando se faz a mobilização do registro em linguagem natural para o registro algébrico. No caso em questão, podemos observar que o aluno não consolidou o seu aprendizado sobre a circunferência.

Na Figura 5 trazemos mais uma resposta à questão1, dada por um estudante da rede pública.

Figura 5 – Resposta 5 da Questão 1



Fonte: dados da pesquisa

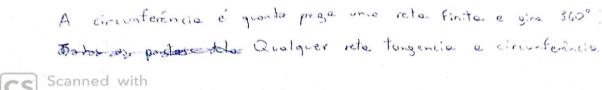
Na resposta da Figura 5 verificamos que o aluno não escreveu a definição da circunferência, porém, escreveu com êxito a equação reduzida correspondente. Embora ele não tenha escrito a definição da circunferência, ele realizou uma

conversão, quando fez a mobilização do registro em linguagem natural para o registro algébrico.

Na Figura 6 trazemos mais uma resposta à questão 1, dada por um estudante da rede particular.

Figura 6 – Resposta 6 da Questão 1

 O que é circunferência ? Dada uma circunferência no plano cartesiano cujo centro é C(a,b) e raio R, escreva a equação reduzida dessa circunferência:



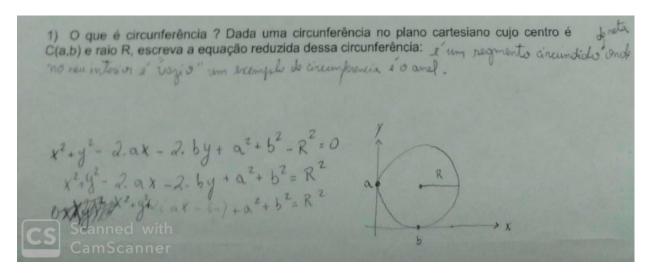


Fonte: dados da pesquisa

Observamos que o aluno escreveu a definição da circunferência segundo a sua compreensão conceitual, embora ele não denomina o ponto fixo do raio. Entretanto, o aluno nessa atividade não realizou a conversão do registro em linguagem natural para o registro algébrico.

Na Figura 7 trazemos mais uma resposta à questão 1, dada por um aluno da rede particular.

Figura 7 – Resposta 7 da Questão 1

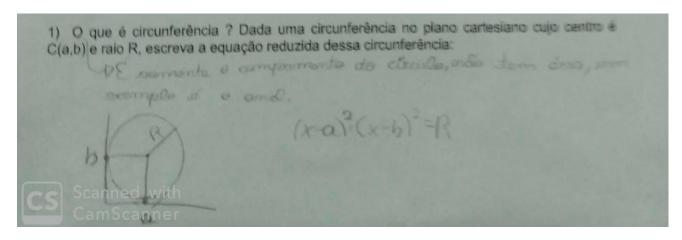


Fonte: dados da pesquisa

Verificamos que o aluno não escreveu a definição correta da circunferência ("É um segmento de circundido de reta onde no seu interior é "vazio"; um exemplo de circunferência é o anel"), além de não escrever corretamente a equação reduzida correspondente conforme pedido na Questão. O aluno nessa atividade não realizou corretamente a conversão do registro em linguagem natural para o registro algébrico.

Na Figura 8 trazemos uma última resposta à questão 1, dada por um estudante da rede particular.

Figura 8 – Resposta 8 da Questão 1



Fonte: dados da pesquisa

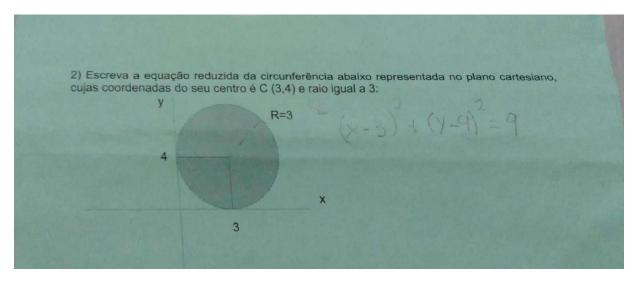
Verificamos que o aluno não escreveu a definição adequada da circunferência ("É somente o comprimento do círculo; não tem área; um exemplo é o anel") e não escreve a equação reduzida correspondente de modo correto, uma vez que não indicou o quadrado do raio R. Assim, o aluno não realizou a conversão correta do registro em linguagem natural para o registro algébrico. Na atividade em questão, podemos perceber que o aluno demonstrou que somente memorizou alguns pontos do assunto.

3.3 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DAS RESPOSTAS À QUESTÃO 2

Na questão 2 do instrumento, solicitamos aos alunos que escrevessem a equação reduzida da circunferência representada no plano cartesiano, dadas as coordenadas do seu centro e seu raio. De acordo com as respostas dadas pelos alunos, foi possível verificar que uma pequena parte (três alunos) conseguiu resolver totalmente ou parcialmente a questão. As soluções dessa questão foram registradas

pelos alunos no espaço destinado ao desenvolvimento dessa questão, no instrumento. Nos exemplos apresentados e discutidos (Figuras 9 a 12), podemos observar como os alunos conseguiram escrever a equação reduzida dessa circunferência.

Figura 9 – Resposta 1 da Questão 2



Fonte: dados da pesquisa

Pela imagem podemos observar que o aluno escreveu satisfatoriamente a equação reduzida da circunferência. Nessa atividade, podemos notar que o aluno saiu da representação gráfica da equação reduzida da circunferência para a sua representação algébrica, sendo assim, o aluno realizou corretamente uma conversão (DUVAL, 2011). No caso, a mobilização do registro é realizada em um sentido, de acordo com o que foi solicitado na questão.

Na Figura 10 trazemos mais uma resposta à questão 2, dada por um estudante da rede pública.

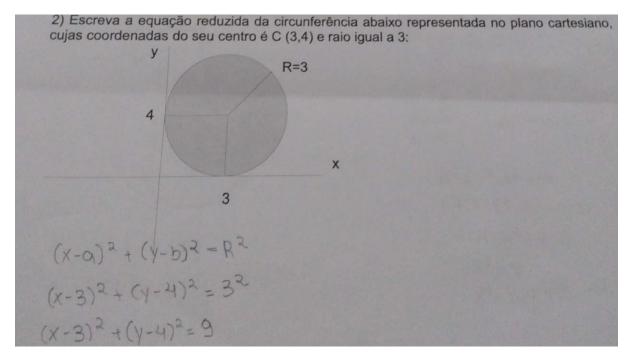
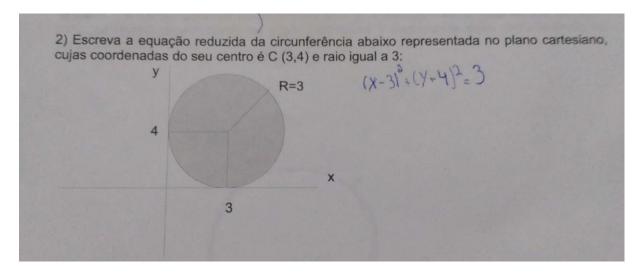


Figura 10 – Resposta 2 da Questão 2

Aqui observamos que o aluno escreveu com muito êxito a equação reduzida da circunferência. Nessa atividade podemos notar que o aluno saiu da representação gráfica da equação reduzida da circunferência para a sua representação algébrica, realizando corretamente uma conversão. Vale lembrar que, de acordo com Duval (2003, p.22). "Do ponto de vista cognitivo, é a atividade de conversão que, ao contrário, aparece como atividade de transformação representacional fundamental, aquela que conduz aos mecanismos subjacentes à compreensão". No caso, a mobilização do registro é realizada em um sentido, de acordo com o que foi solicitado na questão.

Na Figura 11 trazemos mais uma resposta à questão 2, dada por um estudante da rede pública.

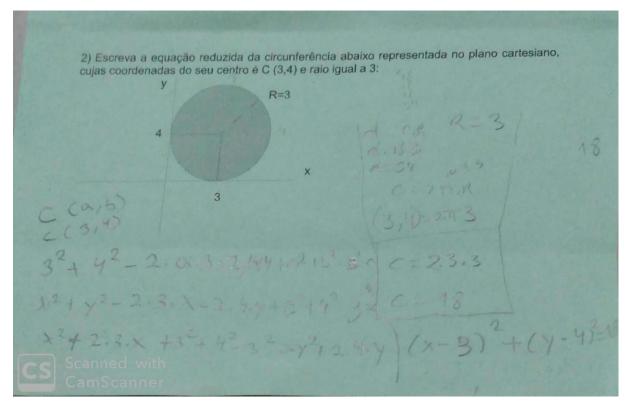
Figura 11 – Resposta 3 da Questão 2



Nessa questão podemos verificar que o aluno escreveu de forma parcialmente incorreta a equação reduzida da circunferência, uma vez que esqueceu de colocar a medida do raio ao quadrado. Podemos notar, que o aluno saiu da representação gráfica da equação reduzida da circunferência para a sua representação algébrica, fazendo uma conversão parcialmente incorreta de registros, da sua representação gráfica para o registro algébrico. No caso, a mobilização do registro é realizada em um sentido.

Na Figura 12 trazemos um último exemplo de resposta à questão 2, por um estudante da rede privada.

Figura 12 – Resposta 3 da Questão 2



Pelo registro presente na Figura 12, percebemos que o aluno não escreveu a equação reduzida da circunferência conforme a solicitação da questão, realizando um desenvolvimento incoerente ao que foi proposto.

3.4 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DAS RESPOSTAS À QUESTÃO 3

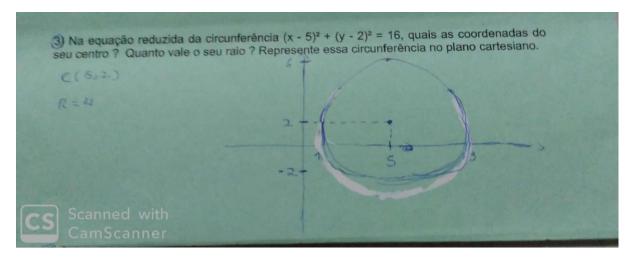
Na questão 3, solicitamos aos alunos que, dada a equação reduzida da circunferência, identificassem quais as coordenadas do seu centro e o seu raio e registrassem a sua representação gráfica no plano cartesiano. De acordo com as respostas dadas pelos alunos, foi possível verificar que uma pequena parte (quatro alunos) conseguiu resolver totalmente ou parcialmente a questão, realizando corretamente a conversão de registros (DUVAL, 2011).

As soluções dessa questão foram apresentadas no espaço destinado ao desenvolvimento dessa questão, no instrumento entregue aos alunos. Foi possível observar como os alunos conseguiram designar as coordenadas do centro e o raio e

realizar a conversão de registros da sua representação algébrica para a sua representação gráfica, conforme podemos observar nas Figuras 13 a 18.

Na Figura 13 trazemos uma resposta à questão 3, dada por um estudante da rede privada.

Figura 13 – Resposta 1 da Questão 3

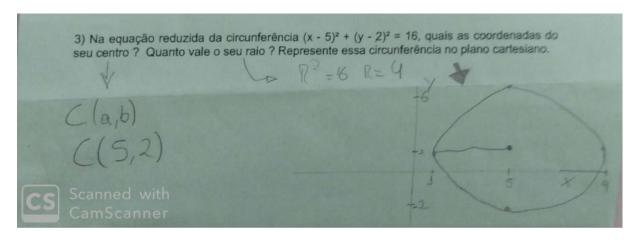


Fonte: dados da pesquisa

Observamos nessa atividade que o aluno encontrou as coordenadas do centro e o raio com êxito, embora não tenha realizado o tratamento para encontrar as referidas coordenadas. Podemos notar que o aluno saiu da representação algébrica da equação reduzida da circunferência para a sua representação gráfica, onde ele realizou uma conversão fazendo a mobilização de registros com êxito. No caso, a mobilização do registro é realizada em um sentido de acordo com a solicitação dessa questão (DUVAL 2011).

Na Figura 14 trazemos mais uma resposta à questão 3, dada por um estudante da rede privada.

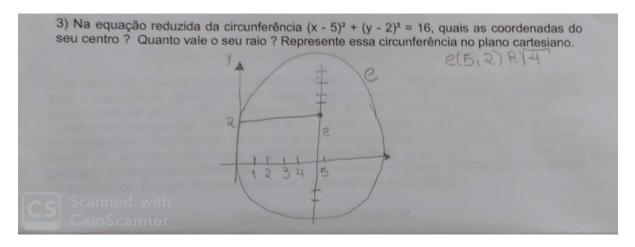
Figura 14 – Resposta 2 da Questão 3



Podemos verificar nessa atividade que o aluno encontrou as coordenadas do centro e o raio com êxito, somente realizando o tratamento para encontrar o raio. Também podemos observar que o aluno saiu da representação algébrica da equação reduzida da circunferência para a sua representação gráfica, onde ele realizou uma conversão fazendo a mobilização de registros com eficiência. No caso, a mobilização do registro é realizada em um sentido (DUVAL, 2011).

Na Figura 15 trazemos mais uma resposta à questão 3, dada por um estudante da rede pública.

Figura 15- Resposta 3 da Questão 3



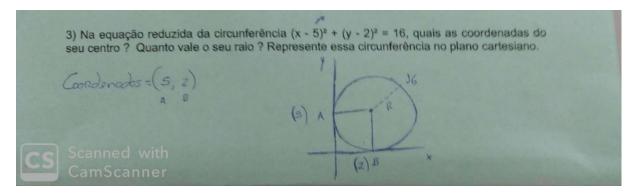
Fonte: dados da pesquisa

Nessa questão podemos notar que o aluno escreveu as coordenadas do centro, sem realizar o tratamento, além de designar o raio erradamente. A mobilização

de registros da equação reduzida da circunferência para a sua representação gráfica, foi parcialmente realizada.

Na Figura 16 trazemos mais uma resposta à questão 3, dada por um estudante da rede privada.

Figura 16 – Resposta 4 da Questão 3

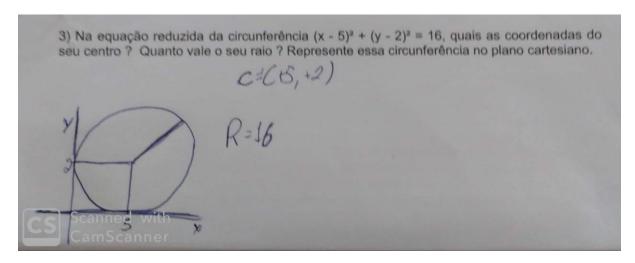


Fonte: dados da pesquisa

Observamos que nessa questão o aluno escreveu as coordenadas do centro diretamente, sem realizar o tratamento, além de designar o raio erradamente. A conversão de registros da equação reduzida da circunferência para a sua representação gráfica, não foi realizada satisfatoriamente, onde percebe-se que o aluno demonstra que não realizou a apreensão do conhecimento analítico da circunferência.

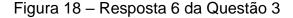
Na Figura 17 trazemos mais uma resposta à Questão 3, dada por um estudante da rede pública.

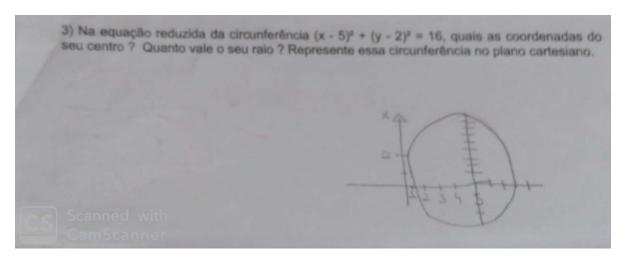
Figura 17 – Resposta 5 da Questão 3



Percebemos que o aluno escreve as coordenadas do centro, sem realizar o tratamento, designando o raio erradamente. Assim, mobilização de registros da equação reduzida da circunferência para a sua representação gráfica não foi realizada com total êxito.

Na Figura 18 trazemos mais uma resposta à Questão 3, dada por um aluno da rede





Fonte: dados da pesquisa

Nessa questão podemos notar que o aluno não escreveu as coordenadas do centro e nem o raio, embora ele tenha feito a conversão de registros com êxito.

3.5 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DAS RESPOSTAS À QUESTÃO 4

Na questão 4 solicitamos aos alunos que escrevessem a equação geral da circunferência representada no plano cartesiano, dadas as coordenadas do seu centro e o seu raio. De acordo com as respostas dadas pelos alunos, foi possível verificar que pequena parte (três alunos) conseguiu resolver totalmente ou parcialmente a referida questão. As soluções dessa questão foram apresentadas no espaço destinado ao desenvolvimento dessa questão. Foi possível observar como os alunos conseguiram escrever a equação geral da circunferência, dados as coordenadas do centro e o raio, com base nos exemplos apresentados nas Figuras 19 a 24.

Na Figura 19 trazemos uma resposta à questão 4, dada por um estudante da rede privada.

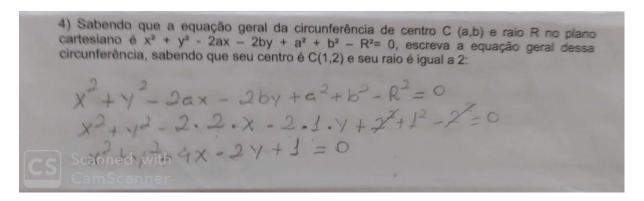
Figura 19 – Resposta 1 da Questão 4

Fonte: dados da pesquisa

Podemos verificar que nessa questão o aluno realizou com êxito o tratamento quando escreve a equação geral da circunferência, sendo dadas as coordenadas do centro e o raio. Segundo Duval (Duval, 2003, p.16)- "Os tratamentos são transformações de representações dentro de um mesmo registro, por exemplo: efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou representação."

Na Figura 20 trazemos uma resposta à questão 4, dada por um estudante da rede pública.

Figura 20 – Resposta 2 da Questão 4



Fonte: dados da pesquisa

Notemos nessa resposta que o aluno realizou o tratamento com êxito desenvolvendo o seu raciocínio quando escreve a equação geral da circunferência, sendo dadas as coordenadas do centro e o raio.

Na Figura 21 trazemos uma resposta à questão 4, dada por um estudante da rede privada.

Figura 21 – Resposta 3 da Questão 4

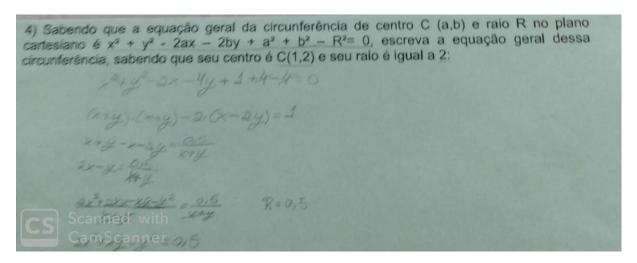
```
4) Sabendo que a equação geral da circunferência de centro C (a,b) e raio R no plano cartesiano é x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 + b^2 - R^2 = 0, escreva a equação geral dessa circunferência, sabendo que seu centro é C(1,2) e seu raio é igual a 2:
x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 + b^2 - R^2 = 0
x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 + b^2 - R^2 = 0
x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 + b^2 - a^2 = 0
```

Fonte: dados da pesquisa

Nessa questão o aluno realizou o tratamento satisfatoriamente, desenvolvendo o seu raciocínio quando escreve a equação geral da circunferência, sendo dadas as coordenadas do centro e o raio, embora que parcialmente no seu desenvolvimento algébrico (DUVAL, 2011). Observarmos nessa questão a compreensão do aluno sobre o estudo analítico da circunferência.

Na Figura 22 trazemos uma resposta à questão 4, dada por um estudante da rede privada.

Figura 22 – Resposta 4 da Questão 4



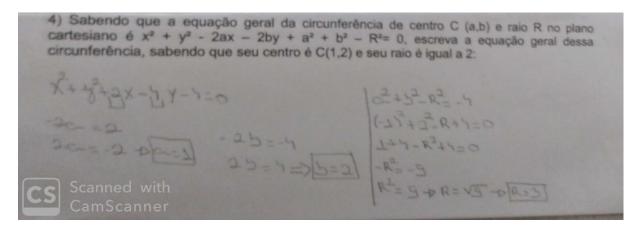
Fonte: dados da pesquisa

Observamos nessa questão que o aluno não realizou o tratamento de modo satisfatório quando escreve a equação geral da circunferência, sendo dadas as

coordenadas do centro e o raio. Notamos aqui, que o desenvolvimento do tratamento realizado pelo aluno foi efetuado sem consonância com o que foi solicitado nessa questão.

Na Figura 23 trazemos uma resposta à questão 4, dada por um estudante da rede pública.

Figura 23 - Resposta 5 da Questão 4



Fonte: dados do autor

Podemos verificar nessa questão que o aluno não escreveu a equação geral da circunferência, sendo dadas as coordenadas do centro e o raio, desenvolvendo o tratamento de maneira redundante encontrando as coordenadas do centro já mencionadas no enunciado da questão, além de calcular o raio erradamente, embora o mesmo também tenha sido dado no enunciado da atividade. Notamos aqui, que o tratamento realizado pelo aluno não foi efetuado com coerência, conforme com o que foi pedido na questão, onde ficou clara a ausência da aprendizagem do estudo analítico da circunferência.

Na Figura 24 trazemos uma resposta à questão 4, dada por um estudante da rede privada.

Figura 24 – Resposta 6 da Questão 4

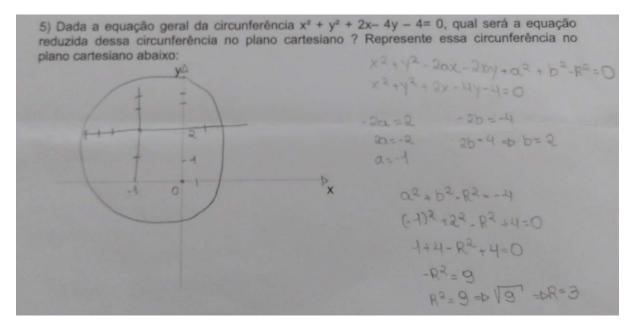
Aqui, observamos que o aluno não escreveu a equação geral da circunferência, onde são dadas as coordenadas do centro e o raio, desenvolvendo o tratamento de modo incongruente no desenvolvimento da resolução algébrica para escrever a supracitada equação conforme foi pedido na questão.

3.6 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DAS RESPOSTAS À QUESTÃO 5

A questão 5 foi constituída pela pergunta, em que solicitamos aos alunos que escrevessem a equação reduzida da circunferência dada a equação na sua forma geral e a representação gráfica dessa equação reduzida no plano cartesiano, dadas as coordenadas do seu centro e o seu raio. De acordo com as respostas dadas pelos alunos, foi possível verificar que nenhum dos alunos resolveu totalmente a questão; somente alguns alunos (três alunos) resolveram a questão parcialmente. As soluções dessa questão foram apresentadas no espaço destinado ao desenvolvimento da questão, no instrumento entregue aos alunos. Foi possível observar que os alunos não escreveram a equação reduzida da circunferência dada a equação na sua forma geral, com os dados das coordenadas do centro, no entanto, foi possível verificar a mobilização parcial de registros por alguns alunos.

Na Figura 25 trazemos uma resposta à questão 5, dada por um estudante da rede pública.

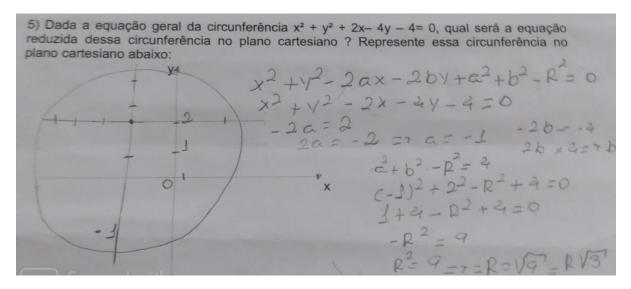
Figura 25 – Resposta 1 da Questão 5



Observamos nessa questão que o aluno realizou o tratamento para escrever as coordenadas do centro e o raio, porém, ele não escreveu a equação reduzida da circunferência, conforme pedido no enunciado da atividade. Percebemos que ele fez parcialmente uma mobilização de registros demonstrando a sua compreensão (DUVAL, 2011).

Na Figura 26 trazemos uma resposta à questão 5, dada por um estudante da rede pública.

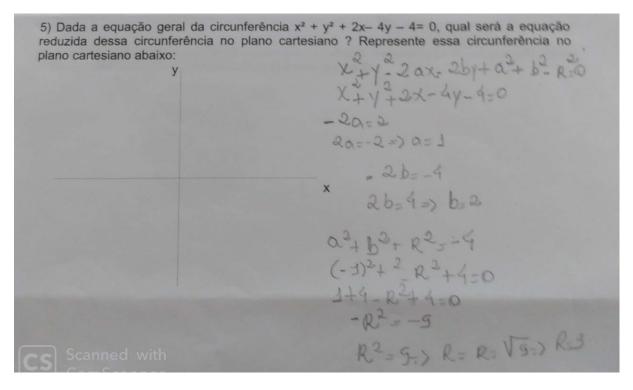
Figura 26 – Resposta 2 da Questão 5



Observamos, aqui, que o aluno realizou o tratamento para escrever as coordenadas do centro, mas designou o raio erradamente, além disso, ele não conseguiu escrever a equação reduzida da circunferência. Podemos observar que ele realizou, parcialmente, a mobilização (conversão) de registros.

Na Figura 27 trazemos uma resposta à questão 5, dada por um estudante da rede pública.

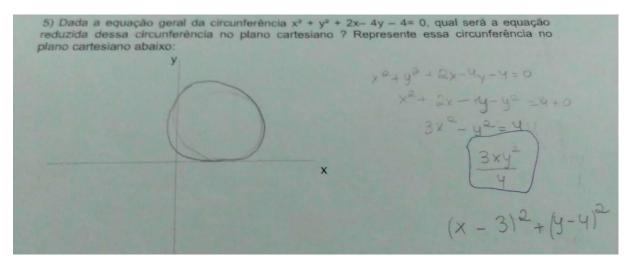
Figura 27 – Resposta 3 da Questão 5



Nessa questão o aluno realizou com êxito o tratamento para escrever as coordenadas do centro e o raio, porém, ele não escreveu a equação reduzida da circunferência, conforme foi pedido no enunciado. Percebemos que ele não fez a mobilização de registros de acordo com o enunciado da questão, demonstrando o seu aprendizado parcial em relação ao conteúdo considerado.

Na Figura 28 trazemos uma resposta à questão 5, dada por um estudante da rede pública.

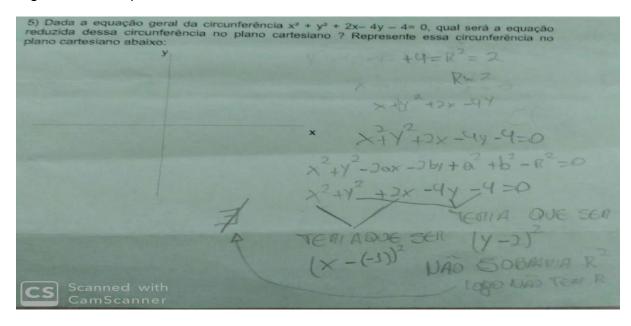
Figura 28 – Resposta 4 da Questão 5



Verificamos, nessa resposta, que o aluno não conseguiu escrever a equação reduzida da circunferência, consequentemente, não realizou a mobilização de registros.

Na Figura 29 trazemos uma resposta à questão 5, dada por um estudante da rede privada.

Figura 29 – Resposta 5 da Questão 5



Verificamos nessa questão que o aluno não realizou o tratamento para escrever a equação reduzida da circunferência conforme solicitado no enunciado da questão, desenvolvendo um raciocínio incoerente com o que foi pedido na atividade, além de não realizar a mobilização de registros para a sua representação gráfica.

Como síntese dos resultados, ressaltamos que 11 alunos (47,83%), que responderam ao questionário, atingiram o nível zero; 07 alunos (30,43%) atingiram o nível I; 05 alunos (21,74%) alunos atingiu o nível II. Não houve respostas situadas no nível III. De acordo com os níveis observados, podemos observar que um percentual significativo de alunos não conseguiu realizar, nem o tratamento, nem a conversão de registro, satisfatoriamente.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve como objetivo analisar as dificuldades apresentadas por alunos do 3º ano do Ensino Médio na resolução de situações-problemas envolvendo o conceito analítico da circunferência, tanto na resolução algébrica da equação da circunferência como na mobilização de registros para a sua representação gráfica e vice-versa. Tanto a equação reduzida da circunferência como a sua equação geral foram os assuntos em que os alunos demonstraram dificuldades nas questões dos testes propostos na pesquisa.

Na conversão de registros das equações reduzidas e gerais para as suas representações gráficas no plano cartesiano, bem como na mobilização de registros de suas representações gráficas para as equações reduzidas e geral, pudemos perceber que os mesmos apresentaram dificuldades nessas coordenações de registros, utilizando-se os alunos do processo de memorização mecânica do Ensino da Matemática tradicional.

Os dados coletados na pesquisa realizada, mostram em números percentuais essas dificuldades de um modo em geral, seja no Ensino Público ou no Ensino Privado. Sendo assim, os fundamentos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, será uma oportunidade para elaborar um trabalho mais profundo no ensino de Matemática, para potencializar situações de ensino e aprendizagem que proporcionem uma diversidade de registros de representação na Geometria Analítica, bem como a articulação entre eles.

Verifica-se nesse contexto, que as diversas representações são essenciais para o ensino e para a aprendizagem, tendo em vista que cada aluno tem as suas especificidades para aprender. A partir da análise das representações elaboradas pelo aluno o professor poderá acompanhar melhor seu desenvolvimento.

Os resultados encontrados nesse trabalho contribuíram de forma significativa para nossa formação como professor de Matemática, isto porque, pudemos verificar os óbices na aprendizagem que os alunos do 3º ano do Ensino Médio possuem ao resolver situações-problemas do conceito analítico da circunferência, e com isso, devemos propor aos professores que incorporem nos seus procedimentos metodológicos em sala de aula a Teoria das Representações Semióticas de DUVAL.

O planejamento de atividades e situações de ensino fundamentadas nestes princípios, visam que o estudante possa construir, compreender e aprender conceitos e desenvolver habilidades matemáticas por intermédio da mobilização e representação dos seus diferentes registros.

Destarte, vislumbramos desenvolver outras pesquisas em assuntos de grande complexidade e dificuldades encontradas pelos alunos no Ensino Superior, tais como, na Introdução a Análise Real e nos registros de estudo de superfícies com função de duas e três variáveis na Educação Matemática no Ensino Superior, utilizando a Teoria de Registros de Representação Semiótica.

REFERÊNCIAS

AUSUBEL, David Paul; NOVAK, Joseph, HASENIAN Elen, 625 págs., Psicologia Educacional, Rio de Janeiro. Ed Interamericana, 1980.

DUVAL, Raymond. Registros de Representação Semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In MACHADO, S. D.A (Org.). Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica. Campinas. Papirus, 2003, p 11-33.

PIAGET, Jean & INHELDER, B. A psicologia da criança. Rio de Janeiro: Difel, 2003;

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO QUESTIONÁRIO PARA OS ALUNOS DO 3º ANO DO ENSINO MÉDIO

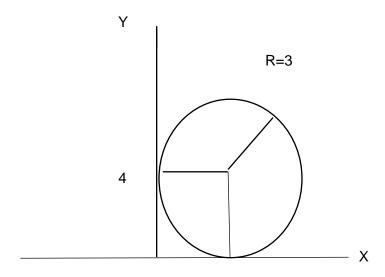
Universidade Federal da Paraíba Departamento de Matemática

Caro aluno (a), o presente questionário foi elaborado para a realização de uma pesquisa que tem como objetivo: **verificar como ocorre a aprendizagem do conceito geométrico da circunferência no 3º ano do Ensino Médio**. Não é preciso a sua identificação e o questionário em questão não faz parte de nenhuma avaliação e você não será prejudicado em respondê-lo. Você terá um tempo de 50 minutos para responder o referido questionário.

Desde já, agradecemos a sua colaboração/participação e estamos à disposição para qualquer esclarecimento. Omar de Oliveira (Graduando) e Edison Thadeu Bichara Dantas (Supervisor do Estágio Supervisionado IV - Matemática-Licenciatura)

Questionário da Pesquisa

- 1) O que é circunferência? Dada uma circunferência no plano cartesiano cujo centro é C(a,b) e raio R, escreva a equação reduzida dessa circunferência:
- 2) Escreva a equação reduzida da circunferência abaixo representada no plano cartesiano, cujas coordenadas do seu centro é C (3,4) e raio igual a 3:



- 3) Na equação reduzida da circunferência $(x 5)^2 + (y 2)^2 = 16$, quais as coordenadas do seu centro? Quanto vale o seu raio? Represente essa circunferência no plano cartesiano.
- 4) Sabendo que a equação geral da circunferência de centro C (a,b) e raio R no plano cartesiano é $x^2 + y^2 2ax 2by + a^2 + b^2 R^2 = 0$, escreva a equação geral dessa circunferência, sabendo que seu centro é C(1,2) e seu raio é igual a 2:
- 5) Dada a equação geral da circunferência $x^2 + y^2 + 2x 4y 4 = 0$, qual será a equação reduzida dessa circunferência no plano cartesiano? Represente essa circunferência no plano cartesiano abaixo:

