UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Douglas Silva Regis

Modelagem Matemática: uma discussão sobre competências e habilidades profissionais a partir da experiência com a proposta *Desenhando uma planta baixa para o LEPEM*

Rio Tinto – PB
2020

Douglas Silva Regis

Modelagem Matemática: uma discussão sobre competências e habilidades profissionais a partir da experiência com a proposta *Desenhando uma planta baixa para o LEPEM*

Trabalho Monográfico apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Cibelle de Fátima Castro de Assis

Rio Tinto – PB
2020

Catalogação na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

R337m Regis, Douglas Silva.
Modelagem Matemática: uma discussão sobre competências e habilidades profissionais a partir da experiência com a proposta desenhando uma planta baixa para o LEPEM / Douglas Silva Regis. - Rio Tinto, 2020.
69 f. : il.

Orientação: Profª Drª Cibelle de Fátima Castro de Assis.
Monografia (Graduação) - UFPB/CCAE.

1. Modelagem Matemática. 2. Ensino de Matemática. 3. Formação Docente. 4. Competências e Habilidades. I. Assis, Cibelle de Fátima Castro de. II. Título.

UFPB/BS-CCAE CDU 510

Douglas Silva Regis

Modelagem Matemática: uma discussão sobre competências e habilidades profissionais a partir da experiencia com a proposta *Desenhando uma planta baixa para o LEPEM*

Trabalho Monográfico apresentado a Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof.' Dr.' Cibelle de Fatima Castro de Assis

Aprovado em: 12/ 08/ 2020

BANCA EXAMINADORA

Prof.ª Dra. Cibelle Castro Assis – UFPB/DCX

Prof.ª Dra. Cristiane Fernandes de Souza – UFPB/DCX

Prof.ª Dra. Graciana Ferreira Dias – UFPB/DCX

Rio Tinto – PB

2020

AGRADECIMENTOS

Sempre a Deus pelo dom da vida, e por ter me guiado em todas as ocasiões.

Aos meus pais e familiares pelo carinho e incentivo continuo nesta jornada. Em especial, agradeço a Maria de Fátima (Mãe), Celestina (Avó) e Alice Myrelle (Irmã) que vivenciaram todas as alegrias e tristezas durante esta formação, sem estas mulheres não haveria nem o início desta graduação.

À minha namorada Gabriela Lima, pelo apoio em minhas decisões e também por estar sempre presente em minha vida trazendo calma em meio as turbulências encontradas diariamente.

À minha orientadora, Professora Doutora Cibelle Assis, pela paciência e compromisso ao longo deste trabalho, suas contribuições foram indispensáveis, assim como todos professores(as) desta formação, onde cito a Professora Doutora Claudilene Costa estendendo meus agradecimentos a todos os formadores deste Campus.

Aos companheiros da turma 2015.1 (Matemática – UFPB/ Campus IV) que sempre foram parceiros na caminhada acadêmica, e por muitas vezes foram irmãos. Em especial agradeço a Alessandro Pereira, Felipe Coutinho e Wendson César.

Aos amigos que a igreja me deu, Fabricio Freire e Antônio Pereira e a inúmeros outros a quem estes representam.

A todos, muitíssimo obrigado!

A Matemática, senhora que ensina o homem a ser simples e modesto, é a base de todas as ciências e de todas as artes.

Malba Tahan

RESUMO

Este Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) apresenta resultados de uma pesquisa que tem como objetivo identificar competências e habilidades profissionais para o professor de Matemática a partir da proposta de modelagem *Desenhando uma planta baixa para o LEPEM*. Foi realizada com 24 alunos do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba (UFPB)/Campus-IV na disciplina de Laboratório para o Ensino de Matemática II. Nossa pesquisa foi realizada de modo qualitativo, de cunho exploratório quanto aos objetivos e, no que tange sua natureza ocorreu um estudo de caso. Neste texto apresentamos a pesquisa realizada em 4 momentos: o primeiro trata da revisão literária de competências e habilidades previstas em documentos oficiais que orientam a formação docente, tais como, as Diretrizes Curriculares Nacionais para o ensino da Matemática (DCN) e a Base Nacional Comum da Formação de Professores da Educação Básica (BNC – Formação), assim como também abordamos a Modelagem Matemática e o ensino; no segundo, consiste na apresentação da proposta a partir de Biembengut e Hein (2011); no terceiro ponto deste trabalho, descrevemos a aplicação da proposta com a turma de licenciandos para a coleta dos dados pertinentes a nosso objetivo central; no quarto momento, catalogamos a partir da descrição e análise da modelagem e também das competências e habilidades próprias de um professor de Matemática identificadas por terem sido ou não desenvolvidas pela turma de licenciandos, assim como também prestamos nossa reflexão a respeito das competências e habilidades profissionais. Com esse trabalho, possibilitamos o entendimento para os cursos de formação de professores de Matemática que a modelagem além de ser uma ferramenta de ensinar a matemática, ela também possibilita o aprimoramento das competências e habilidades docentes a partir da sua abordagem ainda durante a formação inicial. Enquanto metodologia para ensinar Matemática no ensino básico, ela, a modelagem, se apresenta como uma opção para a ruptura do ensino tradicional.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Formação docente. Competências e habilidades.

ABSTRACT

This Course Conclusion Paper (TCC) presents the results of a research that aims to identify professional skills and abilities for the mathematics teacher from the modeling proposal Designing a floor plan for LEPEM. It was carried out with 24 students of the Mathematics Degree course at the Federal University of Paraíba (UFPB) / Campus-IV in the discipline of Laboratory for Teaching Mathematics II. Our research was carried out in a qualitative way, of an exploratory nature as to the objectives and, regarding its nature, a case study occurred. In this text we present the research carried out in 4 moments: the first deals with the literary review of competences and skills provided for in official documents that guide teacher education, such as the National Curriculum Guidelines for the teaching of Mathematics (DCN) and the Common National Base the Training of Teachers of Basic Education (BNC - Training), as well as we also approach Mathematical Modeling and teaching; in the second, it consists of presenting the proposal from Biembengut and Hein (2011); in the third point of this work, we describe the application of the proposal with the group of graduates to collect the data relevant to our central objective; in the fourth moment, we catalog from the description and analysis of the modeling and also the skills and abilities of a mathematics teacher identified as having been developed or not by the undergraduate class, as well as providing our reflection on professional skills and abilities . With this work, we make it possible for mathematics teacher training courses to understand that modeling, in addition to being a tool for teaching mathematics, it also enables the improvement of teaching skills and abilities from its approach even during initial training. As a methodology for teaching mathematics in basic education, modeling, presents itself as an option to break with traditional teaching.

Keywords: Mathematical Modeling. Teacher training. Skills and abilities.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

1.1 Apresentação da Temática 10

1.2 Objetivos 13

1.2.1 Objetivo Geral 13

1.2.2 Objetivos específicos 13

2 REVISÃO DE LITERATURA 14

2.1 Competências e habilidades do professor de Matemática 14

2.2 Modelagem e o ensino de Matemática 18

2.2.1 Modelagem matemática: definições 18

2.2.2 Modelagem Matemática no ensino de Matemática 22

2.2.3 Modelagem matemática e a BNCC 24

2.2.4 O professor e a modelagem matemática: relatos de experiências 25

3 CONSIDERAÇÕES METODOLÓGICAS 29

3.1 Classificação da Pesquisa 29

3.2 Colaboradores da pesquisa 30

3.3 Etapas da Pesquisa 30

3.4 Recursos utilizados na pesquisa 32

3.5 A proposta *Desenhando uma planta baixa para o LEPEM* 33

4 MODELANDO COM OS LICENCIANDOS 36

4.1 Interação 36

4.2 Matematização 37

4.3 Validação 43

5 HABILIDADES E COMPETÊNCIAS MOBILIZADAS 45

5.1 Conhecimento sobre Modelagem Matemática 45

5.2 Mapa das competências e habilidades para a modelagem 48

5.3 Competências profissionais e a prática docente: reflexões pessoais 54

6 CONCLUSÕES 56

REFERÊNCIAS 59

APÊNDICES 62

INTRODUÇÃO

1.1 Apresentação da Temática

A escolha pela Modelagem e pela temática entorno da construção civil tem sua origem nas minhas experiências vivenciadas até o momento. De fato, sempre estive ligado a construção civil. O primeiro contato foi observando um pedreiro da minha cidade enquanto ele fazia medições de um terreno para a construção de um muro de tijolos. Ao conversar com o pedreiro que construía no terreno, disse que para saber a quantidade de tijolos, bastava saber o "contorno" do terreno e a altura do muro. Disse ter aprendido com o pai durante a adolescência quando ainda trabalhava como ajudante. Apesar do pouco estudo que o pedreiro possuía, ele era capaz de construir uma casa. Há cinco anos trabalho em uma empresa que fornece materiais de construção, e neste ambiente não é raro escutar relatos de trabalhadores que aprenderam a calcular áreas, perímetros a partir da observação e da prática no canteiro de obras.

Ao iniciar o curso de Licenciatura em Matemática da UFPB/campus IV, desenvolvi uma inquietação de pesquisar como situações da construção civil poderiam ser modeladas e além disso, como poderiam contribuir para processos mais significativos de ensino e aprendizagem da matemática.

É fato que a Matemática é vista por muitos alunos como uma ciência de difícil compreensão, pois é tida como abstrata, não cabendo a ela uma correlação a outra ciência. Esta concepção é evidenciada por Meyer, Caldeira e Malheiros (2013):

> A maioria das pessoas não consegue relacionar a Matemática nem com as outras ciências e muito menos com situações de seus cotidianos, porque foi criado um universo à parte, ou seja, para elas, a Matemática não está presente em outros contextos (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2013, p. 24).

Concordamos com Schliemann, Carraher e Carraher (1991, p. 82), que afirmam que:

> [...] a aprendizagem de matemática e a resolução de problemas, se não estão diretamente relacionadas com a solução de problemas práticos, não são facilmente transferidas para a prática. Uma primeira sugestão que surge é então a de oferecer ao aluno oportunidade de resolver problemas em contextos práticos. [...] Uma segunda sugestão é oferecer à criança experiência com problemas que tenham respostas não unitárias, mas que subdividem em sub-repostas. Isso poderá ajudá-la a lidar mais efetivamente com problemas na vida real. (SCHLIEMANN, CARRAHER, CARRAHER 1991, p. 82).

Para ressignificar de modo positivo o ensino da Matemática, a Modelagem na Educação Matemática surge como caminho para o conhecimento. Biembengut (1999, p. 36) afirma que a

modelagem é “um caminho para despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ainda desconhece, ao mesmo tempo que aprende a arte de modelar, matematicamente.”

Bassanezi (2009, p. 65-66) define a Modelagem Matemática através de sua finalidade e como interpretá-la, conceituando-a como:

> Um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A Modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. A Modelagem é eficiente a partir do momento que nos conscientizamos que estamos sempre trabalhando com aproximações da realidade, ou seja, que estamos elaborando sobre representações de um sistema ou parte dele (BASSANEZI, 2009, p. 65-66).

Visto que o ensino da Matemática pode seguir com a Modelagem para além do ensino apenas dos conteúdos, pela Modelagem, ganha também significado, por nos aproximar da realidade, a partir da representação do modelo, permitindo uma interação entre a Matemática e o conhecimento do aluno.

No entanto, entendemos que a Modelagem Matemática exige do professor não apenas conhecimentos próprios da disciplina, se torna também necessária uma articulação com habilidades próprias do professor, habilidades que são desenvolvidas tanto durante sua formação, assim como no exercício da profissão. Como evidencia D’Ambrósio (1998, p. 91) fazendo referência à prática docente, ele registra que “à medida que vamos exercendo a crítica sobre ela, mesclada com observações e reflexões teóricas, vai nos dando elementos para aprimorá-la”. E mais, Pereira (2016) alerta o professor que optar por aplicações desta natureza, que deve estar disposto a experimentar novas experiencias, além de ter flexibilidade para fugir da linearidade proposta por livros didáticos pois são os problemas surgidos no decorrer da aplicação que direciona quais recursos devem ser empregados pelo professor, reformulando assim o papel do professor, que de transmissor passa a mediador, orientador e problematizador. Propõe ainda que o professor deve favorecer a liberdade dos alunos para propor ideias, resolver problemas, e desenvolver outras atividades.

Como professor em formação, bem sabemos da necessidade e da importância de desenvolver competências e habilidades da profissão afinadas com aquelas estabelecidas nas diretrizes Nacionais Curriculares para Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura (BRASIL, 2001).

Com base no Projeto Político-Pedagógico elaborado no ano de 2006 para o Curso de Licenciatura em Matemática da UFPB/Campus IV, atualmente, são ofertadas em 2.805 horas, subdivididas em componentes básicos profissionais, como nas disciplinas de Cálculo Vetorial e Geometria Analítica, Introdução a Geometria Diferencial, entre outras disciplinas próprias do estudo da Matemática, que representa cerca de 51,87% da carga horaria total e componentes complementares sendo responsável por volta de 48,13%, porcentagem essa contemplada por disciplinas como Laboratório do Ensino da Matemática I e II, Didática e Fundamentos Psicológicos da Educação que são de maior enfoque em saberes e práticas pedagógicas.

Nesta disposição observa-se um equilíbrio nos saberes docente previstos pelo curso, o que para Melo (2005, p. 38) é justificável, pois "o saber da experiência é um saber articulado, que tem a ver com o conteúdo, com a pedagogia, com o ensino e com o currículo como um todo (MELO, 2005, p. 38)" . Em ambos os eixos há uma profunda contribuição para este objetivo, que é o da efetiva formação do professor de Matemática.

Assim, partindo da proposta de modelagem *Desenhando uma planta baixa* e em um contexto de co-formação (contexto colaborativo entre professor e alunos da disciplina de Laboratório II) por haver aprimoramento da prática entre ambas as partes, apresentamos a problemática desta pesquisa: *quais competências e habilidades profissionais (mobilizadas ou a desenvolver) emergem dos licenciandos quando estes vivenciam a modelagem Desenhando uma planta baixa para o ensino de Matemática?* Nesta discussão incluímos também a nossa perspectiva de licenciando.

A proposta, intitulada de *Desenhando uma planta baixa para o LEPEM*, tem o propósito de ser um instrumento para promover um momento de co-formação entre pares, à medida que mobiliza no grupo elementos essenciais da Modelagem como metodologia de ensino e que contempla competências e habilidades profissionais esperadas.

Esperamos que este trabalho contribua para o processo de formação dos licenciandos (incluindo o autor deste trabalho), uma vez que, colaborativamente, vivenciaram e (co)construíram uma proposta de modelagem; avaliaram colaborativamente suas dificuldades, necessidades e problemas desde a concepção, passando pelo planejamento até a execução da proposta. Esta pesquisa também contribui com o aperfeiçoamento de propostas curriculares da formação de professores, uma vez que faz emergir elementos estruturantes para a realização da Modelagem matemática na Educação básica, desde a concepção até a sua condução.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo Geral

- Identificar competências e habilidades profissionais mobilizadas (esperadas ou a desenvolver) para o professor de Matemática a partir da proposta de modelagem *Desenhando uma planta baixa para o LEPEM*

1.2.2 Objetivos específicos

- Aplicar a proposta de Modelagem com licenciandos de Matemática;
- Identificar competências e habilidades profissionais a partir da proposta;
- Refletir os desafios pessoais do autor oriundos da aplicação da proposta

2 REVISÃO DE LITERATURA

2.1 Competências e habilidades do professor de Matemática

Não é de hoje que os governos brasileiros se preocupam com a formação dos professores para uma melhor qualidade no ensino. Saviani (2009) descreve de maneira cronológica a formação docente em nosso país, evidenciando seis momentos: no primeiro, onde entre 1827-1890 se deu os ensaios intermitentes de formação de professores, período se inicia com o dispositivo da Lei das Escolas de Primeiras Letras, que obrigava os professores a se instruir no método do ensino mútuo, cabendo a eles o seu próprio custeio. No segundo momento a partir de 1890 até 1932 se dá a expansão das escolas normais cujo o marco foi a reforma paulista da Escola Normal tendo como anexo a escola-modelo. O terceiro momento se deu pela organização dos Institutos de Educação (1932-1939) onde Anísio Teixeira no Distrito Federal encabeçou reformas, em 1932, e Fernando de Azevedo em São Paulo, em 1933. No quarto momento, decorrente da organização e implantação dos Cursos de Pedagogia e de Licenciatura e consolidação do modelo das Escolas Normais (1939-1971). Já no quinto momento é marcado pela substituição da Escola Normal pela necessidade da Habilitação Específica de Magistério (1971-1996). E por fim, o sexto momento é resultante do advento dos Institutos Superiores de Educação, Escolas Normais Superiores e o novo perfil do Curso de Pedagogia (1996-2006).

Nossa educação mesmo após todas estas adaptações curriculares para a formação dos professores, ainda se torna pertinente contemplar também o entendimento acerca das competências e habilidades que são próprias do professor. Neste sentido, tanto as Diretrizes Curriculares Nacionais para o ensino da Matemática (DCN) aprovada em 2001 como a Base Nacional Comum da Formação de Professores da Educação Básica (BNC – Formação) do ano de 2019, visam o aprimoramento formativo dos alunos da graduação. O primeiro documento já estabelecia competências e habilidades a serem cultivadas pelos cursos de bacharelado e licenciatura em Matemática agora este segundo documento define também competências e habilidades, no entanto visando a integração entre a prática docente e a também recente Base Nacional Comum Curricular (BNCC) do ano de 2018, com o intuito de que os professores possam promover na educação básica as competências e habilidades pertinentes a este nível de ensino evidenciado. Na BNCC nos é definido 10 competências gerais a serem alcançadas pelos alunos do ensino básico e de maneira similar, a BNC-Formação pressupõem que estas competências não sejam desvinculadas na sua formação profissional.

Para Perrenoud (1999, p.7), competência é “uma capacidade de agir eficazmente em um determinado tipo de situação, apoiada em conhecimentos, mas sem se limitar-se a eles”. E em Brasil (2019, p. 15), “Essas competências estabelecem um paradigma que não pode ser diferente para a formação do professor”

A BNC – Formação, Brasil (2019), define as competências específicas profissionais, por três aspectos: *conhecimento profissional, prática profissional e engajamento profissional.* Estas três especificidades estão inteiramente associadas de maneira interdependente, conforme a figura 1 a seguir:

Figura 1 – Aspectos das competências especificas

Fonte: Brasil (2019, p. 15)

De forma mais detalhada, podemos entender estes aspectos a partir da BNC – Formação de 2019, onde *conhecimento profissional* envolve o domínio do professor frente aos objetos de conhecimento previstos na BNCC, assim como dominar procedimentos para ensinar estas unidades, e para que esta característica seja alcançada, orienta a necessidade de compreender a realidade do aluno. O segundo aspecto, refere-se às *práticas profissionais* que consiste em o professor planejar estratégias de ensino que favoreçam a aprendizagem do aluno, como exemplifica a BNC-formação (BRASIL, 2019, p.16) “sequências didáticas, progressão e complexidade de conhecimentos abordados, experiências práticas, planejamento reverso, metodologias inovadoras e aprendizagem ativa.” E em outro momento, este mesmo documento alerta para que estas praticas sejam aplicadas de maneira coerente pelos futuros professores, em sua formação, é necessária a ocorrências destas praticas ainda durante a formação. Por fim, no *engajamento profissional* o professor engloba os dois aspectos anteriores, favorecendo assim o profissionalismo deste docente como registrado na BNC-formação (BRASIL, 2019, p. 17) “Trata-se, desse modo, de um compromisso moral e ético do professor para com os estudantes, seus pares, os gestores, a com unidade escolar e com os demais atores do sistema educacional.” E mais, o engajamento também se refere ao compromisso com próprio desenvolvimento

profissional e de suas relações com a comunidade a qual interage. Vejamos as competências especificas vinculadas a cada aspecto destacado no quadro a seguir:

Quadro 1 – Competências especificas/ BNC-Formação

COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS		
1. CONHECIMENTO PROFISSIONAL	**2. PRÁTICA PROFISSIONAL**	**3. ENGAJAMENTO PROFISSIONAL**
1.1 Dominar os objetos de conhecimento e saber como ensiná-los	2.1 Planejar as ações de ensino que resultem em efetivas aprendizagens	3.1 Comprometer-se com o próprio desenvolvimento profissional
1.2 Demonstrar conhecimento sobre os estudantes e como eles aprendem	2.2 Criar e saber gerir ambientes de aprendizagem	3.2 Comprometer-se com a aprendizagem dos estudantes e colocar em prática o princípio de que todos são capazes de aprender
1.3 Reconhecer os contextos	2.3 Avaliar o desenvolvimento do educando, a aprendizagem e o ensino	3.3 Participar do Projeto Pedagógico da escola e da construção dos valores democráticos
1.4 Conhecer a estrutura e a governança dos sistemas educacionais	2.4 Conduzir as práticas pedagógicas dos objetos conhecimento, competências e habilidades	3.4 Engajar-se, profissionalmente, com as famílias e com a comunidade

Fonte: Brasil (2019, p. 18).

Estas competências especificas também estabelecem habilidades próprias dos três aspectos da competência profissional. Aquelas que mais se aproximam da Modelagem Matemática, segundo nossa perspectiva, considerando a BNC – formação, Brasil (2019, p. 18) quanto aos *Conhecimentos Profissionais* temos

> 1.1.1 Demonstrar conhecimento sobre os processos pelos quais as pessoas aprendem, devendo adotar as estratégias e os recursos pedagógicos alicerçados nas ciências da educação que favoreçam o desenvolvimento dos saberes e eliminem as barreiras de acesso ao currículo (BRASIL, 2019, p. 18).

Outra habilidade que podemos destacar, neste mesmo documento é

> 1.2.5 Aplicar estratégias de ensino diferenciadas que promovam a aprendizagem dos estudantes com diferentes necessidades e deficiências, levando em conta seus diversos contextos culturais, socioeconômicos e linguísticos (BRASIL, 2019, p. 19).

Do ponto de vista de ser alcançada habilidades do aspecto da *Pratica Profissional* a Modelagem Matemática possibilita "2.4.4 Trabalhar de modo colaborativo com outras disciplinas, profissões e comunidades, local e globalmente (BRASIL, 2019, p. 20)." E no aspecto do *Engajamento Profissional* usar a Modelagem Matemática durante a formação podemos entender que favorece

> "3.1.3 Assumir a responsabilidade pelo seu autodesenvolvimento e pelo aprimoramento da sua prática, participando de atividades formativas, bem como

> desenvolver outras atividades consideradas relevantes em diferentes modalidades, presenciais ou com uso de recursos digitais. (BRASIL, 2019, p. 21)."

Considerando algumas habilidades/competências vistas nas DCN (BRASIL, 2001), assinalamos aqui, que o professor pode desenvolver a partir da utilização da Modelagem Matemática, a "Habilidade de identificar, formular e resolver problemas na sua área de aplicação, utilizando rigor lógico-cientifico na análise da situação-problema" (BRASIL, 2001, p. 3). E também "Perceber a pratica docente de Matemática como um processo dinâmico, carregado de incertezas e conflitos, um espaço de criação e reflexão, onde novos conhecimentos são gerados e modificados continuamente" (BRASIL, 2001, p. 4).

Vejamos a seguir no quadro 2:

Quadro 2 – Habilidades e Competências

a) Capacidade de expressar-se escrita e oralmente com clareza e precisão;
b) Capacidade de trabalhar em equipes multidisciplinares
c) Capacidade de compreender, criticar e utilizar novas ideias e tecnologias para a resolução de problemas.
d) Capacidade de aprendizagem continuada, sendo sua pratica profissional também fonte de produção de conhecimento
e) Habilidade de identificar, formular e resolver problemas na sua área de aplicação, utilizando rigor lógico-cientifico na análise da situação-problema.
f) Estabelecer relações entre a Matemática e outras áreas do conhecimento
g) Conhecimento de questões contemporâneas
h) Educação abrangente necessária ao entendimento do impacto das soluções encontradas num contexto global e social
i) Participar de programas de formação continuada
j) Realizar estudos de pós-graduação
k) Trabalhar na interface da Matemática com outros campos do saber

Fonte: Brasil (2001, p. 3).

Vale destacar que nas primeiras práticas de ensino por meio da Modelagem, como apontado por Biembengut e Hein (2011), a insegurança por parte do professor que ainda não tem familiaridade com este modo de ensino, pode ser uma das barreiras para o desenvolvimento da proposta na educação básica. Este primeiro momento pode ser superado ao percebermos que pela Modelagem Matemática ainda durante a formação, existe a contemplação de habilidades e competências essenciais para a condução deste modo de ensino. No quadro 3, que

vem a seguir, veremos competências e habilidades que os licenciandos ao término do curso de formação devem ter tomado apropriação.

Quadro 3 – Habilidades e Competências próprias do educador matemático

a) Elaborar propostas do ensino-aprendizagem de matemática para a educação básica;
b) Analisar, selecionar e produzir materiais didáticos;
c) Analisar criticamente propostas curriculares de matemática para a educação básica;
d) Desenvolver estratégias de ensino que favoreçam a criatividade, autonomia e a flexibilidade do pensamento matemático dos educandos, buscando trabalhar com mais ênfase nos conceitos do que nas técnicas, fórmulas e algoritmos;
e) Perceber a pratica docente de Matemática como um processo dinâmico, carregado de incertezas e conflitos, um espaço de criação e reflexão, onde novos conhecimentos são gerados e modificados continuamente;
f) Contribuir para a criação de projetos dentro da escola básica.

Fonte: Brasil (2001, p. 4).

De modo geral, esses documentos, anteriormente citados, orientam que os cursos contemplem em seus currículos competências e habilidades e também elencam aspectos indispensáveis na formação docente e para o bom desempenho do professor de matemática corroborando para a formação profissional. Por meio destes documentos, podemos observar que, independente do período ao qual foram redigidos, ambos orientam a formação docente e também demonstram sempre preocupação para que nosso desempenho na profissão alcance um ensino de qualidade e para isso também recomendam à abertura de outras estratégias de ensino.

Voltaremos a apresentar as competências e habilidades dos quadros no tópico 5 deste trabalho, onde verificaremos de maneira aprofundada as contribuições da proposta de Modelagem Matemática para a formação de professores.

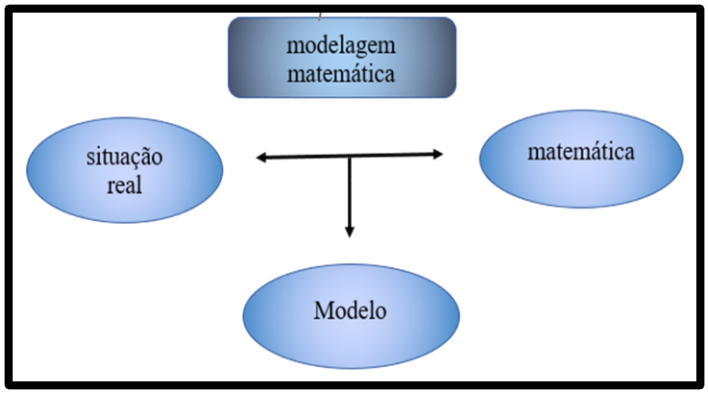
2.2 Modelagem e o ensino de Matemática

2.2.1 Modelagem matemática: definições

Nosso trabalho baseou-se nas contribuições de Biembengut e Hein (2011), quando tratam de planta baixa e também apresentam a Modelagem Matemática ao longo de sua obra, onde para estes autores a Modelagem Matemática é a “arte de expressar por intermédio da linguagem matemática situações-problemas de nosso meio” (BIEMBENGUT; HEIN, 2011, p. 8). Esta definição observaremos adiante pela figura 2, ao qual consta o esquema definido pelos

autores, onde observamos que os aspectos da modelagem estão estritamente interligados, não havendo dissociação entre eles, ocorrendo do seguinte modo:

Figura 2- Esquema de modelagem matemática



Fonte: Biembengut e Hein (2011, p. 13).

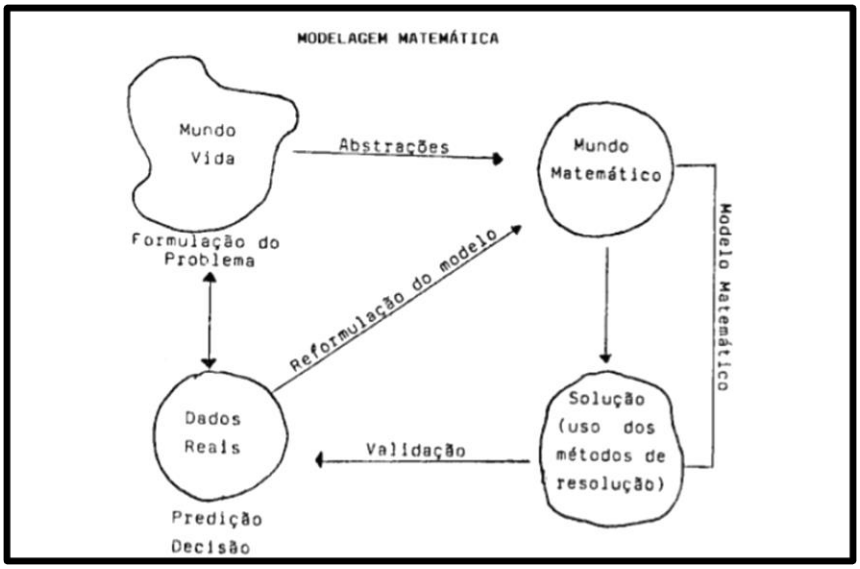
Para estes mesmos autores a Modelagem Matemática "tem gerado reestruturações no currículo e nos métodos de ensino que forneçam elementos que desenvolvam potencialidades, propiciando ao aluno a capacidade de pensar crítica e independentemente" (BIEMBENGUT; HEIN, 2011, p. 9). E para tanto, uma ferramenta aliada ao ensino é a criação de modelos matemáticos que possibilitem explorar as potencialidades de cada aluno.

Também outros autores tratam da modelagem em seus trabalhos e para Nehring, Silva e Pozzobona (2006) a "Modelagem Matemática, como atividade científica, é um método de pesquisa cujo objetivo é encontrar soluções eficientes para problemas reais" (NEHRING; SILVA; POZZOBONA, 2006, p. 230). Observando esta colocação, temos a compreensão que tratando-se de uma atividade científica, existe uma gama de pesquisadores internacionais e brasileiros debruçados para o aprofundamento do tema modelagem matemática, assim como Biembengut e Hein, que foram usados como suporte para a elaboração deste trabalho. Vejamos a seguir algumas concepções do que é a Modelagem Matemática apresentadas por Burak (1987, 1992) e Barbosa (2001). Para Burak (1987, 1992),

> A Modelagem Matemática constitui-se em um conjunto e procedimentos cujo objetivo é estabelecer um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões (BURAK, 1992, p. 62).

Para melhor demonstrar esta visão concebida pelo mesmo autor, Burak (1987) apresenta o seguinte esquema na figura 3 a respeito do processo de Modelagem Matemática:

Figura 3 - Esquema de modelagem matemática (BURAK, 1987)



Fonte: Burak (1987, p. 38).

Este paralelo evidenciado por Burak (1992) assim como o esquema apresentado, em que descreve como a Modelagem Matemática se desenvolve, podemos ressaltar por meio deste diagrama, que a Modelagem é oriunda das necessidades do homem de resolver problemas recorrentes da sociedade e que envolvem a matemática. Esta, que por sua vez, é trabalhada para a obtenção de mecanismos facilitadores na resolução dessas possíveis problemáticas, sendo esses mecanismos os modelos matemáticos, que ao serem aplicáveis a uma determinada situação será facilmente utilizada em outras similares. Deste modo, os autores citados consideram que a modelagem matemática permite ao aluno ampliar sua forma de ver a presença da matemática no seu cotidiano, e a esta ampliação se dá através da percepção perante objetos e situações simples como exemplo: um chapéu de aniversário que tradicionalmente é em formato de cone, ao observar as construções no caminhar para escola, assim como dentro dela também.

Barbosa (2001) em sua tese de doutorado, com o título: Modelagem Matemática: Concepções e Experiências de Futuros Professores, vem nos apresentar que para a Modelagem Matemática:

> O primeiro passo é esclarecer o que se deseja saber e colocar-se a par dos conceitos e variáveis que sustentam a situação-problema. Faz-se necessário selecionar os fatores considerados relevantes e assumir alguns pressupostos. Trata-se da simplificação da situação-problema para possibilitar sua abordagem. Daí, procura-se relacionar essas variáveis através de conceitos matemáticos […]. A representação ideal […], de certos aspectos da situação real, chama-se modelo matemático e o seu processo de construção, Modelagem Matemática (BARBOSA, 2001, p. 13).

Em específico ao tratar da obtenção de um modelo, Barbosa (2001) orienta que se o problema for passível a solução, a partir de parâmetros, podendo ser empíricos, podemos

concluir a validação do Modelo Matemático por meio significado e importância da solução da situação-problema originadora da investigação.

Lenilton Kovalski em seu artigo *Modelagem Matemática: articulações entre a prática e propostas curriculares oficiais* que consiste de uma pesquisa realizada em turmas do sexto ano no ensino fundamental, recorre aos documentos oficiais: Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN e a proposta inicial da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) apresentada pelo MEC que posteriormente foi aprovada, e a partir do estudo desses documentos, anteriormente citados, destacamos aqui considerações a respeito da interdisciplinaridade levantadas por Kovalski (2016) que relata esta prática do ensino da Modelagem Matemática,

> Nos PCN, Brasil (1998), foi verificado uma considerável abordagem dos chamados temas transversais, sendo eles: Ética, Orientação Sexual, Meio Ambiente, Saúde, Pluralidade Cultural, Trabalho e Consumo. Fica subentendido que trabalhar esses temas nas aulas de todas as disciplinas tende naturalmente a um caráter interdisciplinar. Na proposta da BNCC, a questão interdisciplinar é frequentemente destacada em todas as fases de ensino, da educação infantil ao ensino médio. (KOVALSKI, 2016, p.6)

Seguindo a discussão, o referido autor relata também que esta abordagem promoveu o engajamento de outros professores de áreas distintas da Matemática.

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio – OCEM (BRASIL, 2006) destacam que a ideia de trabalhar o uso da Modelagem Matemática "pode ser entendida como a habilidade de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real." Ainda segundo as OCEM "[...] a modelagem matemática, percebida como estratégia de ensino, apresenta fortes conexões com a ideia de resolução de problemas apresentada anteriormente." (BRASIL, 2006, p. 84).

Também com relação a essa metodologia de ensino, as próprias OCEM (BRASIL, 2006) coloca:

> Articulada com a ideia de modelagem matemática, tem-se a alternativa de trabalho com projetos. Um projeto pode favorecer a criação de estratégias de organização dos conhecimentos escolares, ao integrar os diferentes saberes disciplinares. Ele pode iniciar a partir de um problema bem particular ou de algo mais geral, de uma temática ou de um conjunto de questões inter-relacionadas. Mas, antes de tudo, deve ter como prioridade o estudo de um tema que seja de interesse dos alunos, de forma que se promova a interação social e a reflexão sobre problemas que fazem parte da sua realidade. [...] procurando-se relacionar conteúdos escolares com assuntos do quotidiano dos estudantes e enfatizar aspectos da comunidade, da escola, do meio ambiente, da família, da etnia, pluriculturais, etc. (BRASIL, 2006, p. 85).

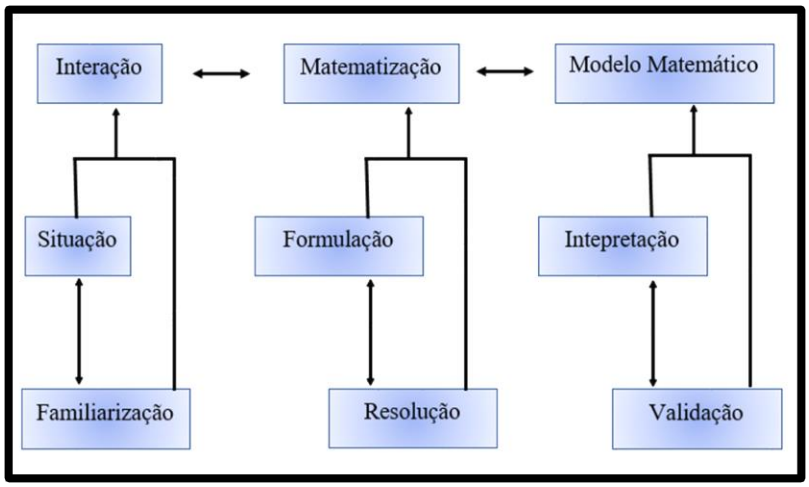
Podemos assim verificar com base nesse documento oficial que o uso da Modelagem Matemática retira do aluno a estagnação de apenas receber o conteúdo e adiciona a ele a

apropriação do conhecimento matemático, sendo ele mesmo o próprio construtor do saber desenvolvido.

2.2.2 Modelagem Matemática no ensino de Matemática

A Modelagem, conforme definimos anteriormente, envolve uma série de procedimentos. Para Biembengut e Hein (2011) são necessárias três etapas que se subdividem em outras duas. Os autores destacam a dinâmica do processo de desenvolvimento da Modelagem Matemática apresentando-nos um esquema (Figura 3) que retrata este método:

Figura 4 - Dinâmica da modelagem matemática



Fonte: Biembengut e Hein (2011, p. 13)

a) Interação

- reconhecimento da situação-problema;
- familiarização com o assunto a ser modelado → referencial teórico.

No sentido de contemplarmos o que denota situação-problema, recorremos a Abbagnano (2007, p. 910). Que descreve situação como “A relação do homem com o mundo, na medida em que limita, condiciona e, ao mesmo tempo, fundamenta e determina as possibilidades humanas como tais.”

E no que se refere a problema, segundo Borba, Malheiros e Zulatto (2007, p. 99-100), entendem que problema pode ser observado como “[...] algo com uma parte subjetiva e outra objetiva, sendo a primeira relacionada a um interesse pessoal e a segunda ligada a um obstáculo que de fato se apresenta na existência da experiência de uma pessoa ou grupo”

Apresentadas estas características, do que pode ser descrita como situação e problema, podemos visualizar que, trata-se da resolução de dificuldades oriundas do ambiente em que o homem habita ou de uma situação que se tem interesse em resolver possíveis impasses. Por exemplo: a situação-problema que será abordada neste trabalho é originada a partir da observância do incomodo na turma, causado pela apresentado um trabalho no decorrer de uma das aulas ao qual fizemos nossas observações.

E nesta primeira etapa, remetendo a interação, torna-se necessário saber qual é o "objeto" de estudo, para isto é fundamental pesquisar para conhecê-lo, a partir de assuntos que geralmente devem ser levantados pelos alunos, em livros, sites, entrevistas, dados obtidos por pesquisadores da área. Esta é a hora de todos que participam da experiência com a modelagem, tornar o tema um conhecimento acessível.

b) Matematização

- formulação do problema → hipótese;
- resolução do problema em termos do modelo.

Neste segundo momento, considerando Abbagnano (2007), podemos descrever que hipótese não se configura como uma garantia de verdade, o que para a Modelagem Matemática, entendemos que ao lançarmos hipóteses não pode ser compreendida como garantia para a obtenção de um modelo matemático, tornando necessária a comprovação ou reformulação da hipótese para que ela seja verificada quanto sua validade. Ela, a hipótese, em termos gerais, é entendida por Bassanezi (2011) como sendo um caminho para a investigação de prováveis situações-problema. Após delimitar a situação problema, no tópico anterior, torna-se necessário visualizar quais conteúdos matemáticos poderiam ser trabalhados a fim de traçarmos os caminhos desta aplicação. Neste tópico também, pode ser necessária a revisão de outros conhecimentos matemáticos para que haja avanço nos caminhos que o próprio desenvolvimento da modelagem para a obtenção do modelo matemático, que segundo os autores Biembengut e Hein (2003, p. 14) pode ser "um conjunto de expressões aritméticas ou fórmulas, ou equações algébrica, ou gráfica, ou representação, ou programa computacional, que levem à solução ou permitam a dedução de uma solução".

c) Modelo matemático

- interpretação da solução;
- validação do modelo → avaliação

Esta é a etapa de verificação do modelo obtido. Verifica-se nele a adequação perante a situação-problema, se este modelo obtido atende ou não a demanda da questão levantada. Caso este modelo apresente alguma dúvida quanto a sua confiabilidade, deve-se voltar a etapa anterior e promover ajustes tanto nas hipóteses como também nas possíveis variáveis.

Podemos perceber, que nenhuma das etapas podem ser desprezadas, visto que estão estreitamente interligadas ao longo do seu desenvolvimento podendo ser ou não revisadas para chegar ao melhor modelo que satisfaça a situação-problema.

Dessa forma, a modelagem surge como um processo de ensino aprendizagem para que os alunos sejam os próprios construtores do conhecimento, cabendo ao professor ser o mediador desta apropriação, que se concebe explorando as diversas potencialidades que o seu uso permite, como descritas por Romanatto (2012, p. 303) “criatividade, intuição, imaginação, iniciativa, autonomia, liberdade, estabelecer conexões, experimentação, tentativa e erro, utilização de problemas conhecidos, interpretação dos resultados, etc.”

2.2.3 Modelagem matemática e a BNCC

No ano de 2018 a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) foi aprovada. De modo geral a BNCC descreve competência como a capacidade de “mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho (BRASIL, 2018, p.8).”

No Ensino Fundamental, a BNCC (BRASIL, 2018) descreve que a modelagem matemática se apresenta como uma importante ferramenta para o letramento matemático, surgindo como um processo rico por facilitar o “desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação)” (BRASIL, 2018, p. 266). Anteriormente, no ano de 2001, Goulart relaciona o letramento como “conjunto de práticas sociais orais e escritas [e de linguagem] de uma sociedade, e também (...) a construção da autoria” (Goulart, 2001, p. 7). Sendo a modelagem matemática um processo que pretende também dar autonomia a alunos, esta contribuição de Goulart só justifica a eficácia da aplicação da modelagem matemática no ensino.

Para o Ensino Médio, nas competências especificas de matemática e suas tecnologias, a Competência especifica 3 destaca que o professor deve propor situações que promovam competências em seus alunos tais como:

> Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos [...] para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente. (BRASIL, 2018, p.523).

Podemos considerar ainda, que a Modelagem Matemática é uma importante ferramenta de ensino e agente do desenvolvimento intelectual do aluno envolvido, por meio desta prática, os alunos podem desenvolver suas potencialidades, por favorecer competências apontadas pela BNCC (2018, p. 265), como: "Utilizar processos e ferramentas matemáticas, [...], para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados" Desta forma, contemplando o desenvolvimento intelectual e social dos alunos envolvidos.

2.2.4 O professor e a modelagem matemática: relatos de experiências

Neste item discutimos três trabalhos que tratam de relatos de experiências com a Modelagem Matemática e com base nessas experiencias já vivenciadas, o autor deste trabalho buscou o embasamento teórico em práticas já existentes. No primeiro, Soistak (2016) a experiência vivenciada por ela ao aplicar a Modelagem Matemática em turmas de Ensino Médio. Em seguida traremos observações destacadas por Meyer, Caldeira e Malheiros (2013) acerca da Modelagem e formação de professores, bem como abordamos considerações evidenciadas por Biembengut e Hein (2011) no que diz respeito ao que o profissional da educação matemática deve levar consigo para que seja implementado o ensino por meio da modelagem matemática nas primeira experiencias profissionais.

A primeira pesquisa trata-se do capítulo "Uma experiência com a Modelagem Matemática no Ensino Médio Profissionalizante" (SOISTAK, 2016) da revista organizada por Brandt, Burak e Klüber (2016) Modelagem matemática: perspectivas, experiências, reflexões e teorizações; seu capítulo tem por foco contribuir para que outros professores percebam na modelagem um caminho para um ensino mais dinâmico. Ela tem objetivo "analisar a experiência com a Modelagem Matemática em situação de sala de aula, ante a contextualização, a aplicabilidade e a compreensão dos conteúdos matemáticos" (SOISTAK, 2016, p. 108). Esta investigação ocorreu em duas turmas do primeiro ano do ensino médio com alunos na faixa etária de 14 a 17 anos. Seu trabalho pode ser claramente identificado em uma estruturação apresentada em três momentos:

a) Algumas considerações sobre a modelagem na perspectiva adotada, trazendo considerações de o que é a modelagem e como aplicá-la, fundamentada

principalmente sobe a perspectiva de Dionisio Burak acerca da Modelagem Matemática.

b) A descrição das atividades nas duas turmas desenvolvidas, onde ela teve como principal fonte para a coleta dos dados a sala de aula, “por meio de manifestações espontâneas, questionários, depoimentos, observações, estudos e reflexões sobre a prática escolar cotidiana, durante o desenvolvimento da Modelagem Matemática. (SOISTAK, 2016, p. 110)

Aberta uma votação para a escolha do tema, ambas as turmas decidiram por trabalhar em torno da temática da cultura da soja. É possível também observar como a modelagem matemática através das suas etapas pode favorecer o ensino e aprendizagem de diversos conteúdos matemáticos, dos quais verifica-se: funções de primeiro e segundo grau, razão, proporção, porcentagem, regra de três simples e composta, além de perímetro e uma breve revisão sobre frações.

c) Algumas reflexões sobre a experiência desenvolvida. Neste momento Soistak (2016) descreve que

> se as situações surgirem no contexto do trabalho na perspectiva da Modelagem Matemática, elas se apresentarão contextualizadas e mais significativas para o aluno e, por isso, tendem a ser aprendidas de forma mais significativa e compreensiva. (SOISTAK, 2016, p. 125).

Quanto aos aspectos profissionais, Soistak (2016) nos alerta que o professor que buscar desenvolver a Modelagem Matemática, será exigido deste professor muita dedicação, e aponta para a necessidade de os licenciandos, futuros professores, terem em sua formação uma atenção maior para o desenvolvimento de habilidades investigativas. Relata também que dificuldades para que o cronograma do bimestre fosse cumprido foram surgindo, mas o diálogo com a turma possibilitou a retomada da aplicação da Modelagem Matemática.

No segundo trabalho, Meyer, Caldeira e Malheiros (2013) evidenciam que os programas de Licenciatura em Matemática ainda estão com amarras a padrões do século XVIII e como fuga desta ancoragem no modo de ensinar, surge a Modelagem Matemática. No entanto advertem que ao formar um professor na perspectiva da modelagem, deve-se promover por meio dela, a ruptura de oposições, como: aluno – professor, homem – mulher, velho – jovem e entre outras dualidades. Por meio desta ruptura, torna-se eminente buscar alternativas pedagógicas que distanciam o futuro profissional do totalitarismo em que apenas o professor detém o conhecimento, dando abertura também à diversidade.

Estes mesmos autores apresentam que ensinar e aprender a Matemática, por meio da Modelagem, nem sempre será uma experiência de sucesso e descreve diversos relatos de dificuldades recorrentes a múltiplos autores, por exemplo: a preocupação para o cumprimento do conteúdo; a preocupação com a sequência lógica em que pode se apresentar diferente da habitual; preocupação com o tempo para a aplicação da Modelagem; preocupação com eventuais reações dos pais; preocupação com a construção do conhecimento; insegurança diante do novo e também à reação dos alunos. Ao considerarem a escola onde estes professores em formação teve o contato com a Modelagem, percebe-se a reclamação da ausência de colaboração da parte administrativa da escola, assim como também a excessiva quantidade de alunos por turma, além da estrutura da escola e apontam também para a discrepância nos objetivos esperados entre a Modelagem e a instituição. Quando fazem referência às dificuldades que surgem a partir do envolvimento da comunidade, salientam a ausência dos pais, e apontam também que no turno da noite, a indisposição dos alunos pode colocar em xeque o desenvolvimento da atividade.

Os autores argumentam que a Modelagem deve refletir nos cursos de formação tanto em aspectos teóricos: o estudo propriamente dito da Modelagem Matemática (conhecer a Modelagem em seus pressupostos teóricos e epistemológicos na formação, sem alunos), mas que também possa ser executada em uma escola, (com alunos) mesmo com todas as dificuldades para a sua implementação.

Meyer, Caldeira e Malheiros (2013) colocam que

> Isso nos mostra que formar professores de Matemática na perspectiva da Modelagem significa pensar que possa existir uma determinada concepção que sustente teoricamente, mas também uma prática – uma pedagogia – que leve em conta aspectos relacionados não somente à Matemática por ela mesma, mas também a possibilidade de ela ser incorporada na sala de aula, como uma ferramenta para a compreensão e tomada de decisão na realidade vivida pelos atores do processo, no caso estudantes e professores, fazendo uso ou não das tecnologias usualmente aceitas pela sociedade. (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2013, p. 65).

Por fim, descrevem que a formação na perspectiva da Modelagem deve favorecer o ganho do significado da Matemática, construir o pensamento matemático por meio da contextualização, o que difere de apenas transmitir o conhecimento matemático, que é marcado pelo engessamento do conhecimento estudado. Para tanto, a formação de professores deve promover o sentido de que o professor é o mediador do conhecimento para que o aluno encontre meios de fazer uso da Matemática e também o professor mesmo em formação deve vislumbrar que além de ser formado para buscar problemas para pesquisas advindas de situações reais, ele deve ser capacitado para junto aos alunos, ser também pesquisador da vivência cotidiana,

originada da busca nos sentidos que são produzidos nas regras e convenções que fazemos para compreender tal vivencia.

No terceiro trabalho, discutimos o que segundo Biembengut e Hein (2011) é necessário para implementar a modelagem no ensino, os autores destacam que é preciso “ter audácia, grande desejo de modificar sua prática e disposição de conhecer e aprender, uma vez que essa proposta abre caminho para descobertas significativas (BIEMBENGUT; HEIN, 2011, p. 29).” Eles ainda orientam em quatro pontos, como o professor pode começar a trabalhar a modelagem mesmo ainda não tendo a devida segurança, e são: conhecer modelos clássicos apresentados na literatura, adaptando-os para a sala de aula; apresentar cada conteúdo do programa a partir de modelos de outras áreas do conhecimento; aplicar atividades que já foram aplicadas, sendo em apenas uma turma onde já existe o domínio do conteúdo, por último, propor que os alunos tentem crias seus próprios modelos a partir da realidade

3 CONSIDERAÇÕES METODOLÓGICAS

Neste capítulo apresentamos a classificação de nossa pesquisa, assim como os envolvidos para a realização da mesma, descrevendo as etapas desta investigação e do mesmo modo, descreveremos também os dois instrumentos utilizados: um mapa da modelagem e um mapa das competências e habilidades para a modelagem. Por fim traremos neste capítulo a proposta didática *Desenhando uma planta baixa para o LEPEM.*

3.1 Classificação da Pesquisa

A presente pesquisa é qualitativa, pois não foi requerido o uso de técnicas estatísticas para quantifica-la, onde segundo Silva e Menezes (2005) deve-se:

> Considerar que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, isto é, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito que não pode ser traduzido em números. [...] não requer o uso de métodos e técnicas estatísticas (SILVA; MENEZES, 2005, p. 20).

Deste modo, entendemos que todos os envolvidos puderam perceber a aplicação da proposta de maneiras distintas, pois suas experiencias particulares durante o desenvolvimento da Modelagem estavam também carregadas dos seus saberes particulares.

Por meio da abordagem qualitativa, "o pesquisador procura reduzir a distância entre a teoria e os dados, entre o contexto e a ação, usando a lógica da compreensão dos fenômenos pela sua descrição e interpretação" (VIECILI, 2006, p. 37).

De acordo com os objetivos, classificamos a pesquisa como exploratória, pois para Gil (2008, p. 27), "tem como propósito proporcionar maior familiaridade com o problema, com vista a torná-lo mais explícito ou construir hipótese", pois trata-se de "[...] um estudo com o intuito de obter informações ou dados mais esclarecedores e consistentes [...]" (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p. 70).

No tocante a natureza desta pesquisa trata-se de uma pesquisa aplicada por envolver uma proposta de ensino pela modelagem, o que para Gil (2010, p. 27), a pesquisa aplicada é "voltada à aquisição de conhecimento com vista à aplicação numa situação especifica" e realizamos um estudo de caso o que segundo Yin (2001, p.32): "o estudo de caso é uma investigação empírica de um fenômeno contemporâneo dentro de um contexto da vida real". Segundo Gil (2010, p.37), o estudo de caso "consiste no estudo profundo [...] de um ou poucos objetos, de maneira que permita seu amplo e detalhado conhecimento [...]". E para Hartley

(2004, p. 323, tradução nossa) ele tem por objetivo, “fornecer uma análise do conjunto e processos que acendem as questões teóricas que estão sendo estudadas”. De fato, realizamos a pesquisa em uma turma de licenciandos de Matemática apresentada no tópico a seguir.

3.2 Colaboradores da pesquisa

A atividade de Modelagem *Desenhando uma planta baixa para o LEPEM* e a discussão realizada no campo da formação de professores de Matemática aconteceu colaborativamente com os alunos da turma de Laboratório do Ensino da Matemática II – Lab II, sob a responsabilidade da professora Cibelle Assis, orientadora deste TCC.

A disciplina de Lab II tem Modelagem Matemática como parte da sua ementa segundo o PPP do Curso de Matemática (UFPB, 2006). Participaram da pesquisa, 24 alunos dos 27 matriculados na disciplina de Lab. II. As atividades da disciplina geralmente acontecem no Laboratório de Estudos e Pesquisas em Ensino de Matemática – LEPEM, do Curso de Licenciatura em Matemática da UFPB, *campus* IV em Rio Tinto. Quando a pesquisa ocorreu, os licenciandos já haviam realizado discussões sobre Modelagem Matemática.

3.3 Etapas da Pesquisa

A seguir, descrevemos as etapas de realização desta pesquisa: *Familiarização com a turma*, *Execução da Modelagem* e *Discussão sobre Competências e habilidades.* No quadro a seguir, apresentamos um breve cronograma:

Quadro 4- Cronograma

Etapas da Pesquisa	*Familiarização*	*Execução*	*Discussão*
Datas	06, 13 e 27 de fevereiro de 2020	05, 12 de março	12 de março

Fonte: Elaborado pelo autor

Familiarização com a turma - Nos dias 06, 13 e 27 de fevereiro de 2020, buscamos por meio da participação como ouvinte nas aulas de Laboratório do Ensino da Matemática II – Lab II, a familiarização com a turma na qual foi desenvolvida a aplicação desta proposta. Também tivemos a oportunidade de sanar dúvidas referente a Modelagem Matemática, uma vez que pudemos observar a condução de uma atividade desta natureza. Nestes dias citados, trabalhamos a Modelagem a partir do jogo Torre de Hanói e com base na observação, verificamos na prática como podíamos seguir para a aplicação da proposta deste trabalho.

Também participamos da avaliação com base no mapa da modelagem, desenvolvido pela professora da disciplina. Este mesmo mapa foi utilizado posteriormente em nossa pesquisa.

Execução da Modelagem - No dia 05 de março, com uma totalidade de 3 aulas (50 minutos cada), foi o primeiro dia de execução da proposta, onde realizamos as etapas da modelagem que correspondem a interação e a matematização. Os licenciandos foram organizados em grupos de acordo com algumas funções: 12 alunos foram subdivididos em 3 grupos de 4 alunos cada e realizaram a atividade da Modelagem; 10 alunos foram subdivididos em três grupos: 2 grupos de três alunos e 1 grupo de 4 alunos. Estes fizeram a observação da Modelagem na sala, conforme as especificações dos apêndices E e F deste trabalho. Também neste trabalho, 2 alunos tiveram a tarefa de documentar em vídeo a execução da proposta, um responsável por registrar os alunos, e outro registrando o mediador da proposta. Vale registrar também, que houve evasão dos alunos no segundo dia de aplicação, o que discutiremos adiante neste trabalho. Aos grupos de observadores, pedimos que apontassem na aula seguinte, dia 12 de março, ao termino da atividade de modelagem, pontos positivos e pontos a melhorar na proposta.

A seguir, vemos um quadro explicitando a distribuição em quantidade e função assumida pelos alunos durante a aplicação da modelagem, também visualizaremos a frequência nos dias correspondentes:

Quadro 5 - Distribuição por função dos licenciandos durante a aplicação e frequência

Alunos que modelaram				Alunos que avaliaram a modelagem e competências profissionais				Alunos que fizeram o registro por vídeo			
Grupos	Alunos (as)	Presença		Grupos	Alunos (as)	Presença		Grupos	Alunos	Presença	
		Dia 05	Dia 12			Dia 05	Dia 12			Dia 05	Dia 12
A1	A, D, G, J.	x	x	A2	M, P, S, V	x	x	D1	W	x	x
B1	B, E, H, K	x	x	B2	N, Q, T	x	-	E1	Y	x	-
C1	C, F, I, L	x	x	C2	O, R, U	x	-	-		-	-

Fonte: Elaborado pelo autor

No dia 12 de março, também com totalidade de 3 aulas (50 minutos cada) iniciamos com as defesas dos grupos executores, justificando as características adotadas por eles para nova disposição das mesas no LEPEM e a validação se deu através das respostas da avaliação realizada neste mesmo dia. Fizemos a discussão da avaliação de maneira participativa, os

executores corrigiram as questões e as demais equipes de maneira comparativa verificavam se as repostas obtidas eram recorrentes a todos.

Discussão sobre Competências e habilidades - Neste mesmo dia 12 de março também discutimos o quadro do (Apêndice E), que trata de como foi alcançada as etapas da modelagem matemática, com os 3 grupos observadores, no entanto verificamos a ausência de dois grupos de 3 alunos, além do aluno responsável pelo registro em vídeo do mediador, o que comprometeu os apontamentos que deviam ser evidenciados, mas o grupo de observadores presentes neste segundo dia, explanou suas considerações a respeito das etapas da modelagem, finalizando duas aulas (50 minutos cada). Por fim, na última aula de (50 minutos) distribuímos o Mapa das competências e habilidades para a Modelagem (Apêndice F) para todos presentes na sala, realizando assim, com todos os envolvidos, apontamentos a respeito de como nossa proposta mobiliza as habilidades que constam no referido apêndice. Finalmente, agradecemos aos envolvidos e todas as contribuições resultantes do engajamento da turma.

3.4 Recursos utilizados na pesquisa

Em simultâneo com convivência com a turma, elaboramos um plano de aula (Apêndice A), servindo de caminho para nossas ações e que nos auxiliou a prever possíveis assuntos a serem abordados durante a aplicação da proposta. Uma apresentação em formato de slides *(power point)* também foi criada para que usássemos como suporte para a condução da proposta de Modelagem Matemática (Apêndice B). Além destes, elaboramos também um material de apoio para a coleta de medidas (Apêndice C) e uma avaliação (Apêndice D), destinado aos alunos que vivenciariam a Modelagem Matemática.

Para efeito de análise da pesquisa (que tem o intuito de verificar como professores em formação percebem as etapas da Modelagem Matemática e como também atividades desenvolvidas pelos licenciandos podem promover o desenvolvimento das competências e habilidades pelos licenciandos) foram utilizados dois quadros como instrumentos para coleta de dados: Mapa da modelagem (apêndice E) e Mapa das competências e habilidades para a Modelagem (Apêndice F).

No Mapa da modelagem - descrição e análise da modelagem *Construindo uma planta baixa para o LEPEM* – são observadas as três etapas de uma aplicação da modelagem matemática segundo Biembengut e Hein (2011), que são*: Interação,* que trata do reconhecimento da situação-problema e familiarização com o assunto a ser modelado (referencial teórico); *Matematização*, a formulação do problema, hipótese e resolução do

problema em termos do modelo; *Validação*, interpretação da solução e validação do modelo e avaliação. Estes três aspectos formaram as colunas do nosso quadro e as linhas são a descrição do que o professor e os alunos executaram em cada fase da modelagem. Da mesma forma, a necessária observância de quais recursos foram utilizados e por quem fez o uso em cada fase da modelagem.

No Mapa das competências e habilidades para a Modelagem, voltamos nossa atenção para coleta de dados sobre o que se espera que o licenciando do Curso de Matemática tenha desenvolvido com a experiência e o que deveria ter desenvolvido em termos de competências e habilidades estabelecidas na DCN (BRASIL, 2001). Assim, propomos aos licenciandos a seguinte questão: *a sua experiência com a atividade de modelagem - Construindo uma planta baixa para o LEPEM- foi favorável no desenvolvimento de competências/habilidades próprias do professor de matemática?*

Para responder a este questionamento, organizamos as competências e habilidades em uma coluna subdividida em linhas em que apresentamos todas as habilidades específicas dos alunos do Curso de Matemática, e pedindo que fossem identificadas, ao menos, duas habilidades que foram trabalhadas ao realizar a atividade pelo próprio aluno. Solicitamos também que, justificassem através de exemplo. Para aquelas que acreditam não ter desenvolvido, ao menos duas, pedimos uma sugestão de como elas poderiam ter sido enfatizadas na proposta, e para essas justificativas, e/ou sugestões, disponibilizamos uma coluna onde deve ser preenchida.

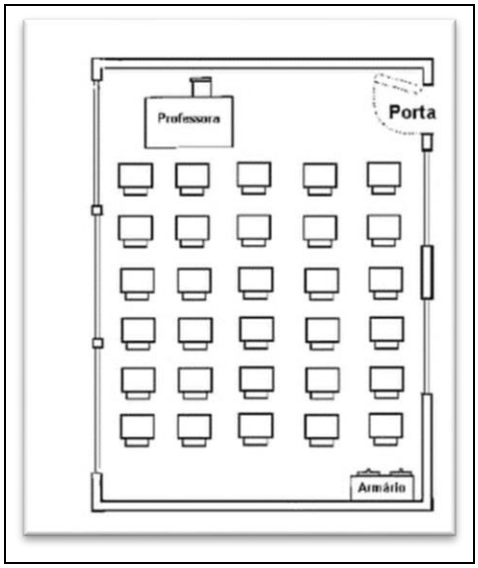
3.5 A proposta *Desenhando uma planta baixa para o LEPEM*

Na pesquisa propomos uma discussão a partir da planta baixa do LEPEM. Trata-se de uma sequência didática adaptada da obra de Biembengut e Hein (2011), onde é apresentada uma proposta de modelo para o ensino a partir da construção de uma casa. Em nosso caso, em particular, fizemos a adaptação para que nossa aplicação fosse desenvolvida a partir das medidas do espaço físico do LEPEM. Nossa pergunta central para a busca do modelo, nasce a partir do seguinte questionamento: *qual outra maneira de organizarmos as mesas do LEPEM de modo que acomode a mesma quantidade de alunos e promova uma ampla visão para todos e também, a formação de como as mesas serão dispostas possua o menor perímetro e ocupe a menor área possível?* Ao partirmos desta pergunta, verificaremos adiante, neste trabalho, que como esperado por Biembengut e Hein (2003), obtivemos modelo tanto pela própria representação visual das novas propostas de organização das mesas, mas também obtivemos modelo por meio de equações algébricas.

Iniciamos a nossa *interação* com o tema abordado, apresentando os conceitos que envolvem a necessidade de uma planta baixa na construção civil, assim como e quais materiais se fazem necessários para a elaboração da planta, todos esses aspectos foram surgindo a partir de questionamentos mediados pelo autor deste trabalho.

Sabemos que uma das primeiras ações a serem realizadas para a construção de uma obra é o esboço de uma planta baixa. A planta baixa, por sua vez, pode ser entendida a partir de Farrelly (2011) como "uma projeção ortogonal de um objeto tridimensional tomada a partir de um plano de corte horizontal. Em outras palavras, uma planta baixa é um corte visto de cima." E tratando de construção civil, projetar o espaço a ser construídos é fundamental. Para além de estimar o custo e prazo da obra, também é útil para ambientar o construtor. Vejamos a seguir na figura 5, o esboço de uma planta baixa que usamos na nossa discussão para exemplificar uma sala de aula:

Figura 5 – Planta baixa de uma sala de aula



Fonte: Pinterest[1]

Partindo deste conhecimento prévio, apresentamos os slides com a sequência básica para a construção de um esboço da planta baixa. Caminhando de maneira conjunta da fase de *interação* para a *matematização*, fizemos um levantamento de medidas que usaríamos no decorrer da atividade. Buscamos resolver possíveis problemas de conforto dos alunos, elencando falhas na disposição dos móveis do laboratório, com ênfase nas mesas. Realizado estes apontamentos, os alunos da disciplina fizeram uma breve experimentação com o intuito de que eles apontassem uma melhor maneira de organizarmos as mesas. Próximo ao final das três aulas do dia, os grupos executores foram convidados a prepararem uma breve defesa, que

1 Disponível em: <https://br.pinterest.com/pin/180918110008960334/> Acesso em: jun. 2020

foi apresentado na aula seguinte, de seu modo como foi realizada a nova disposição das mesas, no entanto esta experimentação foi contexto para o modelo matemático que seria obtido posteriormente.

Nesta proposta, mobilizamos alguns assuntos do currículo escolar assim como habilidades e competências previstas pela BNCC Brasil (2018) a serem contempladas no ensino médio. No seguinte quadro seguinte veremos os conteúdos empregados e suas respectivas habilidades e competências especificas, mobilizadas durante a aplicação da proposta de modelagem:

Quadro 6 - conteúdos, habilidades e competências

Conteúdo	**Habilidade**	**Competência especifica**
Escala	*EM13MAT103* – Interpretar e compreender o emprego de unidades de medida de diferentes grandezas, [...].	*Competência especifica 1* – Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas [...].
Congruência	EM13MAT105 – [...] transformações homotéticas para analisar diferentes produções humanas como construções civis, obras de arte, entre outras.	*Competência especifica 1* – Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas [...].
Área, perímetro e expressões algébricas	EM13MAT201 – Propor ações comunitárias, [...] como as voltadas aos locais de moradia dos estudantes dentre outras, envolvendo cálculos das medidas de área, de volume, de capacidade ou de massa, adequados às demandas da região. EM13MAT307 – Empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da área de uma superfície (reconfigurações, aproximação por cortes etc.) e deduzir expressões de cálculo para aplicá-las em situações reais, como o remanejamento e a distribuição de plantações, com ou sem apoio de tecnologias digitais	*Competência especifica 2* – Articular conhecimentos matemáticos ao propor e/ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas de urgência social, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, recorrendo a conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática. *Competência especifica 3* – Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos-Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, [...] –, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

Fonte: elaborado pelo autor

4 MODELANDO COM OS LICENCIANDOS

Desenvolvemos nossa proposta nos dias 5 (cinco) e 12 (doze) de março de 2020 durante o turno da noite, nos dias das aulas da disciplina de Laboratório do Ensino da Matemática II. Houve a participação de 24 (vinte e quatro) alunos. As atividades fizeram parte do cronograma da disciplina, uma vez que a temática da Modelagem integra a ementa da mesma. Antes do início das atividades, o autor deste trabalho acompanhou como ouvinte uma série de nove aulas ministradas pela professora Cibelle Assis, professora da disciplina de Laboratório do Ensino da Matemática II, pois não sendo aluno da disciplina, tornou-se necessária a ambientação com os demais alunos.

Ao iniciar a sequência pedimos que formassem sete grupos de maneira livre, sendo: três grupos de quatro pessoas que, atendendo ao intuito da disciplina que é voltada para o ensino médio, os licenciandos vivenciaram a aplicação da proposta para o ensino médio. Três grupos que foram observadores da implementação da atividade utilizando o Mapa da Modelagem formados por um grupo de quatro alunos e dois de três alunos, descrevendo e identificando na sequência os caminhos para a efetivação da modelagem, e além destes, dois alunos fizeram registros durante a aplicação da proposta. A seguir, descrevemos como ocorreu a atividade de Modelagem seguindo as etapas de Modelagem.

4.1 Interação

Demos início a nossa primeira fase situando os alunos a respeito de como a cada dia os projetistas tendem a considerar o melhor aproveitamento e conforto dos ambientes ocupados como meio para uma melhor qualidade de vida dos ocupantes. Nesse sentido apresentamos como exemplo um espaço comum para os alunos da disciplina, que é o Laboratório de Matemática do *campus IV*, questionando-os sobre quais conhecimentos matemáticos um projetista deve ter familiaridade para poder projetar uma obra.

Neste primeiro momento da aula, situamos os alunos com respeito aos elementos básicos da construção do esboço de uma planta baixa e suas aplicações, como exemplo, conceito de escala e materiais a serem usados para o desenho.

Foram diversos conhecimentos elencados, dos quais o aluno A destacou: *"é preciso saber calcular área, ter conhecimento em desenhos técnicos de plantas"*; o aluno B disse: *"conhecer o básico de como converter escalas de medidas, porque não tem como o arquiteto ou outro profissional vai precisar saber medir e deixar em um tamanho menor para poder fazer uma planta baixa ou posicionar como queira alguma coisa do projeto"*. Para a surpresa do autor

deste trabalho, os alunos A e B já possuíam conhecimentos profundos da construção civil, respectivamente eles são técnicos em topografia e em edificações, no entanto outros alunos também participaram da discussão; o aluno C comentou: *"é bom que aquele que for projetar também entenda o conceito de perímetro"*; visto que a discussão nos direcionou para o passo seguinte da nossa sequência que é a construção do esboço de uma planta baixa.

Para criarmos familiaridade com o assunto a ser modelado, antes de tudo, precisamos tomar conhecimento dos procedimentos que envolvem a construção de uma planta baixa, e para isso torna-se fundamental sabermos como transformar uma escala de tamanho natural: 1:1, em uma escala onde poderemos trabalhar o desenho numa folha de papel A3 de tamanho: 42,0cm x 29,7cm. Para tanto, discutimos algumas noções básicas de escala, que está atrelada ao sentido de proporcionalidade uma vez que temos um ambiente em escala natural e desejamos manter suas características, no entanto em uma escala menor, onde estabeleceremos que para cada 100cm que está construído adotaremos 3cm para nossa planta, ou seja:

3 cm de planta ➡ 100cm do laboratório ou 3: 100 (escala de 3 para 100)

Pedimos que os licenciandos verificassem as medidas do laboratório, uma vez que já temos o ambiente construído e usaríamos este espaço como meio para ambientarmos a questão que levantamos. Desta forma, adotamos este padrão na medida para toda nossa planta, inclusive para os móveis que integram o ambiente.

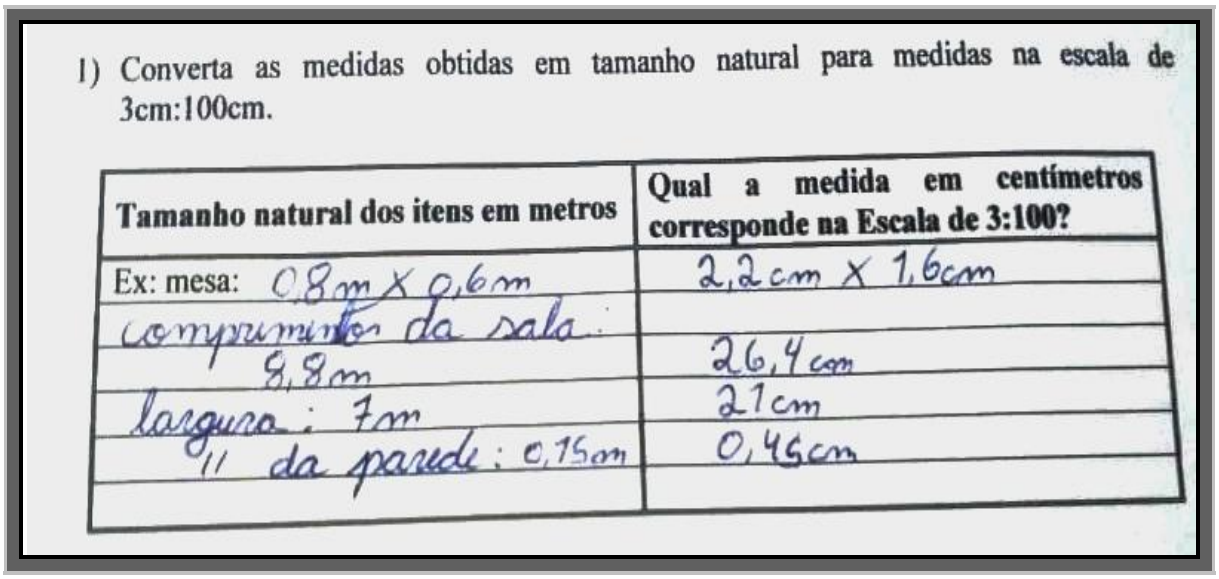
Explicamos que a nossa planta baixa não terá todo o rigor requerido pela Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) para representação de projetos de arquitetura, como previsto na NBR 6492 do ano de 1992 que estabelece os procedimentos para um desenho técnico. Após o esboço da planta baixa estar finalizada precisamos tomar conhecimento da área total da nossa sala, onde esta área é dada pela soma da área útil e área construída, assim teremos que: Área total = área útil (interna) + área ocupada pela construção das paredes. Feito isto, partimos para questionamentos, por exemplo: *você identifica algum problema na disposição dos móveis do LEPEM para atividades nas aulas de Laboratório*?

4.2 Matematização

No segundo momento, distribuímos folhas em tamanho A3, bem como também perguntamos aos grupos que estavam desenvolvendo a modelagem matemática, quais materiais um projetista precisaria para desenhar a planta, sem fazer uso de nenhum programa de computador. Em uma mesa que estava com o material necessário, os alunos foram pedindo: lápis

grafite, régua, esquadro, compasso e borracha, como faríamos uso de medidas já fixadas pelo ambiente construído do laboratório, pedimos que os grupos fizessem uso de fitas métricas para a obtenção das medidas existentes, deste modo mantendo o mais próximo possível das medidas encontradas para que tivessem em seus esboços um retrato fidedigno do ambiente real. Tendo mensurado o comprimento e largura tanto da sala como também das mesas, conceituamos o sentido de haver a necessidade de estabelecer uma escala, deste modo, estabelecemos que a escala seria de 3:100. Como descrito na figura 6:

Figura 6 - Atividade 1



1) Converta as medidas obtidas em tamanho natural para medidas na escala de 3cm:100cm.

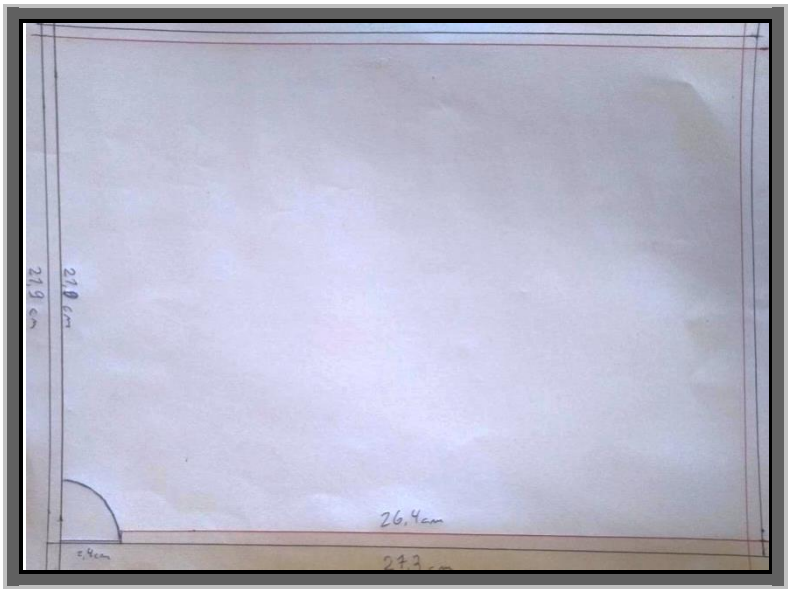
Tamanho natural dos itens em metros	Qual a medida em centímetros corresponde na Escala de 3:100?
Ex: mesa: 0,8m x 0,6m	2,2cm x 1,6cm
comprimento da sala: 8,8m	26,4cm
largura: 7m	21cm
11 da parede: 0,15m	0,45cm

Fonte: Registro do grupo B1

Agora, iniciando o esboço da planta baixa, com o auxílio de data show para a apresentação de slides, orientamos oralmente as seguintes técnicas: tendo sido convertido nossas medidas para a escala de 3:100, com o auxílio do esquadro e com uma régua em paralelo, traçamos as retas exteriores e em seguida as de interior, assim calculamos a área total, dado pela soma da área das paredes juntamente com a área interior. Como estamos trabalhando um espaço que já existe, respeitamos a posição onde a porta se encontra e desenhamos a abertura da porta com auxílio de um compasso.

Vejamos um exemplo de esboço na figura 7 de uma planta baixa do ambiente explorado:

Figura 7 – esboço da planta baixa



Fonte: Registro do grupo B1

Após os três grupos terem desenhado seus respectivos esboços, iniciamos uma discussão a respeito de como o ambiente estava organizado, onde a questão central foi se quando havia alguma apresentação de trabalhos ou até mesmo aulas, sentiam-se bem acomodados para acompanhas o desenvolvimento das atividades naquele ambiente. Alguns alunos queixaram-se de que os móveis não favoreciam um bom aproveitamento do espaço, outros porém, apontavam que em diversas situações tiveram que decidir entre visualizar a atividade que estava sendo apresentada ou ter um bom apoio do seu material nas mesas, pois em variadas situações ficavam de costas para o professor. Já a maior parte lembrou em nossa conversa que a maneira como as mesas estão dispostas não possibilita uma visão ampla de todo o espaço da sala. Esses indicativos a respeito das disposições das mesas no espaço interno do laboratório, podem ser visualizados pela seguinte fotografia, conforme a figura 8:

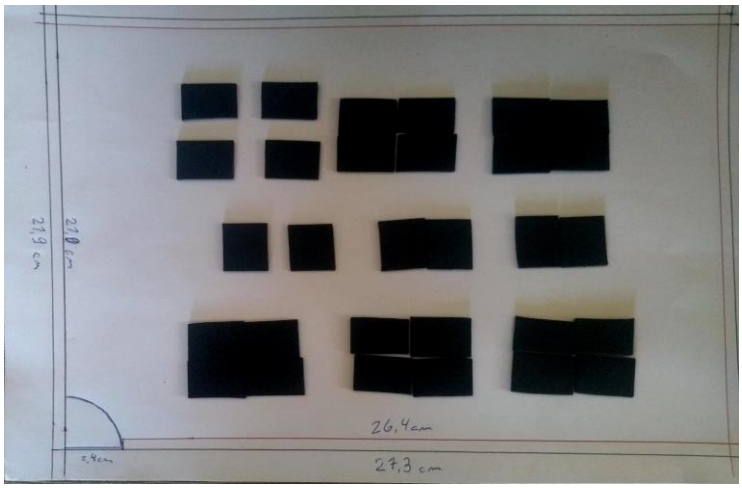
Figura 8 – agrupamento de mesas no laboratório

Fonte: Arquivo pessoal

Como podemos observar nas posições das mesas na figura 8, comprova-se o que foi apontado pelos alunos anteriormente.

Seguimos agora para o terceiro momento, nesta etapa da aplicação da modelagem fizemos uma experimentação de como seria uma boa maneira de dispor as mesas a fim de sanar as principais dificuldades apontadas. Para isto, pedimos aos alunos que considerassem manter a mesma capacidade de acomodar o correspondente a um total de 30 alunos. Para esta experimentação o autor deste trabalho, que foi o professor a conduzir esta aplicação, previamente preparou retângulos em uma folha de emborrachado preto (figura 8), com medidas de 1,8cm por 2,4cm, deste modo, obedecendo a escala de 3:100 aplicada nas dimensões dos tampos das mesas de medidas iguais de 60cm por 80cm. Exemplificando a posição habitual das mesas, como mostra a figura 9, nessa figura também observamos as composições de quatro e duas mesas evidenciando que as demais também são grupos de mesas.

Figura 9 – Agrupamento das mesas do laboratório no esboço da planta baixa



Fonte: Arquivo pessoal

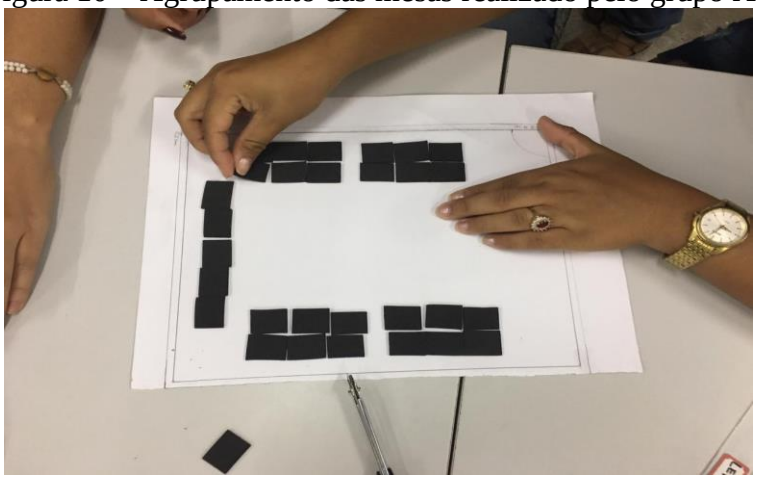
Na figura 9 temos uma visão do esboço, juntamente com o emborrachado simulando as mesas, a formação é composta por seis “mesões” de quatro mesas cada, perfilados nas laterais do laboratório, e perfilados ao centro do nosso espaço vemos três “mesões” de duas mesas cada.

Feita esta observação sobre a forma original, pedimos que os alunos levassem seus esboços e o emborrachado cortado para casa, afim de que os grupos pensassem outra maneira de organizar as mesas, para que ao decidirem qual formação seria adotada. Como eles apontaram as situações que se tornam incomodas durantes as aulas, pedimos que eles fizessem a defesa dos seus projetos de organização das mesas na aula seguinte. Após rever os procedimentos adotados durante a aplicação da modelagem matemática, verificamos no tocante a *interação* que estavam devidamente familiarizados com a situação problema e já haviam desenvolvido habilidades com

o manuseio de instrumentos como régua, compasso e esquadro, além de ter mobilizado nestas fases, o conhecimento sobre escala de medidas.

Nas figuras adiante, veremos exemplos propostos e defendidos oralmente pelos alunos no segundo dia de aplicação.

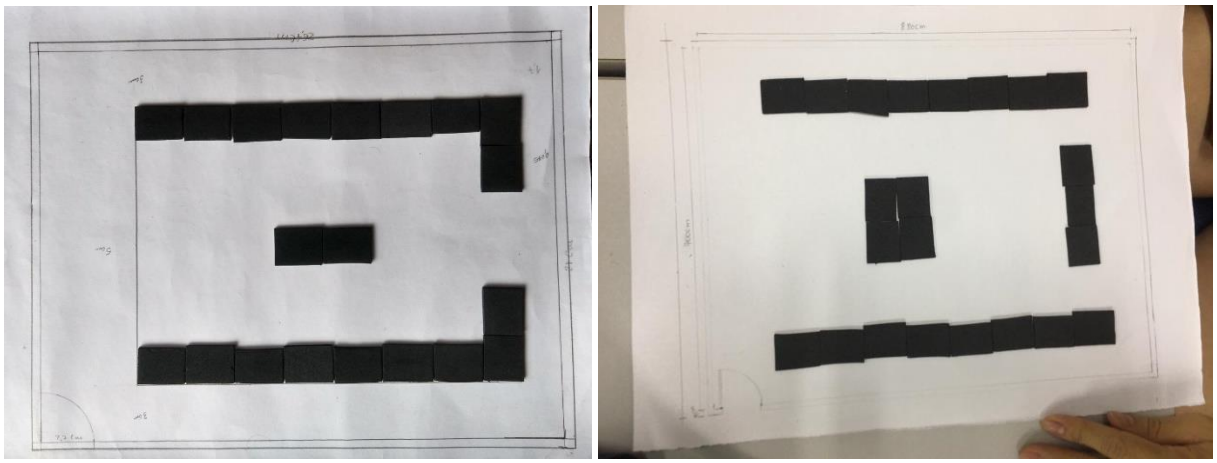
Figura 10 – Agrupamento das mesas realizado pelo grupo A1



Fonte: Registro do grupo A1

Este grupo ainda estava em fase de reorganização, ainda conservando grandes blocos de mesas, mas vale destacar a formação em “C” em que as mesas foram dispostas. Este a padrão será recorrente nas experimentações realizadas. Podemos observar na figura 11 a que a forma de “C” foi também a maneira que os grupos B1 e C1, acharam conveniente para este espaço que requer uma grande interação entre os alunos.

Figura 11 – Agrupamento de mesas dos grupos B1 e C1



Fonte: Registro dos grupos B1 e C1

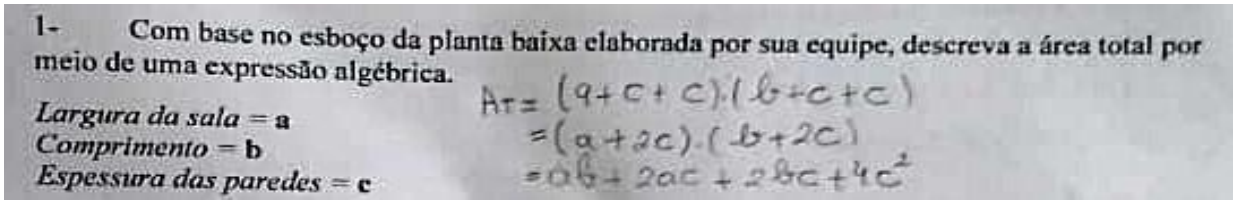
Estes dois grupos, o B1 e C1 dispuseram as mesas de maneiras bastante semelhantes nos seguintes aspectos destacados pelos grupos*: “quisemos fazer uso de uma quantidade menor de*

mesas, pois comumente já sentamos em três alunos para cada duas mesas, não há incomodo nenhum, optamos também por dois L para facilitar o acesso dos alunos a todas as cadeiras, optamos também por duas mesas ao centro para que facilite apresentações de jogos por exemplo." Assim relata o grupo B1. Já o C1 prefere perfilar as mesas. *"Decidimos que seja em linha, pois dessa forma teremos duas aberturas para a locomoção no fundo do laboratório, optamos também em reduzir a quantidade de mesas por também verificarmos que durante as aulas esta é a media de ocupação que é de três alunos para cada duas mesas; no centro optamos por um mesão composta por quatro mesas por imaginarmos que não sabemos exatamente qual material pode ser apresentado".*

Para que estes alunos desenvolvessem as fases da *matematização* e *validação,* fases de importante papel para contemplar a efetivação da modelagem matemática, desenvolvemos um exercício que após as defesas dos padrões de organização por eles desenvolvidos, estes exercícios tiveram o papel de por meio da aplicação de expressões algébricas adquirir uma formula que pode ser aplicado a qualquer modo como as mesas podem ser organizadas, com o intuito de trabalharmos os conteúdos de área e perímetro. Feita estas considerações iniciais, aplicamos o seguinte exercício (Apêndice D) relativo à atividade 2. A seguir as figuras 12, 13 14, e 15 constam as respostas dos grupos.

1 - Com base no esboço da planta baixa elaborada por sua equipe, descreva a área total por meio de uma expressão algébrica. *Largura da sala* = **a**; *Comprimento* = **b**; *Espessura das paredes* = **c**

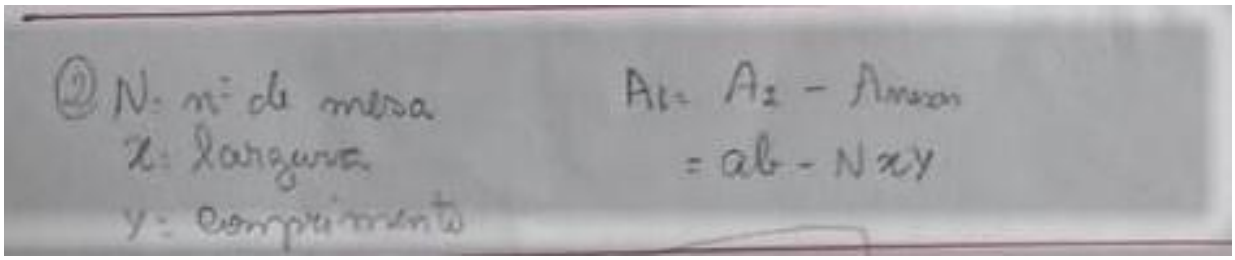
Figura 12 – Questão 1 / Atividade 2 do Grupo C1



Fonte: registro do grupo C1

2 - Agora descreva uma expressão algébrica que possa auxiliar na obtenção da área livre para a circulação, sendo a área da mesa: *(x. y)* e o número de mesas *(n)*

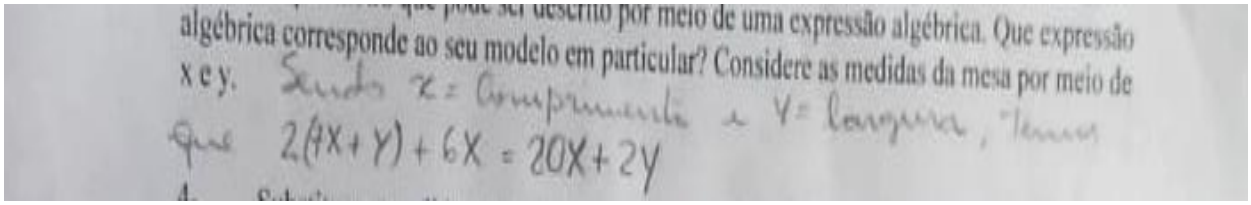
Figura 13 – Questão 2 / Atividade 2 do Grupo C1



Fonte: Registro do grupo C1

Tendo em vista a diversidade de formas de organizar as mesas nesta sala, seu modelo possui um perímetro que pode ser descrito por meio de uma expressão algébrica. Que expressão algébrica corresponde ao seu modelo em particular? Considere as medidas da mesa por meio de x e y.

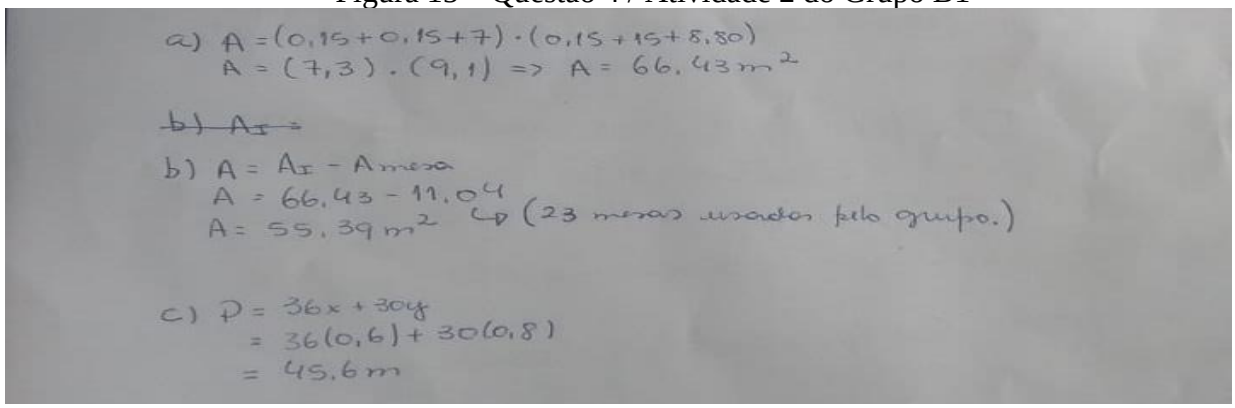
Figura 14 – Questão 3 / Atividade 2 do Grupo A1



Fonte: Registro do grupo A1

Substitua as medidas catalogadas na aula anterior nas expressões algébricas obtidas nos problemas: 1, 2 e 3. a) Qual é a área total? b) Qual a área livre para circulação? c) Qual o perímetro correspondente ao modelo proposto pela sua equipe?

Figura 15 – Questão 4 / Atividade 2 do Grupo B1



Fonte: Registro do grupo B1

Aplicando o conhecimento sobre expressões algébricas, este exercício buscou mobilizar também o conhecimento de área e perímetro. Na medida em que era desenvolvida a atividade, também viabilizou a validação dos modelos propostos pelos grupos, que consistia no melhor aproveitamento do espaço.

4.3 Validação

Já neste último momento, com a finalidade de termos uma interpretação quanto a validade dos modelos obtidos fizemos um comparativo entre as respostas do exercício. Observamos que independentemente da quantidade de mesas a ser escolhida por cada grupo, podíamos definir apenas uma expressão algébrica que atenderia a necessidade de calcular área e perímetro, e estas expressões avaliamos como modelo. No quadro 7 vemos estas expressões:

Quadro 7 – expressões algebricas

Expressões algébricas	
Área total	(2c+a) * (2c+b)
Área livre	a*b -(N*x*y)
Perímetro	NL*0,8m+Nl*0,6m

Fonte: arquivo pessoal

Ao término da correção do exercício, promovemos uma conversa entre os grupos, também concordamos que a partir das disposições das mesas representadas pela experimentação com o emborrachado, avaliamos que também é um modelo, pois estes modos de organização podiam deduzir uma solução para o problema com a utilização do ambiente.

5 HABILIDADES E COMPETÊNCIAS MOBILIZADAS

Este capítulo apresenta uma perspectiva de competências e habilidades profissionais mobilizadas, sejam elas esperadas ou a desenvolver pelos alunos participantes considerando essa situação específica de Modelagem Matemática. Para tanto usamos as respostas dos licenciandos quanto ao Mapa da modelagem para a proposta de modelagem *Desenhando uma planta baixa para o LEPEM* (Apêndice E), como também o Mapa das competências e habilidades para a Modelagem (Apêndice F). Ao final como autor, apresentaremos reflexões pessoais aos desafios oriundos da aplicação da proposta, também em terno de competências e habilidades.

5.1 Conhecimento sobre Modelagem Matemática

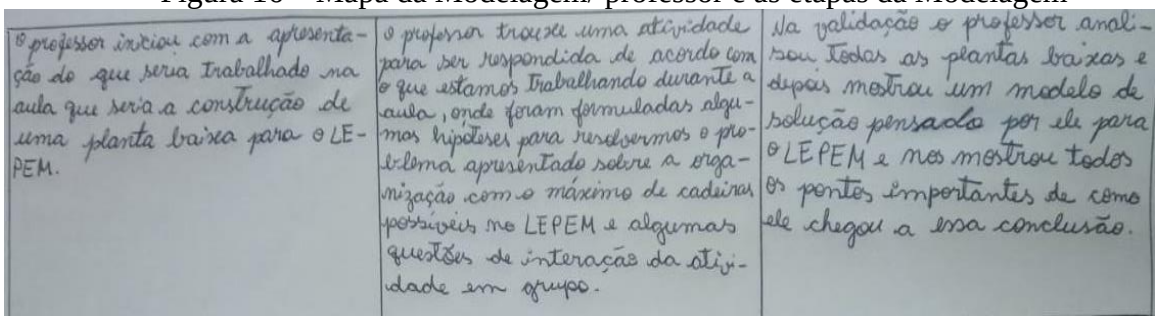
Através do Mapa da modelagem - descrição e análise da modelagem *Construindo uma planta baixa para o LEPEM* – analisamos como os estudantes perceberam as três etapas de uma aplicação da modelagem matemática segundo Biembengut e Hein (2011), que são: *Interação*, que trata do reconhecimento da situação-problema e familiarização com o assunto a ser modelado (referencial teórico); *Matematização*, a formulação do problema, hipótese e resolução do problema em termos do modelo; *Validação*, interpretação da solução e validação do modelo e avaliação.

Estes três aspectos formaram as colunas do nosso quadro e as linhas são a descrição do que o professor (autor deste trabalho) e do que os alunos (licenciandos participantes da aplicação) executaram em cada fase da modelagem. Da mesma forma, a necessária observância de quais recursos foram utilizados e por quem fez o uso em cada fase da modelagem.

Apresentamos aqui registros realizados pelo grupo A2. Este grupo esteve presente em ambos os dias de execução da proposta de modelagem e também foi o grupo que pontuou aspecto positivo e a melhorar, ou seja, fez o registro de toda proposta. Não consideraremos os grupos B2 e C2 nestes registros, pois não houve comparecimento no segundo dia de aplicação da proposta, portanto não foi possivel tornar conhecido os registros desses grupos, no entanto, chamamos atenção para pesquisas futuras a respeito da possivel relação entre a aplicação da proposta de Modelagem e a evasão ocorrida pelos observadores.

A aluna M do grupo A2 descreve na figura 16 o que o professor realizou em cada etapa da modelagem:

Figura 16 – Mapa da Modelagem/ professor e as etapas da Modelagem

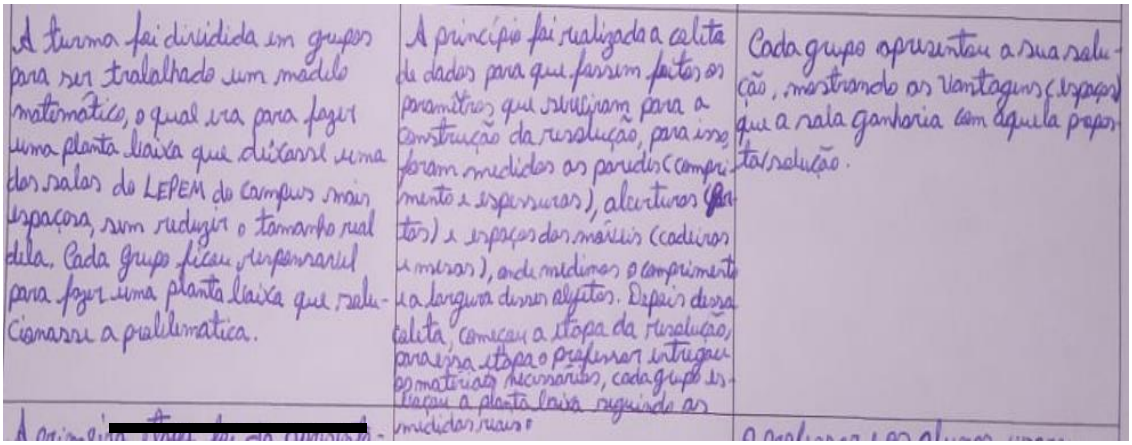


Fonte: Registro do grupo A2

Por este registro, na percepção da aluna (observadora), podemos entender que a *interação* se inicia a partir da apresentação do tema a ser trabalhado com os demais alunos, e de fato, ao apresentar o tema proposto, levantamos questionamentos pertinentes ao entendimento de como construir um esboço de uma planta baixa e suas principais características a serem consideradas. Na *matematização,* a atividade citada pela aluna observadora, trata-se dos apêndices D e F, ao qual foram meio para o envolvimento dos conteúdos matemáticos previstos no currículo pertinente ao ensino médio; vale comentar também, que estes apêndices, D e F, ajudaram na construção das expressões algébricas que adiante seria também nosso modelo além da própria planta baixa desenhada e usada na experimentação para novas possíveis organizações da sala. Tratando agora da *validação,* o mediador, convidou os alunos a fazerem uma apresentação da proposta de realocação das mesas para que houvesse maior acomodação e aproveitamento da sala. Em seguida, iniciamos a busca do modelo algébrico que poderia ser aplicado nas soluções do espaço físico. Os alunos apresentaram as soluções em termos matemáticos, expressões algébricas, por fim houve a discussão quanto a validade dos modelos, isto é, sua aplicabilidade.

Atentando agora aos registros da aluna P, do grupo A2, na figura 17, ela descreve o que os grupos A1, B1 e C1 realizaram em cada fase da modelagem.

Figura 17 – Mapa da Modelagem/ alunos e as etapas da Modelagem

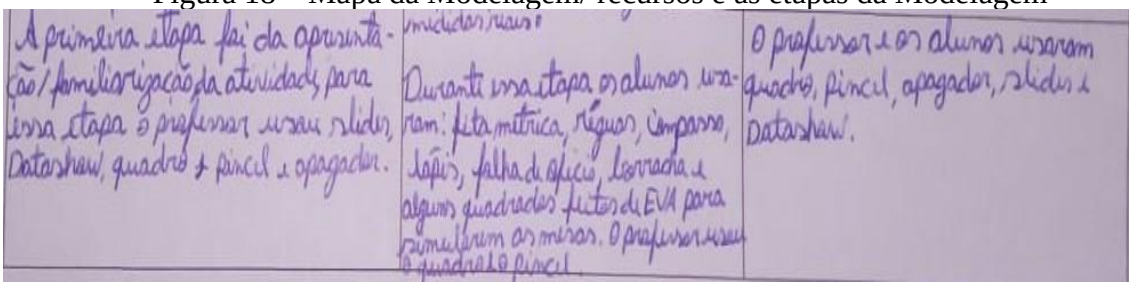


Fonte: Registro do grupo A2

Nas etapas da modelagem desenvolvidas pelos alunos, a aluna P por meio da figura 17, descreve no espaço referente a *interação,* que os alunos organizaram-se em grupos para iniciarmos a aplicação da proposta de modelagem, também de maneira pouco detalhada, apresenta a finalidade da formação dos grupos, que foi a de construir o esboço da planta baixa. No espaço ao qual cabe o registro da *matematização*, há o relato do processo de verificação das medidas originais do LEPEM para que, após a conversão das medidas reais para a escala de 3cm : 100cm, os alunos fizessem o esboço da planta baixa que seria utilizada na experimentação simulando as posições das mesas, e por fim toma nota que houve a apresentação de tais plantas com a disposição dos móveis. Na *validação,* a aluna P salienta a realização das soluções encontradas pelos grupos A1, B1 e C1, estas soluções foram convergentes para expressões algébricas.

Por fim, a aluna P apresenta na figura 18, os recursos didáticos utilizados pelo professor e pelos alunos e em cada etapa da modelagem, em sequência:

Figura 18 – Mapa da Modelagem/ recursos e as etapas da Modelagem



Fonte: Registro do grupo A2

Durante a *Interação*, a aluna P toma nota para apenas o uso de materiais por parte do professor, e lista o uso de slides, datashow, quadro, pincel e apagador. Neste primeiro momento o professor mediou uma conversa com os alunos a respeito das características, e finalidade que compõe uma planta baixa. Na *matematização,* o professor ainda continuou usando os materiais

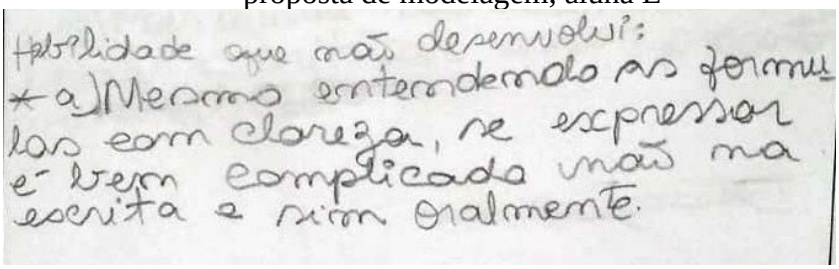
na etapa anterior, mas os alunos fizeram uso de fita métrica para a obtenção das medidas, para o desenho do esboço da planta e utilizaram régua, compasso, lápis, folha de tamanho A3, borracha e também o esquadro que não foi citado; já na experimentação da organização da sala, os alunos utilizaram a planta elaborada pelos grupos e emborrachado retangular, com tamanho na escala proposta de 3cm : 100cm, representando as mesas. Por fim, tanto o professor como os alunos, utilizaram na *validação* os mesmos materiais apresentados na etapa da interação.

5.2 Mapa das competências e habilidades para a modelagem

Neste tópico, voltamos nossa atenção para coleta de dados sobre o que se espera que o licenciando do Curso de Matemática tenha desenvolvido com a experiência e o que poderia ter desenvolvido em termos de competências e habilidades estabelecidas nas DCN (BRASIL, 2001). Assim, propomos aos licenciandos a seguinte questão: *a sua experiência com a atividade de modelagem - Construindo uma planta baixa para o LEPEM- colaborou no desenvolvimento de competências/habilidades próprias do professor de matemática?*

Ao analisarmos as autoavaliações, verificamos a diversidade no modo como cada aluno interagiu com a proposta de modelagem e como esta é percebida para sua formação e tratando das competências e habilidades estabelecidas para os cursos de Matemática, Bacharelado e licenciatura DCN (BRASIL, 2001), a aluna E justifica na figura 19 a não contemplação da "Capacidade de expressar-se escrita e oralmente com clareza e precisão" (BRASIL, 2001, p. 3).

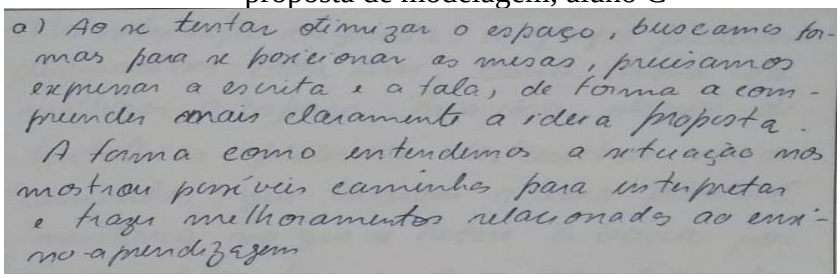
Figura 19 – Justificativa do não desenvolvimento da habilidade/competência a partir da proposta de modelagem, aluna E



Fonte: Registro da aluna E

Não diferente de todas competências e habilidades das DCN (2001), a evidenciada pela aluna E, é de suma importância para nossa desenvoltura e segurança como profissional da educação, e para o aluno C esta competência é observada de maneira positiva, argumenta na figura 20:

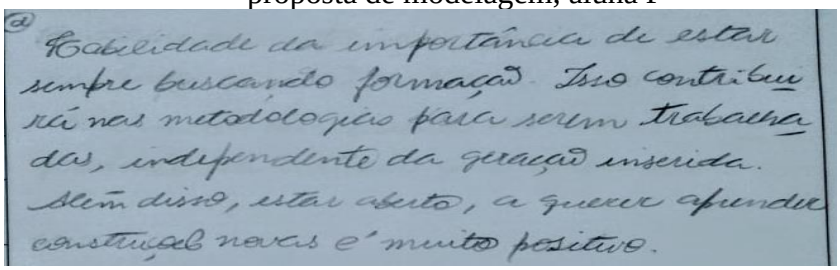
Figura 20 – Justificativa do desenvolvimento da habilidade/competência a partir da proposta de modelagem, aluno C



Fonte: Registro do aluno C

A aluna F percebe que a proposta favoreceu na "Capacidade de aprendizagem continuada, sendo sua prática profissional também fonte de produção de conhecimento." (BRASIL, 2001, p. 3). E podemos ver sua justificativa na figura 21 a seguir:

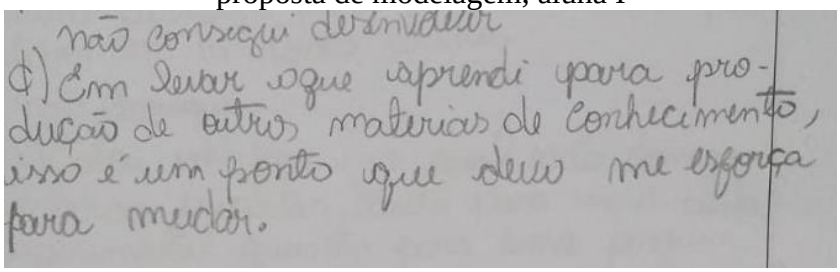
Figura 21 – Justificativa do desenvolvimento da habilidade/competência a partir da proposta de modelagem, aluna F



Fonte: Registro da aluna F

Por sua vez, a aluna I reflete, na mesma competência da aluna F, que ela deve melhorar nesta competência, vejamos sua justificativa na figura 22:

Figura 22 – Justificativa do não desenvolvimento da habilidade/competência a partir da proposta de modelagem, aluna I

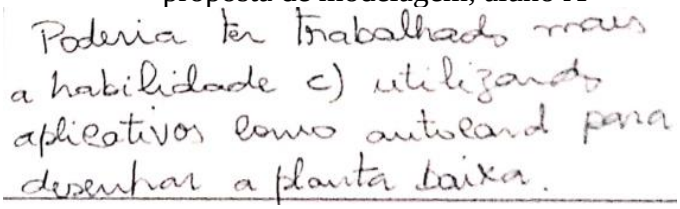


Fonte: Registro da aluna I

Esta proposta estando aberta para ser melhorada, é vista como oportunidade de maior envolvimento das tecnologias como recurso didático, e o aluno A assinala a "Capacidade de compreender, criticar e utilizar novas ideias e tecnologias para a resolução de problemas." (BRASIL, 2001, p. 3). Como uma competência a ser alcançada do ponto de vista tecnológico, vejamos a sugestão do aluno A na imagem 23:

Figura 23 – Sugestão para a o desenvolvimento da habilidade/competência a partir da

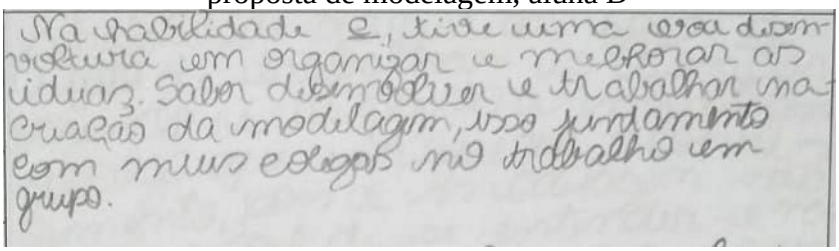
proposta de modelagem, aluno A



Fonte: Registro do aluno A

Este aplicativo citado pelo aluno A, é utilizado por projetistas para desenhos técnicos elaborados em duas ou três dimensões, de maneira geral este é um dos programas mais conhecidos no ramo da engenharia civil, mas que podemos utiliza-lo como ferramenta de ensino como descrito por este aluno que também é técnico em topografia e já utilizou este programa fora da licenciatura. No entanto, sem foco nas tecnologias possíveis a aluna D identifica esta habilidade como positiva, conforme a figura 24 a seguir.

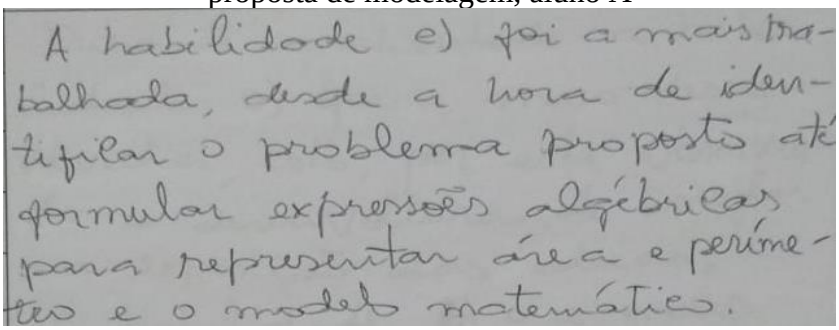
Figura 24 – Justificativa do desenvolvimento da habilidade/competência a partir da proposta de modelagem, aluna D



Fonte: Registro da aluna D

Tornando evidente a contribuição da proposta de modelagem no desenvolvimento profissional, o aluno A aponta através da "Habilidade de identificar, formular e resolver problemas na sua área de aplicação, utilizando rigor lógico-cientifico na análise da situação-problema" (BRASIL, 2001, p. 3), esta aplicação favoreceu seu desenvolvimento, vejamos sua consideração na figura 25.

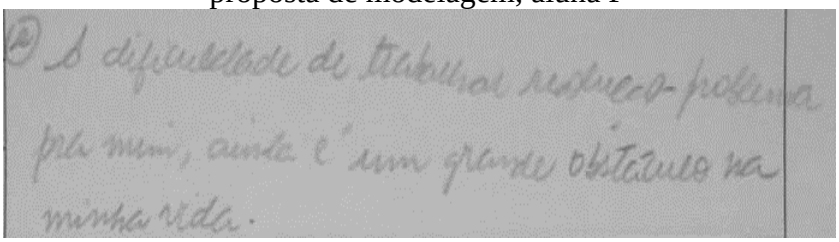
Figura 25 – Justificativa do desenvolvimento da habilidade/competência a partir da proposta de modelagem, aluno A



Fonte: Registro do aluno A

Esta habilidade favoreceu a reflexão na aluna F, que embora não tenha sido desenvolvida por ela, revela ser preciso apegar-se ao seu engajamento profissional para sanar a dificuldade apresentada, conforme a figura 26.

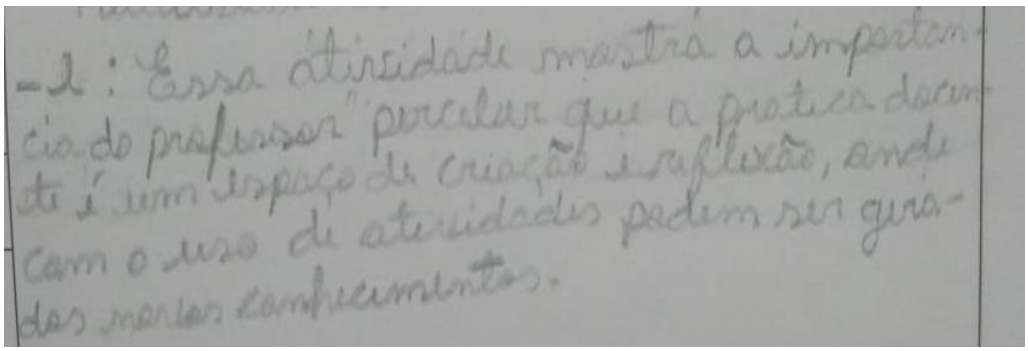
Figura 26 – Justificativa do desenvolvimento da habilidade/competência a partir da proposta de modelagem, aluna F



Fonte: Arquivo pessoal

Agora, tratando de competências e habilidades que são próprias do educador matemático, os futuros professores participantes desta proposta de modelagem, apontaram de maneira positiva seu uso, por possibilitar ainda em formação o alcance da capacidade de "Perceber a prática docente de Matemática como um processo dinâmico, carregado de incertezas e conflitos, um espaço de criação e reflexão, onde novos conhecimentos são gerados e modificados continuamente." (BRASIL, 2001, p. 4). E como justifica a aluna L na figura 27:

Figura 27 – Justificativa do desenvolvimento da habilidade/competência a partir da proposta de modelagem, aluna L

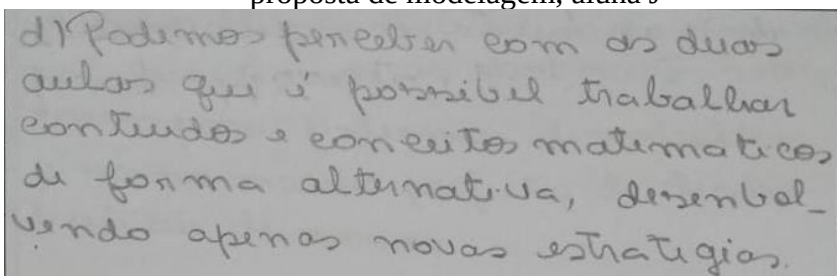


Fonte: Registro da aluna L

Na percepção desta aluna, esta prática de ensino é também uma maneira de os professores romperem com o tradicionalismo das aulas, além de a Modelagem Matemática também ser uma ponte para a construção do conhecimento matemático. E como de maneira a dar suporte à justificativa da aluna L, por meio da figura 28, a aluna J relata positivamente o uso da Modelagem Matemática ao perceber a capacidade de "Desenvolver estratégias de ensino que favoreçam a criatividade, autonomia e a flexibilidade do pensamento matemático dos

educandos, buscando trabalhar com mais ênfase nos conceitos do que nas técnicas, fórmulas e algoritmos.” (BRASIL, 2001, p. 4).

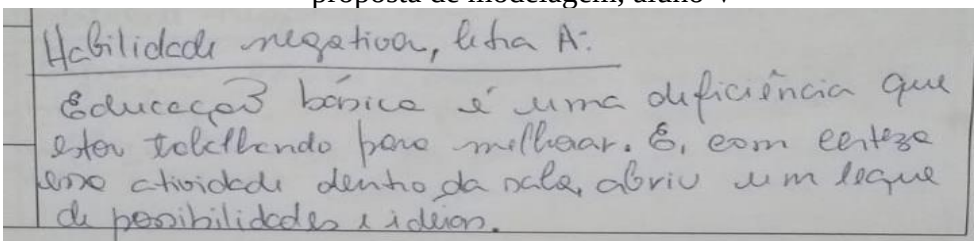
Figura 28 – Justificativa do desenvolvimento da habilidade/competência a partir da proposta de modelagem, aluna J



Fonte: Registro da aluna J

Nesta proposta ficou claro que nem todos os alunos mobilizaram competências e habilidades iguais, tornando necessário também perceber lacunas próprias de cada futuro professor. Ainda que alguma capacidade não tenha sido mobilizada, esta capacidade, ainda assim favoreceu reflexões pessoais de como nós alunos podemos melhorar nossas carências individuais para que exerçamos a profissão de professor. E uma dessas reflexões pessoais é possível notar ao que registra o aluno V na figura 29:

Figura 29 – Justificativa do não desenvolvimento da habilidade/competência a partir da proposta de modelagem, aluno V



Fonte: Registro do aluno V

A habilidade a qual o aluno V faz justificativa da não mobilização é a de “Elaborar propostas do ensino-aprendizagem de matemática para a educação básica” (BRASIL, 2001, p. 4). Mas a modelagem surge para ele como uma maneira de alcançar esta competência, que é própria do licenciado em Matemática.

De forma geral, nos quadros 8 e 9, listamos as competências e habilidades que foram identificadas pelos alunos como aquelas que foram mobilizadas na proposta e aquelas que poderiam ter sido consideradas.

Quadro 8 - Competências e habilidades identificadas pela proposta a partir das DCN

COMPETÊNCIA/HABILIDADES IDENTIFICADAS	ALUNOS QUE IDENTIFICARAM
Capacidade de expressar-se escrita e oralmente com clareza e precisão;	**C**
Capacidade de trabalhar em equipes multidisciplinares	**B, I e W**
Capacidade de compreender, criticar e utilizar novas ideias e tecnologias para a resolução de problemas.	**D, E, L e V**
Capacidade de aprendizagem continuada, sendo sua pratica profissional também fonte de produção de conhecimento	**F e H**
Habilidade de identificar, formular e resolver problemas na sua área de aplicação, utilizando rigor lógico-cientifico na análise da situação-problema.	**A, G, J, P e S**
Estabelecer relações entre a Matemática e outras áreas do conhecimento	**K e M**
Competências e habilidades próprias do educador matemático	
Elaborar propostas do ensino-aprendizagem de matemática para a educação básica;	**B e S**
Analisar, selecionar e produzir materiais didáticos;	**E, K e M**
Analisar criticamente propostas curriculares de matemática para a educação básica;	**I**
Desenvolver estratégias de ensino que favoreçam a criatividade, autonomia e a flexibilidade do pensamento matemático dos educandos, buscando trabalhar com mais ênfase nos conceitos do que nas técnicas, fórmulas e algoritmos;	**C, D, F, G, H, J, P e V**
Perceber a pratica docente de Matemática como um processo dinâmico, carregado de incertezas e conflitos, um espaço de criação e reflexão, onde novos conhecimentos são gerados e modificados continuamente;	**A e L**
Contribuir para a criação de projetos dentro da escola básica.	**W**

Fonte: Adaptada pelo autor.

Foi possível também pelo Mapa das competências e habilidades identificar aquelas que não foram citadas pelos alunos, ou que os mesmos não associaram à proposta. Vejamos o quadro 9 a seguir.

Quadro 9 - competências e habilidades não identificadas pela proposta a partir das DCN

COMPETÊNCIA/HABILIDADES NÃO IDENTIFICADAS	ALUNOS QUE NÃO IDENTIFICARAM

Capacidade de expressar-se escrita e oralmente com clareza e precisão;	A, E e P
Capacidade de trabalhar em equipes multidisciplinares	L
Capacidade de compreender, criticar e utilizar novas ideias e tecnologias para a resolução de problemas.	A e M
Capacidade de aprendizagem continuada, sendo sua pratica profissional também fonte de produção de conhecimento	I
Habilidade de identificar, formular e resolver problemas na sua área de aplicação, utilizando rigor lógico-cientifico na análise da situação-problema.	F e W
Conhecimento de questões contemporâneas	D, G e J
Realizar estudos de pós-graduação	S
Competências e habilidades próprias do educador matemático	
Elaborar propostas do ensino-aprendizagem de matemática para a educação básica;	D, K e V
Analisar, selecionar e produzir materiais didáticos;	A, J e P
Analisar criticamente propostas curriculares de matemática para a educação básica;	E e S
Desenvolver estratégias de ensino que favoreçam a criatividade, autonomia e a flexibilidade do pensamento matemático dos educandos, buscando trabalhar com mais ênfase nos conceitos do que nas técnicas, fórmulas e algoritmos;	L
Contribuir para a criação de projetos dentro da escola básica.	B e G

Fonte: Adaptada pelo autor.

Como vimos, a Modelagem Matemática além de ser uma metodologia de ensino, possibilita o desenvolvimento de competências e habilidades que se espera que sejam desenvolvidas ainda durante o curso de formação inicial. A Modelagem traz à luz nossa reflexão individual, nossas dificuldades a serem amenizadas, para o bom desempenho como professores da educação básica.

5.3 Competências profissionais e a prática docente: reflexões pessoais

Neste tópico, trataremos da experiência vivida pelo licenciando autor deste trabalho e da reflexão feita quanto a condução da proposta e as contribuições que a Modelagem

Matemática favoreceu no desenvolvimento das suas competências profissionais associadas à prática docente.

Ao ter contato com a Modelagem Matemática na prática, tivemos a oportunidade de adquirir familiaridade com preocupações que são próprias do professor que deseja implementar este modo de ensinar. Também nos preocupamos com a elaboração de aulas que mantenham o interesse dos alunos em aprender. E neste sentido, a oportunidade de mediar aulas de modelagem favoreceu nossa percepção de como nossas competências profissionais foram atingidas ou ainda as que devemos reparar. Por exemplo, houve a percepção da baixa desenvoltura em manusear equipamentos tecnológicos, e desenvolver a "Capacidade de compreender, criticar e utilizar novas ideias e tecnologias para a resolução de problemas" (BRASIL, 2001, p. 3). E aqui recordamos a sugestão do aluno A para a melhoria da proposta com a utilização de aplicativos, no entanto esta dificuldade no uso de tecnologias é uma barreira a ser superada.

Dentre as competências profissionais que mobilizamos e, portanto, que houve ganho no amadurecimento profissional, destacamos que a "Capacidade de expressar-se escrita e oralmente com clareza e precisão" (BRASIL, 2001, p. 3). Foi uma das que houve maior desenvolvimento, visto que foi necessário durante a mediação, em muitos momentos, reformular explicações para questões levantadas pelos grupos. A prática docente com a modelagem ainda auxiliou na percepção do envolvimento de outra competência, a de "Estabelecer relações entre a Matemática e outras áreas do conhecimento" (BRASIL, 2001, p. 3). Pois ao elaborarmos um elemento comum para a engenharia civil, que é a planta baixa, temos a relação entre a Matemática a ser ensinada como conteúdo curricular e a construção civil, desenvolvidas de maneiras complementares para que a planta baixa não fosse elaborada sem finalidade educacional.

Por fim, reconhecer que as primeiras práticas com a modelagem é familiarizar-se com este processo de ensino desafiador, que agrega valor não apenas em termos de conhecimento para os alunos, mas que agrega e gera reflexões sobe a prática docente, torna o aprimoramento do ensino da Matemática através da Modelagem uma construção direta pelo engajamento profissional visando que este professor deve sempre estar melhorando sua abordagem.

6 CONCLUSÕES

Neste trabalho, com o intuito de discutir competências e habilidades profissionais por meio da Modelagem Matemática, buscamos responder nossa questão central que consiste em investigar: *quais competências e habilidades profissionais (mobilizadas ou a desenvolver) emergem dos licenciandos quando estes vivenciam a modelagem Desenhando uma planta baixa para o ensino de matemática*?

Para o efetivo entendimento acerca de competências e habilidades profissionais, estudamos alguns documentos oficiais e tomamos por base nas Diretrizes Curriculares Nacionais para o ensino da Matemática (DCN) aprovada em 2001 e a Base Nacional Comum da Formação de Professores da Educação Básica (BNC – Formação) de 2019. Por este último documento, refletimos sobre aspectos que caracterizam o desenvolvimento de competências de modo a relacionar com nossa experiência particular. Podemos dizer que esta proposta de Modelagem Matemática ajudou no alcance do conhecimento profissional por resgatar conhecimentos da teoria necessária para a implementação de uma proposta de ensino, por exemplo os procedimentos que são orientados por Biembengut e Hein (2011). De fato, tais procedimentos foram a base para nossa aplicação da proposta e também próprios objetos de conhecimento, que favorecem o desenvolvimento da competência ao criarmos familiaridade não em só por conhecer o objeto, mas também com o modo de ensiná-lo.

Entendemos a prática profissional como o modo como o professor desenvolve sua maneira de ensinar. As DCN (BRASIL, 2001) trazem competências e habilidades que aspiram para o pleno exercício da profissão, e assim como para os licenciandos, como também para o autor deste trabalho, identificamos neste documento competências e habilidades associadas à proposta de Modelagem vivenciada.

Tendo a observância dos apontamentos apresentados no quadro 8 podemos perceber que houve uma grande convergência entre os alunos para a habilidade de “Desenvolver estratégias de ensino que favoreçam a criatividade, autonomia e a flexibilidade do pensamento matemático dos educandos, buscando trabalhar com mais ênfase nos conceitos do que nas técnicas, fórmulas e algoritmos” (BRASIL, 2001, p.4). O que está em plena conformidade com o que se espera na BNC-formação (BRASIL, 2019) ao dizer que a prática profissional deve favorecer, por meio deste professor, uma educação efetiva nos alunos do ensino básico através de estratégias de ensino, assim também esta proposta cumpre o que recomenda este mesmo documento, ao

registrar que “por meio da prática, como homologia de processos, que o licenciado vive, no curso de sua formação, os mesmos processos de aprendizagem que se quer que ele desenvolva com seus estudantes da Educação Básica” (BRASIL, 2019, p.16).

De modo a abranger os três aspectos da competência profissional, o engajamento que o professor desempenha na comunidade escolar se faz necessária a fim de que os seus alunos assimilem os objetos de conhecimento com maior clareza. Deste modo, revelando para si que é necessária a busca de novas metodologias de ensino. E para o autor desta proposta de ensino, houve ganho significativo no que concerne o preparo para implementar esta sequência didática em sala de aula, pois ao estudar com maior profundidade a própria Modelagem, adquiriu maior segurança e compreensão da habilidade de “Perceber a prática docente de Matemática como um processo dinâmico, carregado de incertezas e conflitos, um espaço de criação e reflexão, onde novos conhecimentos são gerados e modificados continuamente” (BRASIL, 2001, p. 4). Havendo dessa maneira o aperfeiçoamento profissional ainda durante a formação inicial.

Após identificarmos nos documentos possíveis competências e habilidades a serem desenvolvidas ainda durante formação inicial e que podem ser contempladas a partir da Modelagem, elaboramos o instrumento Mapa das Competências e habilidades em Modelagem. Posteriormente, essa discussão foi aprofundada com os alunos da disciplina de Laboratório do Ensino da Matemática II. A proposta revelou-se contemplar de modo positivo diversas competências e habilidades. No entanto, a possibilidade de discutirmos competências e habilidades voltadas para o desenvolvimento de estratégias de ensino da Matemática que contemplem também tecnologias da informação e comunicação, na abordagem empregada, mostrou-se não suficiente como apontado pelos alunos A e M.

Pela nossa investigação, conhecemos um pouco da estrutura curricular do curso, tendo a finalidade de estabelecer algumas condições para um maior aproveitamento do potencial formativo da Modelagem Matemática e percebemos que alguns conhecimentos não são suficientemente organizados, no sentido de contemplar com maior profundidade a discussão das competências e habilidades profissionais. Por exemplo, assuntos abordados nas disciplinas de Laboratório que são fundamentais no desenvolvimento profissional, visto que favorecem o aprendizado de novas práticas de ensino. Um desses conteúdos previstos na ementa é a Modelagem Matemática, para a qual a carga horária poderia ser aumentada, passando de 45 horas para 60 horas na disciplina, afim de explorar aplicações e discussões ainda mais profundas

a respeito das competências e habilidades do licenciandos em Matemática no que se refere as Diretrizes Curriculares Nacionais para os cursos de Matemática (DCN) promulgadas em 2001.

Ao abordarmos relatos de experiencias neste trabalho, buscamos a partir dos conhecimentos práticos já vivenciados por Soistak (2016); e por Meyer, Caldeira e Malheiros (2013) que evidenciam a formação de professores e a modelagem deve ir para além do conhecimento teórico, mas que seja dada também ao alunos da graduação a oportunidade de implementarem sua primeira prática ainda durante a formação, e por fim, Biembengut e Hein (2011) que alertam para imprevisibilidades e como preparar-se para conduzir uma primeira atividade com a Modelagem Matemática.

De caráter pessoal ao autor deste trabalho, podemos pontuar de maneira positiva reflexões sobre competências profissionais, pois a partir do estudo sobre Modelagem Matemática e a aplicação da proposta, foi exercitado a capacidade da expressão oral, visando comunicar com clareza os conteúdos e procedimentos matemáticos em questão e também com melhor aproveitamento destacamos o uso dos procedimentos próprios da área de conhecimento da engenharia civil para desenho do esboço da planta baixa, como mostra de que foi estabelecida a conexão entre diferentes áreas do conhecimento. Também apresento a necessidade de a partir do engajamento profissional, buscar o alcance do conhecimento acerca dos meios tecnológicos, com o intuito de como futuro professor, ter a tecnologia uma ferramenta auxiliadora no processo de aprendizagem dos alunos.

REFERÊNCIAS

ABBAGNANO, N. **Dicionário de filosofia**. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

ABNT. **Agência Brasileira de Normas Técnicas**. NBR 6492. 1994.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática:** Concepções e Experiências de Futuros Professores. 2001. 253 f. Tese Doutorado — Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro. 2001.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática.** 2. ed. São Paulo: Contexto, 2004.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática:** uma nova estratégia. 3ª ed. São Paulo, Contexto, 2011.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem matemática e implicações no ensino-aprendizagem de matemátic**a. Blumenau, Editora: Furb, 1999.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino.** 5. ed. 2ª reimpressão. São Paulo: Contexto, 2011.

BORBA, M. C.; MALHEIROS, A. P. S.; ZULATTO, R. B. A. **Educação a Distância online.** Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC. 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parecer CES/CNE n. 1302,** de 06 de novembro de 2001. dispões sobre Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática**, Bacharelado e Licenciatura.** Homologação publicada no DOU de 05/03/2002. Seção 1, p. 15.

BRASIL. Ministério da Educação. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio:** Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias. v. 2. Brasília: MEC/SEB, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parecer CNE/CP n. 22,** de 07 de novembro de 2019. Dispõe sobre Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação). Homologação publicada no DOU de 20/12/2019. seção 1, p. 142.

BURAK, D. **Modelagem matemática:** ações e interações no processo de ensino-aprendizagem. 1992. 2v. Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP. Disponível em: < http://www.repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/252996 >. Acesso em: 03 jul. 2020.

_____. **Modelagem Matemática: uma Metodologia Alternativa para o Ensino de Matemática na 5ª série**. 1987. 188 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) — Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro.

D'AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática**: teoria à prática. 4. ed. Campinas: Papirus, 1998.

FARRELLY, L. **Técnicas e representação**. Porto Alegre: Bookman, 2011.

FIORENTINI, D; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática:** percursos teóricos e metodológicos. – Campinas, SP: Autores Associados, 2006. – (Coleção formação de professores)

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social.** 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GOULART, C. **Letramento e polifonia:** um estudo de aspectos discursivo do processo de alfabetização. In: Revista Brasileira de Educação, Rio de Janeiro, n. 18, set-dez 2001.

HARTLEY, J. Case study research. In. Catherine Cassel e Gilian Symon (Eds.), **Essential guide to qualitative methods in organizational research.** London: Sage, 2004.

KOVALSKI, L. Modelagem Matemática: articulações entre a prática e propostas curriculares oficiais. In: Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, 20., 2016, Ponta Grossa. **Anais...** Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 2016.

LEIVAS, J. C. P. **Imaginação, intuição e visualização:** a riqueza de possibilidades da abordagem geométrica no currículo de cursos de licenciatura em matemática. 2009. 294 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2009.

MEC (Ministério da Educação) (2018). **Proposta para Base Nacional Comum da Formação de Professores da Educação Básica.** Disponível em <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=105091-bnc-formacao-de-professores-v0&category_slug=dezembro-2018-pdf&Itemid=30192>. Acesso em: 02 de jul. 2020

MELO, G. F. A. Saberes docentes de professores de matemática em um contexto de inovação curricular. In: FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M. (Org.). **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática:** investigando e teorizando a partir da prática. São Paulo: Musa, Campinas, SP: GEPFPM- PRAPEM- FE/ UNICAMP, 2005.

MEYER, J. C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. S. **Modelagem Em Educação** 3. ed. Belo Horizonte. Editora: Autêntica, 2013. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

NEHRING, C.M.; SILVA, D. K.; POZZOBON, M.C.C. Formação de Professores de Matemática - Articulação entre Desenvolvimento Profissional e Situações Didáticas de Modelagem. **Contexto & Educação**, v.1, p.225 - 238, 2007b.

PEREIRA, E. A Modelagem Matemática e o papel do professor de Matemática para o desenvolvimento da Criatividade. In: BRANDT, C. F., BURAK, D., KLÜBER, T. E., (org.) **Modelagem matemática:** perspectivas, experiências, reflexões e teorizações. 2. ed. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2016.

PERRENOUD, P. (1999). **Construir as competências desde a escola.** Porto Alegre (RS) Artes Medicas.

PIRES, C. M. C; CURI, E; CAMPOS, T. M. M. (coord.) **Espaço e Forma:** a construção de noções geométricas pelas crianças das quatro séries iniciais do Ensino Fundamental. São Paulo: PROEM, 2000.

ROMANATTO, M. C. Resolução de problemas nas aulas de Matemática. **Revista Eletrônica de Educação.** São Carlos, SP: UFSCar, v. 6, no. 1, p.299-311, mai. 2012. Disponível em <http://www.reveduc.ufscar.br>. Acesso em: 14 maio 2020

SAVIANI, D. Formação de professores: aspectos históricos e teóricos do problema no contexto brasileiro. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, v. 14, n.40, p.143 - 155, 2009.

SCHLIEMANN, A. L. D; CARRAHER, D. W; CARRAHER, T. N. **Na vida dez, na escola zero**. 5. ed. São Paulo: Cortez, 1991.

SILVA, E. L.; MENEZES, E. M. **Pesquisa e suas classificações.** 4. ed. Florianópolis: UFSC, 2005.

SOISTAK, A. V. Uma experiência com a Modelagem Matemática no Ensino Médio Profissionalizante. In: BRANDT, C. F., BURAK, D., and KLÜBER, T. E., orgs. **Modelagem matemática:** perspectivas, experiências, reflexões e teorizações [online]. 2 ed. rev. and enl. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2016, pp. 107-130. Disponível em <http://books.scielo.org/id/b4zpq/pdf/brandt-9788577982325-07.pdf>. acesso em: 12 maio 2020

TOLEDO, M. TOLEDO, M. **Teoria e prática de matemática:** como dois e dois: a construção da matemática. São Paulo: FTD, 2009.

UFPB. Centro de Ciências Aplicadas e Educação. Projeto Político-Pedagógico: curso de Matemática – modalidade: Licenciatura. Rio Tinto: Departamento de ciências exatas, 2006.

VIECILI, C. R. C. **Modelagem matemática:** Uma proposta para o ensino da matemática. 2006. Dissertação (mestrado em educação em ciências e matemática), Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

YIN, R. K. **Estudo de caso:** planejamento e métodos. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.

PEREIRA, E. A Modelagem Matemática e o papel do professor de Matemática para o desenvolvimento da Criatividade. BRANDT, C. F., BURAK, D., KLÜBER, T. E., (org.) **Modelagem matemática:** perspectivas, experiências, reflexões e teorizações. 2. ed. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2016.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Plano de Aula

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIENCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

PLANO DE AULA

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Cibelle de Fátima Castro de Assis

Orientando: Douglas Silva Regis

Disciplina: Laboratório do Ensino da Matemática II.

Tempo (nº de horas/aula): 4 horas/aula

OBJETIVO(S):

- Estimular o estudo de área e perímetro a partir de uma planta baixa do LEPEM

CONTEÚDO(S):

- área e perímetro de retângulos

RECURSOS DIDÁTICOS:

- Quadro branco, pincel específico, apagador, régua, esquadro, fita métrica, trena, lápis, borracha, compasso, folha A3, telefone celular, data show, emborrachado.

ESTRATÉGIAS/PROCEDIMENTOS DE ENSINO:

- Inicialmente situaremos os alunos a respeito da importância de uma planta baixa, que além de proporcionar ao construtor uma margem para custo da obra, também propicia um melhor aproveitamento do ambiente com relação aos móveis.

- Trabalhamos o conceito de escala, para podermos iniciar o desenho em um tamanho menor que o natural, assim verificamos as medidas da construção assim como também verificamos as medidas das mesas com o recurso de uma fita métrica, para que após serem aplicadas à escala desejada, sejam utilizadas no esboço de nossa planta.
- Com o intuito de um maior envolvimento dos alunos, dividimos a turma em grupos formados por quatro alunos.
- Iniciaremos o esboço da planta baixa, com o auxílio do esquadro, traçamos as retas exteriores e em seguida as de interior, assim calculamos a área total, dado pela soma da área das paredes juntamente com a área interior. Como estamos trabalhando um espaço que já existe, respeitamos a posição onde a porta se encontra e desenhamos a abertura da porta com auxílio de um compasso.
- Usando o emborrachado cortado em escala compatível com a planta, também representaremos as mesas, pois trabalharemos entorno da busca de um melhor aproveitamento da área disponível em um menor perímetro.
- Questionaremos os alunos a respeito do que no modo como os moveis estão dispostos, se em uma situação onde é necessário a apresentação de um trabalho no centro da sala, como a organização destas mesas poderiam facilitar a visualização do objeto no centro da sala.
- Feito todas as medições necessárias, faremos uma experimentação, que será correspondente a área interna da sala e com placas menores em EVA. simulando as mesas existentes no ambiente, assim permitindo que todos possam fazer a reorganização das mesas sem a necessidade de haver alteração no espaço físico existente.
- Feito essa experimentação, conduziremos os envolvidos a perceberem se conforme estão reorganizando as mesas, existe alteração no perímetro necessário para acomodar a mesma quantidade de alunos.
- Por fim, eles apresentaram as respostas no quadro a fim de que eles próprios corrijam possíveis equívocos.

AVALIAÇÃO:

- Será realizada por meio da participação no decorrer da aula onde, se fará evidente a participação, conforme os alunos estiverem cumprindo com a resolução das situações oriundas do desenvolvimento da Modelagem Matemática conforme atividade proposta. Observaremos sobretudo os registros das resoluções.

REFERÊNCIAS:

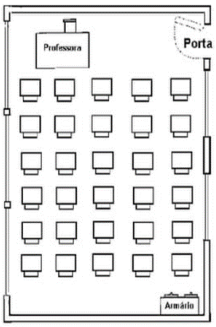
BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino.** 5. ed. 2 reimpressão. São Paulo: Contexto, 2011

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

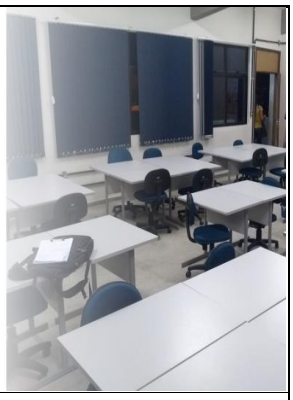
APÊNDICE B – Apresentação em Power point

Para que serve uma planta baixa?

Como fazer uma planta baixa ?



Você identifica algum problema na disposição dos móveis do LEPEM para atividades nas aulas de Laboratório?



Como fazer uma planta baixa para o LEPEM ?

Use a planta baixa do LEPEM para...

a) Representar a disposição atual dos móveis (mesas, armários e estantes) ;
b) Apresentar uma disposição que você ache interessante para a seguinte situação: um aluno vai mostrar a torre de Hanói para os colegas, e gostaria que todos vissem a torre da melhor forma possível.
c) Existe diferença entre a área ocupada pelos móveis e de circulação na disposição atual e na nova disposição ?

Construindo a planta baixa do LEPEM

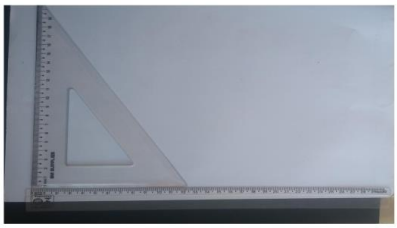
- Com o auxilio de uma régua e um esquadro, alinhamos o esquadro a um dos lados da folha.

  Em seguida posicionamos a régua paralela ao lado enumerado do esquadro, tiramos o esquadro e traçamos a linha exterior.

  Podemos fazer o traço por toda extensão da régua.

Construindo a planta baixa do LEPEM

- Com a primeira linha feita, seguiremos o mesmo procedimento anterior.



Construindo a planta baixa do LEPEM

- Fazemos o traçado interno paralelo aos segmentos de retas externas.

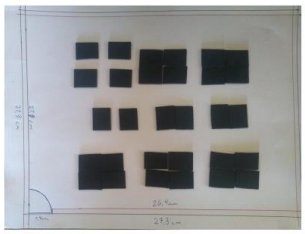
  Lembrando de sempre manter a escala estabelecida: 3:100.

Construindo a planta baixa do LEPEM

- Com o auxilio de um compasso, abriremos no tamanho correspondente da porta e em seguida faremos o arco, situando o espaço onde obrigatoriamente não nos permitirá ocupar com moveis.

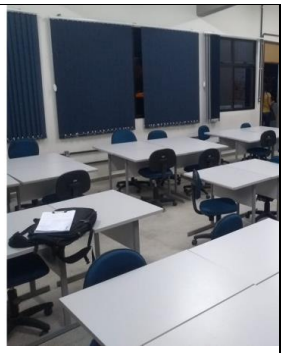
Construindo a planta baixa do LEPEM

Os moveis também devem estar presentes no esboço da planta baixa, no entanto representaremos apenas as mesas, em EVA, uma vez que é um dos móveis em que mais fazemos uso dentro do Lepem, assim nos auxiliando na percepção de como está sendo ocupado o espaço interno.



Avaliação da Proposta

- Aspectos sobre a Modelagem:
  - Aspectos positivos;
  - Aspectos que merecem ajustes;
- Aspectos profissionais desenvolvidos (quadro)



APÊNDICE C – Atividade 1

1) Converta as medidas obtidas em tamanho natural para medidas na escala de 3cm:100cm.

Tamanho natural dos itens em metros	**Qual a medida em centímetros corresponde na Escala de 3:100?**
Ex: mesa:	

APÊNDICE D – Atividade 2

1- Com base no esboço da planta baixa elaborada por sua equipe, descreva a área total por meio de uma expressão algébrica.

Largura da sala = **a**
Comprimento = **b**
Espessura das paredes = **c**

2- Agora descreva uma expressão algébrica que possa auxiliar na obtenção da área livre para a circulação, sendo a área da mesa: *(x. y)* e o número de mesas *(n)*

3- Tendo em vista a diversidade de formas de organizar as mesas nesta sala, seu modelo possui um perímetro que pode ser descrito por meio de uma expressão algébrica. Que expressão algébrica corresponde ao seu modelo em particular? Considere as medidas da mesa por meio de x e y.

4- Substitua as medidas catalogadas na aula anterior nas expressões algébricas obtidas nos problemas: 1, 2 e 3.

a) Qual é a área total?
b) Qual a área livre para circulação?
c) Qual o perímetro correspondente ao modelo proposto pela sua equipe?

APÊNDICE E - Descrição e análise da Modelagem – Construindo uma planta baixa para o Lepem

Mapa da Modelagem	**Interação (***Reconhecimento* da situação-problema e *familiarização* com o assunto a ser modelado (referencial teórico)	**Matematização** (Formulação do *problema* e hipótese; *Resolução* do problema em termos do modelo)	**Validação (***Interpretação* da solução e *validação* do modelo e avaliação)
Professor (mediador) Descrever o que fez o professor em cada fase da Modelagem			
Alunos (licenciandos) Descrever o que fez (fizeram) o(s) aluno(s) ou grupos de alunos em cada fase da Modelagem			
Recursos (materiais) Descrever quais materiais foram produzidos/utilizados e por quem, em cada fase da Modelagem			

APÊNDICE F - Questionário de autoavaliação

A sua experiência com a atividade de Modelagem -Construindo uma planta baixa para o LEPEM- colaborou no desenvolvimento de competências/habilidades próprias do professor de matemática?

Para tanto, observe o quadro a seguir. Nele temos, segundo a Diretrizes Curriculares Nacionais para Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura - DCN (BRASIL, 2001), algumas dessas habilidades. Identifique, ao menos, duas habilidades que você desenvolveu ao realizar a atividade. Justifique através de exemplo. Para aquelas que não desenvolveu, ao menos, duas, dê uma sugestão de como elas poderiam ter sido trabalhadas.

HABILIDADES	**JUSTIFICATIVA**
a) Capacidade de expressar-se escrita e oralmente com clareza e precisão;	
b) Capacidade de trabalhar em equipes multidisciplinares	
c) Capacidade de compreender, criticar e utilizar novas ideias e tecnologias para a resolução de problemas.	
d) Capacidade de aprendizagem continuada, sendo sua pratica profissional também fonte de produção de conhecimento	
e) Habilidade de identificar, formular e resolver problemas na sua área de aplicação, utilizando rigor lógico-cientifico na análise da situação-problema.	
f) Estabelecer relações entre a Matemática e outras áreas do conhecimento	
g) Conhecimento de questões contemporâneas	
h) Educação abrangente necessária ao entendimento do impacto das soluções encontradas num contexto global e social	
i) Participar de programas de formação continuada	
j) Realizar estudos de pós-graduação	
k) Trabalhar na interface da Matemática com outros campos do saber	

No que se refere às competências e habilidades próprias do educador matemático, o licenciando em Matemática deverá ter as capacidades de:

HABILIDADES	JUSTIFICATIVA
a) Elaborar propostas do ensino-aprendizagem de matemática para a educação básica;	
b) Analisar, selecionar e produzir materiais didáticos;	
c) Analisar criticamente propostas curriculares de matemática para a educação básica;	
d) Desenvolver estratégias de ensino que favoreçam a criatividade, autonomia e a flexibilidade do pensamento matemático dos educandos, buscando trabalhar com mais ênfase nos conceitos do que nas técnicas, fórmulas e algoritmos;	
e) Perceber a pratica docente de Matemática como um processo dinâmico, carregado de incertezas e conflitos, um espaço de criação e reflexão, onde novos conhecimentos são gerados e modificados continuamente;	
f) Contribuir para a criação de projetos dentro da escola básica.	