



Universidade federal da Paraíba

Centro de Tecnologia

Programa de Pós graduação em Ciências e Engenharia de Materiais

Doutorado

**MODELAGEM EMPÍRICA PARA QUANTIFICAÇÃO DA DEFORMAÇÃO
RESIDUAL DE UMA LIGA Cu-Al-Be-Nb COM EFEITO MEMORIA DE
FORMA**

Por

Marcelo Rodrigues Nunes Dantas

João Pessoa – Paraíba

Março, 2020

MARCELO RODRIGUES NUNES DANTAS

**MODELAGEM EMPÍRICA PARA QUANTIFICAÇÃO DA DEFORMAÇÃO
RESIDUAL DE UMA LIGA Cu-Al-Be-Nb COM EFEITO MEMORIA DE
FORMA**

Trabalho de tese apresentado ao curso de Pós Graduação em Ciências e Engenharia de Materiais da Universidade Federal da Paraíba, em cumprimento às exigências para obtenção do grau de doutor.

Orientador: Professor Dr. Danniell Ferreira de Oliveira

João Pessoa – Paraíba

Março - 2020

Catálogo na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

D192m Dantas, Marcelo Rodrigues Nunes.
MODELAGEM EMPÍRICA PARA QUANTIFICAÇÃO DA DEFORMAÇÃO
RESIDUAL DE UMA LIGA Cu-Al-Be-Nb COM EFEITO MEMÓRIA DE
FORMA / Marcelo Rodrigues Nunes Dantas. - João Pessoa,
2020.
50 f. : il.

Tese (Doutorado) - UFPB/CCEN/PPCEM.

1. Deformação residual. 2. Taxa de deformação. 3.
Modelo matemático. I. Título

UFPB/BC

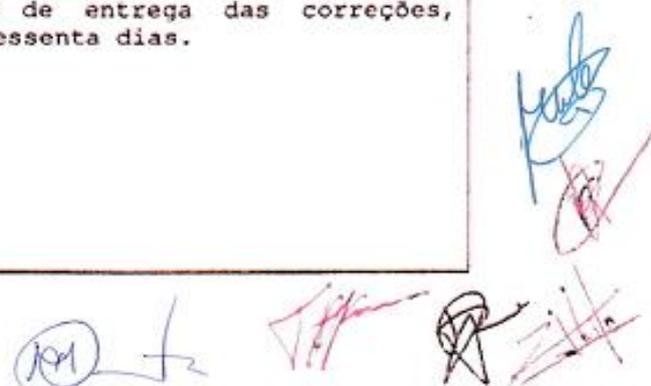
PPCEM

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA E ENGENHARIA DE
MATERIAIS

Ata da Defesa de Tese de Doutorado apresentada pelo aluno
MARCELO RODRIGUES NUNES DANTAS, no dia 31 de março de 2020.

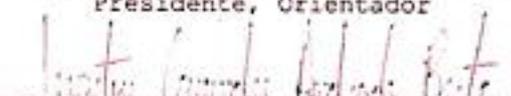
Às 09h00 do dia 31 de março de 2020, através de vídeo conferência no endereço eletrônico: Skype - link: <https://join.skype.com/JGggOYcX3Ea8>, reuniram-se os membros da banca examinadora composta pelos Professores: Prof. Dr. DANNIEL FERREIRA DE OLIVEIRA - UFPB/PPCEM (Presidente, Orientador), Prof. Dr. IEVERTON CAIANDRE ANDRADE BRITO - UFPB/PPCEM (Examinador Interno), Prof. Dr. TIBERIO ANDRADE DOS PASSOS - UFPB/PPCEM - (Examinador Interno), Prof. Dr. RAFAEL EVARISTO CALUÊTE - UFPB - (Externo ao Programa) e Prof. Dr. NILMARIO GALDINO GUEDES - IFPB - (Externo a Instituição), a fim de avaliarem a tese de Doutorado do Programa de Pós-Graduação em Ciência e Engenharia de Materiais, com título **"MODELAGEM EMPÍRICA PARA QUANTIFICAÇÃO DA DEFORMAÇÃO RESIDUAL DE UMA LIGA Cu-Al-Be-Nb COM EFEITO MEMÓRIA DE FORMA"** de autoria do aluno MARCELO RODRIGUES NUNES DANTAS, matrícula 2015111921. A reunião foi aberta pelo Presidente da banca, que deu início aos trabalhos autorizando a candidata a iniciar sua apresentação. Concluídos os trabalhos de apresentação e de arguição, a Comissão Examinadora emitiu o seguinte parecer:

O aluno foi aprovado com sugestões da banca para versão final do trabalho. O prazo máximo de entrega das correções, estipulado pela banca, foi de sessenta dias.

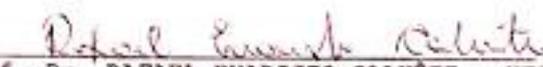


O(a) aluno(a) é obrigado a realizar as sugestões da banca. Para constar, foi lavrada a presente ata, que vai assinada pelos membros da Comissão Examinadora além do referido discente que apresentou a Tcc de seu Doutorado.

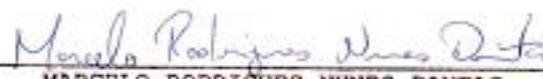

Prof. Dr. DANNIEL FERREIRA DE OLIVEIRA - UFPB/PPCEM
Presidente, Orientador


Prof. Dr. IEVERTON CAIANDRE ANDRADE BRITO - UFPB/PPCEM
Examinador Interno


Prof. Dr. TIBERIO ANDRADE DOS PASSOS - UFPB/PPCEM
Examinador Interno


Prof. Dr. RAFAEL EVARISTO CALUETE - UFPB
Externo ao Programa


Prof. Dr. NILMARIO GALDINO GUEDES - IFPB
Externo a Instituição


MARCELO RODRIGUES NUNES DANTAS
Discente

AGRADECIMENTOS

A Deus, por sempre me encaminhar aos caminhos de luz e conceder sabedoria em todos os momentos.

À minha esposa, Talita Helen, sua presença ao meu lado já é natural fonte de inspiração. Sem você, não conseguiria.

À minha mãe, Maria Irani, de amor infindável, que sempre depositou todas as suas fichas em uma formação sólida dos seus filhos.

Aos meus lindos filhos, Marcelo e Davi. O primeiro me mostrou o verdadeiro significado do amor infinito. O segundo mostrou que é possível dobrá-lo.

A meu orientador, professor Danniell Ferreira de Oliveira, por toda contribuição intelectual que foi imprescindível para meu desenvolvimento. Mais que isso, por ser um exemplo de educador e servir, a mim, como fonte de inspiração.

MODELAGEM EMPÍRICA PARA QUANTIFICAÇÃO DA DEFORMAÇÃO RESIDUAL DE UMA LIGA Cu-Al-Be-Nb-Ni COM EFEITO MEMÓRIA DE FORMA.

RESUMO

Os materiais inteligentes, cada vez mais, vêm estimulando uma série de pesquisas voltadas a diversas áreas do conhecimento, como medicina e vários campos da engenharia. Em particular, temos as ligas com memória de forma que são materiais metálicos com a propriedade de, após aparente deformação plástica, retornarem a uma forma predefinida mediante um processo termomecânico adequado. Qualquer que seja a aplicação, é necessário que se tenha compreensão do comportamento do material para que seja possível otimizar o uso de seu potencial. Conseqüentemente, o amplo conhecimento do comportamento termomecânico das ligas com memória de forma (LMF) faz-se necessário para obtenção de elevada histerese térmica, o que torna possível eliminar a necessidade de meios criogênicos em muitas aplicações, haja vista que o alto custo de armazenamento e as dificuldades apresentadas no tocante à rápida recuperação da liga sob baixas temperaturas são gargalos pertinentes ao uso dessa liga sob sua forma convencional. Desta forma, os modelos matemáticos surgem como uma alternativa eficaz para descrição deste comportamento termomecânico. No presente trabalho, foi desenvolvido um modelo matemático capaz de mensurar a deformação residual para uma liga Cu-Al-Be-Nb-Ni em função das variáveis: deformação imposta, temperatura, taxa de deformação e número de ciclos. Adicionalmente, foi avaliada a influência da ciclagem mecânica com aplicação de ciclos intermediários até atingir a deformação total. Observa-se que os resultados obtidos através do modelo apresentam-se com boa concordância quando comparado com os dados experimentais. Verificou-se ainda que o modelo é capaz de prever as condições necessárias para se obter a máxima deformação residual. Além disso, foi observado que a ciclagem mecânica com ciclos intermediários não interferiu na quantidade da deformação residual quando comparado ao obtido para um único ciclo de deformação.

Palavras chave: Deformação residual, taxa de deformação, modelo matemático.

MODELING OF PARTIALLY PSEUDOELASTIC BEHAVIOR OF Cu-Al-Be-Nb-Ni SHAPE MEMORY ALLOYS.

ABSTRACT

Intelligent materials are, increasingly, stimulating a series of research aimed at different areas of knowledge, such as medicine and various fields of engineering. In particular, we have memory alloys that are metallic alloys with the property that, after apparent plastic deformation, they return to a predefined shape through an appropriate thermal mechanical process. Whatever the application, it is necessary to have an understanding of the behavior of the material, so that it is possible to optimize the use of its potential. Consequently, the broad knowledge of the thermomechanical behavior of shape memory alloys (SMAs) is necessary to obtain a high thermal hysteresis, which makes it possible to eliminate the need for cryogenic media in many applications, considering that the high cost of storage and the difficulties presented in relation to the fast recovery of the alloy under low temperatures are bottlenecks pertinent to the use of this alloy in its conventional form. In this way, mathematical models emerge as an effective alternative for describing this thermo mechanical behavior. In the present work, a mathematical model was developed capable of measuring the residual strain for a Cu-Al-Be-Nb alloy as a function of the variables: strain, temperature, strain rate and number of cycles. Additionally, the influence of mechanical cycling was evaluated with the application of intermediate cycles until reaching the total deformation. It is observed that the results obtained through the model are presented with good agreement when compared with the experimental data. It was also found that it is possible to predict the conditions necessary to obtain maximum residual deformation. In addition, it was observed that mechanical cycling with intermediate cycles did not interfere with the amount of residual deformation when compared to that obtained for a single deformation cycle.

Keywords: Residual strain, strain rate, mathematical model.

SUMÁRIO

CAPÍTULO I	1
1.1 Introdução.....	1
1.2 Objetivos.....	2
1.2.1 Objetivo geral.....	2
1.2.2 Objetivos específicos.....	3
CAPÍTULO II	4
2.1 Fundamentação teórica.....	4
2.1.1 Modelagem em ligas com memória de forma.....	4
2.1.2 Modelos micromecânicos.....	5
2.1.3 Modelos micromacromecânicos.....	5
2.1.4 Modelos macromecânicos.....	6
2.1.5 Modelo de Tanaka.....	6
2.1.6 Modelo de Liang e Rogers.....	9
2.1.7 Modelo de Brinson.....	14
2.1.8 Modelo Multilinear.....	17
2.1.9 Influência da temperatura e da taxa de deformação em uma liga Cu-Al-Be-Nb-Ni.....	25
2.1.10 Efeito da temperatura.....	26
2.1.11 Efeito da taxa de deformação.....	27
2.1.12 Influência dos ciclos na deformação residual.....	27
CAPÍTULO III	33
3.1 Desenvolvimento e validação do modelo.....	33
3.1.1 Modelagem.....	33
3.1.2 Comparação do modelo com os dados experimentais.....	36
3.1.3 Influência do número de ciclos.....	39
3.1.4 Modelagem.....	41

3.1.5 Comparação entre o modelo e os dados experimentais.....	42
3.1.6 Influência da ciclagem mecânica com aplicação de ciclos intermediários até atingir a deformação total.....	43
CAPÍTULO IV.....	47
4.1 Conclusões.....	47
CAPÍTULO V.....	48
5.1 Bibliografia.....	48

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Comportamento pseudoelástico.....	4
Figura 2: Comportamento parcialmente pseudoelástico.....	5
Figura 3: Temperatura de transição em função da tensão.....	11
Figura 4: Fração de martensita em função da temperatura.....	11
Figura 5: Representação gráfica da interpretação de Liang-Rogers para deformação residual.....	13
Figura 6: Variação das tensões críticas de transformação em função da temperatura.....	15
Figura 7: Pseudolasticidade (a) Tensões em função da temperatura (b) Ciclo de carregamento e descarregamento em liga Ni-Ti.....	19
Figura 8: Ciclo de tensão abaixo do A_s , deformação residual coincidente com a máxima.....	21
Figura 9: Ciclo em condições adiabáticas.....	23
Figura 10: Descarregamento realizado antes da conclusão das transformações.....	24
Figura 11: Variação da deformação residual com número n de ciclos.....	28
Figura 12: Representação do comportamento da liga após a aplicação de três ciclos sob temperatura 0°C e deformação 6%.....	29
Figura 13: Representação do comportamento da liga após a aplicação de três ciclos sob temperatura 25°C e deformação 6%.....	30
Figura 14: Representação do comportamento da liga após a aplicação de vinte ciclos sob temperatura 30°C e deformação 4%.....	31
Figura 15: Deformação residual em função da quantidade de ciclos.....	31
Figura 16: Representação esquemática do comportamento da deformação residual com a deformação imposta.....	33
Figura 17: Representação esquemática do comportamento da deformação residual com a temperatura.....	35
Figura 18: Comparação entre o modelo proposto e os dados experimentais deformação residual x temperatura para deformação de 6% e taxa de deformação 0,005 s ⁻¹	36

Figura 19: Comparação entre o modelo proposto e os dados experimentais deformação residual x deformação imposta para temperatura de 298 K e taxa de deformação de 0,005 s-1.....	38
Figura 20: Comparação entre o modelo proposto e os dados experimentais deformação residual x deformação imposta para temperatura de 243 K e taxa de deformação de 0,005 s-1.....	38
Figura 21: Comparação entre o modelo proposto e os dados experimentais deformação residual x deformação imposta para temperatura de 298 K e taxa de deformação de 0,0001 s-1.....	39
Figura 22: Representação esquemática do comportamento da deformação residual em função do número de ciclos.....	40
Figura 23: Comparativo entre modelo e resultado do experimento.....	42
Figura 24: Molde para obtenção dos corpos de prova.....	43
Figura 25: Corpo de prova usado nos ensaios mecânicos.....	44
Figura 26:	46

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Comparativo entre modelo e experimento sob temperatura variável.....29

Tabela 2: Comparativo entre modelo e experimento sob deformação variável.....30

LISTA DE SÍMBOLOS

a_m -- Coeficiente usado no modelo de Tanaka;

b_m -- Coeficiente usado no modelo de Tanaka;

ε - Deformação;

ε_r - Deformação residual;

σ – Tensão;

ξ – Fração de martensita;

T – Temperatura;

D – Módulo de Young;

Θ - Tensor termoelástico;

Ω - Tensor de transformação;

M_s – Temperatura da transformação martensítica a tensão zero;

A_s – Temperatura de início da transformação austenítica a tensão zero;

M_f – Temperatura final da transformação martensítica;

A_f – Temperatura final da transformação austenítica;

ε_{res} – Deformação residual;

ε_L – Máxima deformação recuperável;

CAPÍTULO I

1.1 INTRODUÇÃO.

Ao longo das últimas décadas, cientistas das mais variadas áreas têm despertado interesse nos materiais inteligentes. Atualmente, a velocidade com que as pesquisas avançam sobre esse tema é exponencial. Dentre esses materiais, temos as ligas com memória de forma que são ligas metálicas capazes de recuperar sua condição inicial após sofrer aparente deformação plástica. A recuperação desse formato depende de um processo termomecânico específico na elaboração da liga e ocorre através do aquecimento do material.

O mecanismo da pré-deformação tem sido empregado como uma alternativa eficaz para se conseguir elevar a histerese térmica das SMAs (Piao M, 1993). Este procedimento baseia-se na estabilização da martensita induzida por tensão após o processo de pré-deformação.

O efeito da taxa de deformação e da temperatura, durante a pré-deformação, na deformação residual para Cu-Al-Be-Nb-Ni SMAs foi investigado por (OLIVEIRA et al., 2017). Verificou-se que é possível conseguir elevação da deformação residual em temperaturas um pouco acima do M_s e com baixa taxa de deformação da ordem de 10^{-5} s^{-1} .

Um esforço notável foi dedicado nas últimas décadas para o desenvolvimento de modelos matemáticos capazes de entender os mecanismos físicos subjacentes à transformação martensítica em SMAs e facilitar o projeto e a fabricação de dispositivos SMAs (CISSE et al., 2016)

Porém, a grande maioria dos modelos encontrados na literatura foi desenvolvida para condições de carregamento quase estático, ignorando a geração de calor interno

durante o carregamento (KADKHODAEI, 2007). Recentemente, tem havido um crescente interesse pelo desenvolvimento de modelos que incorporam os efeitos da taxa de carregamento no comportamento termomecânico das SMAs (KADKHODAEI, 2007);(Roh, 2014); (AURICCHIO, 2008); (Vitiello, Giorleo, & Morace, 2005).

O comportamento termomecânico das ligas com memória de forma pode ser descrito por modelos constitutivos microscópicos e macroscópicos. Alternativamente, modelos empíricos são relativamente muito simples e servem como desenvolvimento de dispositivos e sistemas inteligentes (KADKHODAEI, 2007).

Observando a importância da avaliação de mecanismos que permitam elevação da histerese térmica das SMAs, visando aplicações com baixo custo de operação, faz-se necessário o conhecimento amplo do comportamento termomecânico destas ligas, principalmente sob o ponto de vista da influência da taxa de deformação.

Outro aspecto avaliado nesse trabalho, diz respeito aos efeitos dos ciclos de carregamento e descarregamento aplicados às ligas. Segundo (SAINT SULPICE, 2012) o comportamento da deformação residual numa liga Cu-Al-Be submetida a ciclos carga-descarga, com amplitude de deformação constante, aumenta com o número de ciclos até atingir um valor de saturação.

Neste sentido, nosso principal objetivo foi desenvolver um modelo matemático capaz de mensurar a deformação residual para as ligas Cu-Al-Be-Nb-Ni em função das variáveis deformação imposta, temperatura, taxa de deformação e quantidade de ciclos de carregamento, diretos e intermediários.

Essa modelagem traz notável contribuição ao estudo da liga Cu-Al-Be-Nb-Ni, haja vista que será possível reduzir, drasticamente, a quantidade de ensaios mecânicos, bem como a fabricação de corpos de prova que, por muitas vezes, consomem um precioso tempo dos pesquisadores.

1.2 OBJETIVOS.

1.2.1 OBJETIVO GERAL.

O presente trabalho tem como objetivo geral, desenvolver um modelo que quantifique a deformação residual de ligas Cu-Al-Be-Nb em função da deformação imposta, da temperatura, da taxa de deformação aplicada e do número de ciclos.

1.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Quantificar, através de um modelo empírico, a deformação residual em função da temperatura, da taxa de deformação, da deformação imposta e do número de ciclos aplicados.
- Avaliar a influência da ciclagem mecânica com aplicação de ciclos intermediários até atingir a deformação total.
- Verificar a concordância do modelo com os dados experimentais.

CAPITULO II

2.1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.

2.1.1. Modelagem em ligas com memória de forma:

As ligas com memória de forma, que há algumas décadas desperta grande curiosidade em inúmeros cientistas, desencadeou uma série de pesquisas voltadas a diversas áreas do conhecimento, como medicina e vários campos da engenharia. Em particular, temos as ligas com memória de forma (abreviadas como SMA “*Shape Memory Alloys*”) que são ligas metálicas com a propriedade de, após aparente deformação plástica, ou pseudoelasticidade, retornarem a uma forma predefinida quando submetidas a processos de preparação.

As figuras 1 e 2 apresentam os comportamentos das curvas, realizadas em ensaios com ligas Ni-Ti, pseudoelástico e parcialmente pseudoelástico (há deformação residual), respectivamente. Relações lineares são impostas entre tensão e deformação e, ainda assim, os resultados são intuitivamente racionais quando comparados com os resultados de diferentes modelos constitutivos (Motahari & Ghassemieh, 2007).

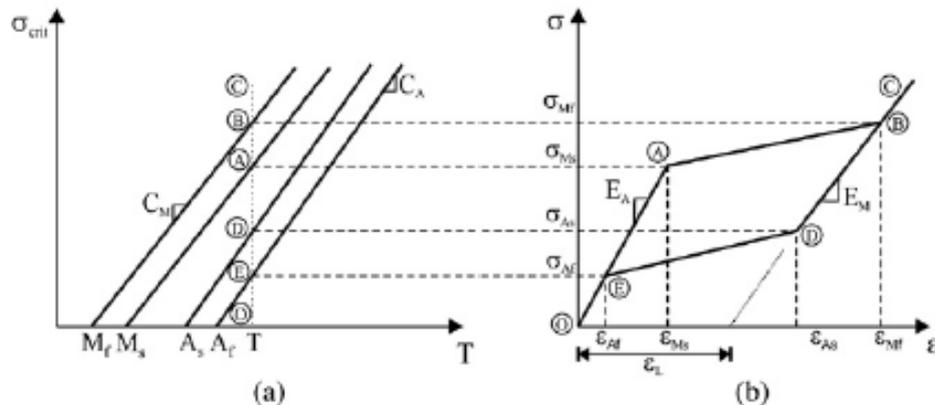


Figura 1: Comportamento pseudoelástico (Motahari & Ghassemieh, 2007).

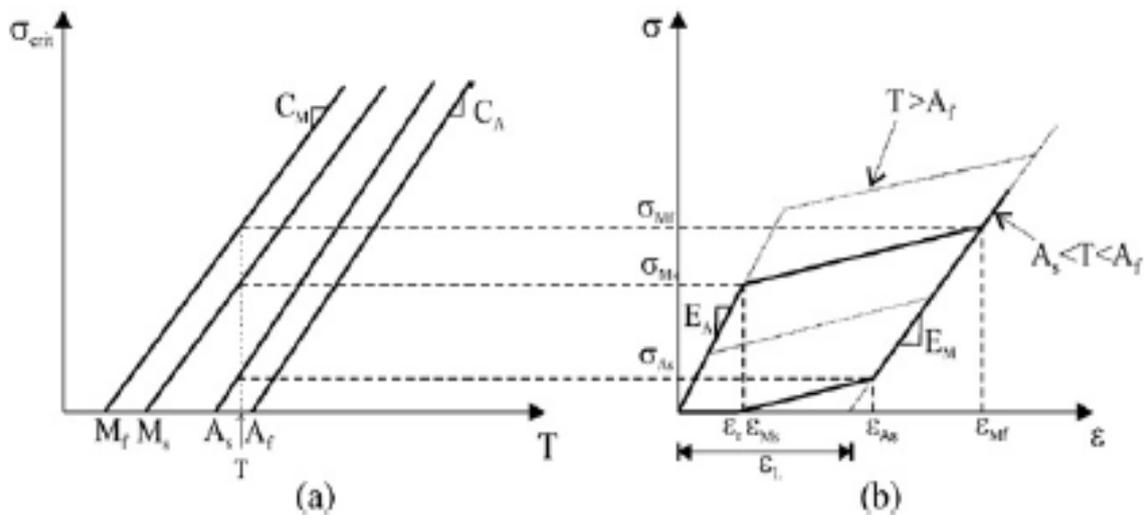


Figura 2: Comportamento parcialmente pseudoelástico (Motahari & Ghassemieh, 2007)

2.1.2 Modelos micromecânicos

Esses modelos são baseados nos acontecimentos em nível microscópico. Onde são levados em consideração efeitos como nucleação, crescimentos de maclas ou movimento das interfaces (Flor, 2005). Nesses casos, a fração do volume de martensita é considerada consequência dos movimentos das interfaces.

Porém, para reduzir a complexidade, muitos modelos consideram uma única interface apesar de que os processos de transição reais estão caracterizados, geralmente por um grande número de nucleações. Assim, modelos micromecânicos são mais adequados para o desenvolvimento de um trabalho fundamental que para a descrição dos efeitos macroscópicos.

2.1.3 Modelos micromacromecânicos

Os modelos micromacromecânicos utilizam as leis da termodinâmica para descrever a transformação e a micromecânica para estabelecer a resposta do material com base nos efeitos citados anteriormente. Esses modelos, portanto, combinam efeitos

micromecânicos com os conhecimentos termodinâmicos macroscópicos (Flor, 2005). Mensurando quantidades locais (microscópicas) e globais (macroscópicas).

2.1.4 Modelos macromecânicos

Apesar de os modelos micromecânicos partirem de uma profunda análise da liga SMA durante sua transformação e reorientação, a necessidade de caracterizar alguns parâmetros inviabiliza algumas pesquisas devido à grande dificuldade em ter um conhecimento profundo do comportamento do monocristal e da estrutura do grão. Já os modelos macroscópicos fenomenológicos são construídos a partir de Termodinâmica e/ou ajuste direto da curva (Flor, 2005). Para dados experimentais, estes modelos são geralmente mais adequados. Alguns desses modelos serão descritos a seguir, no intuito de fornecer apoio teórico à nossa pesquisa.

2.1.5 Modelo de Tanaka

O modelo de Tanaka foi um dos primeiros modelos macromecânicos desenvolvidos e serviu como base para outros cientistas. Construído para o caso unidimensional, considera apenas a martensita induzida por tensão, sem fazer distinção entre martensita maclada e martensita demaclada. Em outras palavras, não aborda a martensita induzida por temperatura.

Tanaka supõe que o processo termodinâmico está descrito pelas seguintes variáveis de estado: deformação de Green, temperatura e fração do volume de martensita. Dessa forma, partindo da primeira lei da termodinâmica (conservação da energia), através da energia livre de Helmholtz, e da segunda lei da termodinâmica, inequação de Clausius-Duhem e, usando cálculo diferencial, obtém a seguinte equação:

$$d\sigma = \frac{\partial\sigma}{\partial\varepsilon} d\varepsilon + \frac{\partial\sigma}{\partial\xi} d\xi + \frac{\partial\sigma}{\partial T} dT. \quad (2.1)$$

Sendo possível ainda reescrever uma expressão mais geral

$$d\sigma = D(\varepsilon, \xi, T) d\varepsilon + \Omega(\varepsilon, \xi, T) d\xi + \theta(\varepsilon, \xi, T). \quad (2.2)$$

Onde D é o módulo de Young, θ o tensor termoelástico e Ω o tensor de transformação, que estão definidos da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} D(\varepsilon, \xi, T) &= \rho_0 \frac{\partial^2 \phi}{\partial \varepsilon^2}, \\ \Omega(\varepsilon, \xi, T) &= \rho_0 \frac{\partial^2 \phi}{\partial \varepsilon \partial T}, \\ \theta(\varepsilon, \xi, T) &= \rho_0 \frac{\partial^2 \phi}{\partial \varepsilon \partial \xi}. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Da inequação de Clausius-Duhem, partindo do potencial de dissipação, é possível estabelecer as equações de evolução para a variável ξ , como segue:

$$\dot{\xi} = \Xi(\sigma, T, \xi). \quad (2.4)$$

Observações experimentais revelam que a transformação martensítica e sua transformação reversa acontecem sem difusão (NISHIYAMA et al., 1978). Em outras palavras, a transformação cinética acima deve ser escrita apenas em função da tensão e da temperatura, ou seja,

$$\dot{\xi} = \Xi(\sigma, T) \quad (2.5)$$

Que também pode se expressar como

$$\dot{\xi} = \frac{\partial \Xi}{\partial \sigma} d\dot{\sigma} + \frac{\partial \Xi}{\partial T} d\dot{T} \quad (2.6)$$

Transformação fenomenológica

Assumindo uma forma exponencial para a relação entre fração de martensita e temperatura durante as transformações de fase e associado à equação constitutiva, Tanaka analisou o comportamento tensão-deformação de materiais SMA qualitativamente e modelou a fração de martensita baseado nas fórmulas abaixo:

Transformação direta (de austenita para martensita):

$$\xi = 1 - \exp [a_M(M_S - T) + b_M\sigma]. \quad (2.7)$$

Em que a_M e b_M são constantes materiais, M_S a temperatura da transformação martensítica, a tensão zero, desde que

$$\sigma \geq \left(\frac{a_M}{b_M}\right)(T - M_S). \quad (2.8)$$

Transformação inversa (de martensita para austenita):

$$1 - \xi = 1 - \exp[a_A(A_S - T) + b_A\sigma] \quad (2.9)$$

Onde a_A e b_A são constantes materiais, A_S é a temperatura de início da transformação austenítica, a tensão zero, e

$$\sigma \leq \left(\frac{a_A}{b_A}\right)(T - A_S). \quad (2.10)$$

O modelo de Tanaka supõe que a transformação está completa quando $\xi = 0,99$ e a reversa para $\xi = 0,01$. Observemos que, a partir das equações (2.7) e (2.9), pode-se encontrar os seguintes coeficientes:

$$b_M = -\frac{2 \ln 10}{C_M}$$

$$b_A = \frac{2 \ln 10}{C_A}$$

$$a_M = -\frac{2 \ln 10}{M_S - M_F}$$

$$a_A = \frac{2 \ln 10}{A_F - A_S}$$

2.1.6 Modelo De Liang e Rogers

O modelo de Liang e Rogers foi baseado no modelo de Tanaka. Em outras palavras, também acreditam que tensão, deformação, temperatura e fração de martensita fornecem um conjunto completo de variáveis de estado para sistemas de ligas SMA. Também é importante frisar que não é considerada diferença entre martensita induzida por tensão e martensita induzida por temperatura. A equação (2.11) considerada relativamente simples e é derivada de um ponto de vista termodinâmico fundamental. Essa equação foi utilizada como equação governante básica. A fim de desenvolver um modelo de taxa independente do tempo da equação constitutiva, a equação (2.11) é integrada com relação ao tempo e produz o que é chamado relação constitutiva unificada como:

$$\sigma - \sigma_0 = D(\varepsilon - \varepsilon_0) + (\theta - \theta_0) + \Omega(\xi - \xi_0) \quad (2.11)$$

Onde as variáveis com subscrito “0” representam as condições iniciais. Aqui, assume-se que as propriedades dos materiais são constantes.

A diferença entre o modelo de Tanaka e Liang e Rogers está, basicamente, nas equações de evolução para fração do volume de martensita. Como foi mostrado anteriormente, Tanaka desenvolveu um modelo exponencial, enquanto Liang e Rogers, baseado apenas em observações experimentais, expressaram suas equações de forma cossenoidal. Inicialmente, determinaram as equações de evolução para um estado livre de tensão, mas com variação de temperatura, obtendo as seguintes fórmulas:

Equações de transformação para um estado livre de tensão:

De martensita para austenita:

$$\xi = \frac{1}{2} \{ \cos[a_A (T - A_s)] + 1 \}. \quad (2.12)$$

De austenita para martensita:

$$\xi = \frac{1}{2} \{ \cos[a_M (T - M_f)] + 1 \}. \quad (2.13)$$

Onde as constantes a_A e a_M são determinadas por

$$a_A = \frac{\pi}{A_f - A_s} \quad e \quad a_M = \frac{\pi}{M_s - M_f}. \quad (2.14)$$

Se a transformação $M \rightarrow A$ começar a partir de um estado em que haja a mistura entre martensita e austenita, denotada por (ξ_M, T_M) , assume-se que não haverá nova fase de austenita, durante o processo de aquecimento até que a temperatura seja superior a A_s . Para transformações acima do A_s , a transformação é descrita por

$$\xi = \frac{\xi_M}{2} \{ \cos[a_A (T - A_s)] + 1 \}. \quad (2.15)$$

Notemos que para $\xi_M = 1$, temos exatamente a equação (2.12). Analogamente, se a transformação $A \rightarrow M$ começa em (ξ_A, T_A) , não haverá nova fase martensita até que seja arrefecido a uma temperatura abaixo de M_s , assim, a transformação de M_s até M_f é dada por

$$\xi = \frac{1 - \xi_A}{2} \cos[a_M (T - M_f)] + \frac{1 + \xi_A}{2} \quad (2.16)$$

Segundo (Liang & Rogers, 2008), as três temperaturas de transição M_f , M_s e A_s são linearmente relacionadas para tensão aplicada, como na figura 3. Porém, a transição de A_f é mais complexa. Visando simplificar o modelo, assume-se que A_f é paralela às demais retas.

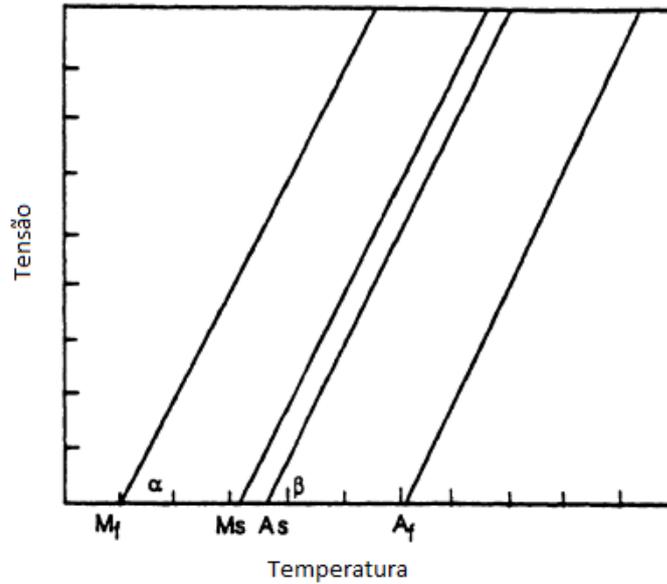


Figura 3 : Temperatura de transição em função da tensão (Motahari & Ghassemieh, 2007).

Observando a figura acima, podemos definir que $C_M = tg\alpha$ e $C_A = tg\beta$ são coeficientes de influência da tensão, em que α e β estão indicados como as inclinações das retas M_f e A_s , respectivamente.

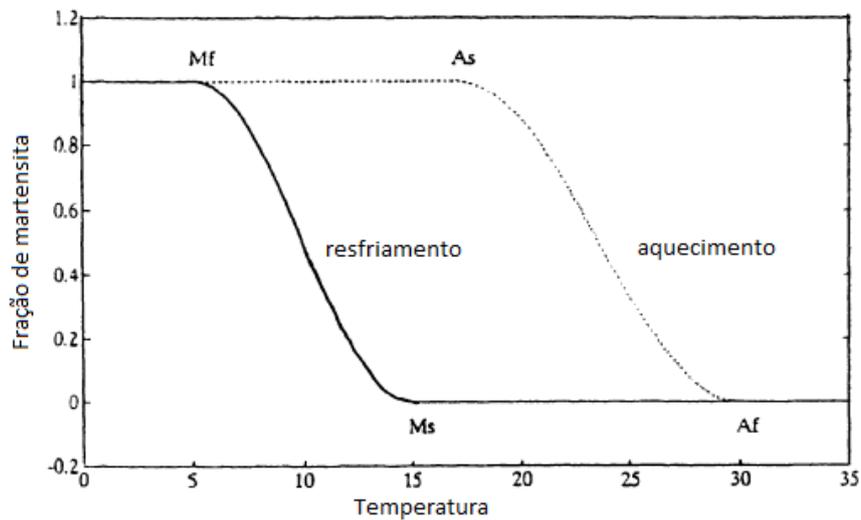


Figura 4 : Fração de martensita em função da temperatura. (Motahari & Ghassemieh, 2007)

Combinando as figuras 3 e 4 pode-se ver que o circuito de histerese martensita-temperatura se moverá para a esquerda se forem aplicadas tensões externas. Esse movimento é descrito nas equações abaixo, onde a influência da tensão se apresenta. Em seguida, apresentaremos duas novas constantes materiais que dependem dessas inclinações.

Equações de transformação sob tensão variável:

De martensita para austenita:

$$\xi = \frac{\xi_M}{2} \{ \cos[a_A(T - A_s) + b_A\sigma] + 1 \}. \quad (2.17)$$

De austenita para martensita:

$$\xi = \frac{1 - \xi_A}{2} \cos[a_M(T - M_f) + b_M\sigma] + \frac{1 + \xi_A}{2}. \quad (2.18)$$

Em que as novas constantes materiais, dadas por

$$b_A = -\frac{a_A}{c_A}$$

$$b_M = -\frac{a_M}{c_M}.$$

Como as variáveis para a função cosseno nas equações acima são limitadas de 0 a π , a escala de tensão em que a transformação $M \rightarrow A$ podem ser derivadas como:

$$C_A(T - A_s) - \frac{\pi}{b_A} \leq \sigma \leq C_A(T - A_s). \quad (2.19)$$

A transformação reversa, ou seja, $A \rightarrow M$ tem e seguinte fórmula

$$C_M(T - M_f) - \frac{\pi}{b_M} \leq \sigma \leq C_M(T - M_f). \quad (2.20)$$

O modelo de Liang e Rogers faz uma análise do tensor termoelástico Ω de maneira diferenciada, em relação ao modelo de (TANAKA et al., 1986). Para determinar o valor desse parâmetro, de um ponto de vista da engenharia mecânica, é necessário considerar o processo de descarga em $\xi = 1$. Uma vez que a temperatura

ambiente está abaixo da A_s , não há pseudoelasticidade, é uma descarga martensítica linear.

Após o descarregamento em qualquer ponto da curva, a deformação martensítica residual pode ser obtida como

$$\varepsilon_{res} = \frac{\Omega}{D}. \quad (2.21)$$

Quando a descarga se produz uma vez, alcançando a transformação completa ($\xi = 1$), esta deformação residual, que corresponde à deformação total martensítica, é a máxima deformação recuperável. Assim, a deformação recuperável, limite, ε_L , nesse modelo, é

$$\varepsilon_L = -\frac{\Omega}{D}. \quad (2.22)$$

Observações experimentais comprovaram que essa máxima deformação martensítica recuperável quase não se altera entre M_f e A_f . Portanto, ε_L é considerada uma constante material independente da temperatura.

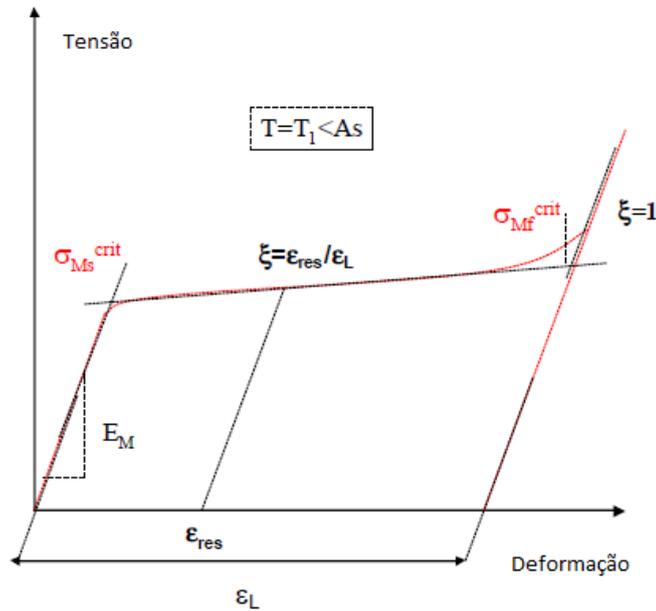


Figura 5 : Representação gráfica da interpretação de Liang-Rogers para deformação residual (Motahari & Ghassemieh, 2007).

2.1.7 Modelo de Brinson.

O modelo de (Brinson, 1993) está embasado nos modelos de Tanaka e Liang e Rogers. Visto que ele parte da mesma equação constitutiva e das leis de evolução (em forma de cosseno). Por outro lado, o modelo apresenta alterações bastante relevantes em comparação com os anteriores. A primeira delas trata da diferenciação entre as formações das frações de martensita. Anteriormente a variável representante da fração de martensita exibia simplesmente uma porcentagem do material transformado, mas, nesse modelo, uma separação dessa variável em duas partes é proposta, com base na micromecânica de uma SMA. Assim, ξ passa a ser definida por

$$\xi = \xi_s + \xi_T. \quad (2.23)$$

Onde ξ_T representa a fração de martensita do material que é puramente induzida por temperatura, com múltiplas variantes, enquanto ξ_s denota a fração do material transformado por tensão, em uma única variante martensítica.

Com essa definição, Brinson mostra uma equação similar à exibida no modelo de Liang e Rogers, porém válida também para temperatura abaixo de M_s . Com essa separação, qualquer transformação por tensão, partindo de um liga 100% austenita, produzirá martensita $\xi = \xi_s + \xi_T$. monovariante ξ_s , gerada por tensão. Por outro lado, ao partir de uma fração mista, entre martensita e austenita, a tensão zero, ou 100% de martensita ξ representará a fração induzida por temperatura e apenas se a tensão for suficientemente alta para induzir a transformação.

Com a introdução de na equação constitutiva anterior, segue do cálculo diferencial que

$$d\sigma = \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon} d\varepsilon + \frac{\partial \sigma}{\partial \xi_s} d\xi_s + \frac{\partial \sigma}{\partial \xi_T} d\xi_T + \frac{\partial \sigma}{\partial T} dT. \quad (2.24)$$

Que pode ser escrita

$$d\sigma = Dd\varepsilon + \Omega_s d\xi_s + \Omega_T d\xi_T + \theta dT. \quad (2.25)$$

Assumindo, mais uma vez, as funções materiais $D, \Omega_s, \Omega_T, \theta$ como constantes, com as condições iniciais $(\sigma_0, \varepsilon_0, \xi_{s0}, \xi_{T0}, T_0)$ resolvendo a forma diferencial da equação constitutiva, tem-se

$$\sigma - \sigma_0 = D(\varepsilon - \varepsilon_0) + \Omega_s(\xi_s - \xi_{s0}) + \Omega_T(\xi_T - \xi_{T0}) + \theta(T - T_0) \quad (2.26)$$

Considerando o caso de uma transformação partindo de 100% austenita, tendo $\xi_{s0} = 0$ e $\xi_{T0} = 0$ as demais condições, $(\sigma_0 = \varepsilon_0 = 0, \sigma = 0, \varepsilon = \varepsilon_L, \xi_s = 1, \xi_T = 0)$ além do que $T=T_0$, com $M_s < T < A_s$ é possível provar que

$$\Omega_s = -\varepsilon_L D \quad (1.27)$$

Considerando o caso da máxima deformação residual com o material inicialmente 100% martensita indeformada e usando as mesmas condições do caso anterior – com exceção da temperatura que pode ser $T < A_s$ - Brinson mostra que $\Omega_T \equiv 0$.

No que diz respeito às equações de evolução, Brinson redefine as leis de evolução cossenoidais para introduzir as transformações por tensão a temperaturas inferiores a M_s . A variação com a temperatura das tensões críticas de transformação compatíveis com a separação de ξ em duas componentes é mostrada na figura (6).

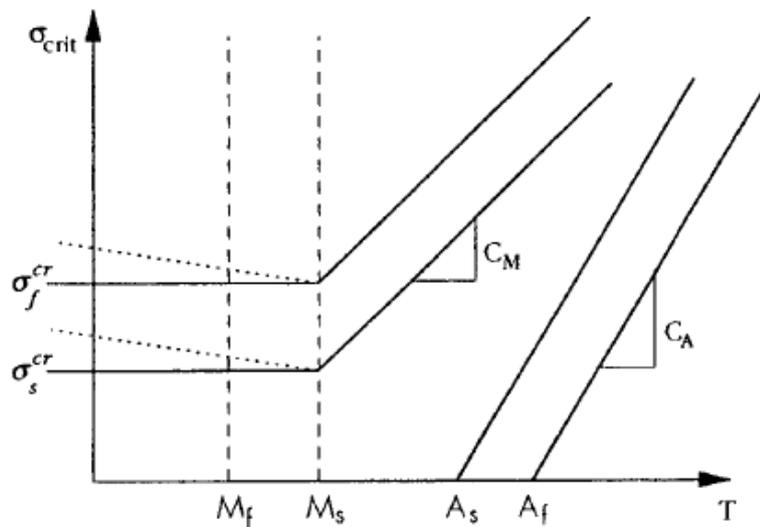


Figura 6 : Variação das tensões críticas de transformação em função da temperatura. (Motahari & Ghassemieh, 2007)

Nesse diagrama é representado como, abaixo de M_s , as tensões necessárias para iniciar e finalizar a transformação induzida por tensão são constantes com a temperatura. Essas tensões críticas são denotadas por σ_s^{cr} e σ_f^{cr} . Baseado nesse diagrama, as leis de evolução serão definidas da seguinte forma:

Conversão para martensita demaçada:

Para $T > M_s$ e $\sigma_s^{cr} + C_M(T - M_s) < \sigma < \sigma_f^{cr} + C_M(T - M_s)$:

$$\xi_s = \frac{1 - \xi_{s0}}{2} \cos \left\{ \frac{\pi}{\sigma_s^{cr} - \sigma_f^{cr}} \cdot [\sigma - \sigma_f^{cr} - C_M(T - M_s)] \right\} + \frac{1 + \xi_{s0}}{2} \quad (2.28)$$

$$\xi_T = \xi_{T0} - \frac{\xi_{T0}}{1 - \xi_{s0}} (\xi_s - \xi_{s0}). \quad (2.29)$$

Se $T < M_s$ e $\sigma_s^{cr} < \sigma < \sigma_f^{cr}$:

$$\xi_s = \frac{1 - \xi_{s0}}{2} \cos \left[\frac{\pi}{\sigma_s^{cr} - \sigma_f^{cr}} (\sigma - \sigma_f^{cr}) \right] + \frac{1 + \xi_{s0}}{2} \quad (2.30)$$

$$\xi_T = \xi_{T0} - \frac{\xi_{T0}}{1 - \xi_{s0}} (\xi_s - \xi_{s0}) + \Delta_{T\xi}. \quad (2.31)$$

Se $M_f < T < M_s$ e $T < T_0$, $\Delta_{T\xi} = \frac{1 - \xi_{T0}}{2} \{ \cos \{ a_M (T - M_f) \} + 1 \}$,

Caso contrário, $\Delta_{T\xi} = 0$.

Conversão para austenita:

Para $T > A_s$ e $C_A(T - A_f) < \sigma < C_A(T - A_s)$:

$$\xi = \frac{\xi_0}{2} \left\{ \cos \left[a_A \left(T - A_s - \frac{\sigma}{C_A} \right) \right] + 1 \right\} \quad (2.32)$$

$$\xi_s = \xi_{s0} - \frac{\xi_{s0}}{\xi_0} (\xi_0 - \xi) \quad (2.33)$$

$$\xi_T = \xi_{T0} - \frac{\xi_{T0}}{\xi_0} (\xi_0 - \xi). \quad (2.34)$$

Leis constitutivas para parâmetros variáveis:

Dado que uma das maiores contribuições de Brinson é que os parâmetros da equação constitutiva não são constantes, tal equação constitutiva pode se expressar como:

$$\sigma - \sigma_0 = D(\xi)\varepsilon - D(\xi_0)\varepsilon_0 + \Omega(\xi)\xi_s - \Omega(\xi_0)\xi_{s0} + \theta(T - T_0). \quad (2.35)$$

2.1.8 Modelo multilinear.

Os modelos exibidos anteriormente expressam suas equações constitutivas sob a forma exponencial ou cossenoidal. Existe uma quantidade bastante vasta de funções que modelam o comportamento de ligas com memória de forma ou com comportamento pseudoelástico. O modelo multilinear, que será tratado nessa subseção, aproxima as curvas da histerese através de retas.

Em outras palavras, a relação entre tensão e deformação é considerada linear. Este modelo é bastante satisfatório, quando comparado com os resultados de outros modelos constitutivos, e torna sua implementação numérica, bem mais simples.

O modelo é basicamente formulado em função da Energia Livre de Gibbs, G , e do volume de martensita demaçada ξ . Em uma dimensão, a energia de Gibbs é expressa por:

$$G(\sigma, \xi, T) = -\frac{1}{2\rho} L\sigma^2 - \frac{1}{\rho} \sigma[\alpha(T - T_s) + \varepsilon'] + c \left[(T - T_s) - T \ln \left(\frac{T}{T_s} \right) \right] - s_0 T + u_0 \quad (2.36)$$

Onde $\sigma, T, T_s, \rho, \alpha, L, c, s_0, u_0$ representam tensão, temperatura, temperatura inicial, densidade, expansão térmica, compliância, calor específico, entropia específica para o estado de referência e energia interna específica para um estado de referência para uma mistura de austenita e martensita no material, respectivamente. Os valores são calculados pela média das equações abaixo

$$L(\xi) = L^A + \Delta L \xi$$

$$\alpha(\xi) = \alpha^A + \Delta \alpha \xi$$

$$c(\xi) = c^A + \Delta c \xi \quad (1.37)$$

$$s_0(\xi) = s_0^A + \Delta s_0 \xi$$

$$u_0(\xi) = u_0^A + \Delta u_0 \xi$$

Onde $\Delta X = X^M - X^A$ e X pode assumir os valores α, L, c, c_0, u_0 e os índices superiores, M e A, representam martensita e austenita, respectivamente. Além disso, ainda temos as seguintes relações constitutivas:

$$\varepsilon = -\sigma \cdot G_{,\sigma} \quad (2.38)$$

$$s = -G_{,T} \quad (2.39)$$

$$\pi = -G_{,\xi} \quad (2.40)$$

Onde ε representa a deformação, s a entropia específica e π é definido como a força motriz termodinâmica. Utilizando as equações (2.36) e (2.38), obtemos:

$$\sigma = E(\xi) [\varepsilon - \alpha(\xi)(T - T_s) - \varepsilon^t]. \quad (2.41)$$

Em que o módulo de elasticidade E , corresponde ao inverso da compliância, L .

A tensão de transformação ε^t , no caso multilinear, varia linearmente entre zero, no início da transformação direta de austenita para martensita e ε_L , ao fim da transformação, onde ε_L representa a máxima deformação residual de uma liga, que é uma constante do material. Consequentemente,

$$\varepsilon^t = \xi \varepsilon_L. \quad (2.42)$$

Agora, forçando uma relação linear entre tensão e deformação em um processo isotérmico, das equações (2.41) e (2.42) segue que:

$$\sigma = E(\xi)(\varepsilon - \xi \varepsilon_L) = a\varepsilon + b. \quad (2.43)$$

Assumindo a evolução da função como $\xi = f(\varepsilon)$, e usando as equações (2.37) e (1.41), temos que:

$$\sigma = E[f(\varepsilon)] [\varepsilon - f(\varepsilon)\varepsilon_L] = [E^A + f(\varepsilon)(E^M - E^A)] [\varepsilon - f(\varepsilon)\varepsilon_L] = a\varepsilon + b. \quad (2.44)$$

Que pode ser arranjada de modo a obter a seguinte equação:

$$c_1 f^2(\varepsilon) + c_2 f(\varepsilon) + c_3 = 0. \quad (2.45)$$

Onde c_1, c_2 e c_3 são

$$c_1 = \varepsilon_L (E^M - E^A)$$

$$c_2 = \varepsilon(E^M - E^A) - \varepsilon_L E^A$$

$$c_3 = a\varepsilon + b - E^A \varepsilon.$$

Através de extensos cálculos é possível mostrar que a equação (2.45) possui raízes reais e pode ser resolvida. No entanto, a forma explícita de $f(\varepsilon)$ é desnecessária durante o modelo proposto, uma vez que o comportamento do modelo multilinear impõe o uso da equação (2.43). Os parâmetros a e b podem ser encontrados aplicando o modelo através das deformações e tensões críticas, inicial e final, no modelo.

Na figura (7) é exibido o modelo multilinear que descreve a pseudoelasticidade. As tensões críticas e as deformações, conseqüentemente, são

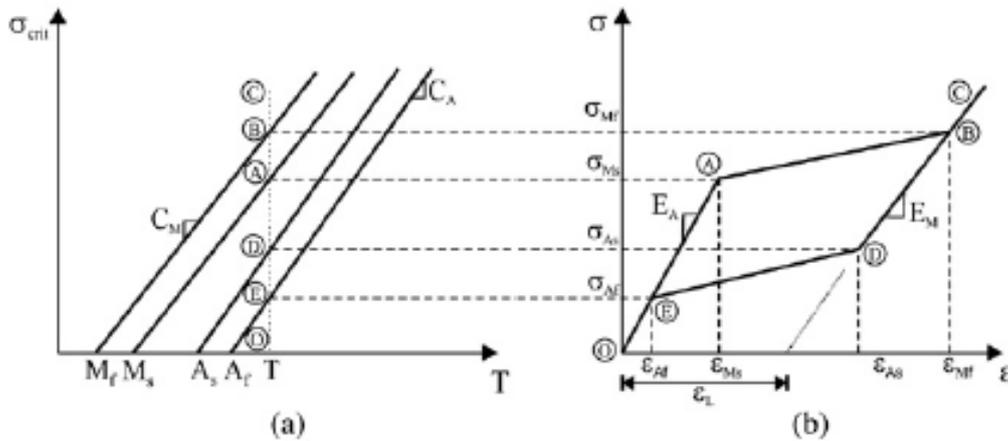


Figura 7 : Pseudoelasticidade (a) Tensões em função da temperatura (b) ciclo de carregamento e descarregamento em liga Ni-Ti (Motahari & Ghassemieh, 2007).

$$\sigma_{Ms} = C_M(T - M_s) \quad (2.46)$$

$$\varepsilon_{Ms} = \frac{\sigma_{Ms}}{E_A} \quad (2.47)$$

$$\sigma_{Mf} = C_M(T - M_f) \quad (2.48)$$

$$\varepsilon_{Mf} = \varepsilon_L + \frac{\sigma_{Mf}}{E_M} \quad (2.49)$$

$$\sigma_{As} = C_A (T - A_s) \quad (2.50)$$

$$\varepsilon_{As} = \varepsilon_L + \frac{\sigma_{As}}{E_M} \quad (2.51)$$

$$\sigma_{Af} = C_A (T - A_f) \quad (2.52)$$

$$\varepsilon_{Af} = \frac{\sigma_{Af}}{E_A} \quad (2.53)$$

Os valores de C_M e C_A podem assumir valores iguais, mas nesse caso, podem assumir valores diferentes como proposto por Brinson.

As relações entre tensão e deformação de figura (7.b) são dadas por:

O → A e E → O (Elástica, completamente austenita)

$$\sigma = E_A \varepsilon \quad (2.54)$$

A → B (Transformação direta)

$$\sigma = \sigma_{Ms} + \frac{\sigma_{Mf} - \sigma_{Ms}}{\varepsilon_{Mf} - \varepsilon_{Ms}} (\varepsilon - \varepsilon_{Ms}). \quad (2.55)$$

B → D (Elástico, completamente martensita)

$$\sigma = \sigma_{Mf} + E_M (\varepsilon - \varepsilon_{Mf}) \quad (2.56)$$

D → E (Transformação reversa)

$$\sigma = \sigma_{As} + \frac{\sigma_{Af} - \sigma_{As}}{\varepsilon_{Af} - \varepsilon_{As}} (\varepsilon - \varepsilon_{As}). \quad (2.57)$$

Lembremos que se a temperatura da liga, inicialmente austenita, estiver entre A_s e A_f a transformação reversa não recupera toda a tensão de transformação, que acarreta no comportamento parcialmente pseudoelástico. A figura (8) retrata esse caso, podemos observar que não ocorre completa transformação reversa, deixando uma deformação residual que pode ser calculada ajustando a tensão para zero na equação (2.57):

$$\varepsilon_r = \varepsilon_{Af} - \sigma_{Af} \frac{\varepsilon_{As} - \varepsilon_{Af}}{\sigma_{As} - \sigma_{Af}}.$$

Se a temperatura da liga estiver abaixo de A_s , o material terá sua deformação residual igual à deformação máxima ϵ_L , pois o material não atingirá a fase de transformação inversa.

A maioria dos modelos simplificados propostos não leva em conta a reorientação de diferentes variantes da martensita (Lagoudas, 2008). Assim, não servem para modelar os processos demaclarados.

Para o processo demaclarado, a relação entre as tensões críticas e as temperaturas SMA's inicialmente martensitas com temperaturas abaixo do M_s . A tensão crítica para conversão das variantes de martensita, abaixo do M_s é constante. Vamos denotar as tensões críticas, inicial e final, respectivamente, por σ_s^{cr} e σ_f^{cr} . Uma das maneiras de determinar esses valores é experimental. Outro modelo é baseado na energia potencial.

A figura 8 mostra o modelo desenvolvido, onde a rigidez inicial também é igual a E_M .

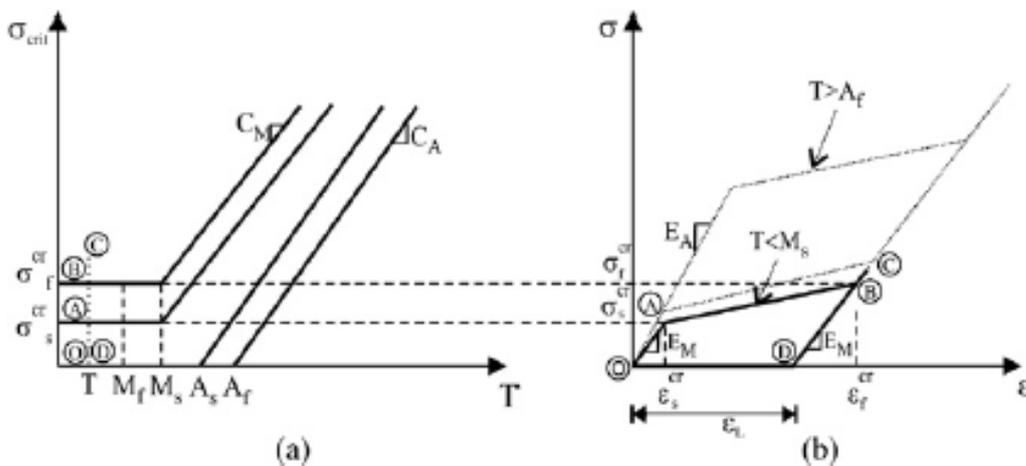


Figura 8 : Ciclo de tensão abaixo do A_s , deformação residual coincidente com a máxima (Motahari & Ghassemieh, 2007).

Consequentemente, temos as seguintes equações:

$$\varepsilon_S^{cr} = \frac{\sigma_S^{cr}}{E_M} \quad (2.58)$$

$$\varepsilon_f^{cr} = \varepsilon_L + \frac{\sigma_f^{cr}}{E_M}. \quad (2.59)$$

O → A (totalmente martensita maclada)

$$\sigma = E_M \varepsilon. \quad (2.60)$$

A → B (Demaclada)

$$\sigma = \sigma_S^{cr} + \left(\varepsilon - \varepsilon_S^{cr} \right) \frac{\sigma_f^{cr} - \sigma_S^{cr}}{\varepsilon_f^{cr} - \varepsilon_S^{cr}}. \quad (2.61)$$

B → D (totalmente martensita demaclada)

$$\sigma = \sigma_f^{cr} + E_M \left(\varepsilon - \varepsilon_f^{cr} \right) \quad (2.62)$$

Em cargas de taxa alta, o tempo é muito pequeno para que a condução do calor, bem como a convecção, remova o calor da superfície do material. Ocorrendo assim, o processo adiabático que acarreta em algumas mudanças, como por exemplo, a necessidade de maior tensão para completar a transformação de fase. Ainda assim, é possível encontrar um valor aproximado para o aumento de temperatura necessário durante a transformação e assumir uma relação linear entre a tensão e deformação, sendo possível incorporar também as condições adiabáticas. A figura (9) traz um esboço da histerese resultante.

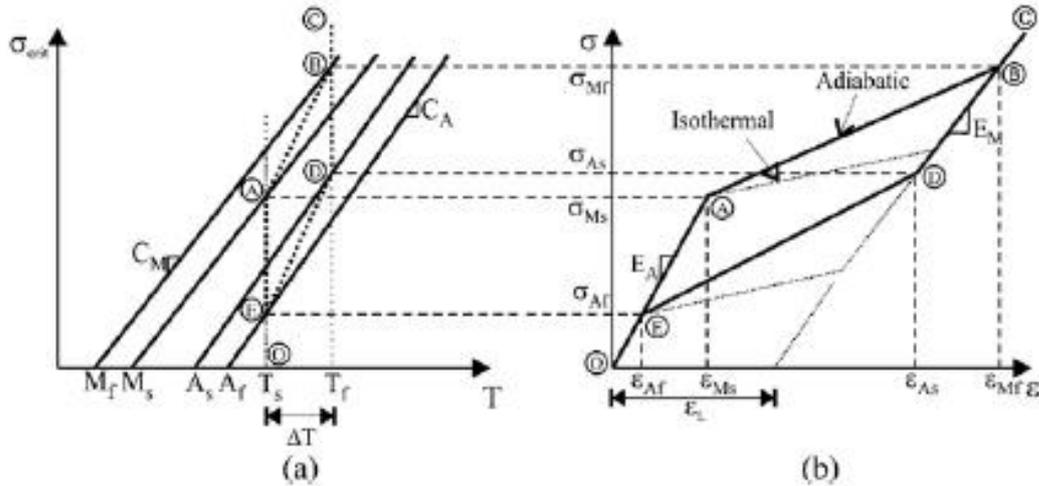


Figura 9 : Ciclo em condições adiabáticas (Motahari & Ghassemieh, 2007).

Se o descarregamento ocorrer antes do término da transformação ou a recarga começar antes da conclusão da transformação reversa, então a rigidez elástica seria diferente das fases austenita e martensita. Se L_m e L_a são as compliâncias dos constituintes da mistura e usando relação linear com a tensão, teríamos:

$$L_m = xL_M + (1-x)L_A. \quad (2.63)$$

Onde,

$$x = \frac{\epsilon_{\max} - \epsilon_{Ms}}{\epsilon_{Mf} - \epsilon_{Ms}} \quad (2.64)$$

Para o descarregamento, x é dado por:

$$x = \frac{\epsilon_{\min} - \epsilon_{Af}}{\epsilon_{As} - \epsilon_{Af}} \quad (2.65)$$

Onde ϵ_{\max} e ϵ_{\min} são as deformações, máxima e mínima, antes de descarregar ou recarregar, conforme na figura 8, a rigidez elástica se tornaria:

$$E_m = \frac{E_M E_A}{x(E_A - E_M) + E_M}. \quad (2.66)$$

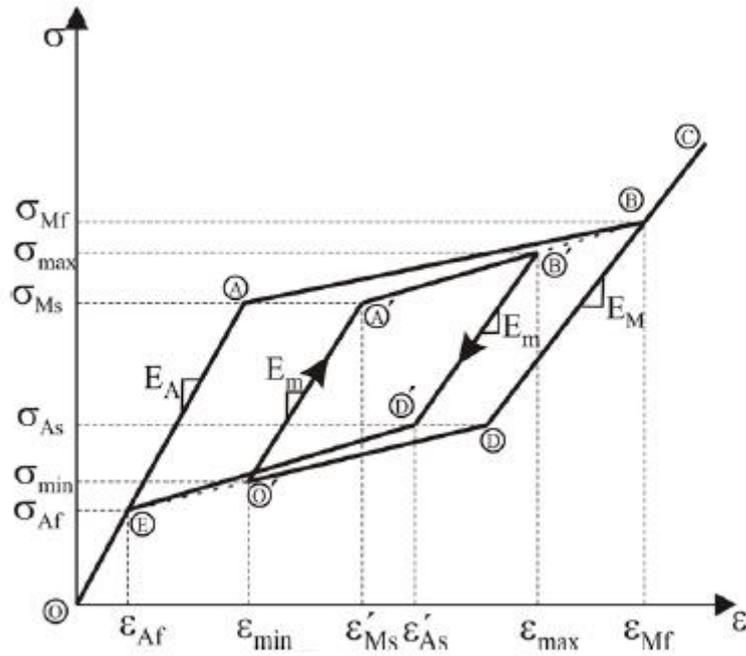


Figura 10 : Descarregamento realizado antes da conclusão das transformações (Motahari & Ghassemieh, 2007).

Os novos valores para tensão crítica da austenita e da martensita serão

$$\varepsilon'_{As} = \varepsilon_{\max} + \frac{\sigma_{As} - \sigma_{\max}}{E_m} \quad (2.67)$$

$$\varepsilon'_{Ms} = \varepsilon_{\min} + \frac{\sigma_{Ms} - \sigma_{\min}}{E_m}. \quad (2.68)$$

Onde σ_{\max} e σ_{\min} são a máxima e a mínima tensão após o descarregamento e o descarregamento, respectivamente.

Agora, novas fórmulas para diferentes caminhos de sub-loops na figura 10 serão descritas por:

A' → B'

$$\sigma = \sigma_{Ms} + \frac{\sigma_{Mf} - \sigma_{Ms}}{\varepsilon_{Mf} - \varepsilon'_{Ms}} (\varepsilon - \varepsilon'_{Ms}). \quad (2.69)$$

B' → D'

$$\sigma = \sigma_{\max} + E_m (\varepsilon - \varepsilon_{\max}). \quad (2.70)$$

D' → E

$$\sigma = \sigma_{A_s} + \frac{\sigma_{A_f} - \sigma_{A_s}}{\varepsilon_{A_f} - \varepsilon'_{A_s}} (\varepsilon - \varepsilon'_{A_s}). \quad (2.71)$$

A figura 10 traz o gráfico de um ensaio que apresenta a aplicação de três ciclos de carregamento. Podemos observar que a deformação residual aumenta, em valor absoluto, com a quantidade de ciclos, entretanto, esses aumentos são cada vez menores se comparados separadamente. Devemos ficar atentos ao fato de que, a partir do primeiro ciclo, a liga passa a apresentar, a todo momento, as fases austenita e martensita, simultaneamente. Posteriormente ficará evidente que esse fenômeno tem influência direta nos valores de E_A e E_M .

2.1.9 Influência da temperatura e da taxa de deformação em uma liga Cu-Al-Be-Nb-Ni.

(OLIVEIRA et al., 2017) propõem um novo método alternativo, de uma liga Cu-Al-Be-Nb, para acoplamento de tubulações a partir do efeito memória de forma. Algumas das propriedades dessa liga específica possibilitam, com maior facilidade, a execução do trabalho. Esse material serviu, também, como base para o desenvolvimento da nossa pesquisa.

Usualmente os anéis SMA precisam ser armazenados em nitrogênio líquido, para evitar recuperação prematura. Os autores propuseram uma alternativa mais econômica, visando reduzir, sensivelmente o alto custo que gira em torno do armazenamento criogênico.

A ideia foi trabalhar com ligas de alta histerese térmica, tornando assim, o valor do A_s próximo à temperatura ambiente. Em consequência dessa elevação, as SMA retornam mais lentamente à sua forma anterior, aumentando o intervalo de tempo

disponível para operacionalização e, por consequência, facilitando o manejo do material.

A composição da liga trabalhada, originalmente seria Cu-Al-Be. Apesar de comercialmente atraente, apresenta fragilidade excessiva e pequena histerese, impossibilitando o acoplamento dos tubos. Em buscas à literatura foi constatado que com a redução do tamanho médio dos grãos, o problema da fragilidade é minimizado. Assim, foi acrescentado o Nióbio à composição da liga.

Para consolidação do método aplicado, foram analisados os efeitos da temperatura e das taxas de deformação. Observou-se que ambos têm influência no valor da deformação residual. Mais que isso, foi possível perceber um comportamento linear nas variações das variáveis analisadas

2.1.10 Efeito da temperatura:

Para quantificar a deformação residual, (OLIVEIRA et al., 2017) consideram a deformação como sendo dada por

$$\varepsilon_t = \varepsilon_{el} + \varepsilon_r$$

Onde ε_{el} corresponde às contribuições plásticas das fases austenita e martensita e ε_r é a deformação não revertida à temperatura ambiente, ou seja, após o descarregamento, certa quantidade de deformação residual é encontrada.

A influência da temperatura é evidenciada com base em experimentos realizados que geram curvas comparativas em alguns gráficos. Esses resultados evidenciam claramente que a deformação residual aumenta com o decréscimo da temperatura. Além disso, (OLIVEIRA et al., 2017) também mostram que a deformação residual varia em função da temperatura com valores muito próximos ao de uma variação linear, ou seja, o gráfico de uma reta.

2.1.11 Efeito da taxa de deformação:

Para analisar o efeito da taxa de deformação na deformação residual, foram realizados novos testes a uma taxa ainda menor, de $1 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. Ambas as taxas usadas são comumente aplicadas para expandir tubos SMA.

Percebeu-se que a redução da taxa de deformação evidencia dois aspectos importantes: a deformação residual aumentou consideravelmente, entretanto a tensão crítica diminuiu em 90 MPa. Também foi possível constatar que a quantidade de deformação residual aumenta, linearmente, com o aumento da deformação aplicada. Esse aumento também ocorre com a redução da taxa de deformação.

2.1.12 Influência dos ciclos na deformação residual.

Como dito na subseção anterior, há muitas situações em que a necessidade de operar com ligas no meio criogênico eleva consideravelmente os custos de execução, devido à necessidade de nitrogênio líquido. Assim, o uso de ligas com histerese térmica maior reduz consideravelmente esse problema. A pré-deformação da fase austenita tem sido usada como um mecanismo capaz de estabilizar a martensita. (OLIVEIRA et al., 2017) observaram que a aplicação de baixas taxas de deformação são capazes de aumentar a quantidade de martensita estabilizada.

Sabemos que alguns modelos como (TANAKA et al, 1986), (Liang & Rogers, 2008) e (Brinson, 1993) já foram estabelecidos para descrever o comportamento mecânico de ligas SMA, mas, nenhum deles leva em consideração a aplicação de ciclos de carga e descarga. Apesar da grande importância, poucos estudos fazem análises sobre a influência dos ciclos de carregamento. Além disso, o mesmo autor também afirma que, atualmente, para as aplicações de engenharia, as ligas SMAs são treinadas para produzir uma resposta mais estável antes de produzir algum dispositivo real. Consequentemente torna-se de grande valia o aprofundamento do comportamento dessas ligas em função da ciclagem.

Segundo (SAINT SULPICE, 2012), através de testes cíclicos a deformação residual aumenta gradativamente até atingir um valor de saturação. (Bo Zhou, 2011) também verificaram, após uma série de experimentos, em uma liga NiTi, que o incremento da deformação residual tende a estabilizar e que uma curva logarítmica representa essa evolução.

(Wenjie Ren, 2007) analisou o comportamento cíclico de uma liga SMA e registrou que durante os ciclos iniciais, uma pequena deformação residual cresce a cada *looping*, porém, depois de 15 ciclos, praticamente nenhuma deformação considerável se desenvolve e o material atinge um nível aproximadamente estável.

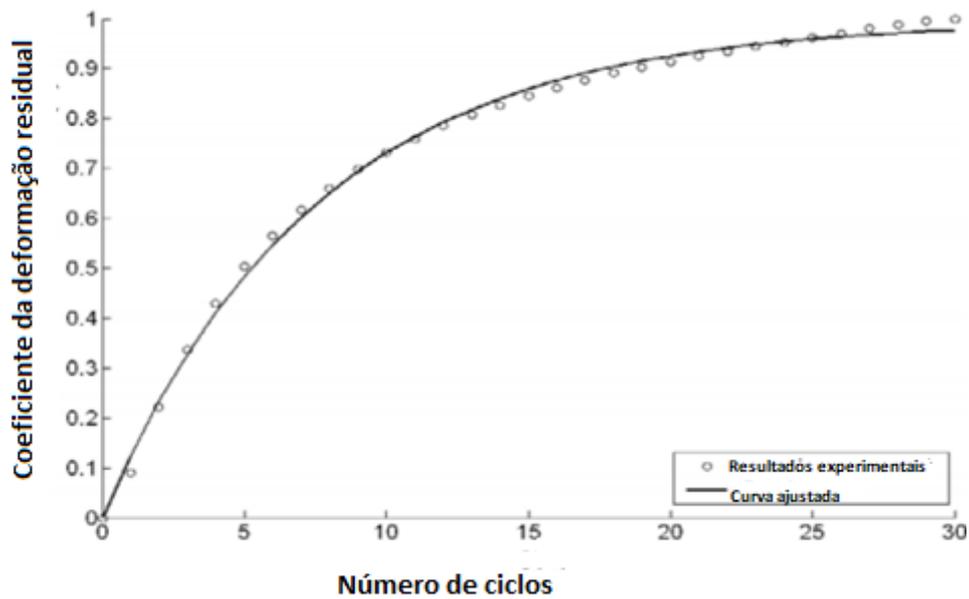


Figura 11 : Variação da deformação residual com o número n de ciclos.

A figura acima traz o comparativo entre o modelo e os experimentos. Nesse caso, nós presumimos que o último ciclo representa o valor de saturação acima citado. É possível perceber que o valor da deformação residual aumenta rapidamente nos primeiros ciclos e gradualmente vai nivelando os resultados.

(OLIVEIRA et al., 2019) avaliaram a deformação residual, com o número de ciclos para um liga à base de cobre. Abaixo, temos alguns resultados desses experimentos. Na figura 12, temos a representação da liga sob temperatura de 0°C e deformação de 6%. Notemos que após o primeiro ciclo, os aumentos de deformação residual são bem mais discretos.

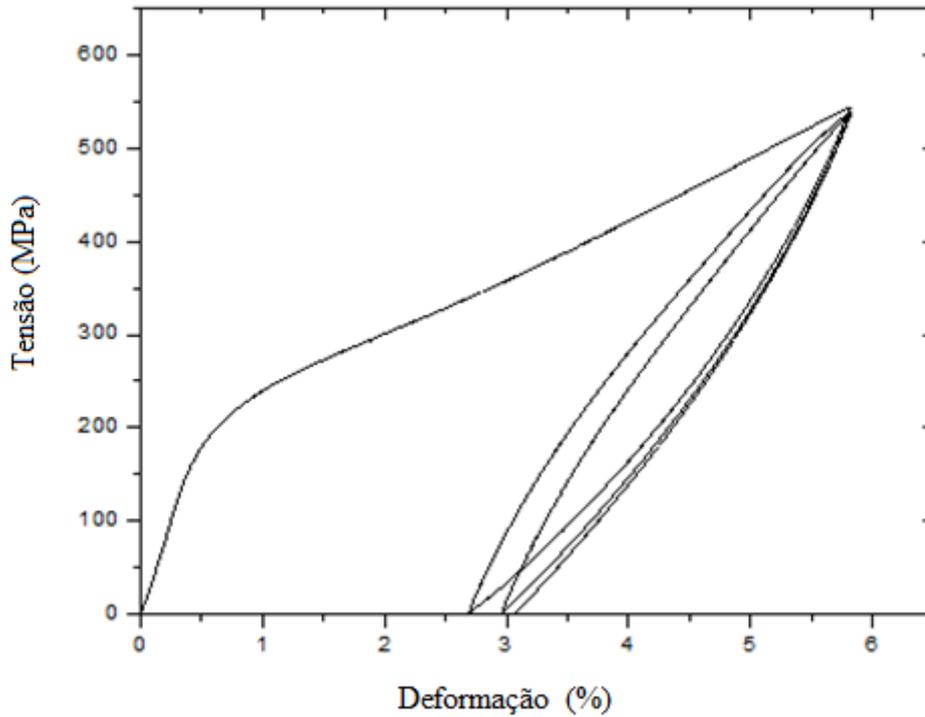


Figura 12 : Representação do comportamento da liga após a aplicação de três ciclos sob temperatura 0°C e deformação 6%.

A tabela abaixo traz os valores da deformação residual a partir dos ciclos;

Nº de ciclos	Deformação Residual (%)
1	2,706
2	2,961
3	3,051

Tabela: Deformação residual sob deformação de 6% e temperatura 0°C.

Na figura 13, temos um ensaio realizado com deformação também de 6%, porém a 25° C e a redução dos acréscimos também está presente. Também devemos atentar ao fato de que o aumento da temperatura reduz os valores da deformação residual, como tínhamos visto em seções anteriores.

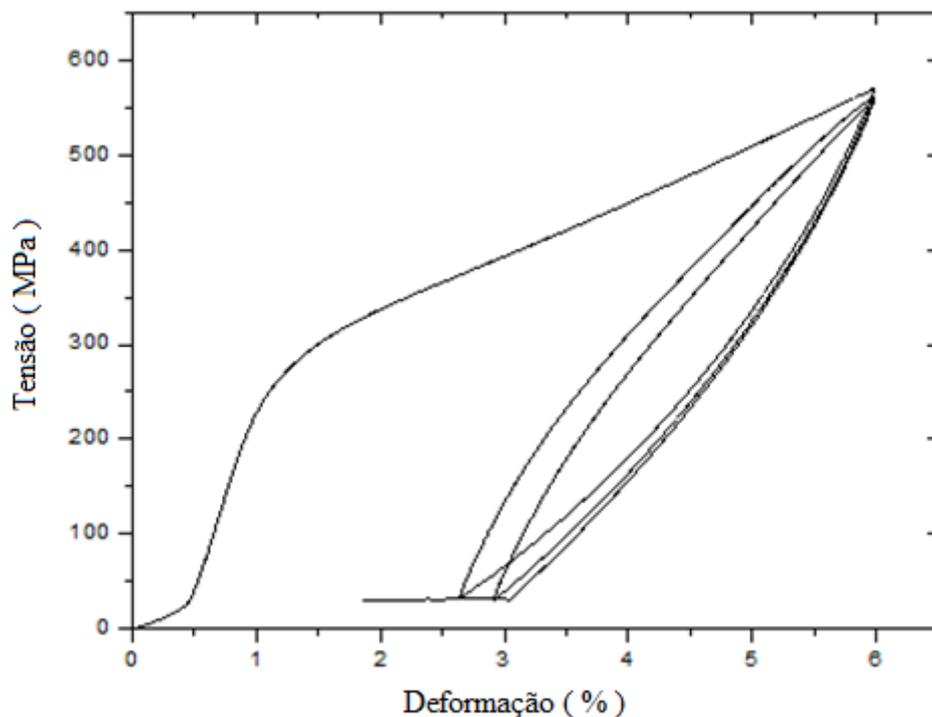


Figura 13 : Representação do comportamento da liga após a aplicação de três ciclos sob temperatura 25°C e deformação 6% (OLIVEIRA, 2013).

Abaixo, temos a tabela dos valores da deformação. Notemos que o aumento da temperatura nos trouxe uma redução nos valores da deformação residual.

Números de ciclos	Deformação Residual
1	2,649
2	2,911
3	3,026

Tabela: Deformação residual sob deformação de 6% e temperatura 25°C.

A figura 14 apresenta a aplicação de 20 ciclos e, apesar de termos deformação de 4%, o diagrama segue o mesmo padrão de regularidade. Esses resultados indicam que a partir de certa quantidade de ciclos, a deformação residual tende a se estabilizar e não há mais acréscimos minimamente relevantes em seus valores. Observa-se ainda que os módulos elásticos têm seus valores girando em torno de uma constante que pode ser encontrada com base nos dados experimentais.

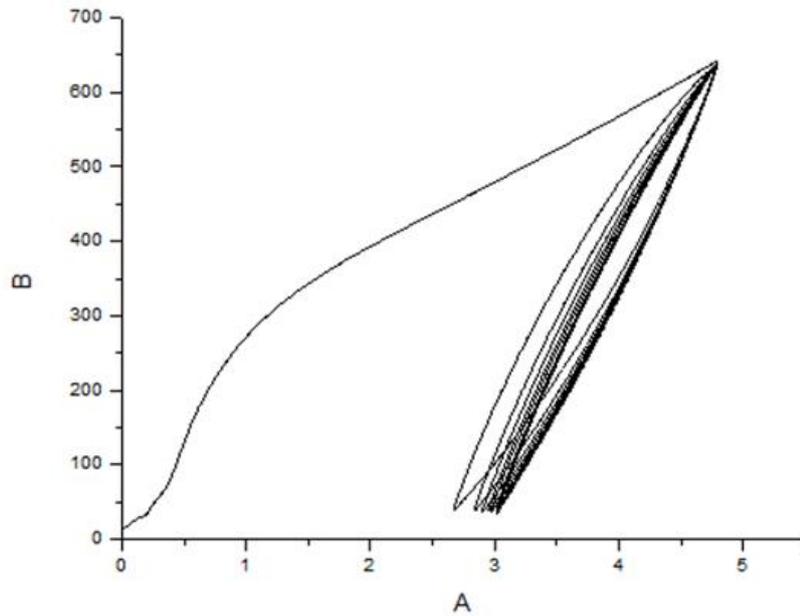


Figura 14 : Representação do comportamento da liga após a aplicação de vinte ciclos sob temperatura 30°C e deformação 4%.

Na figura acima, em que o número de ciclos é ampliado, podemos observar que os acréscimos, seguidos de estagnação também convergem para o gráfico de uma função logarítmica. Abaixo, os pontos pertencentes ao gráfico representam os valores da deformação residual em função do número de ciclos.

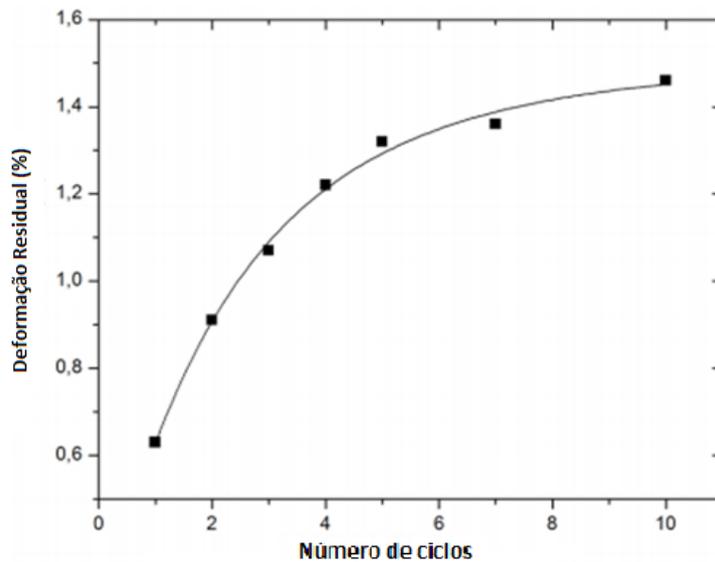


Figura 15 : Deformação residual em função da quantidade de ciclos (OLIVEIRA et al., 2019).

Em que cada ponto representa os valores da deformação residual em determinada quantidade de ciclos e a linha contínua representa uma função logarítmica.

CAPÍTULO III

3.1 DESENVOLVIMENTO E VALIDAÇÃO DO MODELO

3.1.1 Modelagem

Baseado nos dados experimentais observou-se que cada uma das grandezas: deformação (ε), temperatura (T) e taxa de deformação ($\dot{\varepsilon}$) mostrou exercer influência sobre a deformação residual. Assim, a partir de algumas considerações matemáticas, é possível expressar a deformação residual em função dessas variáveis, ou seja:

$$\varepsilon_r = f\left(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T\right). \quad (3.1)$$

Para obter a expressão desejada, inicialmente, é necessário considerar a influência isolada de cada variável no processo. Consequentemente podemos considerar que:

$$\varepsilon_r = f(\varepsilon). \quad (3.2)$$

A Figura 16 mostra um diagrama esquemático que ilustra a influência da deformação na deformação residual observada nos dados experimentais.

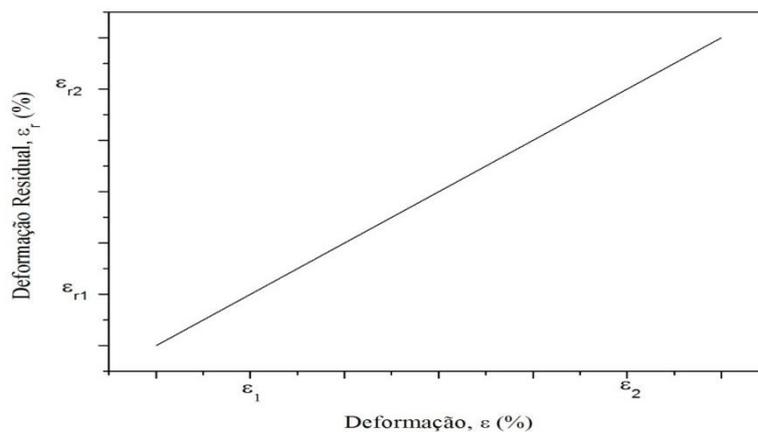


Figura 16 : Representação esquemática do comportamento da deformação residual coma deformação imposta (OLIVEIRA et al., 2019).

Considerando inicialmente a influência da deformação no comportamento da deformação residual, podemos reescrever a equação (3.2) da seguinte forma:

$$\varepsilon_r = A\varepsilon + B. \quad (3.3)$$

Através da análise dos dados experimentais verificou-se que os coeficientes angular (A) e linear (B) da equação (3.3) mostraram-se dependentes da taxa de deformação. Assim, faremos as seguintes considerações:

Se $\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_1 = \dot{\varepsilon}_{qs}$, então $\varepsilon_r = A\varepsilon + B$. Mas, se $\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_2 > \dot{\varepsilon}_{qs}$, então $\varepsilon_r = A'\varepsilon + B'$. Desta forma, considerando que os parâmetros A e B variam com a taxa de deformação, podemos escrever que $A = A\left(\dot{\varepsilon}\right)$ e $B = B\left(\dot{\varepsilon}\right)$. Logo,

$$\varepsilon_r = A\left(\dot{\varepsilon}\right)\varepsilon + B\left(\dot{\varepsilon}\right). \quad (3.4)$$

As expressões que estabelecem $A = A\left(\dot{\varepsilon}\right)$ e $B = B\left(\dot{\varepsilon}\right)$ são:

$$A\left(\dot{\varepsilon}\right) = A - \left(\frac{A - A'}{\dot{\varepsilon}_2 - \dot{\varepsilon}_{qs}} \right) \left(\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}_{qs} \right). \quad (3.5)$$

$$B\left(\dot{\varepsilon}\right) = B - \left(\frac{B - B'}{\dot{\varepsilon}_2 - \dot{\varepsilon}_{qs}} \right) \left(\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}_{qs} \right). \quad (3.6)$$

A Figura 17 mostra um diagrama esquemático que ilustra a influência da temperatura na deformação residual observada nos dados experimentais. Os resultados indicam que a máxima deformação residual é obtida na condição de taxa de deformação quase estática e na temperatura A_s . Observa-se ainda que fixando a deformação imposta e a taxa de deformação, a deformação residual diminui de forma linear com o aumento da temperatura, conforme observado na figura 17.

Acrescentando a influência da temperatura na equação (3.4) temos:

$$\varepsilon_r = \varepsilon_{r_1} - \frac{\partial \varepsilon_r}{\partial T} (T - A_s). \quad (3.7)$$

Em que A_s é temperatura inicial da transformação da martensita em austenita.

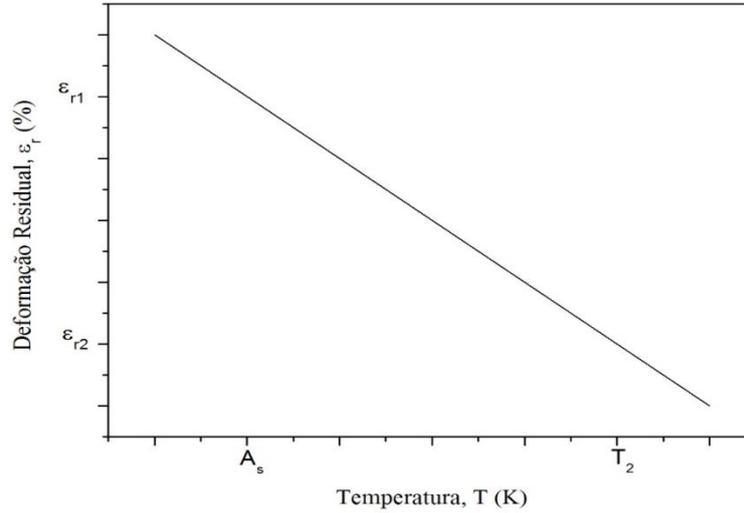


Figura 17 : Representação esquemática do comportamento da deformação residual com temperatura (OLIVEIRA et al., 2019).

A inclinação $\frac{\partial \varepsilon_r}{\partial T}$ pode ser obtida da seguinte forma:

$$\frac{\partial \varepsilon_r}{\partial T} = \frac{\varepsilon_{r_1} - \varepsilon_r}{A_s - T} \quad (3.8)$$

Porém $\frac{\partial \varepsilon_r}{\partial T}$ varia com ε , assim para $\varepsilon = \varepsilon_1$, consideremos $\left(\frac{\partial \varepsilon_r}{\partial T}\right)_1 = C_1$, e

para $\varepsilon = \varepsilon_2$, temos que $\left(\frac{\partial \varepsilon_r}{\partial T}\right)_2 = C_2$. Portanto,

$$\varepsilon_r = \varepsilon_{r_1} - C(\varepsilon)(T - A_s), \quad (3.9)$$

Onde $C(\varepsilon) = c_1 + \left(\frac{c_2 - c_1}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}\right)(\varepsilon - \varepsilon_1)$. (3.10)

Assim, finalmente chegamos ao modelo desejado, através da equação:

$$\varepsilon_r = A \left(\dot{\varepsilon} \right) \varepsilon + B \left(\dot{\varepsilon} \right) - C(\varepsilon)(T - A_s). \quad (3.11)$$

Em que A e B são constantes dependentes da taxa de deformação, C é uma constante que depende da deformação imposta.

De acordo com a equação (3.11) é possível prever a variação da deformação residual com as condições termomecânicas impostas ao material (temperatura, deformação imposta e taxa de carregamento).

3.1.2 Comparação do modelo com os dados experimentais

Na Figura 18 apresentamos a comparação entre os resultados obtidos pelo modelo proposto e os experimentos realizados por (OLIVEIRA et al., 2017). As condições termomecânicas impostas ao material foram: deformação imposta fixa, de 6%, uma taxa de deformação de $0,005 \text{ s}^{-1}$ e a temperatura variando entre 243 e 323 K, como mostrado na fig. 18. Os resultados obtidos pelo modelo são bastante próximos ao resultado experimental. As maiores diferença nos resultados, entre o modelo proposto e os dados experimentais, foram encontradas para as temperaturas de 268 e 323 K.

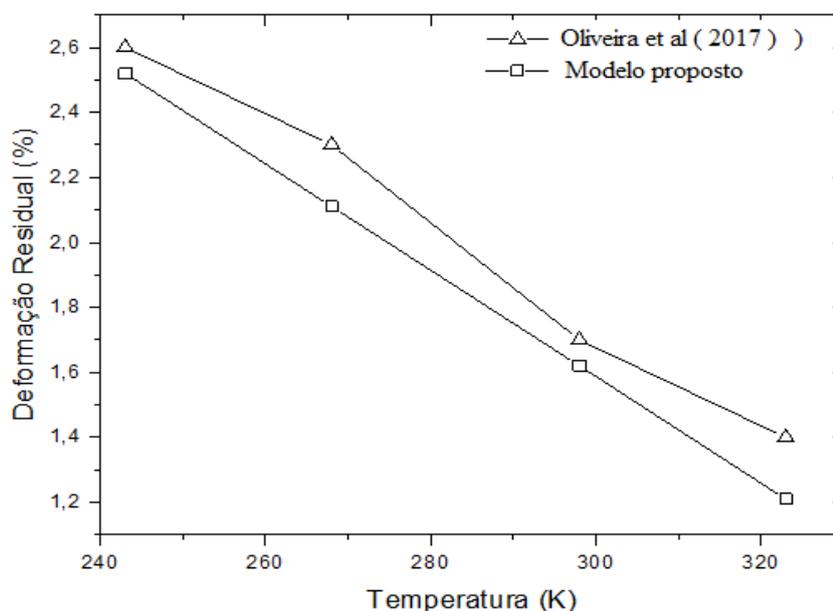


Figura 18 : Comparação entre modelo proposto e os resultados experimentais: deformação residual x temperatura para deformação de 6% e taxa de deformação de $0,005 \text{ s}^{-1}$.

Comparações entre o modelo proposto e os dados experimentais, referentes à influência da deformação imposta, estão representadas nas Figuras 19, 20 e 21. Na Figura 19 a temperatura foi fixada em 298 K, a taxa de deformação em $0,0005\text{s}^{-1}$ e a deformação imposta variou entre 4 e 6%. Para a Figura 20 a temperatura foi fixada em 243 K, a taxa de deformação em $0,0005\text{s}^{-1}$ e a deformação imposta variou entre 4 e 7%. Na Figura 21 a temperatura foi fixada em 243 K, a taxa de deformação em $0,00001\text{ s}^{-1}$ e a deformação imposta variou entre 4 e 7%. Por meio da análise comparativa entre as curvas dos dados experimentais e os dados fornecidos pelo modelo, é possível observar que há uma boa concordância.

Vale ressaltar, que o modelo foi capaz de prever com boa aproximação a deformação residual em função das condições termomecânicas impostas ao material. Apesar das condições aplicadas para obtenção dos resultados das Figuras 19, 20 e 21 serem diferentes, é possível constatar que os incrementos de deformação residual (provocados pelo aumento da deformação aplicada) observados nos dados experimentais, não apresentam diferenças consideráveis com os obtidos pelo modelo proposto. Destaca-se que a influência da deformação imposta na deformação residual deve ser verificada fixando-se a taxa de deformação e a temperatura do ensaio.

Analisando as Figuras 20 e 21, é possível verificar o efeito da taxa de deformação na deformação residual. Pode-se observar nas Figuras 20 e 21 que para uma mesma deformação aplicada, o modelo é capaz de reproduzir o comportamento da deformação residual com a variação da taxa de deformação. Para uma mesma condição termomecânica aplicada, por exemplo, para uma deformação 7% e uma temperatura de 243 K, as deformações residuais obtidas experimentalmente para as taxas de deformação de $0,0005\text{ s}^{-1}$ e $0,00001\text{ s}^{-1}$ foram de 3,5% e 4,1%, respectivamente. Já os valores destas deformações residuais previstas pelo modelo para a mesma condição termomecânica foram de 3,57% e 4,08% para as taxas de deformação de $0,0005\text{ s}^{-1}$ e $0,00001\text{ s}^{-1}$, respectivamente. Pode-se notar que o aumento da deformação residual, provocado pelo aumento da taxa de deformação, observado nos resultados experimentais é similar ao encontrado pelo modelo proposto.

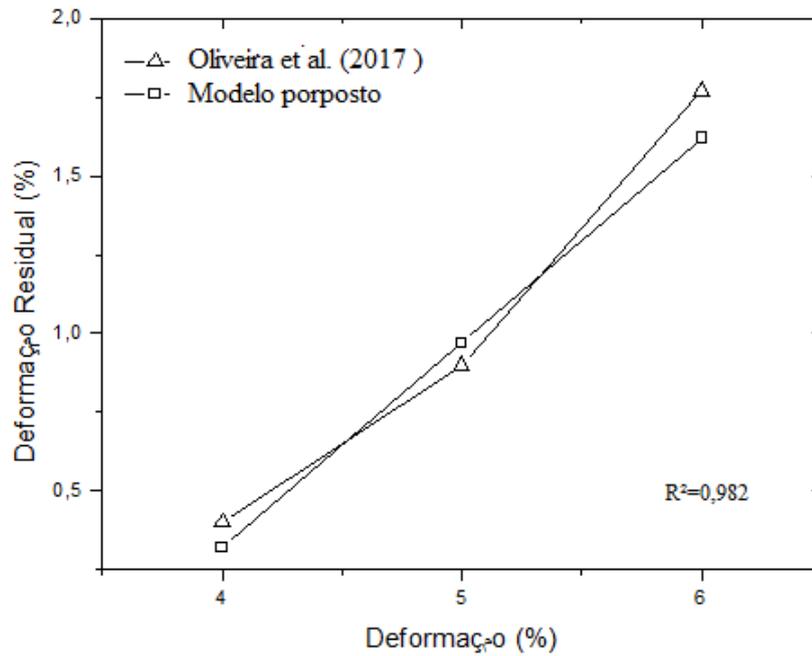


Figura 19 : Comparação entre modelo proposto e os resultados experimentais: deformação residual x deformação imposta para temperatura de 298 K e taxa de deformação de 0,005 s⁻¹.

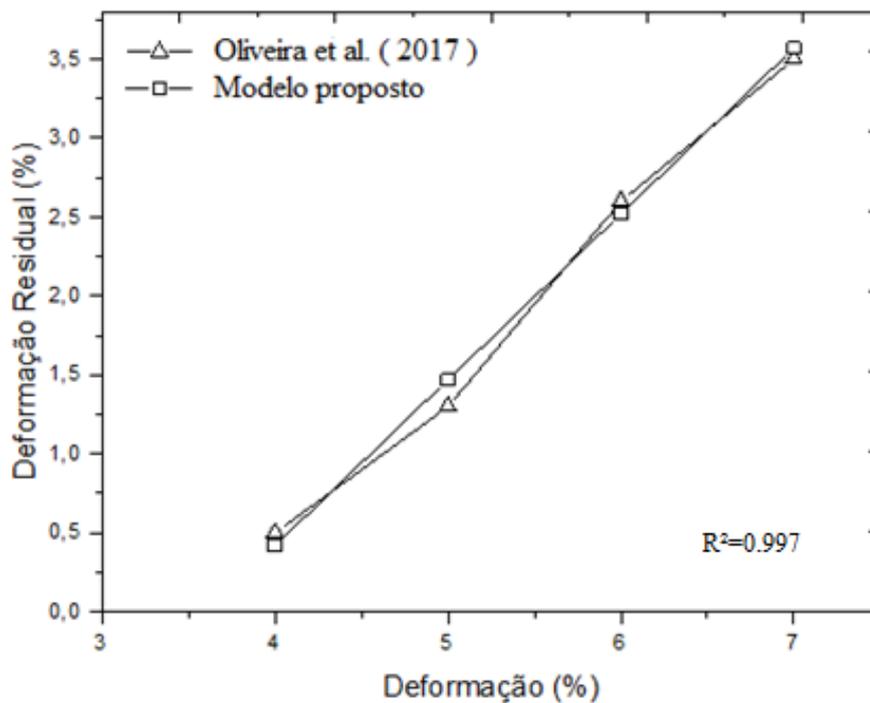


Figura 20: Comparação entre modelo proposto e os resultados experimentais: deformação residual x deformação imposta para temperatura de 243 K e taxa de deformação de 0,005 s⁻¹

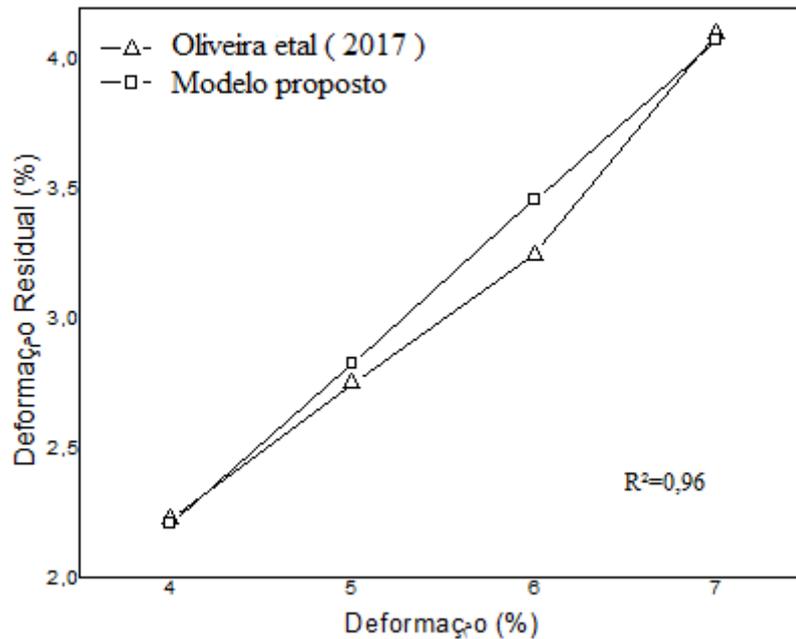


Figura 21 : Comparação entre modelo proposto e os resultados experimentais: deformação residual x deformação imposta para temperatura de 243 K e taxa de deformação de 0,0001 s⁻¹

Assim, será possível modelar todo o ciclo, alterando os valores de temperatura, deformação e taxa, obtendo a cada modificação, um valor distinto para a deformação residual.

3.1.3 Influência do número de ciclos

Ao longo deste trabalho, já indicamos uma grande quantidade de aplicações para ligas com memória de forma, em outras palavras, buscamos evidenciar a importância do estudo realizado nessas ligas metálicas. Áreas diversas como engenharia civil, aeronáutica, ortodontia, dentre outras, fazem uso frequente desses materiais. Inicialmente, desenvolvemos um modelo que prevê a deformação residual em função das variações de temperatura, deformação e taxa de deformação.

No entanto, essas ligas, usualmente, são submetidas a vários ciclos de carregamento e observamos que com o aumento do número de ciclos, o comportamento das transformações de fase, bem como as propriedades mecânicas das ligas mudam

gradativamente. Portanto, se faz necessário o desenvolvimento de um modelo razoável que possa prever o comportamento mecânico das SMA sob ciclos de carregamento.

Nesta seção, iremos tratar do comportamento termomecânico de ligas SMA sob cargas cíclicas e taxa de deformação constante. Será proposto um modelo capaz de descrever o comportamento quantitativo dessas ligas, em relação à deformação residual. Esses valores, após o primeiro ciclo serão encontrados a partir da expressão desenvolvida, anteriormente, neste trabalho. Conseqüentemente, a influência das variáveis taxa de deformação, deformação e temperatura também estarão presentes, implicitamente, no próximo modelo.

Em busca da expressão matemática desejada, iremos considerar a influência de cada ciclo ao valor da deformação residual. Segundo (SAINT SULPICE, 2012) o comportamento da deformação residual, numa liga Cu-Al-Be submetida a ciclos de carga e descarga, com amplitude de deformação constante, aumenta com o número de ciclos até atingir um valor de saturação. Baseado nos dados de (OLIVEIRA et al., 2019) a expressão pode ser obtida por uma curva logarítmica.

A Figura 22 mostra um diagrama esquemático que ilustra a influência do número de ciclos mecânicos na deformação residual observada nos dados experimentais obtidos por (OLIVEIRA et al., 2019) para uma liga Cu-Al-Be-Nb-Ni.

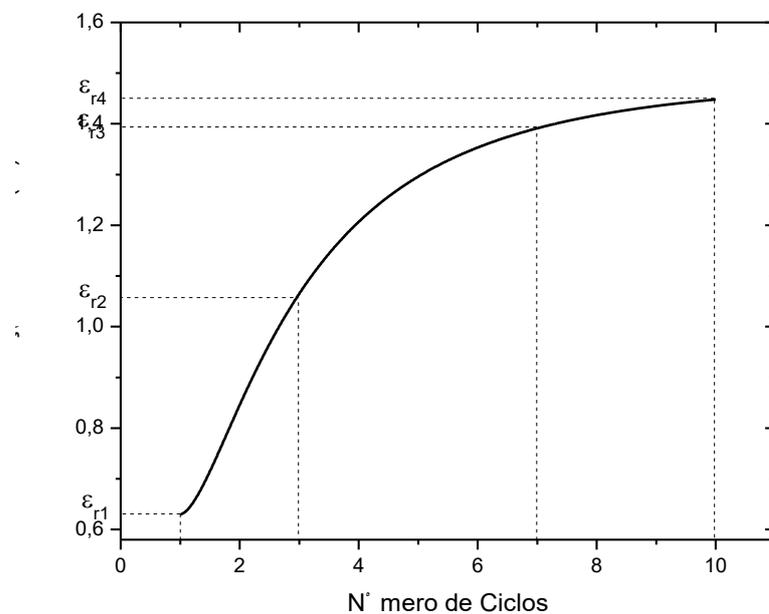


Figura 22 : Representação esquemática do comportamento da deformação residual em função do número de ciclos.

3.1.4 Modelagem:

A partir da observação do gráfico e das evidências analisadas, é possível observar que a aplicação dos ciclos de carregamento tem influência direta na deformação residual. Vamos propor um modelo constitutivo para esse carregamento, baseado na aplicação de cargas mecânicas. O objetivo é prever, com boa precisão, a evolução da deformação residual no decorrer dos ciclos. Em outras palavras, teremos uma expressão matemática, iterativa, que quantifica os valores da deformação residual em função da quantidade de carregamentos.

Assim, temos um modelo formado pela seguinte sentença:

$$\varepsilon_{ri} = \varepsilon_{r1} + f(i), \text{ em que} \quad (3.12)$$

ε_{ri} : Deformação residual após i ciclos.

ε_{r1} : Deformação residual após 1º ciclo.

$f(i)$: Incremento dependente da quantidade de ciclos.

A equação abaixo indica que a deformação residual será encontrada em função da deformação ε_{r1} , que já foi quantificada nesse trabalho, mais um incremento denotado por $f(i)$. Esse incremento, que é calculado em função do número de ciclos, que é baseado nos dados experimentais obtidos por (OLIVEIRA et al., 2019) corresponde a uma curva logarítmica.

Portanto,

$$\varepsilon_{ri} = \varepsilon_{r1} + \beta \ln(i),$$

Em que β é um coeficiente intrínseco ao material e i , o número de ciclos.

Assim, temos um modelo que estabelece a relação que estávamos buscando.

3.1.5 Comparação entre o modelo e os dados experimentais

Nessa subseção iremos ilustrar o comparativo entre os resultados obtidos no modelo e os dados experimentais obtidos por (OLIVEIRA et al., 2019). Os resultados do modelo são bem próximos do resultado experimental e é possível observar que essa expressão matemática tem a capacidade de quantificar a deformação residual em função da quantidade de ciclos aplicados ao corpo de prova.

Na figura abaixo, apresentamos essa comparação. As condições termomecânicas impostas ao material foram: deformação imposta fixa, de 4,5%, taxa de deformação $0,004 \text{ s}^{-1}$ e temperatura de 298 K. Foi verificado que o modelo apresenta uma previsão de valores de deformação residual em função do número de ciclos um pouco abaixo dos valores obtidos experimentalmente, demonstrando a capacidade do modelo proposto em prever as condições termomecânicas apropriadas para obter a deformação residual desejada.

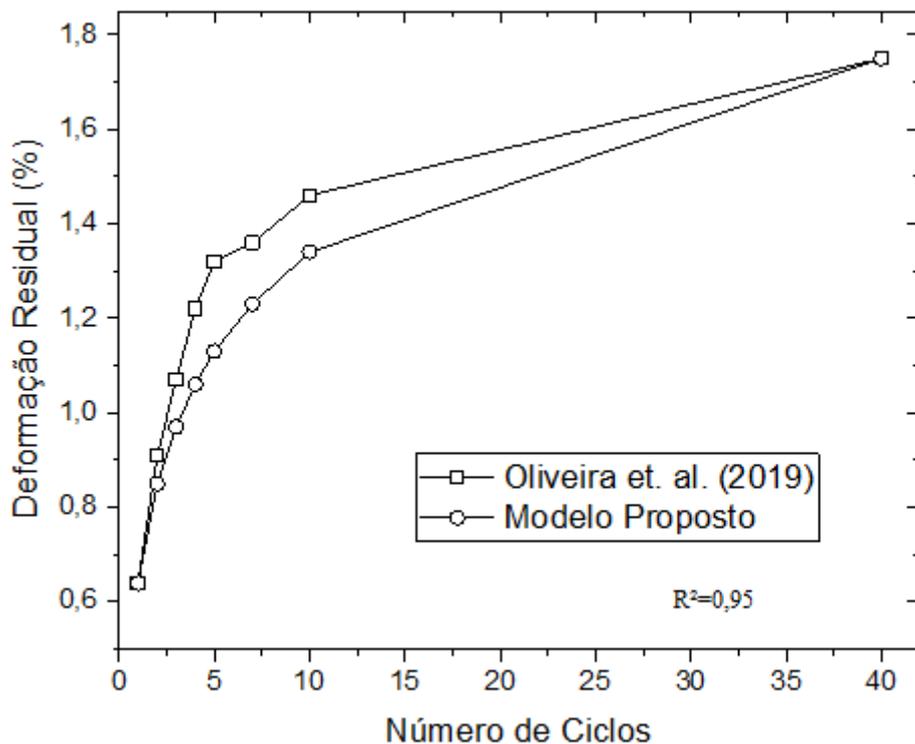


Figura 23 : Comparativo entre modelo e resultados do experimento.

3.1.6 Influência da ciclagem mecânica com aplicação de ciclos intermediários até atingir a deformação total.

Para avaliação da influência da ciclagem mecânica com aplicação de ciclos intermediários até atingir a deformação total foi elaborada uma liga Cu-11,8Al-0,6Be-0,58Nb-0,27Ni. A liga foi fundida em uma quantidade de aproximadamente 500 gramas. A liga foi fundida, a partir das ligas mães Cu-4%Be (% em peso) e Nb-35,4Ni, sem controle de atmosfera e o aquecimento indutivo foi realizado com auxílio de um gerador MU400 da INDUTHERM com potência máxima de saída de 10 kW. O vazamento da liga, logo após a fusão, foi realizado num molde de aço 1045, como na figura 24, para obtenção de um lingote com dimensões em torno de 21X34X100 mm.

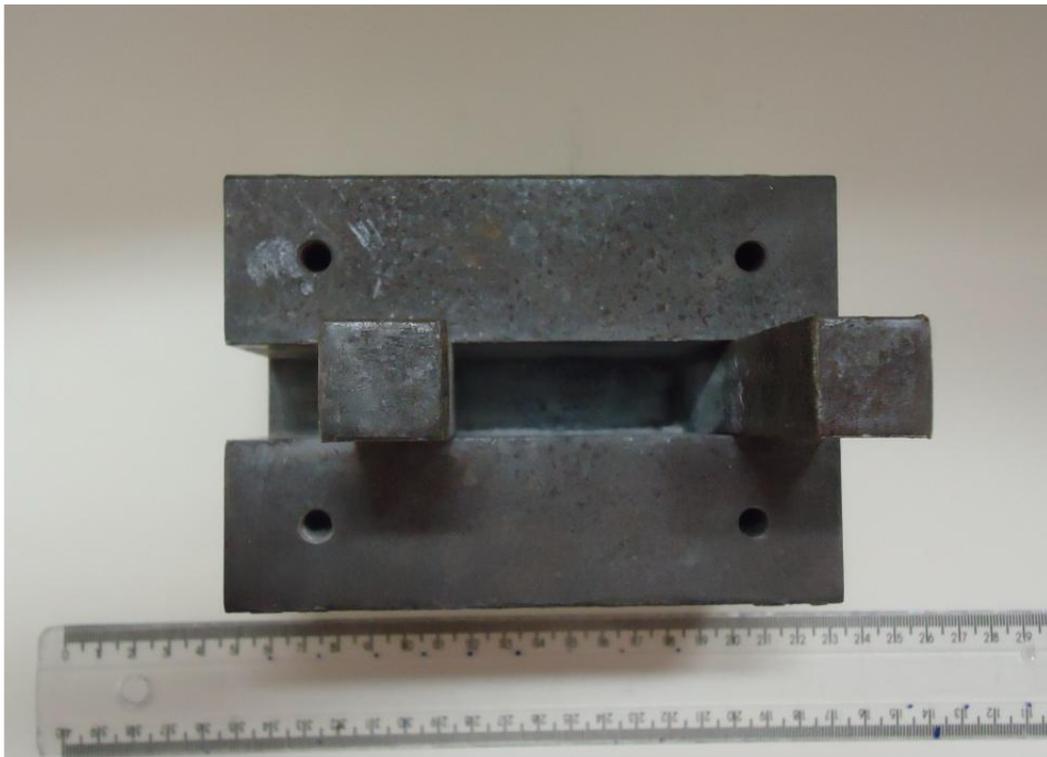


Figura 24 : Molde para obtenção dos corpos de prova.

A liga, após o processo de fundição, foi homogeneizada a 850°C durante 12 horas em um forno do tipo mufla, sem controle de atmosfera modelo 0912 da marca JUNG, sendo logo em seguida temperadas em água a 25°C para obtenção do efeito memória de forma.

Posterior ao processo de homogeneização do lingote foi elaborado corpos de prova, para ensaios de ciclagem mecânica da liga Cu-11,8Al-0,58Be-0,5Nb-0,27Ni através da usinagem por eletroerosão, num equipamento da BENER modelo electrocut AR1300.

Os ensaios de ciclagem mecânica com aplicação de ciclos intermediários até atingir a deformação total foram realizados empregando-se uma máquina de tração estática e dinâmica modelo AUTOGRAPH AG-X 10kN. O ensaio consiste em deformar os corpos de prova, com e sem a aplicação de ciclos intermediários até uma determinada deformação, retirar o carregamento sobre o corpo de prova (tensão $\sigma = 0$ Pa) após atingir a deformação máxima. Foi avaliada ainda a influência da velocidade de deformação nos ensaios com aplicação de ciclos intermediários. Todos os ensaios foram realizados a temperatura de aproximadamente 25 °C.

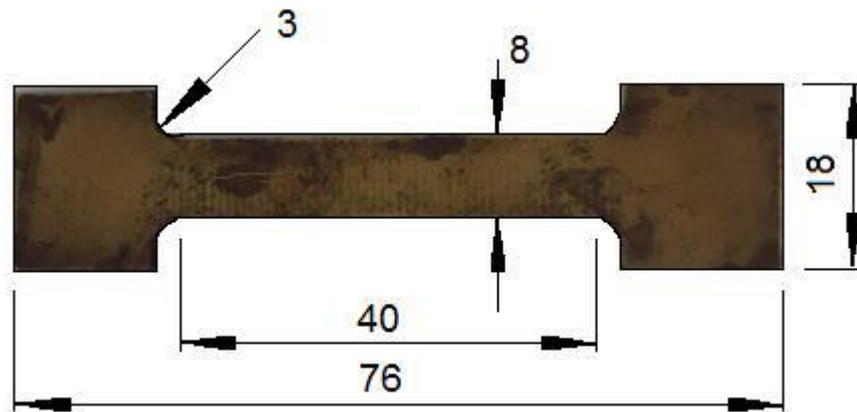


Figura 25 : Corpo de prova usado nos ensaios mecânicos. Dimensões em mm.

As Figuras 26 (a), (b) e (c) mostram as curvas de carregamento/descarregamento à tração para as condições de ciclagem mecânica com ciclos intermediários e velocidade de deformação de 0,005 mm/s, ciclagem mecânica sem ciclos intermediários e velocidade de deformação de 0,005 mm/s e ciclagem mecânica com ciclos intermediários e velocidade de deformação de 0,05 mm/s, respectivamente. Foi observado a aplicação de ciclos intermediários até atingir a deformação total para uma mesma velocidade de deformação não afetou a quantidade de deformação residual quando comparamos com a ciclagem mecânica sem ciclos intermediários para uma mesma deformação total aplicada. Com relação a velocidade de deformação aplicada

para ensaios de carregamento/descarregamento com ciclos intermediários foi verificado um aumento da deformação residual com o aumento da velocidade de deformação. Este resultado é similar ao apresentado por (OLIVEIRA et al., 2017) para ensaios sem aplicação de ciclos intermediários.

(SAINT-SULPICE, 2008) reportou uma serie de ensaios cíclicos e utilizaram os resultados para desenvolver um modelo macroscópico 3D capaz de descrever a deformação inelástica permanente das LMFs durante a aplicação de ciclos mecânicos. Dentre os ensaios realizados os autores avaliaram a influência da ciclagem mecânica com aumento progressivo da amplitude de deformação com o número de ciclos. Os valores de deformação residual para uma amplitude de deformação de 4% atingido no oitavo ciclo mecânico foi similar ao obtido para um único de deformação com a mesma amplitude de 4%.

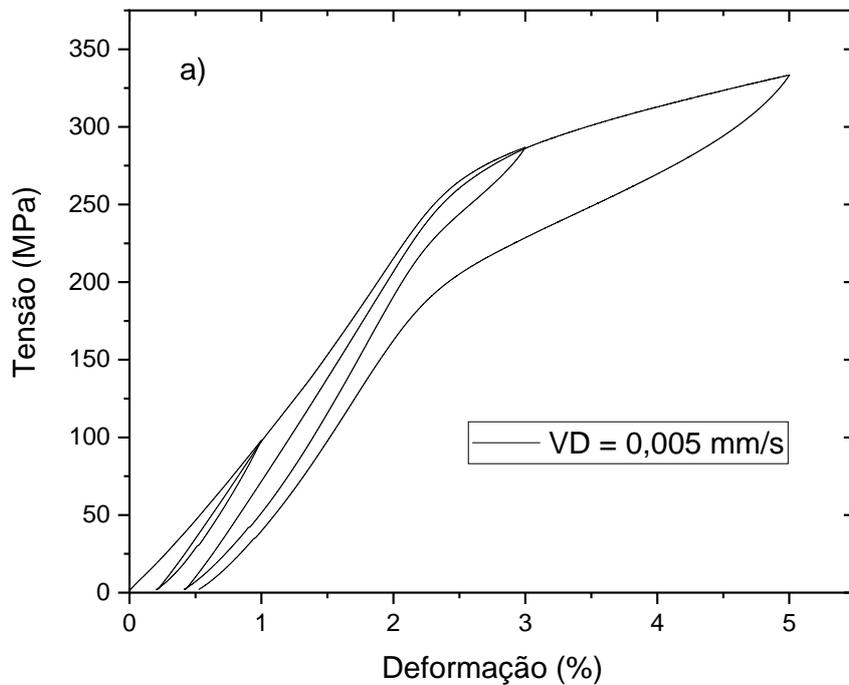


Figura 26 a) ciclagem mecânica com ciclos intermediários e velocidade de deformação de 0,005 mm/s,

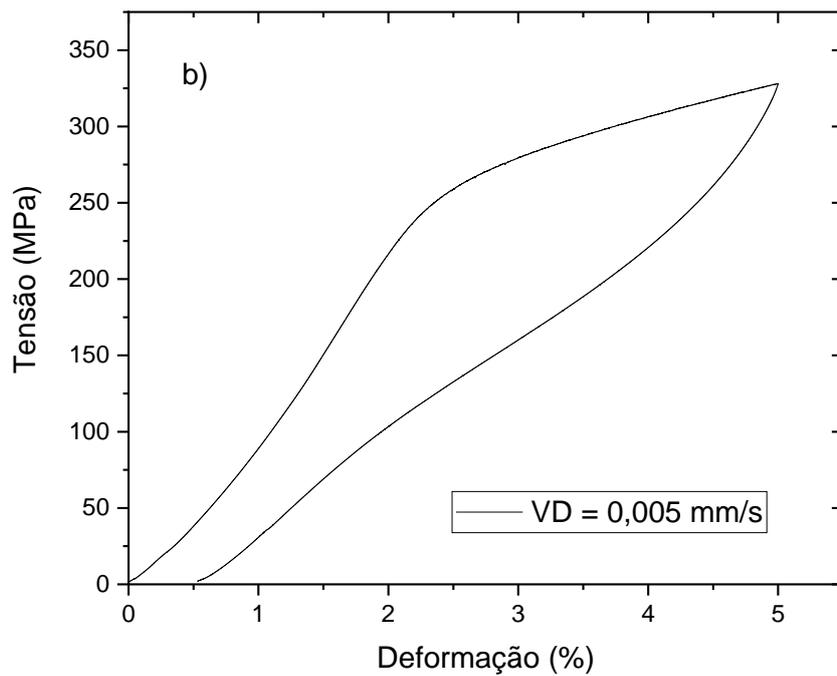


Figura 26 b) ciclagem mecânica sem ciclos intermediários e velocidade de deformação de 0,005 mm/s

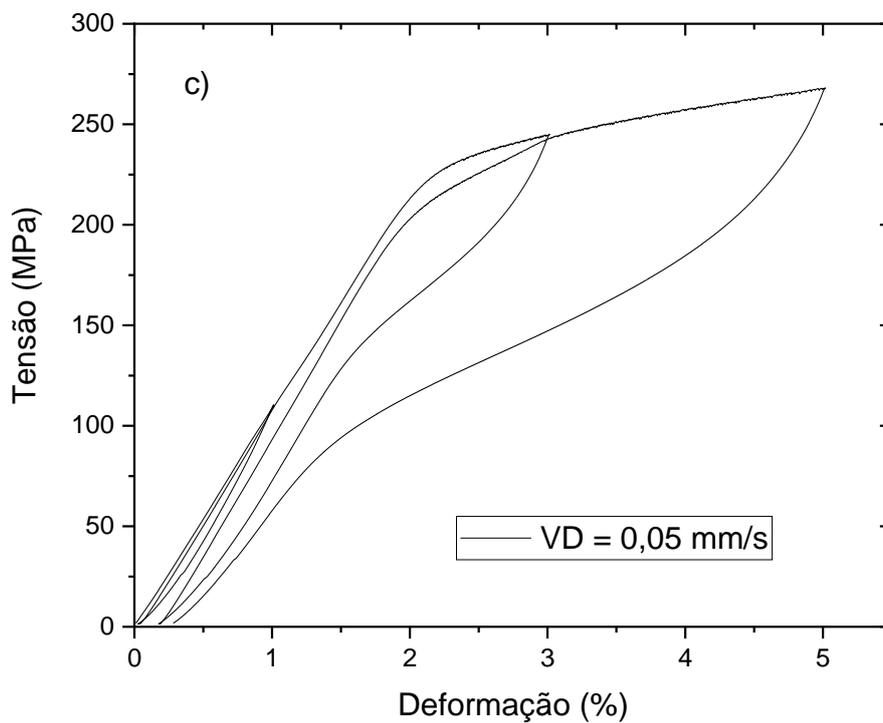


Figura 26 c) ciclagem mecânica com ciclos intermediários e velocidade de deformação de 0,05 mm/s.

CAPÍTULO IV

4.1 CONCLUSÕES

No presente trabalho foi proposto um modelo empírico baseado nos dados experimentais obtidos para uma liga Cu-Al-Be-Nb. Este modelo foi desenvolvido para quantificar a deformação residual levando-se em consideração a influência da taxa de deformação, da temperatura, número de ciclos e da deformação imposta. Além disso, foi avaliada a influência da ciclagem mecânica com aplicação de ciclos intermediários até atingir a deformação total. As seguintes conclusões foram obtidas:

1. O modelo empírico proposto para quantificar a deformação residual é uma equação linear em função das variáveis taxa de deformação, temperatura e deformação imposta. Este fato é importante tendo em vista que não se faz necessário o uso de Softwares para o cálculo desta deformação.
2. Os resultados obtidos através do modelo apresentam-se com boa concordância quando comparado com os dados experimentais.
3. É possível prever com o modelo as condições necessárias para se obter a máxima deformação residual. Esta informação é fundamental para aplicações das ligas com memória de forma que necessitam apresentar uma elevada histerese térmica.
4. O número de ciclos de carga e descarga eleva a deformação residual até um limiar e, posteriormente, estabiliza. Também é possível modelar os valores dessa deformação por uma curva logarítmica.
5. A aplicação de ciclos mecânicos intermediários até atingir a deformação total não influenciou na quantidade de deformação residual obtida em comparação com aplicação de um único ciclo mecânico para mesma deformação imposta.

CAPÍTULO V

Bibliografía

(s.d.).

Bo Zhou, S. Y. (2011). Modeling of Cyclic Super-elastic Behaviors of Shape Memory Alloy . *Advanced Materials Research* , 311-313.

Brinson, L. C. (Abril de 1993). One-Dimensional Constitutive Behavior of Shape Memory Alloys: Thermomechanical Derivation with Non-Constant Material Functions and Redefined Martensite Internal Variable. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* , 229-242.

Cisse, C., Zaki, W., & Zineb, T. B. (2016). A review of constitutive models and modeling techniques for shape memory alloys. *International Journal of Plasticity* , 244-284.

Cladera A, Weber B, Leinenbach C, Czaderski C, Shahverdi M, Motavalli M. Iron-based shape memory alloys for civil engineering structures: An overview. *Construction and Building Materials*. 2014;63:281-293

Daniel Ferreira de Oliveira, I. C. (2019). Influence of Mechanical Cycling on Residual Strain in Superelastic Cu-Al-Be-Nb Alloys. *Materials Research* .

Guniputi BN, Murigendrappa SM. Influence of Gd on the microstructure, mechanical and shape memory properties of Cu-Al-Be polycrystalline shape memory alloy. *Materials Science and Engineering: A*. 2018; 737:245-252.

Lagoudas, D. C. (2008). *Shape Memory Alloys, Modeling and Engineering Applications*. New York: Springer.

Liang, C., & Rogers, C. A. (2008). One-Dimensional Thermomechanical Constitutive Relations for Shape Memory Materials. *JOURNAL OF INTELLIGENT MATERIAL SYSTEMS AND STRUCTURES*, Vol. 8 , 285-302.

- López, S. d. (2005). *Simulación Numérica y Correlación Experimental de las Propiedades Mecánicas en las Aleaciones con Memoria de Forma*. Tese (tese em engenharia) - ETSEIB, Tarragona.
- Motahari, S. A., & Ghassemieh, M. (2007). Multilinear one-dimensional shape memory material model for use in. *Engineering Structures* , 904-913.
- Nishiyama, Z., Fine, M. E., Meshii, M., & Wayman, C. M. (1978). *Martensitic Transformation*. New York: Academic Press.
- Oliveira, D. F. (2013). *Influência de Tratamentos Termomecânicos na Histerese Térmica de Ligas Cu-Al-Be com Memória de Forma*. Tese, Tese (Tese em engenharia) - UFPB, João Pessoa.
- Oliveira, D. F., Brito, I. C., França, F. J., Lima, S. J., Mello, T. A., & Gomes, R. M. (Abril de 2017). Assessment of Pipe Coupling by Using the Recovery of Stress-Induced Martensites in Superelastic Cu-11.8Al-0.6Be-0.5Nb Alloy. *Journal of Materials Engineering and Performance* .
- Oliveira JP, Zeng Z, Berveiller S, Bouscaud D, Fernandes FMB, Miranda RM, et al. Laser Welding of Cu-Al-Be shape memory alloys: Microstructures and mechanical properties. *Materials & design*. 2018; 148: 145-152.
- Paradis, A., Terriault, P., & Brailovski, V. (2009). Modeling of residual strain accumulation of NiTi shape memory alloys under uniaxial cyclic loading. *Computational Materials Science* , 373-383.
- Parulekar, Y. M., & Reddy, G. R. (2012). Nonlinear Model of Pseudoelastic Shape Memory Alloy Damper Considering Residual Martensite Strain Effect. *Hindawi Publishing Corporation* .
- Roh, J.-H. (2014). Thermomechanical Modeling of Shape Memory Alloys with Rate Dependency on the Pseudoelastic Behavior. *Hindawi* , 9.
- SAINT SULPICE, L. C. (2012). Thermomechanical cyclic behavior modeling of Cu-Al-Be SMA materials and structures 49. *International Journal of Solids* , 1088-1102.
- SAINT-SULPICE, L. C. (2008). Super-elastic behavior of shape memory alloys under proportional cyclic loadings. *Materials science & engineering* , 781.

- Sedmák P, Šittner P, Pilch J, Curfs C. Evolution of Internal Stresses During Cyclic Superelastic Deformation of NiTi Investigated by X-ray Synchrotron Diffraction. *Materials Today: Proceedings*. 2015;2(Suppl 3):S731-S734
- Sedmák P, Šittner P, Pilch J, Curfs C. Instability of cyclic superelastic deformation of NiTi investigated by synchrotron X-ray diffraction. *Acta Materialia*. 2015;94:257-270
- Tanaka, K., Kobayashi, S., & Sato, Y. (1986). Thermomechanics of Transformation Pseudoelasticity and Shape Memory Effect in Alloys. *International Journal of Plasticity* , 59-72.
- Vitiello, A., Giorleo, G., & Morace, R. E. (2005). Analysis of thermomechanical behaviour of Nitinol wires with high strain rates. *Smart Materials and Structures* , 215-221.
- Wenjie Ren, H. L. (2007). Phenomenological modeling of the cyclic behavior of superelastic shape memory alloys. *Smart Materials and Structures* , 1083-1089.