

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Wendson César Silva do Nascimento

Atividades didáticas sobre semelhança de triângulos: uma análise
sob a perspectiva das variáveis didáticas

Rio Tinto – PB
2019

Wendson César Silva do Nascimento

**Atividades didáticas sobre semelhança de triângulos: uma análise
sob a perspectiva das variáveis didáticas**

Trabalho Monográfico apresentado à Coordenação
do Curso de Licenciatura em Matemática como
requisito parcial para obtenção do título de
Licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof.^a Dra. Cristiane Fernandes de
Souza

Rio Tinto – PB
2019

Catálogo na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

N244a Nascimento, Wendson Cesar Silva do.

Atividades didáticas sobre semelhança de triângulos:
uma análise sob a perspectiva das variáveis didáticas /
Wendson Cesar Silva do Nascimento. - Rio Tinto, 2019.
65 f.

Orientação: Cristiane Fernandes de Souza.
Monografia (Graduação) - UFPB/CCAEE.

1. Teoria das Situações Didáticas. 2. Variáveis
didáticas. 3. Semelhança de triângulos. I. Souza,
Cristiane Fernandes de. II. Título.

UFPB/BC

Wendson César Silva do Nascimento

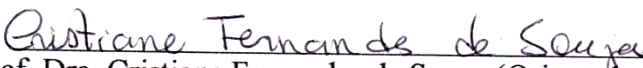
**Análise de atividades didáticas sobre semelhança de triângulos:
um estudo sob a perspectiva das variáveis didáticas**

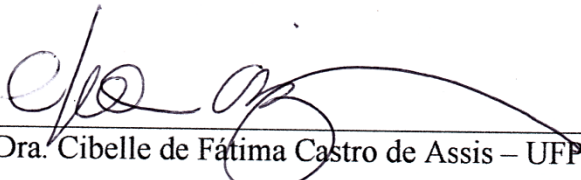
Trabalho Monográfico apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática
como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

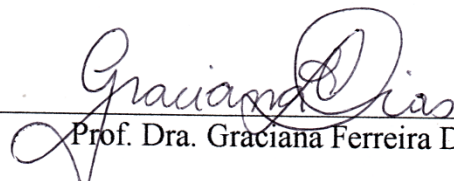
Orientadora: Prof.^a Dra. Cristiane Fernandes de Souza

Aprovado em: 09 / 12 / 2019

BANCA EXAMINADORA


Prof. Dra. Cristiane Fernandes de Souza (Orientadora) – UFPB/DCX


Prof. Dra. Cibelle de Fátima Castro de Assis – UFPB/DCX


Prof. Dra. Graciana Ferreira Dias – UFPB/DCX

À minha filha, Cecília, que mesmo ainda não estando aqui fora, já é o meu maior motivo para lutar e conquistar o impossível.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por ter me dado força e coragem para enfrentar todas as barreiras que surgiram ao longo da minha caminhada, por ter me permitido chegar até aqui, por ser meu refúgio e fortaleza nas minhas aflições.

À minha mãe, Maria do Socorro, por estar ao meu lado em todos os momentos me apoiando sempre nas minhas decisões, que juntos lutou com muita garra para me proporcionar uma boa educação. Sem você, eu nada seria! À minha irmã, Gerdayne, que divide comigo minhas conquistas e se alegra com minhas vitórias.

Em especial, à família que estou construindo, minha esposa Ângela Tereza, que é capaz de enxergar em mim aquilo que nem eu consigo ver, que sempre esteve ao meu lado me apoiando nas minhas maiores dificuldades. Amor, não tenho palavras para expressar toda a minha gratidão a ti! Você faz parte de toda essa conquista, te amo! E à minha filha, Cecília, que dentro de alguns estará chegando para encher muita luz e sentido os meus dias.

A minha orientadora, Cristiane Fernandes de Souza, por ter me orientado neste trabalho, por ter acreditado em mim e nas minhas capacidades, por ter tido paciência e dedicação, por ter me acompanhado durante toda a graduação, por ter se tornado essa grande orientadora, amiga, e que me serve de inspiração para o profissional que desejo me tornar.

A todos os meus professores, por terem contribuído para a minha formação e me incentivado e orientado nos momentos de dúvidas. Em especial àqueles que se tornaram grandes amigos e que desejo levar para o resto da minha vida. Sou um eterno admirador de cada um.

Aos meus colegas de curso, em especial, Felipe, Alessandro, Douglas e Carlos, que dividiram comigo momentos de alegrias, decepções e conquistas, que foram meu apoio e jamais me deixaram desistir. Meu carinho especial também a todos os que fizeram parte da minha turma.

Conheça todas as teorias, domine todas as técnicas, mas ao tocar uma alma humana, seja apenas outra alma humana.

Carl Jung

RESUMO

O presente trabalho tem como tema a análise da influência das variáveis didáticas que emergem do processo de construção de atividades didáticas voltadas para o ensino do conteúdo de semelhança de triângulos. A partir deste trabalho objetivou-se, portanto, analisar as variáveis didáticas, contempladas no conjunto de atividades didáticas elaboradas para o ensino de Semelhança de Triângulos, para a realização de “procedimentos ótimos” pelos alunos em situações de aprendizagem. As atividades didáticas analisadas resultam de uma experiência vivenciada anteriormente pelo autor dessa pesquisa, durante o ano de 2018, no projeto desenvolvido dentro do Programa de Licenciatura (Prolicen) da Universidade Federal da Paraíba – UFPB/Campus IV. Para fundamentar nossa pesquisa buscamos um aporte teórico na Teoria das Situações Didáticas proposta por Brousseau (2008) e realizamos um levantamento bibliográfico de pesquisas que se propuseram a observar a influência de variáveis didáticas nas estratégias de resolução tomadas pelos alunos. Quanto à sua abordagem, essa pesquisa foi de caráter qualitativo, quanto aos objetivos, caracterizou-se como descritiva. Foram utilizados como instrumentos de coleta de dados os registros documentais feitos pelos alunos submetidos às atividades didáticas elaboradas e aplicadas no Prolicen. Para responder nossa pergunta de investigação analisamos as atividades destacando seus objetivos, identificando as variáveis didáticas presentes e apresentando as estratégias de resolução esperadas pelos alunos. Concluimos que a escolha mais criteriosa das variáveis didáticas e de seus valores apresenta-se como instrumento importante para a estruturação de novas propostas didáticas com o intuito de minimizar os possíveis procedimentos equivocados adotados pelos alunos, uma vez que não tínhamos esse aporte teórico no momento de nossas escolhas para a construção das atividades didáticas.

Palavras-chave: Teoria das Situações Didáticas. Variáveis didáticas. Semelhança de triângulos.

ABSTRACT

The present work has as its theme the analysis of the influence of the didactic variables contemplated in the process of construction of didactic activities aimed at teaching the similarity content of triangles. From this work, the objective was, therefore, to analyze the didactic variables, contemplated in the set of didactic activities elaborated for the teaching of Triangle Similarity, for the accomplishment of “optimal procedures” by the students in learning situations. The didactic activities analyzed result from an experience previously lived by the author of this research, during 2018, in the project developed within the Degree Program (Prolicen) of the Federal University of Paraíba - UFPB / Campus IV. To support our research we sought a theoretical support in the Theory of Didactic Situations proposed by Brousseau (2008) and conducted a bibliographic survey of research that proposed to observe the influence of didactic variables on the resolution strategies taken by students. As for its approach, this research was qualitative, as the objectives were characterized as descriptive. As data collection instruments were used the documentary records made by the students submitted to the didactic activities elaborated and applied in Prolicen. To answer our research question we analyzed the activities highlighting their objectives, identifying the didactic variables present and presenting the resolution strategies expected by the students. We conclude that the more careful choice of the didactic variables and their values is an important tool for structuring new didactic proposals in order to minimize the possible mistaken procedures adopted by the students, since we did not have this theoretical support at the time of writing. our choices for the construction of didactic activities.

Keywords: Didactic Situations Theory. Didactic variables. Similarity of triangles.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
1.1	Delimitação do Tema e Problema de Pesquisa.....	10
1.2	Justificativa	14
1.3	Objetivos.....	16
1.3.1	Objetivo Geral.....	16
1.3.2	Objetivos Específicos	16
1.4	Metodologia da Pesquisa	17
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	19
2.1	Teoria das Situações Didáticas	19
2.2	A Noção de Variável Didática.....	23
2.3	Algumas Pesquisas na Área	26
2.3.1	A Dissertação de Mestrado de Santos (2005).....	27
2.3.2	A Dissertação de Mestrado de Pessoa (2010).....	30
2.3.3	A Dissertação de Mestrado de Oliveira (2017)	33
3	DESCRIÇÃO E ANÁLISE DAS ATIVIDADES.....	36
3.1	As Atividades Didáticas.....	36
3.2	Análise das Atividades.....	37
3.2.1	Atividade 1 – Afinidade entre pares de triângulos.....	37
3.2.2	Atividade 2 – Como se chamam esses pares de triângulos?	38
3.2.3	Atividade 3 – Casos de semelhança de triângulos	42
3.3	Encaminhamentos para a Estruturação de uma Proposta Didática.....	48
4	CONCLUSÕES.....	51
	REFERÊNCIAS	53
	APÊNDICES	56

1 INTRODUÇÃO

1.1 Delimitação do Tema e Problema de Pesquisa

O presente trabalho está inserido na concepção teórica da Educação Matemática, sendo esta “uma grande área de pesquisa educacional, cujo objetivo é a compreensão, interpretação e descrição de fenômenos referentes ao ensino e à aprendizagem da matemática, nos diversos níveis da escolaridade, quer seja em sua dimensão teórica ou prática” (PAIS, 2011, p. 10).

Esta pesquisa emerge numa perspectiva de reflexão do processo de construção de atividades didáticas à luz da Teoria das Situações Didáticas (BROUSSEAU, 2008), mais precisamente da análise da influência de certas variáveis didáticas privilegiadas na estruturação de atividades para o ensino de conceitos geométricos. Utilizaremos também nesta pesquisa, de modo significativo, a abordagem metodológica da Engenharia Didática (ARTIGUE, 1996), principalmente na fase que consiste na análise *a priori* das variáveis que podem ou não influenciar na aplicação de tais atividades.

A Teoria das Situações Didáticas e a Engenharia Didática apresentam-se como um modelo teórico pertencente a uma das tendências teóricas que compõe a Educação Matemática no Brasil, denominada de Didática da Matemática que se caracteriza pela influência de autores franceses.

Partimos do pressuposto de que o objeto de estudo da Didática da Matemática são as situações didáticas, buscando investigar quais características de cada situação são fundamentais para o desenvolvimento do comportamento dos alunos e, por conseguinte, de seus conhecimentos (GÁLVEZ, 1996).

Nesse sentido, esse trabalho possui como tema a análise da influência das variáveis didáticas contempladas no processo de construção de atividades didáticas voltadas para o ensino do conteúdo de semelhança de triângulos. As atividades didáticas analisadas¹ resultam de uma experiência vivenciada anteriormente pelo autor dessa pesquisa, durante o ano de 2018, no projeto desenvolvido dentro do Programa de Licenciatura (Prolicen) da Universidade Federal da Paraíba – UFPB/Campus IV, intitulado “O ensino-aprendizagem da

¹ Vale destacar que as atividades didáticas analisadas não foram construídas utilizando a Teoria das Situações Didáticas como referência. A sua construção foi realizada a partir das orientações didáticas propostas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o Ensino Fundamental (BRASIL, 1998); alguns textos que tratam sobre o uso de materiais didáticos para o ensino da Matemática, como Mendes (2009); materiais que tratavam do estudo da Geometria formal, estudada no ensino superior, que abordam postulados, axiomas e teoremas que fundamentam a Geometria Euclidiana Plana, como Barbosa (2012).

Geometria nos anos finais do Ensino Fundamental: propostas metodológicas em atividades didáticas”, que objetivou construir e aplicar uma sequência didática para o ensino-aprendizagem da Geometria dos anos finais do Ensino Fundamental, junto à licenciandos de Matemática, visando investigar os conhecimentos geométricos trazidos do ensino básico pelos licenciandos que se encontravam nos períodos iniciais do curso, bem como os conhecimentos adquiridos pelos que já haviam cursado durante a graduação o componente curricular “Fundamentos de Geometria Euclidiana”.

Na época de vigência do projeto, optou-se por escolher dentro dos conteúdos abordados no ensino de Geometria o de Semelhança de Triângulos, uma vez que o conceito de semelhança está fortemente presente em nosso dia a dia. Sendo por meio desse conceito que podemos perceber a proporcionalidade existente entre objetos e formas e deduzir a ampliação e redução de figuras.

O estudo de semelhança a partir de triângulos é de grande importância quando passamos a analisar suas propriedades, ao passo que, enquanto figura geométrica, é uma das formas mais presentes em nossa vida, uma vez que todos os outros polígonos com maior número de lados podem ser decompostos nessa figura geométrica.

Um dos objetivos estabelecidos pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) do Ensino Fundamental (BRASIL, 1998) para o 4º ciclo, sugere que:

[...] o ensino de matemática deve visar ao desenvolvimento do pensamento geométrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a produzir e analisar transformações e ampliações; reduções de figuras geométricas planas, identificando seus elementos variantes e invariantes, desenvolvendo o conceito de congruência e semelhança (BRASIL, 1998, p. 81-82).

Deste modo, torna-se evidente que o conteúdo de semelhança de triângulos deve receber uma atenção especial, na medida em que propicia uma grande contribuição ao processo de ensino-aprendizagem de conceitos geométricos, já que esse conteúdo contempla conceitos de grande importância na resolução de problemas de Geometria. Além do mais, a compreensão do conceito de semelhança constitui-se como base para o aprofundamento de vários outros conteúdos geométricos.

O autor deste trabalho, ainda quando estava engajado no Programa de Bolsas Institucionais de Iniciação à Docência (PIBID)/Subprojeto Licenciatura em Matemática da UFPB – Campus IV, durante o período de julho de 2016 a fevereiro de 2018, e posteriormente enquanto bolsista do Programa de Residência Pedagógica, começou a refletir sobre o

processo de ensino-aprendizagem de Matemática, percebendo, através da observação participante e de reflexões críticas constantes que, lamentavelmente, boa parte dos alunos apresenta dificuldades de aprendizagem na disciplina de Matemática. Esta dificuldade mostrava-se ainda mais evidente no que se referia ao ensino de Geometria.

Tal situação pode ser justificada pelo fato de que durante muito tempo a Geometria foi deixada em segundo plano nos cursos de formação de professores, nas propostas curriculares, nos livros didáticos de Matemática, nas práticas pedagógicas e, conseqüentemente na sala de aula do ensino básico (COSTA; SANTOS, 2018).

As causas apontadas para o abandono do ensino da Geometria têm sua origem no Movimento da Matemática Moderna, reforma ocorrida no período de 1960 e 1970, época em que o ensino da Álgebra foi privilegiado e o ensino de Geometria foi praticamente banido do sistema escolar (PAVANELLO, 1989).

Outro fato que também influenciou o progressivo abandono do ensino da Geometria no Brasil foi a promulgação da Lei 5692/71, publicada em 11 de agosto de 1971, concedendo liberdade às escolas quanto à decisão sobre os programas das diferentes disciplinas. Essa liberdade concedida pela lei possibilitou que muitos professores de Matemática, sentindo-se inseguros para trabalhar com a Geometria, deixassem de incluí-la em sua programação ou a colocava no final do ano letivo, usando a falta de tempo como pretexto para não abordá-la (PAVANELLO, 1993).

Nacarato (2002) elenca ainda alguns fatores que contribuíram para esse fato, como “a própria história do ensino de matemática no Brasil e, em especial, o de geometria; e a não compreensão, por parte dos professores, da importância da formação de conceitos geométricos para o desenvolvimento do pensamento matemático” (NACARATO, 2002, p. 84). Para ela, a “ausência da geometria na escolarização formal vem formando gerações de profissionais, principalmente professores, que desconhecem os fundamentos desse campo da matemática, pouco discutido no âmbito da prática pedagógica” (NACARATO, 2002, p. 85).

Conscientes do papel fundamental da Geometria na formação do aluno, devido a sua utilidade prática e sua contribuição para o desenvolvimento humano, muitos autores também destacam a necessidade da presença da Geometria no currículo escolar. Dentre eles podemos destacar Lorenzato (1995) quando afirma que:

[...] para justificar a necessidade de se ter a Geometria na escola, bastaria o argumento de que sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. Sem conhecer Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida (LORENZATO, 1995, p. 5).

Crescenti (2005) ainda complementa:

A geometria é uma área da matemática que estimula a criatividade e pode contribuir para desenvolver habilidades como resolução de problemas, investigação, capacidade de análise e síntese, iniciativa, flexibilidade de pensamento, argumentação, o que vem de encontro do que se propõe em termos de formação na escolaridade básica e profissional (CRESCENTI, 2005, p. 35 – 36).

O fato de o ensino da Geometria possuir grande importância na formação dos alunos do ensino básico reforça a necessidade de ser proporcionada ao futuro docente, em sua formação inicial, uma base intelectual e cultural, principalmente no conhecimento de Geometria num aspecto abrangente, moderno, com uma visão diversificada, em que ele possa se apossar dos conceitos geométricos desenvolvendo uma diversidade de habilidades (LEIVAS, 2009).

A relevância desses conhecimentos por parte do professor como mediador no processo de ensino-aprendizagem de Matemática é ressaltada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) do Ensino Fundamental (BRASIL, 1998) ao destacar que:

Para desempenhar seu papel de mediador entre o conhecimento matemático e o aluno, o professor precisa ter um sólido conhecimento dos conceitos e procedimentos dessa área e uma concepção de Matemática como ciência que não trata de verdades infalíveis e imutáveis, mas como ciência dinâmica, sempre aberta à incorporação de novos conhecimentos (BRASIL, 1998, p. 36).

Diante do exposto, para que o professor possa dar uma abordagem satisfatória ao processo de ensino-aprendizagem de Geometria na Educação Básica é necessário que ele tenha um amplo conhecimento não somente dos conceitos geométricos, mas também das questões metodológicas envolvidas nas suas possíveis abordagens. Desse modo, se faz necessário o desenvolvimento de situações que possam provocar nos alunos uma visão positiva quanto àquilo que está sendo estudado, propondo uma abordagem diferenciada do

conteúdo que permita que a manipulação e o processo de construção do conhecimento tenham lugar fundamental para a compreensão desse assunto.

Para tanto, é necessário que repensemos nossa prática docente para caminharmos com vista a desenvolver novas formas de ensinar Matemática que possibilitem o diálogo entre os sujeitos envolvidos no processo de ensino-aprendizagem e que contemplem as necessidades reais dos alunos. Ou seja, devemos criar estratégias didáticas de ensino que provoquem no estudante a construção e o aperfeiçoamento da criatividade, do raciocínio lógico e da capacidade de resolver problemas.

Em outras palavras, é necessário criar situações didáticas a partir de um contexto que cerca o aluno, estando incluídos o professor e o sistema educacional, que conduzam à produção de conhecimentos, sendo estes empregados para resolver diferentes tipos de problemas dentro e fora da escola (BROUSSEAU, 2008).

Como consequência das considerações tecidas até aqui, apresentamos a questão de investigação dessa pesquisa: *quais as variáveis didáticas, presentes em um conjunto de atividades didáticas elaboradas para o ensino de Semelhança de Triângulos, que influenciaram na realização de “procedimentos ótimos” pelos alunos na construção das situações de aprendizagem?*

1.2 Justificativa

Nas últimas duas décadas, a Geometria, no que tange o seu processo de ensino-aprendizagem, tornou-se um dos campos matemáticos investigados no âmbito de pós-graduação, na área de Educação Matemática, em vários estudos brasileiros, sendo realizados com diferentes modalidades escolares (Educação Infantil, Ensino Fundamental, Ensino Médio e Ensino Superior), envolvendo múltiplos participantes (crianças, adolescentes e adultos), variados recursos (livros didáticos, softwares educativos, sequências didáticas, etc.) e diferentes desenhos metodológicos (COSTA; SANTOS, 2017).

No entanto, mesmo com os avanços das pesquisas relacionadas ao ensino e à aprendizagem da Geometria contribuindo tanto para o trabalho do professor em sala de aula como também para os cursos de formação inicial e continuada de professores, dados das avaliações em larga escala como o *Programme for International Student Assessment* (PISA) (OECD, 2015) e o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) (BRASIL, 2015) revelam que estudantes da educação básica de diferentes escolaridades não possuem bons resultados no que se refere aos conteúdos geométricos. Além desses, outros estudos do

campo educacional (COSTA; CÂMARA DOS SANTOS, 2016; COSTA; SANTOS, 2017), apontam que indivíduos de diferentes graus de ensino como alunos do Ensino Fundamental, do Ensino Médio, licenciandos e professores de Matemática apresentam deficiências conceituais e de aprendizagem no que tange à Geometria.

Sendo assim, é evidente que mesmo com os avanços produzidos a partir do desenvolvimento dessas pesquisas no Brasil, poucas mudanças práticas são percebidas em sala de aula, ou seja, a Geometria continua sendo trabalhada de forma tímida pelos professores de Matemática (MANOEL; LORENZATO, 2015). Da mesma maneira, nos cursos de formação de professores, o campo geométrico, quando abordado, ainda é centrado apenas nas demonstrações dos sistemas axiomáticos. Isto é, existe um destaque no conhecimento especializado do conteúdo, enquanto que o conhecimento pedagógico quase não é explorado (LIMA; SANTOS, 2012; LIMA, 2016).

Mediante tal situação, pesquisadores da Educação Matemática do país refletem sobre as razões motivadoras desses resultados. Debatem, principalmente, sobre a origem dessas dificuldades conceituais e de aprendizagem que se encontram relacionadas ora à natureza dos conceitos geométricos que são abordados, ora à maneira como esses conceitos são explorados na sala de aula (COSTA, 2016).

Diante do exposto e a partir das experiências vivenciadas no Prolicen, surgiu o interesse em pesquisar sobre o tema proposto nesse trabalho. Uma vez que foi durante a participação no projeto que o autor dessa pesquisa teve seu primeiro contato com a Didática da Matemática, realizando aprofundamentos teóricos acerca da teoria desenvolvida pelo francês Yves Chevallard, conhecida como Transposição Didática (CHEVALLARD, 1991 *apud* PAIS, 2011), e posteriormente, buscando aprofundar-se nessa tendência teórica (Didática da Matemática), continuamos nossos estudos acerca da Teoria das Situações Didáticas desenvolvida por Guy Brousseau (2008) e da metodologia da Engenharia Didática proposta por Michele Artigue (1996).

Com esse trabalho não se pretende invalidar as atividades didáticas analisadas, nem muito menos realizar algum juízo de valor quanto às suas contribuições para o ensino do conteúdo. O cerne da nossa pesquisa é promover uma análise, à luz da teoria das Situações Didáticas, do processo de construção dessas atividades, identificando as variáveis didáticas que possivelmente foram contempladas no processo de construção dos seus diferentes estágios, numa perspectiva que possa eventualmente contribuir para o aprimoramento da mesma, bem como colaborar para uma visão mais aprofundada do conteúdo estudado.

Desse modo, essa pesquisa segue no sentido de colaborar para que ocorram possíveis contribuições nos processos de ensino-aprendizagem de Geometria, mais especificamente no que se refere ao ensino de Semelhança de Triângulos, por meio da verificação de como funcionam as situações didáticas propostas, para que o conhecimento do referido conteúdo seja construído progressivamente, ou seja, destacar quais características inerentes a cada situação são fundamentais para o desenvolvimento dos conhecimentos dos alunos.

Essa pesquisa também segue no sentido de contribuir com a comunidade científica de e com professores de Matemática da Educação Básica, a partir da indicação de apontamentos para a estruturação de uma proposta didática que leve em consideração a escolha adequada das variáveis didáticas na elaboração de situações de aprendizagem.

Sendo assim, consideramos nosso estudo de caráter relevante, pois pode contribuir para evidenciar entendimentos sobre o processo investigado a partir de alguns aspectos que sobressaíram ou que não foram considerados durante o processo de construção das atividades didáticas.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo Geral

Analisar as variáveis didáticas, contempladas no conjunto de atividades didáticas elaboradas para o ensino de Semelhança de Triângulos, para a realização de “procedimentos ótimos” pelos alunos em situações de aprendizagem.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Identificar, na perspectiva da Teoria das Situações Didáticas, quais variáveis didáticas estão presentes no conjunto das atividades didáticas investigadas;
- Indicar, nas estratégias de resolução esperadas pelos alunos, a presença das variáveis didáticas identificadas que levam a mobilização de “procedimentos ótimos”;
- Apresentar encaminhamentos para a estruturação de uma proposta didática, a partir do conjunto de atividades analisadas, que considere a escolha adequada de variáveis didáticas como ferramenta importante na construção de situações de aprendizagem.

1.4 Metodologia da Pesquisa

Entendemos como percurso metodológico os caminhos percorridos durante uma pesquisa, uma vez que segundo Minayo (2009, p. 14), metodologia é “o caminho do pensamento e a prática exercida na abordagem da realidade”. Desse modo, descreveremos neste item o percurso metodológico que será seguido nesse estudo.

Esta pesquisa emerge numa perspectiva de reflexão a respeito das variáveis didáticas presentes nas atividades que foram analisadas. Logo, no que se refere à natureza de abordagem do objeto dessa pesquisa, a metodologia adotada constitui-se de um caráter qualitativo, uma vez que para Minayo (2009, p. 20) esse tipo de pesquisa “[...] se ocupa, dentro das Ciências Sociais, com o universo dos significados, dos motivos, das aspirações, das crenças, dos valores e das atitudes”.

Do ponto de vista de Chizzotti (2000):

A abordagem qualitativa parte do fundamento de que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, uma interdependência viva entre o sujeito e o objeto, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito. O conhecimento não se reduz a um rol de dados isolados, conectados por uma teoria explicativa; o sujeito-observador é parte integrante do processo de conhecimento e interpreta os fenômenos, atribuindo-lhes um significado. O objeto não é um dado inerte e neutro; está possuído de significados e relações que sujeitos concretos criam em suas ações (CHIZZOTTI, 2000, p. 79).

Portanto, levando em consideração a questão de investigação, o objetivo e o contexto em que os dados foram produzidos, acreditamos que somente uma abordagem qualitativa nos permitirá um fornecimento de informações mais descritivas que prezem pelo significado dado às ações, para que assim possamos realizar as análises (BORBA; ARAÚJO, 2010).

De acordo com Fiorentini e Lorenzato (2012, p. 71), “uma pesquisa é considerada descritiva quando o pesquisador deseja descrever ou caracterizar com detalhes uma situação, um fenômeno ou um problema”. Desse modo, quanto aos seus objetivos, essa pesquisa caracteriza-se como descritiva, uma vez que buscamos identificar as variáveis didáticas contempladas no processo de construção das atividades analisadas, bem como descrever as influências nos procedimentos de resposta dos alunos, provenientes delas.

Quanto aos seus procedimentos, esta pesquisa caracteriza-se como documental, uma vez que “a pesquisa documental vale-se de materiais que não recebem ainda um tratamento analítico, ou que ainda podem ser reelaborados de acordo com os objetos da pesquisa” (GIL, 2002, p. 45). Desse modo, tivemos como instrumento de coleta de dados, os registros

documentais feitos pelos alunos submetidos às atividades didáticas elaboradas e aplicadas no projeto desenvolvido dentro do Programa de Licenciatura (Prolicen) da Universidade Federal da Paraíba – UFPB/Campus IV, com vigência durante o ano de 2018. A partir desses registros escritos, que trazem a maneira como os alunos pensaram e fizeram para responder às atividades propostas, tivemos base para a construção de dados que possibilitaram a obtenção de respostas à nossa questão de investigação.

Assim, com vistas a responder nossa questão de investigação, apoiados nessa abordagem qualitativa, bem como no instrumento de coleta de dados utilizados e subsidiados por nossa fundamentação teórica, o desenvolvimento da investigação se deu em três etapas, a saber:

- Levantamento bibliográfico de pesquisas que propõem a influência de variáveis didáticas nos procedimentos de resolução de problemas dentro das unidades temáticas Geometria e Grandezas e medidas;
- Descrição e análise das atividades didáticas, aplicadas no âmbito do Prolicen 2018, para a identificação das variáveis didáticas;
- Análise das respostas dos alunos e confrontação com as variáveis didáticas presentes nas atividades e identificadas na análise.

Na etapa de descrição e análise das atividades didáticas, buscamos determinar quais foram as variáveis didáticas consideradas para a construção das atividades, uma vez que segundo Pais (2011, p. 102) “é sobre o conjunto dessas variáveis que se inicia a análise *a priori*, cujo objetivo é determinar quais são as variáveis escolhidas sobre as quais se torna possível exercer algum tipo de controle [...]”.

Nosso interesse com essa pesquisa foi, portanto, identificar e analisar as variáveis didáticas privilegiadas na construção de atividades didáticas, elaboradas e aplicadas no Prolicen, para o ensino de semelhança de triângulos. E, finalmente, observar as estratégias mobilizadas pelos alunos na resolução dos problemas propostos e, de modo particular, os procedimentos realizados por eles ao longo desse processo, a partir da influência das variáveis didáticas identificadas.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Teoria das Situações Didáticas

A Teoria das Situações Didáticas (TSD) foi desenvolvida pelo pesquisador francês da Universidade de Bordeaux, Guy Brousseau, com a finalidade de “modelar o processo de ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos” a partir da criação de um “modelo da interação entre o aprendiz, o saber e o *milieu* (ou meio) no qual a aprendizagem deve se desenrolar” (ALMOULOU, 2007, p. 31).

O processo de aprendizagem, para Brousseau (1975, *apud* ALMOULOU, 2007) pode ser caracterizado como:

[...] um conjunto de situações identificáveis (naturais ou didáticas) reprodutíveis, conduzindo frequentemente à modificação de um conjunto de comportamento de alunos, modificação característica da aquisição de um conjunto de conhecimentos (BROUSSEAU, 1975, p. 6, *apud* ALMOULOU, 2007, p. 31).

Nesse sentido, a Teoria das Situações Didáticas, segundo Almouloud, (2007), tem como objetivo principal a caracterização de um processo de aprendizagem por meio de situações que podem ser reproduzidas, permitindo a modificação de um conjunto de comportamento dos alunos. Sendo essa modificação proveniente de uma aprendizagem significativa a partir da aquisição de um determinado conjunto de conhecimentos.

Portanto, “o objeto central de estudo nessa teoria não é o sujeito cognitivo, mas a situação didática na qual são identificadas as interações estabelecidas entre professor, aluno e saber” (ALMOULOU, 2007, p. 32).

Para um melhor entendimento da Teoria das Situações Didáticas, se faz necessário que compreendamos a definição de três termos, apresentados por Brousseau (2008), indispensáveis para esta teoria, sendo eles: situação, meio e situações didáticas.

Brousseau (2008) apresenta situação como sendo “o modelo de interação de um sujeito com um meio específico que determina um certo conhecimento, como o recurso de que o sujeito dispõe para alcançar um estado favorável” (BROUSSEAU, 2008, p. 19). É importante destacar ainda, que o termo situação, de modo geral, pode ser usado para definir ao mesmo tempo tanto o conjunto de condições que determinam uma ação quanto um dos modelos usados para estudá-la (BROUSSEAU, 2008).

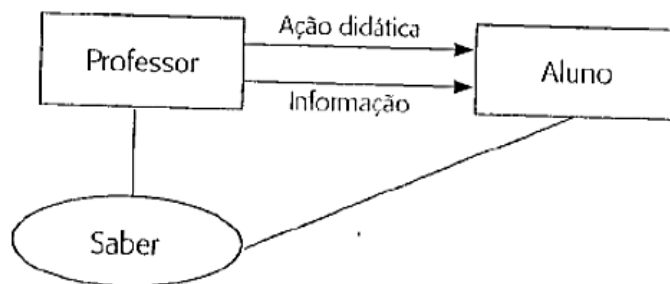
Concomitantemente, ele considera o meio como “sistema autônomo, antagônico ao sujeito” (BROUSSEAU, 2008, p. 19), onde o seu funcionamento é revelado através do comportamento dos alunos e é a partir dele (meio) que convém elaborar um modelo.

Em meados de 1970, as situações didáticas eram apresentadas como “aquelas que serviam para ensinar sem que fosse levado em conta o papel do professor” (BROUSSEAU, 2008, p. 21). No entanto, o termo situações didáticas ganhou maior complexidade a partir dos estudos de Guy Brousseau que a definiu como:

O conjunto de relações estabelecidas explicitamente e/ou implicitamente entre um aluno ou grupo de alunos, um certo milieu (contendo eventualmente instrumentos ou objetos) e um sistema educativo (o professor) para que esses alunos adquiram um saber constituído ou em constituição (BROUSSEAU, 1978 *apud* ALMOULOU, 2007, p. 33).

Conforme Brousseau (2008), algumas produções científicas propõem as situações didáticas levando em consideração exclusivamente as interações existentes entre o aluno e o professor mediadas pelo saber nas situações de ensino, reduzindo dessa forma o entorno didático à ação do professor sem considerar as relações existentes entre o aluno e o meio, como mostra o esquema apresentado na figura 1.

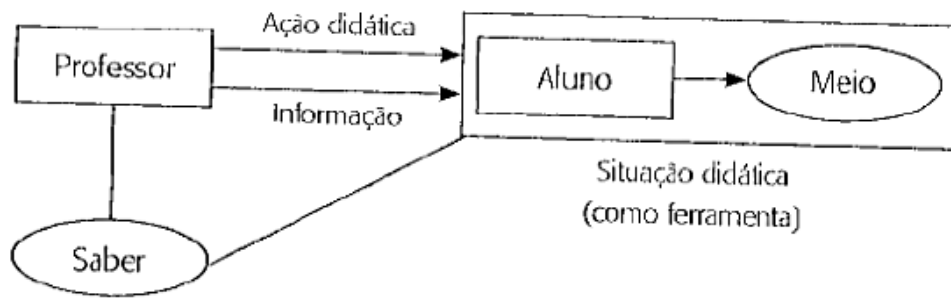
Figura 1 – Sistema relação professor – aluno



Fonte: Brousseau (2008, p. 54)

Desse modo, Brousseau (2008) apresenta um novo esquema que contempla, além da relação do aluno com o professor, a relação do aluno com o meio, tendo a situação didática como ferramenta, como mostra a figura 2.

Figura 2 – Sistema relação professor-aluno-meio



Fonte: Brousseau (2008, p. 54)

Assim, as situações didáticas ganharam um novo significado com o advento da Teoria das Situações Didáticas, passando a representar “os modelos que descrevem as atividades do professor e do aluno”, sendo, portanto, “todo o contexto que cerca o aluno, nele incluídos o professor e o sistema educacional” (BROUSSEAU, 2008, p. 21).

Almouloud (2007) destaca como parte indispensável da situação didática aquela situação na qual a intenção de ensinar não é manifestada ao aluno, no entanto foi pensada e elaborada pelo professor para oportunizar condições que permitam que o aprendiz tome posse do novo saber que deseja ensinar. Esta situação é chamada de situação adidática.

Uma situação adidática evidencia-se pela presença no processo de aprendizagem de circunstâncias onde não existe diretamente, por parte do professor, uma intencionalidade pedagógica ou um controle didático. Portanto, na composição de uma situação didática pode ocorrer uma variedade de situações adidáticas (PAIS, 2011).

Desse modo, de acordo com Brousseau (1986, *apud* PAIS, 2011):

Quando o aluno torna-se capaz de colocar em funcionamento e utilizar por ele mesmo o conhecimento que ele está construindo, em situação não prevista de qualquer contexto de ensino e também na ausência de qualquer professor, está ocorrendo então o que pode ser chamado de situação adidática (BROUSSEAU, 1986, *apud* PAIS, 2011, p. 68).

Brousseau (1986 *apud* ALMOULOU, 2007) destaca algumas características pertinentes a uma situação adidática, a saber:

- O problema matemático é escolhido de modo que possa fazer o aluno agir, falar, refletir e evoluir por iniciativa própria;
- O problema é escolhido para que o aluno adquira novos conhecimentos que sejam inteiramente justificados pela lógica interna da situação e que possam ser construídos sem apelo às razões didáticas²;
- O professor, assumindo o papel de mediador, cria condições para o aluno ser o principal ator da construção de seus conhecimentos a partir da(s) atividade(s) proposta(s) (BROUSSEAU, 1986 *apud* ALMOULOU, 2007, p. 33).

Portanto, na situação adidática o aluno deve ser sempre estimulado a percorrer seu próprio caminho na busca do conhecimento, com vista a superar seus limites. Ao passo que “do momento em que o aluno aceita o problema como seu até aquele em que se produz a resposta, o professor se recusa a intervir como fornecedor dos conhecimentos que quer ver surgir” (BROUSSEAU, 2008, p. 35). Desse modo, ao mesmo tempo em que o professor não revela a intenção didática da situação, ele deve possibilitar ao aluno o máximo de independência para que o mesmo possa desenvolver suas próprias estratégias para a resolução de problemas a partir de seus próprios conceitos (TEIXEIRA; PASSOS, 2013).

Quando uma situação adidática preserva o sentido de um conhecimento ela é chamada de situação fundamental, uma vez que determina o conhecimento ensinado em um determinado instante, bem como o significado particular que esse conhecimento vai adquirir do fato a partir das escolhas das variáveis didáticas e das restrições e reformulações sofridas em seu processo de organização e reorganização (BROUSSEAU, 1986 *apud* ALMOULOU, 2007). Para Perrin-Glorian (1999, *apud* ALMOULOU 2007 p. 34) “os diferentes valores dados às variáveis didáticas da situação fundamental devem permitir gerar todas as situações representativas dos diferentes sentidos ou diferentes ocasiões de emprego do saber em jogo”.

Para Teixeira e Passos (2013), a Teoria das Situações Didáticas preocupa-se com a forma de apresentação de conteúdos matemáticos específicos aos alunos, sempre que há pretensão clara do professor de conduzir o aluno a aprendizagem, através de sequências didáticas planejadas. Desse modo, as relações constituídas entre um aluno, um determinado meio e um sistema educativo, que definem a situação didática, são estabelecidas a partir de uma negociação entre professor e alunos, denominada de contrato didático. Ou seja, as regras de funcionamento dentro da situação (distribuição de responsabilidades, determinação de prazos temporais a diferentes atividades, permissão ou proibição do uso de determinados recursos de ação, etc.) são definidas a partir deste contrato, que por sua vez apresenta componentes explícitos e implícitos (GÁLVEZ, 1996).

² A aprendizagem ocorre não por meio de uma necessidade aparente do professor ou da escola, mas a partir de uma necessidade própria do aluno (ALMOULOU, 2007).

Desse modo, de acordo com Almouloud (2007, p. 89), Guy Brousseau define o contrato didático como sendo “o conjunto de comportamentos específicos do professor esperados pelos alunos, e o conjunto de comportamentos dos alunos esperado pelo professor”.

Nesse sentido, Brousseau (2008) destaca o contrato didático como um elemento fundamental da teoria das situações didáticas, uma vez que influencia diretamente na análise e na construção de situações para o ensino e aprendizagem de matemática.

Assim, para Passos e Teixeira (2013) a Teoria das Situações Didáticas, ao discutir a forma de apresentação de conteúdos matemáticos, trata-se de um modelo teórico que descreve algumas situações fundamentais e que começa a servir de aporte teórico tanto para novas pesquisas em didática, quanto para a própria prática docente. Apresenta-se como um campo de reflexão para o avanço do ensino de Matemática no ensino básico, onde o docente, apoiado nessa teoria, estabelece condições que conduzam os alunos à aquisição de novos saberes.

2.2 A Noção de Variável Didática

De acordo com Teixeira e Passos (2013), o conceito de variável didática foi apresentado por Guy Brousseau em sua Teoria das Situações Didáticas. Brousseau (2008) define as variáveis didáticas como aquelas que sofrem influências do professor, a partir de valores atribuídos às mesmas, caracterizando-as como um tipo específico denominada de variáveis cognitivas. Portanto, “chamamos de *variável cognitiva* aquela que se encontra em uma situação tal que, pela escolha de valores diferentes, pode alterar o conhecimento ótimo. Entre as variáveis cognitivas, as *variáveis didáticas* são as que o professor pode determinar” (BROUSSEAU, 2008, p. 35, grifo do autor).

Em seu trabalho dissertativo, Barros (2012) descreve variáveis didáticas como “pontos e ações em um ambiente didático cuja variação de seus valores modificam as condições de estratégias a serem trabalhadas para a resolução de problemas pelos alunos” (BARROS, 2012, p. 47).

Conforme destaca Almouloud (2007), uma variável didática pode ser percebida como aquela cujas mudanças de valores resultam em alterações nas estratégias consideradas ótimas, característica que a torna bastante útil no modelo de estudos de aprendizagem.

Desse modo, as variáveis didáticas se apresentam como ferramentas essenciais na análise de situações de aprendizagem e a modificação de seus valores possibilita alterações nos procedimentos ótimos usados pelo aluno, para resolver um determinado problema (PESSOA, 2010).

Santos e Bellemain (2007 *apud* PESSOA, 2010) apontam ainda a importância da variável didática em diferentes aspectos ao ressaltar que:

[...] a variável didática é uma ferramenta importante na categorização dos problemas matemáticos a serem propostos aos alunos, na elaboração de problemas adaptados para desestabilizar regras de ações errôneas, na escolha de problemas que contribuam significativamente para a aprendizagem e na análise dos procedimentos de resolução mobilizados pelos alunos, inclusive nos erros cometidos (SANTOS; BELLEMAIN, 2007 *apud* PESSOA, 2010, p 37).

Num processo de ensino, valores de variáveis didáticas podem ser escolhidos, a partir do direcionamento de um determinado tipo de procedimento, visando à organização de uma sequência de situações para conduzir a aprendizagem desejada. Ou seja, a identificação das variáveis didáticas e de seus valores contribui para a construção de situações didáticas pertinentes, uma vez que ao fixarmos os valores de certas variáveis podemos estimular a mobilização de certos conhecimentos em detrimento de outros (SANTOS, 2005).

Santos (2005) ainda acrescenta que:

A identificação de variável didática é fortemente imbricada com o estudo das dificuldades que os alunos encontram na resolução dos problemas e das respostas corretas ou erradas que fornecem. Da mesma forma, os objetivos de aprendizagem de uma situação problema são intrinsecamente ligados aos valores das variáveis. É, portanto, necessário conhecê-las para otimizar as aprendizagens que estão realmente em jogo (SANTOS, 2005, p. 41).

Conforme destacam Almouloud e Coutinho (2008), a identificação criteriosa das potenciais variáveis didáticas permite explicações dos fenômenos observados, ou seja, pode assegurar generalizações a partir das análises feitas pela transformação de fatos observados em fenômenos didáticos. No entanto, ainda segundo os autores é importante destacar que “se as variáveis didáticas potenciais não são cuidadosamente identificadas, nada garante a generalidade das explicações dos fatos observados e dos efeitos do artefato utilizado que acontecem independentemente do controle do experimentador” (ROBERT, 1992, p. 40 *apud* ALMOULOU; COUTINHO, 2008, p. 65, tradução do autor).

De acordo com Gálvez (1996), dentre as variáveis que influenciam em uma situação didática, existem aquelas que podem ser manipuladas pelo professor com o objetivo de fazer progredir os comportamentos dos alunos, sendo estas denominadas de variáveis de comando. Ainda para o autor:

O que interessa são os intervalos de valores destas variáveis que resultam determinantes para a aparição do conhecimento que a situação didática pretende ensinar. Trata-se de determinar as condições das quais depende que seja esse o conhecimento que intervém e não outro (GÁLVEZ, 1996, p. 30).

A importância da manipulação de variáveis em didática é destacada por Artigue (1984 *apud* GÁLVEZ, 1996) ao afirmar que:

Para o especialista em didática, determinar como o uso de variáveis de comando da situação pode provocar, na aula, mudanças de estratégia e como poder-se-ia controlar no interior de um processo, pela manipulação destes comandos, uma gênese escolar do conceito, parece ser muito mais importante do que tentar precisar em seus menores detalhes as etapas do desenvolvimento psicogenético (ARTIGUE, 1984 *apud* GÁLVEZ, 1996, p. 30).

Gálvez (1996) também destaca que a identificação das variáveis didáticas, bem como o estudo teórico e experimental de seus efeitos, apresenta-se como uma parte fundamental da análise de uma situação didática.

Portanto, segundo Pais (2011):

É sobre o conjunto dessas variáveis que se inicia a análise *a priori*, cujo objetivo é determinar quais são as variáveis escolhidas sobre as quais se torna possível exercer algum tipo de controle, relacionando o conteúdo estudado com as atividades que os alunos podem desenvolver para a apreensão de conceitos em questão (PAIS, 2011, p. 102).

A partir de uma análise *a priori* é possível determinar como as escolhas das variáveis assumidas como relevantes para a construção das atividades, podem manipular os comportamentos dos alunos e esclarecer seu sentido (ALMOULOU; COUTINHO, 2008).

Para facilitar esse processo de análise, Artigue (1996) diferencia as variáveis didáticas em dois tipos: globais e locais. No primeiro tipo, considera-se uma visão geral das variáveis pertinentes à organização da engenharia. Ao passo que no segundo tipo, considera-se uma visão mais localizada da engenharia, isto é, uma caracterização mais individualizada de cada sessão da atividade.

De acordo com Almouloud e Coutinho (2008), as análises desses dois tipos de variáveis, que podem ser de classe geral ou dependente do conteúdo, serão realizadas a partir de três aspectos: da dimensão epistemológica, da dimensão cognitiva e da dimensão didática. A dimensão epistemológica está associada às características do saber, enquanto a dimensão cognitiva está associada ao conhecimento inerente aos alunos sujeitos da aprendizagem. Por

sua vez, a dimensão didática encontra-se associada às características do sistema de ensino no qual os sujeitos estão imersos.

De maneira geral, Almouloud e Coutinho (2008) destacam que na realização de uma análise *a priori* se faz necessário:

Descrever as escolhas das variáveis locais e as características da situação didática desenvolvida; analisar a importância dessa situação para o aluno e, em particular, em função das possibilidades de ações e escolhas para construção de estratégias, tomadas de decisões, controle e validação que o aluno terá. As ações do aluno são vistas no funcionamento quase isolado do professor, que, sendo o mediador no processo, organiza a situação de aprendizagem de forma a tornar o aluno responsável por sua aprendizagem; prever comportamentos possíveis e tentar mostrar como a análise feita permite controlar seu sentido, assegurando que os comportamentos esperados, se e quando eles intervêm, resultam do desenvolvimento do conhecimento visado pela aprendizagem. (ALMOULOU; COUTINHO, 2008. p. 67).

Nessa perspectiva, Santos (2005) afirma é necessário conhecer as variáveis didáticas e atribuir valores a essas variáveis para que possamos distinguir o aluno que apresenta uma linha de raciocínio correta, sobre um assunto específico, daquele que mesmo seguindo por caminhos cognitivos errados produz uma resposta correta. Portanto, os valores dessas variáveis permitem uma compreensão mais detalhada, por parte do pesquisado, sobre como o aluno está pensando.

2.3 Algumas Pesquisas na Área

Apresentamos a seguir algumas pesquisas que tratam da influência de variáveis didáticas nos procedimentos de resolução de problemas dentro das unidades temáticas Geometria e Grandezas e medidas.

A primeira pesquisa corresponde a uma dissertação de mestrado desenvolvida dentro do Programa de Pós-graduação em Ensino das Ciências da Universidade Federal Rural de Pernambuco. A segunda, por sua vez, trata-se de uma dissertação de mestrado elaborada no Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco. A última pesquisa, que também se refere a uma dissertação de mestrado, foi concebida dentro do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática do Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual da Paraíba.

Sendo tais pesquisas desenvolvidas na perspectiva da Didática da Matemática, se relacionam por considerarem que a apropriação do conhecimento se dá, necessariamente, a partir das situações nas quais os indivíduos são submetidos. Desse modo, evidenciam que a

situação didática se propõe a conduzir o aluno à aquisição de um determinado conhecimento a partir da escolha das variáveis envolvidas na situação. Ou seja, consideram as variáveis didáticas como potentes influenciadoras no processo de aquisição de conhecimento.

2.3.1 A Dissertação de Mestrado de Santos (2005)

Na dissertação intitulada “Resolução de problemas envolvendo área de paralelogramo: um estudo sob a ótica do contrato didático e das variáveis didáticas”, Santos (2005) tratou sobre o ensino e aprendizagem de conceito de área, mais especificamente do paralelogramo. Na pesquisa, a autora se propôs a investigar as possíveis influências causadas nos procedimentos utilizados por alunos na resolução de problemas referentes ao conteúdo de área do paralelogramo, pela forma de abordagem desse conteúdo em uma coleção de livros didáticos para os anos finais do Ensino Fundamental.

A pesquisa envolveu vinte e um alunos da 8ª série, atual 9º ano, de uma escola pública da cidade do Recife/PE. Para a condução da pesquisa foi realizada a análise de uma coleção de livros didáticos, identificando algumas variáveis didáticas e os valores dessas variáveis privilegiados nesses livros, bem como a elaboração e aplicação de um teste seguida da análise *a priori* dos mesmos, com foco na área do paralelogramo.

Nessa perspectiva, a pesquisa se deteve a três pontos referentes ao conteúdo escolhido, sendo eles: figura do paralelogramo; abordagem do conceito de área; área do paralelogramo. A partir destes três pontos, foram explicitadas as variáveis didáticas utilizadas no que se refere à figura do paralelogramo e aos problemas envolvendo área do paralelogramo presentes nos livros da coleção analisada, como resume o Quadro 1.

Quadros 1 – Variáveis didáticas identificadas em Santos (2005)

Temas destacados	Variáveis didáticas consideradas
Figura do paralelogramo	▪ Posição relativa dos lados do paralelogramo ▪ Orientação do lado de maior comprimento ▪ Inclinação da figura
Problemas envolvendo área do paralelogramo	▪ Existência de figura ▪ Natureza das soluções ▪ Dados fornecidos ▪ Posição do lado tomado como base ▪ Comprimento do lado tomado como base ▪ Posição da altura traçada

Fonte: Elaboração nossa

Com relação à variável didática *posição relativa dos lados do paralelogramo* tomada na pesquisa, foi analisado o modo como as figuras encontravam-se dispostas, podendo ser na horizontal, na vertical ou de forma oblíqua. Com isso, a pesquisadora buscou verificar se o modo de disposição da figura interferia na percepção que o aluno tem do conceito de base.

Tratando-se da variável didática *orientação do lado de maior comprimento*, na pesquisa foi tomado como referência o paralelogramo que possui um dos lados na posição horizontal e se ele era ou não o de maior comprimento, uma vez que também influenciará na percepção do aluno quanto ao conceito de base.

No que se refere à variável didática *inclinação da figura*, a autora da pesquisa identificou a direção da inclinação, se para direita ou para esquerda, dos paralelogramos que possuíam um dos lados na posição horizontal, uma vez que a apresentação de um único tipo de inclinação poderá levar o aluno a não reconhecer a outra forma quando a ele apresentada.

Com relação à escolha da variável didática *existência da figura*, a pesquisadora buscou verificar a presença ou ausência de figuras e se esse fato interfere na resolução do problema pelo aluno.

A partir da escolha da variável didática *natureza das soluções*, Santos (2005) objetivou verificar se para a resolução dos problemas apresentados era exigido um procedimento numérico e/ou algébrico, ou ainda nenhum desses tipos de procedimento.

No que diz respeito à variável didática *dados fornecidos*, a autora buscou analisar nos dados disponibilizados para a resolução dos problemas, se os mesmos eram apenas necessários e suficientes, desnecessários, ou ainda não fornecidos de imediato. Uma vez que, se para a resolução de um problema só forem disponibilizados dados suficientes e necessários, esse fato poderá acarretar no entendimento de que não cabe ao aluno selecionar dados para resolver o problema, ou ainda não lhe possibilitará a oportunidade de cometer erros.

Já com a escolha da variável didática *posição do lado tomado como base*, Santos (2005) objetivou identificar se nos problemas referentes à área do paralelogramo, o lado tomado como base apresentava-se na posição horizontal, vertical ou oblíqua.

Tratando-se da variável didática *comprimento do lado tomado como base*, a autora buscou observar se o lado tomado por base no paralelogramo era o de maior ou de menor comprimento.

Por fim, a partir da escolha da variável didática *posição da altura traçada*, a pesquisadora pretendeu verificar qual ideia de altura estava presente nos problemas propostos, ou seja, se as alturas apresentadas eram exteriores ou interiores à figura do paralelogramo.

Para a construção das atividades do teste, foram feitas as mesmas escolhas dos valores das variáveis didáticas citadas anteriormente para a análise do livro didático, uma vez que foram identificadas regularidades na coleção de livros analisadas, relativos ao tema abordado, que influenciaram nas escolhas de valores para a elaboração do mesmo.

De acordo com sua análise, Santos (2005) observou ao mesmo tempo convergências e divergências entre a forma de abordagem do conteúdo de área do paralelogramo nos livros e os procedimentos mobilizados pelos alunos para a resolução de problemas referentes a este tema.

Santos (2005) destaca, por fim, a importância da construção mais sistemática das variáveis didáticas e de seus valores como importante ferramenta para a elaboração de novos instrumentos metodológicos de coleta de dados, uma vez que escolhas ainda mais criteriosas dessas variáveis podem permitir investigar dados que não foram considerados em pesquisas anteriores.

Esta pesquisa foi de grande relevância para o nosso aprofundamento teórico, uma vez que para responder suas indagações, Santos (2005) se apoiou em conceitos pertencentes à Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (1986), principalmente a noção de variável didática. Portanto, assim como em nossa pesquisa, Santos (2005) buscou investigar os processos de ensino-aprendizagem de um determinado conteúdo matemático, em nosso caso o de semelhança de triângulos, com foco nas variáveis didáticas.

Podemos destacar ainda que uma das questões que norteou a pesquisa de Santos (2005), a saber: “*Quais os procedimentos dos alunos na resolução de problemas, envolvendo área de paralelogramo?*” (SANTOS, 2005, p. 17), foi outro aspecto que influenciou na estruturação da nossa pesquisa, uma vez que serviu de base para a construção de um dos nossos objetivos específicos.

Por fim, salientamos que a caracterização das variáveis didáticas apresentadas na pesquisa de Santos (2005), nos deu suporte para a identificação, em nossa pesquisa, das variáveis didáticas presentes nas atividades analisadas.

2.3.2 A Dissertação de Mestrado de Pessoa (2010)

Na dissertação que traz como título “Um estudo diagnóstico sobre o cálculo da área de figuras planas na malha quadriculada: influência de algumas variáveis”, Pessoa (2010) buscou investigar a influência de certas variáveis nos procedimentos mobilizados por alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, na resolução de atividades de cálculo de área de figuras planas utilizando a malha quadriculada como recurso didático.

A pesquisa foi desenvolvida em quatro etapas principais. Iniciou-se com a construção e análise *a priori* das atividades, seguido da seleção dos sujeitos a serem pesquisados. Em seguida deu-se a aplicação do instrumento de pesquisa e por fim foi realizada a análise das respostas dos alunos e confrontação com a análise *a priori*.

Participaram desta pesquisa cem alunos do 6º ano de cinco escolas diferentes, pertencentes à região metropolitana do Recife/PE, nas quais os alunos foram submetidos a um teste contendo quatorze questões de cálculo de área, com variações nos valores atribuídos a cada uma das variáveis empregadas.

Na construção das atividades, foram eleitas algumas variáveis consideradas importantes pela autora para o entendimento dos procedimentos privilegiados pelos alunos na resolução dos problemas. As variáveis consideradas na pesquisa encontram-se no Quadro 2.

Quadro 2 – Variáveis identificadas em Pessoa (2010)

Temas destacados	Variáveis consideradas
Área de figuras planas	▪ Contorno da figura ▪ Preenchimento da figura ▪ Posição relativa dos polígonos em relação à malha ▪ Medida da área tomando o quadradinho da malha como superfície unitária ▪ Tipo de figura

Fonte: Elaboração nossa

Para cada variável considerada, foram atribuídos valores específicos, como mostra o Quadro 3, com o intuito de verificar como a mudança nos valores dessas variáveis poderia contribuir com o cálculo de área de figuras planas, e na compreensão da área como grandeza.

Quadro 3 – Valores atribuídos às variáveis em Pessoa (2010)

Variáveis consideradas	Valores atribuídos
Contorno da figura	▪ Poligonal; ▪ Composto por segmentos e arcos de circunferências
Preenchimento da figura	▪ Hachurada com malha visível ▪ Hachurada sem malha visível
Posição relativa dos polígonos em relação à malha	▪ Todos os lados da figura “seguem a malha” ▪ Algum lado da figura “segue a malha” e os demais são diagonais dos quadrados ▪ Algum lado da figura “segue a malha” e há pelo menos um lado que é diagonal de um retângulo não quadrado ▪ Algum lado da figura “segue a malha” e os demais são arcos de circunferências ▪ Nenhum dos lados da figura “segue a malha”
Medida da área tomando o quadradinho da malha como superfície unitária	▪ Inteira ▪ Fracionária
Tipo de figura	▪ Usual (todas as figuras para as quais os alunos podem usar diretamente uma fórmula) ▪ Irregular

Fonte: Adaptado de Pessoa (2010)

Na pesquisa, as atividades elaboradas foram organizadas em quatorze itens, levando em consideração as variáveis já citadas. A ordem para que os alunos respondessem tais atividades já havia sido previamente estabelecida, uma vez que esta ordem contemplou a mudança nos valores das variáveis buscando verificar como a mudança desses valores influenciaria nas estratégias tomadas pelos alunos.

Com relação às variáveis consideradas na pesquisa, Pessoa (2010) destaca que apenas as variáveis *posição relativa dos polígonos em relação à malha* e *tipo de figura* foram consideradas como variáveis didáticas, uma vez que as outras três (contorno da figura, preenchimento da figura, medida da área tomando o quadradinho da malha como superfície unitária), em determinadas situações não contribuíram com mudanças nos procedimentos ótimos dos alunos, pelo contrário, dificultaram a resolução.

Por fim, Pessoa (2010) evidencia as contribuições da utilização da malha quadriculada no ensino do cálculo da área de figuras planas. Destaca ainda a relevância da escolha adequada das variáveis envolvidas buscando prever as consequências na atribuição de determinados valores.

Esta dissertação também colaborou significativamente para a construção de nossa fundamentação teórica, visto que ao longo de seu estudo descreve sobre a noção de variáveis didáticas e destaca exemplos de algumas variáveis e valores que estas podem assumir, podendo influenciar nos procedimentos de resolução dos alunos.

A pesquisa de Santos (2010) nos auxiliou ainda na estruturação do nosso percurso metodológico, ao passo que nos inspiramos em algumas etapas de sua pesquisa para construir um desenho metodológico que nos permitisse responder a nossa questão de investigação.

Destacamos, por fim, que esta pesquisa também nos deu base para a identificação das variáveis didáticas presentes em nosso objeto de estudo, bem como da influência destas nos procedimentos de resolução utilizados pelos alunos.

2.3.3 A Dissertação de Mestrado de Oliveira (2017)

A dissertação de Oliveira (2017), intitulada “A Engenharia Didática como referencial para a ação pedagógica reflexiva: o caso da área de figuras planas irregulares com o Geogebra”, tem como objetivo principal “investigar aspectos relativos ao ensino do cálculo de áreas de figuras planas irregulares que podem ser trabalhados com o suporte do GeoGebra” (OLIVEIRA. 2017, p. 15). Para isso, o pesquisador elaborou uma sequência didática a partir dos preceitos propostos pela Engenharia Didática.

O desenvolvimento da pesquisa se deu em três etapas que se enquadram na primeira e segunda fase da Engenharia Didática, sendo elas *Análises prévias* e *Construção e Análise a priori*, respectivamente.

Na primeira etapa, o pesquisador realizou algumas análises preliminares do conteúdo de cálculo de áreas de figuras planas, considerando os aspectos epistemológico, didático e

cognitivo. No que se refere aos aspectos epistemológicos, Oliveira (2017) evidenciou neste estudo as características do conteúdo de cálculo de área de figuras planas a partir de sua perspectiva histórica. Com relação aos aspectos didáticos, o autor buscou, através das abordagens dadas nos livros didáticos, compreender como o conteúdo de cálculo de área de figuras planas é trabalhado. Já no que diz respeito aos aspectos cognitivos, o pesquisador elaborou e aplicou um questionário diagnóstico com o objetivo de identificar o conhecimento prévio dos alunos, bem como suas possíveis dificuldades acerca do conteúdo. O questionário foi composto por seis questões abertas que tinham tanto o objetivo de identificar a compreensão dos alunos acerca do conceito de área como de verificar os procedimentos utilizados por eles no cálculo de área de figuras planas. A aplicação do questionário aconteceu em uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública localizada no município de Barra de Santa Rosa/PB e contou com a participação de vinte e nove alunos.

Ainda dentro da primeira fase da Engenharia Didática, na segunda etapa da pesquisa Oliveira (2017) iniciou o processo de análise das respostas dos alunos resultantes do questionário aplicado. Desse modo, o pesquisador procurou reconhecer as dificuldades e as variáveis didáticas que influenciaram no processo de resolução dos alunos. As variáveis didáticas que conduziram a pesquisa encontram-se apresentadas no Quadro 4.

Quadro 4 – Variáveis didáticas identificadas em Oliveira (2017)

Temas destacados	Variáveis consideradas
Área de figuras planas	▪ Tipo de figura ▪ Posição da figura com relação à malha ▪ Hachuramento ▪ Malha quadriculada ▪ Dados fornecidos para a solução

Fonte: Elaboração nossa

Segundo Oliveira (2017), o questionário diagnóstico teve um papel indispensável para a realização da pesquisa, visto que através desse instrumento pôde-se refletir sobre as dificuldades enfrentadas pelos alunos no que tange o cálculo de área de figuras planas irregulares. O autor ainda destaca que os erros cometidos pelos alunos foram mais satisfatoriamente identificados por meio de um estudo das variáveis didáticas.

A terceira e última etapa da pesquisa, compreendeu a segunda fase da Engenharia Didática, ou seja, concepção e análise *a priori*. Nesta etapa, tomando como ponto de partida as reflexões sobre as dificuldades dos alunos no que tange o cálculo de área de figuras planas irregulares identificadas no questionário diagnóstico e buscando contornar tais dificuldades, foi construída uma proposta de ensino, com o *software* Geogebra como recurso didático complementar, que propunha explorar processos para o ensino e aprendizagem de área de figuras planas irregulares a partir do cálculo da área da região do mapa do Estado da Paraíba. Para a construção da proposta didática foram utilizadas as mesmas variáveis didáticas evidenciadas no questionário diagnóstico.

De acordo com Oliveira (2017), mesmo que as atividades não tenham sido aplicadas em sala, fez-se necessário a definição de escolhas globais e, por conseguinte das locais, uma vez que a pesquisa seguiu na perspectiva das fases da Engenharia Didática.

Oliveira (2017) destaca que por meio da determinação de algumas variáveis didáticas é possível propor sugestões de atividades mais eficazes para contornar e mesmo trabalhar com as dificuldades enfrentadas pelos alunos na compreensão de um determinado conteúdo. Ou seja, entender as variáveis no processo de ensino-aprendizagem de um determinado conteúdo é entender o que interfere ou auxilia para a concretização do mesmo. Destaca ainda que a partir das variáveis didáticas podem-se evidenciar possíveis conceitos já compreendidos pelos alunos sobre o conteúdo que se pretende trabalhar.

Na pesquisa de Pessoa (2017) a realização da análise *a priori* forneceu reflexões acerca do ambiente de pesquisa, como também dos sujeitos e dos conteúdos que nortearam o desenvolvimento da proposta a ser investigada. Esta etapa de sua pesquisa nos forneceu embasamento para a realização de nossas análises nos subsidiando na identificação e na caracterização das variáveis didáticas presentes nas atividades analisadas em nossa pesquisa. Uma vez que foi durante esta etapa de sua pesquisa que ocorreu a definição e o detalhamento das variáveis locais que permitiram progredir na sua pesquisa e na sua proposta de ensino.

Portanto, estas três pesquisas contribuíram de forma significativa para nosso estudo, uma vez que além de alicerçarem nossa fundamentação teórica, inspiraram nosso percurso metodológico e nos subsidiaram na identificação das variáveis didáticas presentes nas atividades analisadas em nossa pesquisa. Além do mais, nos conduziram no entendimento e reconhecimento das variáveis didáticas como elementos que influenciam diretamente no processo de ensino-aprendizagem de um conteúdo matemático.

3 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DAS ATIVIDADES

3.1 As Atividades Didáticas

As atividades analisadas nesta pesquisa, como já explicitado nesse texto, foram elaboradas e aplicadas no projeto desenvolvido dentro do Programa de Licenciatura (Prolicen) da Universidade Federal da Paraíba – UFPB/Campus IV, com vigência durante o ano de 2018. A proposta original do Procilen foi composta por cinco atividades sequenciais relacionadas ao conteúdo de Semelhança de triângulos, que buscaram verificar a compreensão dos licenciandos do curso de Matemática acerca das relações existentes entre triângulos semelhantes, bem como dos casos de semelhança de triângulos e das relações métricas no triângulo retângulo. No entanto, por restrições ligadas ao tempo, em nossa pesquisa nos detemos a analisar as três primeiras atividades que se encontram nos apêndices (A, B e C).

Para a construção das atividades foram tomadas como base as orientações didáticas propostas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o Ensino Fundamental (BRASIL, 1998); alguns textos que tratam sobre o uso de materiais didáticos para o ensino da Matemática, como Mendes (2009); materiais que tratavam do estudo da Geometria formal, estudada no ensino superior, que abordam postulados, axiomas e teoremas que fundamentam a Geometria Euclidiana Plana, como Barbosa (2012).

A Atividade 1 (Apêndice A) previa o recorte de doze triângulos dispostos numa folha de papel A4 e a sobreposição deles de acordo com as orientações estabelecidas no enunciado. A partir da sobreposição, deveriam ser determinados quantos pares de triângulos possuíam pelo menos uma medida de ângulos que coincidisse e, em seguida deveria ser verificado o que ocorria em relação às outras medidas de ângulos de cada um desses pares de triângulos. Esta atividade aborda a comparação de figuras e, como a situação estabelecida na sua formulação não apresenta aspecto numérico, permite-se resolvê-la utilizando-se apenas o processo de sobreposição das figuras.

A proposta da Atividade 2 (Apêndice B), composta por três questões, previa a utilização de lápis, régua e transferidor para sua realização. A situação apresentada exigia que os alunos determinassem as medidas dos lados e dos ângulos de cada um dos doze triângulos recortados na primeira atividade e, em seguida preenchessem uma tabela com informações referentes a essas medidas. A partir do preenchimento dessa tabela os alunos deveriam observar, em cada par de triângulos que foi agrupado na Atividade 1, o que ocorre com as medidas dos seus três ângulos. Posteriormente, preencheriam uma segunda tabela com os

dados solicitados para que assim pudessem observar as razões entre os lados dos pares de triângulos agrupados na Atividade 1 e concluir se o padrão observado se mantém quando realizada para todos os lados desses triângulos de maneira aleatória.

A atividade 3 (Apêndice C) foi desenvolvida para ser trabalhada em duas sessões. Na primeira, composta por três questões, os alunos seriam levados a construir um novo triângulo a partir de outro já existente, de modo a perceberem os casos de semelhança lado-ângulo-lado (LAL) e ângulo-ângulo (AA). A segunda sessão, composta por duas questões, de modo análogo à primeira, conduziria os alunos a perceberem, também por meio da construção de um novo triângulo a partir de outro pré-existente, o caso de semelhança lado-lado (LLL). A realização desta atividade também previa a utilização de lápis, régua e transferidor.

Para esta investigação, em cada uma das três atividades fizemos uma análise. Na análise de cada atividade destacamos os seguintes aspectos: objetivo; variáveis didáticas e seus valores; estratégias de resolução esperadas.

3.2 Análise das Atividades

3.2.1 Atividade 1 – Afinidade entre pares de triângulos

Objetivo:

- Identificar pares de triângulos que possuam medidas de ângulos coincidentes, por meio da sobreposição aleatória dos triângulos.

Variáveis didáticas identificadas:

As variáveis didáticas envolvidas nesta primeira atividade foram: *variável movimentação da figura*; *variável tipo de triângulo*; *variável tamanho do triângulo*; *variável medida dos ângulos*.

Com relação à variável *movimentação da figura* foram considerados três valores: *arrastar a figura*; *inverter o lado da figura*; *rotacionar a figura*.

No que se refere à variável *tipo de triângulo*, foram identificados seis valores: *isósceles-acutângulo*; *isósceles-obtusângulo*; *escaleno-acutângulo*; *escaleno-obtusângulo*; *retângulo*; *equilátero*.

Para a variável *tamanho do triângulo* foram atribuídos dois valores: *grande*; *pequeno*.

Por fim, no que diz respeito à variável *medida dos ângulos* também foram observados dois valores: *próximas*; *distantes*.

Estratégias de resolução esperadas:

Para essa atividade, cada aluno deveria recortar os doze triângulos numerados que estavam desenhados numa folha, de forma que esses triângulos pudessem ser sobrepostos. Esses triângulos apresentavam características, disposição e tamanhos variados.

Dos doze triângulos presentes na atividade apenas cinco pares de triângulos semelhantes poderiam ser formados, sendo eles um par de triângulos isósceles-acutângulo (triângulos I e IX), um par escaleno-acutângulo (triângulos II e VII), um par isósceles-obtusângulo (triângulos III e X), um par escaleno-obtusângulo (triângulos V e XII) e um par de triângulos retângulos (triângulos VI e VIII), os outros dois triângulos restantes, sendo eles um escaleno-obtusângulo (triângulo IV) e um equilátero (triângulo XI), que foram colocados propositalmente para avaliar a capacidade investigativa dos alunos. Portanto, teríamos como resposta para o item “c” desta atividade: cinco pares de triângulos. Já para o item “d”, a resposta correta seria que todas as outras medidas de ângulos de cada um dos pares de triângulos formados também coincidem.

O procedimento esperado seria que os alunos recortassem os triângulos e em seguida realizassem a sua manipulação, sobrepondo-os um a um até que a medida de um dos ângulos de um triângulo coincidissem com a medida de algum dos ângulos de outro triângulo e assim anotassem quantos pares de triângulos possuíam pelo menos uma medida de ângulos que coincidia. Em seguida, verificassem se o mesmo acontecia com os outros ângulos desses triângulos. Sendo assim, esperava-se que os alunos identificassem cinco pares de triângulos que possuam ângulos correspondentes coincidentes e outros dois triângulos com ângulos correspondentes não coincidentes, ou seja, que não sejam semelhantes.

As variáveis didáticas identificadas nesta atividade buscaram auxiliar no entendimento do conteúdo estudado, na medida em que levariam os alunos à observação do conceito de ângulos congruentes, por meio do processo empírico de sobreposição de triângulos. Desse modo, permitiriam aos alunos formarem pares de triângulos semelhantes de maneira mais intuitiva.

3.2.2 Atividade 2 – Como se chamam esses pares de triângulos?

Objetivo:

- Identificar que dois triângulos semelhantes possuem lados homólogos proporcionais e ângulos correspondentes congruentes, observando que a mesma razão de semelhança só será obtida a partir da razão entre lados opostos a ângulos congruos.

Variáveis didáticas identificadas:

Para esta atividade foram identificadas as seguintes variáveis didáticas: *variável verificação da coincidência dos ângulos*; *variável razão entre os lados dos triângulos*.

Com relação à variável *verificação da coincidência dos ângulos*, foram considerados dois valores: *sobreposição*; *instrumento de medida*.

No que se refere à variável *razão entre os lados dos triângulos*, também foram considerados dois valores: *lados correspondentes*; *lados aleatórios*.

Estratégias de resolução esperadas:

Nesta atividade deveriam ser distribuídos, a cada aluno, lápis, régua e transferidor, além de uma folha contendo duas tabelas para o preenchimento das informações solicitadas. Seria necessário ainda resgatar os triângulos recortados da atividade anterior.

Os triângulos propostos na Atividade 1, cujos lados e ângulos seriam medidos nesta atividade, se caracterizam da seguinte forma:

- **Triângulo I:** isósceles-acutângulo; dois lados medindo 7,5 cm e um medindo 4,5 cm; dois ângulos medindo 73° e um medindo 34° .
- **Triângulo II:** escaleno-acutângulo; lados medindo 8 cm, 10 cm e 12 cm; ângulos medindo 41° , 55° e 84° .
- **Triângulo III:** isósceles-obtusângulo; dois lados medindo 4 cm e um medindo 6 cm; dois ângulos medindo 41° e um medindo 98° .
- **Triângulo IV:** escaleno-obtusângulo; lados medindo 3,5 cm, 6 cm e 7 cm; ângulos medindo 30° , 58° e 92° .
- **Triângulo V:** escaleno-obtusângulo; lados medindo 3 cm, 4 cm e 6 cm; ângulos medindo 26° , 36° e 118° .
- **Triângulo VI:** retângulo; lados medindo 6 cm, 8 cm e 10 cm; ângulos medindo 37° , 53° e 90° .
- **Triângulo VII:** escaleno-acutângulo; lados medindo 4 cm, 5 cm e 6 cm; ângulos medindo 41° , 55° e 84° .
- **Triângulo VIII:** retângulo; lados medindo 1,5 cm, 2 cm e 2,5 cm; ângulos medindo 37° , 53° e 90° .
- **Triângulo IX:** isósceles-acutângulo; dois lados medindo 5 cm e um medindo 3 cm; dois ângulos medindo 73° e um medindo 34° .

- **Triângulo X:** isósceles-obtusângulo; dois lados medindo 8 cm e um medindo 12 cm; dois ângulos medindo 41° e um medindo 98° .
- **Triângulo XI:** equilátero; lados medindo 7 cm; ângulos medindo 60° .
- **Triângulo XII:** escaleno-obtusângulo; lados medindo 4,5 cm, 6 cm e 9 cm; ângulos medindo 26° , 36° e 118° .

Portanto, a primeira tabela que compõe o item “a” da questão dois desta atividade, poderia ser preenchida da forma como mostra o Quadro 5.

Quadro 5 – Opção de preenchimento da primeira tabela da Atividade 2

Triângulo	Medida dos lados (em cm)			Medida dos ângulos (em graus)		
	Lado 1	Lado 2	Lado 3	Ângulo 1	Ângulo 2	Ângulo 3
I	7,5	7,5	4,5	73°	73°	34°
II	8	10	12	41°	55°	84°
III	4	4	6	41°	41°	98°
IV	3,5	6	7	30°	58°	92°
V	3	4	6	26°	36°	118°
VI	6	8	10	37°	53°	90°
VII	4	5	6	41°	55°	84°
VIII	1,5	2	2,5	37°	53°	90°
IX	5	5	3	73°	73°	34°
X	8	8	12	41°	41°	98°
XI	7	7	7	60°	60°	60°
XII	4,5	6	9	26°	36°	118°

Fonte: Elaboração nossa

No item “b”, o agrupamento correto dos pares triângulos na Atividade 1 e o preenchimento correto da Tabela 1 desta atividade, proporcionaria como resposta para este item que as medidas dos ângulos correspondentes são iguais em cada par de triângulos semelhantes.

Com relação à segunda tabela que compõe os itens “c” e “d” da questão dois desta atividade, ela poderia ser preenchida da forma descrita no Quadro 6.

Quadro 6 – Opção de preenchimento da segunda tabela da Atividade 2

Par de triângulos	Razão entre os lados correspondentes	Razão entre os lados aleatórios
I e IX	$\frac{7,5}{5} = \frac{7,5}{5} = \frac{4,5}{3} = 1,5$	$\frac{7,5}{5} \neq \frac{7,5}{3} \neq \frac{4,5}{5}$
II e VII	$\frac{8}{4} = \frac{10}{5} = \frac{12}{6} = 2$	$\frac{8}{6} \neq \frac{10}{4} \neq \frac{12}{5}$
III e X	$\frac{4}{8} = \frac{4}{8} = \frac{6}{12} = 0,5$	$\frac{4}{12} \neq \frac{4}{8} \neq \frac{6}{8}$
V e XII	$\frac{3}{4,5} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = 0,67$	$\frac{3}{6} \neq \frac{4}{9} \neq \frac{6}{4,5}$
VI e VIII	$\frac{6}{1,5} = \frac{8}{2} = \frac{10}{2,5} = 4$	$\frac{6}{2} \neq \frac{8}{2,5} \neq \frac{10}{1,5}$

Fonte: Elaboração nossa

Com relação ao item “c”, o preenchimento correto da primeira e segunda coluna da Tabela 2 desta atividade possibilitaria concluir que a mesma razão de semelhança ocorre quando as razões são realizadas com as medidas dos lados correspondentes dos pares de triângulos. Já no que diz respeito à resposta correta do item “d”, o preenchimento da terceira coluna da Tabela 2 permitiria concluir que as medidas das razões, quando realizadas de forma aleatória entre as medidas dos lados dos triângulos, são diferentes.

Como resposta para a terceira e última questão da atividade, teríamos que quando duas figuras possuem ângulos ordenadamente congruentes e lados correspondentes proporcionais, elas são denominadas de semelhantes. Portanto, dois triângulos são semelhantes quando apresentam ângulos correspondentes iguais e lados homólogos proporcionais.

O procedimento esperado para esta atividade seria que os alunos inicialmente identificassem todos os vértices dos triângulos com uma letra e, dando prosseguimento medissem os lados e os ângulos de cada um dos doze triângulos recortados na atividade anterior. Em seguida, preenchessem a Tabela 1 com informações referentes a essas medidas dos lados e dos ângulos de cada triângulo e observassem em cada par de triângulos agrupados anteriormente, o que ocorre com as medidas dos três ângulos.

A estratégia subsequente seria o preenchimento da primeira coluna da Tabela 2 com os pares de triângulos identificados na primeira atividade, seguidos do preenchimento da segunda coluna dessa tabela com as razões entre as medidas dos lados correspondentes, que estão opostos aos ângulos congruos, em cada par de triângulos agrupados, observando o que ocorre com relação às três razões encontradas. Posteriormente, preencheriam a terceira coluna

com as razões entre as medidas dos lados de cada par de triângulos de forma aleatória e observariam se as medidas dessas razões mantinham o padrão identificado na coluna anterior dessa tabela.

Para o último item desta atividade, o procedimento esperado seria que os alunos preenchessem as lacunas com as informações corretas quanto à denominação de figuras que possuem ângulos ordenadamente congruentes e lados correspondentes proporcionais, bem como as duas condições necessárias para que dois triângulos fossem caracterizados como semelhantes.

3.2.3 Atividade 3 – Casos de semelhança de triângulos

Objetivo:

- Identificar os casos de semelhança lado-ângulo-lado (LAL), ângulo-ângulo (AA) e lado-lado-lado (LLL) por meio da demonstração desses casos através do processo empírico de construção e comparação de triângulos.

Variáveis didáticas identificadas:

Nesta atividade foram identificadas as seguintes variáveis didáticas: *variável par de triângulos*; *variável dados fornecidos para a resolução*.

Com relação à variável *dados fornecidos para a resolução*, consideramos três valores: *necessários*, *suficientes*, *insuficientes*.

Estratégias de resolução esperadas:

Nesta atividade, os alunos deveriam mais uma vez fazer uso de instrumentos de desenho geométrico (régua e transferidor) para realização das observações e elaboração de conjecturas a respeito da relação estabelecida entre triângulos para que chegassem aos casos de semelhança.

Esta atividade foi dividida em duas partes, sendo a primeira direcionada para a identificação dos critérios de semelhança lado-ângulo-lado (LAL) e ângulo-ângulo (AA) e a segunda parte para a identificação do critério lado-lado-lado (LLL).

As questões um e dois da primeira parte desta atividade, consistiam nas etapas necessárias para a construção de um novo triângulo semelhante que forneceria informações para a resolução de todos os itens da questão três.

No que se refere à questão três, as respostas dos itens “a” e “b” dependem diretamente do par de triângulos escolhido pelo aluno para realização da atividade. A resposta para o item “a” consiste no valor da medida do segmento traçado entre os dois pontos marcados sobre os lados do triângulo escolhido. Para o item “b”, a resposta trata-se da medida dos dois ângulos internos formados entre o novo segmento e os segmentos adjacentes a ele.

No item “c”, a realização adequada do comando estabelecido ocasionaria na resposta de que o novo triângulo construído apresenta uma relação de semelhança com o triângulo maior, uma vez que apresentam ângulos correspondentes iguais e lados homólogos proporcionais. Esse novo triângulo apresenta ainda uma relação de congruência com o triângulo menor, visto que apresentam lados com medidas iguais e ângulos com medidas também iguais.

Com relação ao item “d”, sua resposta consiste em: utilização da medida dos dois lados homólogos do triângulo menor e do ângulo correspondente do triângulo maior, resultando no critério de semelhança lado-ângulo-lado (LAL).

A resposta para o item “e” seria que a informação de apenas dois ângulos bastaria para verificar a semelhança entre os triângulos, uma vez que como a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° , bastaria saber a medida de dois para se identificar o outro. Desse modo, teríamos a identificação do critério de semelhança ângulo-ângulo (AA).

Tratando-se da segunda parte da Atividade 3, o enunciado das questões um e dois propõe os comandos necessários para a construção de mais um triângulo semelhante, que por sua vez auxiliaria nas respostas dos itens subsequentes da questão dois.

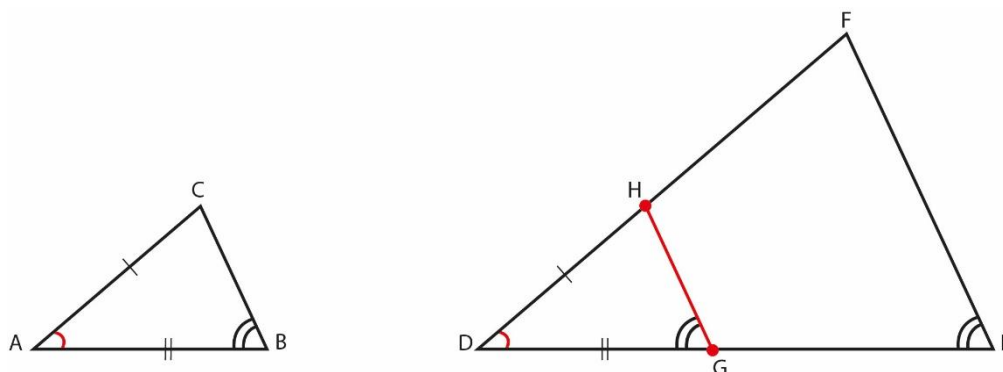
Assim como na primeira parte dessa atividade, mais especificamente nos itens “a” e “b” da questão três, as respostas dos itens “a” e “b” da questão dois dessa segunda parte dependem diretamente do par de triângulos escolhido pelo aluno para realização da atividade. A resposta para o item “a” consiste no valor da medida dos dois segmentos que compõe os lados do novo triângulo formado. Já para o item “b”, a resposta consiste na medida dos três ângulos internos desse novo triângulo.

Da mesma forma que no item “c” da questão três, também da primeira parte, a resposta para o item “c” da questão dois dessa segunda parte seria que o novo triângulo construído é semelhante ao triângulo maior, devido à igualdade entre os ângulos correspondentes e à proporcionalidade existente entre os lados homólogos. Esse novo triângulo é ainda congruente ao triângulo menor, tendo em vista que apresentam lados iguais e ângulos iguais.

Por fim, para o item “d” sua resposta seria que a medida do lado do triângulo menor, traçado de modo paralelo ao lado homólogo do triângulo maior permitiu a formação do novo triângulo semelhante, identificando o critério lado-lado-lado (LLL).

Tratando-se dos procedimentos para a primeira sessão desta atividade, seria esperado que os alunos escolhessem aleatoriamente, um par de triângulos semelhantes resultantes da Atividade 2 e marcassem um ponto sobre cada um dos dois lados que partem de um vértice qualquer no triângulo maior, de modo que a distância entre cada um desses pontos até o vértice escolhido correspondesse às mesmas medidas dos lados homólogos no outro triângulo. Em seguida, traçassem um segmento ligando esses dois pontos marcados sobre os lados, construindo assim outro triângulo, como mostra a Figura 3.

Figura 3 – Construção do novo triângulo na primeira sessão da Atividade 3



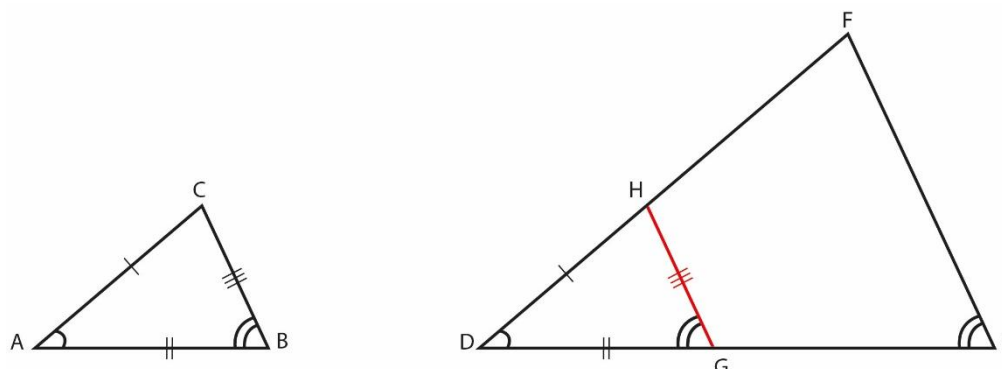
Fonte: Adaptado de Barbosa (2012)

Após a construção do novo triângulo, os alunos deveriam verificar a medida desse novo segmento formado pela ligação desses dois pontos e determinar também a medida dos outros dois ângulos internos formados entre o novo segmento e os segmentos adjacentes a ele. Em seguida, os alunos deveriam observar a existência de algum tipo de relação entre o novo triângulo construído e os outros dois pares de triângulos do início dessa atividade.

Para a conclusão primeira parte da Atividade 3, os alunos deveriam determinar quantos ângulos seriam suficientes para que fosse possível verificar a semelhança entre os triângulos caso não fossem informadas as medidas dos lados dos triângulos.

O procedimento esperado para a segunda sessão é análogo ao da primeira. Desse modo, era esperado que os alunos selecionassem, aleatoriamente, um par de triângulos semelhantes resultantes da Atividade 2 e, escolhendo um lado qualquer no triângulo maior, traçassem um segmento paralelo a esse lado, de tal forma que possuía a mesma medida do lado homólogo do outro triângulo do par.

Figura 4 - Construção do novo triângulo na segunda sessão da Atividade 3



Fonte: Adaptado de Barbosa (2012)

A partir da construção desse novo triângulo, os alunos deveriam verificar a medida dos outros dois segmentos que formam os lados do novo triângulo construído, bem como a medida dos seus três ângulos internos. Por conseguinte, os alunos deveriam comparar o triângulo construído com os outros dois do par com o intuito de perceberem alguma relação existente entre eles, bem como quais critérios utilizados inicialmente permitem a formação do novo triângulo semelhante.

As variáveis didáticas caracterizadas neste item da pesquisa foram identificadas levando em consideração os procedimentos esperados pelos alunos, na resolução das atividades. Salientamos que estas variáveis não foram pensadas no momento de elaboração das atividades, elas se fizeram presente de maneira implícita, sendo identificadas e explicitadas apenas nesta investigação.

Após a identificação e caracterização das variáveis didáticas nas atividades analisadas, apresentaremos no tópico subsequente a influência dessas variáveis, identificadas nas atividades, nos procedimentos de resolução das mesmas.

3.3 Influência de algumas Variáveis Didáticas nos Procedimentos de Resolução

Em nossa pesquisa, a partir das atividades analisadas, foram identificadas sete variáveis didáticas que acreditamos influenciar nos procedimentos de resposta dos alunos, uma vez que os procedimentos de resolução esperados para as atividades poderiam ser favorecidos ou bloqueados dependendo da escolha dos valores das variáveis didáticas.

O Quadro 7 apresenta todas as variáveis e valores considerados na pesquisa.

Quadro 7 – Variáveis didáticas e seus valores identificados nas atividades

Variáveis didáticas consideradas	Valores assumidos
Movimentação da figura	▪ Arrastar a figura ▪ Inverter o lado da figura ▪ Rotacionar a figura
Tipo de triângulo	▪ Isósceles-acutângulo ▪ Isósceles-obtusângulo ▪ Escaleno-acutângulo ▪ Escaleno-obtusângulo ▪ Retângulo ▪ Equilátero
Tamanho do triângulo	▪ Grande ▪ Pequeno
Medida dos ângulos	▪ Próximas ▪ Distantes
Verificação da coincidência dos ângulos	▪ Sobreposição ▪ Instrumento de medida
Razão entre os lados dos triângulos	▪ Lados correspondentes ▪ Lados aleatórios
Dados fornecidos para a resolução	▪ Necessárias ▪ Suficientes ▪ Insuficientes

Fonte: Elaboração nossa

Com relação à variável *movimentação da figura* (Atividade 1), consideramos que todos os valores assumidos nesta variável contribuem para a realização de um procedimento ótimo, pois conduziriam os alunos a encontrarem os ângulos coincidentes e, consequentemente os pares de triângulos semelhantes de maneira mais intuitiva, uma vez que esta atividade caracteriza-se pelo fato de os procedimentos favorecidos pela sua formulação não exigem dados numéricos para a sua resolução, sendo possível resolvê-la apenas por meio do processo de sobreposição dos triângulos.

No que se refere à variável *tipo de triângulo* (Atividade 1), consideramos que os valores assumidos nesta variável também contribuem para a realização de um procedimento ótimo, pois como a atividade trabalha com a visualização, sem a utilização de dados numéricos, o fato dos triângulos serem de tipos diferentes e terem que formar pares leva os alunos a escolherem os de mesma característica para serem comparados. Caso os triângulos fossem todos de um mesmo tipo poderiam dificultar a escolha para a realização da comparação e consequentemente levar os alunos ao erro.

Tratando-se da variável *tamanho do triângulo* (Atividade 1), julgamos que os valores atribuídos a esta variável podem conduzir os alunos à realização de procedimentos equivocados, uma vez que seria mais provável eles buscarem triângulos de tamanhos parecidos para verificarem a coincidência dos ângulos.

No que corresponde à variável *medida dos ângulos* (Atividade 1), entendemos que medidas de ângulos muito próximas podem levar os alunos à realização de procedimentos equivocados, pois promovem uma coincidência aparente entre os vértices dos triângulos comparados, fazendo com que os alunos agrupem pares de triângulos que não são semelhantes. Vale salientar que a opção por colocar ângulos com valores muito próximos não foi um erro na elaboração da atividade, mas uma escolha didática para observar se os alunos considerariam ou não esse fato.

A variável *verificação da coincidência dos ângulos* foi destacada na Atividade 2, porém esta variável é evidenciada quando analisamos simultaneamente as Atividades 1 e 2. A coincidência dos ângulos dos triângulos poderia ser verificada tanto utilizando o processo de sobreposição proposto pela Atividade 1, quanto através da utilização o transferidor, como apresentado na Atividade 2. No entanto, da forma que a proposta didática foi conduzida, a utilização do instrumento de medida serviu para comprovação do agrupamento correto dos pares de triângulos semelhantes formados no processo de sobreposição.

Na Atividade 2, a partir da variável *razão entre os lados dos triângulos* os alunos seriam direcionados a verificarem as razões entre lados correspondentes e entre lados aleatórios dos triângulos, para que assim comprovassem a proporcionalidade existente entre os lados correspondentes nos pares de triângulos.

Por fim, na Atividade 3 surge a variável *dados fornecido para a resolução*, na qual podem ser necessários, suficientes ou insuficientes para que os alunos possam dar as respostas viáveis às perguntas. Percebemos esta variável tanto na primeira, quanto na segunda parte dessa atividade, no item em que os alunos deveriam estabelecer uma relação entre o novo triângulo construído e os outros dois do par escolhido, como também no item em que eles

deveriam descrever os critérios utilizados para a formação do novo triângulo semelhante. Esta variável também surge no item em que os dados foram omitidos para que os alunos consigam, através de alguns estímulos, refletir sobre a soma dos ângulos internos de um triângulo e sobre a quantidade de ângulos suficientes para a verificação da semelhança entre dois triângulos.

Após a descrição da influência dessas variáveis, identificadas nas atividades, nos procedimentos de resolução das mesmas, apresentaremos no tópico subsequente alguns encaminhamentos para a estruturação de uma proposta didática que considere a escolha adequada das variáveis didática com instrumento importante para o processo de obtenção de conhecimento.

3.4 Encaminhamentos para a Estruturação de uma Proposta Didática

A partir da aplicação das atividades durante o ano de 2018, identificamos alguns procedimentos equivocados adotados pelos alunos que não foram previstos no momento da elaboração delas, pois na época não estávamos fundamentados na Teoria das Situações Didáticas.

Inicialmente vale destacar que, na Atividade 1, como as figuras (triângulos) não foram construídas utilizando um *software* de geometria dinâmica, não apresentam precisão nas medidas de seus lados e ângulos. Porém, como os procedimentos favorecidos pela formulação dessa atividade não se utilizam de nenhum dado numérico, apenas comparação de figuras a partir da sobreposição delas, este fator não interferiu diretamente na sua resolução.

Quanto aos procedimentos equivocados adotados pelos alunos durante a aplicação Atividade 1, no que se refere à sobreposição dos triângulos, alguns alunos ao invés de colocarem os triângulos uns sobre os outros para verificarem a coincidência de seus ângulos, começaram a colocar um ao lado do outro, de modo que seus lados se tocavam (ou seja, justapondo-os), apontando assim para uma dificuldade na interpretação do termo sobreposição.

Ainda na aplicação da Atividade 1 tivemos aquele procedimento no qual os alunos agruparam pares de triângulos que não eram semelhantes, ou ainda identificaram seis pares de triângulos semelhantes dois a dois, quando na verdade só existiam cinco, por suporem que todos os triângulos da atividade obrigatoriamente deveriam possuir um par semelhante. Isso ocorreu devido ao fato dos alunos terem agrupado triângulos que possuíam valores de ângulo muito próximos, identificando-os automaticamente como semelhantes pelo simples fato de

seus vértices também coincidirem aparentemente, como por exemplo, os triângulos VII e VIII que apresentavam, respectivamente, como medida 55° e 53° em seus ângulos; como, também, os triângulos IV e XI que possuíam como medida 58° e 60° em seus ângulos, respectivamente.

Desse modo, para reaplicação dessa atividade se faz necessário repensar sua escrita, oferecendo mais elementos para que os alunos compreendam o que é sobreposição ou diferenciem sobreposição de justaposição, bem como repensar as medidas dos ângulos dos triângulos de modo que não possuam valores muito próximos a ponto de comprometerem a sua resolução correta.

Tratando-se dos procedimentos equivocados adotados pelos alunos na aplicação da Atividade 2, houve aquele resultante da medição incorreta das medidas dos lados e/ou dos ângulos de cada triângulo, ocasionado pela utilização inadequada da régua e do transferidor, respectivamente. Podemos considerar, ainda, como aspectos que influenciaram nos procedimentos equivocados dos alunos, a imprecisão dos instrumentos de medição, como também a imprecisão da própria figura, uma vez que os triângulos não foram construídos utilizando um *software* de geometria dinâmica, logo não apresentam exatidão nas medidas de seus lados e ângulos. Essa medição incorreta, por sua vez, influenciou no cálculo da razão entre os lados dos triângulos.

Outro procedimento equivocado tomado pelos alunos na Atividade 2, consistiu no agrupamento incorreto dos pares de triângulos, proveniente da Atividade 1, ocasionando o cálculo incorreto da razão entre os lados correspondentes

De fato, esses procedimentos equivocados comprometeram esta atividade, uma vez que apenas com a comparação correta entre as médias dos lados homólogos e dos ângulos correspondentes é que os alunos formalizariam o conceito de semelhança de triângulos proposto na última questão desta atividade.

Portanto, para uma possível reaplicação dessa atividade se faz necessária à utilização de um *software* de geometria dinâmica para a construção dos triângulos propostos para que estes apresentem uma maior exatidão nas medidas de seus lados e ângulos, bem como a realização de um treinamento prévio com os alunos sobre a utilização de instrumentos de desenho geométrico para que estes aprendam manuseá-los de maneira correta.

No que se refere aos procedimentos equivocados empregados pelos alunos na Atividade 3, destacamos a utilização incorreta dos instrumentos de desenho geométrico (régua e transferidor), resultando na medição inadequada dos lados e dos ângulos do novo triângulo formado, tanto na primeira atividade, nos itens “a” e “b” da questão três, quanto na segunda

parte da atividade, nos itens “a” e “b” da questão dois. Esse erro acarretou em problemas subsequentes em ambas as partes dessa atividade.

Tratando-se do item “c” das duas partes dessa atividade, o procedimento equivocado exercido pelos alunos foi o fato deles estabelecerem relações incorretas entre o novo triângulo construído com os outros dois do par, ou ainda não terem conseguido estabelecer nenhuma relação.

Outro procedimento equivocado aplicado no item “d” de ambas as partes dessa atividade, foi o fato dos alunos terem identificado incorretamente, ou ainda não terem identificado, os critérios que permitiram a formação do novo triângulo semelhante.

Por fim, o procedimento equivocado adotado pelos alunos no item “e” da primeira parte da atividade consistiu na determinação incorreta ou não determinação sobre a quantidade de ângulos que seria necessária para se verificar a semelhança entre os triângulos.

Considerando a finalidade de aperfeiçoar as atividades analisadas, como também a possível estruturação de uma proposta didática a partir delas, sugerimos que nas próximas pesquisas sejam realizadas algumas análises preliminares do conteúdo de Semelhança de Triângulos, considerando os aspectos epistemológico e didático desse conteúdo. No que se refere ao aspecto epistemológico, evidenciar as características desse conteúdo a partir de sua perspectiva histórica. Já se tratando do aspecto didático, compreender como esse conteúdo é trabalhado nos livros didáticos.

De acordo com Pessoa (2010), as variáveis didáticas devem ser consideradas como um componente potencialmente influenciador no processo de obtenção de conhecimento, na medida em que estão relacionadas com o estudo das dificuldades enfrentadas pelos alunos na resolução de atividades, bem como das respostas corretas ou erradas que estes apresentam. Desse modo, na perspectiva de estruturação de uma proposta didática, a partir das atividades analisadas, outras variáveis didáticas podem ser inseridas para minimizar os possíveis procedimentos equivocados adotados pelos alunos.

4 CONCLUSÕES

Nossa pesquisa surgiu a partir da reflexão do processo de construção de atividades didáticas à luz da Teoria das Situações Didáticas, propostas por Brousseau, principalmente da análise da influência de determinadas variáveis didáticas contempladas na estruturação de atividades para o ensino de conceitos geométricos. Desse modo, nos propomos a analisar a influência de certas variáveis didáticas identificadas em atividades didáticas voltadas para o ensino do conteúdo Semelhança de Triângulos, pelo fato deste conteúdo está fortemente presente em nosso cotidiano e de servir de base para o aprofundamento de vários outros conteúdos geométricos. Consideramos que a busca por situações de aprendizagem que facilitem o processo de ensino-aprendizagem é de grande importância para a área da Didática da Matemática.

Neste trabalho buscamos responder a seguinte pergunta investigativa: *quais as variáveis didáticas, presentes em um conjunto de atividades didáticas elaboradas para o ensino de Semelhança de Triângulos, que influenciaram na realização de “procedimentos ótimos” pelos alunos na construção das situações de aprendizagem?*

Para auxiliar na resposta da nossa pergunta norteadora, traçamos como objetivo geral *analisar a importância das variáveis didáticas, contempladas no conjunto de atividades didáticas elaboradas para o ensino de Semelhança de Triângulos, para a realização de “procedimentos ótimos” pelos alunos em situações de aprendizagem.* Para alcançarmos tal objetivo, estabelecemos os seguintes objetivos específicos: identificar, na perspectiva da Teoria das Situações Didáticas, quais variáveis didáticas estão presentes no conjunto das atividades didáticas investigadas; indicar, nas estratégias de resolução esperadas pelos alunos, a presença das variáveis didáticas identificadas que levam a mobilização de “procedimentos ótimos”; apresentar encaminhamentos para a estruturação de uma proposta didática, a partir do conjunto de atividades analisadas, que considere a escolha adequada de variáveis didáticas como ferramenta importante na construção de situações de aprendizagem.

Para atender o nossos objetivos específicos e, consequentemente nosso objetivo geral, inicialmente buscamos um aporte teórico na Teoria das Situações Didáticas a fim de entender como o processo de ensino-aprendizagem pode ser sistematizado para que determinado conteúdo possa ser compreendido pelo aluno. Realizamos ainda um levantamento bibliográfico de pesquisas que se propuseram a observar a influência de variáveis didáticas nas estratégias de resolução tomadas pelos alunos. Em seguida, analisamos as atividades destacando seus objetivos, identificando as variáveis didáticas presentes e apresentando as

estratégias de resolução esperadas pelos alunos. Por fim, discorremos alguns encaminhamentos para a construção de uma proposta didática que minimize os possíveis procedimentos equivocados adotados pelos alunos através da escolha adequada das variáveis didáticas.

Desse modo, respondendo à nossa pergunta de investigação, os procedimentos ótimos adotados pelos alunos são melhores compreendidos a partir da identificação das variáveis didáticas: *sobreposição de triângulos; coincidência de ângulos; par de triângulos; identificação dos vértices dos triângulos; utilização da régua; utilização do transferidor; escolha de um vértice do triângulo; marcação dos pontos nos lados dos triângulos; comparação de triângulos; omissão da medida dos lados; escolha de um lado qualquer*. Vale destacar que estas variáveis didáticas identificadas também contribuíram para que pudéssemos compreender de maneira mais significativa os procedimentos equivocados tomados pelos alunos.

Essa pesquisa trouxe contribuições para o processo de ensino-aprendizagem de Semelhança de Triângulos na medida em que verificou como funcionam algumas situações didáticas propostas para que o conhecimento desse conteúdo fosse construído progressivamente.

Acreditamos que a escolha mais criteriosa das variáveis didáticas e de seus valores apresenta-se como instrumento importante para a estruturação de novas propostas didáticas com o intuito de minimizar os possíveis procedimentos equivocados adotados pelos alunos, uma vez que não tínhamos esse aporte teórico no momento de nossas escolhas para a construção das atividades didáticas.

A realização desta pesquisa contribuirá tanto para a comunidade científica quanto para os professores de Matemática da Educação Básica que desejam trabalhar com o tema proposto. Em qualquer que seja o meio, destacamos a importância da escolha adequada das variáveis didáticas envolvidas na elaboração de situações de aprendizagem, bem como a importância da previsão de consequências provenientes da escolha de determinados valores dessas variáveis.

REFERÊNCIAS

- ALMOULOUD, S. A. COUTINHO, C. Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19 / ANPED. **Revemat: revista eletrônica de educação matemática**, v. 3, n. 1, Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC, 2008.
- ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: Ed. UFPR, 2007.
- ARTIGUE, M. Engenharia Didática. In: BRUN, J. (Org.). **Didática das matemáticas**. Tradução de M. J. Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996.
- BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Orgs.). **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.
- BARBOSA, J. L. M. **Geometria euclidiana plana**. Coleção do Professor de Matemática. Rio de Janeiro: SBM, 2012.
- BARROS, L. D. O. **Análise de um jogo como recurso didático para o ensino da geometria: jogo dos polígonos**. 2012. Dissertação. (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2012.
- BRASIL. **Saeb 2015: Matemática**. Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2015. Disponível em: http://download.inep.gov.br/educacao_basica/saeb/aneb_anresc/resultados/resumo_dos_resultados_saeb_2015.pdf Acesso em: 20 jul 2019
- BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Terceiro e Quarto ciclos. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino**. São Paulo: Ática, 2008.
- CHIZZOTTI, A. **Pesquisa em ciências humanas e sociais**. 4. ed. São Paulo: Cortez, 2000.
- COSTA, A. P. **A construção do conceito de quadriláteros notáveis no 6º ano do ensino fundamental: um estudo sob a luz da teoria vanhieliana**. 2016. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2016.
- COSTA, A. P.; CÂMARA DOS SANTOS, M. Estudo dos quadriláteros notáveis por meio do GeoGebra: um olhar para as estratégias dos estudantes do 6º ano do ensino fundamental. **Revista do Instituto Geogebra Internacional de São Paulo**, v. 5, n. 2, 2016.
- COSTA, A. P.; SANTOS, M. R. O pensamento geométrico de professores de matemática em formação inicial. **Educação Matemática em Revista - RS**, v. 2, 2017.
- COSTA, A. P.; SANTOS, M. R. Os quadriláteros notáveis no 8º ano do Ensino Fundamental: um estudo sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático. **Revista de Educação Matemática**, v. 15, 2018.

CRESCENTI, E. P. **Os professores de matemática e a geometria:** opiniões sobre a área e seu ensino. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de São Carlos, 2005. Disponível em:

<https://repositorio.ufscar.br/bitstream/handle/ufscar/2380/TeseEPC.pdf?sequence=1> Acesso em: 20 de jul 2019.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática:** percursos teóricos e metodológicos, 3. ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2012.

GÁLVEZ, G. A didática da matemática. In: PARRA, C.; SAIZ, I. (Org.). **Didática da matemática:** reflexões pedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas. 1996.

LEIVAS, J. C. **Imaginação, intuição e visualização:** a riqueza de possibilidades da abordagem geométrica no currículo de cursos de licenciatura de matemática. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2009.

LIMA, E. M. B. Uma análise de ementas das disciplinas de geometria em cursos de licenciatura em matemática. In: 12º Encontro Nacional de Educação Matemática, 2016, São Paulo/SP. **Anais...** São Paulo: Universidade Cruzeiro do Sul, 2016.

LIMA, E. M. B.; SANTOS, C. A. B. Os saberes dos futuros professores do curso de Licenciatura em Matemática em relação à Geometria Espacial. In: XVI Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, Canoas/RS, 2012 **Anais...** Canoas: ULBRAS, 2012.

LORENZATO, S. Por que não ensinar geometria? **A Educação Matemática em Revista**, n. 4, 1995.

MANOEL, W. A.; LORENZATO, S.. A importância do ensino da geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental: razões apresentadas em pesquisas brasileiras. In: III Encontro de Educação Matemática dos Anos Iniciais, 2015, São Carlos/SP. **Anais...** São Carlos: UFSCar, v. 1, 2015.

MENDES, Iran Abreu. **Matemática e investigação em sala de aula:** tecendo redes cognitivas na aprendizagem. 2. ed. rev. e aum. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

MINAYO, C. S. O desafio da pesquisa social. In: DESLANDES, Suely Ferreira; GOMES, Romeu; MINAYO, Maria Cecília de Souza (Org.). **Pesquisa social:** teoria, método e criatividade. 28. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2009.

NACARATO, A. M. A geometria no ensino fundamental: fundamentos e perspectivas de incorporação no currículo das áreas iniciais. In: SISTO, F. F.; DOBRÁNSZKY, E. A.; MONTEIRO, A. (Org.). **Cotidiano Escolar:** questões de leitura, matemática e aprendizagem. Petrópolis, RJ: Vozes; Bragança Paulista, SP: USF, 2002.

OECD. **PISA 2015:** Results in Focus. Organisation for Economic Co-operation and Development: OECD, 2015. Disponível em: <https://www.oecd.org/pisa/pisa-2015-results-in-focus.pdf> Acesso em: 20 jul 2019.

OLIVEIRA, J. S. **A engenharia didática como referencial para a ação pedagógica reflexiva:** o caso da área de figuras planas irregulares com o Geogebra. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2017.

PAIS, L. C. **Didática da matemática:** uma análise da influência francesa. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da Geometria no Brasil: causas e consequências. **Zetetiké**. Campinas: UNICAMP, ano 1, n. 1, 1993.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino da Geometria:** uma visão histórica. Dissertação (Mestrado em Educação – Metodologia de Ensino) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1989.

PESSOA, G. S. **Um estudo diagnóstico sobre o cálculo da área de figuras planas na malha quadriculada:** influências de algumas variáveis. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010.

SANTOS, M. R. **Resoluções de problemas envolvendo área de paralelogramo:** um estudo sob a ótica do contrato didático e das variáveis didáticas. Recife. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2005.

TEIXEIRA, P. J. M.; PASSOS, C. C. M. Um pouco da teoria das situações didáticas (TSD) de Guy Brousseau. **Zetetiké**. FE/Unicamp. v. 21, n. 39, jan/jun. 2013.

APÊNDICES

APÊNDICE A



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA – CAMPUS IV
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
PROLICEN 2018



ATIVIDADE 1 – “Afinidades” entre pares de triângulos

1. Na folha em anexo, você encontra, triângulos de tamanhos variados.
 - a) Recorte os triângulos.
 - b) Agora, sobreponha os triângulos recortados, um a um, de tal forma que a medida de um dos ângulos de um triângulo coincida com a medida de algum dos ângulos de outro triângulo.
 - c) Você encontrou quantos pares de triângulos que têm pelo menos uma medida de ângulos que coincide?

- d) Nesses pares de triângulos que possuem pelo menos uma medida de ângulos que coincide, o que você observou com relação às outras medidas de ângulos de cada um desses pares de triângulos?

APÊNDICE B



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA – CAMPUS IV
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
PROLICEN 2018



ATIVIDADE 2 – Como se chamam esses pares de triângulos?

1. Identifique cada vértice dos triângulos por uma letra.
2. Utilizando como instrumentos de medição a régua e o transferidor, estabeleça as medidas dos lados e dos ângulos de cada triângulo dado.
 - a) Preencha a Tabela 1, em anexo, utilizando os valores obtidos com a medida dos lados e dos ângulos dos triângulos, identificando-os.
 - b) A partir dos dados da Tabela 1, observando cada par de triângulos que foi agrupado na Atividade 1, o que ocorre com as medidas dos três ângulos?

- c) Com as medidas dos lados, estabeleça as razões entre as medidas dos lados correspondentes, que estão opostos aos ângulos congruos, em cada par de triângulos agrupados. Preencha a Tabela 2. O que você observou com relação às três razões encontradas?

- d) Agora, estabeleça as razões entre as medidas dos lados de cada par de triângulos de forma aleatória. Preencha a Tabela 2. Essas razões mantêm o padrão observado no item anterior? Justifique.

3. Em Geometria, quando duas figuras possuem ângulos ordenadamente congruentes e lados correspondentes proporcionais elas são denominadas de _____. Assim, podemos afirmar que dois triângulos são _____ quando

identificamos duas condições: (i)
_____ e (ii)
_____.



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA – CAMPUS IV
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
PROLICEN 2018



Tabela 1 – Medida dos lados e ângulos dos triângulos

Triângulo	Medida dos lados (em cm)			Medida dos ângulos (em graus)		
	Lado 1	Lado 2	Lado 3	Ângulo 1	Ângulo 2	Ângulo 3
I						
II						
III						
IV						
V						
VI						
VII						
VIII						

IX						
X						
XI						
XII						



Par de Triângulos	Razão entre os lados correspondentes	Razão entre os lados aleatórios

APÊNDICE C



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA – CAMPUS IV
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
PROLICEN 2018



ATIVIDADE 3 – Casos de “Semelhança de Triângulos”

Parte 1

1. Pegue um par de triângulos semelhantes resultante da Atividade 2.
 2. Escolha um vértice qualquer no triângulo maior. Marque um ponto sobre cada um dos dois lados que partem desse vértice, de modo que a distância entre cada um desses pontos até o vértice escolhido corresponda às mesmas medidas dos lados homólogos no outro triângulo.
 3. Trace um segmento ligando os dois pontos marcados sobre os lados.
- a) Qual a medida desse novo segmento formado pela ligação desses dois pontos?

- b) Qual a medida dos outros dois ângulos internos formados entre o novo segmento e os segmentos adjacentes a ele?

- c) Comparando o novo triângulo construído com os outros dois do par (o triângulo maior e o menor), que tipo de relação você consegue perceber entre eles? Justifique.

- d) Nesse caso, quais critérios utilizados inicialmente permitiram a formação desse novo triângulo semelhante?

e) Caso não fossem informadas as medidas dos lados dos triângulos, quantos ângulos seriam suficientes para que você conseguisse verificar a semelhança entre os triângulos? Justifique.

Parte 2

1. Pegue outro par de triângulos semelhantes resultante da Atividade 2.

2. Escolha um lado qualquer no triângulo maior. Trace um segmento paralelo a esse lado, de tal forma que possua a mesma medida do lado homólogo do outro triângulo do par.

a) Qual a medida dos outros dois segmentos que são os lados do novo triângulo formado?

b) Qual a medida dos três ângulos internos desse novo triângulo?

c) Comparando o triângulo construído com os outros dois do par (o triângulo maior e o menor), que tipo de relação você consegue perceber entre eles? Justifique.

d) Nesse caso, quais critérios utilizados inicialmente permitiram a formação do novo triângulo semelhante?
