

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

**RESOLUÇÃO DE QUESTÕES SOBRE PORCENTAGEM, RAZÃO
E PROPORÇÃO POR ALUNOS DE CIÊNCIAS CONTÁBEIS**

ANA OLÍVIA DE MEDEIROS BARRETO

João Pessoa – Paraíba

Outubro de 2020

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

ANA OLÍVIA DE MEDEIROS BARRETO

**RESOLUÇÃO DE QUESTÕES SOBRE PORCENTAGEM, RAZÃO
E PROPORÇÃO POR ALUNOS DE CIÊNCIAS CONTÁBEIS**

Trabalho de Conclusão de Curso a
presentado à Coordenação do curso de
Licenciatura em Matemática da
Universidade Federal da Paraíba como
requisito parcial para obtenção do título
de licenciada em Matemática.

Orientador: Prof^a Dr^a Rogéria
Gaudencio do Rêgo

João Pessoa – Paraíba

Outubro de 2020

Catálogo na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

B273r Barreto, Ana Olivia de Medeiros.

Resolução de questões sobre porcentagem, razão e proporção por alunos de ciências contábeis / Ana Olivia de Medeiros Barreto. - João Pessoa, 2020.
47 f.

Orientação: Rogéria Gaudencio do Rêgo.
TCC (Graduação) - UFPB/CCEN.

1. Porcentagem. 2. Razão. 3. Proporção. I. Rêgo, Rogéria Gaudencio do. II. Título.

UFPB/CCEN

CDU 51

ANA OLÍVIA DE MEDEIROS BARRETO

**RESOLUÇÃO DE QUESTÕES SOBRE PORCENTAGEM, RAZÃO
E PROPORÇÃO POR ALUNOS DE CIÊNCIAS CONTÁBEIS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba como requisito parcial para a obtenção do título de licenciada em Matemática.

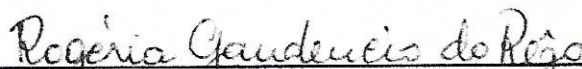
Orientadora: Prof^a Dr^a Rogéria Gaudencio do Rêgo

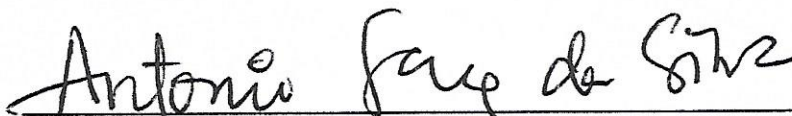
Aprovado(a) em: 14 / 10 /2020.

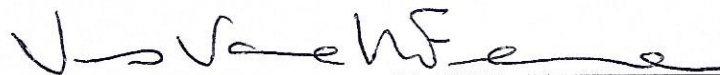
Conceito: APROVADA

Nota: _____

BANCA EXAMINADORA


Prof^a Dr^a Rogéria Gaudencio do Rêgo - UFPB
(Orientadora)


Prof. Ms. Antonio Sales da Silva - UFPB
(Avaliador)


Prof. Dr Vinícius Varella Ferreira - UFPB
(Avaliador)

Aos meus pais, Adriano e Ivonete.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por me dar força e coragem pra chegar até aqui. Sem Ele nada disso seria possível.

Aos meus pais, Ivonete e Adriano, que sempre me apoiaram e me incentivaram, em especial a minha mãe, por ser minha grande inspiração e por nunca medir esforços para que eu estudasse.

Agradeço á minha madrinha Querida, por me motivar e acreditar que tudo daria certo. À minha tia Guia e minha prima Isis, por toda força e apoio.

Agradeço à minha orientadora, Prof.^a Dra. Rogéria Gaudencio, pelos ensinamentos e contribuições importantes nessa trajetória. Fica a minha admiração e o respeito pela profissional que ela é.

Aos Professores Antonio Sales e Vinicius Varella por aceitarem fazer parte da minha banca examinadora.

Quero agradecer também aos meus colegas e amigos, Larissa, Ismael e Saulo, pelas trocas de experiências e por tornarem mais leve essa longa caminhada.

RESUMO

Este trabalho teve como objetivo geral investigar quais os principais erros cometidos e estratégias apresentadas na resolução de questões de porcentagem, razão e proporção, por estudantes do ensino superior de um Curso de graduação em Ciências Contábeis, de uma instituição do estado da Paraíba. A metodologia utilizada foi um estudo exploratório, de natureza qualitativa, do tipo Estudo de Caso. Foi utilizado como instrumento para levantamento de dados e informações, uma avaliação escrita e individual, contendo quatro problemas envolvendo os conceitos de porcentagem, razão e proporção em situações de venda, lucro e descontos sucessivos. Os resultados apontaram problemas de várias espécies apresentados pelos estudantes participantes do estudo, a exemplo de dificuldades de interpretação dos enunciados; erros na realização de cálculos envolvendo frações e números decimais; dificuldade de identificação da natureza da relação entre grandezas (se diretamente ou inversamente proporcionais), bem como relacionadas à compreensão da relação entre as partes e o todo em uma razão. Embora os conceitos citados devessem ser desenvolvidos pelos estudantes ao longo da Educação Básica, em razão de sua importância para sua formação geral, observamos a existência de muitas lacunas que não são superadas com atividades de revisão realizadas no Ensino Superior, devendo ser pensadas em estratégias de ensino que possibilitem a aprendizagem efetiva e por meio da compreensão, desses conceitos, por sua aplicabilidade em situações práticas do cotidiano; em outras áreas de conhecimento e para a compreensão de outros conceitos matemáticos.

Palavras-chaves: Porcentagem; Razão; Proporção.

ABSTRACT

This work had the general objective of investigating the main mistakes made and strategies presented in the resolution of questions of percentage, reason and proportion, by students of higher education of a Course of Accounting Sciences, of an institution of the state of Paraíba. The methodology used was an exploratory study, of a qualitative nature, of the Case Study type. A written and individual assessment was used as an instrument to collect data and information, containing four problems involving the concepts of percentage, ratio and proportion in situations of sale, profit and successive discounts. The results pointed out problems of different nature presented by the students participating in the study, such as difficulties in interpreting the statements; errors in calculations involving fractions and decimal numbers; difficulty in identifying the nature of the relationship between quantities (whether directly or inversely proportional), as well as related to understanding the relationship between the parts and the whole in a ratio. Although the aforementioned concepts should be developed by students throughout Basic Education, due to their importance for their general education, we observe the existence of many gaps that are not overcome with review activities carried out in Higher Education, and should be thought of in strategies for teaching that enables effective learning and through the understanding of these concepts, due to their applicability in practical situations from everyday life; in other areas of knowledge and for understanding other mathematical concepts.

Key-words: Percentage; Ratio; Proportion.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Resposta 1 para a Questão 1 do instrumento	30
Figura 2: Resposta 2 para a Questão 1 do instrumento	31
Figura 3: Resposta 3 para a Questão 1 do instrumento	31
Figura 4: Resposta 1 para a Questão 2 do instrumento	33
Figura 5: Resposta 2 para a Questão 2 do instrumento	34
Figura 6: Resposta 3 para a Questão 2 do instrumento	34
Figura 7: Resposta 4 para a Questão 2 do instrumento	35
Figura 8: Resposta 5 para a Questão 2 do instrumento	36
Figura 9: Resposta 6 para a Questão 2 do instrumento	36
Figura 10: Resposta 7 para a Questão do instrumento	37
Figura 11: Resposta 1 para a Questão 3 do instrumento	38
Figura 12: Resposta 2 para a Questão 3 do instrumento	39
Figura 13: Resposta 3 para a Questão 3 do instrumento	39
Figura 14: Resposta 4 para a Questão 3 do instrumento	40
Figura 15: Resposta 5 para a Questão 3 do instrumento	41
Figura 16: Resposta 6 para a Questão 3 do instrumento	41
Figura 17: Resposta 1 para a Questão 4 do instrumento	42
Figura 18: Resposta 2 para a Questão 4 do instrumento	43
Figura 19: Resposta 3 para a Questão 4 do instrumento	44

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO - APRESENTAÇÃO DA TEMÁTICA DA PESQUISA	9
1.1 JUSTIFICATIVA	9
1.2 OBJETIVOS	10
1.2.1 OBJETIVO GERAL	10
1.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	11
1.3 CONSIDERAÇÕES METODOLÓGICAS	11
1.3.1 A OPÇÃO METODOLÓGICA E OS PARTICIPANTES DA PESQUISA	11
1.3.2 O INSTRUMENTO DE PESQUISA.....	11
1.4 A ESTRUTURA DE NOSSO TEXTO	15
2. REFERENCIAL TEÓRICO DE NOSSA PESQUISA	16
2.1 PORCENTAGEM, RAZÃO E PROPORÇÃO NOS PCN E NA BNCC... 17	
2.1.1 PORCENTAGEM, RAZÃO E PROPORÇÃO NOS PCN.....	17
2.1.2 PORCENTAGEM, RAZÃO E PROPORÇÃO NA BNCC: ENSINO FUNDAMENTAL	20
2.1.2 PORCENTAGEM, RAZÃO E PROPORÇÃO NA BNCC: ENSINO MÉDIO.....	25
2.2 DIFICULDADES DE ESTUDANTES DA EDUCAÇÃO BÁSICA EM PROBLEMAS SOBRE RAZÃO, PORCENTAGEM E PROPORÇÃO.....	28
3. APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS DADOS	28
3.1 QUESTÃO 1.....	29
3.2 QUESTÃO 2	32
3.3 QUESTÃO 3	38
3.4 QUESTÃO 4	41
CONSIDERAÇÕES FINAIS	45
REFERÊNCIAS	47

1. INTRODUÇÃO - APRESENTAÇÃO DA TEMÁTICA DA PESQUISA

1.1 JUSTIFICATIVA

A escolha da abordagem do tema desse trabalho se deu a partir de nossas experiências pessoais como estudante da Educação Básica e vivenciadas em atividades vinculadas à nossa formação pessoal, como a participação em disciplinas de Estágio Supervisionado e no Projeto Residência Pedagógica.

Além disso, com base em nossas observações do cotidiano, são notórias as necessidades que as pessoas apresentam de desenvolver habilidades na área de cálculos no dia a dia, já que são muitas as aplicações de conteúdos dessa área em situações diversas vivenciadas pela população em geral. Entre os conteúdos com muitas aplicações em situações cotidianas, destacamos a porcentagem, que, por sua vez, depende do domínio dos conceitos de razão e proporção.

Os conceitos de razão, proporção e porcentagem são de enorme importância tanto para a vida acadêmica, quanto para vida social, já que nos deparamos frequentemente com situações envolvendo esse tema em assuntos diversos de nosso cotidiano. São conhecimentos básicos e fundamentais para uma atuação de qualidade na sociedade atual.

Os conceitos de razão, proporção e porcentagem estão presentes também em aplicações nas mais diversas áreas do conhecimento, em especial nas áreas das ciências que lidam com questões do campo econômico, uma vez que eles são utilizados como parte essencial em qualquer negociação, para expressar taxas de juros, descontos, aumentos, índices, dentre outros. Ou seja, o domínio desses conhecimentos é uma necessidade básica para o exercício da futura atividade profissional dos estudantes, qualquer que seja ela, assim como para sua atuação plena como cidadão.

Tomando como base de reflexão a sala de aula, questionamos quais as principais dificuldades dos estudantes em relação ao domínio de conteúdo tão importante? Quais estratégias utilizam ao resolverem problemas de porcentagem, em particular? De que forma estas estratégias estão

relacionadas com o conhecimento que estes alunos possuem sobre o conceito?

Os conteúdos relativos a razão, proporção e porcentagem são introduzidos formalmente no currículo escolar no final do Ensino Fundamental, sendo um tema frequentemente explorado em concursos e em questões do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem). Embora seja um conteúdo muito relevante para sua formação, pesquisas, como a de Lopes (2013), evidenciam as dificuldades de estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental ao resolverem problemas de porcentagem.

Em seu estudo, Lopes constatou que os alunos se prendiam basicamente ao uso de regras para resolverem os problemas propostos e apresentavam dificuldades para determinar as respostas quando os dados necessários para aplicação das regras que eles utilizariam não estavam evidenciados no enunciado.

Netto (2016), em uma pesquisa sobre o mesmo tema, com estudantes do Ensino Médio, constatou dificuldades diversas dos estudantes ao resolverem questões do Enem sobre porcentagem, como, por exemplo: interpretação do enunciado; dificuldades relativas ao cálculo de porcentagem de porcentagem, como dificuldade de organização dos elementos em uma regra de três, dentre outros.

Em nosso trabalho de pesquisa voltamos nosso estudo do tema para o Ensino Superior, avaliando as dificuldades de estudantes desse nível de escolaridade ao resolverem problemas que envolvem os conceitos citados. Nossa questão orientadora foi, portanto: quais as dificuldades e estratégias que estudantes do Ensino Superior apresentam ao resolverem problemas de porcentagem, razão e proporção? Considerando a questão orientadora de nossa investigação, elaboramos os objetivos da pesquisa, apresentados em seguida.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 OBJETIVO GERAL

O presente estudo teve como objetivo geral analisar as dificuldades e estratégias utilizadas por alunos do Ensino Superior ao resolverem problemas de porcentagem, razão e proporção.

1.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Apontar as dificuldades dos estudantes na resolução das questões propostas
- Identificar as principais estratégias utilizadas por eles na resolução das questões.
- Discutir os resultados, considerando as expectativas de aprendizagem relativas ao domínio do conceito de porcentagem, apontadas em nosso Referencial Teórico.

1.3 CONSIDERAÇÕES METODOLÓGICAS

1.3.1 A OPÇÃO METODOLÓGICA E OS PARTICIPANTES DA PESQUISA

A metodologia utilizada nessa pesquisa é um estudo exploratório, de natureza qualitativa, delineado por uma pesquisa do tipo Estudo de Caso, com foco na caracterização das dificuldades e estratégias utilizadas pelos alunos participantes da pesquisa (JEZINE, 2000).

O público-alvo do trabalho foram 47 (quarenta e sete) estudantes ingressantes do Curso de Ciências Contábeis de uma instituição de Ensino Superior do estado da Paraíba. O tópico Porcentagem faz parte do conteúdo que é estudado por eles em um componente curricular obrigatório da área de Matemática, oferecido no primeiro semestre letivo do Curso.

1.3.2 O INSTRUMENTO DE PESQUISA

Utilizamos como instrumento de pesquisa uma avaliação escrita e individual, contendo quatro problemas envolvendo o conceito de porcentagem, em situações de venda, lucro e descontos; razão e proporção. Os quatro problemas propostos aos estudantes são contextualizados no âmbito econômico, considerando-se as demandas de formação desses estudantes.

O instrumento foi aplicado aos estudantes pela professora do componente curricular citado e as questões foram adaptadas de livros de

Matemática Aplicada às Ciências Contábeis que exploram o conteúdo de porcentagem.

Na apresentação das questões do instrumento de pesquisa, feita em seguida, trazemos, além do enunciado, possíveis procedimentos matemáticos que poderiam ser realizados para responder o que se pede, sabendo que existem diversas maneiras de se resolverem problemas, particularmente problemas de porcentagem.

A primeira questão envolve uma aplicação de porcentagem a uma venda com lucro sobre o preço de venda da unidade de um determinado produto. O percentual de lucro é calculado tomando-se como referência o preço de venda, ou seja, tomando o preço de venda como 100%.

O enunciado da questão (Questão 1) foi o seguinte: “Ruth comprou uma blusa por R\$ 80,00 e resolveu vendê-la com um lucro de 25% sobre o preço de venda. Qual deve ser o preço dessa mercadoria?”.

A resolução do problema envolve a compreensão de que a definição do preço de uma mercadoria pode envolver como referência, dentre outros elementos, tanto o preço de custo da unidade do produto, quanto o preço de venda no mercado, dessa mesma unidade.

Para resolver a questão, podemos proceder do seguinte modo, utilizando as informações que o enunciado da questão apresenta: denotamos de PV o preço de venda; de PC o preço de custo da peça e de L o valor do lucro. Usando os dados do enunciado, segue: $PC = 80$; $L = 25\% \text{ de } PV = 0,25 \cdot PV$.

Para saber o preço de venda, fazemos, $PV = PC + L \Rightarrow PV = 80 + 0,25 PV \Rightarrow 0,75 PV = 80 \Rightarrow PV = \frac{80}{0,75} = R\$ 106,66$. Assim, para obter um lucro de 25% sobre o preço de venda da blusa, esta deveria ser vendida por R\$ 106,66 reais a unidade.

A segunda questão do instrumento, apresentada em seguida, envolve o cálculo de porcentagem relacionado a aplicações sucessivas de percentuais de desconto. A questão tinha o seguinte enunciado (Questão 2): “Uma empresa oferece descontos sucessivos de 10%, 4% e 5% sobre o valor de uma fatura de R\$ 48.000,00. Qual o valor líquido desta fatura?”.

Essa questão pode ser resolvida de forma direta, bastando aplicar as taxas sucessivamente. Desse modo, o valor líquido dessa fatura será obtido da seguinte forma: $VL = 48.000 \times (0,90) \times (0,96) \times (0,95) = 39.398,40$ reais. Esse procedimento envolve a compreensão de que o valor final após um desconto de 10% corresponde ao cálculo de 90% do valor inicial, o mesmo valendo para os demais descontos, lembrando-se que esses novos percentuais são calculados sobre os resultados de cada desconto, na sequência.

Uma solução mais detalhada e menos direta dessa questão, envolve os seguintes procedimentos: temos que calcular inicialmente 5% de $48.000 = \frac{5}{100} \cdot 48.000 = 2.400$, então, subtraímos 2.400 de 48.000, obtendo 45.600. No próximo passo, calculamos um desconto de 10% sobre o valor que obtivemos no passo anterior, ou seja, determinamos 10% de 45.600, que resulta em 4.560. Subtraindo 4560 de 45.600, obtemos 41.040.

Agora precisamos, para obter o valor líquido final, calcular 4% de 41.040, fazendo, $\frac{4}{100} \cdot 41.040 = 1.641,6$. Finalmente, subtraindo 1.641,6 de 41.040, obtemos o valor líquido final que era de 39.398,40 reais.

A Questão 3 do instrumento envolvia os conceitos de razão e proporção e tinha o seguinte enunciado: “Uma empresa possui atualmente 2.800 funcionários. Se a razão entre o número de efetivos e contratados é de 5 para 2, quantos são os efetivos?”

Utilizando as informações que a questão nos apresenta, temos que:

$$\begin{cases} \text{Nº total de funcionários: } E + C = 2.800 (*) \\ \text{A relação de funcionário é } \frac{E}{C} = \frac{5}{2} \Rightarrow E = \frac{5C}{2} (**) \end{cases}$$

Substituindo (**) na (*), temos,

$E + C = 2.800 \Rightarrow \frac{5C}{2} + C = 2.800$. Assim, multiplicando todos os termos da igualdade por 2, segue que, $5C + 2C = 5.600 \Rightarrow 7C = 5600 \Rightarrow C = \frac{5600}{7} = 800$. Substituindo o valor encontrado para C na equação, segue que $E = \frac{5C}{2} \Rightarrow E = \frac{5 \cdot 800}{2} = 2.000$. Ou seja, o número de funcionários efetivos é 2000.

A quarta e última questão, apresentada em seguida, envolve, além da interpretação de texto, razão e proporção, o conceito ampliado da regra de três composta. Questão 4: “Em uma fábrica de determinado produto, 34 funcionários trabalhando 7 horas por dia carregam 20 vans de transporte cada

uma com 300 caixas do produto. Para carregar $\frac{3}{5}$ dessas mesmas vans com 400 caixas do mesmo produto, 28 funcionários irão precisar trabalhar durante quanto tempo?”

Uma das possíveis soluções dessa questão envolve seguintes procedimentos. Em relação ao fato de se carregar $\frac{3}{5}$ de 20 vans, temos: $\frac{3}{5} \cdot 20 = 3 \cdot 4 = 12$, ou seja, seriam necessárias 12 vans. Ou seja, 12 vans com 400 caixas. O problema envolve quatro grandezas: funcionários tempo, vans e caixas.

Precisamos verificar o comportamento da grandeza que vamos determinar em relação ao comportamento das demais grandezas, para saber se são diretamente ou inversamente proporcionais. Fazendo a comparação da grandeza tempo em relação ao carregamento do número de caixas e, conseqüentemente, de vans, sabemos que quanto mais vans, mais tempo será necessário para o carregamento total delas. Quanto mais caixas houver para carregar, mais tempo vai demorar, quanto menos caixas, menos tempo. Ou seja, significa que as grandezas são diretamente proporcionais.

Sabemos que quanto mais funcionários estiverem participando do carregamento, menos tempo será necessário, e quanto menos funcionários, mais tempo. Ou seja, significa que estas grandezas são inversamente proporcionais. Como estas grandezas são inversamente proporcionais, invertemos os dados relativos à grandeza número de funcionários, em relação às demais, organizando os dados como indicado na Tabela 1.

Tabela 1: Quadro de proporções com as grandezas indicadas

HORAS	FUNCION	VANS	CAIXAS
7	34	20	300
X	28	12	400

Fonte: elaborado pela autora

Fazendo as multiplicações pertinentes, segue que $34 \cdot 20 \cdot 300 \cdot X = 7 \cdot 28 \cdot 12 \cdot 400 \Rightarrow X = \frac{7 \cdot 28 \cdot 12 \cdot 400}{34 \cdot 20 \cdot 300} \Rightarrow x = 6,8$. Portanto, 28 funcionários trabalharão durante 6,8 horas, o que corresponde a 6 horas e 48 minutos.

1.4 A ESTRUTURA DE NOSSO TEXTO

O presente texto está organizado em três Capítulos. O primeiro capítulo refere-se ao contexto de escolha do tema; dos objetivos da pesquisa; e da metodologia adotada, incluindo a apresentação do instrumento aplicado aos estudantes.

No segundo Capítulo apresentamos o referencial teórico que adotamos, com enfoque baseado em reflexões sobre as orientações dos Parâmetros Curricular Nacional (PCN) e na Base Nacional Comum Curricular (BNCC). O terceiro e último Capítulo contém a apresentação e análise detalhada dos resultados da pesquisa desenvolvida. O texto é encerrado com as nossas Considerações Finais.

2. REFERENCIAL TEÓRICO DE NOSSA PESQUISA

Em nosso cotidiano, nos deparamos frequentemente com situações ou problemas que envolvem os conceitos de porcentagem, razão e proporção, os quais precisamos saber resolver para que possamos garantir nossos direitos como cidadãos. É notória a importância que esses conteúdos têm na vida das pessoas, uma vez que eles se apresentam em várias situações do cotidiano.

Assim, esses conteúdos precisam ser adequadamente construídos na Educação Básica, não apenas em função de aplicações práticas da vida extra escolar do estudante, mas também por serem aplicáveis a outras áreas de conhecimento e servirem de base para a elaboração de outros conteúdos matemáticos. Van de Walle (2009, p.382) afirma que o raciocínio proporcional é um dos elementos mais importantes do currículo do ensino elementar, servindo de base para o pensamento algébrico, uma vez que “[R]epresenta a habilidade de começar a compreender as relações multiplicativas, enquanto a maioria dos conceitos aritméticos é de natureza aditiva”.

Essas razões nos levaram a focar nosso estudo nos conteúdos de razão, porcentagem e proporção e, embora nossa pesquisa tenha envolvido estudantes recém ingressos no Ensino Superior, buscamos nossos fundamentos para discussão dos resultados em dois documentos importantes para a organização da Matemática na Educação Básica, levantando as etapas de escolarização em que os conteúdos que focamos são indicados.

Para isso, buscamos informações sobre a importância dos conceitos de razão, porcentagem e proporção para a formação do estudante desse nível de escolaridade, nesses documentos, utilizando-as em nossas reflexões sobre os resultados que encontramos em nossa investigação.

Levantamos nos documentos a distribuição do trabalho com eles ao longo da Educação Básica, particularmente no Ensino Fundamental, pelas razões que serão compreendidas adiante. Os documentos aos quais nos referimos são os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática, (BRASIL, 1998) dirigido aos quatro últimos anos do Ensino Fundamental, e a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018).

2.1 PORCENTAGEM, RAZÃO E PROPORÇÃO NOS PCN E NA BNCC

2.1.1 PORCENTAGEM, RAZÃO E PROPORÇÃO NOS PCN

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) começaram a ser publicados no final da década de 1990, para todas as áreas curriculares, e embora não tivessem força de lei, serviram como um importante norte para currículos escolares da Educação Básica; como referência na avaliação de livros didáticos para esse nível de escolaridade; assim como na definição de matrizes de avaliação em sistemas de larga escala, coordenados pelo Ministério da Educação.

Os PCN foram dirigidos a professores e gestores da Educação Básica, com indicadores voltados para a formação dos estudantes, destacando a importância de procedimentos metodológicos relacionados ao processo de ensino e aprendizagem de conteúdos curriculares. No caso específico da Matemática, o documento salienta a necessidade de se ensinar visando procedimentos matemáticos baseados na compreensão, evitando a memorização pura e simples de processos, que seriam esquecidos em seguida. O texto destaca que

[O]s procedimentos não devem ser encarados apenas como aproximação metodológica para aquisição de um dado conceito, mas como conteúdos que possibilitem o desenvolvimento de capacidades relacionadas com o saber fazer, aplicáveis a distintas situações. Esse “saber fazer” implica construir as estratégias e os procedimentos, compreendendo os conceitos e processos neles envolvidos. Nesse sentido, os procedimentos não são esquecidos tão facilmente. (BRASIL, 1998, p.50)

No que diz respeito à ideia de proporcionalidade, os PCN (1998) orientam o professor, ao planejar suas atividades, que procure organizar e articular procedimentos matemáticos de diferentes conteúdos, para possibilitar ao aluno uma compreensão mais ampla a respeito dos princípios e métodos básicos do corpo de conhecimentos matemáticos, entre os quais destaca o conteúdo de proporcionalidade.

Os PCN defendem a importância do ensino de razão, porcentagem e proporção para a formação dos estudantes em vários momentos. Ao citar os conceitos e procedimentos defendidos para o nível de escolaridade ao qual o

texto é dirigido, o documento destaca a “[R]esolução de situações-problema que envolvem a ideia de proporcionalidade, incluindo os cálculos com porcentagens, pelo uso de estratégias não-convencionais”. (BRASIL, 1998, p. 72)

No mesmo documento quando se trata dos objetivos matemáticos, destaca-se o raciocínio proporcional, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a desenvolver a capacidade de “[...] resolver situações-problema que envolvam a variação de grandezas direta ou inversamente proporcionais, utilizando estratégias não-convencionais e convencionais, como as regras de três” (BRASIL, 1998, p. 82).

A referência seguinte em relação à proporcionalidade no documento, está na página 84 e destaca a possibilidade de associação do trabalho com proporcionalidade a conteúdos como porcentagem, semelhança de figuras, matemática financeira e com tabelas e gráficos. Os PCN destacam que “[...] para a compreensão da proporcionalidade é preciso também explorar situações em que as relações não sejam proporcionais os contra-exemplos” (BRASIL, 1998, p. 84).

Ainda de acordo com os PCN, quando trata dos Conteúdos propostos para o ensino de Matemática para os quatro últimos anos do Ensino Fundamental, em relação à porcentagem, “[...] é necessário trabalhar situações-problema sobre a Matemática Comercial e Financeira, como calcular juros simples e compostos e dividir em partes proporcionais pois os conteúdos necessários para resolver essas situações já estão incorporados nos blocos” (BRASIL, 1998, p.86).

Ao tratar dos conceitos e procedimentos matemáticos para o período de escolaridade destacado, o documento defende a necessidade de se trabalhar com situações de aprendizagem que levem o aluno a desenvolver a capacidade de resolver problemas que envolvem a variação de duas grandezas direta ou inversamente proporcionais.

De acordo com o PCN,

Por meio destes critérios o professor verifica se o aluno é capaz de resolver situações problema (escalas, porcentagem e juros simples) que envolvem a variação de grandezas direta ou inversamente proporcionais, utilizando estratégias como as regras de três; de representar, em um sistema de coordenadas cartesianas, a variação

de grandezas envolvidas em um fenômeno, analisando e caracterizando o comportamento dessa variação em diretamente proporcional, inversamente proporcional ou não-proporcional. (BRASIL, 1998, p.92)

O documento ressalta a importância dos conceitos de razão, porcentagem e proporção para a compreensão de conceitos matemáticos trabalhados em anos de escolaridade posteriores. Ao tratar da noção de probabilidade, por exemplo, o documento cita as competências demandadas, entre elas a porcentagem como ferramenta de ajuda para a tomada de decisões ou previsões de dados estatísticos.

O documento destaca:

[P]ara ampliar a noção de probabilidade pode-se partir de uma situação como: em 10 lançamentos de uma moeda deu 9 vezes cara, ou seja, 90% dos lançamentos. A partir dessa afirmação é possível explorar as seguintes situações: se a moeda for lançada mais 10 vezes, é provável que essa porcentagem se repita? e se o número de lançamentos for 1.000? ou 10.000? Qual é a porcentagem que deve dar em cada caso? As respostas dos alunos evidenciam sua intuição a respeito de algumas idéias envolvidas na probabilidade e favorecem um trabalho de familiarização com esse assunto. (BRASIL, 1998, p.137)

Os PCN orientam, portanto, que o professor deve oferecer possibilidades de procedimentos matemáticos por meio de experimentos práticos a serem exploradas, facilitando a compreensão dos alunos, e destacam a importância de ampliarem o pensamento proporcional, iniciado nos quatro primeiros anos do Ensino Fundamental.

O conceito de razão, por exemplo, é indicado para ser explorado em associação com o trabalho com números racionais na forma fracionária, sendo um de seus significados, ainda no que hoje equivalem ao 4º e 5º anos do Ensino Fundamental (BRASIL, 1997). O pensamento proporcional é apontado naquele documento como uma ideia matemática essencial, assim como as ideias de igualdade, equivalência, composição e inclusão.

Nos PCN dirigidos aos anos iniciais do Ensino Fundamental (BRASIL, 1997, p.38), o pensamento proporcional é destacado por estar

“[...] presente na resolução de problemas multiplicativos, nos estudos de porcentagem, de semelhança de figuras, na matemática financeira, na análise de tabelas, gráficos e funções. O fato de que

vários aspectos do cotidiano funcionam de acordo com leis de proporcionalidade evidencia que o raciocínio proporcional é útil na interpretação de fenômenos do mundo real”.

Na lista de conteúdos matemáticos indicados para o 4º e 5º anos do Ensino Fundamental, na nomenclatura atual, destaca-se o “[R]econhecimento do uso da porcentagem no contexto diário” (BRASIL, 1997, p.59). Portanto, ainda nos anos iniciais desse nível de escolaridade, são explorados os conceitos de razão, proporção e porcentagem, os quais deverão ser ampliados e fortalecidos nos anos finais do Ensino Fundamental.

2.1.2 PORCENTAGEM, RAZÃO E PROPORÇÃO NA BNCC: ENSINO FUNDAMENTAL

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) foi aprovada em duas partes, sendo a correspondente aos níveis de Educação Infantil e Ensino Fundamental no final do ano de 1997, e a inclusão do Ensino Médio em dezembro de 2018. Esse documento passou a definir, oficialmente, desde então, os conteúdos curriculares mínimos que os estudantes tinham direito de aprender na Educação Básica.

Sobre esse documento iremos destacar em nosso trabalho apenas o que trata dos conteúdos sobre os quais focamos nossa atenção na pesquisa realizada: razão, proporção e porcentagem. A Matemática está dividida na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) em cinco Unidades Temáticas: Números; Álgebra; Geometria; Grandezas e Medidas; e Probabilidade e Estatística. Essas Unidades Temáticas estão presentes em todo o Ensino Fundamental (1º ao 9º Anos).

Em todos os anos do Ensino Fundamental, cada Unidade Temática está organizada em torno de Objetos de Conhecimento, aos quais se vinculam Habilidades específicas. No Quadro 01 destacamos todas as habilidades relacionadas aos conceitos de razão, porcentagem e proporção, presentes no documento.

Quadro 01. Unidade Temática, Objeto de Conhecimento e Habilidades relacionadas à razão, porcentagem e proporcionalidade na BNCC (Ensino Fundamental)

Unidade Temática	Objeto de Conhecimento	Habilidade
Números (4º Ano)	Problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação e da divisão: adição de parcelas iguais, configuração retangular, proporcionalidade, repartição equitativa e medida	(EF04MA06) Resolver e elaborar problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação (adição de parcelas iguais, organização retangular e proporcionalidade), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.
Números (5º Ano)	Cálculo de porcentagens e representação fracionária	(EF05MA06) Associar as representações 10%, 25%, 50%, 75% e 100% respectivamente à décima parte, quarta parte, metade, três quartos e um inteiro, para calcular porcentagens, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.
Álgebra (5º Ano)	Grandezas diretamente proporcionais; Problemas envolvendo a partição de um todo em duas partes proporcionais	(EF05MA12) Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros. (EF05MA13) Resolver problemas envolvendo a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, tais como dividir uma quantidade em duas partes, de modo que uma seja o dobro da outra, com compreensão da ideia de razão entre as partes e delas com o todo.
Números (6º Ano)	Cálculo de porcentagens por meio de estratégias diversas, sem fazer uso da “regra de três”	(EF06MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da “regra de três”, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em

		contextos de educação financeira, entre outros.
Álgebra (6º Ano)	Problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes e o todo	(EF06MA15) Resolver e elaborar problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas, bem como a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo.
Probabilidade e Estatística (6º Ano)	Cálculo de probabilidade como a razão entre o número de resultados favoráveis e o total de resultados possíveis em um espaço amostral equiprovável	(EF06MA30) Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos.
Números (7º Ano)	Cálculo de porcentagens e de acréscimos e decréscimos simples	(EF07MA02) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto de educação financeira, entre outros.
Números (7º Ano)	Fração e seus significados: como parte de inteiros, resultado da divisão, razão e operador	(EF07MA05) Resolver um mesmo problema utilizando diferentes algoritmos. (EF07MA06) Reconhecer que as resoluções de um grupo de problemas que têm a mesma estrutura, podem ser obtidas utilizando os mesmos procedimentos. (EF07MA07) Representar por meio de um fluxograma os passos utilizados para resolver um grupo de problemas. (EF07MA08) Comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador. (EF07MA09) Utilizar, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração, como a fração $\frac{2}{3}$ para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza.
Grandezas e Medidas (7º Ano)	Medida do comprimento da circunferência	(EF07MA33) Estabelecer o número como a razão entre a medida de uma circunferência e

Ano)		seu diâmetro, para compreender e resolver problemas, inclusive os de natureza histórica.
Números (8º Ano)	Porcentagens	(EF08MA04) Resolver e elaborar problemas, envolvendo cálculo de porcentagens, incluindo o uso de tecnologias digitais.
Números (9º Ano)	Porcentagens: problemas que envolvem cálculo de percentuais sucessivos	(EF09MA05) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com a ideia de aplicação de percentuais sucessivos e a determinação das taxas percentuais, preferencialmente com o uso de tecnologias digitais, no contexto da educação financeira.
Álgebra (9º Ano)	Razão entre grandezas de espécies diferentes; Grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais	(EF09MA07) Resolver problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica. (EF09MA08) Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas.

Fonte: BRASIL, 2018 (pp.290-309)

Ao fazer destaques relativos à Unidade Temática “Números”, a Base afirma:

Com referência ao Ensino Fundamental – Anos Finais, a expectativa é a de que os alunos resolvam problemas com números naturais, inteiros e racionais, envolvendo as operações fundamentais, com seus diferentes significados, e utilizando estratégias diversas, com compreensão dos processos neles envolvidos. Para que aprofundem a noção de número, é importante colocá-los diante de problemas, sobretudo os geométricos, nos quais os números racionais não são suficientes para resolvê-los, de modo que eles reconheçam a necessidade de outros números: os irracionais. Os alunos devem dominar também o cálculo de porcentagem, porcentagem de porcentagem, juros, descontos e acréscimos, incluindo o uso de tecnologias digitais. [...] Cabe ainda destacar que o desenvolvimento do pensamento numérico não se completa, evidentemente, apenas com objetos de estudos descritos na unidade Números. Esse pensamento é ampliado e aprofundado quando se discutem situações que envolvem conteúdos das demais unidades temáticas: Álgebra, Geometria, Grandezas e medidas e Probabilidade e estatística. (BRASIL, 2018, p.269).

No documento dirigido aos primeiros ciclos do Ensino Fundamental, A BNCC se refere a um conjunto fundamental de ideias de diferentes campos que compõe a Matemática, entre os quais se encontra a proporcionalidade:

A proporcionalidade, como essencial no estudo de: operações com os números naturais; representação fracionária dos números racionais; áreas; funções; probabilidade etc. Além disso, essa noção também se evidencia em muitas ações cotidianas e de outras áreas do conhecimento, como vendas e trocas mercantis, balanços químicos, representações gráficas etc. (BRASIL, 2017, p. 268)

O ensino do conteúdo de porcentagem está presente na unidade temática Números a partir do 5º ano, envolvendo o cálculo de porcentagens e sua relação com a representação fracionária.

Ao se referir aos conteúdos para os anos finais do Ensino Fundamental, do 6º ao 9º ano, tratando da diferença entre os diferentes tipos de conhecimento, o documento destaca:

“[...] é imprescindível levar em conta as experiências e os conhecimentos matemáticos já vivenciados pelos alunos, criando situações nas quais possam fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles e desenvolvendo ideias mais complexas. Essas situações precisam articular múltiplos aspectos dos diferentes conteúdos, visando ao desenvolvimento das ideias fundamentais da matemática, como equivalência, ordem, proporcionalidade, variação e interdependência.” (BRASIL, p. 298)

A BNCC destaca a importância de trabalhar as ideias de razão, proporção e porcentagem por meio de experiências próximas da realidade já vivenciadas pelos os alunos, nas indicações feitas para o período de escolaridade entre o 6º e 9º Anos, ao tratar do ensino do cálculo de porcentagens por meio de estratégias diversas, por exemplo, com e sem o fazer uso da “regra de três”, para desenvolver habilidades de resolver problemas que envolvam porcentagens com base na ideia de proporcionalidade. O documento destaca a porcentagem como uma possibilidade de retomada do conceito de proporcionalidade, explorado nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

As expectativas da BNCC em relação às competências desenvolvidas no conteúdo de proporcionalidade ao longo do Ensino Fundamental é que o aluno desenvolva habilidades para resolver problemas envolvendo variação de

grandezas: diretamente proporcionais; inversamente proporcionais; ou não proporcionais, por meio de estratégias variadas. Podemos verificar isso quando a BNCC afirma que:

Outro ponto enfatizado no Ensino Fundamental é o desenvolvimento do pensamento proporcional. Isso pode ser feito pela exploração de situações que oportunizem a representação, em um sistema de coordenadas cartesianas, da variação de grandezas, além da análise e caracterização do comportamento dessa variação (diretamente proporcional, inversamente proporcional ou não proporcional) (BRASIL, 2018, p.528.)

Ao tratar do trabalho com a noção do conceito de razão, a expectativa é que o aluno possa desenvolver habilidades para resolver problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes e partição razões, para desenvolver a capacidade do estudante de interpretar e resolver problemas que envolvam a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo.

2.1.2 PORCENTAGEM, RAZÃO E PROPORÇÃO NA BNCC: ENSINO MÉDIO

De acordo com o texto da BNCC (2018), o ensino de Matemática no Ensino Médio deve ser focado na realidade do estudante em diferentes contextos, levando em conta suas vivências cotidianas, impactada de várias formas pelos avanços tecnológicos, das mídias sociais, do mercado de trabalho, dentre outros.

A BNCC orienta que no Ensino Médio deve-se ampliar o letramento matemático iniciado no Ensino Fundamental, ou seja, o objetivo é que o aluno seja capaz de interpretar e resolver problemas mais complexos com mais recursos e de forma mais eficiente. Ao se referir ao propósito que se deseja alcançar nessa etapa, a Base destaca, em relação aos estudantes desse nível de escolaridade:

[...] eles devem mobilizar seu modo próprio de raciocinar, representar, comunicar, argumentar e, com base em discussões e validações conjuntas, aprender conceitos e desenvolver representações e procedimentos cada vez mais sofisticados. (BRASIL, 2018, p. 529)

No Ensino Médio, o ensino de Matemática está organizado em torno de cinco competências específicas:

1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.
2. Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.
3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.
5. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas. (BRASIL, 2018, p.531)

A cada habilidade específica a ser constituída pelos estudantes no Ensino Médio, corresponde um código de dez símbolos (letras e números) que deve ser lido da seguinte forma: as duas primeiras letras indicam a etapa (Ensino Médio – EM); o primeiro par de números (13) indica que as habilidades podem ser desenvolvidas em qualquer série do Ensino Médio; a segunda sequência de letras indica a área, no caso, Matemática (MAT); e, por fim, os três últimos números indicam a Competência à qual a habilidade está relacionada e sua ordem no conjunto de cada Competência.

Como o foco deste trabalho são os conceitos de porcentagem, razão e proporção, listamos as habilidades que são indiretamente referentes a eles, como na ideia de taxa, na Base (BRASIL, 2018), das páginas indicadas após cada habilidade:

- (EM13MAT104) Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de

inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos. (BRASIL, 2018, p. 543)

- (EM13MAT101) Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais. (BRASIL, 2018, p. 543)
- (EM13MAT510) Investigar conjuntos de dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas, usando ou não tecnologias da informação, e, quando apropriado, levar em conta a variação e utilizar uma reta para descrever a relação observada. (BRASIL, 2018, p. 543)
- (EM13MAT402) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais. (BRASIL, 2018, p. 543)
- (EM13MAT303) Interpretar e comparar situações que envolvam juros simples com as que envolvem juros compostos, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso. (BRASIL, 2018, p. 544)
- (EM13MAT304) Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros. (BRASIL, 2018, p. 544)

A BNCC indica, portanto, que desde os anos iniciais o ensino de Matemática seja integrado à realidade, levando em consideração experiências vividas pelos alunos, na escola e fora dela. O documento faz diversos destaques aos conceitos de razão, porcentagem e proporcionalidade, ao longo de toda a Educação Básica, como vimos pelos trechos do documento que apresentamos em nosso trabalho.

Os destaques se dão em razão da importância desses conceitos para aplicações no cotidiano; por sua aplicabilidade em outras áreas de conhecimento e por sua importância na conexão entre diferentes conceitos e áreas da própria Matemática. Como vimos, esses conceitos estão presentes em Unidades Temáticas diversas, como Número, Álgebra, Grandezas e Medidas e Estatística e probabilidade.

Por ser igualmente relevante, sua presença nos dois documentos que analisamos (PCN e BNCC), entende-se que a orientação para exploração dos conceitos que focamos em nossa pesquisa devem ser trabalhados ao longo da Educação Básica, em diversos níveis de profundidade e associados a diferentes contextos e ideias matemáticas. Devemos esperar, portanto, que

estudantes que ingressam no Ensino Superior tenham conhecimento acerca desses conceitos.

2.2 DIFICULDADES DE ESTUDANTES DA EDUCAÇÃO BÁSICA EM PROBLEMAS SOBRE RAZÃO, PORCENTAGEM E PROPORÇÃO

Diversas pesquisas já foram realizadas sobre dificuldades dos estudantes em relação à operacionalização dos conceitos de razão, porcentagem e proporção na resolução de problemas. Um desses trabalhos foi a pesquisa realizada por Oliveira (2019), em seu Trabalho de Conclusão de Curso.

A pesquisa realizada por ele envolveu 30 estudantes da 2ª Série do Ensino Médio da rede estadual de ensino da Paraíba e envolveu o levantamento das dificuldades que tinham para resolver questões envolvendo proporcionalidade. Os resultados da pesquisa apontaram que a maioria dos estudantes (70%) resolvia as questões de maneira mecânica, sem se preocupar em interpretar a natureza das relações entre as grandezas.

Netto (2016), realizou uma pesquisa visando identificar as principais dificuldades e estratégias de solução de alunos do Ensino Médio na resolução de problemas envolvendo o cálculo de porcentagens. O instrumento utilizado constava de cinco questões aplicadas no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), aplicado a 47 alunos da 3ª Série desse nível de escolaridade. A maior dificuldade identificada na pesquisa dizia respeito à interpretação dos enunciados, seguida de problemas de execução nos cálculos. Foram observadas, ainda, dificuldades relacionadas a problemas envolvendo descontos sucessivos, uma vez que muitos estudantes somavam os percentuais de desconto ao invés de aplicá-los sucessivamente.

3. APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS DADOS

Os dados que fazem parte dessa pesquisa foram obtidos a partir de um estudo qualitativo do tipo exploratório, realizado com 47 alunos do curso de Ciências Contábeis de uma instituição de nível superior da cidade de João Pessoa, capital da Paraíba. O instrumento foi aplicado pela professora

responsável pelo componente curricular de Matemática do Curso, e os resultados foram disponibilizados para nossa pesquisa após sua aplicação.

Segundo informações obtidas por meio do relato da professora, as questões foram aplicadas após ser feita revisão do conteúdo, constituída pela apresentação de definições, exemplos e aplicações ao campo econômico, conforme orientação apresentada no ementário do componente curricular de Matemática, obrigatório no Curso.

De acordo com a professora, o instrumento continha questões com estrutura próxima daquelas exploradas em sala de aula e foram adaptadas de questões presentes em livros de Matemática Aplicada às Ciências Contábeis, utilizadas por ela como referência para o trabalho naquele componente. A maioria dos estudantes da turma estava ingressando no Curso naquele semestre.

O instrumento foi aplicado em sala de aula da instituição, pela professora, tendo os estudantes um tempo de até duas horas para resolver as questões, individualmente, sem consulta, podendo utilizar uma calculadora comum para execução dos cálculos.

Nesse Capítulo, apresentamos os resultados que obtivemos na aplicação das quatro questões que compuseram nosso instrumento de pesquisa, identificando os principais erros cometidos pelos estudantes, assim como as principais estratégias utilizadas por eles para determinar a solução de cada item.

3.1 QUESTÃO 1

Na Questão 1, como informado no Capítulo 1, o enunciado era: “Ruth comprou uma blusa por R\$ 80,00 e resolveu vendê-la com um lucro de 25% sobre o preço de venda. Qual deve ser o preço dessa mercadoria?”. De acordo com a professora, foram discutidas em sala de aula as possibilidades de se estabelecer o preço de uma mercadoria, tanto considerando o preço de custo unitário, quanto o preço de venda do produto no mercado, contextualizando-se cada situação em relação à natureza do produto, o momento que vive o mercado, dentre outros elementos.

Apenas 18 dos 47 (38,29%) estudantes que participaram do estudo responderam corretamente à questão, número que consideramos baixo para um problema relativamente simples e que havia sido explorado em sala de aula pela professora, conforme informação prestada por ela. Um (2,12%) estudante deixou a questão em branco e os 28 dos 47 (59,57%) estudantes que erraram a resposta cometeram erros semelhantes, sendo o principal deles relativo à compreensão e forma de registro do lucro.

Os estudantes que não acertaram a questão cometeram o erro de efetuar o cálculo da venda com o lucro sobre o preço de custo, sendo que, como foi informado no enunciado, o lucro deveria incidir sobre o preço de venda da unidade, no mercado. Nas figuras 1, 2 e 3 apresentadas em seguida, destacamos as soluções e estratégias utilizadas por alguns estudantes para resolver a questão.

Figura 1: Resposta 1 para a Questão 1 do instrumento

1. BLUSA R\$80,00 - LUCRO 25% - VALOR DE VENDA?

$$PC = 80,00$$

$$L = 25\% \rightarrow 0,25$$

$$PL = 0,25 \cdot 80 = 20$$

$$PV = 80 + 20 = \underline{100} \rightarrow \text{Logo preço da mercadoria será de } \underline{R\$100,00}$$

Fonte: acervo pessoal

Observando os registros do estudante presentes na Figura 1, concluímos que ele calculou o lucro de 25% sobre o preço de custo da unidade do produto e não sobre seu preço de venda, como indicado no enunciado. Não observamos erros de notação ou de cálculo nas operações indicadas por ele, apenas problema de interpretação do enunciado.

Figura 2: Resposta 2 para a Questão 1 do instrumento

Handwritten work showing multiple methods to solve a problem:

- Method 1: $80 + \frac{25}{100}$
- Method 2: Proportion: $80 \text{ --- } 100\%$, $x \text{ --- } 25\%$. Then $100x = 2.000$, $x = \frac{2.000}{100} = 20$. Finally, $80 + 20 = 100,00$.
- Method 3: $Pv = Pc + L$
- Method 4: $Pv = 80 + 25\% \cdot Pv$
- Method 5: $Pv = 80 + 0,25 \cdot Pv$

Fonte: acervo pessoal

Na figura 2 identificamos outra estratégia adotada pelos estudantes, incluindo aqueles que acertaram, para resolver a questão: o método direto da regra de três simples para calcular o valor do lucro. Esta estratégia corresponde à formação do estudante do Ensino Fundamental para o “[...] cálculo simples de porcentagens”, como indicado nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1998) ou na BNCC (2018).

Os estudantes que erraram a resposta usando regra de três se equivocaram na interpretação da ideia de lucro sobre o preço de venda, uma vez que tomaram como referência para o lucro, o preço de custo. No caso dos registros presentes na Figura 2 destacamos, ainda, problemas relacionados à representação do valor total, quando o estudante indica o preço final como $80 + 25/100$, sem indicar sobre qual valor incide esse percentual.

Os 18 estudantes que acertaram a questão utilizaram o mesmo procedimento, na direção indicada na Figura 3, com variações na notação dos termos ou na sequência de cálculos, evidenciando clareza sobre a ideia de lucro tomando por base o preço de venda.

Figura 3: Resposta 3 para a Questão 1 do instrumento

Handwritten work showing a systematic approach to solve for the selling price (PV):

- Given: $P.C = R\$80,00$
- Profit: 25% sobre PV
- Equation: $L = 25\% \cdot PV$
- Formula: $PV = P.C + L$
- Substitution: $PV = 80 + 25\% \cdot PV$
- Algebraic manipulation: $PV = 80 + \frac{25 \cdot PV}{100}$
- Final equation: $PV = 80 + \frac{PV}{4}$
- Isolation: $4PV = 320 + PV$
- Simplification: $4PV - PV = 320$
- Result: $3PV = 320$
- Final calculation: $PV = \frac{320}{3}$
- Answer: $PV = 106,67$

Fonte: acervo pessoal

Em relação à Questão 1, percebemos que a dificuldade apresentada pelos alunos nessa questão foi bastante comum, tendo a maioria demonstrado não haver entendido a ideia da definição do preço de um produto, tomando como referência o lucro sobre o preço de venda da unidade. Como podemos ver pela solução registrada na Figura 3, o estudante associa adequadamente a porcentagem à sua representação fracionária, habilidade cujo desenvolvimento está indicado ainda para o Ensino Fundamental (7º Ano), na BNCC (BRASIL, 2018).

Os estudantes apresentaram domínio das operações básicas envolvidas na resolução do item, mas o principal fator que implicou no número de erros entendemos que foi a dificuldade de interpretação do enunciado da questão. No caso específico dessa questão, podemos perceber que mesmo no ensino superior muitos estudantes apresentam problemas de leitura e interpretação de enunciados de questões matemáticas.

3.2 QUESTÃO 2

O enunciado da Questão 2 era: “Uma empresa oferece descontos sucessivos de 10%, 4% e 5% sobre o valor de uma fatura de R\$ 48 000,00. Qual o valor líquido desta fatura?”. A questão envolvia o cálculo de porcentagens relativas a descontos sucessivos e para resolvê-la o estudante poderia utilizar um procedimento mais direto ou mais longo, como discutido na apresentação do instrumento, no Capítulo 1 de nosso trabalho, obtendo com resposta o valor final de 39.398,40 reais.

De acordo com a professora da turma, diversas questões de mesma natureza, ou seja, de aplicações sucessivas de valores percentuais, foram resolvidas em sala de aula, sendo discutidos diferentes procedimentos adotados para resolver cada questão pelos estudantes, que se dirigiam à lousa para explicar seu raciocínio, do desenvolvimento da busca da solução.

Segundo informações da professora da turma, as questões trabalhadas em sala de aula apresentaram contextos variados como descontos sucessivos; aumentos sucessivos; e descontos e aumentos aplicados sucessivamente sobre um valor dado. O trabalho com porcentagem de porcentagem também é indicado para o Ensino Fundamental, tanto dos PCN (1998) quanto na BNCC

(2018), sendo, portanto, esperado que os estudantes tivessem alguma familiaridade com cálculos dessa natureza.

A professora informou, ainda, que o grau de dificuldade das questões foi sendo ampliado aos poucos, primeiro trabalhando com um único percentual de desconto; depois dois; e assim por diante, realizando procedimentos mais longos e comparando os resultados com cálculos obtidos via procedimentos diretos ou indiretos.

Nessa segunda questão, obtivemos o seguinte resultado: 37 dos 47 (78,72%) alunos acertaram a resposta. Os dez (21,27%) estudantes que não determinaram a resposta correta cometeram erros semelhantes, sendo o principal deles a aplicação da soma dos descontos sucessivos sobre o valor inicial (Figuras 4 e 5).

Figura 4: Resposta 1 para a Questão 2 do instrumento

2) Descontos sucessivos $\rightarrow 10\% + 4\% + 5\%$
 Fatura 48000,00
 VL = ?
 $48.000 - 19\% = 38.880$
 $VL = 38.880$

Fonte: acervo pessoal

Na Figura 3 observamos, além do equívoco em relação à soma dos três percentuais e sua aplicação direta sobre o valor inicial, um problema de notação observado em várias respostas de diferentes questões do instrumento, como já destacado na discussão da Questão 1: a indicação de um valor percentual sem o valor sobre o qual ele incide.

Pelos registros presentes na Figura 4 observamos que o estudante cometeu erro semelhante, variando em relação ao fato de ter, antes, transformado o fator percentual dado na notação convencional, para o valor decimal correspondente, somando-os posteriormente. Além disso, calculou antes o valor a ser descontado (obtendo como resultado R\$ 9.120,00) e fez a subtração do resultado do valor inicial, chegando ao mesmo resultado do estudante que teve a solução apresentada na Figura 1.

Figura 5: Resposta 2 para a Questão 2 do instrumento

$$\begin{aligned}
 2. \quad & \frac{10}{100} = 0,1 & 0,1 + 0,04 + 0,05 \\
 & \frac{4}{100} = 0,04 & = 0,19 \\
 & \frac{5}{100} = 0,05 & 1 - 0,19 = 0,81 \\
 & & \\
 & \text{Valor do Desconto:} & \\
 & 48.000 \times 0,19 & \\
 & = 9.120 & \\
 & \text{Valor líquido da futura:} & \\
 & 48.000 - 9.120 & \\
 & = 38.880 & \\
 & \text{Valor líquido da futura: } 38.880 &
 \end{aligned}$$

Fonte: acervo pessoal

Como no caso destacado na Figura 4, o aluno cometeu o mesmo erro de somar os percentuais e fazê-los incidir sobre o valor inicial, embora tenha realizado corretamente os cálculos matemáticos efetuados na questão. Esse foi o principal erro cometido pelos estudantes. Podemos destacar, ainda, a presença de erros mais simples, porém não menos relevantes, como o apresentado na Figura 6.

Figura 6: Resposta 3 para a Questão 2 do instrumento

$$\begin{aligned}
 2. \text{ Descontos sucessivos de } 10\%, 4\% \text{ e } 5\% \text{ sobre valor de R\$ } 48.000,00 \\
 \text{Qual valor líquido?} \\
 P = 48.000 / 10\% = 0,1 / 4\% = 0,04 / 5\% = 0,05 \\
 P = 48.000 \cdot (0,1 - 1) \cdot (0,4 - 1) \cdot (0,05 - 1) \\
 P = 48.000 \cdot (0,99) \cdot (0,96) \cdot (0,95) = 0,90288 \\
 P = 48.000 \cdot 0,90288 = 43.338,24 \\
 V = 43.338,24 \text{ - valor líquido}
 \end{aligned}$$

Fonte: acervo pessoal

Na solução apresentada na figura 6, podemos perceber que o estudante, embora tenha pensado em uma estratégia correta, errou os valores percentuais

que seriam aplicados sucessivamente, por ter feito $0,1 - 1 = 0,99$ e não $1 - 0,1 = 0,9$. Registrou equivocadamente a operação $1 - 0,04$, embora tenha indicado o resultado correto, de 0,96, o mesmo valendo para a operação seguinte, em relação à notação. Assim, desenvolveu os passos da porcentagem de forma direta, mas se equivocou na subtração do valor decimal correspondente ao primeiro desconto, para multiplicar os descontos sucessivos corretamente e chegar ao resultado. O erro, nesse caso, foi no domínio das operações básicas envolvidas, envolvendo números decimais, e não no conceito de porcentagem.

Na Figura 7 trazemos o registro da solução de um estudante, que obteve a resposta errada para a Questão 2, pelo fato de ter aplicado os valores de descontos sempre sobre o valor inicial de R\$ 48.000,00 e não sobre cada valor parcial após os sucessivos descontos.

Figura 7: Resposta 4 para a Questão 2 do instrumento

2. TOTAL = 48000,00
 DESCONTO 10% → EQUIVALE À 4800,00 → TOTAL COM DESCONTO = R\$ 43200,00
 " 4% → " " 1920,00 → " " " = R\$ 46080,00
 5% → " " 2400,00 → " " " = R\$ 45600,00

Fonte: acervo pessoal

Pelos registros presentes na Figura 7 observamos que o estudante aplicou os descontos separadamente, mas todos incidindo sobre o valor inicial, e ainda desconsiderando todos os cálculos anteriores quando fez a aplicação do último desconto, chegando ao resultado de R\$45.600,00, que corresponderia ao valor final após um desconto simples de 5% sobre o valor inicial.

O estudante cuja resposta está registrada na Figura 8 realizou subtrações sucessivas, mas calculou o valor a ser retirado interpretando o valor percentual como correspondendo a um valor monetário, ou seja, para ele, 10% corresponderia a 1 centavo, embora tenha calculado 4% de 48.000,00 (obtendo 1.200,00) e 5% de 48.000,00 (obtendo 2.400,00), subtraindo esses valores, sucessivamente, do valor inicial.

Figura 8: Resposta 5 para a Questão 2 do instrumento

Handwritten calculation for Figure 8:

$$\textcircled{2} \quad 48.000,00 - \frac{10}{100} = 47.999,9$$

$$47.999,9 - \frac{4}{100} = 46.079,904$$

$$46.079,904 - \frac{5}{100} = \boxed{43.775,909}$$

Fonte: acervo pessoal

O estudante aplicou os descontos um a um, primeiramente sobre o valor inicial e, após esse procedimento, aplicou o desconto nos demais valores encontrados, com as diferenças calculadas sobre o valor inicial e não sobre o último valor obtido.

Para aplicar os descontos um a um corretamente, ele teria que fazer 5% de $48.000,00 = \frac{5}{100} \cdot 48.000 = 2.400$ e subtrair esse valor de $48.000,00$, obtendo $45.600,00$. Em seguida deveria aplicar o próximo desconto sobre o valor que obteve ao final da primeira operação, ou seja, calcular 10% de $45.600,00 = \frac{10}{100} \cdot 45.600,00 = 4.560,00$ e subtrair esse valor de $45.600,00$, obtendo $41.040,00$.

Finalmente, determinaria 4% desse último valor encontrado (que corresponderia a $1.641,60$), e subtraindo esse novo valor do valor final anterior obteria o valor líquido da fatura que é de $39.398,40$ reais.

Os alunos que obtiveram sucesso na resolução da questão, utilizaram estratégias parecidas com a que explicamos, mas de forma correta, como pode ser observado na Figura 9.

Figura 9: Resposta 6 para a Questão 2 do instrumento

Handwritten calculation for Figure 9:

Top row: $48.000 \xrightarrow{10\% \text{ (1.9)}} 43.200 \xrightarrow{4\% \text{ (0.96)}} 41.242 \xrightarrow{5\% \text{ (0.95)}} \boxed{38.398,40}$

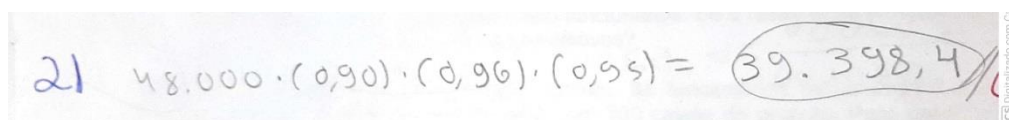
Below the top row, three columns show the percentage breakdowns:

Value	100%	Discount	Result
48.000	100%	X 10%	100X = 480.000 X = 4.800
43.200	100%	X 4%	100X = 1.728.00 X = 1.728
41.242	100%	X 5%	100X = 2.062.10 X = 2.062,10

Fonte: acervo pessoal

O procedimento utilizado pelo aluno é organizado e detalhado. Utilizando o método de regra de três simples corretamente ele conseguiu desenvolver todos os passos para encontrar o valor pedido. Grandes partes dos estudantes utilizaram essa mesma estratégia para resolver a questão. Como vimos nos destaques da Base feitos em nosso texto, no 6º Ano do Ensino Fundamental, a orientação é que seja feito o trabalho com “[C]álculo de porcentagens por meio de estratégias diversas, sem fazer uso da “regra de três” (BRASIL, 2018, p.301), o que deveria ocorrer em anos de escolaridade seguintes. Poucos estudantes utilizaram um procedimento direto, como o indicado no registro da Figura 10.

Figura 10: Resposta 7 para a Questão 2 do instrumento



$$21 \quad 48.000 \cdot (0,90) \cdot (0,96) \cdot (0,95) = 39.398,4$$

Fonte: acervo pessoal

Nesse caso o estudante multiplicou o valor inicial pelos valores decimais correspondentes à diferença da unidade menos o valor percentual dessa unidade correspondente a cada desconto. A professora afirmou que os estudantes haviam resolvido diversas questões semelhantes em sala de aula, por meio desse procedimento.

De forma geral, os estudantes alcançaram um número maior de acertos nessa questão, do que na primeira, embora os. Pudemos enxergar que apesar de ser uma questão simples, que pode erros tenham sido cometidos em relação à compreensão da aplicação sucessiva de valor percentuais sobre um valor dado, mais do que de interpretação do enunciado, como observamos no caso da Questão 1.

Embora, como destacam os PCN, “[...] [P]ara a grande maioria dos alunos, resolver um problema significa fazer cálculos com os números do enunciado ou aplicar algo que aprenderam nas aulas” (BRASIL, 1998, p.40), neste caso foram cometidos erros que indicam que os estudantes não apreenderam o que foi explicado em sala de aula, uma vez que a professora

informou ter realizado procedimentos tantos diretos quanto detalhados, em situações diversas.

3.3 QUESTÃO 3

A Questão 3 do instrumento tinha o seguinte enunciado: “Uma empresa possui atualmente 2.800 funcionários. Se a razão entre o número de efetivos e contratados é de 5 para 2, quantos são os efetivos?”. O objetivo dessa questão era verificar a capacidade de interpretação do aluno em relação ao conceito de razão e proporcionalidade e ela poderia ser resolvida de forma simples. Bastaria dividir 2.800 pela soma das partes, ou seja, 7. Assim, cada parte corresponderia a 400 funcionários, o que implicaria que o total de efetivos seria $5 \times 400 = 2.000$ e o total de contratados seria $2 \times 400 = 800$. Os resultados foram os seguintes: 38 dos 47 (80,85%) alunos acertaram a questão, e usaram estratégias diferentes para chegarem à solução correta.

Dois (4,25%) estudantes deixaram a questão em branco e os sete (14,9%) estudantes que não acertaram a questão, cometeram praticamente o mesmo erro, que nesse caso estava na interpretação do conceito de proporção, como podemos ver nos registros das Figuras 11 a 16.

Figura 11: Resposta 1 para a Questão 3 do instrumento

3. 2.800 funcionários

$$\frac{\text{efetivos}}{\text{temporários}} = \frac{5}{2} = 2.800$$

a cada 5 funcionários ~~efetivos~~
2 são temporários

$$2.800 = \frac{5}{2}$$

então

$$\frac{5}{2} = 2,5$$

$$\frac{2}{5} = 0,4$$

$$\text{efetivos} = 1.120 //$$

$$\text{temporários} = 1680 //$$

Fonte: acervo pessoal

No caso apresentado na Figura 11, percebemos que o aluno não teve sucesso ao desenvolver a questão, pois dividiu a razão, fazendo $5/2 = 2,5$, e em seguida ele o número total de funcionários pelo valor encontrado, obtendo como resposta para questão, 1.120 funcionários efetivos. Ou seja, o aluno evidenciou pouco domínio dos conceitos de razão e proporcionalidade. Outros resultados dos alunos que não acertaram a questão foram baseados em estratégias diferentes que, em geral, levaram à mesma resposta errada, como no caso registrado na Figura 12.

Figura 12: Resposta 2 para a Questão 3 do instrumento

3. FUNCIONARIOS 2.800, Razão de 5 para 2, QUANTOS EFETIVOS?

$$\frac{2.800}{x} = \frac{5}{2} \rightarrow x = \frac{2.800 \cdot 2}{5} = 1.120$$

São 1.120 FUNCIONARIOS EFETIVOS

Fonte: acervo pessoal

No caso apresentado na Figura 12, o estudante resolveu a questão realizando uma regra de três simples, mas de forma equivocada, uma vez que interpretou o número total de funcionários efetivos como equivalente à razão dada, quando deveria ter entendido que, de cada sete funcionários, cinco eram efetivos e dois eram contratados temporariamente.

Os estudantes que acertaram a Questão adotaram estratégias diferentes, como pode ser observado nos registros apresentados nas Figuras 13 a 16.

Figura 13: Resposta 3 para a Questão 3 do instrumento

3) total func = 2.800

efetivos = 5
temp = 2
efetivos = ?

Diagram: 10 circles, 5 labeled 'efetivos', 5 labeled 'temp'

2.800 : 7 = 400
400 x 5 = 2.000

Fonte: acervo pessoal

Nessa resolução podemos perceber que o aluno demonstra compreensão dos conceitos solicitados, desenvolvendo a solução da questão de forma organizada e explicada detalhadamente, desenhando bolinhas para poder expressar a razão entre o número de efetivos e temporários. Dois outros alunos utilizaram desse mesmo método para chegar ao que a questão pedia.

Essa resolução gráfica também foi apresentada e discutida em sala de aula e na ocasião, segundo informou a professora da turma, alguns estudantes afirmaram ser mais fácil de ser compreendida a relação entre as partes de uma razão e o todo.

Na resolução registrada pelo aluno na imagem da Figura 14, podemos observar que o método utilizado para chegar à resposta foi simples e direto, desenvolvido em uma única etapa, consideradas as informações dadas.

Figura 14: Resposta 4 para a Questão 3 do instrumento

$$\textcircled{3} 2800 \cdot \frac{5}{7} = 2000$$

Fonte: acervo pessoal

Apesar de a resolução ter sido exposta sem muitos detalhes, percebe-se que o aluno entendeu que, de cada 7 funcionários, 5 eram efetivos, ou seja, bastava multiplicar o total de funcionários pela fração $5/7$ para se obter o número de funcionários efetivos, como solicitado na Questão.

Alguns estudantes resolveram a questão por meio de uma regra de três, como podemos observar pelo registro presente na Figura 15.

Figura 15: Resposta 5 para a Questão 3 do instrumento

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \frac{a}{b} &= \frac{5 \text{ efetivos}}{2 \text{ Temporários}} \\ 2800 &= \frac{x}{2} \\ x &= \frac{5600}{2} \\ x &= 2800 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2800 \div 7 &= 400 \times 2 = 800 \\ 2800 - 800 &= 2000 \text{ efetivos} \end{aligned}$$

Fonte: acervo pessoal

Outra estratégia apresenta pelos alunos que acertaram a resposta à Questão foi através da organização e resolução de uma equação, como indicado na Figura 16, ou de um sistema de equações.

Figura 16: Resposta 6 para a Questão 3 do instrumento

3-

$$A = 5K$$

$$B = 2K$$

$$5K + 2K = 2800$$

$$7K = 2800$$

$$K = 2800 / 7$$

$$K = 400$$

$$A = 2000$$

$$B = 800$$

EFETIVOS

Fonte: Acervo pessoal.

Como pudemos observar pelos resultados apresentados, as estratégias utilizadas pelos estudantes na resolução da Questão 3 foram bastante diversificadas, sendo os erros mais comuns relacionados à falta de compreensão da relação entre as partes e o todo em uma relação dada por meio de uma razão.

3.4 QUESTÃO 4

A quarta e última Questão do instrumento tinha, como exposto na Introdução de nosso trabalho, o seguinte enunciado: “Em uma fábrica de determinado produto, 34 funcionários trabalhando 7 horas por dia carregando 20 vans de transporte cada uma com 300 caixas do produto. Para carregar 3/5 dessas mesmas vans com 400 caixas do mesmo produto, 28 funcionários irão precisar trabalhar durante quanto tempo?”.

Para esta Questão foram apresentadas 25 (53,19% do total) respostas corretas; apenas um (2,12%) aluno não fez tentativas de resolução, deixando-a em branco; e os demais 21 (44,68%) alunos erraram a questão, apresentando dificuldades semelhantes, sendo a mais comum, dificuldades relacionadas à compreensão de grandezas diretamente e inversamente proporcionais.

A Questão envolvia quatro grandezas (tempo, funcionários, vans e caixas) e os alunos precisariam utilizar conhecimentos sobre os conceitos de proporção e razão, e resolução de cálculos envolvendo regra de três composta. Nas figuras apresentadas em seguida (17 a 19), destacamos as soluções e estratégias utilizadas pelos estudantes para resolver a questão.

Figura 17: Resposta 1 para a Questão 4 do instrumento

4- FUNCIONÁRIOS

	horas/dia	VANS	CAIXAS
34	7	20	300
28 (I)	X	12 (I)	400 (D)

$$\frac{7}{X} = \frac{28}{34} \cdot \frac{12}{20} \cdot \frac{300}{400} \Rightarrow \frac{7}{X} = \frac{1008}{2720} \Rightarrow 1008X = 19040$$

$$X = \frac{19040}{1008} \Rightarrow 18,89$$

Fonte: acervo pessoal

Na solução apresentada na Figura 17, percebemos que o estudante organizou adequadamente as informações na forma de uma tabela e executou corretamente todos os passos, porém, errou ao identificar o comportamento das grandezas como diretamente (D) ou inversamente (I) proporcionais. A sugestão de uso das letras, ao invés das setas que comumente eram utilizadas pelos estudantes na Educação Básica, segundo informaram à professora, foi sugestão dela, pois muito tinham dificuldade de lidar com elas.

De acordo com o que indicou a professora, depois que começaram a utilizar as letras, os estudantes passaram a organizar os dados na forma fracionária envolvidos nos cálculos, de forma correta, embora ainda tivessem dificuldade para identificar a natureza das relações entre as grandezas (se direta ou inversamente proporcionais).

Nos PCN (2018, p.82), prevê-se que os estudantes ao final do Ensino Fundamental consigam desenvolver a capacidade de “[...] resolver situações-problema que envolvam a variação de grandezas direta ou inversamente

proporcionais, utilizando estratégias não-convencionais e convencionais, como as regras de três”.

Como vimos anteriormente, de acordo com indicação da BNCC (BRASIL, 2018, p. 316), os estudantes do 9º Ano devem trabalhar com a “[R]azão entre grandezas de espécies diferentes; Grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais”. Ou seja, os estudantes deveriam desenvolver conhecimentos acerca do tema envolvido na Questão 4, ainda no Ensino Fundamental. Apesar deste tipo de trabalho ser indicado desde a época dos PCN, pudemos observar que uma grande parte dos alunos cometeu erros relacionados à identificação da natureza da relação entre as grandezas.

Alguns estudantes erraram no passo inicial que precisaria ser dado, antes da organização dos demais dados, como indicado na Figura 18.

Figura 18: Resposta 2 para a Questão 4 do instrumento

FUNCIONÁRIOS	H/DIA	VANS	CARIÓTIPO
34 ↓	7	20	300 ↑
28 ↓	X	(3/5)	400 ↑
1			0

$$X = 1 \cdot \frac{28}{34} \cdot \frac{20}{\frac{3}{5}} \cdot \frac{300}{400} \rightarrow X = 1 \cdot \frac{680 \cdot 0,75}{28} = 18,21$$

• IRÃO TRABALHAR 18,21 H/D.

Fonte: acervo pessoal

O aluno interpretou adequadamente a questão; identificou corretamente o comportamento da relação entre as grandezas; e desenvolveu a regra de três corretamente. O erro está ligado na falta de interpretação do conceito de proporção, pois o aluno não desenvolveu o seguinte passo: para carregar 3/5 de 20 vans, $\frac{3}{5} \cdot 20 = 12$, seriam necessárias 12 vans.

As estratégias utilizadas pelos alunos que acertaram a questão foram praticamente iguais: realizaram uma interpretação acertada do conceito de proporção e executaram corretamente a análise do comportamento das

grandezas, como inversamente e diretamente proporcionais, como pode ser observado na Figura 19.

Figura 19: Resposta 3 para a Questão 4 do instrumento

Handwritten work for a compound rule of three problem:

$$\begin{array}{ccccccc}
 4- & 34 & \text{---} & 7 & \text{---} & 20 & \text{---} & 300 \\
 & 28 & \text{---} & x & \text{---} & 12 & \text{---} & 400 \\
 & (I) & & & & (D) & & (D)
 \end{array}$$

Proportionalities and cross-multiplication:

$$\begin{array}{lcl}
 20 & \text{---} & 5/3 \\
 x & \text{---} & 3/5
 \end{array}
 \quad \begin{array}{l}
 1x = 3/5 \cdot 20 \\
 x = 12
 \end{array}$$

Calculation of x:

$$\frac{28}{34} \cdot \frac{20}{12} \cdot \frac{300}{400} = \frac{7}{x}$$

$$\frac{168000}{163200} \cdot \frac{7}{x} \quad 1680x = 11424$$

$$x = \frac{11424}{1680} = 6,8 \text{ horas}$$

Fonte: acervo pessoal

O procedimento registrado na Figura 19, está adequadamente organizado e o aluno desenvolveu a questão detalhando os passos e aplicando corretamente o método de resolução de regra de três composta.

Pudemos perceber que a maioria dos erros cometidos pelos alunos, nessa Questão, foi ao verificar o comportamento das relações entre as grandezas, que muitos interpretaram de forma equivocada. Em razão da complexidade da questão, a quantidade de acertos (25) foi muito próxima da quantidade de erros somada à ausência de tentativa (22), o que aponta a necessidade de um trabalho mais cuidadoso com as relações de proporcionalidade no final do Ensino Fundamental.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Essa pesquisa teve como objetivo analisar as dificuldades e erros e as principais estratégias de solução apresentada por alunos de um curso de Contabilidade ao resolverem questões envolvendo o cálculo de porcentagem, razão e proporção, tendo em vista a importância desse conteúdo no dia a dia e também na futura vida profissional dos discentes no mercado de trabalho.

Para realizar esse estudo realizamos um estudo de caso do tipo exploratório, por meio de uma avaliação contendo quatro questões envolvendo os conceitos citados, com 47 alunos recém ingressos no ensino superior de uma instituição da Paraíba.

Com essa pesquisa, podemos perceber que o método de resolução mais usado pelos alunos para resolver os problemas propostos envolvendo a ideia de porcentagem foi o uso da regra de três. A maioria das dificuldades apresentadas pelos alunos foi em relação à interpretação dos enunciados das questões na operacionalização de cálculos aritméticos relativamente simples. Os estudantes apresentaram, também, dificuldades em relação ao trabalho com porcentagens de porcentagens.

A questão envolvendo a ideia de razão entre grandezas e a relação com o todo apresentou uma grande diversidade de estratégias, incluindo uma de natureza gráfica, que havia sido explorada pela professora da turma e que foi recebido de forma positiva pelos estudantes, como informado por ela.

Observamos dificuldades em relação ao conceito de proporção, particularmente em relação à identificação da natureza da relação entre as grandezas, ou seja, eles erravam ao identificar se duas grandezas eram diretamente ou inversamente proporcionais, o que implicava em erros nos cálculos posteriores.

Pelos resultados que analisamos, fica evidente que os alunos carregam dificuldades que se acumulam desde os anos iniciais de escolaridade e que são levadas para a etapa do ensino superior. Apesar de o curso dedicar espaço na ementa da disciplina de Matemática para uma revisão com os conceitos de razão, porcentagem e proporção, o tempo que é disponibilizado para isso não parece ser suficiente.

Como vimos do que destacamos nos dois documentos que analisamos, os conceitos citados devem ser explorados em vários anos de escolaridade da educação Básica e associados a diferentes contextos e unidades temáticas, como Números, Álgebra e Grandezas e Medidas. É de se esperar, portanto, que a sua construção seja complexa e demandem tempo e amadurecimento, não sendo suficiente uma revisão destes no Ensino Superior.

Pelo que constatamos com base nos resultados analisados, muitos estudantes precisariam de um trabalho detalhado e realizado em um tempo muito maior, para superar as dificuldades que acumularam ao longo da Educação Básica. Vale destacar que aqui só tratamos de três elementos da estrutura curricular de Matemática desse nível de escolaridade, entendendo que muitas outras lacunas, relacionadas a outros conceitos devam existir.

Pudemos observar, por exemplo, problemas de interpretação; na forma como os estudantes registram sequências de operações; em cálculos envolvendo frações e decimais, dentre outros. De acordo com o que a professora informou, muitos tinham dificuldade, também, em relação ao uso da calculadora, que ela estimulava a usarem na resolução das questões, incluindo nos momentos de avaliação.

Ficou evidente, pelos resultados que observamos, que cabe a nós, futuros educadores, darmos atenção especial ao processo de ensino-aprendizagem de porcentagem, razão e proporção, em razão da importância desses conceitos para a formação dos estudantes, ao longo da Educação Básica.

A experiência vivenciada na pesquisa nos estimulou a pensar em outras investigações relacionadas ao tema que exploramos, com estudantes da Educação Básica, a exemplo do uso de aplicativos e softwares no ensino dos conteúdos de razão, proporção e porcentagem, para avaliar o desempenho dos estudantes frente a problemas propostos envolvendo essas ideias.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Secretaria da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Matemática – Primeiro e Segundo Ciclos.** Secretaria de Ministério Educação: Brasília, 1998.

BRASIL. Secretaria da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Matemática – Terceiro e Quarto Ciclos.** Secretaria de Ministério Educação: Brasília, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular. BNCC.** Secretaria de Educação Básica: Brasília, 2018.

LOPES, K. T. **Uma investigação sobre o ensino de porcentagem no 6º ano do Ensino Fundamental.** Dissertação de mestrado Juiz de fora – MG, 2013.

NETTO, A.L.A. **A Resolução de Questões sobre Porcentagem por alunos do Ensino Médio.** Trabalho de Conclusão de Curso de Licenciatura em Matemática. João Pessoa, UFPB, 2016.

OLIVEIRA, N.C.N. **Dificuldades na resolução de problemas sobre proporcionalidade na 2ª série do ensino médio: estudo de caso.** Trabalho de Conclusão de Curso de Licenciatura em Matemática. João Pessoa, UFPB, 2019.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática do Ensino Fundamental:** formação de Professores e aplicação em sala de aula. Tradução Paulo Henrique Colonese. 6ª ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.