Universidade Federal da Paraíba
Centro de Tecnologia
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL
- DOUTORADO -

MODELOS ROBUSTOS DE PREVISÃO DE VAZÃO BASEADOS EM *WAVELET* E REDES NEURAIS ARTIFICIAIS

por

Paula Karenina de Macedo Machado Freire

Tese de Doutorado apresentada à Universidade Federal da Paraíba para obtenção do grau de Doutor

João Pessoa – Paraíba **Março – 2019**

Universidade Federal da Paraíba
Centro de Tecnologia
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL
- DOUTORADO -

MODELOS ROBUSTOS DE PREVISÃO DE VAZÃO BASEADOS EM *WAVELETS* E REDES NEURAIS ARTIFICIAIS

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental da Universidade Federal da Paraíba, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Doutor.

Paula Karenina de Macedo Machado Freire

ORIENTADOR: Prof. Dr. Celso Augusto Guimarães Santos

João Pessoa – Paraíba **Março – 2019**

Catalogação na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

F866m Freire, Paula Karenina de Macedo Machado.
Modelos robustos de previsão de vazão baseados em Wavelets e Redes Neurais Artificiais / Paula Karenina de Macedo Machado Freire. - João Pessoa, 2019.
255f. : il.

Orientação: Celso Augusto Guimarães Santos.
Tese (Doutorado) - UFPB/CT.

1. Engenharia Civil e Ambiental. 2. Previsão de vazão. 3. Redes Neurais Artificiais (RNA). 4. Transformada Wavelet Discreta (TWD). I. Santos, Celso Augusto Guimarães. II. Título.

UFPB/BC

PAULA KARENINA DE MACEDO MACHADO FREIRE

"MODELOS ROBUSTOS DE PREVISÃO DE VAZÃO BASEADOS EM *WAVELETS* E REDES NEURAIS ARTIFICIAIS"

Tese aprovada em: 26 de março de 2019
Período Letivo: 2018.2

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Celso Augusto Guimarães Santos – UFPB
(Orientador)

Prof. Dr. Richarde Marques da Silva – UFPB
(Examinador Interno)

Prof. Dr. Tarciso Cabral da Silva – UFPB
(Examinador Interno)

Prof. Dr. Camilo Allyson Simões de Farias – UFCG
(Examinador Externo)

Prof. Dr. Gerald Norbert Souza da Silva– UFCG
(Examinador Externo)

João Pessoa/PB
2019

A aqueles que já cumpriram sua missão

e a aqueles que ainda estão tentando

brilhantemente cumprí-la.

AGRADECIMENTOS

Agradecer é admitir que houve um momento em que se precisou de alguém; é reconhecer que o homem jamais poderá desfrutar para si o dom de ser autossuficiente. Ninguém consegue chegar a lugar algum sozinho, sempre é preciso um olhar de apoio, uma palavra de incentivo, um gesto de compreensão e uma atitude de amor. O caminho percorrido até esse momento foi árduo e cansativo, com muitas renúncias, noites mal dormidas ou até mesmo não dormidas, angústia e desespero. Muitos foram os obstáculos que tiveram que ser superados para a conclusão desta tese e qualquer agradecimento será muito pouco diante de tudo que recebi.

Agradeço, primeiramente, a Deus, pelo dom da vida, por estar ao meu lado em todos os momentos, por a cada dia me dar forças e permitir que eu viva momentos tão desafiadores, com os quais muito aprendi; valores, guardei; e vitórias, conquistei. A minha mãezinha do céu, por ser minha fiel intercessora, por socorrer-me nos momentos de aflição e desatar todos os nós que aparecem em minha vida.

A minha família, que é meu alicerce, sem eles eu não teria chegado tão longe. Em especial a meu pai, Paulo (*in memoriam*), por ter me ensinado que o mais importante é fazer o que gosta com dedicação, que tudo se torna possível quando se tem vontade e coragem de lutar, muito obrigada por todo carinho, incentivo, zelo e exemplo de dignidade que me foi dado enquanto o senhor ainda habitava neste plano; a minha mãe, Nádia, por hoje além de ser mãe também é pai na minha vida, agradeço pela pessoa que me tornei, pois tenho como espelho uma mãe maravilhosa, dedicada e atenciosa que sempre está ao meu lado em todas as horas de minha vida, apoiando-me, aconselhando-me e mostrando o caminho certo a seguir; e a meu irmão, Victor, pelo carinho, proteção, companheirismo e apoio incondicional de todas as horas.

Aos membros da banca examinadora por terem aceitado participar desse momento tão importante em minha vida e pelas contribuições para a melhoria deste trabalho. Em especial, a meu orientador, Professor Dr. Celso A. G. Santos, por não ter desistido de mim, pela sua paciência infinita, por acreditar e confiar no meu potencial, muitas vezes mais que eu mesma; agradeço pelos ensinamentos, incentivo, atenção e dedicação.

Ao pessoal do LARHENA e do LEPPAN, em especial aos orientandos do professor Celso e do professor Richarde, pela grande família que formamos. Muito obrigada pelo apoio acadêmico e conhecimentos compartilhados ao longo desses anos.

Enfim, a todos que contribuíram, direta ou indiretamente, para a conclusão desta tese, muito obrigada.

RESUMO

O desenvolvimento econômico de qualquer região pode estar diretamente ligado à quantidade e qualidade de seus recursos hídricos. Um gerenciamento adequado destes recursos é capaz de minimizar os efeitos de vários fenômenos naturais, tais como as secas que afetam diretamente o setor energético, o que recentemente têm provocado apagões no Brasil. Modelos de previsão são comumente usados para prover um melhor planejamento e operação de sistemas de abastecimento de água. Entretanto, procedimentos que consideram a previsão de curto a longo prazo ainda são escassos na literatura, principalmente no que diz respeito ao nordeste brasileiro. Desta forma, o objetivo deste trabalho foi o desenvolvimento de modelos robustos de previsão de vazão para diferentes horizontes (diários, mensais e anuais). Foram desenvolvidos dezoito modelos, sendo seis para previsão diária ($RNA_{dQ\rightarrow Q}$, $RNA_{dP\rightarrow Q}$, $RNA_{dPQ\rightarrow Q,}$ $WRNA_{dQ\rightarrow Q}$, $WRNA_{dP\rightarrow Q}$ e $WRNA_{dPQ\rightarrow Q}$); seis para previsão mensal ($RNA_{mQ\rightarrow Q}$, $RNA_{mP\rightarrow Q}$, $RNA_{mPQ\rightarrow Q}$, $WRNA_{mQ\rightarrow Q}$, $WRNA_{mP\rightarrow Q}$ e $WRNA_{mPQ\rightarrow Q}$); além de seis para previsão anual ($RNA_{aQ\rightarrow Q}$, $RNA_{aP\rightarrow Q}$, $RNA_{aPQ\rightarrow Q}$, $WRNA_{aQ\rightarrow Q}$, $WRNA_{aP\rightarrow Q}$ e $WRNA_{aPQ\rightarrow Q}$), os quais foram testados para previsão das vazões afluentes ao reservatório de Xingó. A eficiência desses modelos foi testada e foi comparada com a dos modelos tradicionais baseados em redes neurais artificiais (RNA_{dX}, RNA_{mX} e RNA_{aX}), que são modelos que usam dados de vazão antecedente no reservatório de Xingó para prever a vazão futura no mesmo reservatório. A eficiência também foi testada e comparada com a dos modelos híbridos *wavelet*-redes neurais artificiais ($WRNA_{dX}$, $WRNA_{mX}$ e $WRNA_{aX}$), que são modelos que usam dados de vazão antecedente tratados através da transformada *wavelet* para prever a vazão futura no mesmo reservatório. Os resultados mostraram que os modelos híbridos (WRNA) foram superiores àqueles utilizando apenas redes neurais artificiais (RNA). De forma específica, para previsões diárias, o melhor modelo foi o híbrido $WRNA_{dQ\rightarrow Q}$, que utiliza as vazões transformadas dos reservatórios a montante, bem como a combinação destas vazões, como entrada no modelo para a previsão da vazão no reservatório de Xingó. Para previsões mensais e anuais, os modelos ideais foram os híbridos $WRNA_{mPQ\rightarrow Q}$ e $WRNA_{aPQ\rightarrow Q}$, respectivamente, os quais utilizam a precipitação transformada ocorrida na bacia do reservatório de Três Marias e a vazão transformada no reservatório de Xingó como entrada em cada modelo para a previsão da vazão no reservatório de Xingó.

PALAVRAS-CHAVES: previsão de vazão, redes neurais artificiais (RNA), transformada *wavelet* discreta (TWD).

ABSTRACT

The economic development could be related to the quantity and quality of its water resources. Proper management of these resources is able to minimize the effects of various natural phenomena, such as droughts that directly affect the energy sector, which have recently led to blackouts in Brazil. Forecasting models are commonly used to provide better planning and operation of water supply systems. However, procedures that consider the short- to long-term forecast are still scarce in the literature, especially in the northeastern Brazil. In this way, the aim of this work was the development of robust streamflow forecasting models for different horizons (daily, monthly and annual). Eighteen models were developed, six for daily forecasting ($RNA_{dQ\rightarrow Q}$, $RNA_{dP\rightarrow Q}$, $RNA_{dPQ\rightarrow Q,}$ $WRNA_{dQ\rightarrow Q}$, $WRNA_{dP\rightarrow Q}$ e $WRNA_{dPQ\rightarrow Q}$); six for monthly forecasting ($RNA_{mQ\rightarrow Q}$, $RNA_{mP\rightarrow Q}$, $RNA_{mPQ\rightarrow Q}$, $WRNA_{mQ\rightarrow Q}$, $WRNA_{mP\rightarrow Q}$ e $WRNA_{mPQ\rightarrow Q}$); and six for anual forecasting ($RNA_{aQ\rightarrow Q}$, $RNA_{aP\rightarrow Q}$, $RNA_{aPQ\rightarrow Q}$, $WRNA_{aQ\rightarrow Q}$, $WRNA_{aP\rightarrow Q}$ e $WRNA_{aPQ\rightarrow Q}$), which were tested for streamflow forecasting to the Xingó reservoir. The efficiency of these models were tested and compared to the efficiency of the traditional models based on artificial neural networks (RNA_{dX}, RNA_{mX} and RNA_{aX}), which are models that use antecedent streamflow data into Xingó reservoir to forecast future streamflow in the same reservoir. The efficiency was also tested and compared to the efficiency of the hybrid wavelet-artificial neural network models ($WRNA_{dX}$, $WRNA_{mX}$ and $WRNA_{aX}$), which are models that use antecedent streamflow data treated through the wavelet transform to forecast future streamflow in the same reservoir. The results showed that the hybrid models (WRNA) were superior to those using only artificial neural networks (RNA). Specifically, for daily forecastings, the best model was the $WRNA_{dQ\rightarrow Q}$ hybrid model, which uses the transformed streamflows from the upstream reservoirs, as well as the combination of these streamflows, as input into the model for the streamflow forecasting in Xingó reservoir. For monthly and annual forecastings, the ideal models were the $WRNA_{mPQ\rightarrow Q}$ and $WRNA_{aPQ\rightarrow Q}$ hybrid models, respectively, which use the transformed precipitation over the Três Marias reservoir basin and the transformed streamflow into Xingó reservoir as input for each model to forecast the streamflow into Xingó reservoir.

KEYWORDS: artificial neural networks (ANN), discret wavelet transform (DWT), streamflow forecasting.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – (a) Processo de filtragem básico, (b) Processo de filtragem com redução de resolução (*downsampling*). 20
Figura 2.2 – Árvore de decomposição *Wavelet*. 21
Figura 3.1 – Localização da bacia do rio São Francisco com a identificação das áreas de estudo, com detalhe para suas regiões fisiográficas (Alto, Médio, Submédio e Baixo). 29
Figura 3.2 – Imagem do reservatório de Xingó. 30
Figura 3.3 – Usina hidrelétrica de Xingó. 31
Figura 3.4 – Hidrograma das vazões naturais médias diárias afluentes ao reservatório de Xingó (1931 – 2015). 32
Figura 3.5 – Hidrograma das vazões naturais médias diárias afluentes ao reservatório de Paulo Afonso (1931 – 2015). 32
Figura 3.6 – Hidrograma das vazões naturais médias diárias afluentes ao reservatório de Moxotó (1931 – 2015). 33
Figura 3.7 – Hidrograma das vazões naturais médias diárias afluentes ao reservatório de Itaparica (1931 – 2015). 33
Figura 3.8 – Hidrograma das vazões naturais médias diárias afluentes ao reservatório de Sobradinho (1931 – 2015). 34
Figura 3.9 – Hidrograma das vazões naturais médias diárias afluentes ao reservatório de Três Marias (1931 – 2015). 34
Figura 3.10 – Boxplot das vazões médias diárias dos principais reservatórios da bacia do rio São Francisco (1931–2015). 36
Figura 3.11 – Hidrograma das vazões naturais médias mensais afluentes ao reservatório de Xingó (1931 – 2015). 37
Figura 3.12 – Hidrograma das vazões naturais médias mensais afluentes ao reservatório de Paulo Afonso (1931 – 2015). 37
Figura 3.13 – Hidrograma das vazões naturais médias mensais afluentes ao reservatório de Moxotó (1931 – 2015). 38
Figura 3.14 – Hidrograma das vazões naturais médias mensais afluentes ao reservatório de Itaparica (1931 – 2015). 38

Figura 3.15 – Hidrograma das vazões naturais médias mensais afluentes ao reservatório de Sobradinho (1931 – 2015). 39
Figura 3.16 – Hidrograma das vazões naturais médias mensais afluentes ao reservatório de Três Marias (1931 – 2015). 39
Figura 3.17 – Boxplot das vazões médias mensais dos principais reservatórios da bacia do rio São Francisco (1931–2015). 41
Figura 3.18 – Hidrograma das vazões naturais médias anuais afluentes ao reservatório de Xingó (1931 – 2015). 42
Figura 3.19 – Hidrograma das vazões naturais médias anuais afluentes ao reservatório de Paulo Afonso (1931 – 2015). 42
Figura 3.20 – Hidrograma das vazões naturais médias anuais afluentes ao reservatório de Moxotó (1931 – 2015). 43
Figura 3.21 – Hidrograma das vazões naturais médias anuais afluentes ao reservatório de Itaparica (1931 – 2015). 43
Figura 3.22 – Hidrograma das vazões naturais médias anuais afluentes ao reservatório de Sobradinho (1931 – 2015). 44
Figura 3.23 – Hidrograma das vazões naturais médias anuais afluentes ao reservatório de Três Marias (1931 – 2015). 44
Figura 3.24 – *Boxplot* das vazões médias anuais dos principais reservatórios da bacia do rio São Francisco (1931–2015). 46
Figura 3.25 – Área da bacia hidrográfica do reservatório de Três Marias com os pontos de grade onde foram obtidos os dados de precipitação. 47
Figura 3.26 – Hietograma diário obtido através da média de Thiessen dos 169 pontos que formam a bacia do reservatório de Três Marias (1998 – 2015). 48
Figura 3.27 – Hietograma mensal obtido através da média de Thiessen dos 169 pontos que formam a bacia do reservatório de Três Marias (1998 – 2015). 49
Figura 3.28 – Hietograma anual obtido através da média de Thiessen dos 169 pontos que formam a bacia do reservatório de Três Marias (1998 – 2015). 49
Figura 3.29 – (a) O espectro de potência usando a *wavelet*-mãe Morlet para as vazões diárias do reservatório de Xingó, onde os valores na escalar vertical aumentam da cor azul até o amarelo escuro. (b) O espectro global de potência da *wavelet*. A linha tracejada é o nível de 5% de significância para o espectro global, usando o espectro de fundo de ruído vermelho

(α = 0,99669). (c) Escala-média da potência da *wavelet* sobre a banda 256–512-dias. A linha tracejada é o nível de 95% de confiança assumindo o ruído vermelho. 54
Figura 3.30 – (a) O espectro de potência usando a *wavelet*-mãe Morlet para as vazões diárias do reservatório de Paulo Afonso, onde os valores na escalar vertical aumentam da cor azul até o amarelo escuro. (b) O espectro global de potência da *wavelet*. A linha tracejada é o nível de 5% de significância para o espectro global, usando o espectro de fundo de ruído vermelho (α = 0,99699). (c) Escala-média da potência da *wavelet* sobre a banda 256–512-dias. A linha tracejada é o nível de 95% de confiança assumindo o ruído vermelho. 55
Figura 3.31 – (a) O espectro de potência usando a *wavelet*-mãe Morlet para as vazões diárias do reservatório de Moxotó, onde os valores na escalar vertical aumentam da cor azul até o amarelo escuro. (b) O espectro global de potência da *wavelet*. A linha tracejada é o nível de 5% de significância para o espectro global, usando o espectro de fundo de ruído vermelho (α = 0,99669). (c) Escala-média da potência da *wavelet* sobre a banda 256–512-dias. A linha tracejada é o nível de 95% de confiança assumindo o ruído vermelho. 55
Figura 3.32 – (a) O espectro de potência usando a *wavelet*-mãe Morlet para as vazões diárias do reservatório de Itaparica, onde os valores na escalar vertical aumentam da cor azul até o amarelo escuro. (b) O espectro global de potência da *wavelet*. A linha tracejada é o nível de 5% de significância para o espectro global, usando o espectro de fundo de ruído vermelho (α = 0,99698). (c) Escala-média da potência da *wavelet* sobre a banda 256–512-dias. A linha tracejada é o nível de 95% de confiança assumindo o ruído vermelho. 56
Figura 3.33 – (a) O espectro de potência usando a *wavelet*-mãe Morlet para as vazões diárias do reservatório de Sobradinho, onde os valores na escalar vertical aumentam da cor azul até o amarelo escuro. (b) O espectro global de potência da *wavelet*. A linha tracejada é o nível de 5% de significância para o espectro global, usando o espectro de fundo de ruído vermelho (α = 0,99793). (c) Escala-média da potência da *wavelet* sobre a banda 256–512-dias. A linha tracejada é o nível de 95% de confiança assumindo o ruído vermelho. 56
Figura 3.34 – (a) O espectro de potência usando a *wavelet*-mãe Morlet para as vazões diárias do reservatório de Três Marias, onde os valores na escalar vertical aumentam da cor azul até o amarelo escuro. (b) O espectro global de potência da *wavelet*. A linha tracejada é o nível de 5% de significância para o espectro global, usando o espectro de fundo de ruído vermelho (α = 0,97614). (c) Escala-média da potência da *wavelet* sobre a banda 256–512-dias. A linha tracejada é o nível de 95% de confiança assumindo o ruído vermelho. 57

Figura 3.35 – (a) O espectro de potência usando a *wavelet*-mãe Morlet para as precipitações diárias, obtidos através da média de Thiessen para os 169 pontos da bacia do reservatório de Três Marias, onde os valores na escalar vertical aumentam da cor azul até o amarelo escuro. (b) O espectro global de potência da *wavelet*. A linha tracejada é o nível de 5% de significância para o espectro global, usando o espectro de fundo de ruído vermelho (α = 0,55418). (c) Escala-média da potência da *wavelet* sobre a banda 256–512-dias. A linha tracejada é o nível de 95% de confiança assumindo o ruído vermelho. 57
Figura 3.36 – Relação do ângulo de fase entre duas séries temporais. 60
Figura 3.37 – Espectro da transformada *wavelet* cruzada entre as séries de vazão do reservatório de Paulo Afonso e do reservatório de Xingó (1931 – 2015). 62
Figura 3.38 – Espectro da coerência da transformada *wavelet* entre as séries de vazão do reservatório de Paulo Afonso e do reservatório de Xingó (1931 – 2015). 62
Figura 3.39 – Espectro da transformada *wavelet* cruzada entre as séries de vazão do reservatório de Moxotó e do reservatório de Xingó (1931 – 2015). 63
Figura 3.40 – Espectro da coerência da transformada *wavelet* entre as séries de vazão do reservatório de Moxotó e do reservatório de Xingó (1931 – 2015). 63
Figura 3.41 – Espectro da transformada *wavelet* cruzada entre as séries de vazão do reservatório de Itaparica e do reservatório de Xingó (1931 – 2015). 64
Figura 3.42 – Espectro da coerência da transformada *wavelet* entre as séries de vazão do reservatório de Itaparica e do reservatório de Xingó (1931 – 2015). 64
Figura 3.43 – Espectro da transformada *wavelet* cruzada entre as séries de vazão do reservatório de Sobradinho e do reservatório de Xingó (1931 – 2015). 65
Figura 3.44 – Espectro da coerência da transformada *wavelet* entre as séries de vazão do reservatório de Sobradinho e do reservatório de Xingó (1931 – 2015). 65
Figura 3.45 – Espectro da transformada *wavelet* cruzada entre as séries de vazão do reservatório de Três Marias e do reservatório de Xingó (1931 – 2015). 66
Figura 3.46 – Espectro da coerência da transformada *wavelet* entre as séries de vazão do reservatório de Três Marias e do reservatório de Xingó (1931 – 2015). 66
Figura 3.47 – Espectro da transformada *wavelet* cruzada entre as séries de precipitação no reservatório de Três Marias e de vazão no reservatório de Xingó (1998 – 2015). 67
Figura 3.48 – Espectro da coerência da transformada *wavelet* entre as séries de precipitação no reservatório de Três Marias e de vazão no reservatório de Xingó (1998 – 2015). 67
Figura 4.1 – Esquema geral da metodologia aplicada. 69

Figura 4.2 – Decomposição múltipla até o nível 5 da série de vazões diárias afluentes ao reservatório de Xingó usando a wavelet-mãe de dmey: (a) aproximações e (b) detalhes. 72
Figura 4.3 – Decomposição múltipla até o nível 5 da série de vazões mensais afluentes ao reservatório de Xingó usando a wavelet-mãe de dmey: (a) aproximações e (b) detalhes. 72
Figura 4.4 – Decomposição múltipla até o nível 5 da série de vazões anuais afluentes ao reservatório de Xingó usando a *wavelet*-mãe de dmey: (a) aproximações e (b) detalhes..... 73
Figura 4.5 – Decomposição múltipla até o nível 5 da série média de precipitações diárias no reservatório de Três Marias usando a *wavelet*-mãe de haar: (a) aproximações e (b) detalhes. 73
Figura 4.6 – Decomposição múltipla até o nível 5 da série de precipitações mensais no reservatório de Três Marias usando a *wavelet*-mãe de haar: (a) aproximações e (b) detalhes. 74
Figura 4.7 – Decomposição múltipla até o nível 5 da série de precipitações anuais no reservatório de Três Marias usando a *wavelet*-mãe de haar: (a) aproximações e (b) detalhes. 74
Figura 5.1 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 1 dia, (b) 2 dias, (c) 3 dias, (d) 4 dias, (e) 5 dias e (f) 6 dias de antecedência, utilizando o modelo tradicional (RNA_{dX}). 84
Figura 5.2 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 7 dias, (b) 8 dias, (c) 9 dias, (d) 10 dias, (e) 11 dias e (f) 12 dias de antecedência, utilizando o modelo tradicional (RNA_{dX})..... 85
Figura 5.3 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 13 dias, (b) 14 dias, (c) 15 dias, (d) 16 dias, (e) 17 dias e (f) 18 dias de antecedência, utilizando o modelo tradicional (RNA_{dX}). 86
Figura 5.4 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 19 dias, (b) 20 dias, (c) 21 dias, (d) 22 dias, (e) 23 dias e (f) 24 dias de antecedência, utilizando o modelo tradicional (RNA_{dX}). 87
Figura 5.5 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 25 dias, (b) 26 dias, (c) 27 dias, (d) 28 dias, (e) 29 dias e (f) 30 dias de antecedência, utilizando o modelo tradicional (RNA_{dX}). 88
Figura 5.6 – Erros residuais para as previsões de (a) 1 dia, (b) 2 dias, (c) 3 dias, (d) 4 dias, (e) 5 dias e (f) 6 dias, utilizando o modelo tradicional (RNA_{dX}). 89
Figura 5.7 – Erros residuais para as previsões de (a) 7 dias, (b) 8 dias, (c) 9 dias, (d) 10 dias, (e) 11 dias e (f) 12 dias, utilizando o modelo tradicional (RNA_{dX}). 90
Figura 5.8 – Erros residuais para as previsões de (a) 13 dias, (b) 14 dias, (c) 15 dias, (d) 16 dias, (e) 17 dias e (f) 18 dias, utilizando o modelo tradicional (RNA_{dX}). 91
Figura 5.9 – Erros residuais para as previsões de (a) 19 dias, (b) 20 dias, (c) 21 dias, (d) 22 dias, (e) 23 dias e (f) 24 dias, utilizando o modelo tradicional (RNA_{dX}). 92
Figura 5.10 – Erros residuais para as previsões de (a) 25 dias, (b) 26 dias, (c) 27 dias, (d) 28 dias, (e) 29 dias e (f) 30 dias, utilizando o modelo tradicional (RNA_{dX}). 93
Figura 5.11 – Desempenho dos modelos $RNA_{dQ \rightarrow Q}$ com relação aos modelos RNAs tradicionais diários, baseado nos valores de RMSE. 97

Figura 5.12 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 1 dia, (b) 2 dias, (c) 3 dias, (d) 4 dias, (e) 5 dias e (f) 6 dias de antecedência, utilizando o modelo RNA proposto ($RNA_{dQ\rightarrow Q}$). 98
Figura 5.13 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 7 dias, (b) 8 dias, (c) 9 dias, (d) 10 dias, (e) 11 dias e (f) 12 dias de antecedência, utilizando o modelo RNA proposto ($RNA_{dQ\rightarrow Q}$). 99
Figura 5.14 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 13 dias, (b) 14 dias, (c) 15 dias, (d) 16 dias, (e) 17 dias e (f) 18 dias de antecedência, utilizando o modelo RNA proposto ($RNA_{dQ\rightarrow Q}$). 100
Figura 5.15 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 19 dias, (b) 20 dias, (c) 21 dias, (d) 22 dias, (e) 23 dias e (f) 24 dias de antecedência, utilizando o modelo RNA proposto ($RNA_{dQ\rightarrow Q}$). 101
Figura 5.16 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 25 dias, (b) 26 dias, (c) 27 dias, (d) 28 dias, (e) 29 dias e (f) 30 dias de antecedência, utilizando o modelo RNA proposto ($RNA_{dQ\rightarrow Q}$). 102
Figura 5.17 – Erros residuais para as previsões de (a) 1 dia, (b) 2 dias, (c) 3 dias, (d) 4 dias, (e) 5 dias e (f) 6 dias, utilizando o modelo RNA proposto ($RNA_{dQ\rightarrow Q}$). 103
Figura 5.18 – Erros residuais para as previsões de (a) 7 dias, (b) 8 dias, (c) 9 dias, (d) 10 dias, (e) 11 dias e (f) 12 dias, utilizando o modelo RNA proposto ($RNA_{dQ\rightarrow Q}$). 104
Figura 5.19 – Erros residuais para as previsões de (a) 13 dias, (b) 14 dias, (c) 15 dias, (d) 16 dias, (e) 17 dias e (f) 18 dias, utilizando o modelo RNA proposto ($RNA_{dQ\rightarrow Q}$). 105
Figura 5.20 – Erros residuais para as previsões de (a) 19 dias, (b) 20 dias, (c) 21 dias, (d) 22 dias, (e) 23 dias e (f) 24 dias, utilizando o modelo RNA proposto ($RNA_{dQ\rightarrow Q}$). 106
Figura 5.21 – Erros residuais para as previsões de (a) 25 dias, (b) 26 dias, (c) 27 dias, (d) 28 dias, (e) 29 dias e (f) 30 dias, utilizando o modelo RNA proposto ($RNA_{dQ\rightarrow Q}$). 107
Figura 5.22 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 1 dia, (b) 2 dias, (c) 3 dias, (d) 4 dias, (e) 5 dias e (f) 6 dias de antecedência, utilizando o modelo $RNA_{dP\rightarrow Q}$ proposto. 112
Figura 5.23 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 7 dias, (b) 8 dias, (c) 9 dias, (d) 10 dias, (e) 11 dias e (f) 12 dias de antecedência, utilizando o modelo $RNA_{dP\rightarrow Q}$ proposto. 113
Figura 5.24 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 13 dias, (b) 14 dias, (c) 15 dias, (d) 16 dias, (e) 17 dias e (f) 18 dias de antecedência, utilizando o modelo $RNA_{dP\rightarrow Q}$ proposto. 114
Figura 5.25 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 19 dias, (b) 20 dias, (c) 21 dias, (d) 22 dias, (e) 23 dias e (f) 24 dias de antecedência, utilizando o modelo $RNA_{dP\rightarrow Q}$ proposto. 115
Figura 5.26 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 25 dias, (b) 26 dias, (c) 27 dias, (d) 28 dias, (e) 29 dias e (f) 30 dias de antecedência, utilizando o modelo $RNA_{dP\rightarrow Q}$ proposto. 116

Figura 5.27 – Erros residuais para as previsões de (a) 1 dia, (b) 2 dias, (c) 3 dias, (d) 4 dias, (e) 5 dias e (f) 6 dias, utilizando o modelo $RNA_{dP \rightarrow Q}$ proposto. 117
Figura 5.28 – Erros residuais para as previsões de (a) 7 dias, (b) 8 dias, (c) 9 dias, (d) 10 dias, (e) 11 dias e (f) 12 dias, utilizando o modelo $RNA_{dP \rightarrow Q}$ proposto..... 118
Figura 5.29 – Erros residuais para as previsões de (a) 13 dias, (b) 14 dias, (c) 15 dias, (d) 16 dias, (e) 17 dias e (f) 18 dias, utilizando o modelo $RNA_{dP \rightarrow Q}$ proposto. 119
Figura 5.30 – Erros residuais para as previsões de (a) 19 dias, (b) 20 dias, (c) 21 dias, (d) 22 dias, (e) 23 dias e (f) 24 dias, utilizando o modelo $RNA_{dP \rightarrow Q}$ proposto. 120
Figura 5.31 – Erros residuais para as previsões de (a) 25 dias, (b) 26 dias, (c) 27 dias, (d) 28 dias, (e) 29 dias e (f) 30 dias, utilizando o modelo $RNA_{dP \rightarrow Q}$ proposto. 121
Figura 5.32 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 1 dia, (b) 2 dias, (c) 3 dias, (d) 4 dias, (e) 5 dias e (f) 6 dias de antecedência, utilizando o modelo $RNA_{dPQ \rightarrow Q}$ proposto. 124
Figura 5.33 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 7 dias, (b) 8 dias, (c) 9 dias, (d) 10 dias, (e) 11 dias e (f) 12 dias de antecedência, utilizando o modelo $RNA_{dPQ \rightarrow Q}$ proposto... 125
Figura 5.34 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 13 dias, (b) 14 dias, (c) 15 dias, (d) 16 dias, (e) 17 dias e (f) 18 dias de antecedência, utilizando o modelo $RNA_{dPQ \rightarrow Q}$ proposto... 126
Figura 5.35 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 19 dias, (b) 20 dias, (c) 21 dias, (d) 22 dias, (e) 23 dias e (f) 24 dias de antecedência, utilizando o modelo $RNA_{dPQ \rightarrow Q}$ proposto... 127
Figura 5.36 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 25 dias, (b) 26 dias, (c) 27 dias, (d) 28 dias, (e) 29 dias e (f) 30 dias de antecedência, utilizando o modelo $RNA_{dPQ \rightarrow Q}$ proposto... 128
Figura 5.37 – Erros residuais para as previsões de (a) 1 dia, (b) 2 dias, (c) 3 dias, (d) 4 dias, (e) 5 dias e (f) 6 dias, utilizando o modelo $RNA_{dPQ \rightarrow Q}$ proposto..... 129
Figura 5.38 – Erros residuais para as previsões de (a) 7 dias, (b) 8 dias, (c) 9 dias, (d) 10 dias, (e) 11 dias e (f) 12 dias, utilizando o modelo $RNA_{dPQ \rightarrow Q}$ proposto..... 130
Figura 5.39 – Erros residuais para as previsões de (a) 13 dias, (b) 14 dias, (c) 15 dias, (d) 16 dias, (e) 17 dias e (f) 18 dias, utilizando o modelo $RNA_{dPQ \rightarrow Q}$ proposto..... 131
Figura 5.40 – Erros residuais para as previsões de (a) 19 dias, (b) 20 dias, (c) 21 dias, (d) 22 dias, (e) 23 dias e (f) 24 dias, utilizando o modelo $RNA_{dPQ \rightarrow Q}$ proposto..... 132
Figura 5.41 – Erros residuais para as previsões de (a) 25 dias, (b) 26 dias, (c) 27 dias, (d) 28 dias, (e) 29 dias e (f) 30 dias, utilizando o modelo $RNA_{dPQ \rightarrow Q}$ proposto..... 133
Figura 5.42 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 1 dia, (b) 2 dias, (c) 3 dias, (d) 4 dias, (e) 5 dias e (f) 6 dias de antecedência, utilizando o modelo híbrido tradicional ($WRNA_{dX}$).137

Figura 5.43 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 7 dias, (b) 8 dias, (c) 9 dias, (d) 10 dias, (e) 11 dias e (f) 12 dias de antecedência, utilizando o modelo híbrido tradicional ($WRNA_{dX}$). 138
Figura 5.44 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 13 dias, (b) 14 dias, (c) 15 dias, (d) 16 dias, (e) 17 dias e (f) 18 dias de antecedência, utilizando o modelo híbrido tradicional ($WRNA_{dX}$). 139
Figura 5.45 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 19 dias, (b) 20 dias, (c) 21 dias, (d) 22 dias, (e) 23 dias e (f) 24 dias de antecedência, utilizando o modelo híbrido tradicional ($WRNA_{dX}$). 140
Figura 5.46 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 25 dias, (b) 26 dias, (c) 27 dias, (d) 28 dias, (e) 29 dias e (f) 30 dias de antecedência, utilizando o modelo híbrido tradicional ($WRNA_{dX}$). 141
Figura 5.47 – Erros residuais para as previsões de (a) 1 dia, (b) 2 dias, (c) 3 dias, (d) 4 dias, (e) 5 dias e (f) 6 dias, utilizando o modelo híbrido tradicional ($WRNA_{dX}$). 142
Figura 5.48 – Erros residuais para as previsões de (a) 7 dias, (b) 8 dias, (c) 9 dias, (d) 10 dias, (e) 11 dias e (f) 12 dias, utilizando o modelo híbrido tradicional ($WRNA_{dX}$). 143
Figura 5.49 – Erros residuais para as previsões de (a) 13 dias, (b) 14 dias, (c) 15 dias, (d) 16 dias, (e) 17 dias e (f) 18 dias, utilizando o modelo híbrido tradicional ($WRNA_{dX}$). 144
Figura 5.50 – Erros residuais para as previsões de (a) 19 dias, (b) 20 dias, (c) 21 dias, (d) 22 dias, (e) 23 dias e (f) 24 dias, utilizando o modelo híbrido tradicional ($WRNA_{dX}$). 145
Figura 5.51 – Erros residuais para as previsões de (a) 25 dias, (b) 26 dias, (c) 27 dias, (d) 28 dias, (e) 29 dias e (f) 30 dias, utilizando o modelo híbrido tradicional ($WRNA_{dX}$). 146
Figura 5.52 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 1 dia, (b) 2 dias, (c) 3 dias, (d) 4 dias, (e) 5 dias e (f) 6 dias de antecedência, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dQ\rightarrow Q}$). 150
Figura 5.53 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 7 dias, (b) 8 dias, (c) 9 dias, (d) 10 dias, (e) 11 dias e (f) 12 dias de antecedência, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dQ\rightarrow Q}$)..... 151
Figura 5.54 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 13 dias, (b) 14 dias, (c) 15 dias, (d) 16 dias, (e) 17 dias e (f) 18 dias de antecedência, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dQ\rightarrow Q}$)..... 152
Figura 5.55 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 19 dias, (b) 20 dias, (c) 21 dias, (d) 22 dias, (e) 23 dias e (f) 24 dias de antecedência, , utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dQ\rightarrow Q}$)..... 153

Figura 5.56 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 25 dias, (b) 26 dias, (c) 27 dias, (d) 28 dias, (e) 29 dias e (f) 30 dias de antecedência, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dQ\rightarrow Q}$)..... 154
Figura 5.57 – Erros residuais para as previsões de (a) 1 dia, (b) 2 dias, (c) 3 dias, (d) 4 dias, (e) 5 dias e (f) 6 dias, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dQ\rightarrow Q}$)..... 155
Figura 5.58 – Erros residuais para as previsões de (a) 7 dias, (b) 8 dias, (c) 9 dias, (d) 10 dias, (e) 11 dias e (f) 12 dias, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dQ\rightarrow Q}$)..... 156
Figura 5.59 – Erros residuais para as previsões de (a) 13 dias, (b) 14 dias, (c) 15 dias, (d) 16 dias, (e) 17 dias e (f) 18 dias, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dQ\rightarrow Q}$)..... 157
Figura 5.60 – Erros residuais para as previsões de (a) 19 dias, (b) 20 dias, (c) 21 dias, (d) 22 dias, (e) 23 dias e (f) 24 dias, utilizando o modelo RNA proposto ($RNA_{dQ\rightarrow Q}$). 158
Figura 5.61 – Erros residuais para as previsões de (a) 25 dias, (b) 26 dias, (c) 27 dias, (d) 28 dias, (e) 29 dias e (f) 30 dias, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dQ\rightarrow Q}$)..... 159
Figura 5.62 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 1 dia, (b) 2 dias, (c) 3 dias, (d) 4 dias, (e) 5 dias e (f) 6 dias de antecedência, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dP\rightarrow Q}$). 162
Figura 5.63 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 7 dias, (b) 8 dias, (c) 9 dias, (d) 10 dias, (e) 11 dias e (f) 12 dias de antecedência, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dP\rightarrow Q}$). 163
Figura 5.64 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 13 dias, (b) 14 dias, (c) 15 dias, (d) 16 dias, (e) 17 dias e (f) 18 dias de antecedência, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dP\rightarrow Q}$). 164
Figura 5.65 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 19 dias, (b) 20 dias, (c) 21 dias, (d) 22 dias, (e) 23 dias e (f) 24 dias de antecedência, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dP\rightarrow Q}$). 165
Figura 5.66 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 25 dias, (b) 26 dias, (c) 27 dias, (d) 28 dias, (e) 29 dias e (f) 30 dias de antecedência, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dP\rightarrow Q}$). 166
Figura 5.67 – Erros residuais para as previsões de (a) 1 dia, (b) 2 dias, (c) 3 dias, (d) 4 dias, (e) 5 dias e (f) 6 dias, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dP\rightarrow Q}$). 167
Figura 5.68 – Erros residuais para as previsões de (a) 7 dias, (b) 8 dias, (c) 9 dias, (d) 10 dias, (e) 11 dias e (f) 12 dias, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dP\rightarrow Q}$). 168
Figura 5.69 – Erros residuais para as previsões de (a) 13 dias, (b) 14 dias, (c) 15 dias, (d) 16 dias, (e) 17 dias e (f) 18 dias, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dP\rightarrow Q}$). 169

Figura 5.70 – Erros residuais para as previsões de (a) 19 dias, (b) 20 dias, (c) 21 dias, (d) 22 dias, (e) 23 dias e (f) 24 dias, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dP\rightarrow Q}$). 170
Figura 5.71 – Erros residuais para as previsões de (a) 25 dias, (b) 26 dias, (c) 27 dias, (d) 28 dias, (e) 29 dias e (f) 30 dias, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dP\rightarrow Q}$). 171
Figura 5.72 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 1 dia, (b) 2 dias, (c) 3 dias, (d) 4 dias, (e) 5 dias e (f) 6 dias de antecedência, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dPQ\rightarrow Q}$). 174
Figura 5.73 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 7 dias, (b) 8 dias, (c) 9 dias, (d) 10 dias, (e) 11 dias e (f) 12 dias de antecedência, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dPQ\rightarrow Q}$). 175
Figura 5.74 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 13 dias, (b) 14 dias, (c) 15 dias, (d) 16 dias, (e) 17 dias e (f) 18 dias de antecedência, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dPQ\rightarrow Q}$). 176
Figura 5.75 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 19 dias, (b) 20 dias, (c) 21 dias, (d) 22 dias, (e) 23 dias e (f) 24 dias de antecedência, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dPQ\rightarrow Q}$). 177
Figura 5.76 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 25 dias, (b) 26 dias, (c) 27 dias, (d) 28 dias, (e) 29 dias e (f) 30 dias de antecedência, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dPQ\rightarrow Q}$). 178
Figura 5.77 – Erros residuais para as previsões de (a) 1 dia, (b) 2 dias, (c) 3 dias, (d) 4 dias, (e) 5 dias e (f) 6 dias, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dPQ\rightarrow Q}$). 179
Figura 5.78 – Erros residuais para as previsões de (a) 7 dias, (b) 8 dias, (c) 9 dias, (d) 10 dias, (e) 11 dias e (f) 12 dias, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dPQ\rightarrow Q}$). 180
Figura 5.79 – Erros residuais para as previsões de (a) 13 dias, (b) 14 dias, (c) 15 dias, (d) 16 dias, (e) 17 dias e (f) 18 dias, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dPQ\rightarrow Q}$). 181
Figura 5.80 – Erros residuais para as previsões de (a) 19 dias, (b) 20 dias, (c) 21 dias, (d) 22 dias, (e) 23 dias e (f) 24 dias, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dPQ\rightarrow Q}$). 182
Figura 5.81 – Erros residuais para as previsões de (a) 25 dias, (b) 26 dias, (c) 27 dias, (d) 28 dias, (e) 29 dias e (f) 30 dias, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dPQ\rightarrow Q}$). 183
Figura 5.82 – Comparação dos todos os modelos diários avaliados de acordo com os índices *R*, *NSE* e *MAPE*, para os diferentes horizontes de previsão. 184
Figura 5.83 – Diagrama de Taylor para os resultados da previsão de (a) 1 dia e (b) 30 dias (desvio padrão, *RMSD* e coeficiente de correlação) dos 8 modelos: M1 (RNAdX); M2 (RNAdQ→Q); M3 (RNAdP→Q); M4 (RNAdPQ→Q); M5 (WRNAdX);

M6 (WRNAdQ→Q); M7 (WRNAdP→Q); M8 (WRNAdPQ→Q), quando comparados com as séries temporais de vazões afluentes observadas do reservatório de Xingó. 185
Figura 5.84 – Hidrogramas mensais de previsão com (a) 1 mês, (b) 2 meses, (c) 3 meses, (d) 4 meses, (e) 5 meses e (f) 6 meses de antecedência, utilizando o modelo tradicional (RNA_{mX}). 188
Figura 5.85 – Hidrogramas mensais de previsão com (a) 7 meses, (b) 8 meses, (c) 9 meses, (d) 10 meses, (e) 11 meses e (f) 12 meses de antecedência, utilizando o modelo tradicional (RNA_{mX}). 189
Figura 5.86 – Erros residuais para as previsões de (a) 1 mês, (b) 2 meses, (c) 3 meses, (d) 4 meses, (e) 5 meses e (f) 6 meses, utilizando o modelo tradicional (RNA_{mX}). 190
Figura 5.87 – Erros residuais para as previsões de (a) 7 meses, (b) 8 meses, (c) 9 meses, (d) 10 meses, (e) 11 meses e (f) 12 meses, utilizando o modelo tradicional (RNA_{mX}). 191
Figura 5.88 – Hidrogramas mensais de previsão com (a) 1 mês, (b) 2 meses, (c) 3 meses, (d) 4 meses, (e) 5 meses e (f) 6 meses de antecedência, utilizando o modelo RNA proposto ($RNA_{mQ\rightarrow Q}$)..... 193
Figura 5.89 – Hidrogramas mensais de previsão com (a) 7 meses, (b) 8 meses, (c) 9 meses, (d) 10 meses, (e) 11 meses e (f) 12 meses de antecedência, utilizando o modelo RNA proposto ($RNA_{mQ\rightarrow Q}$). 194
Figura 5.90 – Erros residuais para as previsões de (a) 1 mês, (b) 2 meses, (c) 3 meses, (d) 4 meses, (e) 5 meses e (f) 6 meses, utilizando o modelo RNA proposto ($RNA_{mQ\rightarrow Q}$). 195
Figura 5.91 – Erros residuais para as previsões de (a) 7 meses, (b) 8 meses, (c) 9 meses, (d) 10 meses, (e) 11 meses e (f) 12 meses, utilizando o modelo RNA proposto ($RNA_{mQ\rightarrow Q}$). .. 196
Figura 5.92 – Hidrogramas mensais de previsão com (a) 1 mês, (b) 2 meses, (c) 3 meses, (d) 4 meses, (e) 5 meses e (f) 6 meses de antecedência, utilizando o modelo proposto ($RNA_{mP\rightarrow Q}$). 198
Figura 5.93 – Hidrogramas mensais de previsão com (a) 7 meses, (b) 8 meses, (c) 9 meses, (d) 10 meses, (e) 11 meses e (f) 12 meses de antecedência, utilizando o modelo proposto ($RNA_{mP\rightarrow Q}$). 199
Figura 5.94 – Erros residuais para as previsões de (a) 1 mês, (b) 2 meses, (c) 3 meses, (d) 4 meses, (e) 5 meses e (f) 6 meses, utilizando o modelo proposto ($RNA_{mP\rightarrow Q}$). 200
Figura 5.95 – Erros residuais para as previsões de (a) 7 meses, (b) 8 meses, (c) 9 meses, (d) 10 meses, (e) 11 meses e (f) 12 meses, utilizando o modelo proposto ($RNA_{mP\rightarrow Q}$). 201

Figura 5.96 – Hidrogramas mensais de previsão com (a) 1 mês, (b) 2 meses, (c) 3 meses, (d) 4 meses, (e) 5 meses e (f) 6 meses de antecedência, utilizando o modelo proposto ($RNA_{mPQ \rightarrow Q}$). 203
Figura 5.97 – Hidrogramas mensais de previsão com (a) 7 meses, (b) 8 meses, (c) 9 meses, (d) 10 meses, (e) 11 meses e (f) 12 meses de antecedência, utilizando o modelo proposto ($RNA_{mPQ \rightarrow Q}$). 204
Figura 5.98 – Erros residuais para as previsões de (a) 1 mês, (b) 2 meses, (c) 3 meses, (d) 4 meses, (e) 5 meses e (f) 6 meses, utilizando o modelo proposto ($RNA_{mPQ \rightarrow Q}$)..... 205
Figura 5.99 – Erros residuais para as previsões de (a) 7 meses, (b) 8 meses, (c) 9 meses, (d) 10 meses, (e) 11 meses e (f) 12 meses, utilizando o modelo proposto ($RNA_{mPQ \rightarrow Q}$)..... 206
Figura 5.100 – Hidrogramas mensais de previsão com (a) 1 mês, (b) 2 meses, (c) 3 meses, (d) 4 meses, (e) 5 meses e (f) 6 meses de antecedência, utilizando o modelo híbrido tradicional ($WRNA_{mX}$). 209
Figura 5.101 – Hidrogramas mensais de previsão com (a) 7 meses, (b) 8 meses, (c) 9 meses, (d) 10 meses, (e) 11 meses e (f) 12 meses de antecedência, utilizando o modelo híbrido tradicional ($WRNA_{mX}$). 210
Figura 5.102 – Erros residuais para as previsões de (a) 1 mês, (b) 2 meses, (c) 3 meses, (d) 4 meses, (e) 5 meses e (f) 6 meses, utilizando o modelo híbrido tradicional ($WRNA_{mX}$)..... 211
Figura 5.103 – Erros residuais para as previsões de (a) 7 meses, (b) 8 meses, (c) 9 meses, (d) 10 meses, (e) 11 meses e (f) 12 meses, utilizando o modelo híbrido tradicional ($WRNA_{mX}$). 212
Figura 5.104 – Hidrogramas mensais de previsão com (a) 1 mês, (b) 2 meses, (c) 3 meses, (d) 4 meses, (e) 5 meses e (f) 6 meses de antecedência, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{mQ \rightarrow Q}$). 214
Figura 5.105 – Hidrogramas mensais de previsão com (a) 7 meses, (b) 8 meses, (c) 9 meses, (d) 10 meses, (e) 11 meses e (f) 12 meses de antecedência, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{mQ \rightarrow Q}$)..... 215
Figura 5.106 – Erros residuais para as previsões de (a) 1 mês, (b) 2 meses, (c) 3 meses, (d) 4 meses, (e) 5 meses e (f) 6 meses, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{mQ \rightarrow Q}$). 216
Figura 5.107 – Erros residuais para as previsões de (a) 7 meses, (b) 8 meses, (c) 9 meses, (d) 10 meses, (e) 11 meses e (f) 12 meses, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{mQ \rightarrow Q}$). 217

Figura 5.108 – Hidrogramas mensais de previsão com (a) 1 mês, (b) 2 meses, (c) 3 meses, (d) 4 meses, (e) 5 meses e (f) 6 meses de antecedência, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{mP\rightarrow Q}$). 220
Figura 5.109 – Hidrogramas mensais de previsão com (a) 7 meses, (b) 8 meses, (c) 9 meses, (d) 10 meses, (e) 11 meses e (f) 12 meses de antecedência, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{mP\rightarrow Q}$). 221
Figura 5.110 – Erros residuais para as previsões de (a) 1 mês, (b) 2 meses, (c) 3 meses, (d) 4 meses, (e) 5 meses e (f) 6 meses, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{mP\rightarrow Q}$)..... 222
Figura 5.111 – Erros residuais para as previsões de (a) 7 meses, (b) 8 meses, (c) 9 meses, (d) 10 meses, (e) 11 meses e (f) 12 meses, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{mP\rightarrow Q}$). 223
Figura 5.112 – Hidrogramas mensais de previsão com (a) 1 mês, (b) 2 meses, (c) 3 meses, (d) 4 meses, (e) 5 meses e (f) 6 meses de antecedência, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{mPQ\rightarrow Q}$)..... 224
Figura 5.113 – Hidrogramas mensais de previsão com (a) 7 meses, (b) 8 meses, (c) 9 meses, (d) 10 meses, (e) 11 meses e (f) 12 meses de antecedência, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{mPQ\rightarrow Q}$). 225
Figura 5.114 – Erros residuais para as previsões de (a) 1 mês, (b) 2 meses, (c) 3 meses, (d) 4 meses, (e) 5 meses e (f) 6 meses, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{mPQ\rightarrow Q}$).... 226
Figura 5.115 – Erros residuais para as previsões de (a) 7 meses, (b) 8 meses, (c) 9 meses, (d) 10 meses, (e) 11 meses e (f) 12 meses, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{mPQ\rightarrow Q}$). 227
Figura 5.116 – Comparação de todos os modelos mensais avaliados de acordo com os índices *R*, *NSE* e *MAPE*, para os diferentes horizontes de previsão. 228
Figura 5.117 – Diagrama de Taylor para os resultados da previsão de (a) 1 mês e (b) 12 meses (desvio padrão, *RMSD* e coeficiente de correlação) dos 8 modelos: M_1: RNA_{mX}; M_2: $RNA_{mQ\rightarrow Q}$; M_3: $RNA_{mP\rightarrow Q}$; M_4: $RNA_{mPQ\rightarrow Q}$; M_5: $WRNA_{mX}$; M_6: $WRNA_{mQ\rightarrow Q}$; M_7: $WRNA_{mP\rightarrow Q}$; M_8: $WRNA_{mPQ\rightarrow Q}$, quando comparados com as séries temporais de vazões afluentes observadas do reservatório de Xingó. 228
Figura 5.118 – Hidrogramas anuais da previsão de 1 ano à frente, utilizando os modelos (a) RNA_{aX}, (b) $RNA_{aQ\rightarrow Q}$, (c) $WRNA_{aP\rightarrow Q}$, (d) $WRNA_{aPQ\rightarrow Q}$, (e) $WRNA_{aX}$, (f) $WRNA_{aQ\rightarrow Q}$, (g) $WRNA_{aP\rightarrow Q}$, e (h) $WRNA_{aPQ\rightarrow Q}$. 232

Figura 5.119 – Erros residuais das previsões de 1 ano, utilizando os modelos (a) RNA_{aX}, (b) $RNA_{aQ\rightarrow Q}$, (c) $WRNA_{aP\rightarrow Q}$, (d) $WRNA_{aPQ\rightarrow Q}$, (e) $WRNA_{aX}$, (f) $WRNA_{aQ\rightarrow Q}$, (g) $WRNA_{aP\rightarrow Q}$, e (h) $WRNA_{aPQ\rightarrow Q}$. 233
Figura 5.120 – Diagrama de Taylor para os resultados da previsão de 1 ano (desvio padrão, *RMSD* e coeficiente de correlação) dos 8 modelos: M_1: RNA_{mX}; M_2: $RNA_{mQ\rightarrow Q}$; M_3: $RNA_{mP\rightarrow Q}$; M_4: $RNA_{mPQ\rightarrow Q}$; M_5: $WRNA_{mX}$; M_6: $WRNA_{mQ\rightarrow Q}$; M_7: $WRNA_{mP\rightarrow Q}$; M_8: $WRNA_{mPQ\rightarrow Q}$, comparados com as séries temporais de vazões afluentes observadas do reservatório de Xingó. 234

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Exemplos de famílias *wavelets* 23
Tabela 3.1 – Análise estatística dos dados das vazões naturais médias diárias (m³/s) afluentes aos principais reservatórios do Rio São Francisco (1931 – 2015)..... 35
Tabela 3.2 – Análise estatística dos dados das vazões naturais médias mensais (m³/s) afluentes aos principais reservatórios do Rio São Francisco (1931 – 2015)..... 40
Tabela 3.3 – Análise estatística dos dados das vazões naturais médias anuais (m³/s) afluentes aos principais reservatórios do Rio São Francisco (1931 – 2015)..... 45
Tabela 3.4 – Análise estatística dos dados precipitação (mm) diários, mensais e anuais obtidos através do TRMM, através da média de Thiessen para os 169 pontos da bacia do reservatório de Três Marias (1998 – 2015) 50
Tabela 4.1 – Combinações das vazões dos reservatórios para entrada na RNA 70
Tabela 4.2 – Escala do módulo do coeficiente de correlação de Pearson (| *R* |) 77
Tabela 5.1 – Melhor arquitetura do modelo RNA tradicional testado e seus índices de desempenhos. O índice *i* é o número de neurônios na cada de entrada, *h* é número de neurônios da camada intermediária e *o* é o número da camada de saída 82
Tabela 5.2 – A melhor arquitetura da RNA para os modelos $RNA_{dQ \rightarrow Q}$ proposto com seus índices de desempenhos. O índice *i* é o número de neurônios na cada de entrada, *h* é número de neurônios da camada intermediária e *o* é o número da camada de saída 95
Tabela 5.3 – Percentual de acréscimo e decréscimo dos índices de desempenho das previsões diárias de 1 a 30 dias, usando com os reservatórios a montante como entrada na RNA em relação a RNA usando os dados do próprio reservatório 108
Tabela 5.4 – Melhor arquitetura da RNA do modelo $RNA_{dP \rightarrow Q}$ proposto com seus índices de desempenhos. O índice *i* é o número de neurônios na cada de entrada, *h* é número de neurônios da camada intermediária e *o* é o número da camada de saída 111
Tabela 5.5 – Melhor arquitetura da RNA do modelo $RNA_{dPQ \rightarrow Q}$ proposto com seus índices de desempenhos. O índice *i* é o número de neurônios na cada de entrada, *h* é número de neurônios da camada intermediária e *o* é o número da camada de saída 123
Tabela 5.6 – Melhor *wavelet*-mãe e aproximação para entrada no modelo WRNA tradicional testado e seus índices de desempenhos 136

Tabela 5.7 – Melhor *wavelet*-mãe e aproximação para entrada no modelo híbrido proposto $WRNA_{dQ\rightarrow Q}$ com seus índices de desempenhos 148
Tabela 5.8 – Melhor *wavelet*-mãe e aproximação para entrada no modelo híbrido proposto $WRNA_{dQ\rightarrow Q}$ com seus índices de desempenhos 161
Tabela 5.9 – Melhor *wavelet*-mãe e aproximação para entrada no modelo híbrido proposto $WRNA_{dPQ\rightarrow Q}$ com seus índices de desempenhos 173
Tabela 5.10 – Melhor arquitetura do modelo RNA tradicional testado e seus índices de desempenhos. O índice *i* é o número de neurônios na cada de entrada, *h* é número de neurônios da camada intermediária e *o* é o número da camada de saída 187
Tabela 5.11 – A melhor arquitetura da RNA para os modelos $RNA_{mQ\rightarrow Q}$ proposto com seus índices de desempenhos. O índice *i* é o número de neurônios na cada de entrada, *h* é o número de neurônios da camada intermediária e *o* é o número da camada de saída..... 192
Tabela 5.12 – Melhor arquitetura da RNA do modelo $RNA_{mP\rightarrow Q}$ proposto com seus índices de desempenhos. O índice *i* é o número de neurônios na cada de entrada, *h* é número de neurônios da camada intermediária e *o* é o número da camada de saída 197
Tabela 5.13 – Melhor arquitetura da RNA do modelo $RNA_{mPQ\rightarrow Q}$ proposto com seus índices de desempenhos. O índice *i* é o número de neurônios na cada de entrada, *h* é número de neurônios da camada intermediária e *o* é o número da camada de saída 202
Tabela 5.14 – Melhor *wavelet*-mãe e aproximação para entrada no modelo WRNA tradicional testado e seus índices de desempenhos 208
Tabela 5.15 – Melhor *wavelet*-mãe e aproximação para entrada no modelo híbrido $WRNA_{mQ\rightarrow Q}$ e seus índices de desempenhos 213
Tabela 5.16 – Melhor *wavelet*-mãe e aproximação para entrada nos modelos híbridos $WRNA_{mP\rightarrow Q}$ e $WRNA_{mP\rightarrow Q}$ com seus índices de desempenhos 219
Tabela 5.17 – Melhor arquitetura da RNA dos modelos regulares avaliados com seus índices de desempenhos. O índice *i* é o número de neurônios na cada de entrada, *h* é o número de neurônios da camada intermediária e *o* é o número da camada de saída 230
Tabela 5.18 – Melhor *wavelet*-mãe e aproximação para entrada nos modelos híbridos anuais avaliados e seus índices de desempenhos..... 231

SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS ..... **v**

RESUMO ..... **vii**

ABSTRACT ..... **viii**

LISTA DE FIGURAS ..... **ix**

LISTA DE TABELAS ..... **xxiii**

1. INTRODUÇÃO **1**

1.1. OBJETIVOS 3

1.2. ESTRUTURA DA TESE 4

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA **5**

2.1. PREVISÃO DE VAZÃO 5

2.1.1. Introdução **5**

2.1.2. Previsão de Curto Prazo **6**

2.1.3. Previsão de Médio e Longo Prazo **6**

2.2. REDES NEURAIS ARTIFICIAIS 7

2.2.1. Introdução **7**

2.2.2. Neurônio Artificial **9**

2.2.3. Estrutura **10**

2.2.4. Processamento Neural **11**

2.2.4.1. Algoritmos de Aprendizagem 12

2.2.4.1.1. Algoritmo de Retropropagação do Erro 13

2.2.4.1.2. Algoritmo de Levenberg-Marquardt 14

2.2.4.2. Verificação da RNA 16

2.2.5. Aplicações **16**

2.3. TRANSFORMAÇÕES MATEMÁTICAS 17

2.3.1. Introdução **17**

2.3.2. Transformada *Wavelet* **17**

2.3.2.1. Transformada wavelet discreta (TWD) 19

2.3.2.2. Wavelet como filtro de passagem 19

2.3.3. Famílias *wavelets* **21**

2.4. MODELOS HÍBRIDOS DE PREVISÃO DE VAZÃO 24
3. BASE DE DADOS UTILIZADA 28
3.1. INTRODUÇÃO 28
3.2. DESCRIÇÃO DA REGIÃO 30
3.3. DESCRIÇÃO DOS DADOS DE VAZÃO 31
3.3.1. Diários 31
3.3.2. Mensais 36
3.3.3. Anuais 41
3.4. DESCRIÇÃO DOS DADOS DE PRECIPITAÇÃO 46
3.5. ANÁLISE DOS DADOS AO LONGO DO TEMPO 50
3.5.1. Espectro de potência *wavelet* 51
3.5.2. Espectro de potência global da *wavelet* 53
3.5.3. Séries temporal da escala média 54
3.6. ANÁLISE DA CORRELAÇÃO DOS DADOS AO LONGO DO TEMPO 58
3.6.1. *Wavelet* cruzada 58
3.6.2. Ângulo de fase da transformada *wavelet* contínua 58
3.5.3 Coerência da transformada *wavelet* 59
3.5.3 A Interpretação dos Vetores de Fase 60
4. METODOLOGIA 68
4.1. VISÃO GERAL 68
4.2. SINAL BRUTO DE VAZÃO 70
4.3. SINAL BRUTO DE PRECIPITAÇÃO 70
4.4. *WAVELETS*-MÃE 70
4.5. DECOMPOSIÇÃO DAS SÉRIES 71
4.6. APROXIMAÇÕES E COMBINAÇÕES DE APROXIMAÇÕES SEQUENCIADAS 75
4.7. ENTRADA NA RNA E NA WRNA 75
4.7.1. Arquitetura da RNA 75
4.7.2. Aprendizagem da RNA 76
4.7.3. Verificação da RNA 76
4.8. CÁLCULO DOS ÍNDICES DE DESEMPENHO 76
4.8.1. Coeficiente de correlação de Pearson (R) 77
4.8.2. Coeficiente de eficiência de Nash-Sutcliffe (*NSE*) 77
4.8.3. Percentual de viés (*PBIAS*) 78

4.8.4. Erro percentual absoluto médio (*MAPE*) 78
4.8.5. Erro médio padrão (*RMSE*) 78
4.9. COMPARAÇÕES DAS PREVISÕES 79
5. RESULTADOS 80
5.1. PREVISÕES DIÁRIAS 80
5.1.1. Modelos RNA Tradicionais (Vazão → Vazão) 81
5.1.2. Modelos RNA Propostos 94
5.1.2.1. Vazão → Vazão ($RNA_{dQ \rightarrow Q}$) 94
5.1.2.2. Chuva → Vazão ($RNA_{dP \rightarrow Q}$) 109
5.1.2.3. Chuva – Vazão → Vazão ($RNA_{dPQ \rightarrow Q}$) 122
5.1.3. Modelos Híbridos WRNA Tradicionais (Vazão → Vazão) 134
5.1.4. Modelos Híbridos WRNA Propostos 147
5.1.4.1. Vazão → Vazão ($WRNA_{dQ \rightarrow Q}$) 147
5.1.4.2. Chuva → Vazão ($WRNA_{dP \rightarrow Q}$) 160
5.1.4.3. Chuva – Vazão → Vazão ($WRNA_{dPQ \rightarrow Q}$) 172
5.1.5. Comparação dos Modelos 184
5.2. PREVISÕES MENSAIS 185
5.2.1. Modelos RNA Tradicionais (Vazão → Vazão) 185
5.2.2. Modelos RNA Propostos 192
5.2.2.1. Vazão → Vazão ($RNA_{mQ \rightarrow Q}$) 192
5.2.2.2. Chuva → Vazão ($RNA_{mP \rightarrow Q}$) 197
5.2.2.3. Chuva – Vazão → Vazão ($RNA_{mPQ \rightarrow Q}$) 202
5.2.3. Modelos Híbridos WRNA Tradicionais (Vazão → Vazão) 207
5.2.4. Modelos Híbridos WRNA Propostos 213
5.3. PREVISÕES ANUAIS 229
6. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES 235
6.1. CONCLUSÕES 235
6.2. RECOMENDAÇÕES 237
6.3. CONTRIBUIÇÃO CIENTÍFICA 238
7. REFERÊNCIAS 240

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

O desenvolvimento econômico de qualquer região está diretamente ligado à quantidade e qualidade de seus recursos hídricos. Muitas regiões estão enfrentando desafios de gestão, pois a alocação de tais recursos é limitada e até mesmo escassa, principalmente, na região Nordeste do Brasil.

As preocupações relativas à qualidade ambiental, ao planejamento no âmbito da variabilidade climática e da insegurança, e a necessidade de desenvolver e implementar estratégias de uso sustentável da água são questões cada vez mais presentes que atormentam os responsáveis pelo planejamento destes recursos. Um gerenciamento adequado é capaz de minimizar os efeitos de vários fenômenos naturais, tais como as secas que afetam diretamente o setor energético, que já chegou a provocar até apagões.

Portanto, a previsão de vazão é uma questão importante para o planejamento de sistemas hídricos e problemas de gestão, tais como operação de sistemas de inundação e mitigação, operação e planejamento de reservatórios, geração de energia hidrelétrica e muitas outras aplicações, e tem sido discutida e publicada em vários estudos (*e.g.*, Jain *et al.*, 1999;

Kumar *et al.*, 2004; Singh, 2012; Makwana & Tiwari, 2014; Bertone *et al.*, 2015; Bennett *et al.*, 2016).

No Brasil, o sistema energético é fortemente baseado na energia hidroelétrica, sendo altamente dependente da disponibilidade hídrica das bacias hidrográficas, e é interligado de forma a minimizar os riscos de falhas. É nesse cenário que surge o problema destacado no presente trabalho, a previsão da vazão afluente a um reservatório. A previsão de vazão é uma ferramenta importante para a operação do reservatório dentro desse sistema energético. Entretanto, ela não é facilmente previsível, uma vez que possui características de alta complexidade, não-estacionaridade, dinamismo e não linearidade.

Modelos de simulação e otimização são comumente usados para prover um melhor planejamento e operação de sistemas de hídricos (Loucks *et al.*, 1981; Duranyildiz & Bayazit, 1988; Emch & Yeh, 1998; Jain *et al.*, 1999; Neelakantan & Pundarikanthan, 1999; Pulido-Velázquez *et al.*, 2006; Mehr *et al.*, 2013; Sahay & Srivastava, 2014). Entretanto, após uma vasta procura nos principais periódicos da área, observou-se que procedimentos que consideram a previsão de curto a longo prazo ainda são, até certo ponto, escassos, principalmente no que diz respeito ao nordeste brasileiro.

Atualmente, o Operador do Sistema Brasileiro (ONS – Operador Nacional do Sistema elétrico) tem usado modelos estocásticos para subsidiar seu trabalho (ONS, 2017), mas esses modelos têm precisão limitada. Portanto, formas mais eficientes e robustas de planejar e operar o sistema são necessárias. Os clássicos modelos de séries temporais, tais como: o auto regressivo, a média móvel, a média móvel auto regressiva, a média móvel auto regressiva integrada, a média móvel auto regressiva integrada com variável explanatória, a regressão linear e a regressão linear múltipla (Box & Jenkins, 1970; Salas, 1980; Wu *et al.*, 2009b; Valipour *et al.*, 2012a, 2012b, 2013; Valipour, 2012, 2015) têm sido aplicados na previsão de vazão desde 1970. A maioria desses modelos convencionais é linear e não é capaz de capturar a não estacionaridade e a não linearidade das aplicações hidrológicas.

Desta forma, os pesquisadores têm se concentrado no desenvolvimento de modelos capazes de superar estas deficiências dos modelos convencionais. Assim, as técnicas de inteligência artificial para a previsão de vazão têm recebido considerável atenção de hidrologistas nas últimas duas décadas (Kentel, 2009; Jothiprakash & Magar, 2012; Valipour & Montazar, 2012a, 2012b; Terzi & Ergin, 2014; Yaseen *et al.*, 2015). Atualmente, essas técnicas têm sido usadas além da previsão de vazões diárias (Anctil & Tape, 2004; Adamowski & Sun, 2010; Krishna *et al.*, 2011; Tiwari & Chatterjee, 2011; Maheswaran & Khosa, 2013; Badrzadeh *et al.*, 2013; Sahay & Srivastava, 2014) e vazões mensais (Partal,

2009; Guo *et al.*, 2011; Maheswaran & Khosa, 2012; Kalteh, 2013; Mehr *et. al.*, 2013) para a previsão de: (a) precipitação (Partal & Kişi, 2007; Nourani *et al.*, 2009; Partal & Cigizoglu, 2009; Kuo *et al.*, 2010; Ramana *et al.*, 2013), (b) produção de sedimentos (Partal & Cigizoglub, 2008; Rajaee *et al.*, 2009; Kisi, 2010a; Rajaee *et al.*, 2011; Shiri & Kisi, 2012; Goyal, 2014), (c) nível de água subterrânea (Adamowski & Chan, 2011; Kisi & Shiri, 2012; Moosavi *et al.*, 2013a; Moosavi *et al.*, 2013b), (d) seca (Kim & Valdes, 2003; Shirmohammadi *et al.*, 2013), entre outros. Por superar algumas dificuldades relacionadas a modelos tradicionais, estas técnicas têm se consolidado como uma das principais ferramentas de previsão hidrológica.

Várias dessas técnicas citadas usam o artificio da aplicação da transformada wavelet com o intuito de filtrar os dados de entrada e eliminar os ruídos. Isto é o que caracterizamos como modelo robusto, visto que independente dos ruídos presentes nos sinais de entrada, esses modelos são capazes de produzir bons resultados.

Com o uso dessas técnicas computacionais, é possível realizar a previsão de vazão em diferentes horizontes, a fim de buscar alternativas hídricas e opções de gerenciamento deste bem tão precioso. Desta forma, esta pesquisa tenta preencher a lacuna que ainda existe em relação à previsão de vazão a longo prazo, desenvolvendo modelos de previsão de vazão robustos para diferentes horizontes, utilizando técnicas computacionais modernas, sendo de grande relevância para a área de estudo, uma vez que a usina hidroelétrica de Xingó faz parte do sistema que abastece o setor energético do nordeste brasileiro e é a sétima maior usina do país.

1.1. Objetivos

Diante do exposto, o objetivo geral deste trabalho é desenvolver modelos robustos para realizar previsões de vazões médias diárias, mensais e anuais afluentes a um reservatório, avaliando a eficiência desses modelos baseados em redes neurais artificiais e modelos híbridos *wavelet* – redes neurais artificiais, para o reservatório de Xingó.

São objetivos específicos:

(a) Analisar a melhor arquitetura das redes neurais artificiais para previsões de vazões médias diária, mensal e anual na entrada de um dado reservatório;

(b) Avaliar o desempenho dos modelos para realizar previsões com antecedências crescentes;

(c) Analisar o efeito que as *wavelets*-mãe têm nos modelos, determinando a *wavelet*-mãe mais adequada para cada tipo de previsão com redes neurais artificias;

(d) Avaliar a influência das aproximações (componentes de baixa frequência) resultantes da transformada *wavelet* no desempenho dos modelos híbridos;

(e) Determinar qual a melhor informação a ser usada como entrada (*e.g.*, sinal bruto, vazões de reservatórios a montante, chuva a montante; chuva a montante com vazão do reservatório);

(e) Realizar simulações dos modelos propostos, compararando os resultados com os modelos tradicionais.

1.2.Estrutura da tese

Esta tese está dividida da seguinte forma: (a) o capítulo 1 contém uma visão geral a cerca do problema e os objetivos da tese; (b) o capítulo 2 mostra a fundamentação teórica a cerca de previsão de vazão, RNAs e *wavelets*; (c) o capítulo 3 descreve os dados utilizados e a área de estudo; (d) o capítulo 4 descreve a metodologia adotada; (e) o capítulo 5 apresenta os resultados e uma análise acerca dos mesmos; e (f) o capítulo 6 contém as conclusões e recomendações para futuros trabalhos.

CAPÍTULO 2

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1. Previsão de vazão

2.1.1. Introdução

A previsão de vazão em um sistema hídrico envolve a estimativa do escoamento com antecedência no tempo, sendo uma das medidas utilizadas no gerenciamento dos recursos hídricos para minimizar as incertezas do clima. Vários usos da água como abastecimento de água, irrigação, navegação, geração de energia, inundações e conservação ambiental dependem da quantidade de água disponível nos rios.

A previsão de vazão pode ser feita através de diferentes formas. Segundo Hipel (1985), estas podem ser baseadas em informações hidrológicas tais como séries temporais de precipitação e de vazão.

Modelos confiáveis de previsão de vazão são de fundamental importância para o planejamento e gerenciamento adequado de sistemas hídricos. Eles podem ser de curto (e.g., horário ou diário), médio (e.g., mensal ou sazonal) e longo prazo (e.g., anual).

Devido à sua grande relevância, muitas abordagens diferentes foram testadas na hidrologia para previsão de vazão, incluindo adaptações dos modelos clássicos autorregressivos (AR) e média móvel (MA) e combinações dos dois (ARMA) (Cigizoglu, 2003b; Koutsoyannis *et al.*, 2008), sistemas baseados em regras fuzzy, programação genética, modelos árvores (Londhe & Charhate, 2010) e redes neurais artificiais (RNAs) com diferentes algoritmos, como a retropropagação, aprendizado recorrente em tempo real e filtros de Kalman (Muluye, 2011).

2.1.2. Previsão de Curto Prazo

Em geral, as previsões de curto prazo são baseadas em modelos estatísticos ou modelos de base física, que focam na relação entre chuva e vazão (Loucks *et al.*, 1981; Salas, 1993; Nandalal & Bogardi, 2007). Esse tipo de previsão é utilizado para minimização dos danos provocados por enchentes (Hsu *et al.*, 2003; Koussis *et al.*, 2003), tanto em planejamento de zonas urbanas ou em sistemas de alerta, mas também pode ser empregada em conjunto com atividades como a geração de energia (Collischonn *et al.*, 2005), navegação, irrigação e abastecimento de água.

A previsão de curto prazo pode ser classificada de acordo com a antecedência desejada e características da bacia que drena para o local de interesse (Lettenmaier & Wood, 1993). A antecedência de previsão com base na precipitação conhecida depende do tempo de concentração da bacia. Quando este tempo é pequeno, a antecedência que pode ser obtida com um modelo chuva-vazão é também pequena. Em bacias com tempo de concentração maior, é possível utilizar a observação do nível, ou da vazão, em locais a montante para efetuar a previsão, pois a antecedência devida ao tempo de propagação das vazões ao longo do rio pode ser suficiente para as medidas operacionais mencionadas. A maior vantagem de se utilizar um posto a montante, é que, normalmente, os erros de previsão são menores que aqueles da previsão de um modelo chuva-vazão (Tucci & Collischonn, 2003).

2.1.3. Previsão de Médio e Longo Prazo

As previsões de médio e longo prazo são frequentemente utilizadas para propósitos de planejamento e operação dos recursos hídricos (Wood, *et al.* 2002), tais como alocação de água para irrigação, operação de reservatórios de usinas hidroelétricas (Anderson *et al.*, 2002; Hamlet *et al.*, 2002), avaliação e implementação de medidas contra secas e inundações (Changnon & Vonnahme, 2003), recursos pesqueiros (Neal *et al.*, 2002), abastecimento de água (Chiew, *et al.*, 2003) e agricultura (Wernstedt & Hersh, 2002).

2.2. Redes Neurais Artificiais

2.2.1. Introdução

As redes neurais artificiais são modelos empíricos compostos por unidades de processamento simples, distribuídas em paralelo e conectadas entre si, inspiradas no sistema nervoso biológico (Demuth & Beale, 2005)

Por muitas décadas, um dos objetivos da ciência foi desenvolver máquinas inteligentes, inspiradas nas características de funcionamento do cérebro humano com a capacidade de aprender e de se adaptar a eventuais mudanças. Uma das primeiras pesquisas nesse sentido surgiu na década de 1940 com a proposição de modelos físicos simples para representar o funcionamento de neurônios biológicos. Posteriormente, surgiu a ideia de implementar esses modelos de neurônios em códigos computacionais, dando origem às Redes Neurais Artificiais (RNAs).

Os primeiros estudos envolvendo RNAs iniciaram-se com a publicação de McCulloch & Pitts (1943), considerada a primeira referência para redes neurais, em que foi descrito os fundamentos do funcionamento do neurônio artificial, onde a resposta seria 0 ou 1. Os autores demonstraram nessa publicação que, a princípio, as redes neurais seriam capazes de executar cálculos complexos.

Seguido por Hebb (1949), onde foi demonstrado pela primeira vez como funcionava o aprendizado dos neurônios biológicos e como as conexões sinápticas eram reforçadas pela ativação repetida de um neurônio causada por outros. Nessa publicação, foi sugerida pela primeira vez a utilização de pesos para assimilação do conhecimento pelas RNAs. A equação (2.1) expressa matematicamente o enunciado da lei de aprendizagem de Hebb:

$$\nabla W_i = \eta \, x_i \, y(x) \tag{2.1}$$

onde η é o fator de aprendizagem, x_i a i-ésima entrada do neurônio (valor do neurônio pré-sináptico) e $y(x)$ é o valor do neurônio pós-sináptico.

Rosenblatt (1958) introduziu o modelo Perceptron e demonstrou que ao acrescentar sinapses ajustáveis aos neurônios artificiais, criados por McCulloch & Pitts (1943), a rede poderia ser treinada para realizar classificações. O autor descreveu ainda a tipologia da rede, suas estruturas de ligação e propôs uma regra para realizar a aprendizagem dessa rede.

Widrow (1962) idealizou um neurônio artificial baseado no modelo de McCulloch & Pitts (1943), conhecido como Adaline, baseado no conceito do erro médio quadrático. Nessa publicação, o ajuste dos pesos da rede foi realizado através de uma aproximação linear do cálculo do gradiente de uma função de erro quadrática, conhecida como Regra Delta ou Regra de Widrow-Hoff. A equação (2.2) expressa matematicamente o enunciado dessa regra de aprendizagem que é utilizada até hoje.

$$\mathrm{E(t)} = \left(y^d - y(x)\right) \tag{2.2}$$

$$W(t+1) = W(t) - \eta \frac{\partial E(t)}{\partial t} \tag{2.3}$$

onde t é a iteração do treinamento, y^d é a saída desejada, $y(x)$ é a saída do neurônio, $W(t)$ são os pesos na iteração t e $\frac{\partial E(t)}{\partial t}$ é o gradiente do erro na iteração t.

Minsky & Pappert (1969) demonstraram que as redes Perceptrons simples, propostas por Rosenblatt (1958), eram incapazes de resolver problemas não linearmente separáveis, tecendo críticas ao processo de aproximação empírica das redes, pois não existia na época um algoritmo que garantisse a convergência de redes de múltiplas camadas. Nessa publicação, foi argumentado também que não havia razões para crer que as limitações das redes simples seriam superadas com as de múltiplas camadas.

Após um período de estagnação nas pesquisas durante a década de 70, em 1982 surge o trabalho de Hopfield (1982) que fez uma analogia entre redes recorrentes e sistemas físicos. Mais tarde Rumelhart & McClelland (1986) redescobriram o algoritmo de retropropagação do erro. Nessa publicação, os autores demonstraram que esse algoritmo era capaz de treinar redes com múltiplas camadas e que as ideias defendidas por Minsky & Pappert (1969) eram muito pessimistas, pois as RNAs com múltiplas camadas eram capazes de resolver problemas não-linearmente separáveis.

A partir desse ponto surgem diversos trabalhos com aplicações de redes neurais artificiais em diversas áreas do conhecimento humano, como comentado em Widrow & Lehr (1990) e Rahman (1993).

Um dos aspectos que tem motivado o uso frequente de RNAs em diversos campos da ciência, particularmente em estudos de previsão de séries temporais, é a sua capacidade comprovada de representar adequadamente relações fortemente não-lineares entre variáveis. Por meio dessa técnica, a dependência entre ocorrências passadas e futuras de uma série temporal pode ser modelada por uma combinação de muitas funções matemáticas não-

lineares, o que pode levar a uma representação de sistemas complexos com uma precisão aceitável.

As RNAs têm se mostrado úteis na previsão de séries temporais de vazão, conforme utilizado por Kisi (2007). Um exemplo de aplicação de RNA para operação diária de reservatórios pode ser encontrado em Farias *et al.* (2011), bem como em Karunanithi *et al.* (1994), que propuseram um modelo de previsão de vazão diária baseada em RNA usando uma rede *feedforward* MLP com funções de ativação sigmóide e linear para completar uma série temporal de entrada de uma estação em Huron River, EUA. Eles tinham registros de entrada de duas outras seções no mesmo rio e outra no principal afluente. As entradas de dias atuais e passados foram usadas como entrada para o modelo de previsão do fluxo de entrada para o dia seguinte.

O modelo de RNA já foi utilizado para: (a) previsão de chuva-vazão (Hsu *et al.*, 1995; Minns & Hall, 1996; Tokar & Johnson, 1999; Jain *et al.*, 2004); (b) previsão de vazões de rios (Campolo *et al.*, 1999; Lauzon *et al.*, 2000; Sivakumar *et al.*, 2002; Cigizoglu 2003a, 2003b, 2004, 2005; Kisi, 2004; Cigizoglu & Kisi, 2005; Kumar *et al.*, 2004); (c) previsão de precipitação (Hall *et al.*, 1999; Bodri & Cernak, 2000; Silverman & Dracup, 2000; Freiwan & Cigizoglu, 2005); entre outros. Por superar algumas dificuldades relacionadas a modelos tradicionais, como Modelos Autorregressivos Integrados de Média Móvel (ARIMA) e outros modelos lineares e não-lineares, RNAs têm se consolidado como uma das principais ferramentas de previsão hidrológica.

No entanto, algumas dificuldades ainda são apontadas na aplicação de RNAs à previsão de vazões. Wu *et al.* (2009a) comentam que ruídos geralmente presentes em séries de vazões podem influenciar na qualidade das previsões. Para lidar com essas questões, a aplicação de métodos para pré-processamento dos dados de entrada tem sido apontada como uma alternativa eficiente para melhorar o desempenho de modelos de RNAs. Um exemplo de tais métodos é a transformada *wavelet*, a qual tem recebido muita atenção recentemente.

2.2.2. Neurônio Artificial

Segundo Guyon (1991), o neurônio artificial é uma estrutura lógico-matemática que procura simular a forma, o comportamento e as funções de um neurônio biológico. Assim, os dentritos são substituídos por entradas (x_1, x_2, ... , x_m), cujas ligações com o corpo celular artificial são realizadas através de elementos chamados pesos (w_{kj}), os quais simulam as sinapses neurais ($x_j w_{kj}$). Os estímulos são captados pelas entradas e processados pela função de soma ($\sum$) e o bias (b_k). O limiar de disparo do neurônio biológico tem como analogia a

função ativação ($f(\cdot)$) no neurônio artificial (Chua & Yang, 1988). Assim, a saída (y_k) é dada pela equação (2.4)

$$y_k = f\left(\sum_{j=1}^{m} x_j w_{kj} + b_k\right) \tag{2.4}$$

2.2.3. Estrutura

Segundo Dyminski (2000), uma rede neural é constituída por diversos neurônios. Para se formar uma rede neural, os neurônios são conectados entre si, sendo que a maneira como os mesmos são dispostos caracteriza a arquitetura da rede.

Para Fausett (1994), a maneira mais simples de ser organizar uma RNA é utilizar uma arquitetura simples e alimentada a diante (*feedforward*). Nesta configuração, tem-se uma camada de entrada que recebe os estímulos e uma camada de saída que produz o resultado da rede, sendo conhecida como redes de camada única.

Apesar das redes *feedforward* de camada única serem capazes de resolver problemas multivariáveis de múltiplas funções, elas possuem restrições de complexidade por terem apenas uma camada. Assim, as redes *feedforward* com múltiplas camadas são mais usualmente utilizadas, sendo sua estrutura básica apresentada da seguinte forma: (a) uma camada inicial de unidades sensíveis aos estímulos de entrada, onde os dados são introduzidos, que não é composta por neurônios propriamente ditos; (b) uma ou mais camadas intermediárias ou escondidas de neurônios interligados, formando a estrutura central de processamento da rede neural; (c) uma camada de neurônios de saída, conectada aos neurônios da última camada escondida, gerando a resposta final da RNA. As camadas são ligadas por meio de pesos que são valores numéricos. Dessa forma, a rede procura representar a relação existente entre os dados de entrada e de saída. No caso de séries temporais, os valores das camadas de entrada e saída são organizados a partir da relação dinâmica que se deseja representar, ou seja, a dependência entre valores passados e futuros da série.

Segundo Santos & Silva (2014), por exemplo, uso de apenas uma camada intermediária é suficiente para que a rede consiga aproximar qualquer função contínua e por isso são as mais comumente utilizadas na hidrologia.

Devido à imensa maioria dos trabalhos em hidrologia utilizarem redes *feedforward* multicamadas para solucionar problemas, *e.g.*, modelagem chuva-vazão (Minns & Hall, 1996); previsão de vazão de rios (Hu *et al.*, 2001); estimativa de cheias (Dawson *et al.*, 2006), essa arquitetura foi escolhida no presente trabalho.

Matematicamente, a transmissão de informações entre camadas é realizada por meio de uma função de combinação e uma função de ativação. A função de combinação é responsável por compor a informação de entrada dos neurônios. Se ela for linear, passa a representar o somatório da entrada pelos respectivos pesos. Essa mesma representação pode ser estendida para redes com várias camadas intermediárias. Os pesos das conexões representam matematicamente o peso de cada informação com relação a um dado neurônio.

Já a função de ativação, é responsável pela intensidade do sinal a ser transmitido pelas conexões para os neurônios das camadas adjacentes. Diversas são as funções de ativação utilizadas nas aplicações com redes neurais, sendo que a sua escolha depende, normalmente, do tipo de problema estudado. Entre as funções mais utilizadas, destacam-se a função linear, a função escada e a função sigmoidal, representadas pelas equações (2.5), (2.6) e (2.7), respectivamente.

$$f(x) = x \tag{2.5}$$

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ 1, & x \geq 1 \end{cases} \tag{2.6}$$

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}} \tag{2.7}$$

A função linear produz uma saída linear contínua; a função de escada, uma saída binária (não-linear discreta); e a função sigmoidal, uma saída não-linear contínua

2.2.4. Processamento Neural

As RNAs devem ser configuradas de modo que a apresentação de um conjunto de entradas produza o conjunto de saídas desejado. O processamento de uma RNA pode ser dividido em duas fases: (a) aprendizado, onde ocorre o processo de atualização dos pesos sinápticos para a aquisição do conhecimento, *i.e.*, aquisição da informação; e (b) recuperação de dados, onde é realizado o cálculo da saída da rede, dado certo padrão de entrada, *i.e.*, recuperação da informação.

Definir adequadamente o número de camadas escondidas e o número de processadores em cada uma dessas camadas irá garantir: (a) convergência, *i.e.*, a capacidade de uma rede neural aprender todos os padrões do conjunto de treinamento; e (b) generalização, *i.e.*, a capacidade de um modelo de aprendizado responder corretamente aos exemplos que lhe são apresentados, sendo que estes exemplos não devem estar presentes na base de aprendizado.

2.2.4.1. Algoritmos de Aprendizagem

Um algoritmo de aprendizagem é um conjunto de procedimentos bem definidos para adaptar os parâmetros de uma RNA, a fim de que a mesma possa aprender uma determinada função. As RNAs possuem a capacidade de aprender através de exemplos e fazer interpolações e extrapolações do que foi aprendido, talvez essa seja a sua característica mais importante. Como era de se esperar, não há um único algoritmo de aprendizagem, mas um conjunto de ferramentas representadas por diversos algoritmos, cada qual com suas vantagens e desvantagens. Estes algoritmos, basicamente, diferem pela maneira através da qual o ajuste dos pesos é feito. Assim, a utilização de uma RNA na solução de uma tarefa passa, inicialmente, por uma fase de aprendizagem, onde a rede extrai características relevantes de padrões de informações apresentados para a mesma, criando assim uma representação própria para o problema. A etapa de aprendizagem consiste em um processo iterativo de ajuste de parâmetros da rede, que são os pesos das conexões entre as unidades de processamento e guardam o conhecimento que a rede adquiriu do ambiente em que está operando.

Genericamente, pode-se escrever o valor do vetor dos pesos w na iteração $(n+1)$, como na equação (2.8):

$$w(n+1) = w(n) + \Delta w(n) \tag{2.8}$$

onde $w(n)$ e $w(n+1)$ representam os valores dos pesos nas iterações n e $(n+1)$; e $\Delta w(n)$ representa o valor do ajuste dos pesos após a aplicação do algoritmo.

O processo de aprendizado das redes neurais pode ser realizado por meio dos treinamentos: (a) supervisionados, onde cada entrada produz uma saída e caso a diferença entre os respectivos valores esteja fora dos limites estabelecidos, ocorre um ajuste dos pesos para diminuir o erro entre os dados; e (b) não supervisionados, onde a RNA processa os dados de entrada, classificando-os, utilizando critérios próprios previamente definidos.

Segundo Haykin (2005), existem diversos algoritmos para se treinar as redes neurais, sendo mais comumente utilizado para redes de múltiplas camadas, o algoritmo de retropropagação do erro (*Backpropagation*), proposto por Rumelhart *et al.* (1986); bem como o de Levenberg-Marquardt proposto primeiramente por Levenberg (1944) e aperfeiçoado por Marquardt (1963), os quais serão descritos brevemente a seguir.

2.2.4.1.1. Algoritmo de Retropropagação do Erro

Este é o algoritmo mais utilizado para o treinamento das RNAs de múltiplas camadas. Ele possui duas fases distintas de propagação de dados, para cada padrão apresentado: (a) *feed-forward* em que os dados de entrada são fornecidos à rede e as saídas são calculadas, *i.e.*, as entradas se propagam pela rede da camada de entrada até a camada de saída; e (b) *feed-backward* em que a saída gerada pela rede é comparada com a saída desejada e os erros são propagados de volta para atualizar os pesos, *i.e.*, os erros se propagam na direção contrária ao fluxo de dados, indo da camada de saída até a primeira camada escondida.

Assim, algumas características marcantes desse algoritmo são (a) os erros dos elementos processadores da camada de saída, que são conhecidos no treinamento supervisionado, são retropropagados para as camadas intermediárias; (b) a regra de propagação é $rede_j = \sum x_i \times w_{ji} + \theta_j$; (c) a função de ativação é uma função não-linear, diferenciável em todos os j pontos; (d) a topologia é de múltiplas camadas; (e) o algoritmo de aprendizado é do tipo supervisionado; e (f) os valores de entrada/saída são binários e/ou contínuos.

Neste algoritmo, o processo de atualização dos pesos é feito por meio da minimização do erro quadrático pelo método do *gradiente descendente*. Por este método, o fator de atualização ótimo para o peso w_{ji} relativo à entrada i do processador j é dado por:

$$\Delta w_{ji} = -\eta \frac{\delta E}{\delta w_{ji}} \tag{2.9}$$

Lembrando que o gradiente de uma função está na direção e sentido onde a função tem taxa de variação máxima.

Na equação (2.9), tem-se:

$$E = \frac{1}{2} \sum\nolimits_p \sum_{i=1}^{k} (d_i^p - y_i^p)^2 \tag{2.10}$$

em que E é a medida do erro total, p é o número de padrões, k é o número de unidades de saída, d_i é a i-ésima saída desejada e y_i é a i-ésima saída gerada.

Embora o erro total E seja definido pela soma dos erros das saídas para todos os padrões, será assumido, sem perda de generalidade, que a minimização do erro para cada padrão individualmente levará à minimização do erro total.

Desta forma, o erro será definido por:

$$E = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{k} (d_i - y_i)^2 \tag{2.11}$$

Utilizando a regra da cadeia em (2.9), tem-se:

$$\Delta w_{ji} = -\eta \frac{\delta E}{\delta rede_j} \times \frac{\delta rede_j}{\delta w_{ji}} \tag{2.12}$$

Como $rede_j = \sum s_i \times w_{ji} + \theta_j$, então:

$$\frac{\delta rede_j}{\delta w_{ji}} = s_i \tag{2.13}$$

em que s_i é o valor de entrada recebido pela conexão i do neurônio j.

Como $\frac{\delta E}{\delta rede_j}$ é o valor calculado do erro do processador j, então ele passará a ser chamado de e_j. Para os neurônios da camada de saída,

$$e_j = \left(t_j - s_j\right) \times \frac{\delta s_j}{\delta rede_j} \tag{2.14}$$

e, para os neurônios da camada escondida,

$$e_j = \frac{\delta s_j}{\delta rede_j} \sum_k e_k \times w_{kj} \tag{2.15}$$

Das equações acima, pode-se estabelecer que:

$$-\Delta w_{ji} = \eta \times s_i \times e_j \tag{2.16}$$

em que e_j é dado pelas equações (2.13) e (2.14) dependendo da camada do neurônio.

A dedução do algoritmo de retropropagação do erro mostra que ele não passa de um somatório de derivadas parciais e funções implícitas, reforçando a importância das funções de ativação serem diferenciáveis.

Vale salientar ainda que no aprendizado supervisionado, em princípio, só se conhece o erro na camada de saída (e_k) que é função do potencial interno do processador ($rede_k$) que depende dos estados de ativação dos processadores da camada anterior (s_j) e dos pesos das conexões (w_{kj}). Assim, os estados de ativação (s_j) de uma camada escondida afetam, em maior ou menor grau, o erro de todos os processadores da camada subsequente.

A seguir será visto o algoritmo de Levenberg-Marquardt que, assim como o algoritmo de retropropagação do erro tem a finalidade de realizar a aprendizagem das redes neurais artificiais.

2.2.4.1.2. Algoritmo de Levenberg-Marquardt

O algoritmo de *Levenberg-Marquardt* é uma variação do algoritmo de retropropagação do erro e é reconhecidamente o mais rápido algoritmo de treinamento para

RNAs hoje existente e ainda diminui o número de aprisionamentos em mínimos locais (Santos & Silva, 2014).

Este algoritmo é uma aproximação do método de Newton. Sendo uma determinada função $V(x)$ que se deseja minimizar com respeito a uma variável x, então o método de Newton seria:

$$\Delta x = -[\nabla^2 V(x)]^{-1} \times \nabla V(x) \tag{2.17}$$

em que, $\nabla^2 V(x)$ é a matriz hesssiana e $\nabla V(x)$ é o gradiente de $V(x)$. Se for assumido que $V(x)$ é uma soma de quadrados:

$$V(x) = \sum_{i=1}^{N} e_i^2(x) \tag{2.18}$$

pode ser mostrado que:

$$\nabla V(x) = J^T(x) \times \mathrm{e}(x) \tag{2.19}$$

e

$$\nabla^2 V(x) = J^T(x) \times J(x) + \mathrm{S}(x) \tag{2.20}$$

em que $J(x)$ é a matriz jacobiana:

$$J(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial e_1(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial e_1(x)}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial e_1(x)}{\partial x_n} \\ \frac{\partial e_2(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial e_2(x)}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial e_2(x)}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial e_n(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial e_n(x)}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial e_n(x)}{\partial x_n} \end{bmatrix} \tag{2.21}$$

$$S(x) = \sum_{i=1}^{N} e_i(x) \times \nabla^2 e_i(x) \tag{2.22}$$

Para o método de Newton-Gauss, é assumido que $S(x) \approx 0$ e, então, (2.17) fica:

$$\Delta x = [J^T(x) \times J(x)]^{-1} \times J^T(x) \times \mathrm{e}(x) \tag{2.23}$$

É feita, então, a modificação que resulta no cálculo de Δx pelo método de *Levenberg-Marquardt*:

$$\Delta x = [J^T(x) \times J(x) + \mu I]^{-1} \times J^T(x) \times \mathrm{e}(x) \tag{2.24}$$

Se a nova soma dos quadrados dos erros para $x = x + \Delta x$ for maior que a antiga, *i.e.*, $V(x + \Delta x) > V(x)$, então μ é multiplicado por um fator ß. Caso contrário, quando $V(x + \Delta x) < V(x)$, então, divide-se μ por ß.

2.2.4.2. Verificação da RNA

Nas RNAs, assim como outros modelos hidrológicos, divide-se o conjunto de dados que serão utilizados pela rede para treinamento e para verificação. O conjunto de treinamento é utilizado para calibrar o modelo, enquanto que o de verificação é usado para que o modelo tente replicar os resultados para um conjunto de dados que não foi utilizado no treinamento, *i.e.*, validar o modelo.

Segundo a *ASCE Task Comittee* (2000), o grande desafio para o treinamento ou para a verificação das RNAs é garantir que o conjunto de treinamento seja extenso o suficiente para que contenha os diversos padrões de comportamento, que ocorrem no sistema simulado, pois, muitas vezes, não são longos o suficiente para incluir padrões.

2.2.5. Aplicações

Um vasto registro de aplicações de RNAs pode ser visto na literatura. Elas são aplicadas em vários ramos científicos, tais como economia (Coats & Fant, 1993; Wilson & Sharda, 1994; Kohzadi *et al.*, 1996; Yonenaga & Figueiredo, 1999; Ahn *et al.*, 2000; Prodan-Palade, 2017), engenharia (Smith & Demetsky, 1994; Kumar *et al.*, 2013; Yanchong *et al.*, 2016), ecologia (Recknagel *et al.*, 1997; Papale & Valentini, 2003; Nääs *et al.*, 2008), além de medicina, robótica, segurança, entre outros (Haykin, 2005; Demuth *et al.*, 2008).

Na área de recursos hídricos, as RNAs são principalmente aplicadas para os seguintes propósitos: previsão de variáveis hidrológicas, tais como chuva, vazão, evapotranspiração, níveis freáticos, etc.; geração de séries estocásticas; modelagem de águas subterrâneas; derivação de regras para operação de sistemas hídricos; previsão de variáveis que indicam a qualidade da água, entre outros, sendo algumas destas aplicações encontradas nos trabalhos de Govindaraju & Rao (2000), Coulibaly *et al.* (2001), Jeong & Kim (2005), Nayak *et al.* (2006), Farias *et al.* (2006), Alves *et al.* (2007), Zanetti *et al.* (2008), Farias (2009), Santos *et al.* (2009), Farias *et al.* (2011), Gazzaz *et al.* (2012), Telles *et al.* (2013), Oliveira *et al.* (2014).

A utilização mais comum das RNAs em recursos hídricos é, certamente, para a previsão de vazão, seja ela mensal (Ahmed & Sarma, 2007; Jain & Kumar, 2007), diária (Mutlu *et al.*, 2008; Kagoda *et al.*, 2010) ou horária (Wu *et al.*, 2005; Toth & Brath, 2007). Apesar de apresentarem, no geral, resultados melhores que os modelos clássicos, alguns autores relatam a presença de uma defasagem (*lag*) nas previsões, principalmente em previsões diárias com períodos secos (Srinivasulu & Jain, 2006; Bravo *et al.*, 2008; Debastiani *et al.*, 2016).

2.3. Transformações Matemáticas

2.3.1. Introdução

Transformações matemáticas são aplicadas aos sinais para obter informações que não estão prontamente disponíveis na sua forma bruta. Existem muitas transformações que podem ser aplicadas, entre as quais as transformadas de Fourier são as mais populares. Com o objetivo de manter a localização da frequência ao longo do tempo em uma análise de sinal, uma possibilidade seria fazer uma Transformada de Fourier Janelada, usando um certo tamanho de janela e deslizando-a ao longo do tempo, calculando a Transformada Rápida de Fourier em cada tempo, usando somente os dados de dentro da janela. Isso resolveria o problema da localização da frequência, mas ainda dependeria do tamanho da janela usada.

O principal problema com a transformada de Fourier Janelada é o tratamento inconsistente de diferentes frequências; *i.e.*, nas frequências baixas existem tão poucas oscilações dentro da janela que a localização da frequência é perdida, enquanto que nas frequências altas existem tantas oscilações que a localização do tempo é perdida. Além disso, a transformada de Fourier janelada cai na suposição que o sinal pode ser decomposto em componentes senoidais.

Assim, a análise *wavelet* se concentra na solução desses problemas de decomposição ou transformação de uma série temporal unidimensional em uma imagem bidimensional difusa simultaneamente em um domínio de tempo-frequência. Então, é possível obter informações sobre a amplitude de qualquer sinal periódico dentro da série e como esta amplitude varia com o tempo.

2.3.2. Transformada *Wavelet*

A transformada *wavelet* é um avanço recente em processamento de sinais que tem atraído muita atenção desde seu desenvolvimento teórico em 1984 por Grossman & Morlet (1984). Seu uso tem aumentado rapidamente como uma alternativa à transformada Fourier (TF) em preservar os fenômenos locais, não-periódicos e de multiescala. Uma vez que a transformação de um sinal através da transformada de Fourier no domínio da frequência resulta na perda de informações de tempo, de tal forma que se torna impossível dizer quando um determinado evento ocorreu.

Uma *wavelet* é definida como um conjunto de funções com forma de pequenas ondas geradas por translações e dilatações de uma função geradora $\Psi_o(t)$, *wavelet*-mãe, e através dela são geradas as *wavelet*-filhas (2.25) (Barbosa & Blitzkow, 2008)

$$\Psi_{j.k}(t) = \frac{1}{\sqrt{j}}\Psi_o\left(\frac{t-k}{j}\right) \tag{2.25}$$

sendo $j, t \in R$ e $j \neq 0$

onde j é o fator de escalonamento, responsável por comprimir e dilatar a *wavelet*-mãe, e k o fator de translação.

A transformada *wavelet* nada mais é que a aplicação sucessiva da transformada para diversos valores de k e j, os quais fazem com que a série temporal original seja decomposta em componentes no tempo e frequência de acordo com os parâmetros usados.

Este tipo de análise tem sido bastante utilizada para a remoção de ruídos como se pode verificar nos trabalhos de Johnstone & Silverman (1997), Dahdouh *et al.* (2010) e San Emeterio & Rodriguez-Hernandez (2012). Em Kisi (2010b), a utilização da transformada *wavelet* no pré-processamento dos dados para um modelo de regressão linear mostrou resultados melhores quando comparados à previsão utilizando apenas as RNAs, e Maheswaran & Khosa (2012) desenvolveram um modelo híbrido da transformada *wavelet* e os *kernels* de segunda ordem de Volterra, os quais foram estimados usando a formulação do filtro de Kalman para previsão mensal de vazão com um mês de antecedência.

No entanto, nota-se que a maior parte das aplicações envolvendo modelos híbridos (*wavelet*-RNA) publicadas até o momento utilizam o sinal bruto decomposto em componentes de baixa frequência (aproximações) e de alta frequência (detalhes) extraídos da análise *wavelet* como principal variável de entrada. Uma vez que os detalhes podem ser considerados ruídos, neste presente trabalho, serão utilizadas apenas as aproximações, bem como suas combinações, como entrada na RNA, a fim de analisar seu desempenho na previsão de vazões em curto, médio e longo prazo, baseado nos estudos de Santos *et al.* (2014) e Santos & Silva (2014).

Esta transformada pode ser de dois tipos: (a) contínua; e (b) discreta. Para o pré-processamento dos dados antes da entrada na RNA, iremos utilizar a transformada *wavelet* discreta, adequada para a decomposição de sinais, a qual será descrita a seguir.

2.3.2.1. Transformada *wavelet* discreta (TWD)

Segundo Bolzan (2004), a TWD geralmente é utilizada na decomposição e filtragem de séries temporais, pois não causa redundâncias de coeficientes entre as escalas e porque as informações a respeito da posição de determinados eventos não são perdidas no processo.

Para o cálculo da TWD, o método mais simples e eficiente é o introduzido por Mallat (1989), em que os parâmetros de escala (*j*) e de posição (*k*) são escolhidos com base em potências de 2, *i.e.* escalas e posições diáticas, assim: $j = a_o^j$, $k = k' a_o^j k_o$, $a_o > 0$.

Desta forma, substituindo a equação (2.25):

$$\Psi_{j.k}(t) = a_o^{-j/2}\, \Psi_o \left(\frac{t - k' a_o^j k_o}{a_o^j} \right) \tag{2.26}$$

ou seja,

$$\Psi_{j.k}(t) = a_o^{-j/2}\, \Psi_o \left(a_o^j t - k' k_o \right) \tag{2.27}$$

Normalmente, é escolhido $a_o = 2$ e $k_o = 1$, assim a TWD diática é dada pela equação (2.28):

$$\Psi_{j.k'}(t) = \sum_{j,k' \in Z} f(t)\, 2^{-j/2}\, \Psi_o \left(2^{-j} t - k' \right) \tag{2.28}$$

Este simples algoritmo faz com que a TWD funcione com um filtro de passagem, calculando rapidamente os coeficientes da wavelet e assim decompondo o sinal de entrada em componentes de baixa e alta frequência (Misiti *et al.*, 1996).

2.3.2.2. Wavelet como filtro de passagem

A transformada *wavelet* pode ser definida como uma árvore de filtros de baixa e alta passagem. Os filtros passa-baixa reduzem a quantidade de informação no sinal bruto e os filtros passa-alta representam a informação que é perdida.

Em muitos casos, o conteúdo de baixa frequência é a parte mais importante. É o que dá ao sinal sua identidade, pois representam o comportamento geral da série (Santos & Silva, 2014). Já o conteúdo de alta frequência, por outro lado, dá sua nuance e muitas vezes são entendidos como ruídos presente na série (Freire, 2012).

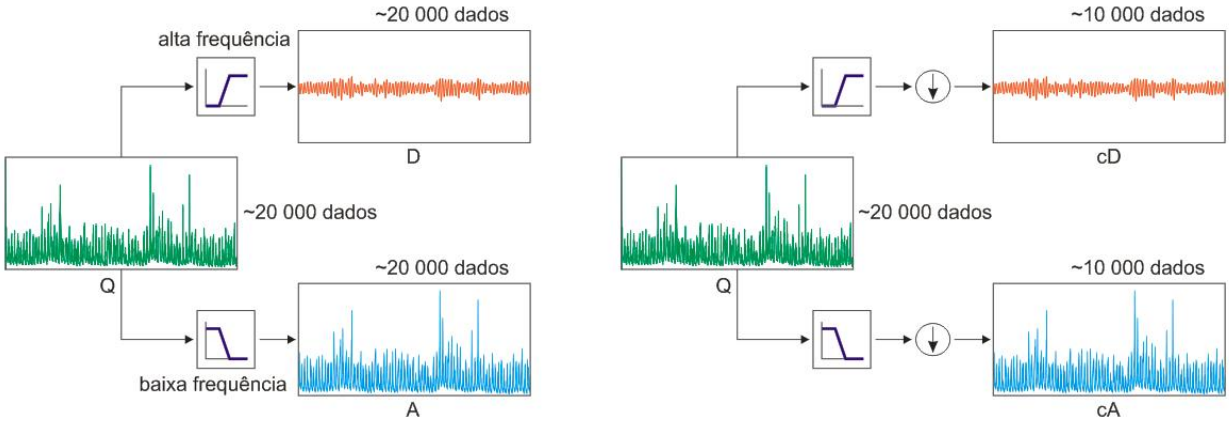
Na análise *wavelet*, os componentes de baixa frequência são conhecidos como "aproximações" e os componentes de alta frequência como "detalhes"; *i.e.*, as aproximações são componentes de alta escala e baixa frequência, enquanto que os detalhes são os componentes de baixa escala e alta frequência.

O processo de filtragem, em seu nível mais básico, é mostrado na Figura 2.1a. O sinal original passa através de dois filtros complementares (passa-baixa e passa-alta) e emerge como dois sinais. Infelizmente, quando esta operação é realizada, haverá o dobro de dados de quando o processo foi iniciado. Suponha, por exemplo, Por exemplo, se o sinal original *Q* for composto por 20.000 dados. Então, os sinais resultantes terão cada um 20.000 dados, dando um total de 40.000 dados.

Estes sinais A e D são interessantes, mas tem-se 40.000 valores em vez de 20.000 (Figura 2.1a). Existe uma maneira mais sutil para realizar a decomposição usando *wavelets*. Ao olhar atentamente os cálculos, seria possível manter apenas um ponto em cada dois, em cada uma das duas amostras de tamanho de 20.000, para obter-se as informações completas. Esta é a noção de redução da resolução (*downsampling*). Ao final, se teria duas sequências chamadas cA e cD (Figura 2.1b), e este processo, que inclui redução da resolução (*downsampling*), produz coeficientes DWT.

É possível observar que os coeficientes de detalhes cD são pequenos e consistem principalmente de um ruído de alta frequência, enquanto os coeficientes de aproximação cA contêm muito menos ruído que o sinal original.

Pode-se observar que o tamanho real dos vetores dos coeficientes de detalhe e aproximação são um pouco mais da metade do comprimento do sinal original (~10000). Isso tem a ver com o processo de filtragem, que é implementado pela convolução do sinal com um filtro. A convolução é uma operação matemática que a partir de dois sinais gera um terceiro.



(a) (b)

Figura 2.1 – (a) Processo de filtragem básico, (b) Processo de filtragem com redução de resolução (*downsampling*).

O processo de decomposição pode ser iterado, sempre atuando sobre as componentes de aproximações, de modo que um sinal é dividido em vários componentes de baixa resolução. Sucessivas decomposições geram a chamada árvore de decomposição *wavelet*, como ilustrado na Figura 2.2. O limite máximo de decomposições corresponde ao nível em que a componente de detalhes consista de apenas uma amostra. O limite prático, entretanto, costuma ser selecionado com base na natureza do sinal, ou em um critério mais específico tal como o da entropia.

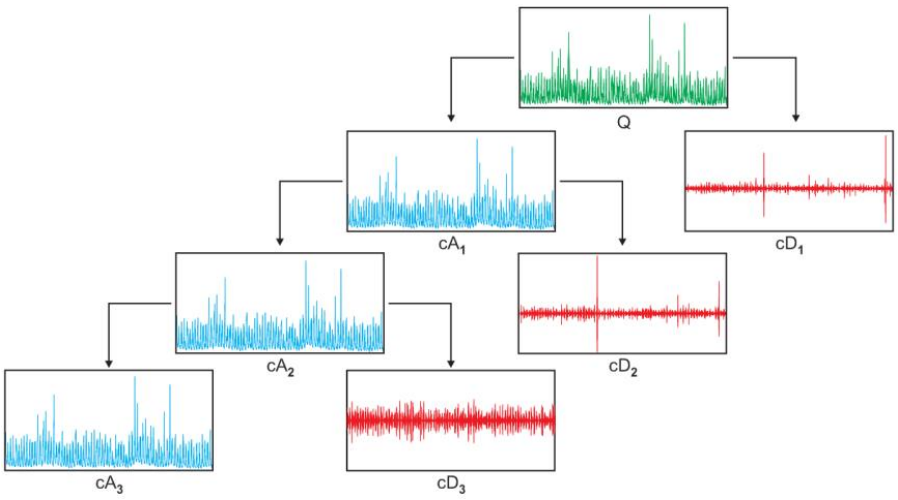


Figura 2.2 – Árvore de decomposição *Wavelet*.

Outra característica importante da decomposição utilizando *wavelets* é que os sinais decompostos podem ser reconstruídos a partir das somas da aproximação e detalhes (Wei *et al.*, 2013). Por exemplo, o sinal bruto (Q) da Figura 2.2 é o resultado da soma das aproximações e detalhes de primeiro nível, *i.e.*, $Q = A_1 + D_1$; a aproximação de primeiro nível (A_1) pode ser recomposta através da soma da aproximação e detalhe de segundo nível, *i.e.*, $A_1 = A_2 + D_2$; e também, o sinal bruto (Q) pode ser reconstituído pela soma da aproximação do terceiro nível com os detalhes dos três níveis, i.e., $Q = A_3 + D_3 + D_2 + D_1$.

2.3.3. Famílias *wavelets*

Segundo Torrence & Compo (1998), uma *wavelet*-mãe (Ψ_o) é uma onda de pequena duração que cresce e decai em um período limitado e sua escolha é de fundamental importância para o bom desempenho da transformada. Recomenda-se escolher uma *wavelet*-mãe com base no sinal que se deseja decompor, *i.e.*, semelhança da onda com o sinal; no tipo de transformada, *i.e.*, contínua ou discreta; e na finalidade da análise.

Para que uma onda seja considerada uma *wavelet*-mãe, é necessário que ela satisfaça duas propriedades distintas.

(a) Sua integral no tempo seja zero, *i.e.*, condição de admissibilidade:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi_o(t)dt = 0 \tag{2.29}$$

(b) Possuir energia unitária, *i.e.*, assegura um decaimento rápido da amplitude da onda, garantindo a *wavelet*-mãe uma localização no espaço:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi_o(t)|^2 \, dt = 1 \tag{2.30}$$

Existem muitos tipos de famílias *wavelets*, incluindo Daubechies, Symlet, Coiflet, Meyer, Gaussiana, Chapéu Mexicano, Morlet e *wavelets* de Shannon, e assim por diante, que podem ser usados para análises de séries temporais baseadas em *wavelets* (Minu *et al.*, 2010). Para a análise *wavelet* discreta, as wavelets ortogonais (*wavelets* de fase extrema da Daubechies e *wavelets* menos assimétricas) e bi-ortogonais da B-spline têm sido comumente utilizadas. Para a análise *wavelet* contínua, são as *wavelets* Morlet, Meyer, Gaussian e Paul (Mathworks, 2014).

As *wavelets* de fase extrema incluindo as *wavelets* Haar e dbN, onde N se refere ao número de momentos de desaparecimento (Constantine & Percival, 2013), também são chamados de *wavelets* Daubechies. As *wavelets* Daubechies são uma das *wavelets* mais utilizadas. Eles representam uma coleção de *wavelets*-mãe ortogonais com suporte compacto, caracterizadas por um número máximo de momentos de desaparecimento para um determinado comprimento do suporte. Por exemplo, a *wavelet* Daubechies de ordem 1 (db1), que também é conhecida como *wavelet* de Haar, tem um momento de desaparecimento, a db2 tem dois momentos de desaparecimento, e assim por diante. A *wavelet* de Haar tem o menor apoio entre todas as *wavelets* ortogonais. A *wavelet* de Haar gera *wavelets* ortogonais por meio de translações e dilatações. É a única *wavelet* ortogonal simétrica (Stolojescu, 2012).

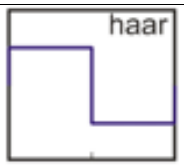
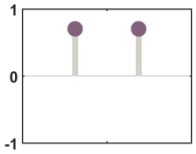
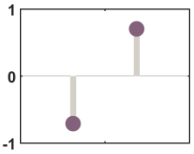
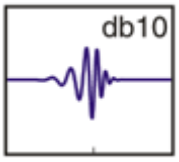
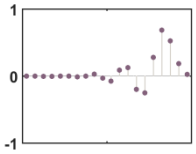
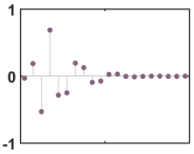
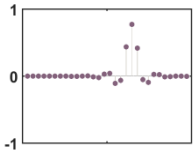
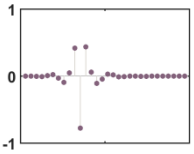
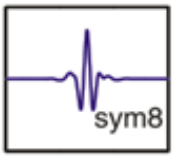
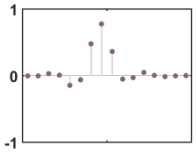
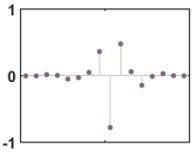
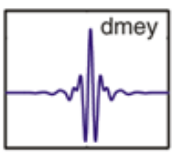
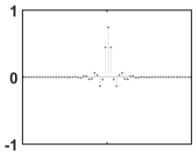
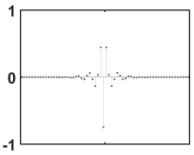
As *wavelets* menos assimétricas são as também conhecidas como Symlets. As Symlets foram propostas para melhorar a simetria com uma modificação das *wavelets* de Daubechies. As Symlets são *wavelets*-mãe compactas com suporte, ortogonais, contínuas, mas apenas quase simétricas. Sua construção é muito semelhante à construção das *wavelets* de Daubechies, mas a simetria das Symmlets é mais forte que a das *wavelets* de Daubechies.

As *wavelets* Coifman, também chamadas de Coiflets, são *wavelets* discretas, que são compactamente suportadas e projetadas para serem mais simétricas do que as *wavelets* de Daubechies (Stolojescu, 2012). Elas foram desenvolvidas para ter momentos de

desaparecimento e funções de escala; têm uma forma quase simétrica (Santos *et al.*, 2014; Seo *et al.*, 2015); sua forma estreita é apropriada para representar bem os picos do hidrograma, e a influência do preenchimento com zeros é menos afetada pelos efeitos de borda.

Em princípio, cada *wavelet*-mãe é mais apropriada para uma determinada aplicação, ou até para mais de uma. No entanto, há algumas famílias mais comumente usadas que outras. Na Tabela 2.1, são apresentadas algumas *wavelets*-mães, especificando a família *wavelet* a qual pertence, suas propriedades, sua função *wavelet*, bem como os filtros de decomposição passa-baixa e passa alta.

Tabela 2.1 – Exemplos de famílias *wavelets*

***Wavelet*- mãe**	**Família**	**Propriedades**	**Função**	**Filtro Passa-Baixa**	**Filtro Passa-Alta**
haar	Haar	assimétrica ortogonal biortogonal			
db10	Daubechies	assimétrica ortogonal biortogonal			
coif5	Coiflets	quase simétrica ortogonal biortogonal			
sym8	Symlets	quase simétrica ortogonal biortogonal			
dmey	Meyer Discreta	simétrica ortogonal biortogonal			

É possível observar na Tabela 2.1 que todas as *wavelets* utilizadas neste trabalho possuem propriedades ortogonais e biortogonais, sendo diferenciadas apenas pela simetria, uma vez que as *wavelets* Haar e db10 são assimétricas, as *wavelets* coif5 e sym8 são quase simétricas e a *wavelet* dmey é simétrica.

2.4. Modelos híbridos de previsão de vazão

O número de trabalhos envolvendo a aplicação de modelos híbridos no contexto da previsão de vazão tem crescido significativamente nos últimos anos. O uso das transformadas *wavelets*, nesta pesquisa, advém dos ótimos resultados da aplicação dessas transformadas na previsão de séries temporais aliadas ou em auxílio às redes neurais ou alguma outra técnica de inteligência artificial. Dentre os trabalhos que obtiveram excelentes resultados, pode-se citar:

(a) Wang & Ding (2003) que foi um dos primeiros trabalhos que usou esta combinação, *wavelet*–rede neural para prever vazão. Nesse trabalho, foi empregada a transformada *wavelet* discreta para decompor três vezes a vazão diária em séries temporais para o rio Yangtze (China). O sinal decomposto foi utilizado como entrada para uma RNA de três camadas, treinando-a para prever a vazão por 1, 2, 3, 4 e 5 dias à frente. Também foi desenvolvido um modelo autorregressivo de limite máximo para comparar resultados e verificou o bom desempenho do modelo híbrido, especialmente para horizontes de previsão mais longos

(b) Reis & Silva (2004), os quais realizaram a previsão de carga elétrica a curto prazo, explorando a propriedade multiresolução da transformada *wavelet*, efetuando uma pré-decomposição de uma série temporal de carga elétrica, antes de a mesma ser enviada para uma rede neural *multilayer perceptron*, onde, então, é efetuada a previsão. Sendo que eles usaram a aproximação do nível 3 e os detalhes dos níveis 1, 2 e 3 como entrada na RNA.

(c) Cannas *et al.* (2005) que treinaram uma RNA para prever vazões mensais de um rio italiano com um mês de antecedência usando as *wavelets* discreta e contínua no pré-processamento das entradas e saídas.

(d) Cannas *et al*. (2006) que testaram a transformada *wavelet* contínua, a transformada *wavelet* discreta e o particionamento de dados antes de treinar uma RNA de três camadas para prever vazões mensais um mês à frente em uma bacia da Sardenha. Foi concluído que os

dados de pré-processamento com a transformada *wavelet* discreta, decompondo o sinal em três níveis, deu o melhor resultado para os modelos híbridos *wavelet*-RNA examinados.

(e) Kisi (2008) que utilizou a transformada *wavelet* discreta para decompor uma série temporal de vazão mensal em cinco níveis. Foi analisada a correlação entre os componentes de alta frequência (detalhes) resultantes do processo de decomposição da transformada *wavelet* e a vazão futura, sendo utilizado como entrada na RNA apenas os detalhes mais significativos. Foi testada essa metodologia em dois rios turcos e os resultados foram comparados com modelos autoregressivos, regressões multilineares e um modelo tradicional de RNA, concluindo que usando a vazão anterior processada com a transformada *wavelet* discreta como entrada na RNA, a precisão da previsão é melhorada.

(f) Kisi (2009) que também utilizou a transformada *wavelet* discreta para decompor uma série temporal em cinco níveis. Essa metodologia foi testada para simular vazões diárias intermitentes para um dia à frente. Tais dados apresentam dificuldades significativas para os modelos, devido aos valores zero existentes. Como resultado, enquanto o modelo de RNA previu valores negativos, o modelo híbrido foi capaz de lidar com os valores zero e melhorou consideravelmente o desempenho quando comparado à RNA clássica.

(g) Partal (2009) que usou a estrutura *wavelet*-RNA para prever as vazões dos rios da Turquia, comparando o desempenho das redes neurais generalizadas e redes neurais de base radial com os métodos de *back-propagation feed-forward*, verificou que a *wavelet* e o modelo *back-propagation feed-forward* foram superiores aos demais.

(h) Adamowski & Sun (2010) que obtiveram bons resultados quando propuseram um método baseado no acoplamento da transformada *wavelet* discreta e redes neurais artificiais (RNA) para previsão de vazão com 1 e 3 dias de antecedência em dois diferentes rios não perenes em bacias hidrográficas do semiárido do Chipre, o Kargotis em Evrychou e Xeros em Lazarides.

(i) Pramanik *et al.* (2010) que realizaram um estudo semelhante ao estude de Kisi (2008), utilizando a transformada discreta para decompor as séries temporais em 10 escalas de tempo e, em seguida, foi analisada a correlação dos detalhes e várias vazões futuras para 1, 2, 3, 4 e 5 dias à frente, sendo utilizados os detalhes mais relevantes como entradas para a RNA. Os resultados mostraram que o pré-processamento de dados com a transformada *wavelet* melhorou a precisão dos modelos para todos os horizontes de previsão.

(j) Krishna *et al.* (2011) que propuseram um novo modelo híbrido (WNN), que combina *wavelets* e RNA, que foi aplicado para modelagem de vazão diária da bacia do rio

Malaprabha (estado de Karnataka, Índia), mostrando um ajuste bom aos dados observados, especialmente aos valores de pico durante a fase de teste.

(k) Tiwari & Chatterjee (2011), os quais desenvolveram um novo modelo híbrido *wavelet-bootstrap*-RNA para previsão diária de vazão, explorando o potencial das técnicas de *wavelet* e *bootstrapping* para desenvolver um modelo de RNA preciso e confiável; o desempenho do mesmo foi comparado com três modelos: RNA tradicional, *wavelet*-RNA e *bootstrap*-RNA.

(l) Singh (2012) que utilizou padrões temporais extraídos de observações de séries de vazões de picos anuais usando a transformada *wavelet*, os quais foram utilizados por uma rede neural artificial para prever a inundação comparável à abordagem estatística, sendo a metodologia proposta ilustrada com dados reais.

(m) Mehr *et al.* (2013) que utilizaram duas técnicas de inteligência artificial, incluindo uma rede híbrida *wavelet*-RNA e técnica de programação genética linear para a previsão de vazões mensais na bacia do rio Çoruh, localizada na região leste do Mar Negro, Turquia; sendo seus desempenhos comparados uns com os outros em termos do erro médio quadrado e da eficiência Nash-Sutcliffe.

(n) Wei *et al.* (2013) que desenvolvam um modelo híbrido para prever vazão média de 12 meses futuros, usando como entradas as vazões médias de 12 meses passados. Foi utilizado a *wavelet*-mãe de Daubechies de ordem 5 (db5) para decompor a série temporal em 5 níveis no rio Weihe, um tributário do rio Amarelo, na China. Os resultados da previsão do modelo híbrido foram significativamente melhores do que os resultados da RNA clássica.

(o) Makwana & Tiwari (2014), os quais desenvolveram um modelo de RNA com base *wavelet* para previsão de vazões intermitente e modelagem de eventos extremos em uma bacia na região central semiárida de Gujarat, na Índia, sendo usados seis anos de dados hidro-climáticos, quatro anos de dados para treinamento do modelo, um ano para validação cruzada e o outro ano para avaliar a eficácia do mesmo.

(p) Sahay & Srivastava (2014), os quais propuseram um modelo baseado na transformada *wavelet,* no algoritmo genético e na rede neural para previsão de vazão com um dia de antecedência em monções, que são difíceis de modelar por apresentarem picos irregulares, em dois rios indianos, o rio Kosi e o rio Gandak, sendo o modelo proposto melhor que os outros modelos testados.

(q) Santos & Silva (2014), os quais testaram o uso de componentes de baixa frequência (aproximações) ou a soma deles, como entradas para uma previsão da vazão diária com horizontes temporais crescentes (1, 3, 5 e 7 dias à frente) para o reservatório de

Sobradinho, pertencente à bacia do rio São Francisco. Nesse estudo, foi utilizada a *wavelet*-mãe de Daubechies de ordem 10 (db10) e os autores concluíram que o uso de aproximações como entrada na RNA aumentou significativamente a precisão do modelo quando comparado ao modelo típico de RNA, especialmente para e horizontes de 7 dias.

(r) Honorato *et al*. (2018) testaram também o uso de componentes de baixa frequência (aproximações) ou a soma deles, como entradas mas para uma previsão de vazão mensal com horizontes temporais crescentes (1, 3, 6 e 12 meses à frente) para o reservatório de Sobradinho, pertencente à bacia do Rio São Francisco. Nesse estudo, também foi utilizada a wavelet-mãe de Daubechies de ordem 10 (db10), os resultados mostraram que o modelo-híbrido melhorou a precisão da previsão, especialmente para 1, 3 e 6 meses à frente e os autores concluíram que os componentes de alta frequência são mais importantes para horizontes de previsão mais curtos, enquanto que para horizontes mais longos, eles podem piorar a precisão do modelo.

Diante do exposto, nota-se que nenhum trabalho analisou até que antecedência diária, mensal e anual é possível prever vazões em um dado reservatório, nem utilizaram vazões de reservatórios a montante como entrada na RNA e muito menos estudaram o efeito que outras wavelets-mãe teriam nessas previsões envolvendo sistemas híbridos *wavelet*-RNA.

Este trabalho, tendo em vista o bom desempenho apresentado por este tipo de modelo híbrido, visou fornecer uma nova visão para entender a influência dessa abordagem no desempenho do modelo. Nesse sentido, foi proposta uma análise dos dados utilizados para revelar que tipo de informação melhora a precisão das previsões. A metodologia foi testada em um problema desafiador de previsão de vazão no Brasil, envolvendo um importante reservatório hidroelétrico na região semi-árida, o reservatório de Xingó.

CAPÍTULO 3

BASE DE DADOS UTILIZADA

3.1. Introdução

Os dados de vazão utilizados neste trabalho foram obtidos do Operador Nacional do Sistema elétrico – ONS (2017) e se referem à série histórica de vazões naturais médias diárias afluentes à hidroelétrica de Xingó no período de 01 de janeiro de 1931 a 31 de dezembro de 2015, bem como das usinas hidroelétricas a montante (Paulo Afonso, Moxotó, Itaparica, Sobradinho e Três Marias), ambas pertencentes à Bacia do Rio São Francisco. O rio São Francisco, principal rio da região nordestina, possui uma área de drenagem de 609.386 km^2, sendo dividida em quatro regiões fisiográficas: Alto, Médio, Submédio e Baixo São Francisco, conforme apresentado na Figura 3.1. O rio São Francisco possui uma extensão de 3.200 km, desde sua nascente na Serra da Canastra em Minas Gerais, até sua foz em Piaçabuçu/AL e Brejo Grande/SE. A área da bacia corresponde cerca de 8% do território nacional e abrange parte de seis estados e do distrito federal.

O Alto São Francisco corresponde a 16% de sua área total e vai desde a sua nascente principal na Serra da Canastra até o encontro com o rio Jequitaí, possui um clima tropical

úmido e temperado de altitude. O trecho do Médio São Francisco é o que possui maior extensão e vai do rio Jequitaí até o reservatório de Sobradinho, correspondendo a 63% da área da bacia, com clima tropical semiárido e sub-úmido seco. Já o Submédio São Francisco ocupa 17% da área de drenagem e estende-se do reservatório de Sobradinho ao reservatório de Xingó, possui um clima semiárido e árido. Por último, o Baixo São Francisco com 4% da área da bacia, corresponde ao trecho da barragem de Xingó até a foz do rio São Francisco, no oceano Atlântico, com clima sub-úmido (MMA, 2006; CBHSF, 2015).

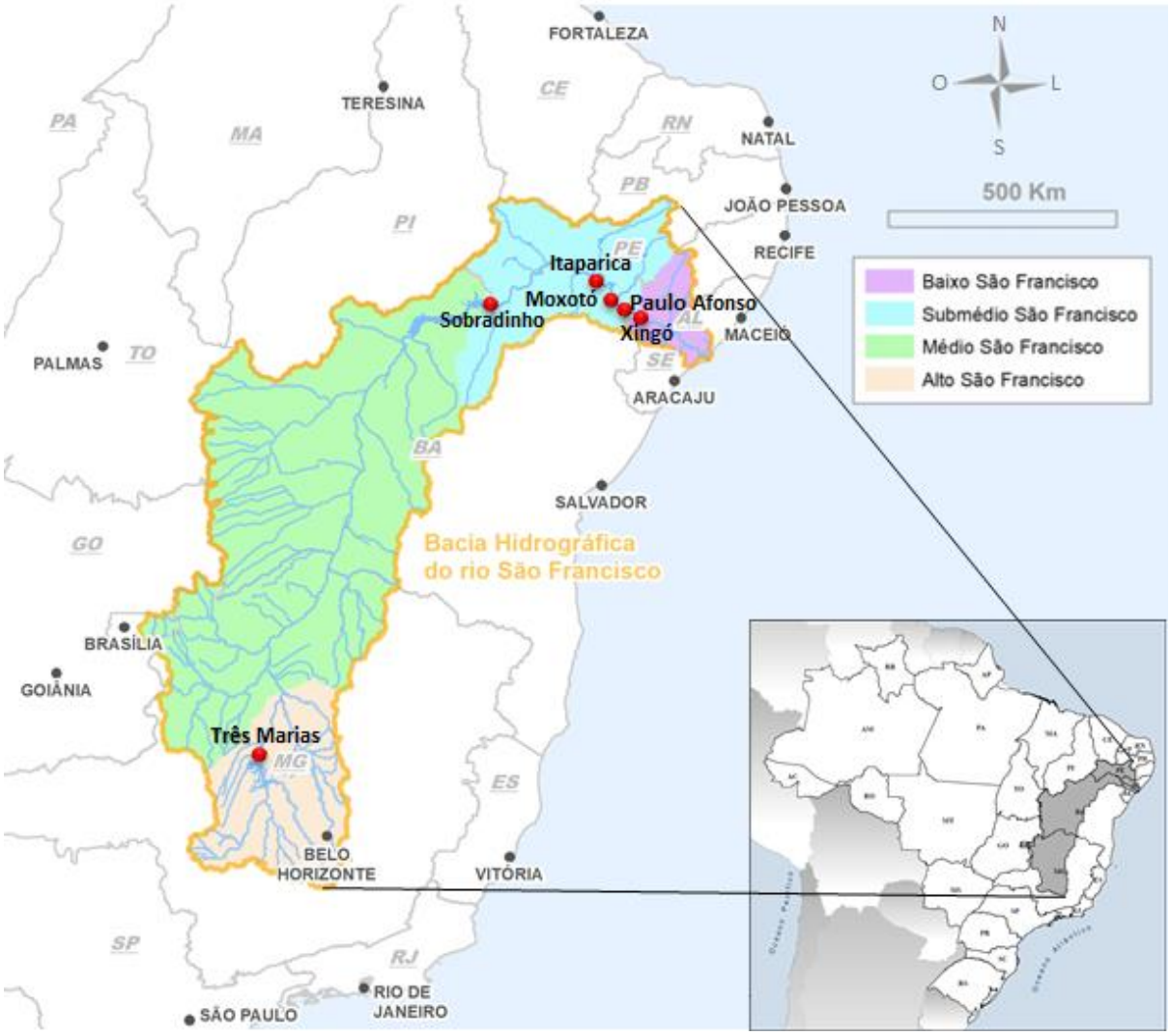


Figura 3.1 – Localização da bacia do rio São Francisco com a identificação das áreas de estudo, com detalhe para suas regiões fisiográficas (Alto, Médio, Submédio e Baixo).

Segundo a ONS, o setor elétrico tem adotado o termo vazão natural para identificar a vazão que ocorreria em uma seção do rio, caso não houvesse as ações antrópicas na sua bacia contribuinte, tais como: regularizações de vazões realizadas por reservatórios; desvios de água; evaporações em reservatórios; irrigação; criação animal; abastecimentos urbano, rural e

industrial. Esta vazão é obtida por meio de um processo de reconstituição, que considera a vazão observada no local e as informações relativas às ações antrópicas na bacia.

A ONS tem sob sua responsabilidade a previsão de vazões naturais para os locais de aproveitamentos hidroelétricos que constituem o Sistema Interligado Nacional – SIN, com o objetivo de subsidiar, de forma otimizada, o planejamento e programação e o despacho centralizado das usinas.

3.2.Descrição da região

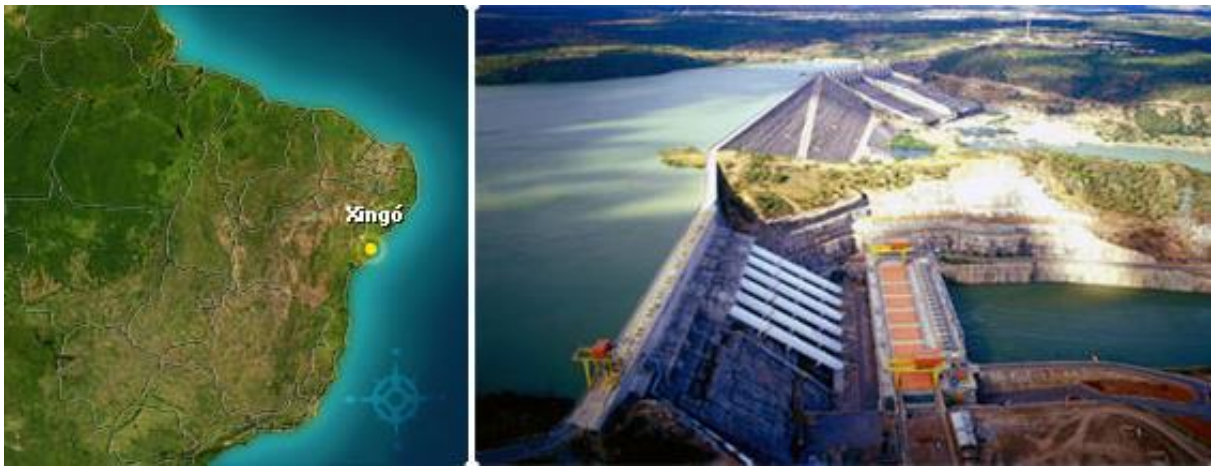
O reservatório de Xingó (Figura 3.2) está localizado no Nordeste Brasileiro entre os estados de Alagoas e Sergipe, situando-se a 12 km do município de Piranhas/AL e a 6 km do município de Canindé do São Francisco/SE, com cerca de 60 km de comprimento, com uma área de 60 km², volume total de 3800×10^6 m³ (CHESF, 2017).

Fonte: Google Maps (2017)

Figura 3.2 – Imagem do reservatório de Xingó.

A usina hidroelétrica de Xingó (Figura 3.3) está posicionada com relação ao rio São Francisco a cerca de 65 km à jusante do Complexo de Paulo Afonso, constituindo-se o seu reservatório, face às condições naturais de localização em um *canyon*, numa fonte de turismo na região através da navegação no trecho entre Paulo Afonso e Xingó.

Compreendem o represamento de Xingó as seguintes estruturas: barragem de enrocamento com face de concreto a montante com cerca de 140 m de altura máxima; e a usina geradora é composta por seis unidades com 527.000 kW de potência nominal unitária, totalizando 3.162.000 kW de potência instalada (CHESF, 2017).



Fonte: CHESF (2017)

Figura 3.3 – Usina hidrelétrica de Xingó.

3.3. Descrição dos dados de vazão

3.3.1. Diários

A Figura 3.4 mostra o hidrograma diário do reservatório de Xingó no período de 1931 a 2015, que é o reservatório cujas vazões devem ser previstas usando a proposta de RNA. Nas Figuras 3.5 a 3.9, podem ser observados os hidrogramas diários do mesmo período para os reservatórios a montante (Paulo Afonso, Moxotó, Itaparica, Sobradinho e Três Marias). O reservatório de Xingó apresenta uma vazão diária média de 2.691 m³/s, uma vazão máxima de 18.851 m³/s e uma vazão mínima de 184 m³/s. Estes valores e outros índices estatísticos são apresentados na Tabela 3.1 juntamente com os outros cinco reservatórios.

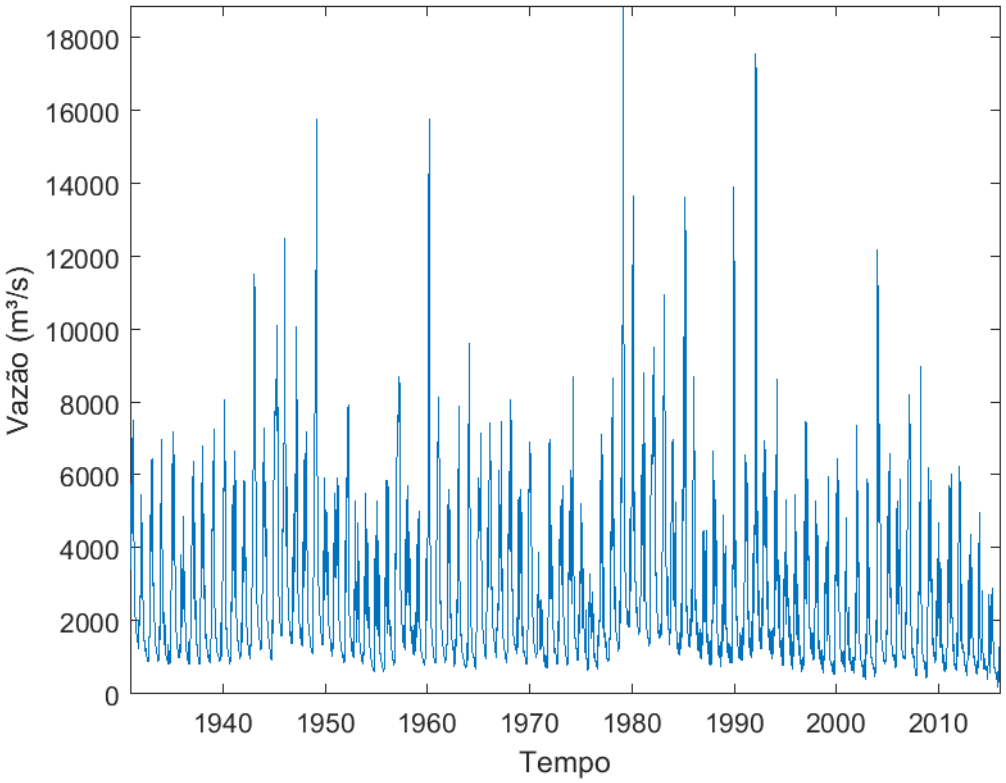


Figura 3.4 – Hidrograma das vazões naturais médias diárias afluentes ao reservatório de Xingó (1931 – 2015).

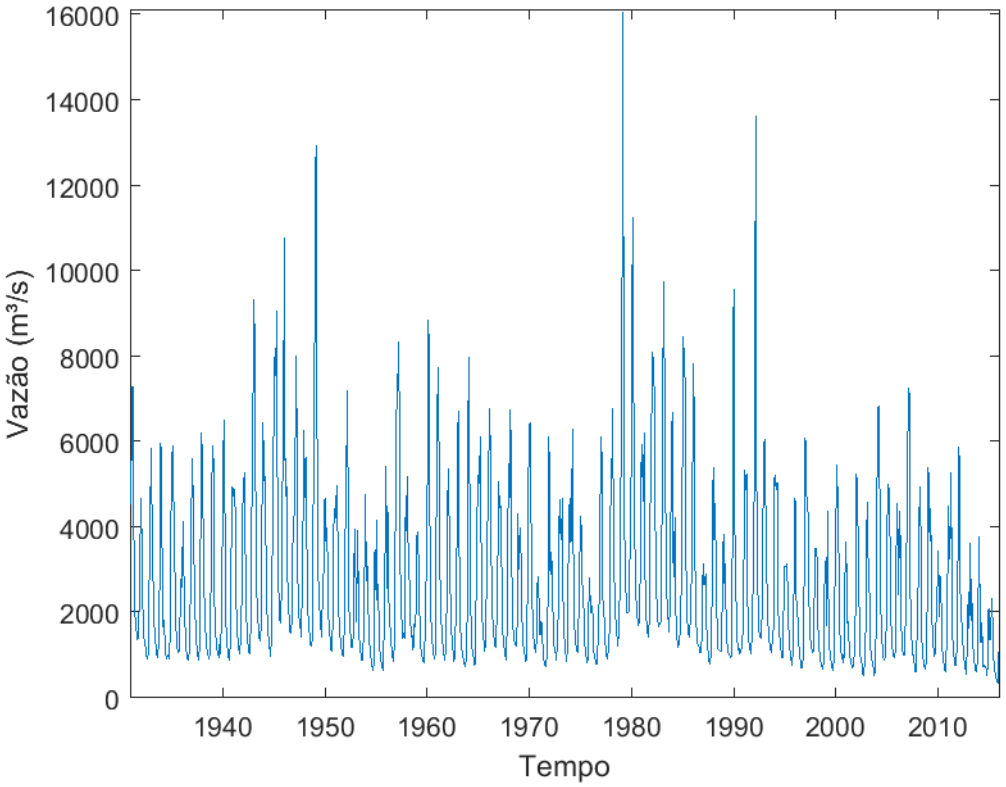


Figura 3.5 – Hidrograma das vazões naturais médias diárias afluentes ao reservatório de Paulo Afonso (1931 – 2015).

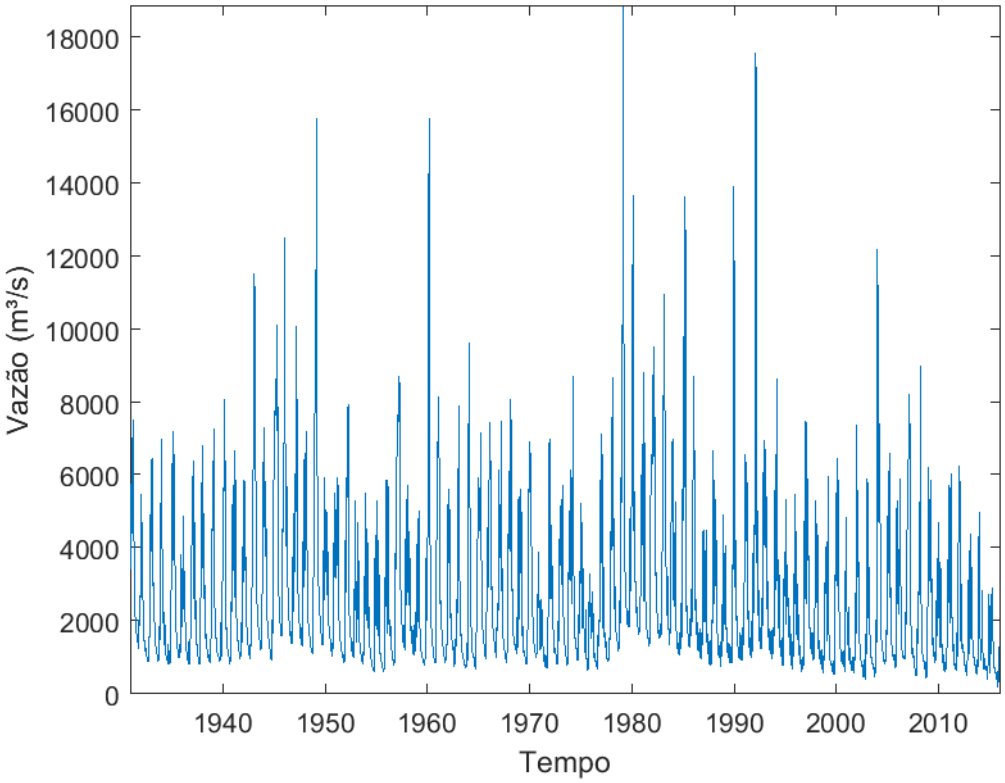


Figura 3.6 – Hidrograma das vazões naturais médias diárias afluentes ao reservatório de Moxotó (1931 – 2015).

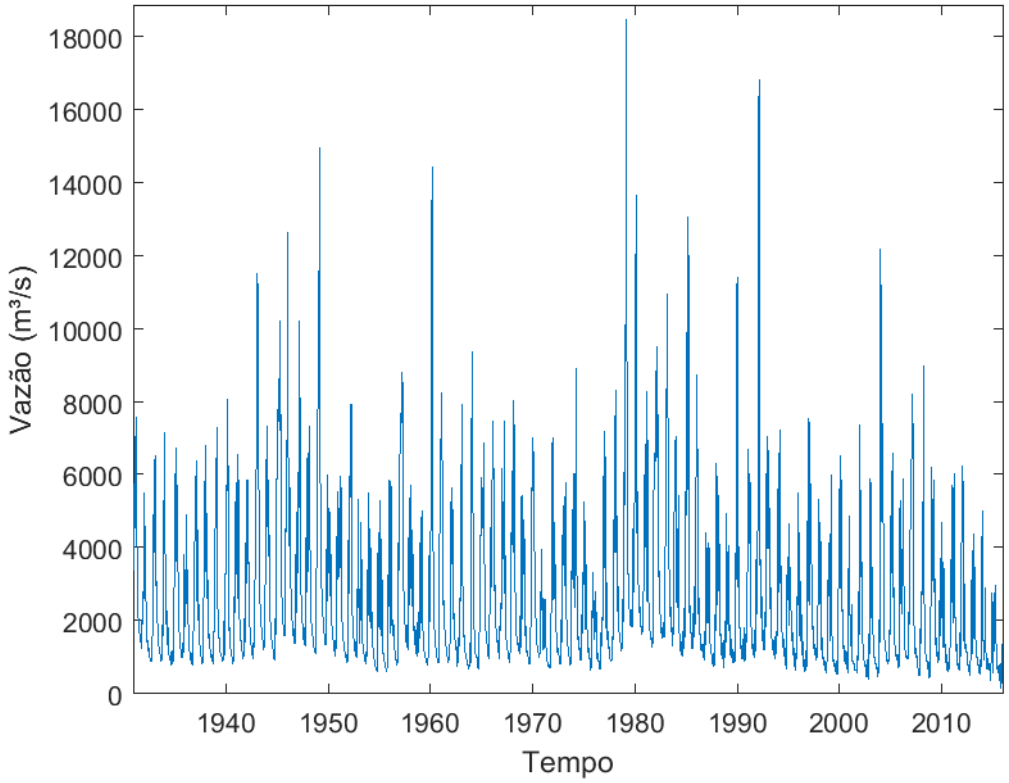


Figura 3.7 – Hidrograma das vazões naturais médias diárias afluentes ao reservatório de Itaparica (1931 – 2015).

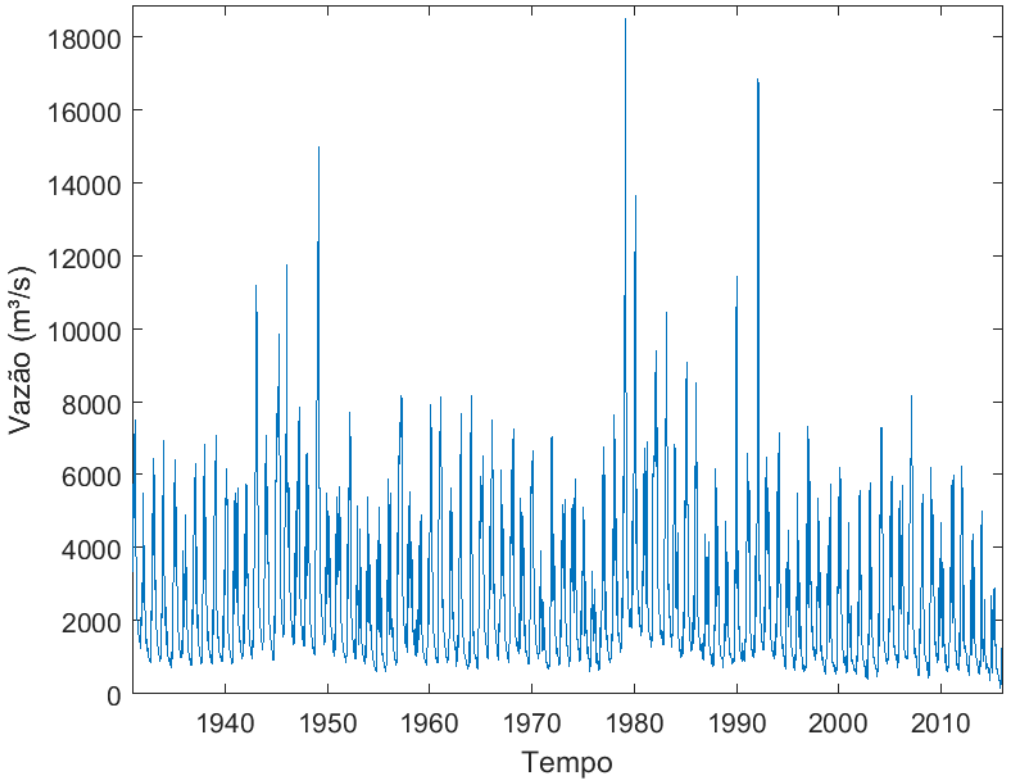


Figura 3.8 – Hidrograma das vazões naturais médias diárias afluentes ao reservatório de Sobradinho (1931 – 2015).

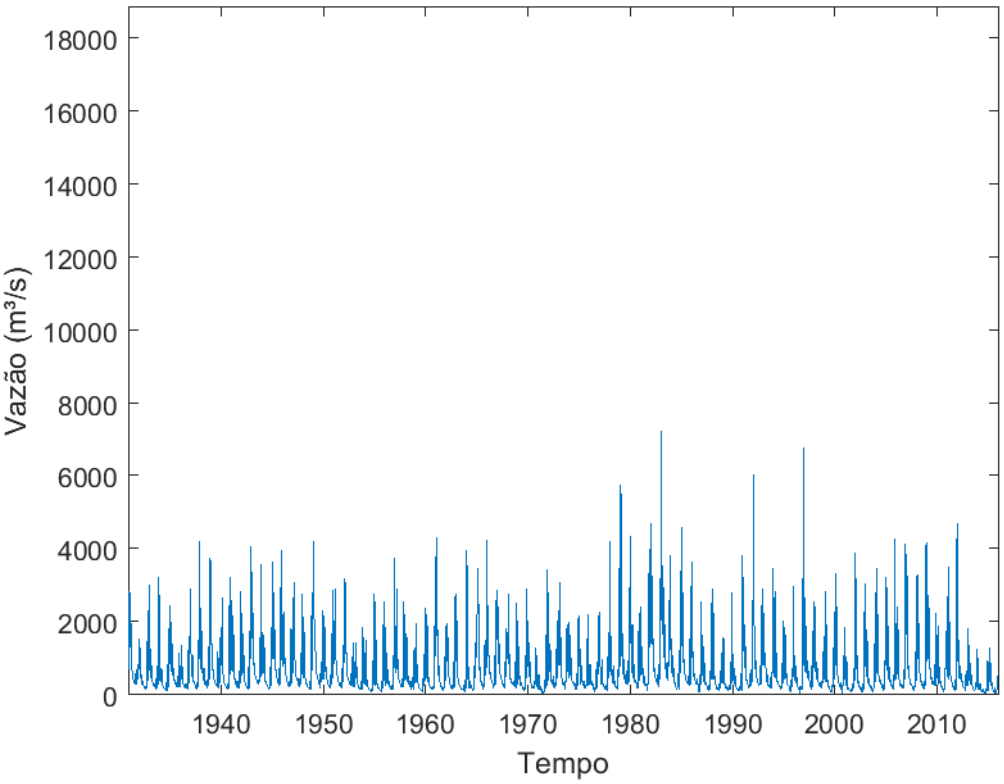


Figura 3.9 – Hidrograma das vazões naturais médias diárias afluentes ao reservatório de Três Marias (1931 – 2015).

Tabela 3.1 – Análise estatística dos dados das vazões naturais médias diárias (m³/s) afluentes aos principais reservatórios do Rio São Francisco (1931 – 2015)

Índices Estatísticos	Três Marias	Sobradinho	Itaparica	Moxotó	Paulo Afonso	Xingó
Média	675	2596	2676	2692	2677	2691
Moda	288	1054	892	892	892	892
Mediana	412	1811	1843	1849	1842	1849
Média Harmônica	333	1593	1632	1643	1636	1642
Soma	20942586	80587377	83065833	83560298	83094841	83553746
Amplitude	7214	18369	18344	18667	18320	18667
Mínimo	31	156	160	184	184	184
Máximo	7245	18525	18504	18851	18504	18851
Primeiro Quartil	247	1129	1158	1166	1160	1165
Terceiro Quartil	850	3545	3685	3709	3687	3709
Amplitude Inter-Quartis	603	2416	2527	2543	2527	2544
Desvio Absoluto Médio	480	1566	1634	1642	1634	1642
Variância	449321	4090937	4450975	4501955	4451753	4502089
Desvio Padrão	670	2023	2110	2122	2110	2122
Coeficiente de Variação	0,99	0,78	0,79	0,79	0,79	0,79
Coeficiente de Assimetria	2,35	1,80	1,78	1,79	1,78	1,79
Coeficiente de Curtose	7,82	5,04	4,58	4,72	4,58	4,72
Excesso de Curtose	4,82	2,04	1,58	1,72	1,58	1,72

Os valores da Tabela 3.1 mostram claramente que o reservatório de Três Marias apresenta taxas de escoamento muito diferentes quando comparado aos outros reservatórios dentro da bacia, com uma média de 675 m³/s, uma vazão máxima de 7.214 m³/s, uma vazão mínima de 31 m³/s, uma mediana de 412 m³/s e um desvio padrão igual a 670 m³/ s, o que é confirmado na Figura 3.10.

A Figura 3.10 mostra o diagrama *boxplot* comparativo, no qual pode ser observado que para os dados da vazão de Três Marias, 50% as vazões variam de 247 a 850 m³/s, enquanto que para os outros reservatórios, 50% das vazões variam de 1.100 a 3.700 m³/s. A distribuição desses dados é assimétrica, uma vez que a mediana (linha vermelha) não está no centro do intervalo interquartílico (quadrado azul). Note-se que do reservatório de Três Marias ao reservatório de Sobradinho esta variação está aumentando e permanece constante com pequenas flutuações até o reservatório de Xingó, que é o último reservatório a jusante da bacia do rio São Francisco.

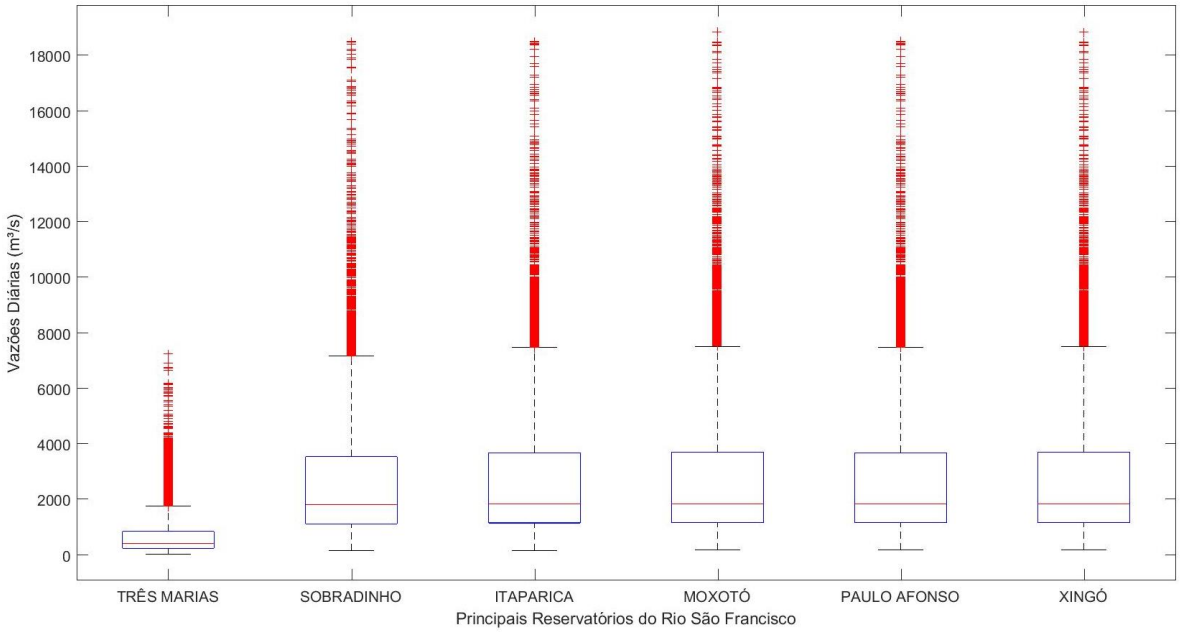


Figura 3.10 – Boxplot das vazões médias diárias dos principais reservatórios da bacia do rio São Francisco (1931–2015).

3.3.2. Mensais

Na Figura 3.11, pode ser visualizado o hidrograma mensal do reservatório de Xingó no período de 1931 a 2015. E nas Figuras 3.12 a 3.16, podem ser observados os hidrogramas mensais do mesmo período para os reservatórios a montante (Paulo Afonso, Moxotó, Itaparica, Sobradinho e Três Marias). Com posse desses dados é possível realizar uma vasta análise estatística descritiva destas vazões para os seis reservatórios, conforme pode ser observado na Tabela 3.2.

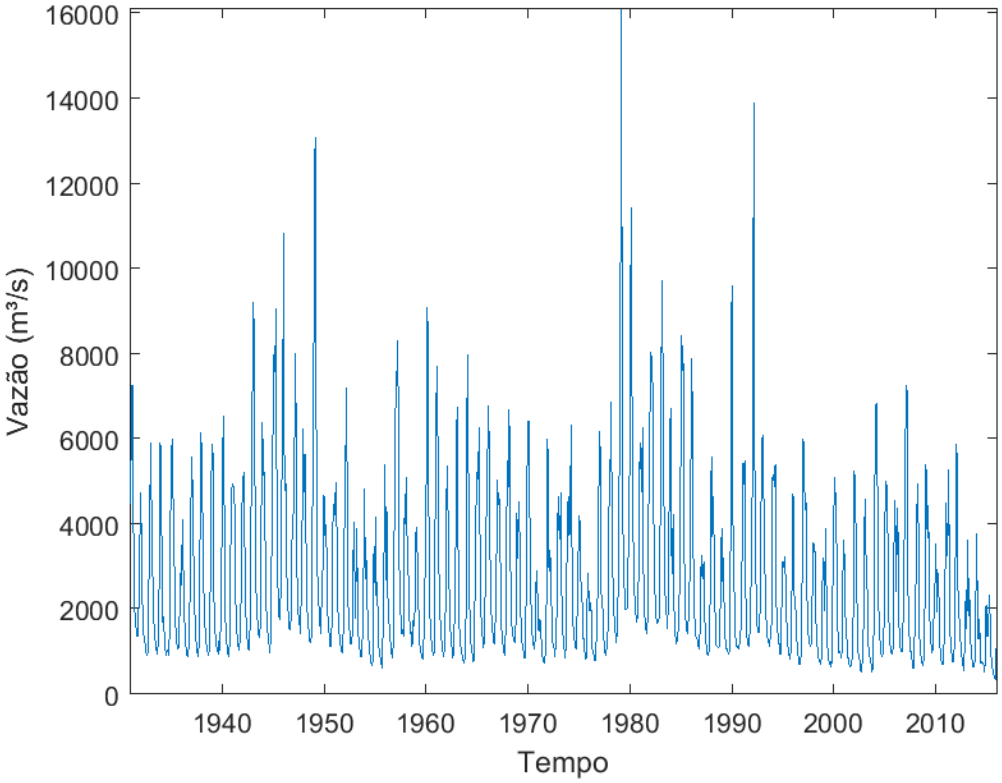


Figura 3.11 – Hidrograma das vazões naturais médias mensais afluentes ao reservatório de Xingó (1931 – 2015).

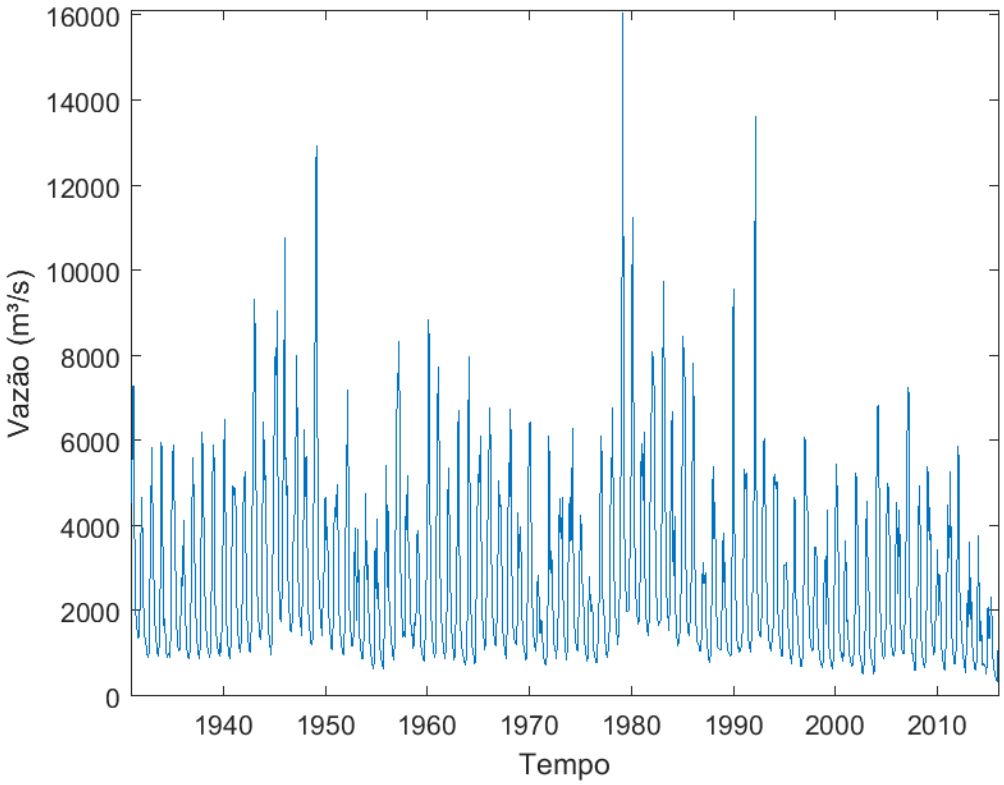


Figura 3.12 – Hidrograma das vazões naturais médias mensais afluentes ao reservatório de Paulo Afonso (1931 – 2015).

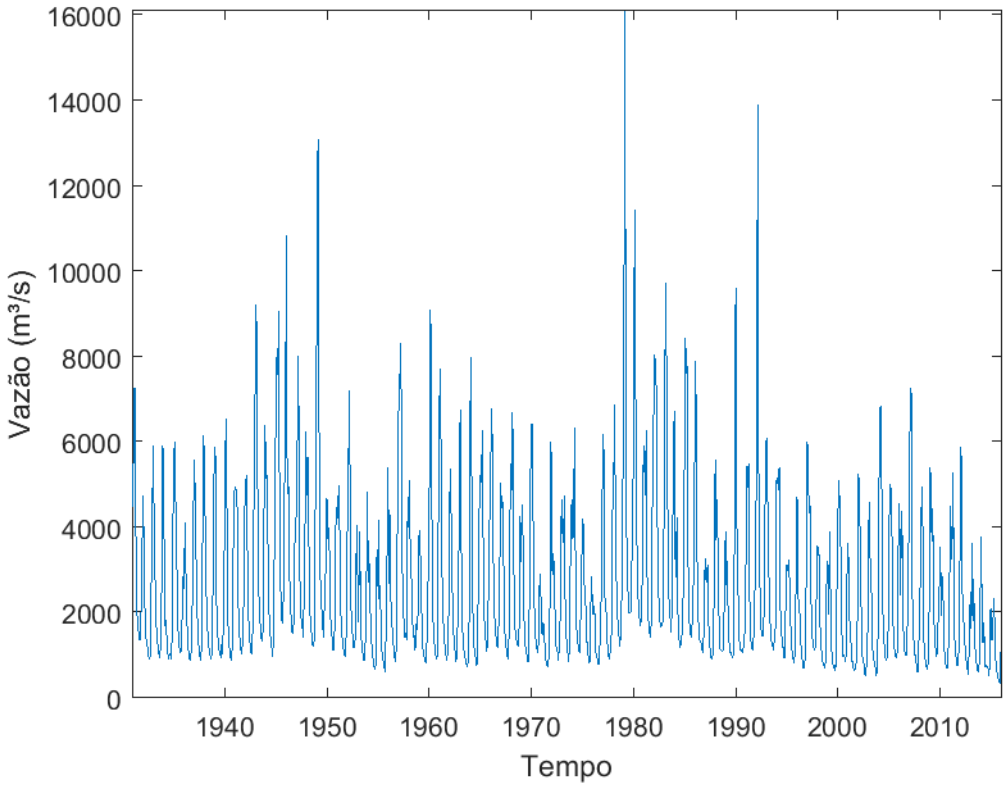


Figura 3.13 – Hidrograma das vazões naturais médias mensais afluentes ao reservatório de Moxotó (1931 – 2015).

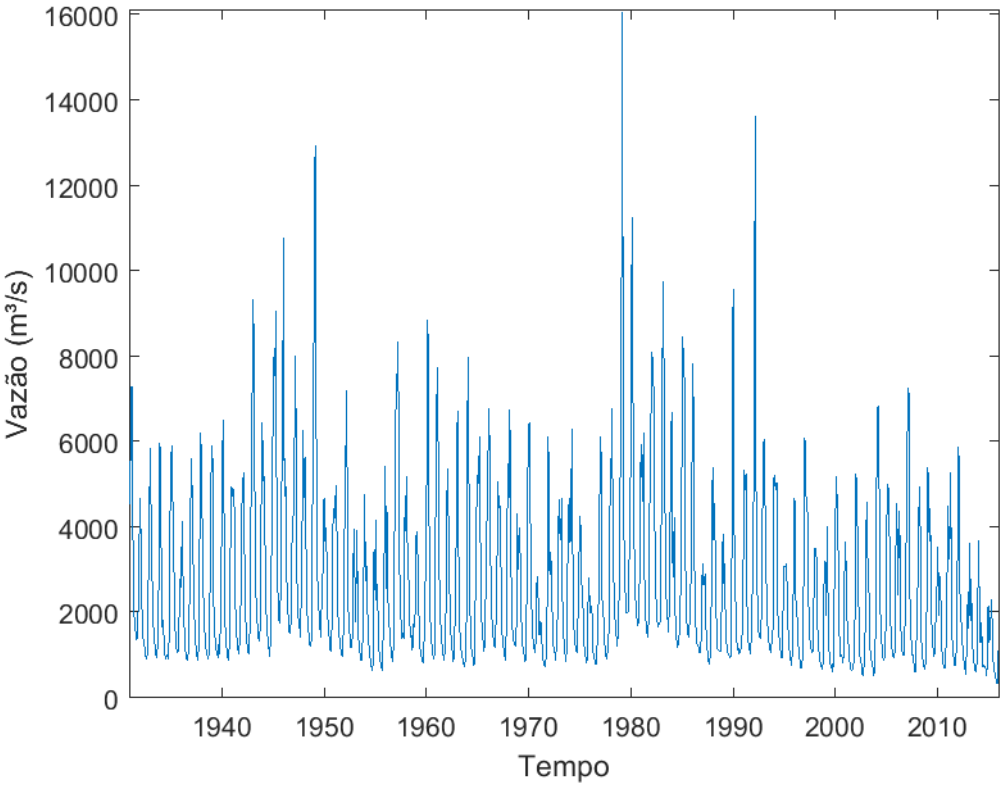


Figura 3.14 – Hidrograma das vazões naturais médias mensais afluentes ao reservatório de Itaparica (1931 – 2015).

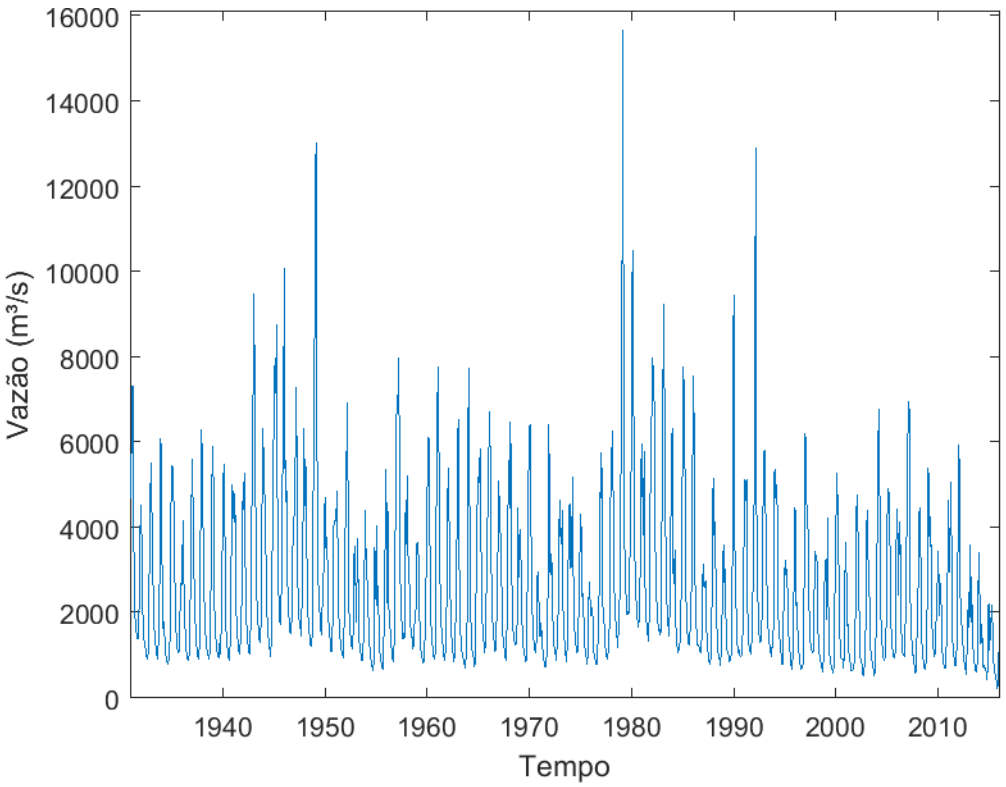


Figura 3.15 – Hidrograma das vazões naturais médias mensais afluentes ao reservatório de Sobradinho (1931 – 2015).

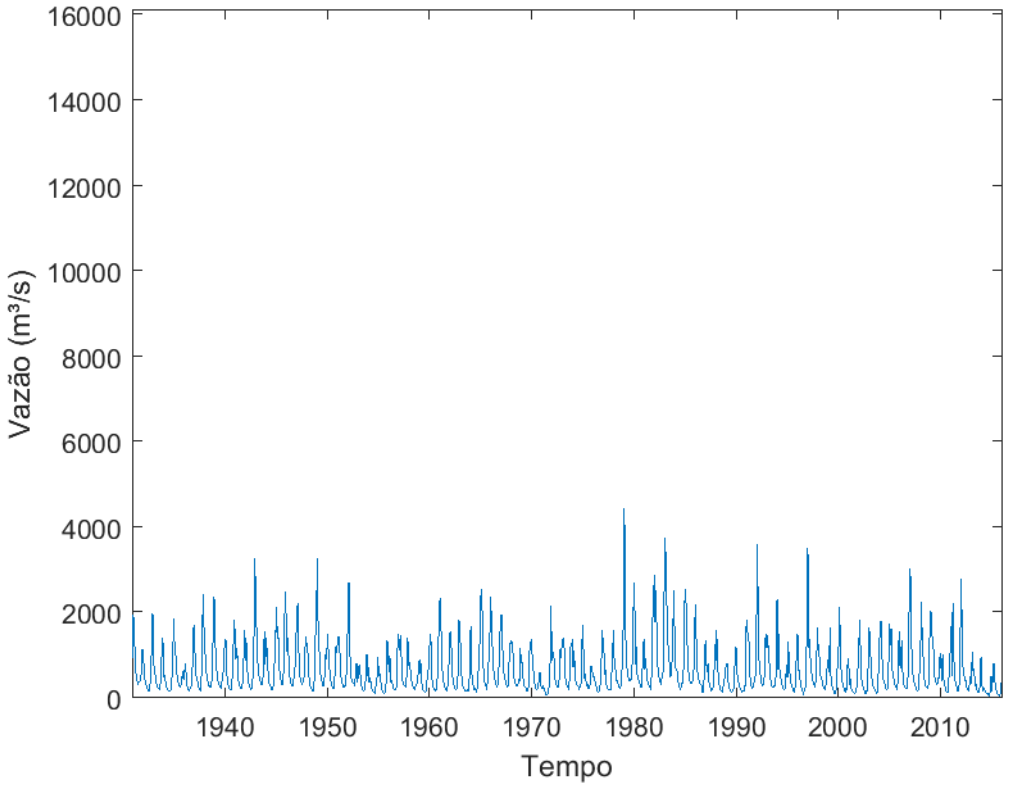


Figura 3.16 – Hidrograma das vazões naturais médias mensais afluentes ao reservatório de Três Marias (1931 – 2015).

Tabela 3.2 – Análise estatística dos dados das vazões naturais médias mensais (m³/s) afluentes aos principais reservatórios do Rio São Francisco (1931 – 2015)

Índices Estatísticos	Três Marias	Sobradinho	Itaparica	Moxotó	Paulo Afonso	Xingó
Média	677	2606	2686	2702	2687	2702
Moda	304	905	1255	1059	1255	851
Mediana	444	1864	1883	1899	1880	1899
Média Harmônica	355	1637	1680	1691	1682	1691
Soma	690848	2658226	2740099	2756397	2741022	2756181
Amplitude	4395	15449	15725	15766	15733	15766
Mínimo	40	227	344	336	336	336
Máximo	4435	15676	16069	16102	16069	16102
Primeiro Quartil	267	1161	1188	1199	1190	1199
Terceiro Quartil	920	3665	3813	3810	3813	3810
Amplitude Inter-Quartis	653	2504	2626	2611	2623	2611
Desvio Absoluto Médio	453	1520	1586	1594	1587	1594
Variância	360553	3767840	4085113	4122368	4085750	4122565
Desvio Padrão	600	1941	2021	2030	2021	2030
Coeficiente de Variação	0,89	0,74	0,75	0,75	0,75	0,75
Coeficiente de Assimetria	1,87	1,67	1,65	1,66	1,65	1,66
Coeficiente de Curtose	4,43	4,13	3,92	3,98	3,92	3,98
Excesso de Curtose	1,43	1,13	0,92	0,98	0,92	0,98

Os valores da Tabela 3.2 também mostram que o reservatório de Três Marias apresenta taxas de escoamento muito diferentes quando comparado aos outros reservatórios dentro da bacia, com uma média de 677 m³/s, uma vazão máxima de 4435 m³/s, uma vazão mínima de 40 m³/s, uma mediana de 444 m³/s e um desvio padrão igual a 600 m³/s, enquanto que para os outros reservatórios a vazão média mensal varia de 2606 a 2702 m³/s, a vazão mínima varia de 227 a 344 m³/s e a vazão máxima varia de 15676 a 16102 m³/s.

A Figura 3.17 mostra o diagrama *boxplot* comparativo, no qual pode ser observado que para os dados da vazão de Três Marias, 50% as vazões variam de 267 a 920 m³/s, enquanto que para os outros reservatórios, 50% das vazões variam de 1.100 a 3.800 m³/s. A distribuição desses dados é assimétrica, uma vez que a mediana (linha vermelha) não está no centro do intervalo interquartílico (quadrado azul). Note-se que do reservatório de Três Marias ao reservatório de Sobradinho esta variação está aumentando e permanece constante com pequenas flutuações até o reservatório de Xingó, que é o último reservatório a jusante da bacia do rio São Francisco.

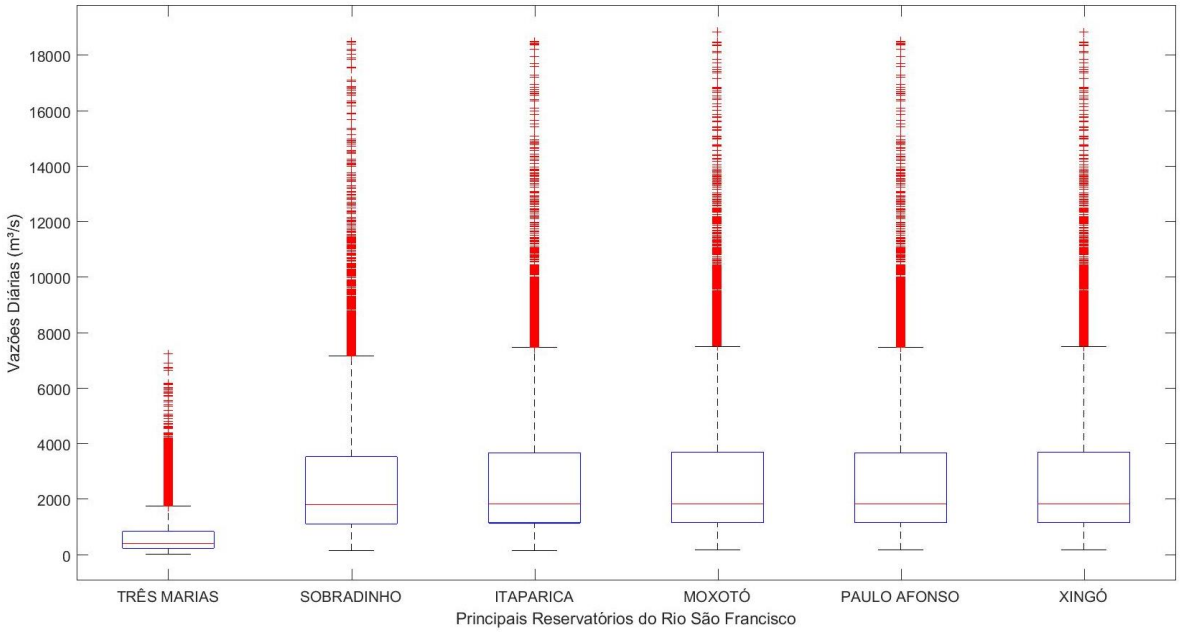


Figura 3.17 – Boxplot das vazões médias mensais dos principais reservatórios da bacia do rio São Francisco (1931–2015).

3.3.3. Anuais

Na Figura 3.18, pode ser visualizado o hidrograma anual do reservatório de Xingó no período de 1931 a 2015. E nas Figuras 3.19 a 3.23, podem ser observados os hidrogramas anuais do mesmo período para os reservatórios a montante (Paulo Afonso, Moxotó, Itaparica, Sobradinho e Três Marias). Com posse desses dados, é possível realizar tamém uma vasta análise estatística descritiva destas vazões para os seis reservatórios, conforme pode ser observado na Tabela 3.3.

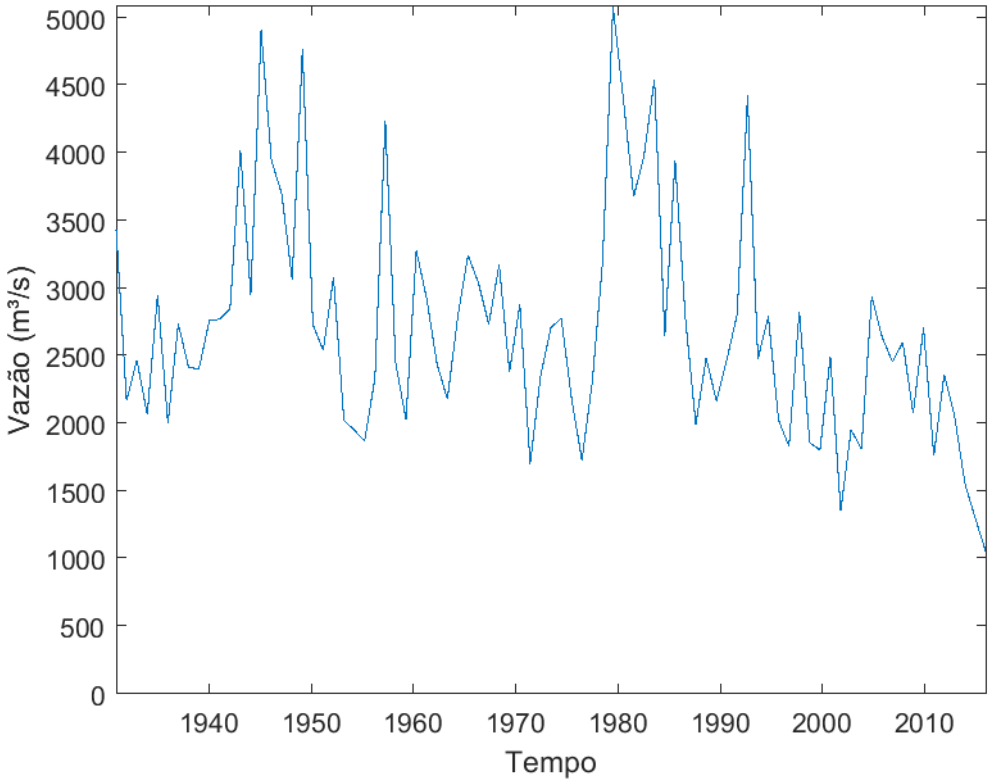


Figura 3.18 – Hidrograma das vazões naturais médias anuais afluentes ao reservatório de Xingó (1931 – 2015).

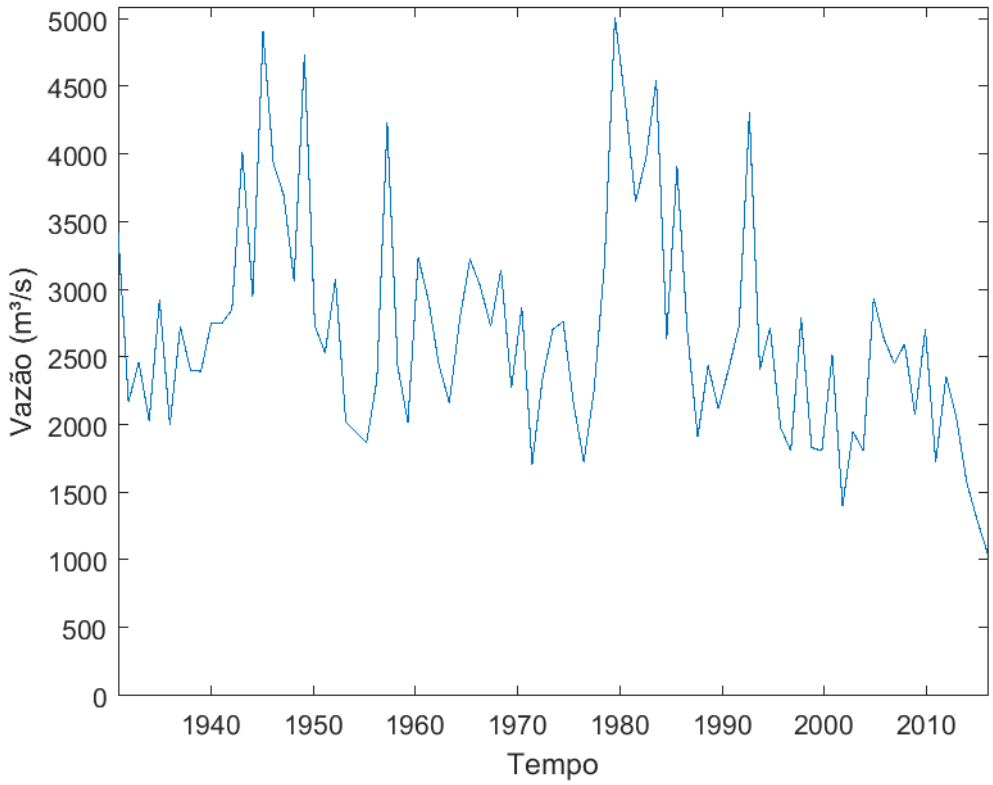


Figura 3.19 – Hidrograma das vazões naturais médias anuais afluentes ao reservatório de Paulo Afonso (1931 – 2015).

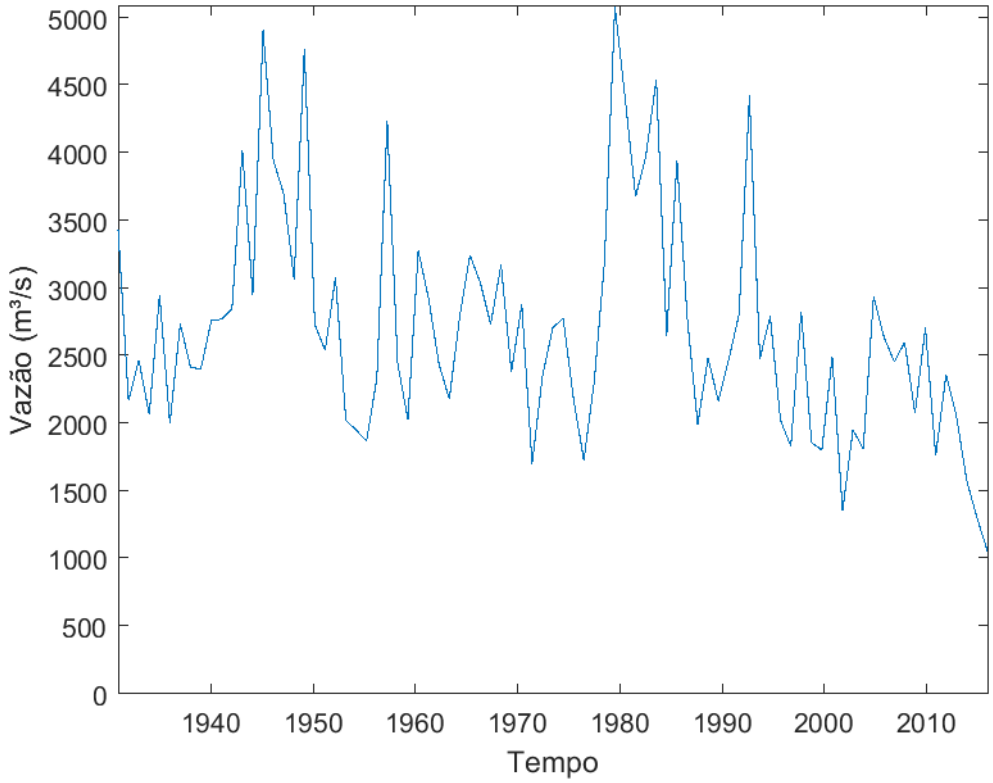


Figura 3.20 – Hidrograma das vazões naturais médias anuais afluentes ao reservatório de Moxotó (1931 – 2015).

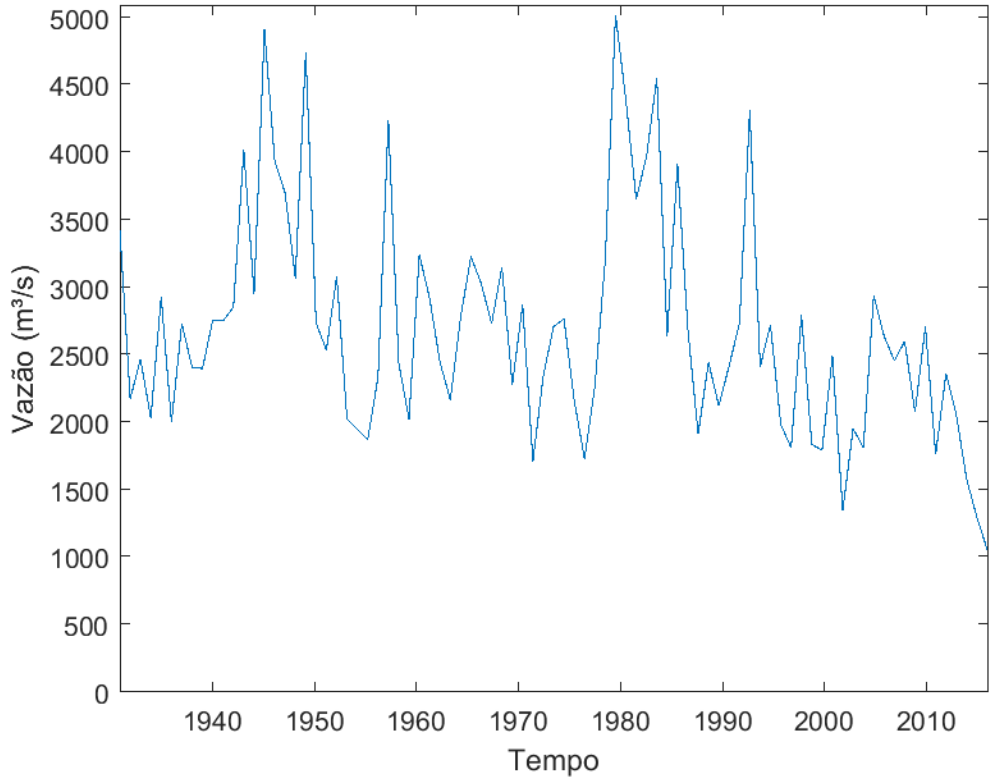


Figura 3.21 – Hidrograma das vazões naturais médias anuais afluentes ao reservatório de Itaparica (1931 – 2015).

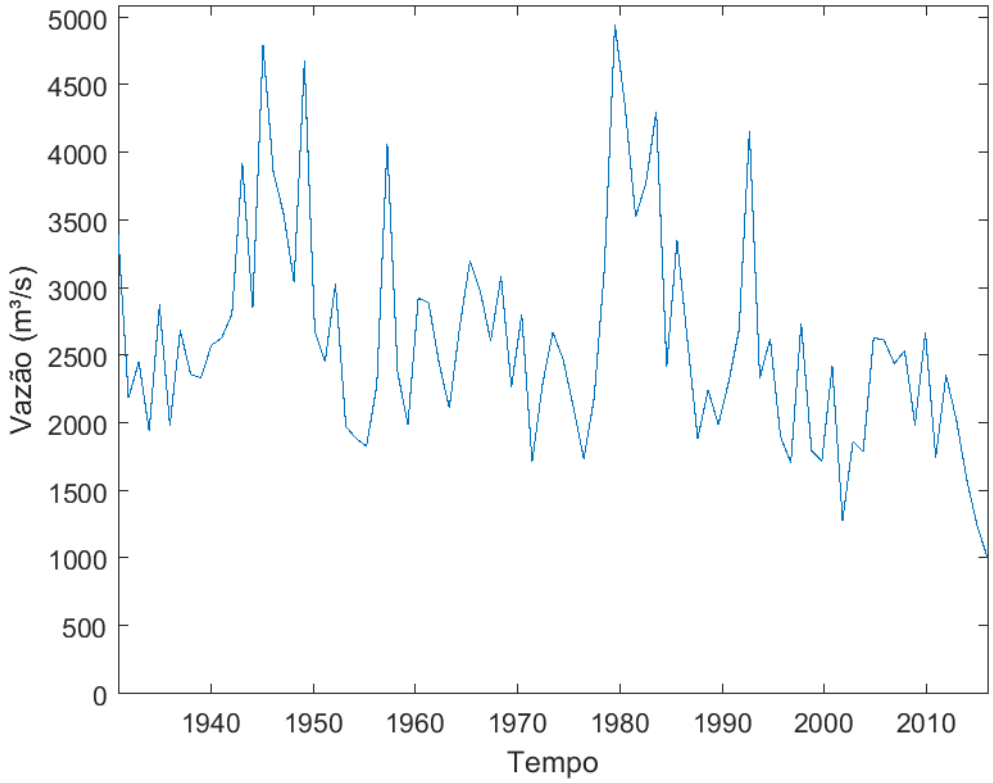


Figura 3.22 – Hidrograma das vazões naturais médias anuais afluentes ao reservatório de Sobradinho (1931 – 2015).

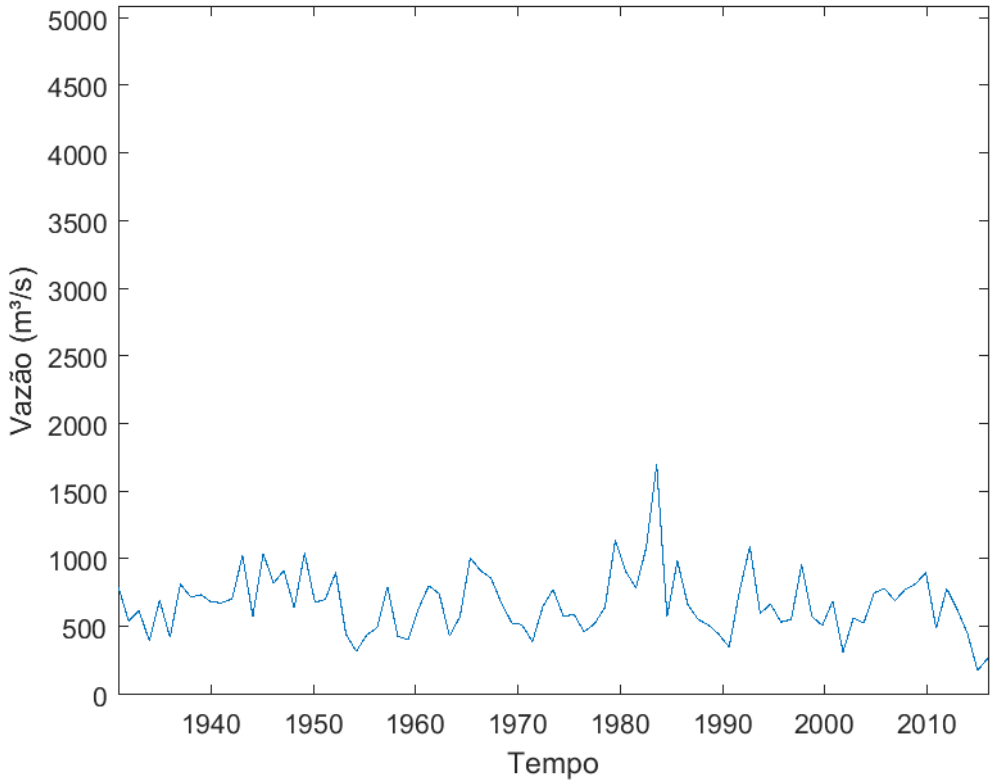


Figura 3.23 – Hidrograma das vazões naturais médias anuais afluentes ao reservatório de Três Marias (1931 – 2015).

Tabela 3.3 – Análise estatística dos dados das vazões naturais médias anuais (m³/s) afluentes aos principais reservatórios do Rio São Francisco (1931 – 2015)

Índices Estatísticos	Três Marias	Sobradinho	Itaparica	Moxotó	Paulo Afonso	Xingó
Média	677	2606	2686	2702	2687	2702
Moda	577	—	2443	2023	2443	2023
Mediana	668	2457	2599	2599	2599	2599
Média Harmônica	597	2382	2453	2468	2455	2467
Soma	57573	221523	228346	229703	228422	229684
Amplitude	1523	3946	3966	4026	3964	4026
Mínimo	179	1006	1053	1055	1055	1055
Máximo	1702	4952	5019	5081	5019	5081
Primeiro Quartil	526	1991	2073	2073	2073	2073
Terceiro Quartil	798	2892	2952	2952	2952	2952
Amplitude Inter-Quartis	272	901	879	879	879	879
Desvio Absoluto Médio	176	595	620	622	619	622
Variância	54806	645282	692684	698042	690901	698556
Desvio Padrão	234	803	832	835	831	836
Coeficiente de Variação	0,35	0,31	0,31	0,31	0,31	0,31
Coeficiente de Assimetria	1,05	0,93	0,89	0,89	0,90	0,89
Coeficiente de Curtose	3,23	0,90	0,67	0,70	0,67	0,70
Excesso de Curtose	0,23	-2,10	-2,33	-2,30	-2,33	-2,30

O reservatório de Xingó apresenta uma vazão anual média de 2702 m³/s, uma vazão máxima de 5081 m³/s e uma vazão mínima de 1055 m³/s, enquanto que o reservatório de Três Marias apresenta taxas de escoamento muito diferentes quando comparado a este reservatório bem como aos demais reservatórios desta bacia, *e.g.*, a vazão média anual é de 677m³/s, já a vazão mínima e máxima são de 179 m³/s e 1702 m³/s, respectivamente, possuindo um desvio padrão igual a 234 m³/s, enquanto que para os outros reservatórios, este índice estatístico é da ordem de 800 m³/s. Esse comportamento pode ser comprovado na Figura 3.24 que apresenta o diagrama *boxplot* comparativo, no qual pode ser observado que para os dados de vazão anual de Três Marias, 50% as vazões variam de 526 a 798 m³/s, já para os dados de vazão anual de Sobradinho, 50% as vazões variam de 1991 a 2892 m³/s, enquanto que para os outros reservatórios, 50% das vazões variam exatamente 2073 a 2952 m³/s. A distribuição desses dados é quase simétrica, uma vez que a mediana (linha vermelha) está quase no centro do intervalo interquartílico (quadrado azul). Note-se que do reservatório de Três Marias ao reservatório de Sobradinho esta variação tem um grande

aumento, do reservatório de Sobradinho para o de Itaparica sobre um pequeno aumento, em seguida permanece constante até o reservatório de Xingó, que é o último reservatório a jusante da bacia do rio São Francisco.

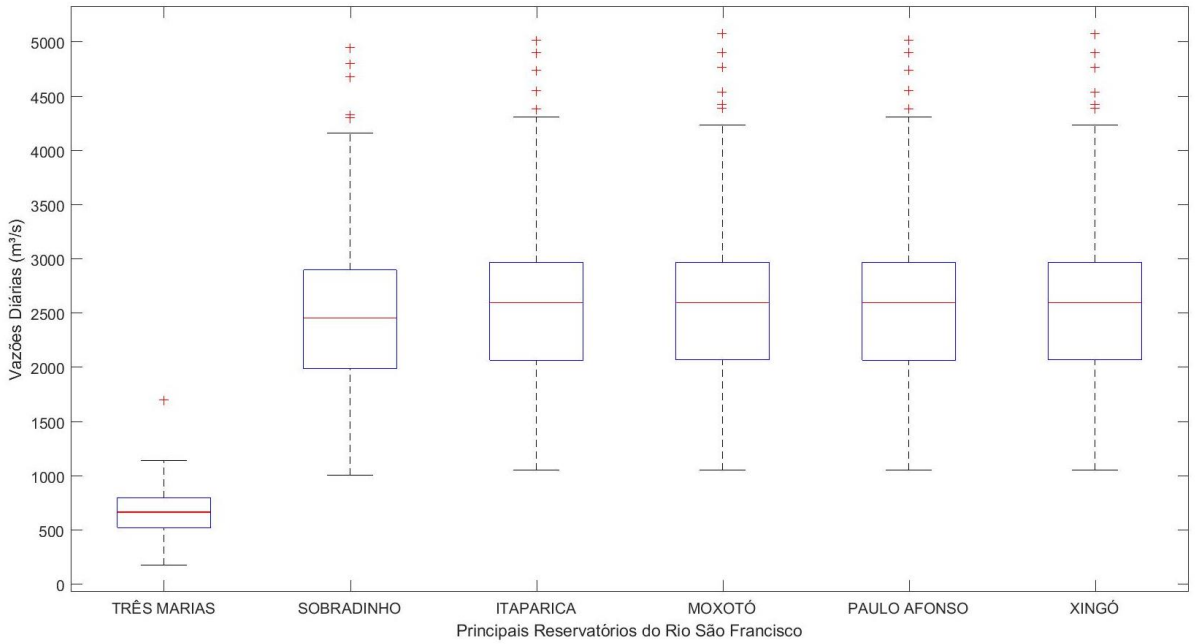


Figura 3.24 – *Boxplot* das vazões médias anuais dos principais reservatórios da bacia do rio São Francisco (1931–2015).

3.4. Descrição dos dados de precipitação

Devido à forma e extensão da bacia hidrográfica do rio São Francisco, optou-se por incluir como dados de entrada nas RNAs a precipitação média da sua cabeceira. Os dados de precipitação foram obtidos do produto 3B42 do satélite da missão *Tropical Rainfall Measuring Mission* (TRMM), que é uma missão conjunta entre duas importantes agências espaciais, *i.e.*, a NASA (*National Aeronautics and Space Administration*) e a JAXA (*Japan Aerospace Exploration Agency*). Esta missão foi projetada para medir as chuvas para pesquisas climáticas e meteorológicas. Cobrindo as regiões tropicais e subtropicais da Terra, o TRMM fornece informações necessárias sobre a precipitação, e tem sido muito útil para vários estudos, *e.g.*, Plouffe *et al.* (2015) e Teng *et al.* (2016). Os registros diários de precipitação foram obtidos a cada 0,25° de 46,75 ° W a 43,75 ° W e de 21,00 ° S a 18,00 ° S (169 séries temporais, *i.e.*, 13 linhas × 13 colunas), representando a sub-bacia do Alto São Francisco, onde se localiza o reservatório de Três Marias.

Esta é uma área estratégica para a gestão de recursos hídricos no Brasil. Localiza-se na parte alta da bacia do rio São Francisco, possui uma área de 49 574 km², maior que vários países, *e.g.*, Dinamarca, Holanda, Eslováquia e Suíça, e duas estações distintas: uma estação chuvosa – de outubro a março, quando cai mais de 85% da precipitação anual, e uma estação seca – abril a setembro. Na parte centro-oeste, a precipitação anual pode ser em torno de 2000 mm, enquanto na parte nordeste, a média anual de precipitação é entre 800 e 1000 mm.

Cada série temporal é composta de 6574 registros diários referentes ao período de 1 de janeiro de 1998 a 31 de dezembro de 2015, bem como 216 registros mensais e 18 registros anuais ambos referentes ao mesmo período. A Figura 3.25 representa a grade de pontos TRMM, contemplando toda a área da bacia hidrográfica do reservatório de Três Marias, onde foi utilizada a precipitação para a realização das previsões.

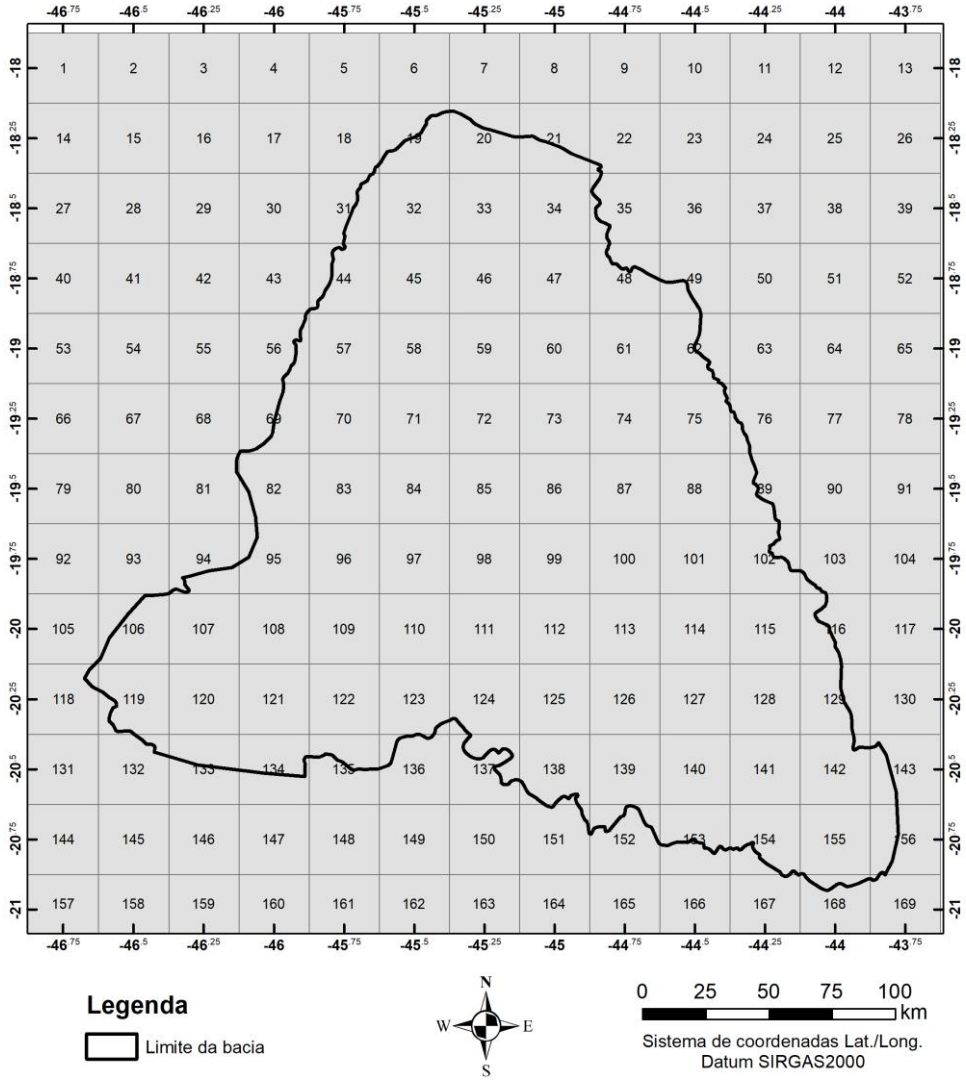


Figura 3.25 – Área da bacia hidrográfica do reservatório de Três Marias com os pontos de grade onde foram obtidos os dados de precipitação.

Os hietogramas diários, mensais e anuais, obtidos através da média de Thiessen para os 169 pontos da bacia do reservatório de Três Marias, podem ser observados nas Figuras 3.26 a 3.28, respectivamente. A Tabela 3.4 apresenta as estatísticas descritivas das alturas diárias, mensais e anuais de precipitação do TRMM na bacia do reservatório de Três Marias, o qual é o reservatório mais a montante da bacia do rio São Francisco.

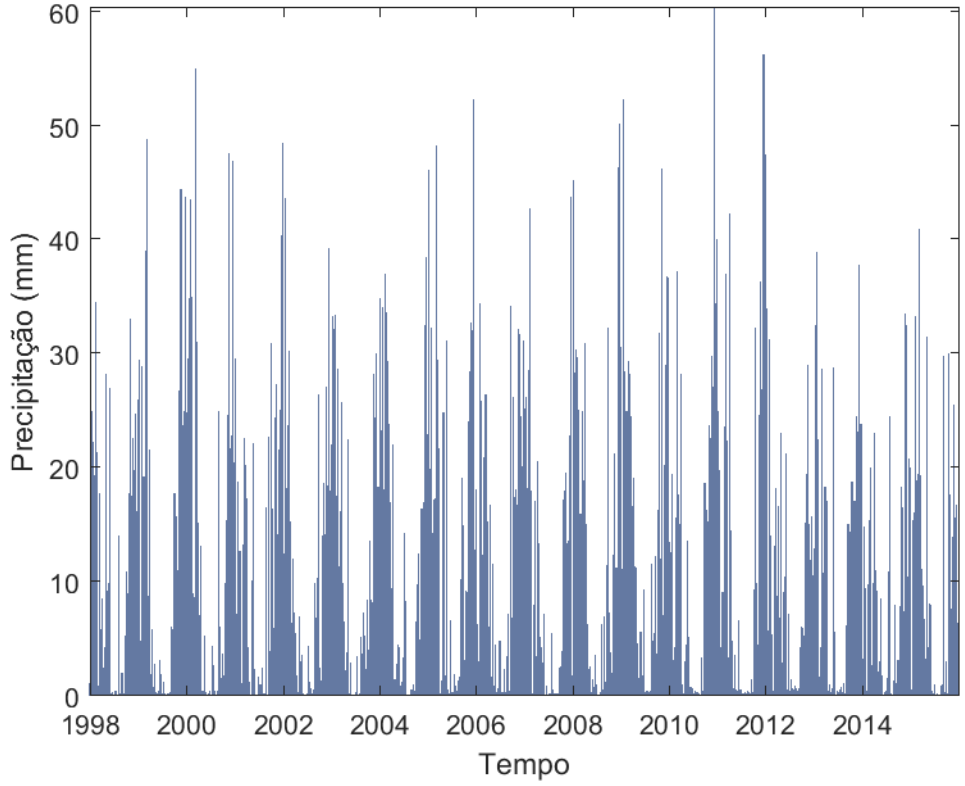


Figura 3.26 – Hietograma diário obtido através da média de Thiessen dos 169 pontos que formam a bacia do reservatório de Três Marias (1998 – 2015).

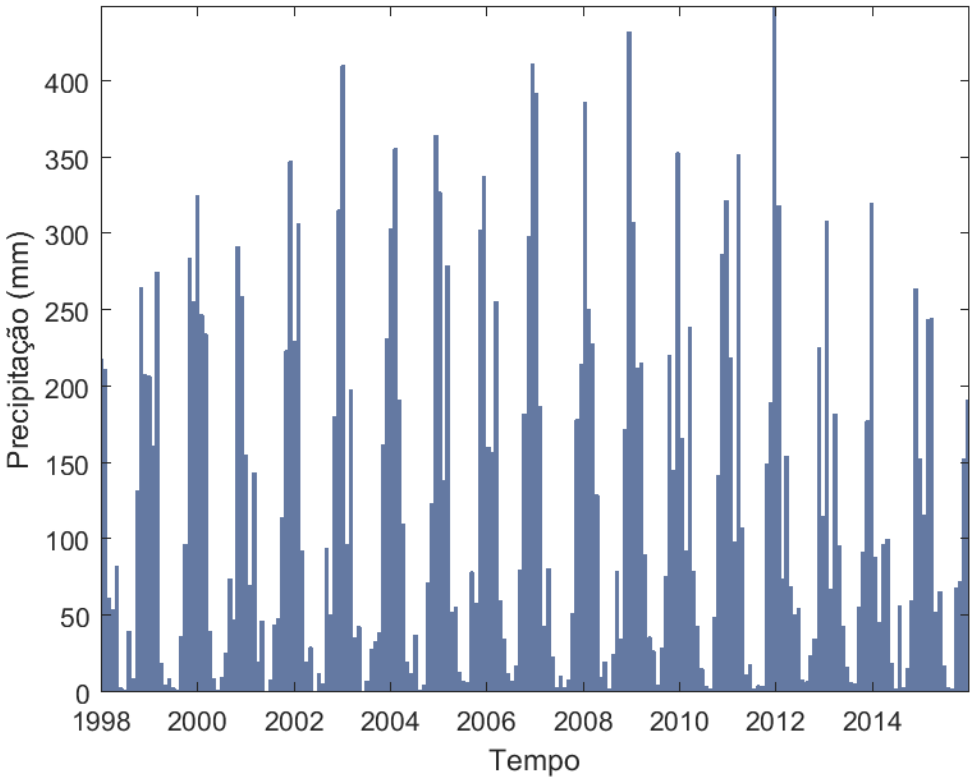


Figura 3.27 – Hietograma mensal obtido através da média de Thiessen dos 169 pontos que formam a bacia do reservatório de Três Marias (1998 – 2015).

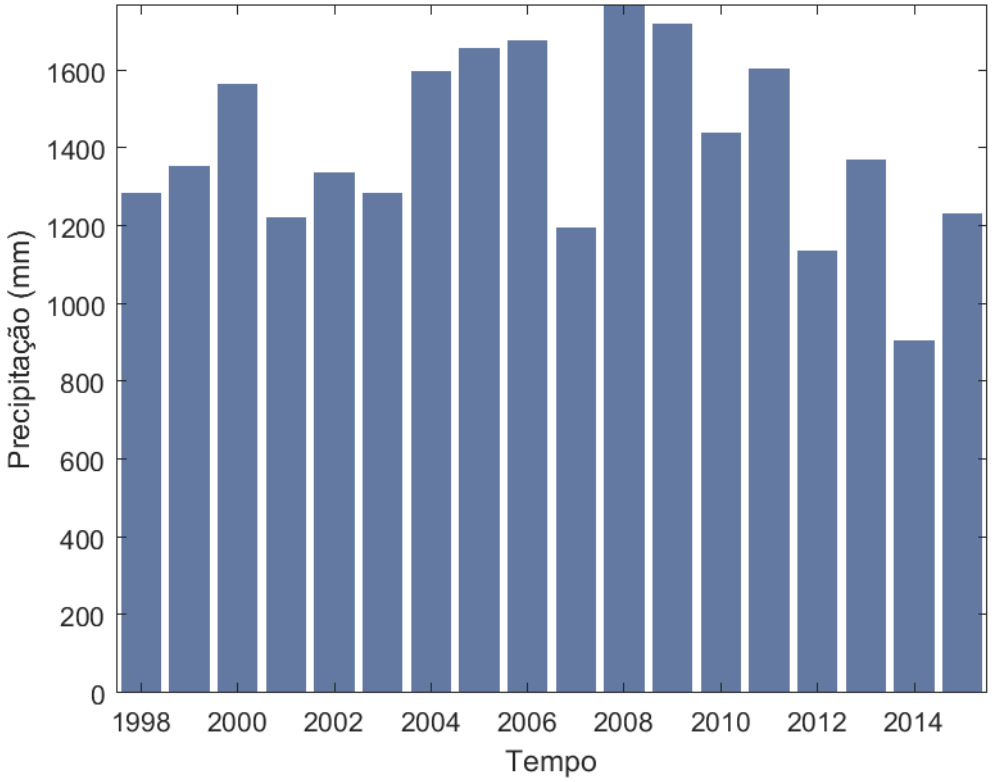


Figura 3.28 – Hietograma anual obtido através da média de Thiessen dos 169 pontos que formam a bacia do reservatório de Três Marias (1998 – 2015).

Tabela 3.4 – Análise estatística dos dados precipitação (mm) diários, mensais e anuais obtidos através do TRMM, através da média de Thiessen para os 169 pontos da bacia do reservatório de Três Marias (1998 – 2015)

Índices Estatísticos	Diário		Mensal		Anual	
Média	3,85	mm	117,18	mm	1406,17	mm
Moda	0,00	mm	-	mm	-	mm
Mediana	0,33	mm	73,28	mm	1359,87	mm
Média Harmônica	0,00	mm	9,78	mm	1366,05	mm
Soma	25311,00	mm	25311,00	mm	25311,00	mm
Amplitude	60,30	mm	448,03	mm	865,00	mm
Mínimo	0,00	mm	0,32	mm	901,87	mm
Máximo	60,30	mm	448,34	mm	1766,88	mm
Primeiro Quartil	0,04	mm	19,13	mm	1242,81	mm
Terceiro Quartil	4,33	mm	200,11	mm	1600,98	mm
Amplitude Inter-Quartis	4,29	mm	180,97	mm	358,16	mm
Desvio Absoluto Médio	4,87	mm	97,44	mm	195,86	mm
Variância	51,52	mm²	13227,03	mm²	55313,41	mm²
Desvio Padrão	7,18	mm	115,01	mm	235,19	mm
Coeficiente de Variação	1,86		0,98		0,17	
Coeficiente de Assimetria	2,79		0,92		-0,23	
Coeficiente de Curtose	9,37		-0,23		-0,50	
Excesso de Curtose	6,37		-3,23		-3,50	

3.5. Análise dos dados ao longo do tempo

A fim de se analisar a periodicidade das vazões bem como das precipitações ao longo do tempo, utilizou-se a transformada *wavelet* contínua. Segundo Barbosa & Blitzkow (2008), a *wavelet*-mãe de Morlet permite estudar mudanças de amplitude e de fase e ajuda a capturar o comportamento oscilatório dos dados, refere-se à família de *wavelets* complexas não-ortogonais, que consiste em uma onda modulada por uma gaussiana, representada pela equação:

$$\Psi(t) = \pi^{-0,25} e^{-iw_0 t - e^{-1/2 w_0^2}} e^{-1/2 t^2} \tag{3.1}$$

onde $\Psi(t)$ é o valor da *wavelet* para um parâmetro não-adimensional; w_0 é a frequência, *i.e.*, fornece o número de oscilações dentro da própria *wavelet*; t é o período ou escala temporal de

análise (adimensional). Segundo Torrence & Compo (1998), adota-se $w_0 = 6$ para satisfazer a condição de admissibilidade, significando este valor que os erros devidos às médias não iguais a zero, são menores que os erros típicos de arredondamento.

A *wavelet*-mãe de Morlet é capaz de decompor e descrever a função $f(t)$ no domínio da frequência, de forma que se pode analisar esta função em diferentes escalas de frequência e de tempo. A Equação (3.2) mostra a transformada *wavelet* da função $f(t)$, utilizando-se a *wavelet*-mãe de Morlet (Equação 3.3).

$$W_{j,k}\left(\frac{t-k}{j}\right) = \frac{\pi^{-1/4}}{\sqrt{j}} \int_{t=-\infty}^{+\infty} f(t) e^{iw_0\left(\frac{t-k}{j}\right)} e^{-1/2\left(\frac{t-k}{j}\right)^2} dt \tag{3.2}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \Psi_0(t) dt = 0 \tag{3.3}$$

É importante notar que foi aplicado o complexo conjugado da função $\psi_0(t)$, possibilitando assim a utilização da propriedade que relaciona a convolução e a Transformada de Fourier (entre a função $f(t)$ e a exponencial). Em geral, esta propriedade torna-se mais vantajosa em virtude da convolução ser de aplicação muito mais complexa e trabalhosa do que o produto da Transformada de Fourier de duas funções, como é mostrado na Equação (3.4).

$$[f(x) \otimes g(x)](t) = F(w)G(w) \tag{3.4}$$

Com isso, usa-se este teorema para determinar as integrais das funções convoluídas, calculando-se o produto das Transformadas de Fourier das funções envolvidas (BARBOSA e BLITZKOW, 2008).

3.5.1. Espectro de potência *wavelet*

As Figuras 3.29a – 3.34a mostram a potência (valor absoluto ao quadrado) da transformada *wavelet* para as vazões diárias afluentes ao reservatório de Xingó, Paulo Afonso, Moxotó, Itaparica, Sobradinho e Três Marias apresentados nas Figuras 3.5 – 3.10. Como dito anteriormente, o (valor absoluto)² fornece informação sobre a potência relativa em uma certa escala e em um certo tempo. As Figuras 3.29a – 3.34a mostram as oscilações reais das *wavelets* individuais, ao invés de apenas a sua magnitude. Observando estas figuras, é notório que há mais concentração de potência na banda 256–512-dias, o que mostra que essas séries temporais tem um sinal anual forte. A potência média na banda 256–512-dias também mostra os anos secos e úmidos; *i.e.*, quando a potência diminui consideravelmente nesta banda, o que

significa um ano seco e quando a potência é máxima significa um ano úmido. Isto também pode ser confirmado pelas Figuras 3.29c – 3.34c.

A área hachurada nas Figuras 3.29a – 3.34a é o cone de influência, onde o preenchimento com zeros reduziu a variância. Como se trata de séries temporais finitas, erros ocorrerão no início e no fim do espectro de potência *wavelet*. Uma solução seria preencher o final da série com zeros antes de aplicar a transformada *wavelet* e depois removê-los. Aqui as séries temporais foram preenchidas com zeros o suficiente para levar o seu comprimento até a próxima potência de 2, limitando o efeito de bordas e aumentando a velocidade do cálculo da transformada Fourier. Este preenchimento com zeros introduz descontinuidades no final e diminui a amplitude próxima às bordas à medida que vai para as escalas maiores, já que mais zeros entram na análise. O cone de influência é a região do espectro de potência da *wavelet* na qual o efeito de bordas se torna importante e é definido como o tempo de envelopamento (*e-folding time*) para a autocorrelação da potência da *wavelet* em cada escala. Os picos nestas regiões foram presumidamente reduzidos em sua magnitude devido ao preenchimento com zeros. Assim, não é claro se a diminuição em qualquer banda de potência nesta área hachurada é uma diminuição real na variância ou um artefato do preenchimento.

O contorno em preto nas mesmas figuras é o nível de significância de 5%, usando um espectro de fundo do tipo ruído vermelho. Muitas séries temporais geofísicas podem ser modeladas como ruído branco ou ruído vermelho. Um modelo simples para ruído vermelho é um processo autoregressivo univariado lag-1. O lag-1 é a correlação entre a série temporal e ela mesmo, mas deslocada de uma unidade de tempo. No presente caso, seria um deslocamento de um dia. O lag-1 mede a persistência de uma anomalia de um dia para o próximo. O lag-1 verdadeiro α pode ser calculado através de uma aproximação usando $\alpha = (\alpha_1+\alpha_2^{1/2})/2$, onde α_1 é a autocorrelação lag-1 e α_2 é a autocorrelação lag-2, que é o mesmo que lag-1 sendo que deslocado de 2 pontos ao invés de 1, *e.g.* a série de vazões diárias do reservatório de Xingó (Figura 3.4) e do reservatório de Moxotó (Figura 3.6) mostram um $\alpha_1 = 0{,}9974$ e $\alpha_2 = 0{,}9920$, o lag-1 verdadeiro α é assumido como sendo 0,99699 (Figura 3.29a e Figura 3.31a), já as vazões diárias do reservatório de Paulo Afonso (Figura 3.5) e do reservatório de Itaparica (Figura 3.7) mostram um $\alpha_1 = 0{,}9974$ e $\alpha_2 = 0{,}9920$, o lag-1 verdadeiro α é assumido como sendo 0,99699 (Figura 3.30a) e 0,99698 (Figura 3.32), respectivamente. No reservatório de Sobradinho, as vazões diárias (Figura 3.8), mosta um $\alpha_1 = 0{,}9986$ e $\alpha_2 = 0{,}9943$, o lag-1 verdadeiro α é assumido como sendo 0,99793 (Figura 3.33a), enquanto que no reservatório de Três Marias, as vazões diárias (Figura 3.9),

mostra um α_1 = 0,9785e α_2 = 0,9482, o lag-1 verdadeiro α é assumido como sendo 0,97614 (Figura 3.34a).

A hipótese nula é definida para o espectro de potência da *wavelet* como assumindo que a série temporal tem um espectro de potência médio; se um pico no espectro de potência da *wavelet* estiver significativamente acima deste espectro de fundo, então pode ser assumido que seja uma característica verdadeira com certo percentual de confiança. Por definição, "nível de significância de 5%" é equivalente a "nível de confiança de 95%", e implica em um teste contra certo nível de fundo, enquanto o "intervalo de confiança de 95%" refere à abrangência de confiança em cima do valor dado. A confiança de 95% implica que 5% da potência da *wavelet* deve estar acima deste nível.

3.5.2. Espectro de potência global da *wavelet*

A frequência anual (periodicidade de 365 dias) desta série temporal é confirmada por uma integração da potência sobre o tempo (Figuras 3.29b – 3.34b), que mostram apenas um pico significante acima do nível de confiança de 95% no espectro de potência global, *i.e.* assumindo α = 0,99669 (Figuras 3.29b e 3.31b) ou α = 0,99699 (Figura 3.30b) ou α = 0,99698 (Figura 3.32b) ou α = 0,99793 (Figura 3.33b) ou α = 0,97614 (Figura 3.34b), as quais foram representadas pelas linhas tracejadas. Este espectro de potência global da *wavelet* fornece uma estimativa não tendenciosa e consistente do espectro de potência verdadeiro da série temporal, e assim ele é um meio simples e robusto para caracterizar a variabilidade das séries. Espectros de potência globais da *wavelet* podem ser usados para descrever a variabilidade da precipitação em hietogramas não-estacionários (Figura 3.35b). Para regiões que não mostrem mudanças a longo prazo nas estruturas do hidrogramas, espectro de potência globais da *wavelet* são úteis para sumarizar a variabilidade temporal da região e compará-la com a vazão em outras regiões. O formato do espectro de potência global da *wavelet* é controlado primariamente pela distribuição das escalas características e, dessa forma, poderia ser considerado um diagnóstico do regime hidroclimático, mesmo se tratando de uma ampla gama de tamanhos de bacias hidrográficas, porque uma diferença qualitativa clara poderia ser encontrada no espectro global da *wavelet* dos hidrogramas de regiões climáticas diferentes.

3.5.3. Séries temporal da escala média

A potência da escala média da *wavelet* (Figuras 3.29c – 3.34c) é uma série temporal da variância média em certa banda, neste caso na banda 256–512-dias, usada para examinar a modulação de uma série por outra, ou modulação de uma frequência por outra dentro da mesma série temporal. Estas figuras são feitas pela média do respectivo espectro de potência *wavelet* (Figuras 3.29a – 3.34a) sobre todas as escalas entre os dias 256 e 512, o que dá uma medida da variância média anual *versus* o tempo.

Na Figura 3.35a, pode ser observado o mesmo espectro de potência *wavelet* para os dados de precipitação no reservatório de Três Marias, os quais foram obtidos através da média de Thiessen para os 169 pontos, *i.e.*, a série de precipitações médias diárias no reservatório de Três Marias (Figura 3.26) mostra um $\alpha_1 = 0{,}5271$ e $\alpha_2 = 0{,}3379$, o lag-1 verdadeiro α é assumido como sendo 0,55418 (Figura 3.35a). A frequência anual (periodicidade de 365 dias) desta série temporal é confirmada por uma integração da potência sobre o tempo (Figura 3.35b), que mostra apenas um pico significante acima do nível de confiança de 95% no espectro de potência global, *i.e.* assumindo $\alpha = 0{,}55418$ (Figura 3.35b). A potência da escala média da *wavelet* pode ser observada na Figura 3.35c, a qual é a obtida pela média do respectivo espectro de potência *wavelet* (Figura 3.35a) sobre todas as escalas entre os dias 256 e 512, o que dá uma medida da variância média anual *versus* o tempo.

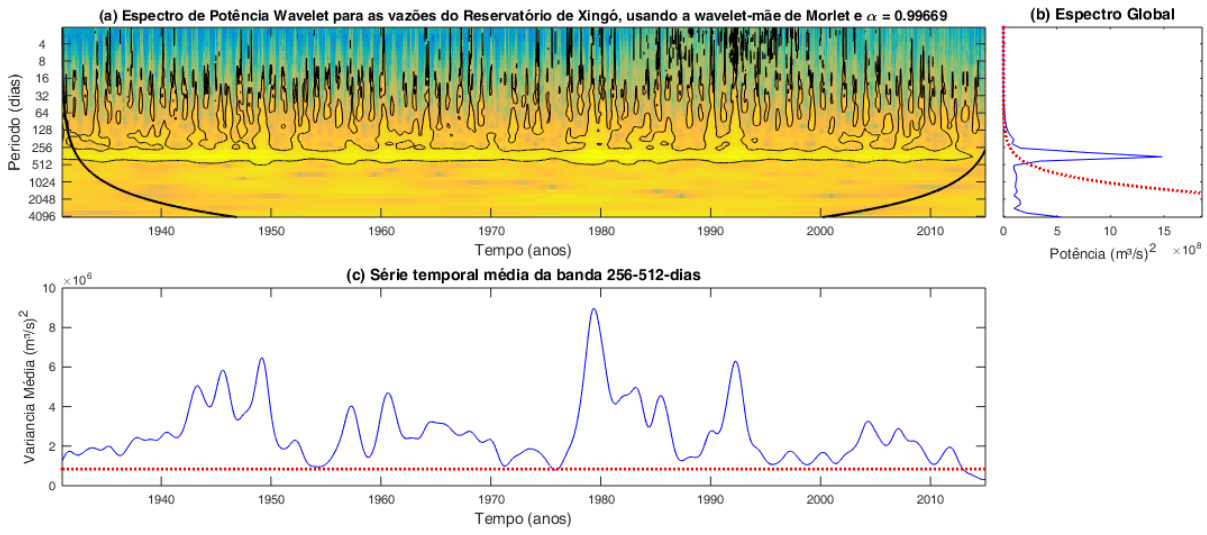


Figura 3.29 – (a) O espectro de potência usando a *wavelet*-mãe Morlet para as vazões diárias do reservatório de Xingó, onde os valores na escalar vertical aumentam da cor azul até o amarelo escuro. (b) O espectro global de potência da *wavelet*. A linha tracejada é o nível de 5% de significância para o espectro global, usando o espectro de fundo de ruído vermelho

(α = 0,99669). (c) Escala-média da potência da *wavelet* sobre a banda 256–512-dias. A linha tracejada é o nível de 95% de confiança assumindo o ruído vermelho.

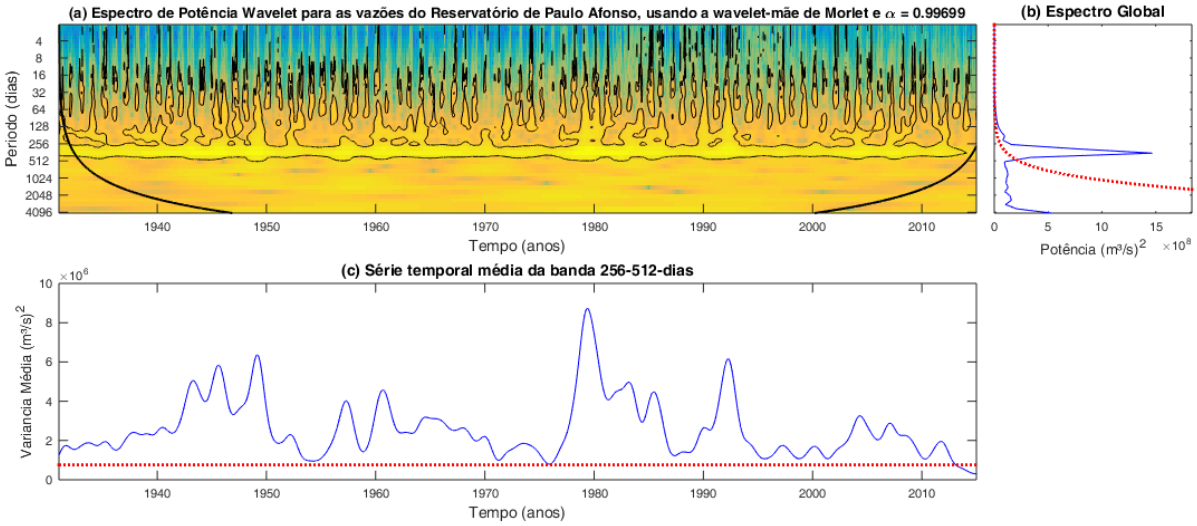


Figura 3.30 – (a) O espectro de potência usando a *wavelet*-mãe Morlet para as vazões diárias do reservatório de Paulo Afonso, onde os valores na escalar vertical aumentam da cor azul até o amarelo escuro. (b) O espectro global de potência da *wavelet*. A linha tracejada é o nível de 5% de significância para o espectro global, usando o espectro de fundo de ruído vermelho (α = 0,99699). (c) Escala-média da potência da *wavelet* sobre a banda 256–512-dias. A linha tracejada é o nível de 95% de confiança assumindo o ruído vermelho.

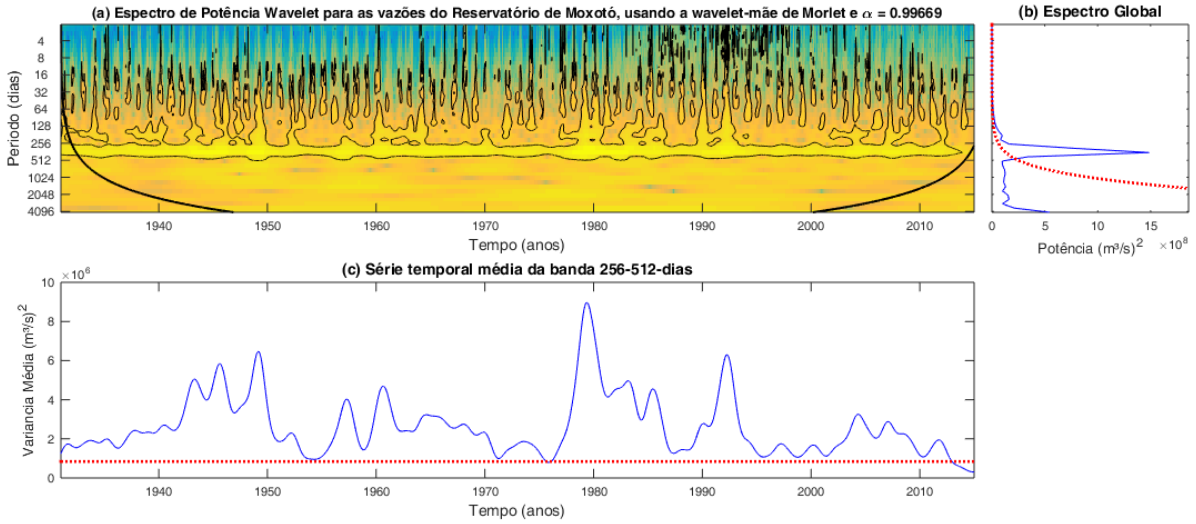


Figura 3.31 – (a) O espectro de potência usando a *wavelet*-mãe Morlet para as vazões diárias do reservatório de Moxotó, onde os valores na escalar vertical aumentam da cor azul até o amarelo escuro. (b) O espectro global de potência da *wavelet*. A linha tracejada é o nível de 5% de significância para o espectro global, usando o espectro de fundo de ruído vermelho

(α = 0,99669). (c) Escala-média da potência da *wavelet* sobre a banda 256–512-dias. A linha tracejada é o nível de 95% de confiança assumindo o ruído vermelho.

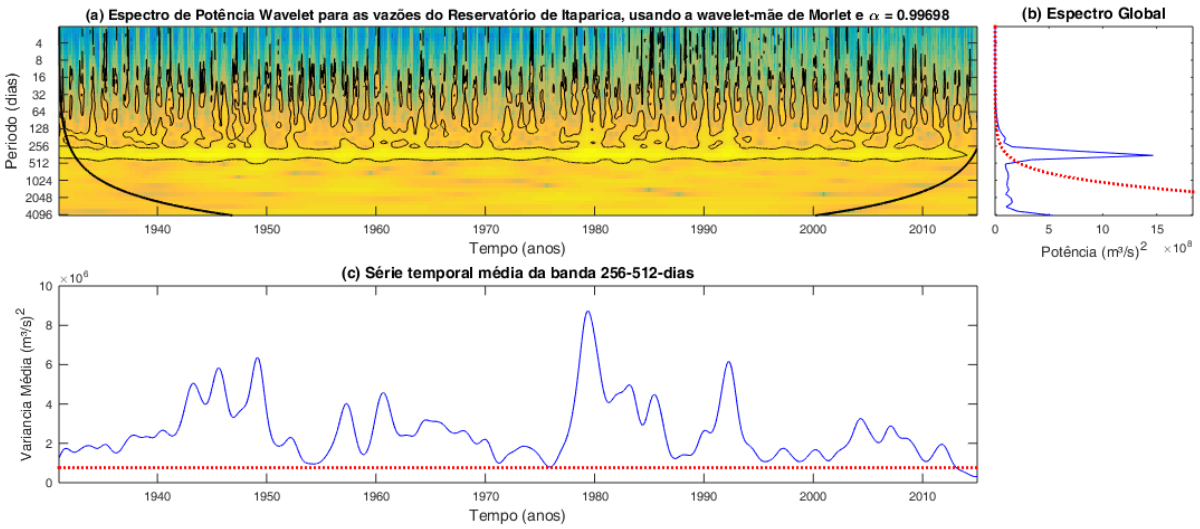


Figura 3.32 – (a) O espectro de potência usando a *wavelet*-mãe Morlet para as vazões diárias do reservatório de Itaparica, onde os valores na escalar vertical aumentam da cor azul até o amarelo escuro. (b) O espectro global de potência da *wavelet*. A linha tracejada é o nível de 5% de significância para o espectro global, usando o espectro de fundo de ruído vermelho (α = 0,99698). (c) Escala-média da potência da *wavelet* sobre a banda 256–512-dias. A linha tracejada é o nível de 95% de confiança assumindo o ruído vermelho.

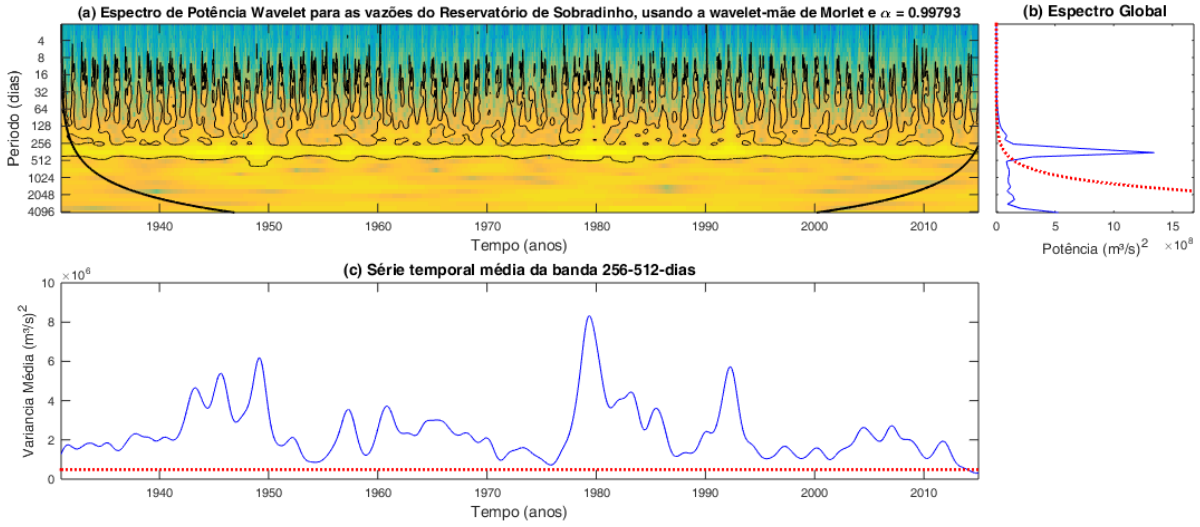


Figura 3.33 – (a) O espectro de potência usando a *wavelet*-mãe Morlet para as vazões diárias do reservatório de Sobradinho, onde os valores na escalar vertical aumentam da cor azul até o amarelo escuro. (b) O espectro global de potência da *wavelet*. A linha tracejada é o nível de 5% de significância para o espectro global, usando o espectro de fundo de ruído vermelho

(α = 0,99793). (c) Escala-média da potência da *wavelet* sobre a banda 256–512-dias. A linha tracejada é o nível de 95% de confiança assumindo o ruído vermelho.

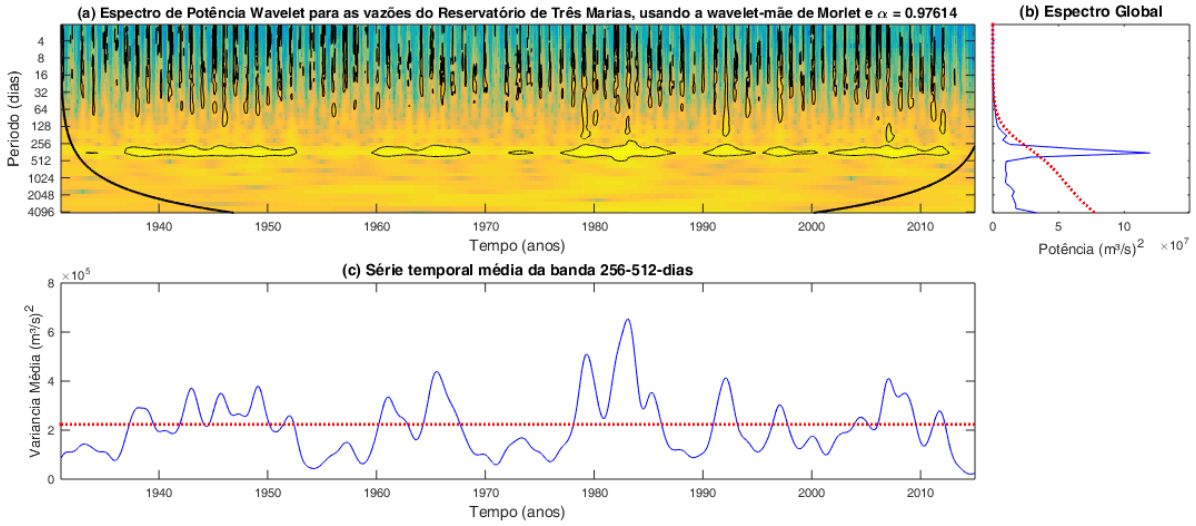


Figura 3.34 – (a) O espectro de potência usando a *wavelet*-mãe Morlet para as vazões diárias do reservatório de Três Marias, onde os valores na escalar vertical aumentam da cor azul até o amarelo escuro. (b) O espectro global de potência da *wavelet*. A linha tracejada é o nível de 5% de significância para o espectro global, usando o espectro de fundo de ruído vermelho (α = 0,97614). (c) Escala-média da potência da *wavelet* sobre a banda 256–512-dias. A linha tracejada é o nível de 95% de confiança assumindo o ruído vermelho.

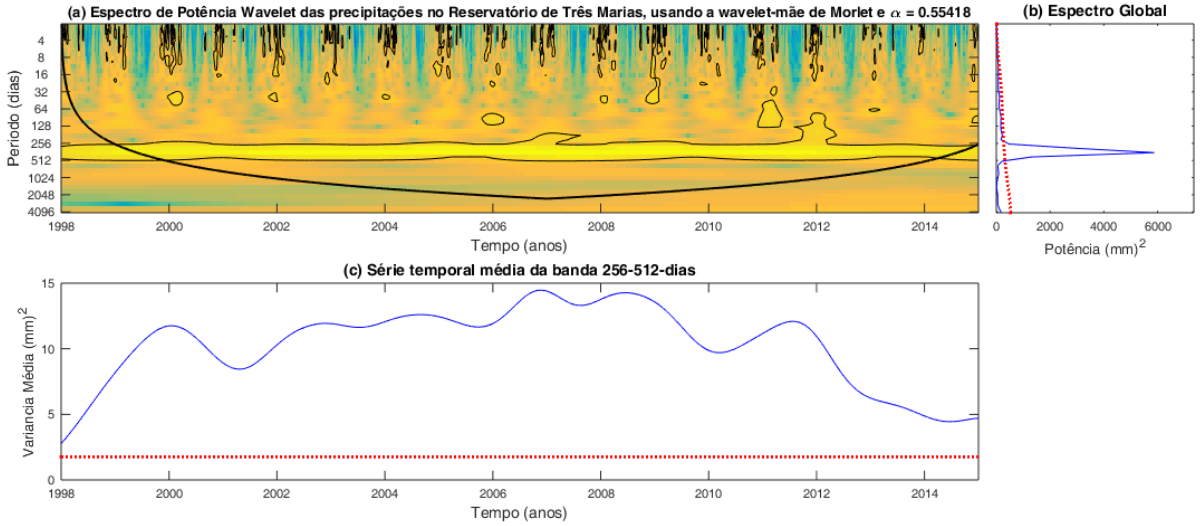


Figura 3.35 – (a) O espectro de potência usando a *wavelet*-mãe Morlet para as precipitações diárias, obtidos através da média de Thiessen para os 169 pontos da bacia do reservatório de Três Marias, onde os valores na escalar vertical aumentam da cor azul até o amarelo escuro. (b) O espectro global de potência da *wavelet*. A linha tracejada é o nível de 5% de

significância para o espectro global, usando o espectro de fundo de ruído vermelho (α = 0,55418). (c) Escala-média da potência da *wavelet* sobre a banda 256–512-dias. A linha tracejada é o nível de 95% de confiança assumindo o ruído vermelho.

3.6. Análise da correlação dos dados ao longo do tempo

A fim de se analisar a correlação das vazões dos reservatórios a montante de Xingó, bem como a correlação da precipitação no reservatório de Três Marias com a vazão de Xingó, utilizou-se a transformada wavelet cruzada.

3.6.1. *Wavelet* cruzada

A transformada *wavelet* cruzada mostra a covariabilidade da energia entre duas séries temporais e revela informações sobre a relação entre as fases das mesmas. Como na análise de Fourier, o espectro de energia das *wavelets* pode ser ampliado para analisar duas séries temporais, X_n e Y_n (Grinsted *et al.*, 2004). Considerado a forma contínua, a menos que seja previamente informado, é possível definir a transformada *wavelet* cruzada destas duas séries como $WXY = WXWY^*$, onde o asterisco denota o complexo conjugado; além disso, define-se o espectro de energia cruzado das *wavelet* como sendo $|W^{XY}|$. A distribuição teórica do espectro cruzado de energia de fundo das *wavelets* de duas séries temporais P_K^X e P_K^Y é definida em Torrence e Compo (1998) como:

$$D\left(\frac{\left|W_n^X(s)W_n^{Y^*}(s)\right|}{\sigma_X\sigma_Y} < p\right) = \frac{Z_v(p)}{v}\sqrt{P_k^X P_k^Y} \tag{3.5}$$

A equação acima mostra a distribuição teórica do espectro de energia da transformada *wavelet* cruzada de duas séries temporais de acordo com Torrence & Compo (1998). Dessa forma *Zv(p)* é o nível de confiança associado com a probabilidade *p*, para uma função de densidade de probabilidade definida pela raiz quadrada do produto de duas distribuições χ^2 (Qui-quadrado).

3.6.2. Ângulo de fase da transformada *wavelet* contínua

O conhecimento da diferença de fase entre duas séries temporais é de grande importância para quantificar e qualificar a relação entre elas em termos da propagação de seus ciclos de oscilação. Para isso, é necessário estimar a média e o intervalo de confiança da diferença de fase entre as séries, o que significa usar a média circular da fase sobre regiões

com significância estatística maiores que 5% e que esteja fora do cone de influência, quantificando a relação de fase, média circular, ou ângulo médio, de um conjunto de ângulos (a_i, com i variando de 1 a n) é definido de acordo com Zar (1999) da seguinte forma:

$$a_m = \arg(X, Y) \text{ com } X = \sum_{i=1}^{n} \cos(a_i) \quad \text{e} \quad Y = \sum_{i=1}^{n} \sin(a_i), \tag{3.6}$$

A *wavelet* cruzada revela áreas com alta potência comum. Outra medida útil é a coerência da transformada *wavelet*.

3.5.3 Coerência da transformada *wavelet*

Segundo Cazelles *et al*. (2008), a coerência da transformada *wavelet* é um coeficiente de correlação usado para quantificar o grau de relação linear entre duas séries não estacionárias em domínios de tempo e frequência. Torrence & Webster (1999) definiram a coerência da transformada *wavelet* entre duas séries temporais como:

$$R_n^2 = \frac{\left|S(s^{-1}W_n^{XY}(s)\right|^2}{S\left(s^{-1}\left|W_n^X(s)\right|^2\right).S(s^{-1}\left|W_n^Y(s)\right|^2} \tag{3.7}$$

onde, S é o operador de suavização.

Nota-se que a equação (3.7) é uma expressão semelhante ao tradicional coeficiente de correlação. Assim, a coerência da transformada *wavelet* é também a medida do coeficiente de correlação localizado em tempo-frequência. A definição de S se dá da seguinte forma:

$$S(W) = S_{escala}\left(S_{tempo}\left(W_n(s)\right)\right) \tag{3.8}$$

onde, S_{escala} denota a suavização ao longo da escala dos eixos das *wavelets* e S_{tempo} no tempo.

De acordo com Torrence & Webster (1999), um operador de suavização para a *wavelet*-mãe de Morlet é dado por (3.9) e por (3.10)

$$S_{tempo}(W)|_s = \left(W_n(s) \otimes c_1^{\frac{-t^2}{2s^2}}\right)\Big|_s \tag{3.9}$$

$$S_{tempo}(W)|_s = (W_n(s) \otimes c_2\Pi(0.6s))|_n \tag{3.10}$$

onde c_1 e c_2 são as constantes de normalização e Π é a função retângulo. O fator 0,6 é determinado empiricamente para a *wavelet* de Morlet de acordo com Torrence & Compo (1998).

Segundo Grinsted *et al*. (2004), ambas as convoluções são feitas discretamente e, portanto, os coeficientes de normalização são determinados numericamente. O nível de significância estatística da coerência da transformada *wavelet* é estimado usando o método de Monte Carlo ao nível de 95% de confiabilidade.

3.5.3 A Interpretação dos Vetores de Fase

Tanto na transformada *wavelet* cruzada quanto na coerência da transformada *wavelet*, pode-se ver a relação de fase entre as variáveis analisadas, através de vetores que determinam o atraso temporal de resposta de uma série em relação à outra, *i.e.*, a relação de fase entre ambas. Existem várias possibilidades de representação destes vetores de fase e que podem mostrar perfeitamente interações entre duas grandezas físicas como também a forma de oscilação entre elas. Todavia, estes vetores serão utilizados aqui para quantificar a relação de duas séries temporais a título de ilustração.

Uma análise minuciosa pode ser feita em períodos extremamente específicos e para cada ano. Para uma completa interpretação da diferença de fase entre as séries analisadas, deve-se seguir o diagrama da Figura 3.36 que mostra a forma de orientação dos vetores entre duas séries temporais.

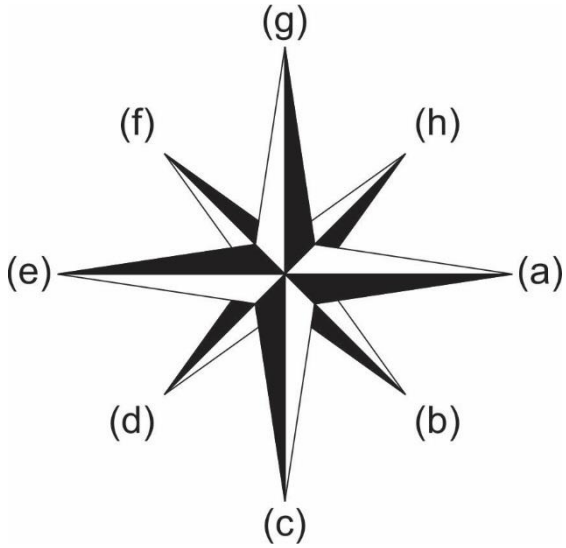


Figura 3.36 – Relação do ângulo de fase entre duas séries temporais.

O significado dos ângulos de fase relativo aos indicadores da Figura 3.36 é (a) série 1 e série 2 estão completamente em fase; (b) série 2 avançada 45º da série 1, *i.e.*, a série 1 responde em 1/8 do período; (c) série 2 avançada 90º da série 1, *i.e.*, a série 1 responde em 1/4 do período; (d) série 2 avançada 135º da série 1, *i.e.*, a série 1 responde em 3/8 do período; (e) série 1 e série 2 estão em fase completamente opostas; (f) série 2 defasada 225º da série 1, ou a série 1 avançada 135º da série 2, *i.e.*, a série 2 responde com 3/8 do período; (g) série 2 defasada 90º da série 1, *i.e.*, a série 2 responde em 1/4 do período; (h) série 2 defasada 45º da série 1, *i.e.*, a série 2 responde em 1/8 do período.

A análise de *wavelet* cruzada, Figuras 3.37, 3.39, 3.41, 3.43, 3.45, indica a covariância entre os espectros de potência das vazões dos reservatórios a montante (Paulo Afonso, Moxotó, Itaparica, Sobradinho e Três Marias, respectivamente) e a vazão do reservatório de Xingó. A Figura 3.47 indica a covariância entre os espectros de potência da precipitação em Três Marias e a vazão no reservatório de Xingó. Nas seis figuras (Figuras 3.37, 3.39, 3.41, 3.43, 3.45 e 3.47) os sinais variam de modo contínuo apresentando um ciclo de anual, ao longo da série. É possivel observar nas Figuras 3.37, 3.39, 3.41, 3.43 que no ciclo anual, os dois sinais encontram-se em fase ao longo de toda a série (1931 – 2015), com pequenas oscilações no período de 1975 – 1980. Na Figura 3.45, nota-se que no ciclo anual, a vazão em Xingó está avançada 45º da vazão em Três Marias, *i.e.*, a vazão em Três Marias responde em aproximadamente 45 dias ao longo de toda a série (1931 – 2015). A Figura 3.47 mostra que no ciclo anual, a vazão em Xingó também está avançada 45º da precipitação em Três Marias, *i.e.*, a precipitação em Três Marias responde em aproximadamente 45 dias ao longo de toda a série (1998 – 2015).

É possivel notar que existe uma forte coerência entre as vazões dos reservatórios a montante e a vazão do reservatório de Xingó, bem como entre a precipitação em Três Marias e a vazão do reservatório de Xingó na faixa de periodiciade de 1 ano, o que pode ser confirmado nos espectros de coerência apresentados nas Figuras 3.38, 3.40, 3.42, 3.44, 3.46 e 3.48. Nestas figuras, a coerência varia de 0, representada pela faixa azul escura, até 1, representada pela faixa amarela, representando uma forte coerência. As setas apresentadas nessas figuras representam as fases entre os sinais conforme já foram explicados anteriormente para as Figuras 3.37, 3.39, 3.41, 3.43, 3.45 e 3.47. As Figuras 3.38, 3.40, 3.42 e 3.44 representam as coerências entre as vazões de Paulo Afonso, Moxotó, Itaparica e Sobradinho, respectivamente, com relação à vazão do reservatório de Xingó. É possível notar nessas figuras que além da alta coerência de periodicidade anual, tem-se uma alta coerência na faixa de periodiciade de 8–16-anos. A Figura 3.46 mostra o espectro de coerência entre a vazão do reservatório de Três Marias e a do reservatório de Xingó, cuja alta coerência tem periodicidade anual e 16-anos. Já a Figura 3.48 representa o espectro de coerência entre a precipitação no reservatório de Três Marias e a vazão do reservatório de Xingó, cuja alta coerência tem apenas periodicidade anual.

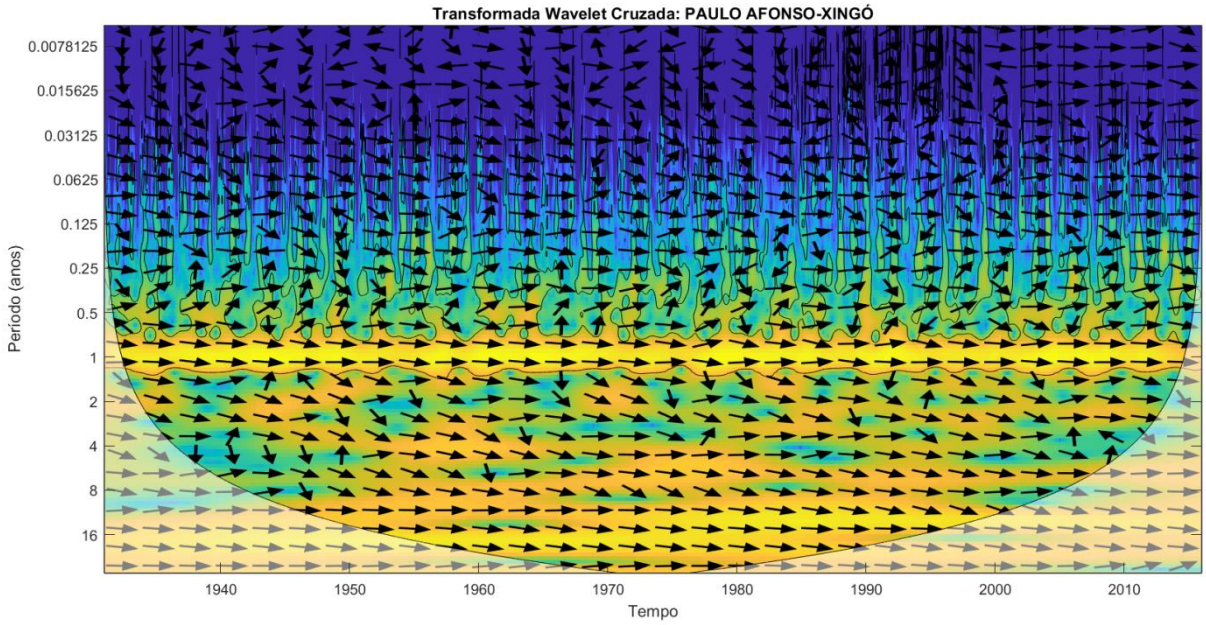


Figura 3.37 – Espectro da transformada *wavelet* cruzada entre as séries de vazão do reservatório de Paulo Afonso e do reservatório de Xingó (1931 – 2015).

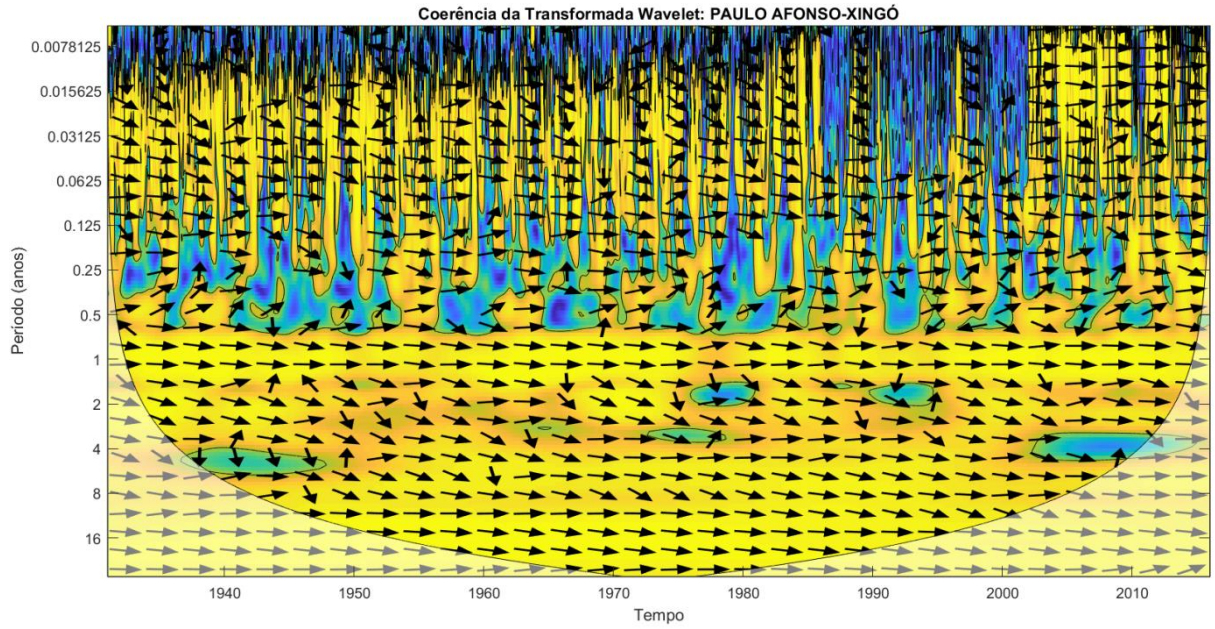


Figura 3.38 – Espectro da coerência da transformada *wavelet* entre as séries de vazão do reservatório de Paulo Afonso e do reservatório de Xingó (1931 – 2015).

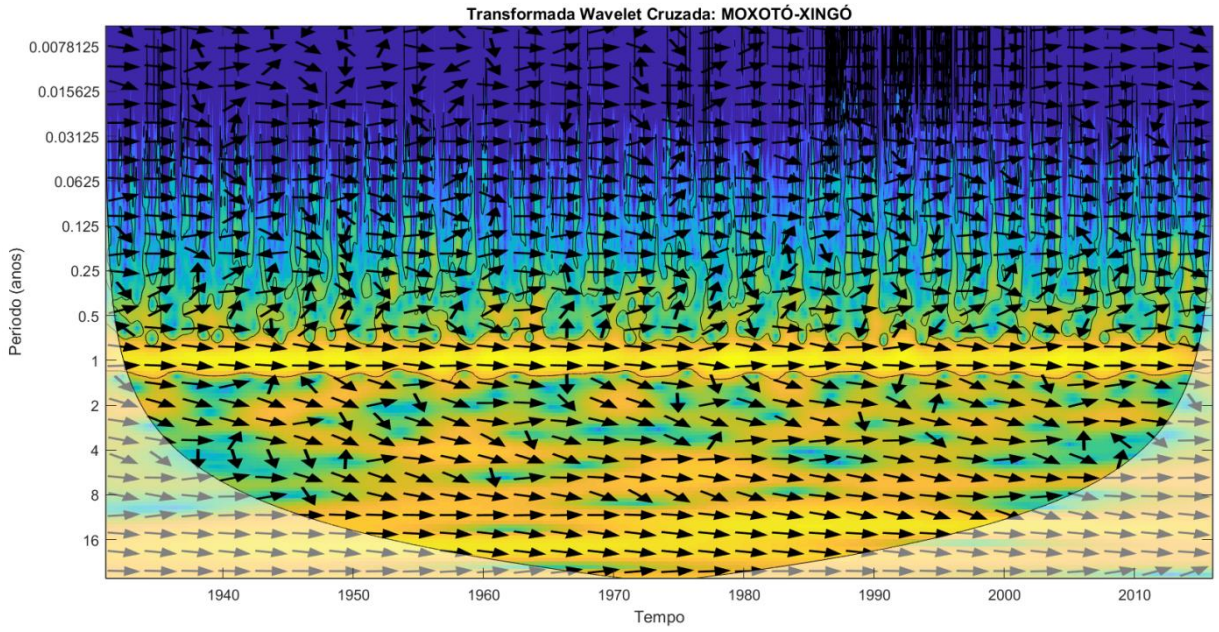


Figura 3.39 – Espectro da transformada *wavelet* cruzada entre as séries de vazão do reservatório de Moxotó e do reservatório de Xingó (1931 – 2015).

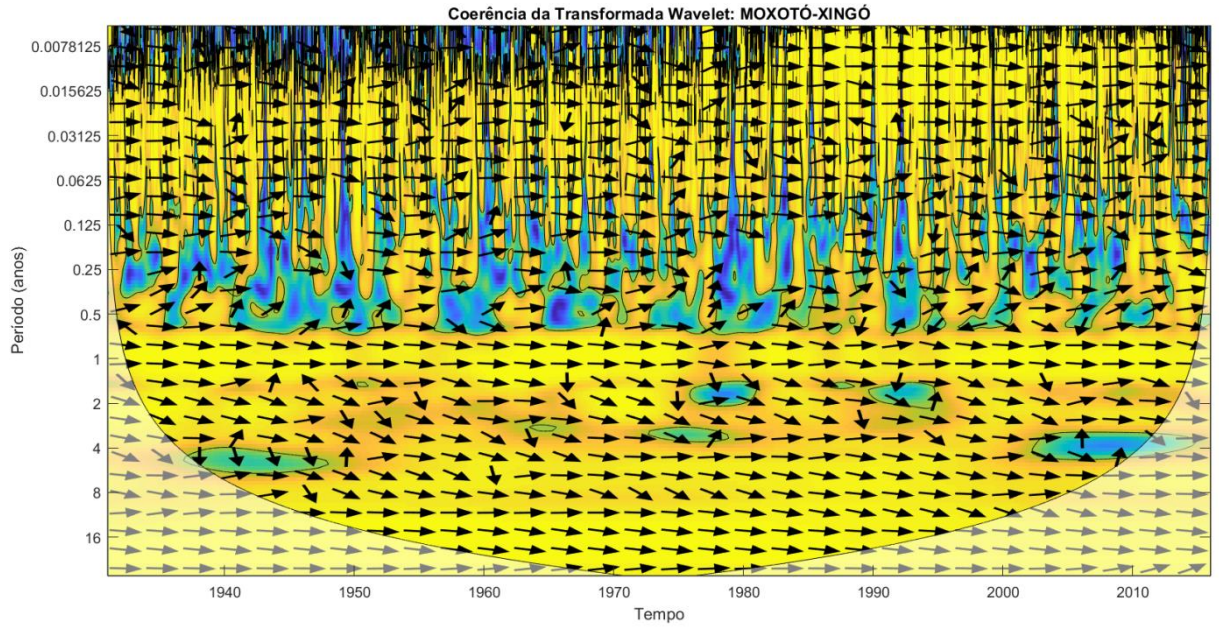


Figura 3.40 – Espectro da coerência da transformada *wavelet* entre as séries de vazão do reservatório de Moxotó e do reservatório de Xingó (1931 – 2015).

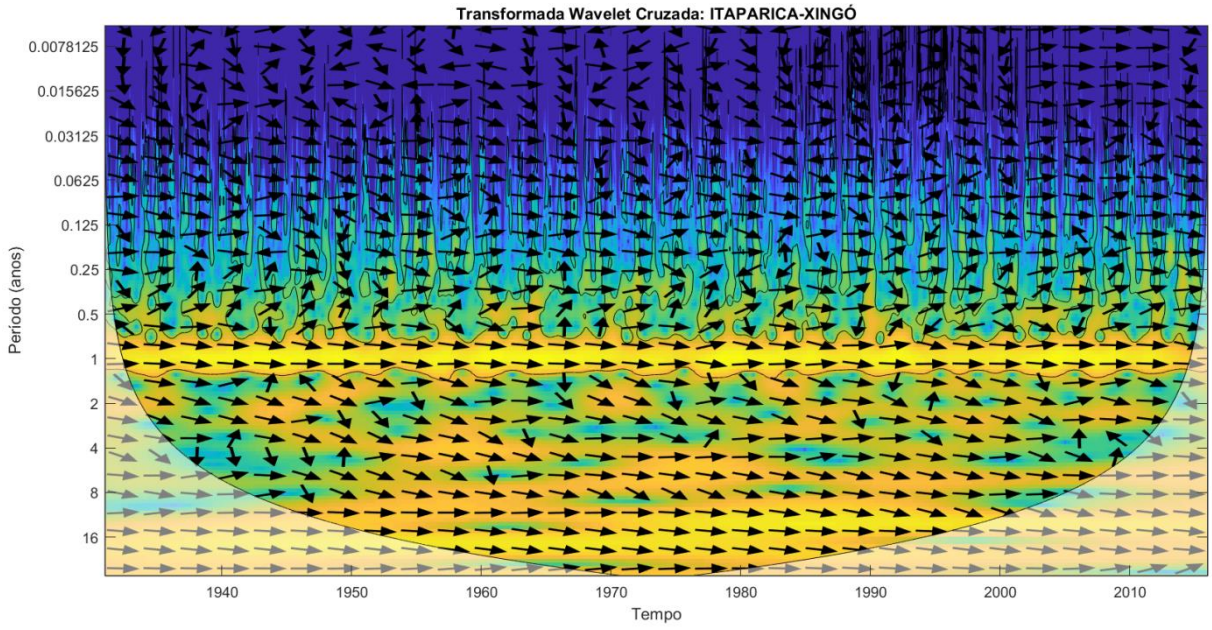


Figura 3.41 – Espectro da transformada *wavelet* cruzada entre as séries de vazão do reservatório de Itaparica e do reservatório de Xingó (1931 – 2015).

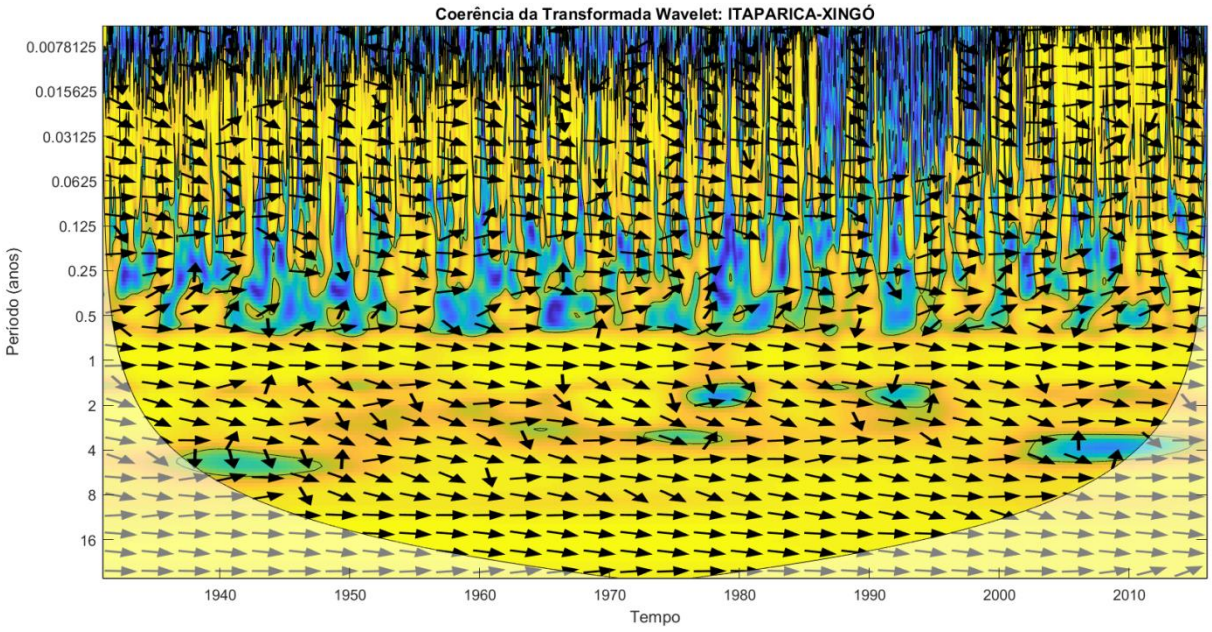


Figura 3.42 – Espectro da coerência da transformada *wavelet* entre as séries de vazão do reservatório de Itaparica e do reservatório de Xingó (1931 – 2015).

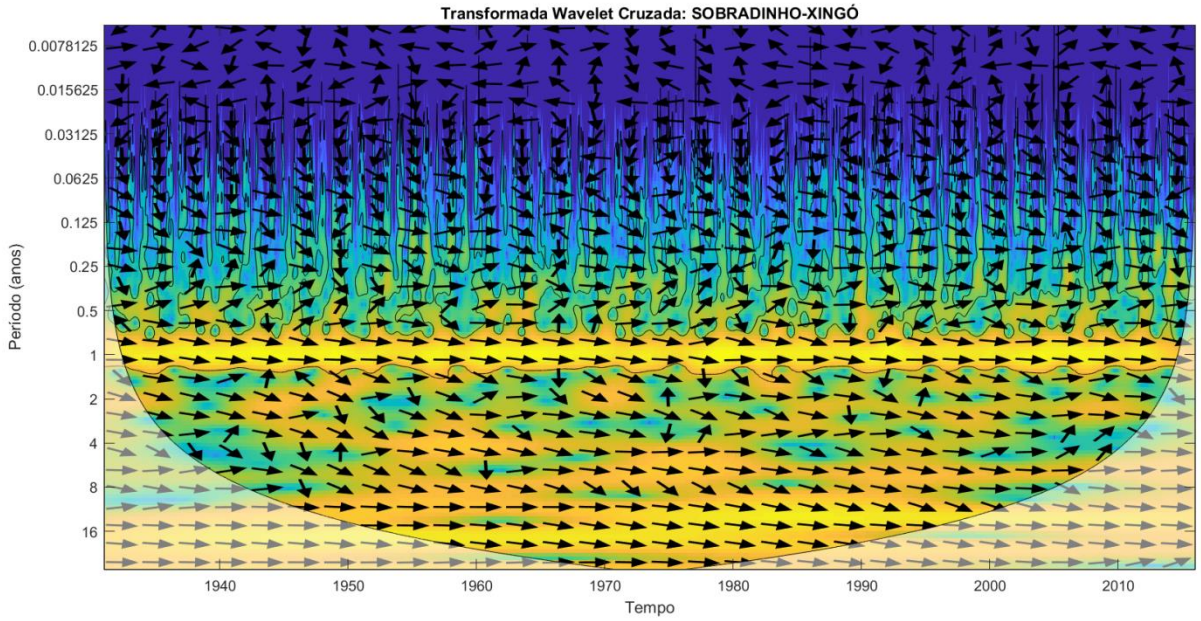


Figura 3.43 – Espectro da transformada *wavelet* cruzada entre as séries de vazão do reservatório de Sobradinho e do reservatório de Xingó (1931 – 2015).

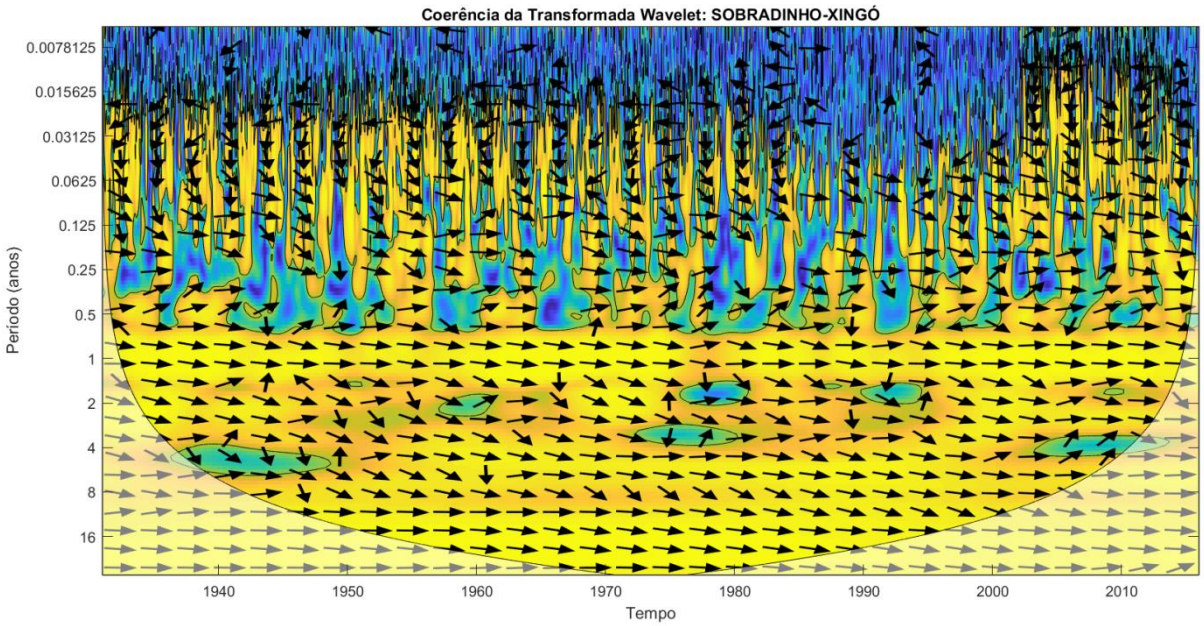


Figura 3.44 – Espectro da coerência da transformada *wavelet* entre as séries de vazão do reservatório de Sobradinho e do reservatório de Xingó (1931 – 2015).

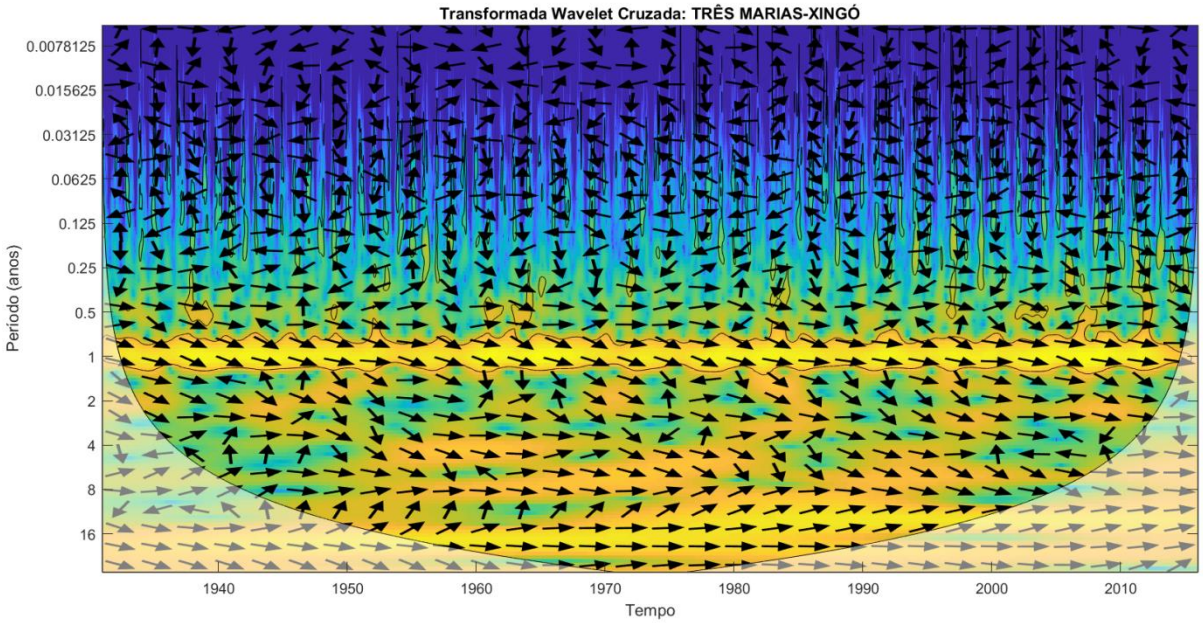


Figura 3.45 – Espectro da transformada *wavelet* cruzada entre as séries de vazão do reservatório de Três Marias e do reservatório de Xingó (1931 – 2015).

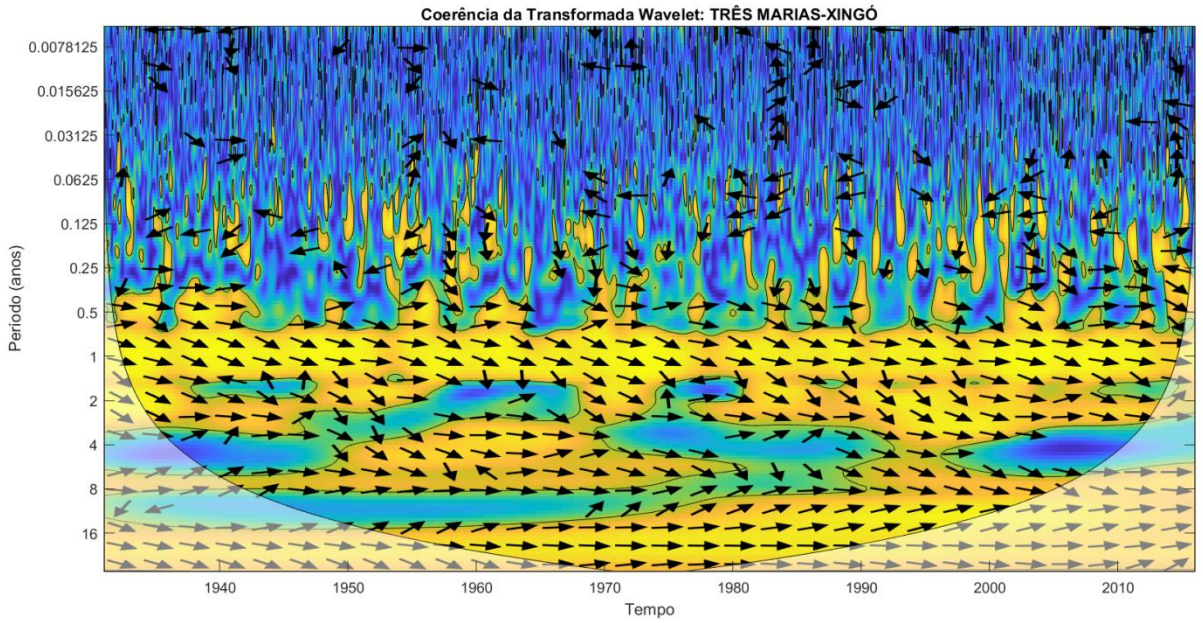


Figura 3.46 – Espectro da coerência da transformada *wavelet* entre as séries de vazão do reservatório de Três Marias e do reservatório de Xingó (1931 – 2015).

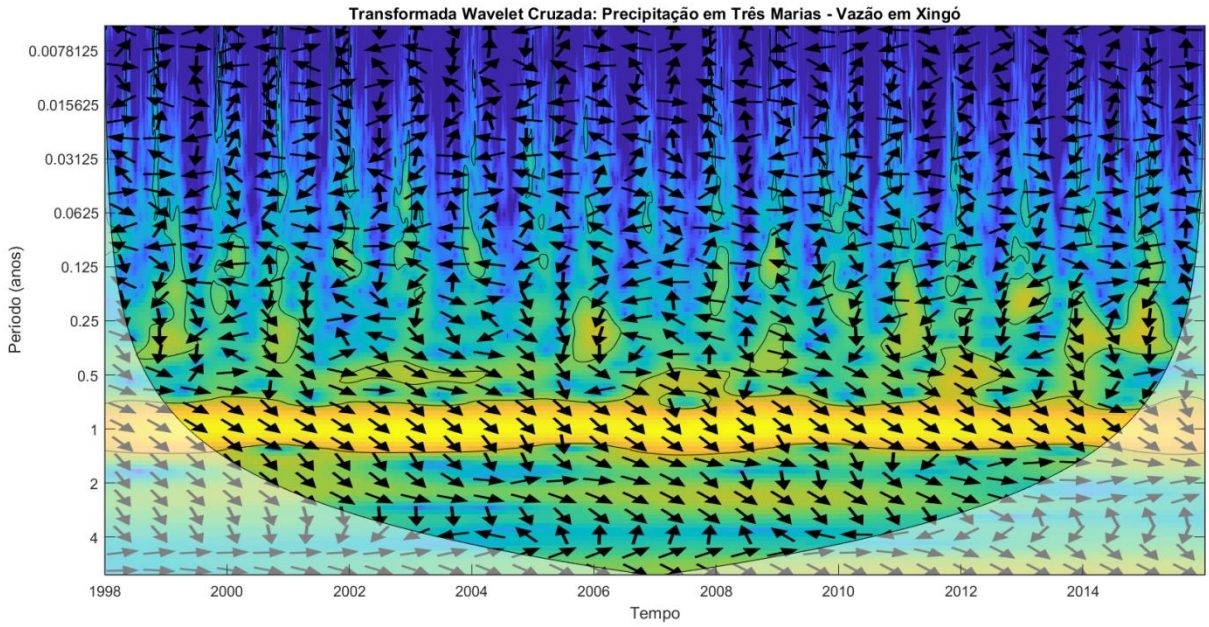


Figura 3.47 – Espectro da transformada *wavelet* cruzada entre as séries de precipitação no reservatório de Três Marias e de vazão no reservatório de Xingó (1998 – 2015).

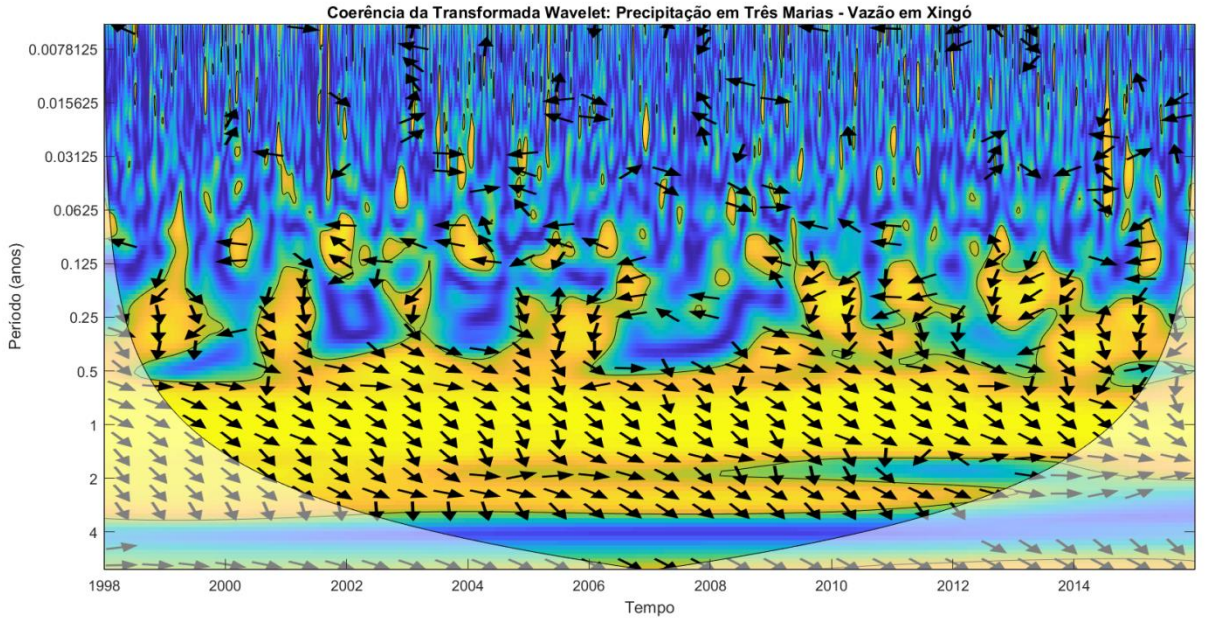


Figura 3.48 – Espectro da coerência da transformada *wavelet* entre as séries de precipitação no reservatório de Três Marias e de vazão no reservatório de Xingó (1998 – 2015).

CAPÍTULO 4

METODOLOGIA

4.1. Visão geral

O presente trabalho estabelece modelos de previsões de vazões diárias de 1 a 30 dias à frente, vazões mensais de 1 a 12 meses à frente e vazões anuais de 1 ano à frente, baseados em redes neurais artificiais (RNA) e modelos híbridos *wavelet*-redes neurais artificiais (WRNA).

De posse da série de vazões diárias brutas (a vazão do dia corrente e de até 14 dias antecedentes), é realizada a previsão de vazões diárias de 1 a 30 dias à frente através da RNA, utilizando os dados do próprio reservatório, bem como dos reservatórios a montante e suas combinações. O mesmo acontece para as vazões mensais e anuais, de posse da série de vazões mensais brutas (a vazão do mês corrente e de até 5 meses antecedentes), é realizada a previsão de vazões mensais de 1 a 12 meses à frente através da RNA. De posse da série de vazões anuais brutas (a vazão do ano corrente e de até 4 anos antecedentes), é realizada a previsão de vazões anuais de 1 ano à frente através da RNA. Em seguida, são calculados os índices de desempenho para cada simulação realizada.

Escolhe-se as *wavelets*-mãe a serem utilizadas na decomposição do sinal bruto, o qual é decomposto até o nível 5, devido à experiência de trabalhos anteriores (Freire, 2012). A partir da decomposição realizada, determina-se as aproximações e combinações sequenciadas (A_n, A_{n+1}, ...), as quais entram na RNA, realizando as previsões para os diferentes horizontes. Em seguida, são calculados os índices de desempenho para cada simulação realizada. Com os índices obtidos nas duas etapas, *i.e.*, processamento da RNA e processamento da WRNA , realiza-se uma comparação das previsões.

Uma visão geral da metodologia desenvolvida, pode ser obervada na Figura 4.1.

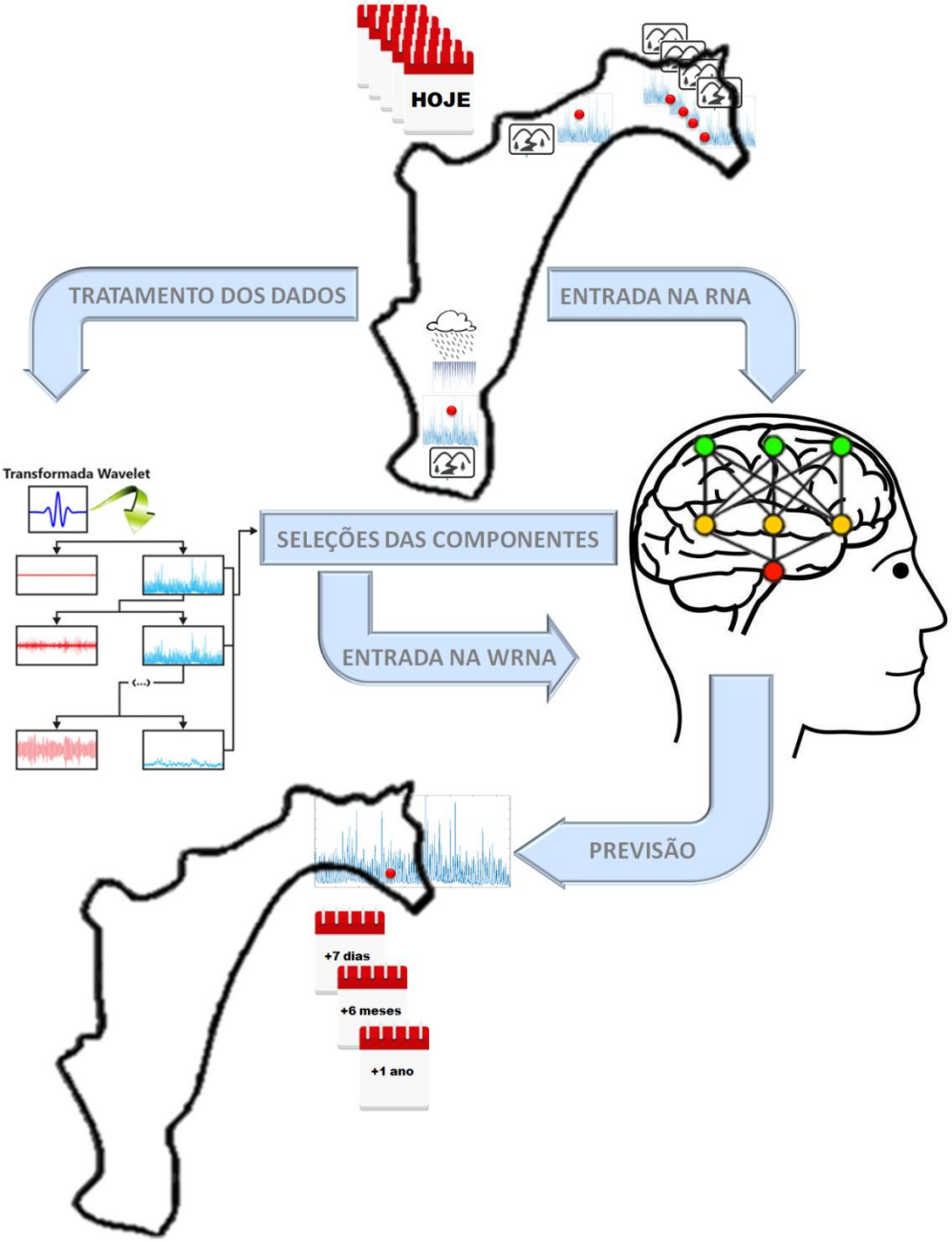


Figura 4.1 – Esquema geral da metodologia aplicada.

4.2. Sinal bruto de vazão

Primeiramente, os dados de vazão foram separados em três grupos: (a) vazões diárias, de 01 de janeiro de 1931 a 31 de dezembro de 2015, representando 31046 dias; (b) vazões mensais, de janeiro de 1931 a dezembro de 2015, representando 1020 meses; (c) vazões anuais, de 1931 a 2015, representando 85 anos, a fim de se realizar previsões para diferentes horizontes.

Em seguida, foram combinados os reservatórios a montante (Tabela 4.1) para a entrada na RNA para a realização das previsões do reservatório de Xingó.

Tabela 4.1 – Combinações das vazões dos reservatórios para entrada na RNA

1 reservatório	2 reservatórios	3 reservatórios	4 reservatórios	5 reservatórios	6 reservatórios
X	X; PA	X; PA; M	X; PA; M; I	X; PA; M; I; S	X; PA; M; I; S; TM
PA	PA; M	PA; M; I	PA; M; I; S	PA; M; I; S; TM	
M	M; I	M; I; S	M; I; S; TM		
I	I; S	I; S; TM			
S	S; TM				
TM					

X – reservatório de Xingó; PA – Paulo Afonso; M – Moxotó; I – Itaparica; S – Sobradinho; TM – Três Marias.

4.3.Sinal bruto de precipitação

Assim como os dados de vazão, os dados de precipitação também foram divididos em três grupos: (a) precipitações diárias, de 01 de janeiro de 1998 a 31 de dezembro de 2015, representando 6574 dias; (b) precipitações mensais, de janeiro de 1998 a dezembro de 2015, representando 216 meses; (c) vazões anuais, de 1998 a 2015, representando 18 anos a fim de se realizar previsões para diferentes horizontes.

4.4. *Wavelets*-mãe

As famílias *wavelets* utilizadas para decomposição das séries temporais foram (a) Haar (haar); (b) Daubechies (db10); (c) Symlets (sym8); (d) Coiflets (coif5); e (e) Aproximação de Meyer Discreta (dmey), tendo em vista a possibilidade de reconstrução

exata e presença da transformada discreta. Perfazendo um total de cinco *wavelets*-mãe, as quais já foram apresentadas no Capítulo 2.

4.5.Decomposição das séries

As séries de vazões afluentes a Xingó, bem como aos demais reservatórios a montante passaram por dois filtros um de alta frequência, originando os detalhes, e o outro de baixa frequência, originando as aproximações. A decomposição múltipla de sinal foi até o nível 5.

Os sinais brutos de vazões (Q_o) tanto diário, quanto mensal e anual, foram submetidos a um processo de decomposição múltipla por transformadas *wavelet*, utilizando as *wavelet*-mãe de haar, db10, sym8, coif5 e dmey conforme mencionado anteriormente. Inicialmente, foi aplicada a transformação *wavelet* discreta em Q_o utilizando a menor escala possível, para cada *wavelet*-mãe estudada, obtendo como resultado as aproximações A_1 e os detalhes D_1. Em seguida, a escala foi dobrada e aplicada na aproximação A_1, gerando as aproximações A_2 e os detalhes D_2. Esse processo iterativo continuou com a escala sendo dobrada e aplicada nas aproximações anterior até o nível 5 (A_5 e D_5). Nas Figuras 4.2 a 4.4 pode ser visualizado o processo de decomposição múltipla até o quinto nível para as vazões diárias do reservatório de Xingó (Figura 4.2), para as vazões mensais deste reservatório (Figura 4.3) e as vazões anuais deste mesmo reservatório (Figura 4.4), todas utilizando a *wavelet*-mãe de dmey. Este mesmo processo foi realizado para as demais vazões dos reservatórios a montante (Paulo Afonso, Moxotó, Itaparica, Sobradinho e Três Marias) e para as demais *wavelets*-mãe utilizadas neste trabalho (haar, db10, sym8 e coif5).

Já nas Figuras 4.5 a 4.7, pode ser observado este mesmo processo de decomposição múltipla até o quinto nível para a precipitação média diária (Figura 4.5), média mensal (Figura 4.6) e média anual (Figura 4.7) para o reservatório de Três Marias, todas utilizando a *wavelet*-mãe de haar. Este mesmo processo foi realizado para as demais *wavelets*-mãe utilizadas neste trabalho (db10, sym8, coif5 e dmey).

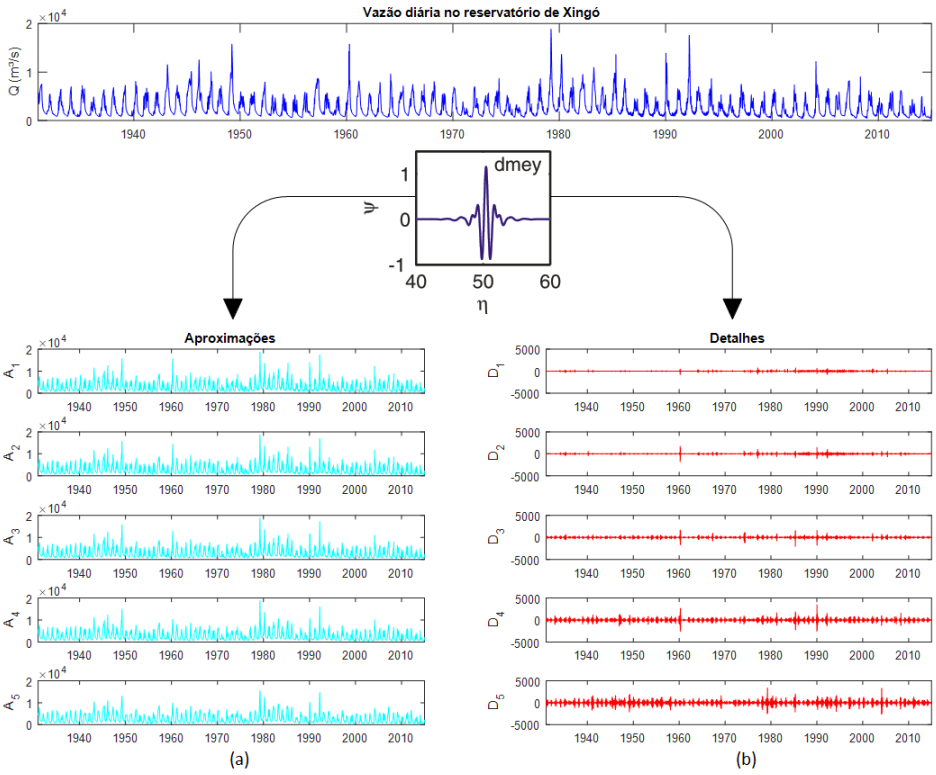


Figura 4.2 – Decomposição múltipla até o nível 5 da série de vazões diárias afluentes ao reservatório de Xingó usando a wavelet-mãe de dmey: (a) aproximações e (b) detalhes.

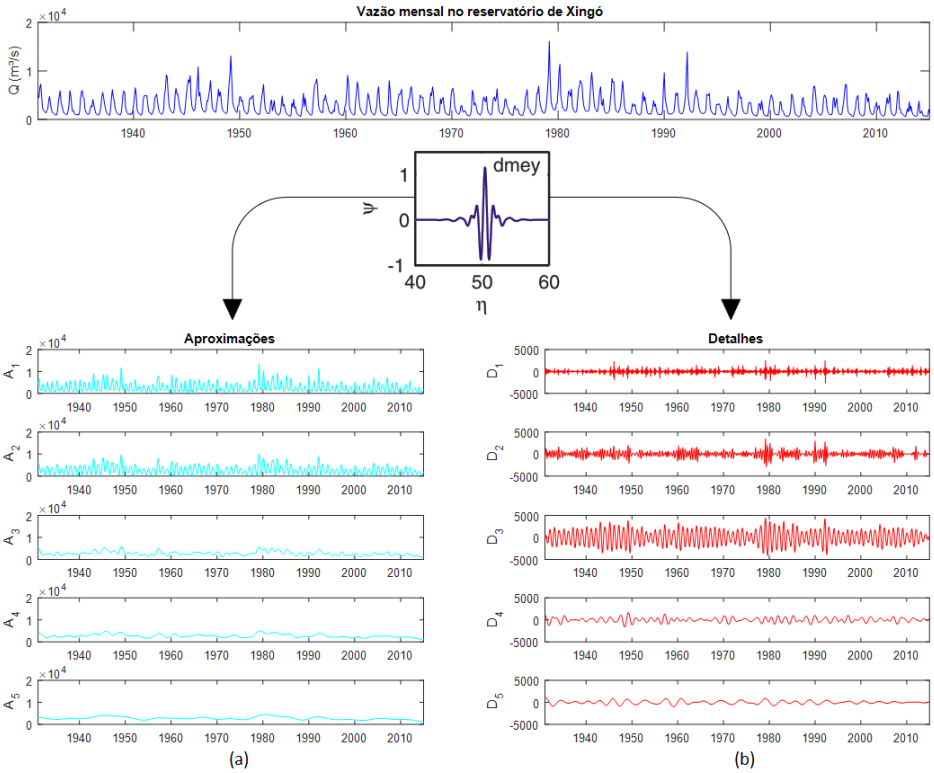


Figura 4.3 – Decomposição múltipla até o nível 5 da série de vazões mensais afluentes ao reservatório de Xingó usando a wavelet-mãe de dmey: (a) aproximações e (b) detalhes.

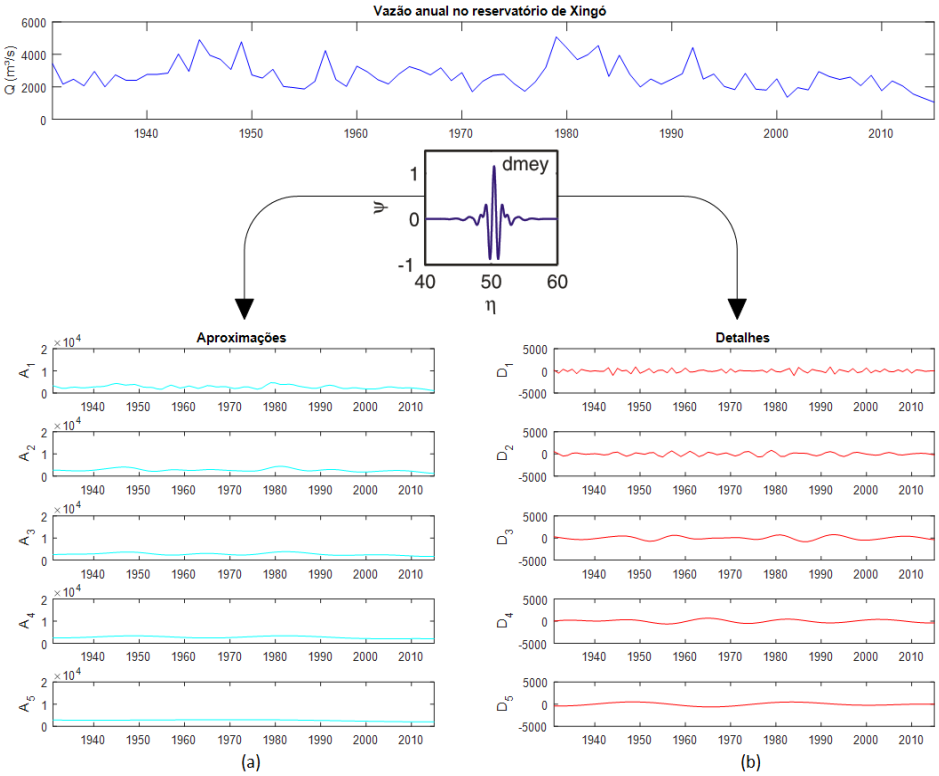


Figura 4.4 – Decomposição múltipla até o nível 5 da série de vazões anuais afluentes ao reservatório de Xingó usando a *wavelet*-mãe de dmey: (a) aproximações e (b) detalhes.

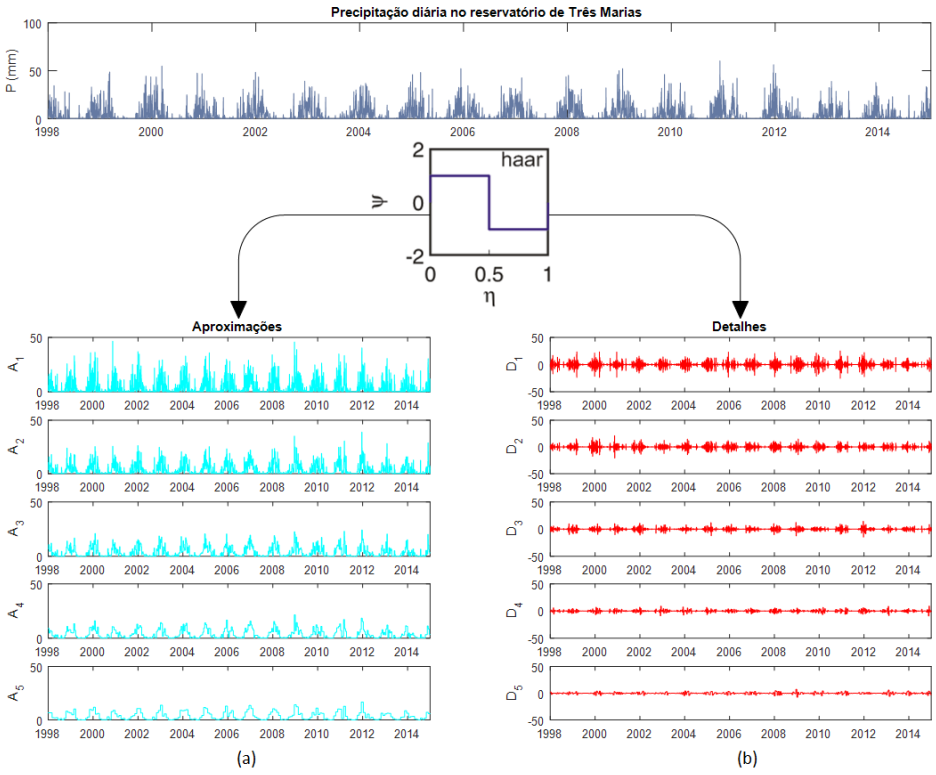


Figura 4.5 – Decomposição múltipla até o nível 5 da série média de precipitações diárias no reservatório de Três Marias usando a *wavelet*-mãe de haar: (a) aproximações e (b) detalhes.

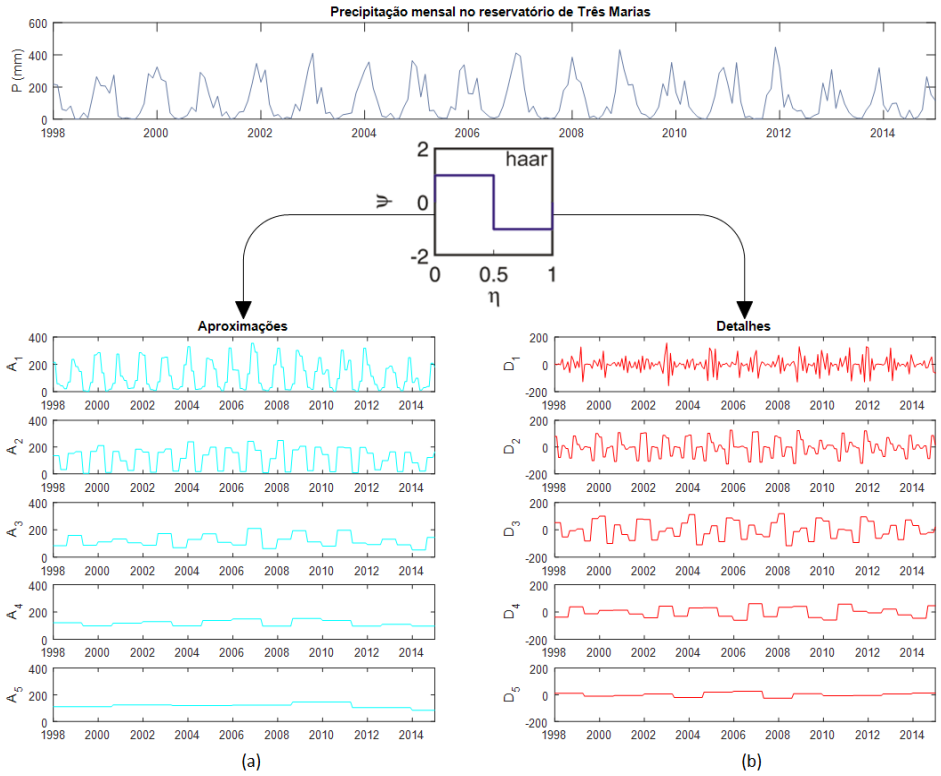


Figura 4.6 – Decomposição múltipla até o nível 5 da série de precipitações mensais no reservatório de Três Marias usando a *wavelet*-mãe de haar: (a) aproximações e (b) detalhes.

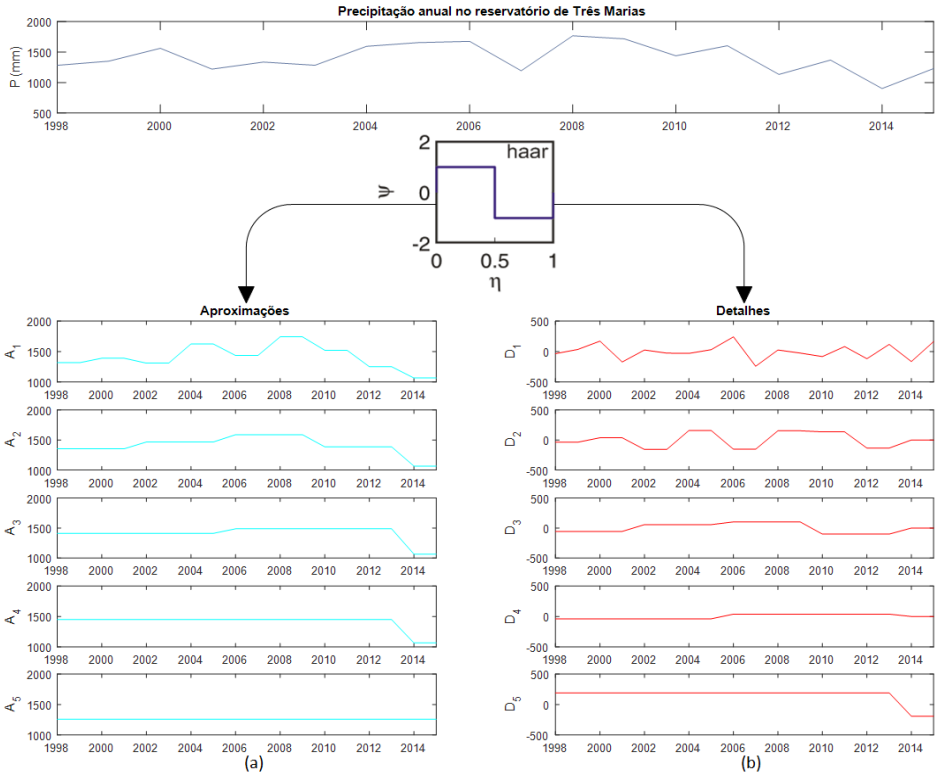


Figura 4.7 – Decomposição múltipla até o nível 5 da série de precipitações anuais no reservatório de Três Marias usando a *wavelet*-mãe de haar: (a) aproximações e (b) detalhes.

4.6. Aproximações e combinações de aproximações sequenciadas

Depois de realizar a decomposição até o nível 5, todas as aproximações foram utilizadas na entrada da RNA.

4.7.Entrada na RNA e na WRNA

A metodologia utilizada para o estabelecimento das redes de ambos os modelos, RNA e WRNA foi exatamente a mesma, diferenciando-se apenas nas entradas utilizadas.

A entrada na RNA foi dada a partir dos dados da vazão e/ou precipitação do dia, mês ou ano t (Q_t) e a vazão de x dias, meses ou anos antecedentes, com x variando de 0 a 14 para dias, de 0 a 5 para meses e de 0 a 4 para anos, a fim de se obter o valor da vazão n dias, meses ou anos à frente, com n variando de 1 a 30 para dias, 1 a 12 para meses e 1 para anos, respectivamente.

A entrada na WRNA foi dada a partir dos componentes da transformada *wavelet* da vazão e/ou precipitação do dia, mês ou ano t (Q_t) e dos componentes da transformada da vazão de x dias, meses ou anos antecedentes, com x variando de 0 a 14 para dias, de 0 a 5 para meses e de 0 a 4 para anos, a fim de se obter o valor da vazão n dias, meses ou anos à frente, com n variando de 1 a 30 para dias, 1 a 12 para meses e 1 para anos. Esses componentes da transformada *wavelet* da vazão são resultantes da decomposição da série original de vazões, conforme já foi detalhado na seção 4.5.

A aplicação de RNAs passa basicamente por três fases: (a) definição da arquitetura da rede; (b) aprendizagem da rede; e (c) treinamento e verificação da rede.

4.7.1. Arquitetura da RNA

A arquitetura é definida basicamente pela determinação do número de camadas, número de neurônios por camada, tipo de conexão entre as camadas (funções de ativação) e topologia da rede.

Neste trabalho, optou-se por utilizar uma RNA do tipo perceptron multi-camadas (MLP) *feed-forward* com apenas uma camada escondida, variando de um a trinta neurônios ocultos, cuja função de transferência é do tipo sigmoide, como sugerido por Haykin (2005). A camada de saída possui apenas um neurônio de saída, cuja função de transferência é linear, o qual faz o mapeamento multidimensional arbitrariamente bem, fornecendo dados consistentes com neurônios suficientes na camada oculta.

Na camada de entrada, o processo foi iniciado com um neurônio e foram testados valores com incrementos de um em um até se atingir quinze neurônios para a rede diária, seis neurônios para a rede mensal e dois neurônios para a rede anual. Assim, verificou-se qual arquitetura possuía o melhor desempenho para ser utilizada no modelo de previsão.

4.7.2. Aprendizagem da RNA

Como já foi mencionado anteriormente, o processo de aprendizagem consiste em fornecer à RNA um conjunto de exemplos e alterar os seus pesos de modo a tornar a RNA capaz de representar as informações. Consiste em um processo iterativo, em que os pesos guardam o conhecimento que a rede adquiriu do ambiente em que está operando.

A atualização dos pesos sinápticos é proporcional à diferença entre a saída calculada pela RNA, que é diretamente proporcional aos pesos utilizados, e à saída real. Existem várias formas de atualização dos pesos, também chamadas de regras de aprendizado; neste trabalho, foi utilizado o algoritmo de treinamento *Levenberg-Marquardt*, por ser considerado um dos métodos mais rápidos para o treinamento de RNAs.

4.7.3. Verificação da RNA

O treinamento é a etapa em que um conjunto de dados de entrada e saída é apresentado à rede para que, através de um algoritmo e uma função objetivo, seja possível ajustar seus pesos e aprender a generalizar as respostas. Desta forma, a verificação da RNA foi realizada através da função objetivo do erro médio quadrado (*MSE*), dado pela equação 4.1

$$MSE = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}(Qc_t - Qo_t)^2 \tag{4.1}$$

em que Qc_t é a vazão calculada no instante t e Qo_t é a vazão observada no instante t.

4.8. Cálculo dos índices de desempenho

Diversos índices estatísticos que descrevem o grau de similaridade entre os dados previstos pelo modelo e os dados observados podem ser usados para avaliar a eficiência do modelo de previsão. Neste trabalho, os índices de desempenho utilizados foram (a) o coeficiente de correlação de Pearson (*R*); (b) o coeficiente de eficiência de Nash-Sutcliffe

(*NSE*); (c) o percentual de viés (*PBIAS*); (d) o erro médio padrão (*RMSE*); e (e) o erro percentual absoluto médio (*MAPE*).

4.8.1. Coeficiente de correlação de Pearson (R)

O coeficiente de correlação de Pearson (R), dado pela equação (4.2), indica o grau de colinearidade entre os valores previstos e observados. Este coeficiente (R) varia entre -1 e 1.

Se $R = 1$, existe uma correlação perfeita positiva entre as duas variáveis; se $R = -1$, há uma correlação negativa perfeita entre as duas variáveis, *i.e.*, se uma aumenta, a outra sempre diminui; se R = 0, significa que as duas variáveis não dependem linearmente uma da outra.

$$R = \frac{\sum(Q_o - \overline{Q_o})(Q_c - \overline{Q_c})}{\sqrt{\sum(Q_o - \overline{Q_o})^2}\ \sqrt{\sum(Q_c - \overline{Q_c})^2}} \tag{4.2}$$

em que Q_o é a vazão observada; $\overline{Q_o}$ é a vazão observada média; Q_c é a vazão calculada e $\overline{Q_c}$ é a vazão calculada média.

A Tabela 4.2 apresenta a escala do módulo de R e as respectivas interpretações.

Tabela 4.2 – Escala do módulo do coeficiente de correlação de Pearson ($|R|$)

Valores do $\lvert R \rvert$	Concordância
0,0 a 0,1	Muito baixa
0,1 a 0,3	Baixa
0,3 a 0,5	Moderada
0,5 a 0,7	Alta
0,7 a 0,9	Muito alta
0,9 a 1,0	Quase perfeita

Diante do exposto, neste trabalho, foi adotado o valor ideal como sendo $\boldsymbol{R = 1}$.

4.8.2. Coeficiente de eficiência de Nash-Sutcliffe (*NSE*)

O coeficiente de eficiência de Nash-Sutcliffe (*NSE*), dado pela equação (4.3), é considerado um dos mais importantes critérios estatísticos para avaliar a precisão de modelos hidrológicos. É um índice estatístico padronizado que é usado para determinar a magnitude relativa da variância residual em comparação com a variância dos dados observados. Indica como o gráfico de dispersão entre os dados observados e calculados se ajusta bem à linha de igualdade. Ele varia de $-\infty$ a 1, sendo o $\boldsymbol{NSE = 1}$, um ajuste perfeito. Valores entre 0 e 1 são geralmente níveis aceitáveis de desempenho, enquanto níveis inaceitáveis de desempenho

são para valores menores que 0, que significa que o valor médio observado é um melhor preditor que o valor calculado.

$$NSE = 1 - \frac{\sum(Q_o - Q_c)^2}{\sum(Q_o - \overline{Q_o})^2} \tag{4.3}$$

4.8.3. Percentual de viés (*PBIAS*)

O percentual de viés (*PBIAS*) mede a tendência média dos valores simulados para valores maiores ou menores que os respectivos observados. Então, o valor ótimo desse índice é $\boldsymbol{PBIAS = 0\%}$; portanto, os valores de baixa magnitude indicariam uma previsão precisa. Assim, valores positivos indicariam viés de subestimação do modelo, enquanto os valores negativos indicariam viés de superestimação do modelo. Sua equação é dada por:

$$PBIAS = \frac{\sum(Q_o - Q_c)}{\sum Q_o} \times 100\% \tag{4.4}$$

4.8.4. Erro percentual absoluto médio (*MAPE*)

O erro percentual absoluto médio (*MAPE*) expressa um erro de previsão como uma porcentagem e os menores valores mostram a melhor previsão. Sua equação é dada pela Equação 4.5, e o seu valor ideal é $\boldsymbol{MAPE = 0\%}$.

$$MAPE = \frac{1}{n}\sum\left|\frac{Q_o - Q_c}{Q_o}\right| \times 100\,\% \tag{4.5}$$

em que n é o número de dados.

4.8.5. Erro médio padrão (*RMSE*)

O erro médio padrão (*RMSE*) é uma medida frequentemente usada nas diferenças entre os valores previstos por um modelo e os valores observados. O *RMSE* serve para agregar as magnitudes dos erros nas previsões por várias vezes em uma única medida de poder preditivo. É uma medida de precisão para comparar erros de previsão de modelos diferentes para um conjunto de dados específicos. Sua equação, dada pela Equação 4.6, é a raiz quadrada do *MSE* (Equação 4.1) e o seu valor ideal é $\boldsymbol{RMSE = 0}$.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n}\sum(Q_o - Q_c)^2} \tag{4.6}$$

4.9. Comparações das previsões

Muitos autores realizam as previsões (a) apenas com as RNAs, ou (b) quando se utilizam as *wavelets* utilizam a última aproximação com o somatório dos detalhes. O diferencial deste trabalho é a utilização apenas das aproximações para realização da previsão, utilizando além dos dados das vazões do próprio reservatório, dados de reservatórios a montante, bem como dados de chuva.

Nesta etapa, foram analisados os resultados das previsões com base nos índices de desempenho obtidos em cada simulação, onde o critério para escolher o melhor sistema híbrido WRNA foi aquele que apresentou o R e o NSE mais próximo de 1, o $MAPE$, o $RMSE$ e o $PBIAS$ mais próximo de 0, nesta ordem.

Foi calculado ainda, o erro residual, dado pela equação (4.7), que é a diferença entre o valor observado e o valor previsto pelo modelo. Ao plotar esse erro pelo tempo é possível verificar o desempenho de cada modelo.

$$E_r = Q_o - Q_c \tag{4.7}$$

CAPÍTULO 5

RESULTADOS

5.1. Previsões Diárias

Os dados originais de vazão (entrada e saída) e/ou precipitação (entrada) foram convenientemente normalizados e, em seguida, dimensionados antes do treino, a fim de melhorar a eficiência da RNA como sugerido por Demuth & Beale (2005). As funções escala dimensionam adequadamente os valores de entradas e valores observados para que eles caiam no intervalo [−1, 1].

Os dados foram divididos em três subgrupos, os quais são os conjuntos de treinamento, de validação e de teste. Para cada simulação, 70% dos pontos foram usados no treinamento (01/01/1931 a 30/06/1990), 15% para a validação (01/07/1990 a 31/03/2003) e 15% para o teste (01/04/2003 a 31/12/2015). O erro na validação é monitorado durante o processo de treinamento, o qual termina quando o erro do conjunto de validação de dados começa a aumentar. Isso garante que a rede não se ajuste demais aos dados de treinamento, o que faria com que ela falhasse em generalizar o conjunto de teste.

5.1.1. Modelos RNA Tradicionais (Vazão → Vazão)

Primeiramente, utilizando os dados de vazão de Xingó foram definidas as arquiteturas dos 30 modelos diários para este reservatório, RNA_{1dX}, RNA_{2dX}, ..., RNA_{29dX}, RNA_{30dX}, os quais foram desenvolvidos utilizando as vazões deste reservatório como entrada na rede a fim de prever as vazões neste mesmo reservatório com antecedência de 1 até 30 dias; *i.e.*, este é o tipo de previsão que é utilizado corriqueiramente na literatura, como mostrado em Santos & Silva (2014) para previsões de 1, 3, 5 e 7 dias no reservatório de Sobradinho.

Foram realizadas 135000 simulações, variando os dados de entrada de Q_t até Q_{t-14}, com *t* em dias e os neurônios da camada escondida (*h*) de 1 a 30, sendo realizadas 10 simulações, a fim de escolher a melhor arquitetura deste reservatório para cada um dos 30 modelos. Após realizar 135000 simulações, foi construída a Tabela 5.1 com os melhores resultados. Nota-se nesta tabela que a quantidade de dias antecedentes (*nd*), depende da quantidade de dias a se prever (*T*), ou seja:

$$\begin{cases} \text{Se } T \text{ for par } \rightarrow nd = \dfrac{T}{2} & (5.1) \\ \text{Se } T \text{ for ímpar } \rightarrow \begin{cases} nd = T\,, & \text{para } T \leq 15 \quad (5.2) \\ nd = \dfrac{T-1}{2}\,, & \text{para } T > 15 \quad (5.3) \end{cases} \end{cases}$$

E a quantidade de neurônios na camada escondida (*h*) é dependente da quantidade de dias antecedentes (*nd*), bem como da quantidade de dias a se prever (*T*), ou seja:

$$h = 3nd - T \tag{5.4}$$

A quantidade de neurônios na camada de entrada (*i*) é dada por:

$$i = nd \times qp \tag{5.5}$$

em que *qp* é a quantidade de postos que serão utilizados como entrada no modelo.

Desta forma, a Tabela 5.1 mostra os melhores resultados obtidos por cada modelo tradicional diário, medidos através dos parâmetros estatísticos (*R*, *NSE*, *PBIAS*, *MAPE* e *RMSE*) usando como dados de entrada as vazões diárias do reservatório de Xingó, para a previsão neste reservatório.

Tabela 5.1 – Melhor arquitetura do modelo RNA tradicional testado e seus índices de desempenhos. O índice *i* é o número de neurônios na cada de entrada, *h* é número de neurônios da camada intermediária e *o* é o número da camada de saída

Modelo	Previsão (dias)	Entrada	Arquitetura			Índices de Desempenho				
			i	*h*	*o*	*R*	*NSE*	*PBIAS*	*MAPE*	*RMSE*
RNA_{1dX}	1	Q_{Xt}	1	2	1	0,9974	0,9948	-0,03%	2,90%	0,7947
RNA_{2dX}	2	Q_{Xt}	1	1	1	0,9920	0,9840	-0,04%	5,28%	1,0446
RNA_{3dX}	3	Q_{Xt}, …, Q_{Xt-2}	3	6	1	0,9888	0,9773	-1,54%	7,46%	41,3197
RNA_{4dX}	4	Q_{Xt}, Q_{Xt-1}	2	2	1	0,9798	0,9601	-0,31%	10,16%	8,4731
RNA_{5dX}	5	Q_{Xt}, …, Q_{Xt-4}	5	10	1	0,9768	0,9537	-0,24%	9,73%	6,5026
RNA_{6dX}	6	Q_{Xt}, …, Q_{Xt-2}	3	3	1	0,9673	0,9353	-1,09%	13,38%	29,2962
RNA_{7dX}	7	Q_{Xt}, …, Q_{Xt-6}	7	14	1	0,9594	0,9203	-0,27%	13,72%	7,3137
RNA_{8dX}	8	Q_{Xt}, …, Q_{Xt-3}	4	4	1	0,9470	0,8967	0,12%	15,04%	3,1225
RNA_{9dX}	9	Q_{Xt}, …, Q_{Xt-8}	9	18	1	0,9377	0,8793	0,10%	16,60%	2,6528
RNA_{10dX}	10	Q_{Xt}, …, Q_{Xt-4}	5	5	1	0,9306	0,8660	-0,64%	18,93%	17,3435
RNA_{11dX}	11	Q_{Xt}, …, Q_{Xt-10}	11	22	1	0,9211	0,8478	-1,95%	21,73%	52,5184
RNA_{12dX}	12	Q_{Xt}, …, Q_{Xt-5}	6	6	1	0,9118	0,8312	-0,57%	20,66%	15,3714
RNA_{13dX}	13	Q_{Xt}, …, Q_{Xt-11}	13	26	1	0,9051	0,8186	-1,80%	23,76%	48,4793
RNA_{14dX}	14	Q_{Xt}, …, Q_{Xt-6}	7	7	1	0,8912	0,7937	-1,82%	25,41%	48,8917
RNA_{15dX}	15	Q_{Xt}, …, Q_{Xt-14}	15	30	1	0,8842	0,7810	-2,25%	26,91%	60,5617
RNA_{16dX}	16	Q_{Xt}, …, Q_{Xt-7}	8	8	1	0,8635	0,7453	0,66%	25,67%	17,7320
RNA_{17dX}	17	Q_{Xt}, …, Q_{Xt-7}	8	7	1	0,8567	0,7336	-0,90%	28,25%	24,2807
RNA_{18dX}	18	Q_{Xt}, …, Q_{Xt-8}	9	9	1	0,8524	0,7262	-0,83%	28,64%	22,3812
RNA_{19dX}	19	Q_{Xt}, …, Q_{Xt-8}	9	8	1	0,8371	0,7004	-0,70%	30,18%	18,8203
RNA_{20dX}	20	Q_{Xt}, …, Q_{Xt-9}	10	10	1	0,8301	0,6889	0,58%	30,54%	15,5003
RNA_{21dX}	21	Q_{Xt}, …, Q_{Xt-9}	10	9	1	0,8228	0,6763	-1,29%	32,23%	34,7683
RNA_{22dX}	22	Q_{Xt}, …, Q_{Xt-10}	11	11	1	0,8140	0,6619	-0,94%	32,76%	25,1778
RNA_{23dX}	23	Q_{Xt}, …, Q_{Xt-10}	11	10	1	0,7983	0,6367	-2,02%	38,17%	54,2794
RNA_{24dX}	24	Q_{Xt}, …, Q_{Xt-11}	12	12	1	0,7915	0,6256	-1,06%	35,28%	28,3996
RNA_{25dX}	25	Q_{Xt}, …, Q_{Xt-11}	12	11	1	0,7884	0,6214	-0,67%	36,86%	17,9055
RNA_{26dX}	26	Q_{Xt}, …, Q_{Xt-12}	13	13	1	0,7723	0,5955	-1,58%	39,02%	42,4601
RNA_{27dX}	27	Q_{Xt}, …, Q_{Xt-12}	13	12	1	0,7654	0,5849	2,35%	35,50%	63,2435
RNA_{28dX}	28	Q_{Xt}, …, Q_{Xt-13}	14	14	1	0,7473	0,5571	-2,54%	43,96%	68,2539
RNA_{29dX}	29	Q_{Xt}, …, Q_{Xt-13}	14	13	1	0,7366	0,5364	-4,16%	43,66%	111,9035
RNA_{30dX}	30	Q_{Xt}, …, Q_{Xt-14}	15	15	1	0,7316	0,5328	3,13%	38,65%	84,2505

Q_X – vazão de Xingó

Pode-se observar ainda nessa tabela que, o índice de correlação, *R*, variou de 0,9974, para a previsão de 1 dia, a 0,7316, para a previsão de 30 dias. Já o *NSE* variou de 0,9948 para 0,5328, o *PBIAS* foi em torno -0,74%, o *MAPE* por volta de 25,03% em média e o *RMSE* oscilou entre 0,7947 para a previsão de 1 dia, chegando até a 111,9035 para a previsão de 29 dias.

As Figuras 5.1 – 5.5 mostram os hidrogramas diários de previsão de 1 a 6 dias, de 7 a 12 dias, de 13 a 18 dias, de 19 a 24 dias e de 21 a 30 dias, respectivamente, para o período de 1 de janeiro de 1931 a 31 de dezembro de 2015, utilizando o modelo RNA tradicional. Nota-se por estes hidrogramas de previsão que os modelos tradicionais se mostram bastante eficientes para a previsão de 1 a 4 dias, isso ocorre pois provavelmente a correlação da vazão até quatro dias à frente com as anteriores deve ser alta, fazendo com que a rede consiga facilmente aprender essa relação.

Entretanto, à medida que o horizonte de previsão aumenta, a correlação das vazões futuras e passadas diminui e os modelos tradicionais RNA_{dX} começam a ter seu desempenho comprometido. Nota-se, a partir da previsão de 5 dias, sua eficiência vai piorando, à medida que o horizonte de previsão vai aumentando, o que pode ser confirmado com as Figuras 5.6 a 5.10 que apresentam os erros residuais das previsões, os quais permitem avaliar o desempenho dos modelos ao longo do tempo.

É possível observar nestas figuras que a partir das previsões de 5 dias à frente, as vazões calculadas pelo modelo RNA tradicional começam a oscilar em torno dos valores observados e vai aumentando à medida que se aumenta o horizonte da previsão, ficando bastante intensa no modelo RNA_{30dX}. Também é possível observar que a partir desse horizonte de previsão, há um atraso entre os valores previstos e observados, principalmente nos picos. Esse atraso aumenta tanto na amplitude quanto no tempo à medida que o horizonte de previsão aumenta.

Ao analisar os erros residuais durante o período de 1985 a 2000 é possível perceber que os valores mais elevados de todos os horizontes de previsão estão neste período, que é um período de vazões elevadas e é justamente nesse período que os modelos RNA_{dX} têm maiores dificuldades para realizar as previsões.

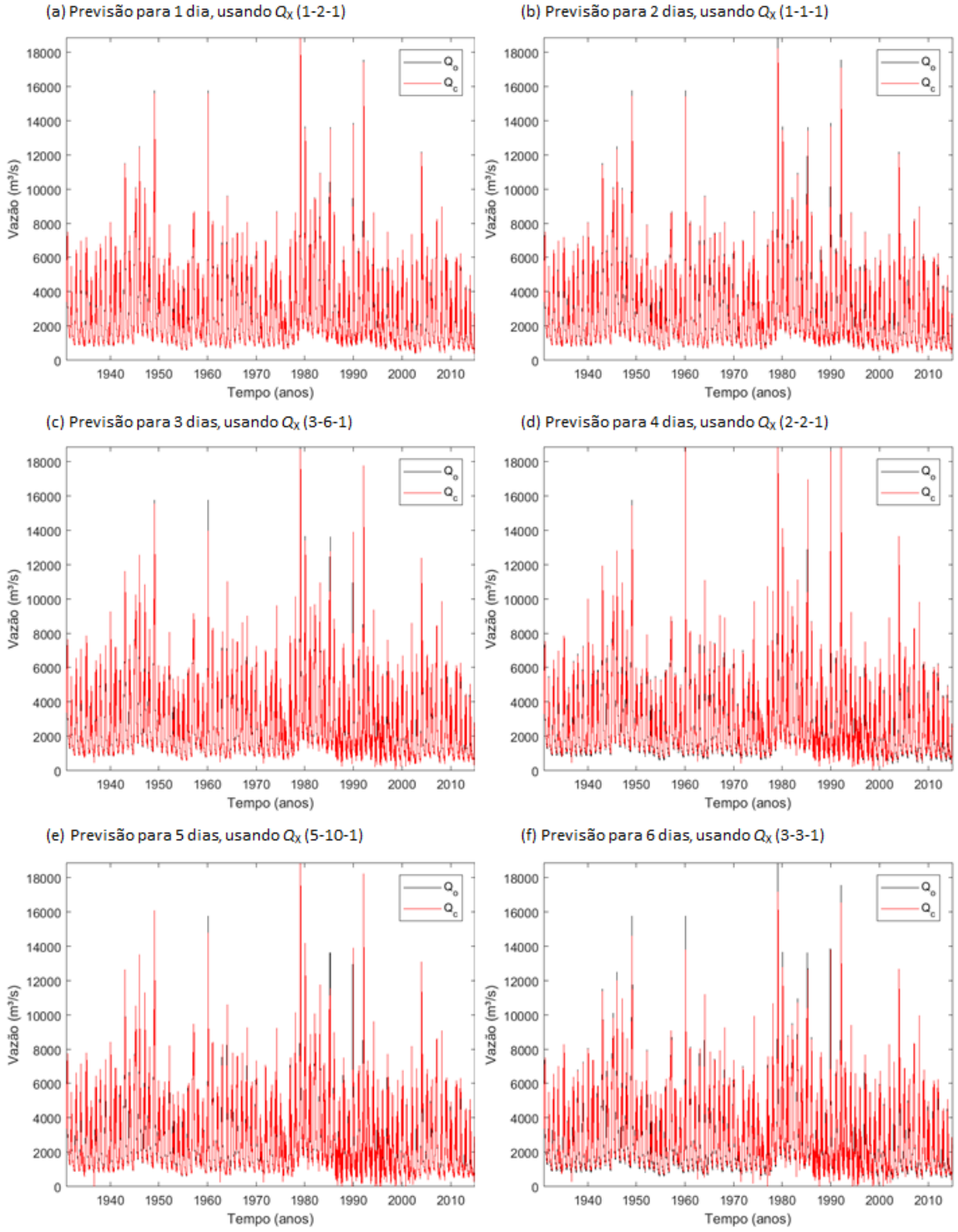


Figura 5.1 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 1 dia, (b) 2 dias, (c) 3 dias, (d) 4 dias, (e) 5 dias e (f) 6 dias de antecedência, utilizando o modelo tradicional (RNA_{dX}).

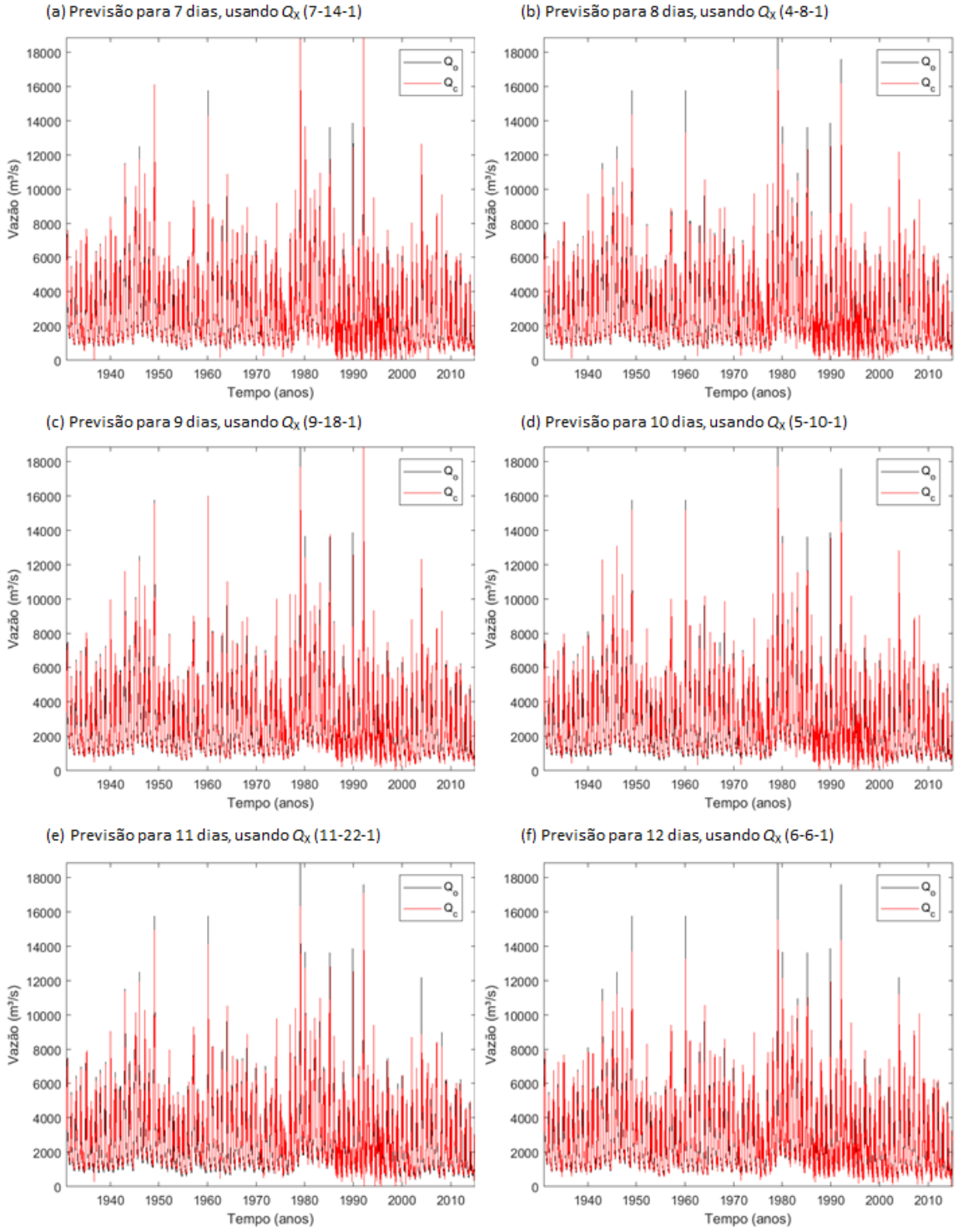


Figura 5.2 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 7 dias, (b) 8 dias, (c) 9 dias, (d) 10 dias, (e) 11 dias e (f) 12 dias de antecedência, utilizando o modelo tradicional (RNA_{dX}).

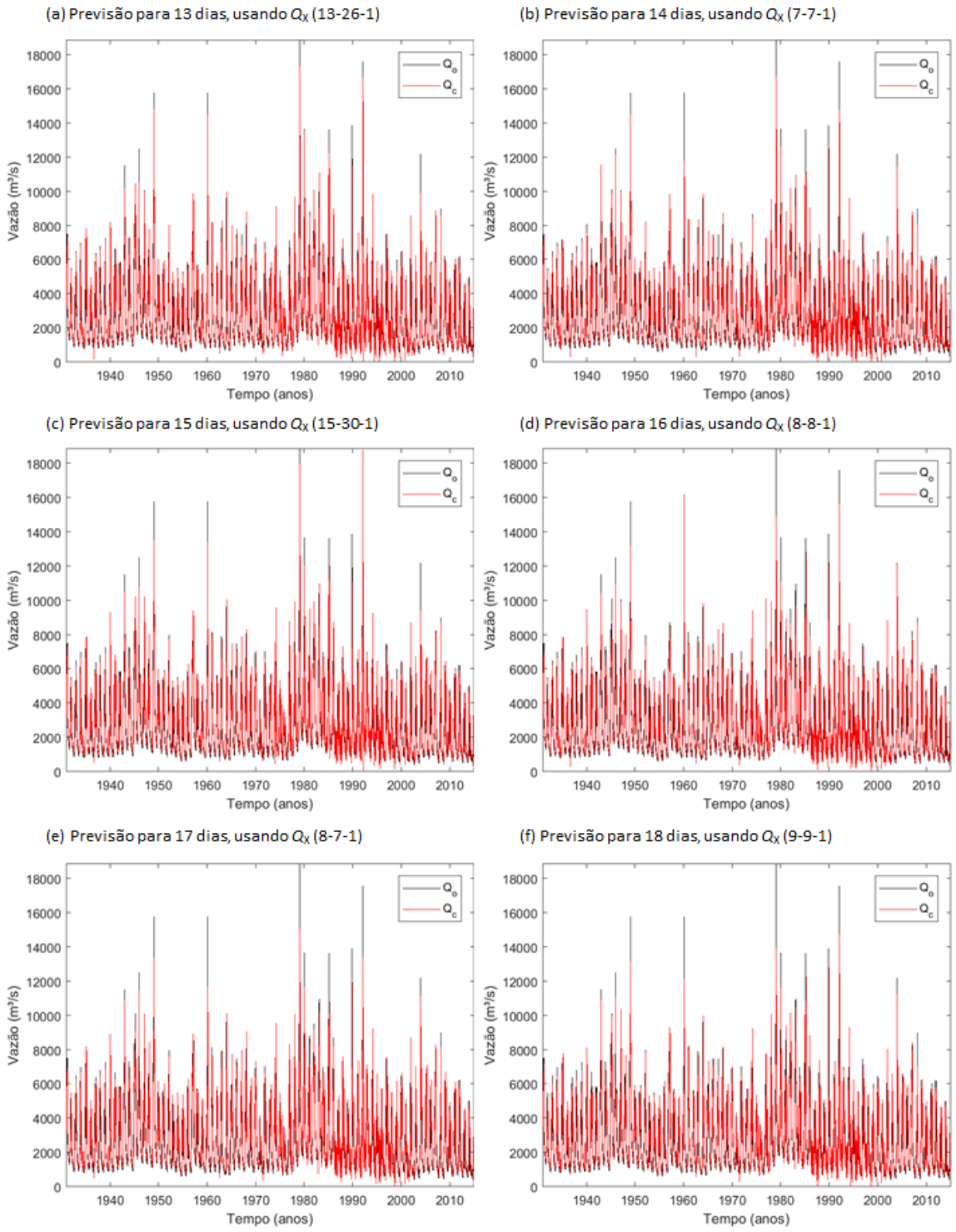


Figura 5.3 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 13 dias, (b) 14 dias, (c) 15 dias, (d) 16 dias, (e) 17 dias e (f) 18 dias de antecedência, utilizando o modelo tradicional (RNA_{dX}).

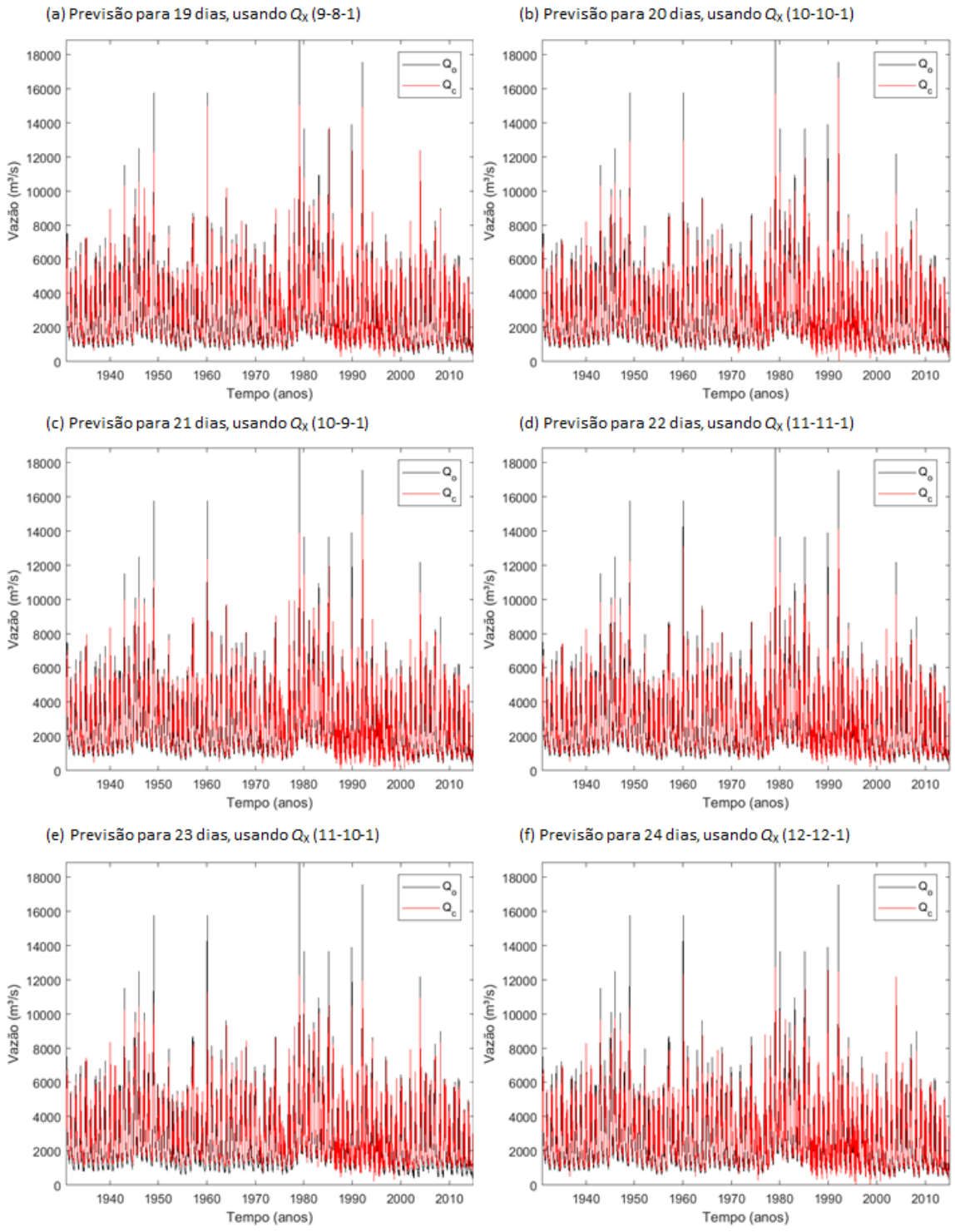


Figura 5.4 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 19 dias, (b) 20 dias, (c) 21 dias, (d) 22 dias, (e) 23 dias e (f) 24 dias de antecedência, utilizando o modelo tradicional (RNA_{dX}).

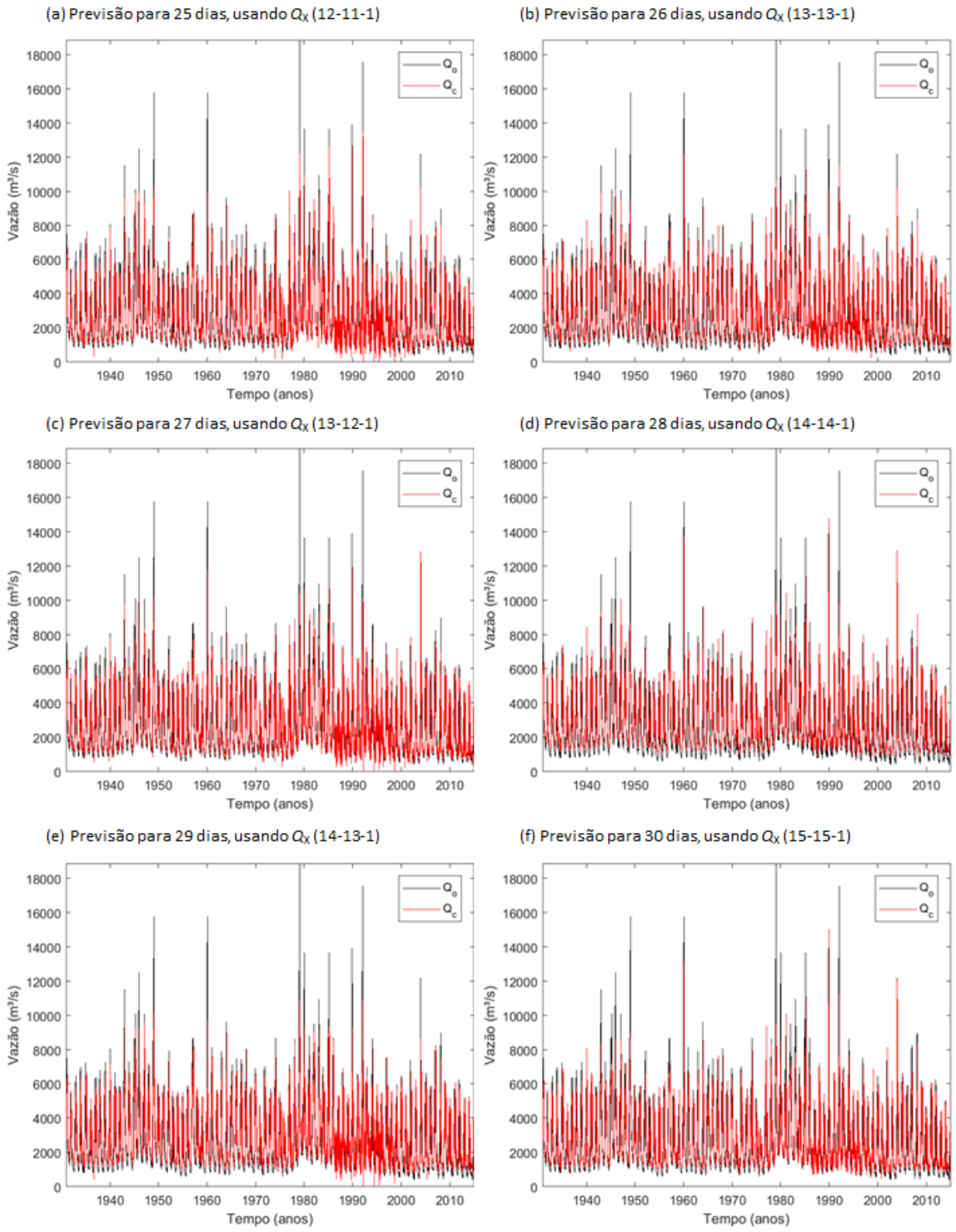


Figura 5.5 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 25 dias, (b) 26 dias, (c) 27 dias, (d) 28 dias, (e) 29 dias e (f) 30 dias de antecedência, utilizando o modelo tradicional (RNA_{dX}).

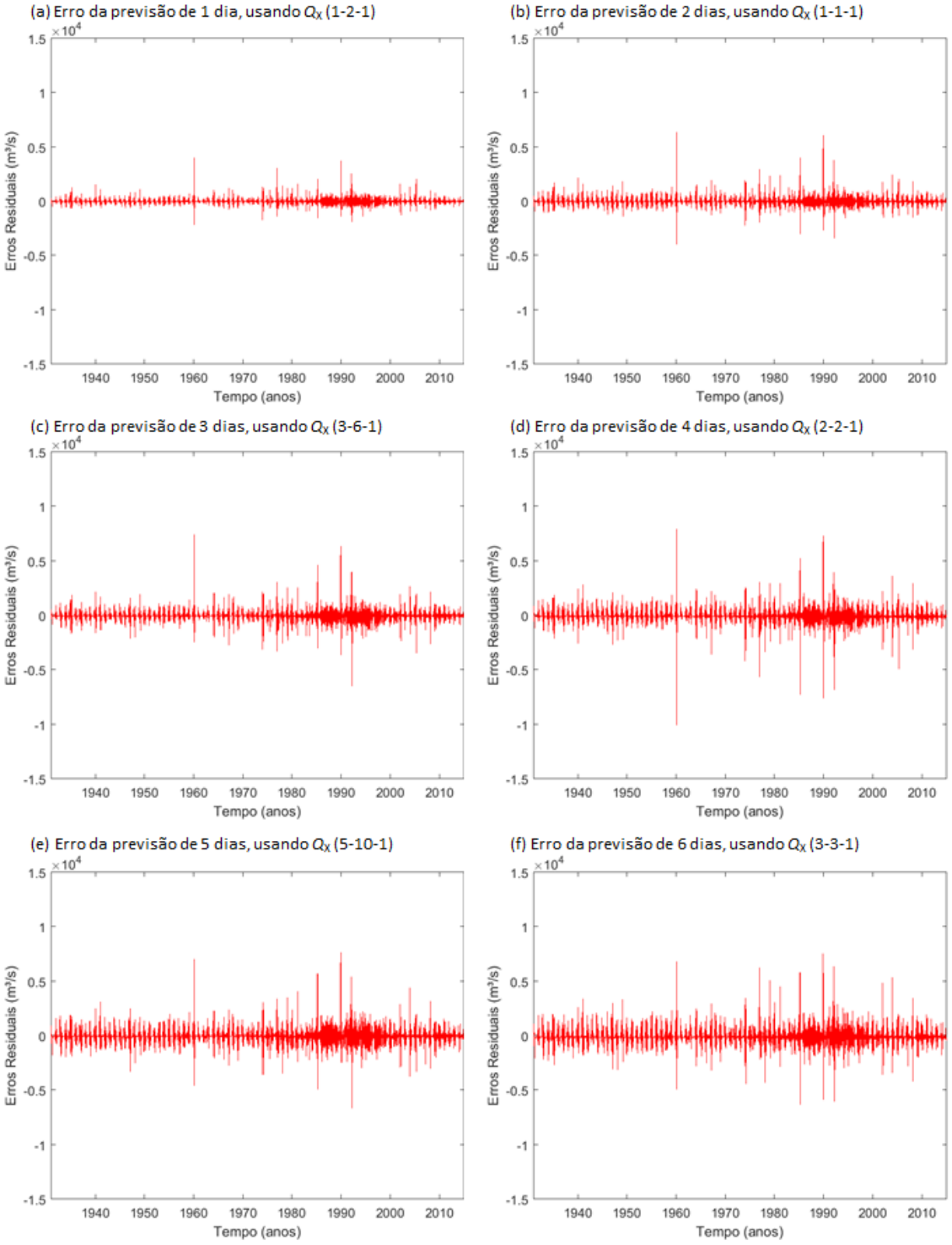


Figura 5.6 – Erros residuais para as previsões de (a) 1 dia, (b) 2 dias, (c) 3 dias, (d) 4 dias, (e) 5 dias e (f) 6 dias, utilizando o modelo tradicional (RNA_{dX}).

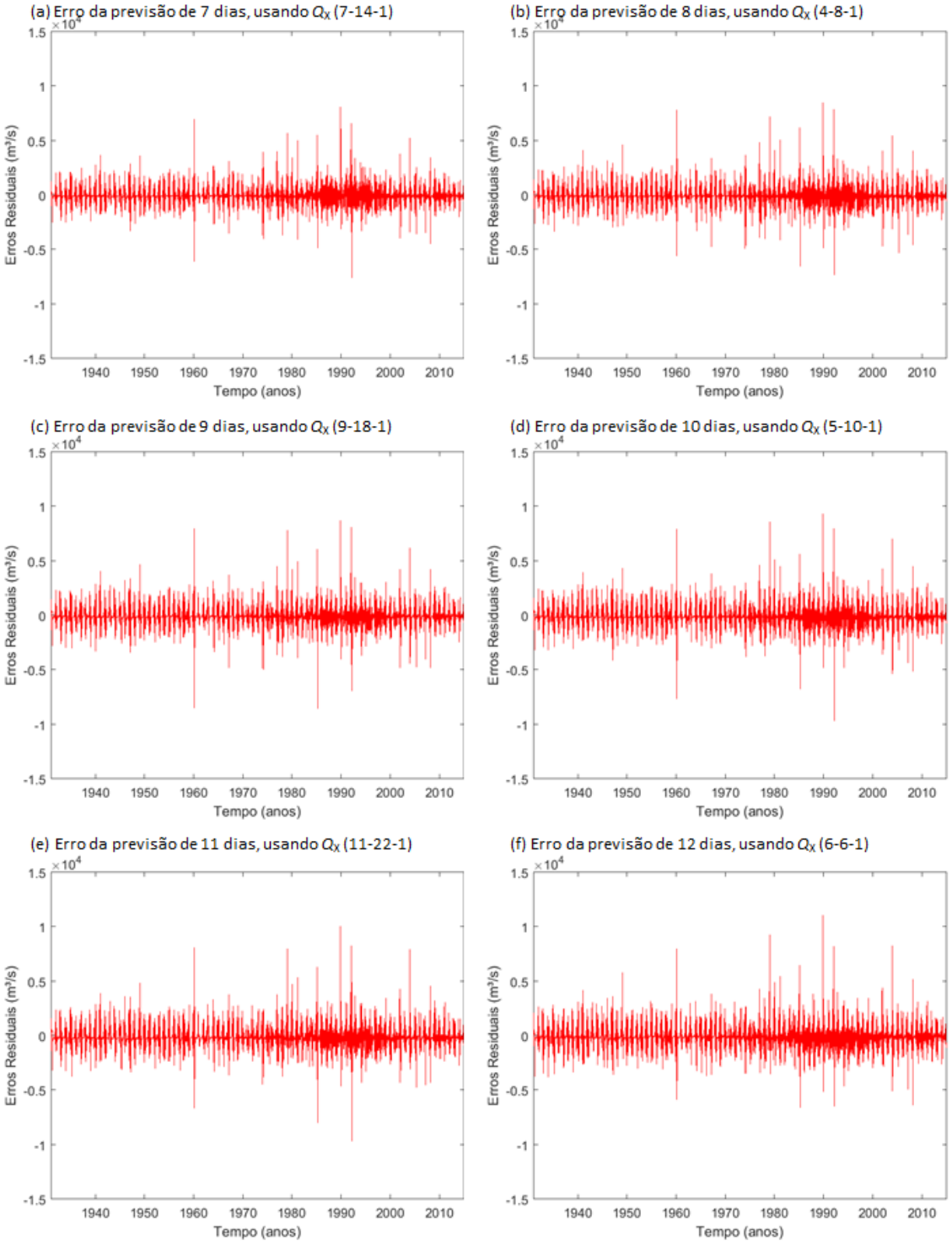


Figura 5.7 – Erros residuais para as previsões de (a) 7 dias, (b) 8 dias, (c) 9 dias, (d) 10 dias, (e) 11 dias e (f) 12 dias, utilizando o modelo tradicional (RNA_{dX}).

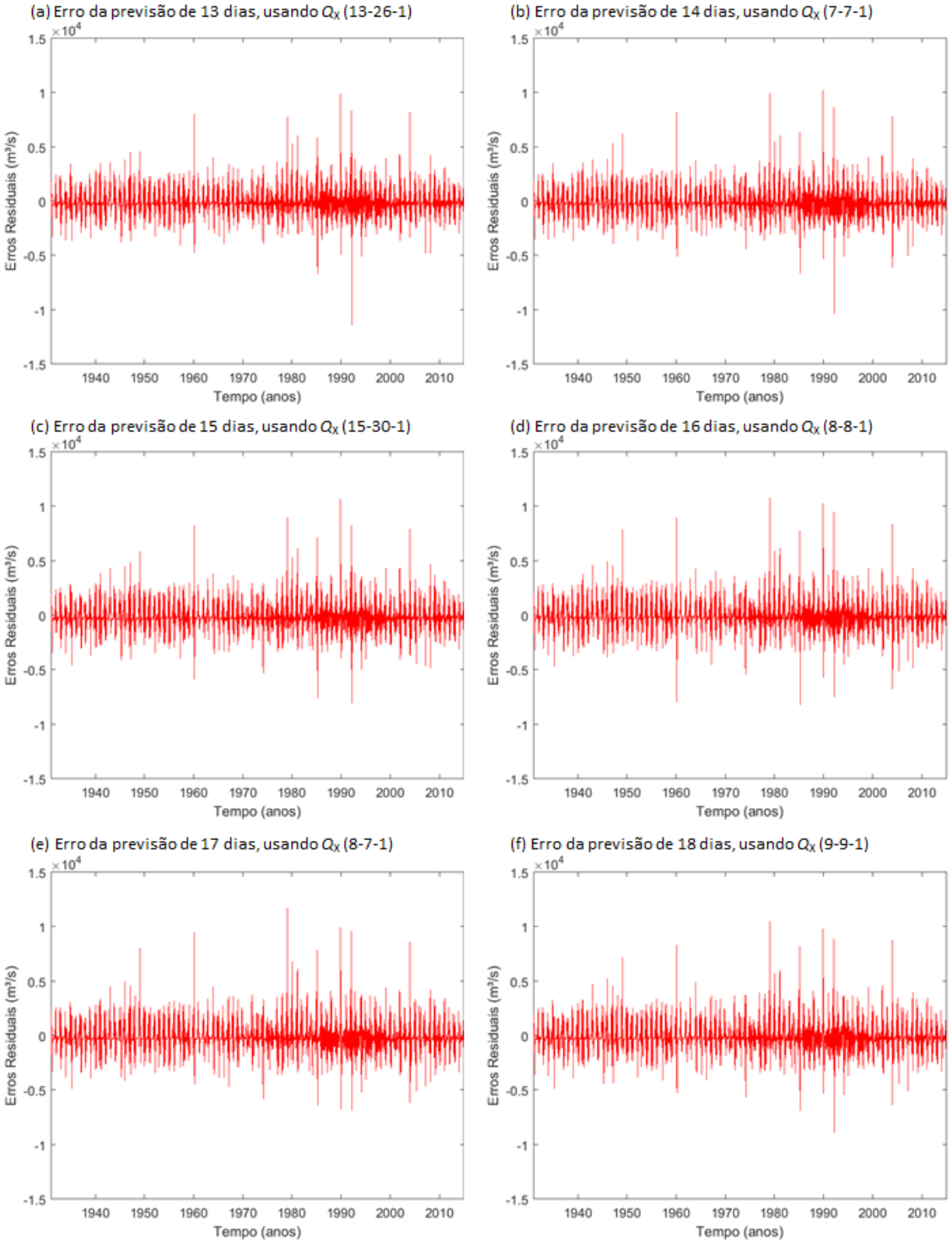


Figura 5.8 – Erros residuais para as previsões de (a) 13 dias, (b) 14 dias, (c) 15 dias, (d) 16 dias, (e) 17 dias e (f) 18 dias, utilizando o modelo tradicional (RNA_{dX}).

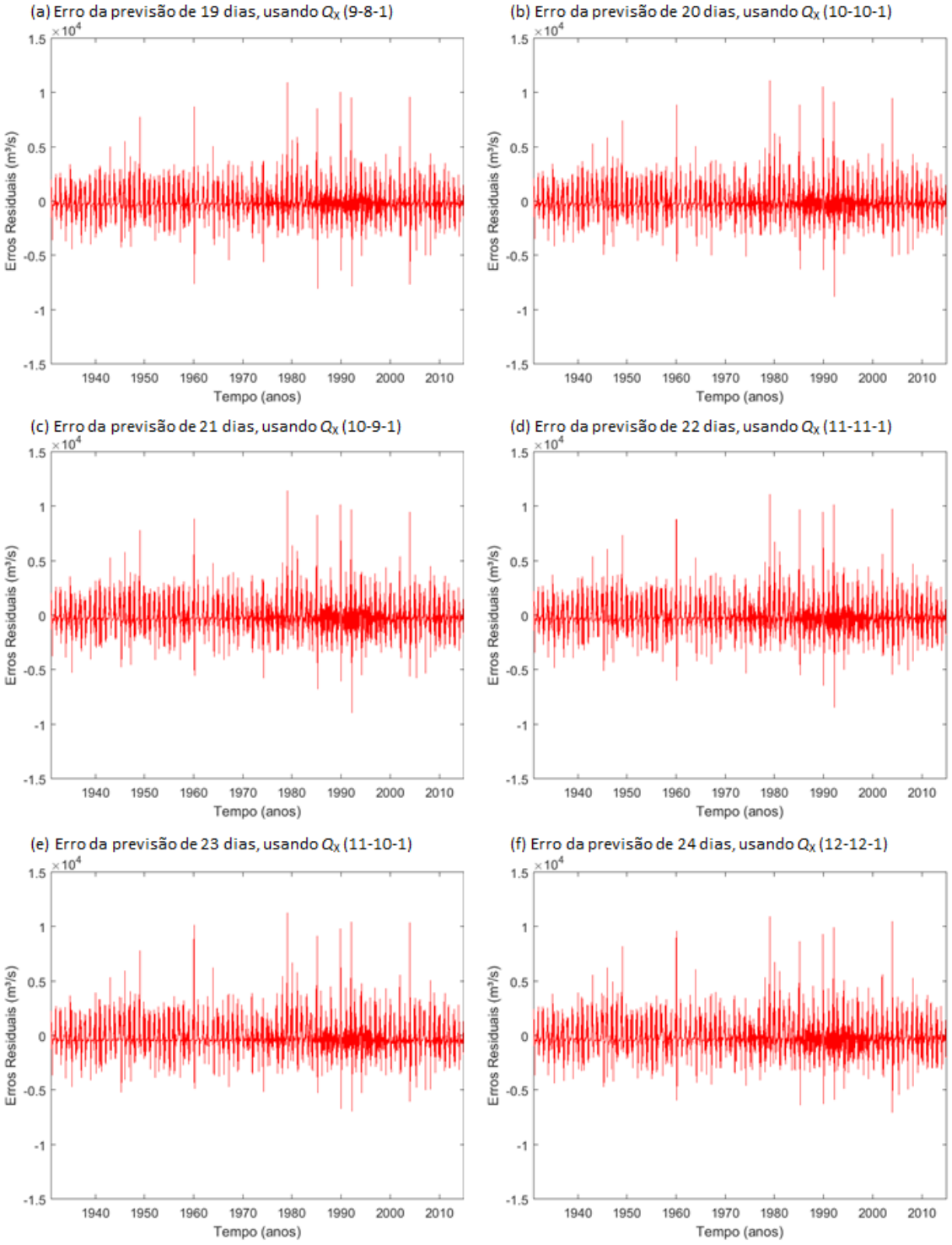


Figura 5.9 – Erros residuais para as previsões de (a) 19 dias, (b) 20 dias, (c) 21 dias, (d) 22 dias, (e) 23 dias e (f) 24 dias, utilizando o modelo tradicional (RNA_{dX}).

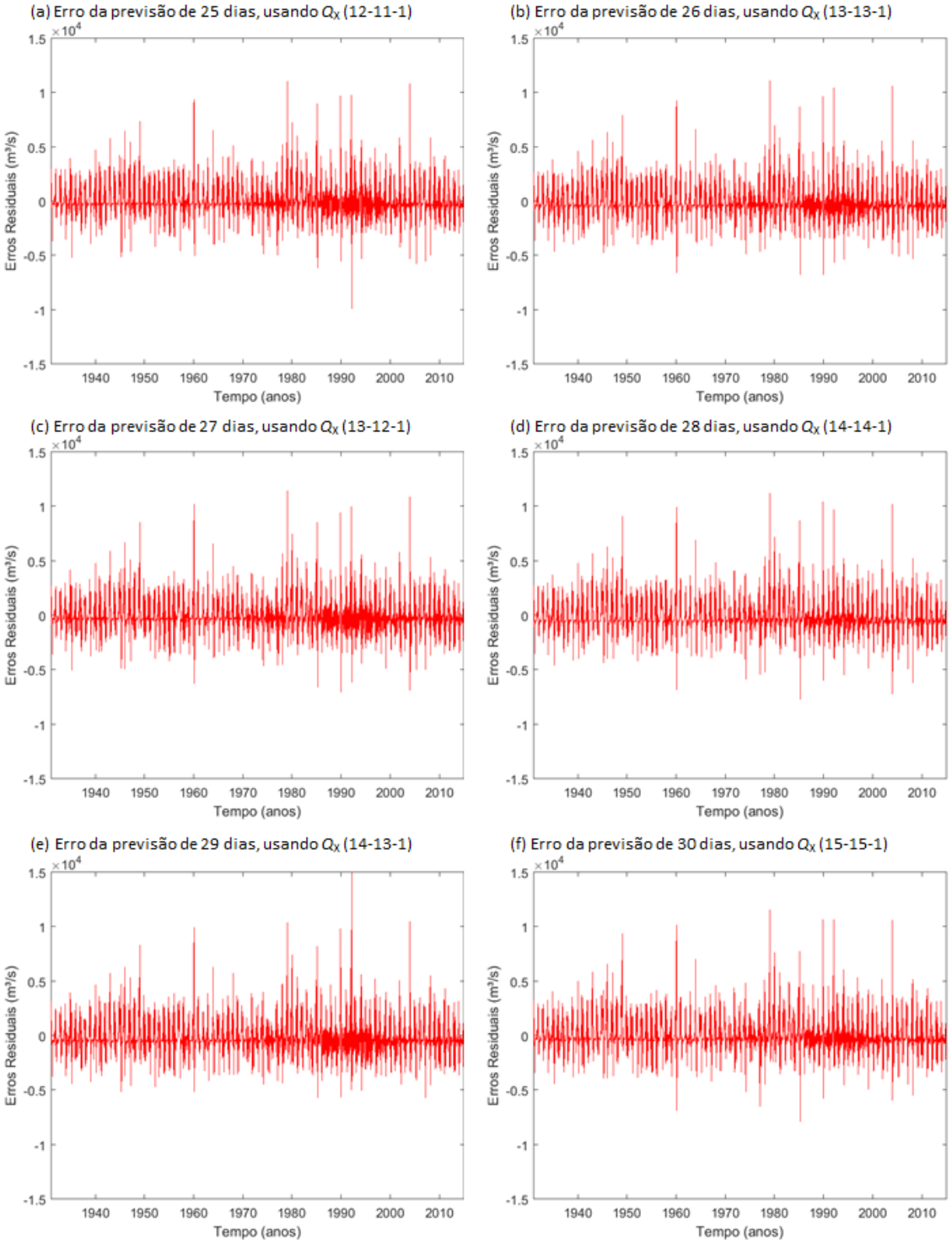


Figura 5.10 – Erros residuais para as previsões de (a) 25 dias, (b) 26 dias, (c) 27 dias, (d) 28 dias, (e) 29 dias e (f) 30 dias, utilizando o modelo tradicional (RNA_{dX}).

5.1.2. Modelos RNA Propostos

A fim de melhorar a performance dos modelos RNA tradicionais, neste trabalho, foram propostos três novos modelos RNAs. O primeiro, vazão → vazão, utilizando as vazões dos reservatórios a montante, bem como a combinação dos mesmos para a previsão do reservatório mais a jusante. O segundo, chuva → vazão, utilizando a média de Thiessen para determinação da chuva no reservatório mais a montante para a previsão do reservatório mais a jusante. E o último, chuva – vazão → vazão, utilizando além da chuva do reservatório mais a montante, a vazão do reservatório mais a jusante para a previsão do reservatório mais a jusante.

5.1.2.1. Vazão → Vazão ($RNA_{dQ \rightarrow Q}$)

Foram utilizados os dados dos reservatórios a montante, bem como a combinação dos mesmos como entrada no modelo, a fim de se obter a melhor arquitetura para cada um dos 30 modelos diários para previsão no reservatório de Xingó, $RNA_{1dQ \rightarrow Q}$, $RNA_{2dQ \rightarrow Q}$, ..., $RNA_{29dQ \rightarrow Q}$, $RNA_{30dQ \rightarrow Q}$, os quais foram definidos utilizando além das vazões deste reservatório, as vazões dos reservatórios de Paulo Afonso, Moxotó, Itaparica, Sobradinho e Três Marias, o que não é corriqueiramente utilizado na literatura. Foram realizadas 270000 simulações, variando os dados de entrada de Q_t até $Q_{t\text{-}14}$, com t em dias, os neurônios da camada escondida de 1 a 30 e os reservatórios a montante, a fim de escolher o melhor dado de entrada para arquitetura proposta, baseada nas equações (5.1, 5.2, 5.3, 5.4 e 5.5), para cada um dos 30 modelos diários, a fim de realizar as previsões no reservatório de Xingó. Na Tabela 5.2 encontra-se a melhor arquitetura de cada modelo $RNA_{dQ \rightarrow Q}$.

É possível observar pela Tabela 5.2, que a utilização das vazões dos reservatórios a montante, bem como as suas combinações melhoram bastante a qualidade da previsão diária no reservatório de Xingó, visto que, a utilização das vazões desse reservatório isolado, como entrada no modelo, como comumente é empregado nos modelos tradicionais da literatura, não obteve um resultado superior que aos demais reservatórios a montante, *i.e.*, o modelo $RNA_{dQ \rightarrow Q}$ mostrou-se ser superior ao modelo tradicional RNA_{dX}.

Tabela 5.2 – A melhor arquitetura da RNA para os modelos $RNA_{dQ\rightarrow Q}$ proposto com seus índices de desempenhos. O índice *i* é o número de neurônios na cada de entrada, *h* é número de neurônios da camada intermediária e *o* é o número da camada de saída

Modelo	Previsão (dias)	Entrada	Arquitetura			Índices de Desempenho				
			i	*h*	*o*	*R*	*NSE*	*PBIAS*	*MAPE*	*RMSE*
$RNA_{1dQ\rightarrow Q}$	1	$Q_{PAt};Q_{Mt}$	2	2	1	0,9984	0,9968	0,01%	1,96%	0,1870
$RNA_{2dQ\rightarrow Q}$	2	$Q_{Xt};Q_{PAt};Q_{Mt};Q_{It};Q_{St};Q_{TMt}$	6	1	1	0,9961	0,9922	-0,02%	3,54%	0,5295
$RNA_{3dQ\rightarrow Q}$	3	$Q_{Mt};Q_{It};Q_{St}$; …; Q_{St-2}	9	6	1	0,9959	0,9918	0,05%	2,87%	1,4446
$RNA_{4dQ\rightarrow Q}$	4	$Q_{PAt};Q_{Mt};Q_{It};Q_{St};Q_{TMt}$; …; Q_{St-1}	10	2	1	0,9937	0,9875	0,01%	3,67%	0,3778
$RNA_{5dQ\rightarrow Q}$	5	$Q_{PAt};Q_{Mt};Q_{It};Q_{St}$; …; Q_{St-4}	20	10	1	0,9922	0,9845	-0,02%	4,25%	0,5226
$RNA_{6dQ\rightarrow Q}$	6	$Q_{PAt};Q_{Mt};Q_{It};Q_{St}$; …; Q_{St-2}	12	3	1	0,9894	0,9789	0,00%	5,33%	0,0991
$RNA_{7dQ\rightarrow Q}$	7	$Q_{Xt};Q_{PAt};Q_{Mt}$; …; Q_{Mt-6}	21	14	1	0,9674	0,9359	-0,06%	11,98%	1,534
$RNA_{8dQ\rightarrow Q}$	8	$Q_{PAt};Q_{Mt};Q_{It}$; …; Q_{It-3t}	12	4	1	0,9596	0,9208	0,04%	13,34%	1,0371
$RNA_{9dQ\rightarrow Q}$	9	Q_{St}; …; Q_{St-8}	9	18	1	0,9743	0,9491	0,01%	9,94%	0,3871
$RNA_{10dQ\rightarrow Q}$	10	$Q_{PAt};Q_{Mt};Q_{It};Q_{St}$; …; Q_{St-4}	20	5	1	0,9682	0,9374	-0,10%	11,67%	2,5653
$RNA_{11dQ\rightarrow Q}$	11	Q_{PAt}; …; Q_{PAt-10}	11	22	1	0,9284	0,8617	0,02%	18,23%	0,4776
$RNA_{12dQ\rightarrow Q}$	12	$Q_{PAt};Q_{Mt};Q_{It}$; …; Q_{It-5}	18	6	1	0,9195	0,8454	-0,06%	19,98%	1,6444
$RNA_{13dQ\rightarrow Q}$	13	$Q_{Mt};Q_{It};Q_{St}$; …; Q_{St-12}	39	26	1	0,9452	0,8932	-0,04%	15,57%	1,148
$RNA_{14dQ\rightarrow Q}$	14	$Q_{Xt};Q_{PAt}$; …; Q_{PAt-6}	14	7	1	0,9355	0,875	-0,05%	17,59%	1,358
$RNA_{15dQ\rightarrow Q}$	15	Q_{It}; …; Q_{It-14}	15	30	1	0,8945	0,7999	0,19%	22,69%	5,1634
$RNA_{16dQ\rightarrow Q}$	16	$Q_{It};Q_{St}$; …; Q_{St-7}	16	8	1	0,9141	0,8352	-0,19%	20,54%	5,0342
$RNA_{17dQ\rightarrow Q}$	17	Q_{PAt}; …; Q_{PAt-7}	8	7	1	0,8706	0,758	-0,02%	26,50%	0,6411
$RNA_{18dQ\rightarrow Q}$	18	$Q_{Xt};Q_{PAt};Q_{Mt};Q_{It}$; …; Q_{It-8}	36	9	1	0,8616	0,7421	-0,15%	27,18%	3,9804
$RNA_{19dQ\rightarrow Q}$	19	$Q_{PAt};Q_{Mt};Q_{It}$; …; Q_{It-8}	27	8	1	0,8526	0,7267	0,25%	28,58%	6,77
$RNA_{20dQ\rightarrow Q}$	20	$Q_{PAt};Q_{Mt};Q_{It}$; …; Q_{It-9}	30	10	1	0,8303	0,6894	-0,02%	31,56%	0,6336
$RNA_{21dQ\rightarrow Q}$	21	$Q_{Xt};Q_{PAt}$; …; Q_{PAt-9}	20	9	1	0,8641	0,7466	0,48%	26,62%	12,9979
$RNA_{22dQ\rightarrow Q}$	22	$Q_{Xt};Q_{PAt};Q_{Mt};Q_{It};Q_{St};Q_{TMt}$; …; Q_{TMt-10}	66	11	1	0,9079	0,8242	0,04%	21,51%	1,1822
$RNA_{23dQ\rightarrow Q}$	23	$Q_{It};Q_{St};Q_{TMt}$; …; Q_{TMt-10}	33	10	1	0,8957	0,8019	-0,04%	22,69%	0,9444
$RNA_{24dQ\rightarrow Q}$	24	Q_{PAt}; …; Q_{PAt-11}	12	12	1	0,8015	0,6416	-0,13%	33,21%	3,5683
$RNA_{25dQ\rightarrow Q}$	25	$Q_{St};Q_{TMt}$; …; Q_{TMt-11}	24	11	1	0,8807	0,774	-0,09%	24,20%	2,4259
$RNA_{26dQ\rightarrow Q}$	26	Q_{Mt}; …; Q_{Mt-12}	13	13	1	0,7835	0,6129	-0,18%	35,63%	4,7831
$RNA_{27dQ\rightarrow Q}$	27	$Q_{Xt};Q_{PAt};Q_{Mt};Q_{It};Q_{St};Q_{TMt}$; …; Q_{TMt-12}	78	12	1	0,8643	0,7454	-0,67%	27,19%	17,8975
$RNA_{28dQ\rightarrow Q}$	28	$Q_{Xt};Q_{PAt}$; …; Q_{PAt-13}	28	14	1	0,8046	0,6467	-0,15%	32,78%	4,0684
$RNA_{29dQ\rightarrow Q}$	29	$Q_{Mt};Q_{It};Q_{St}$; …; Q_{St-13}	42	13	1	0,7959	0,6329	0,23%	34,53%	6,2839
$RNA_{30dQ\rightarrow Q}$	30	$Q_{Mt};Q_{It}$; …; Q_{St-14}	30	15	1	0,7623	0,5805	-0,23%	40,02%	6,0505

Q_X – vazão de Xingó; Q_{PA} – vazão de Paulo Afonso; Q_M – vazão de Moxotó; Q_I – vazão de Itaparica; Q_S – vazão de Sobradinho; Q_{TM} – Três Marias.

Na Tabela 5.2, pode-se observar ainda que o melhor reservatório para utilização dos dados, como entrada nos modelos diários, foi o de Paulo Afonso, o qual apresentou sucesso em 20 modelos, seguido de Moxotó e Itaparica, os quais apresentaram sucesso em 19 modelos. Já os reservatórios de Sobradinho e Xingó apresentaram sucesso em 14 e 8 modelos, respectivamente. Até o reservatório de Três Marias, mesmo sendo o mais a montante, apresentou sucesso em 6 modelos, seja empregado em conjunto com o reservatório de Sobradinho (RNA_{25d}); com Sobradinho e Itaparica (RNA_{23d}); com Sobradinho, Itaparica, Moxotó e Paulo Afonso (RNA_{4d}); ou em conjunto com os demais reservatórios do rio São Francisco (RNA_{2d}, RNA_{22d} e RNA_{27d}).

A Figura 5.11 mostra o desempenho de cada um dos 600 modelos propostos $RNA_{dQ\rightarrow Q}$, baseados no índice *RMSE*, em que os quadrados em verde significam a melhora desse índice, enquanto que os em vermelho significam a piora deste índice. Nota-se que os modelos $RNA_{dQ\rightarrow Q}$ proposto obtiveram um desempenho superior que o modelo clássico, com exceção do modelo cuja entrada utilizou-se apenas a vazão de Três Marias, pois foi o que apresentou o pior desempenho com altos valores de *RMSE*, sendo suas piores performances para as previsões de 12 e 18 dias.

Os demais modelos apresentaram uma boa performance com relação aos modelos tradicionais, baseados na melhora do índice *RMSE*, principalmente, para as previsões de 3, 11 a 15 e acima de 28 dias.

As Figuras 5.12 – 5.16 mostram os hidrogramas diários de previsão de 1 a 6 dias, de 7 a 12 dias, de 13 a 18 dias, de 19 a 24 dias e de 21 a 30 dias, respectivamente, utilizando o modelo proposto $RNA_{dQ\rightarrow Q}$, utilizando os dados brutos dos reservatórios a montante bem como suas combinações que obtiveram melhores desempenhos (Tabela 5.2) para o período de 1 de janeiro de 1931 a 31 de dezembro de 2015.

Nota-se por estes hidrogramas de previsão que os modelos $RNA_{dQ\rightarrow Q}$ mostram-se bastante eficientes para a previsão de 1 a 6 dias, acima disso, sua eficiência vai piorando, à medida que o horizonte de previsão vai aumentando, entretanto esses modelos ainda apresentam resultados superiores ao modelo tradicional, na maioria dos casos, como pode ser confirmado nas figuras seguintes (Figuras 5.17 a 5.18), que mostram os erros residuais das previsões utilizando este modelo, bem como a Tabela 5.3, que mostra a variação dos índices de desempenho entre o modelo proposto $RNA_{dQ\rightarrow Q}$ e o modelo tradicional RNA_{dX}.

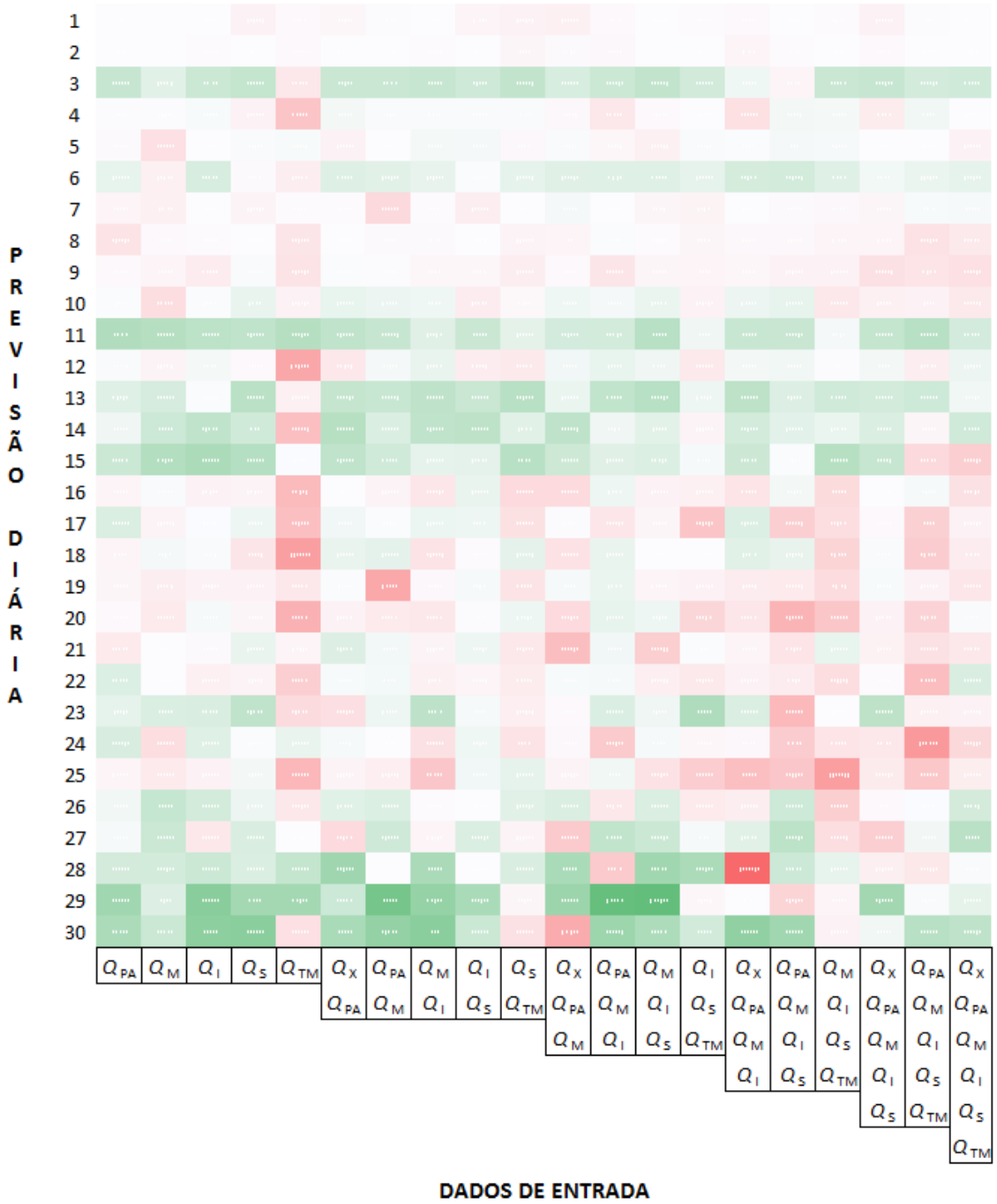


Figura 5.11 – Desempenho dos modelos $RNA_{dQ \rightarrow Q}$ com relação aos modelos RNAs tradicionais diários, baseado nos valores de RMSE.

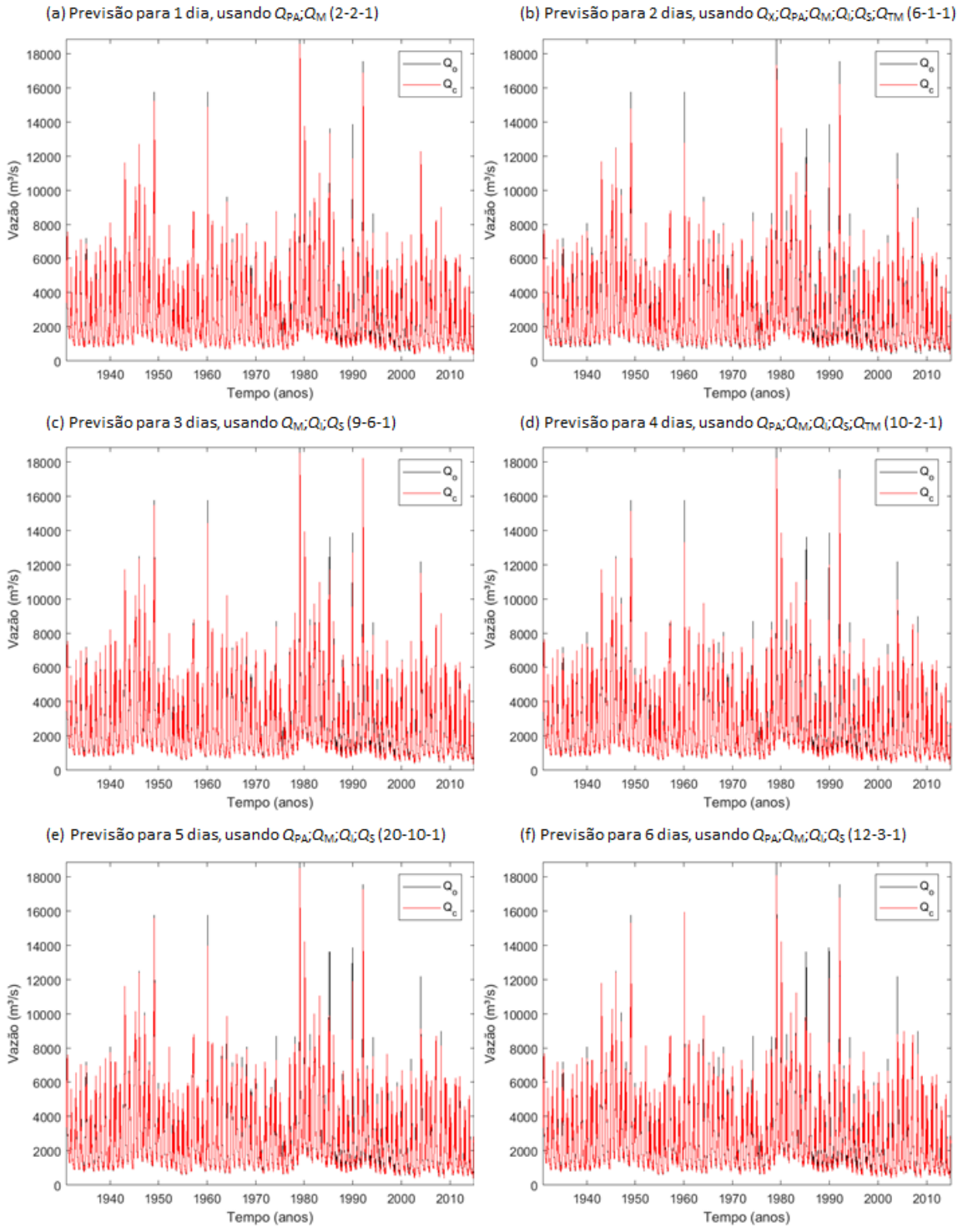


Figura 5.12 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 1 dia, (b) 2 dias, (c) 3 dias, (d) 4 dias, (e) 5 dias e (f) 6 dias de antecedência, utilizando o modelo RNA proposto ($RNA_{dQ \rightarrow Q}$).

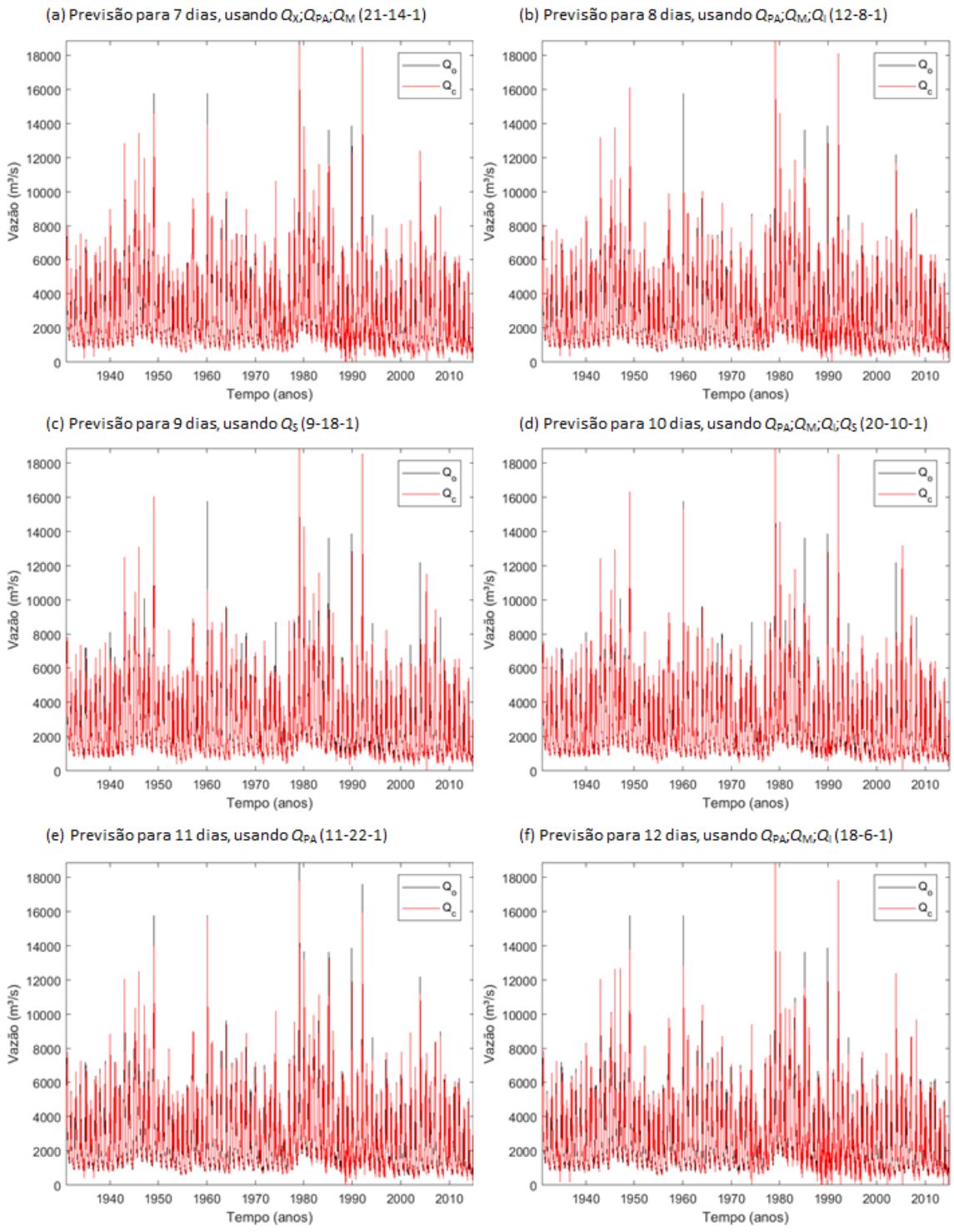


Figura 5.13 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 7 dias, (b) 8 dias, (c) 9 dias, (d) 10 dias, (e) 11 dias e (f) 12 dias de antecedência, utilizando o modelo RNA proposto ($RNA_{dQ \rightarrow Q}$).

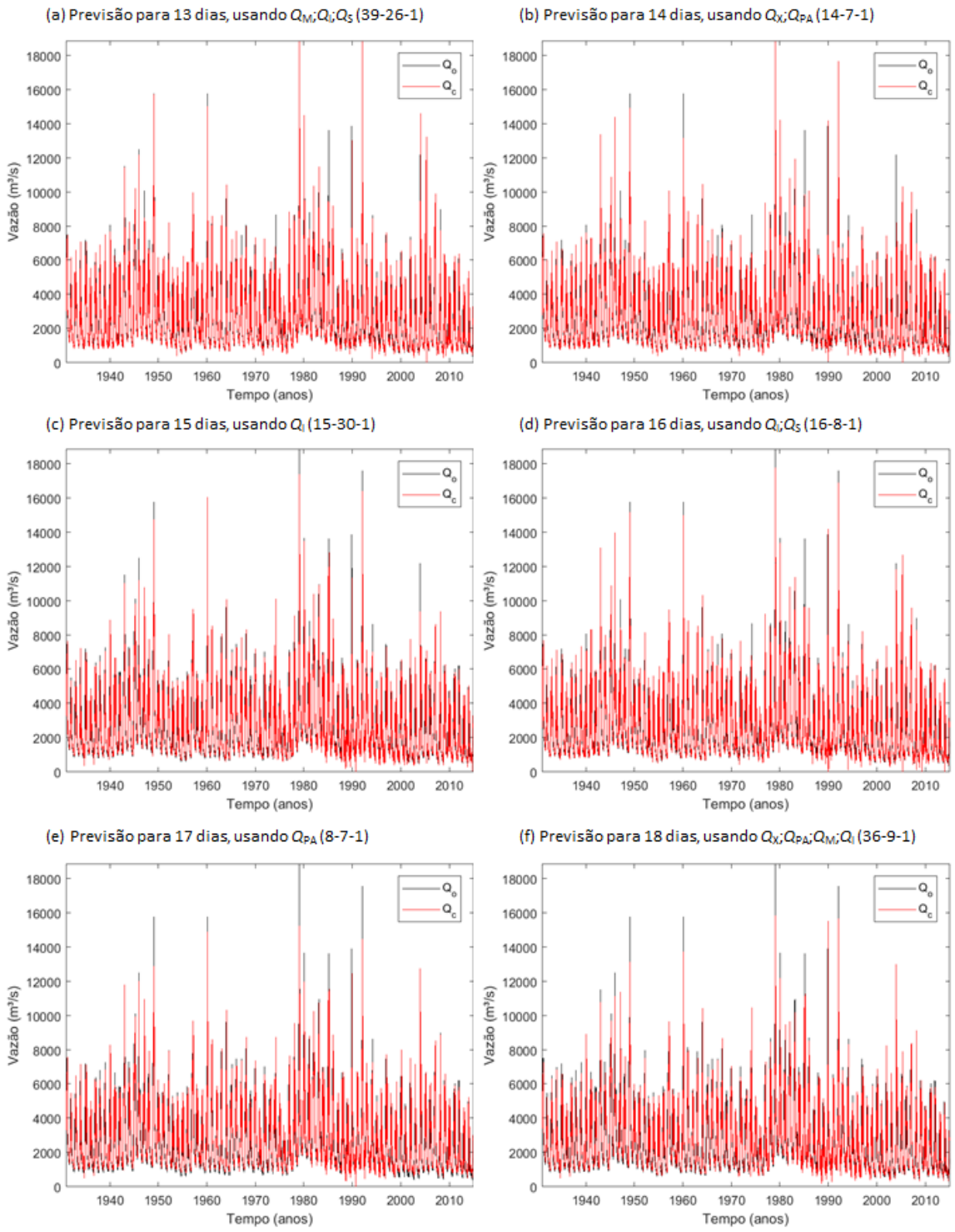


Figura 5.14 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 13 dias, (b) 14 dias, (c) 15 dias, (d) 16 dias, (e) 17 dias e (f) 18 dias de antecedência, utilizando o modelo RNA proposto ($RNA_{dQ \rightarrow Q}$).

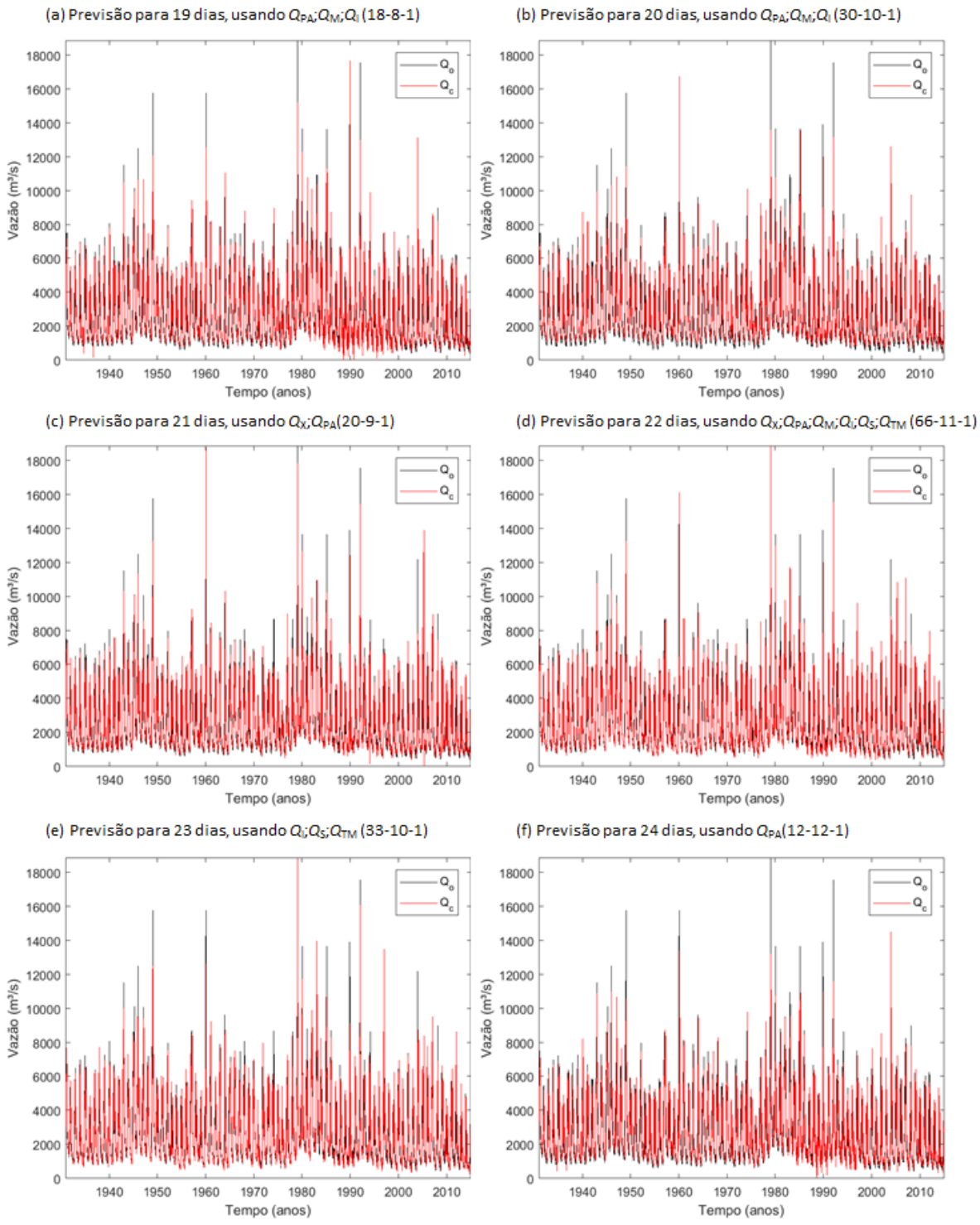


Figura 5.15 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 19 dias, (b) 20 dias, (c) 21 dias, (d) 22 dias, (e) 23 dias e (f) 24 dias de antecedência, utilizando o modelo RNA proposto ($RNA_{dQ \rightarrow Q}$).

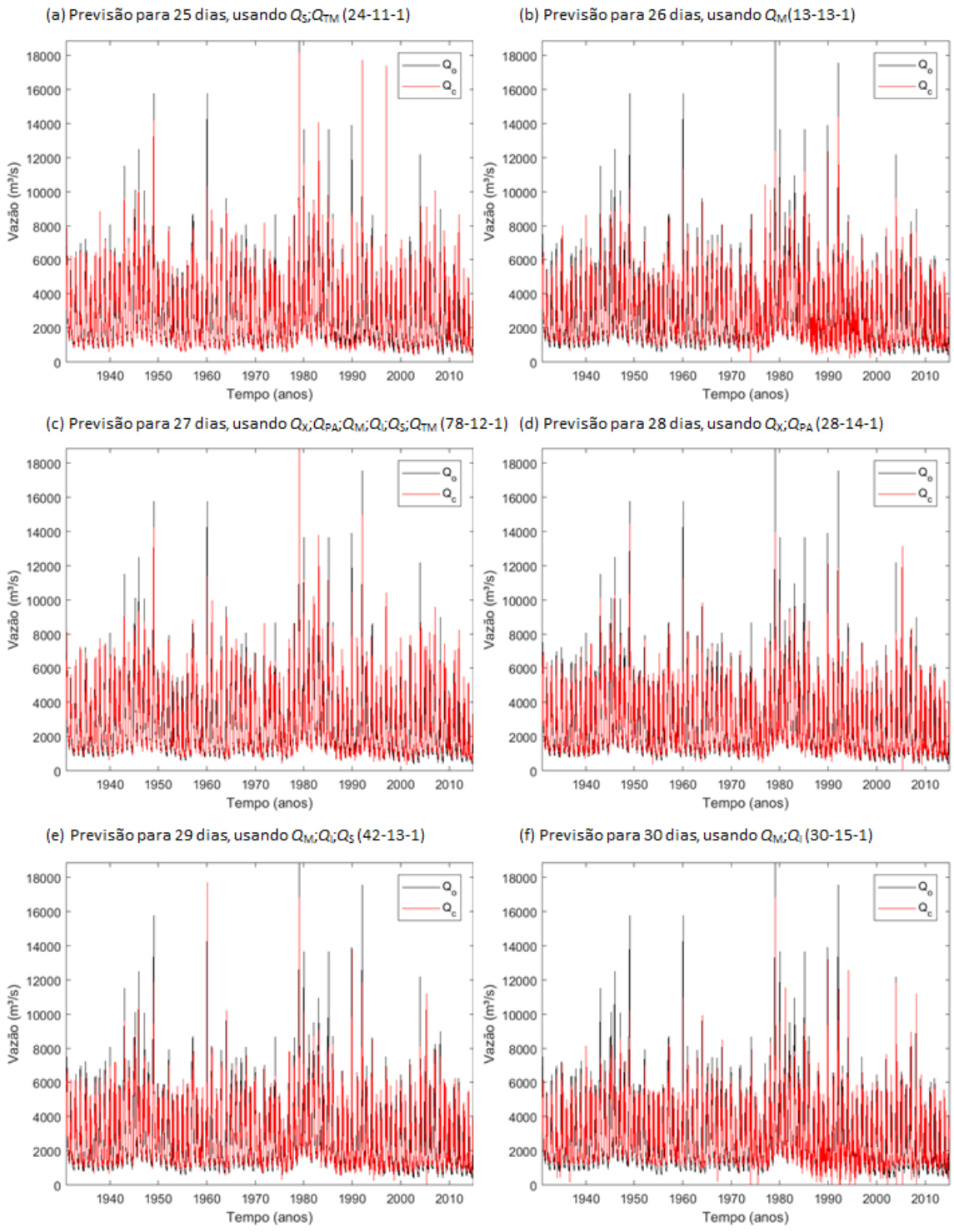


Figura 5.16 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 25 dias, (b) 26 dias, (c) 27 dias, (d) 28 dias, (e) 29 dias e (f) 30 dias de antecedência, utilizando o modelo RNA proposto ($RNA_{dQ \rightarrow Q}$).

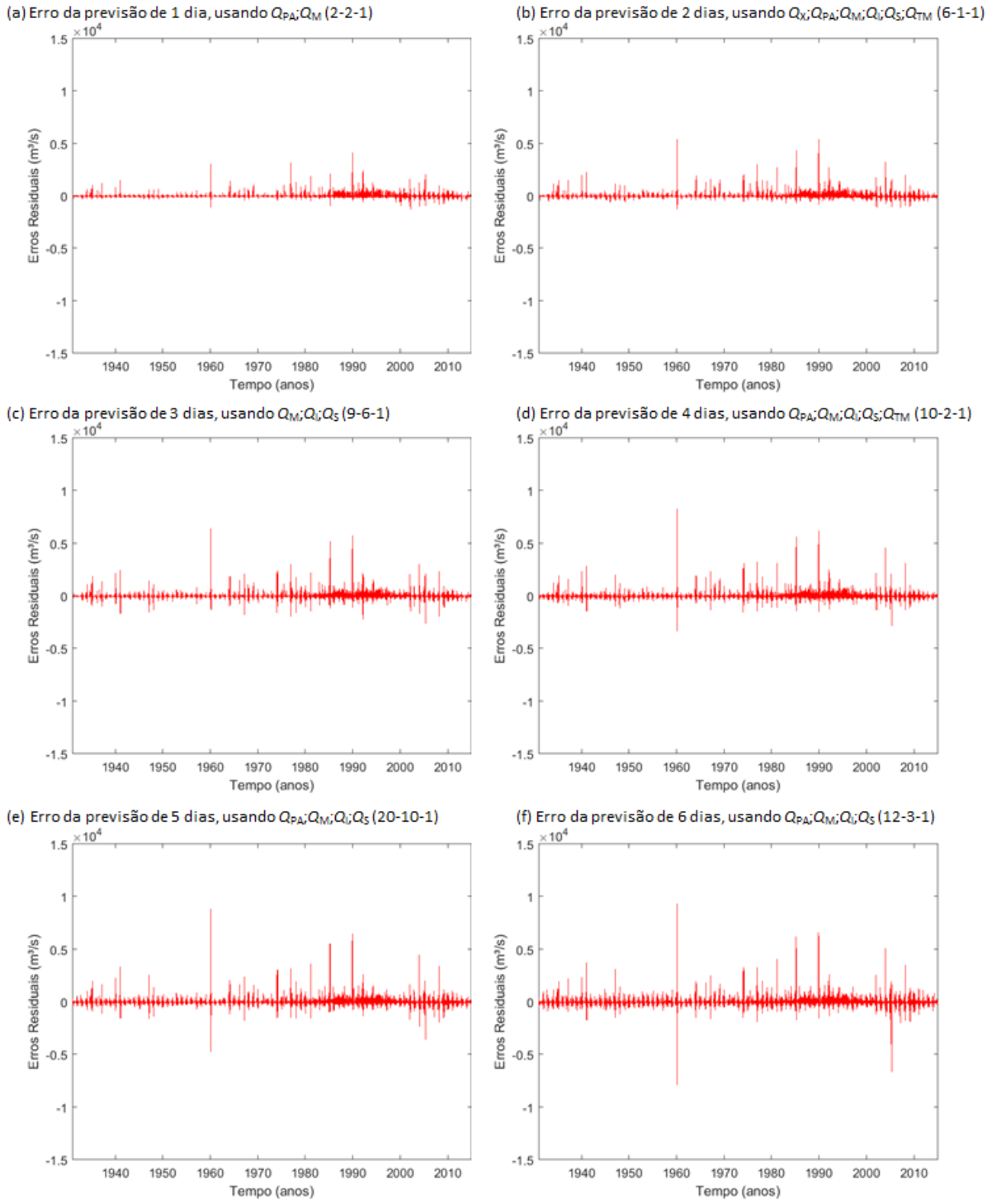


Figura 5.17 – Erros residuais para as previsões de (a) 1 dia, (b) 2 dias, (c) 3 dias, (d) 4 dias, (e) 5 dias e (f) 6 dias, utilizando o modelo RNA proposto ($RNA_{dQ\rightarrow Q}$).

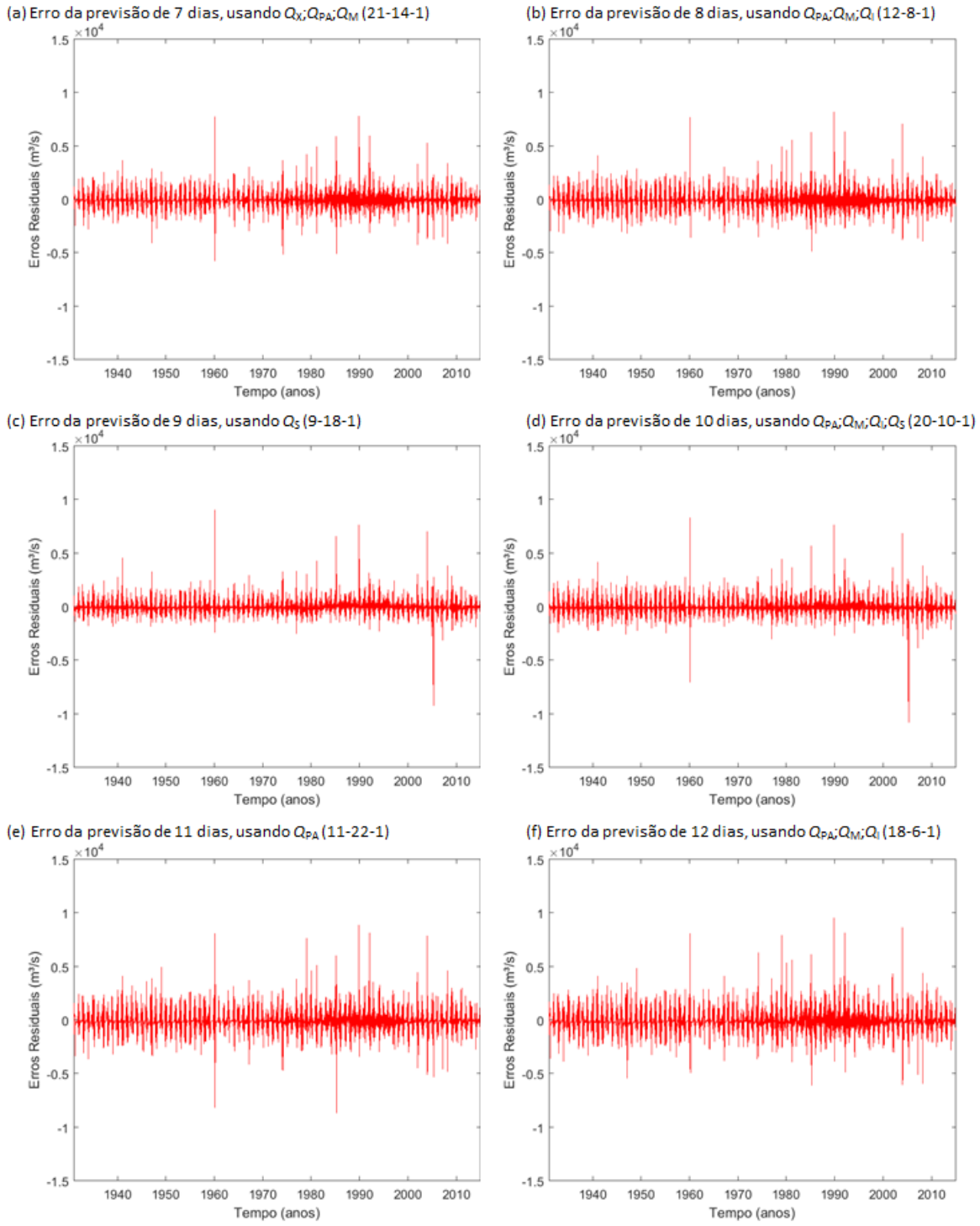


Figura 5.18 – Erros residuais para as previsões de (a) 7 dias, (b) 8 dias, (c) 9 dias, (d) 10 dias, (e) 11 dias e (f) 12 dias, utilizando o modelo RNA proposto ($RNA_{dQ \rightarrow Q}$).

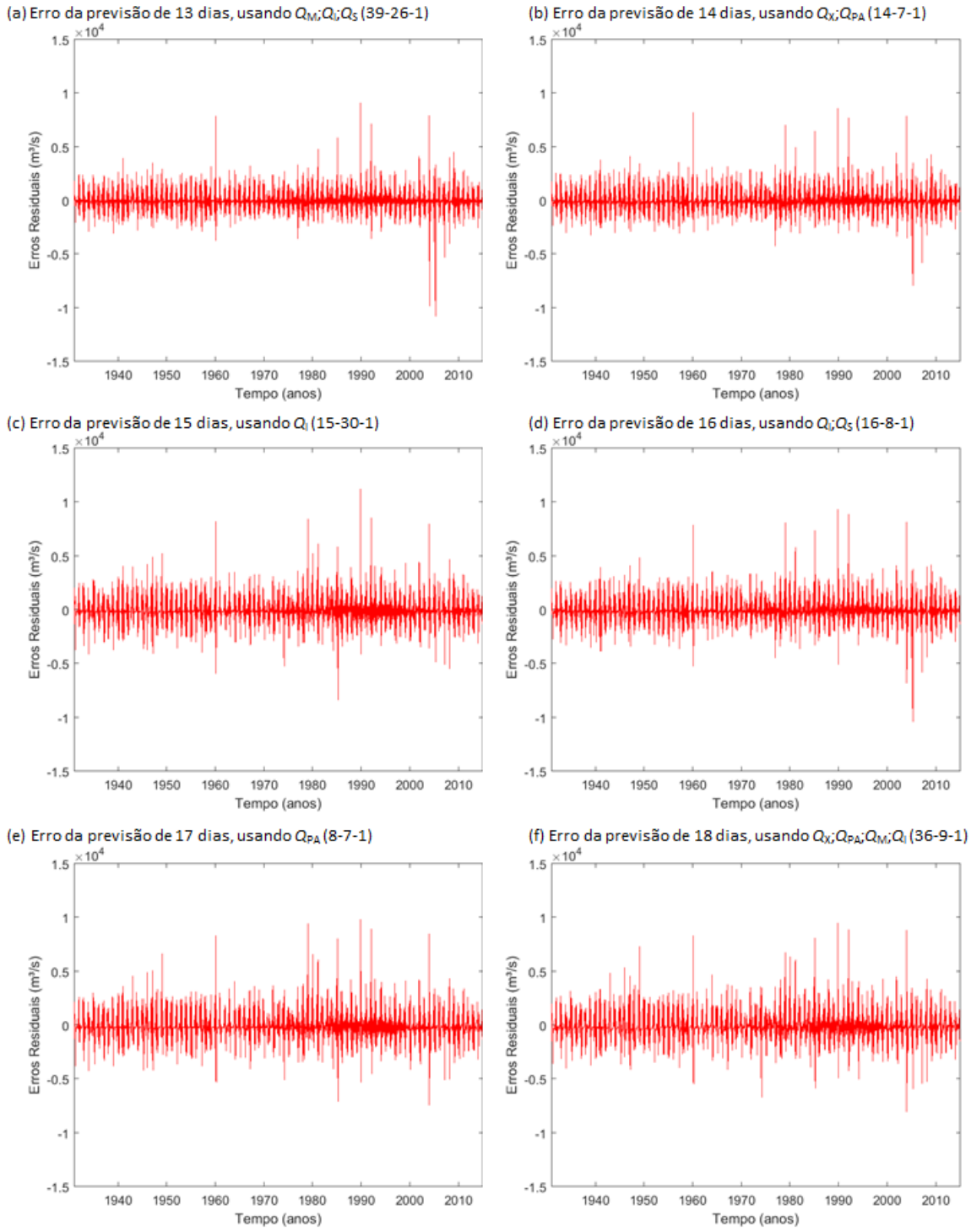


Figura 5.19 – Erros residuais para as previsões de (a) 13 dias, (b) 14 dias, (c) 15 dias, (d) 16 dias, (e) 17 dias e (f) 18 dias, utilizando o modelo RNA proposto ($RNA_{dQ \rightarrow Q}$).

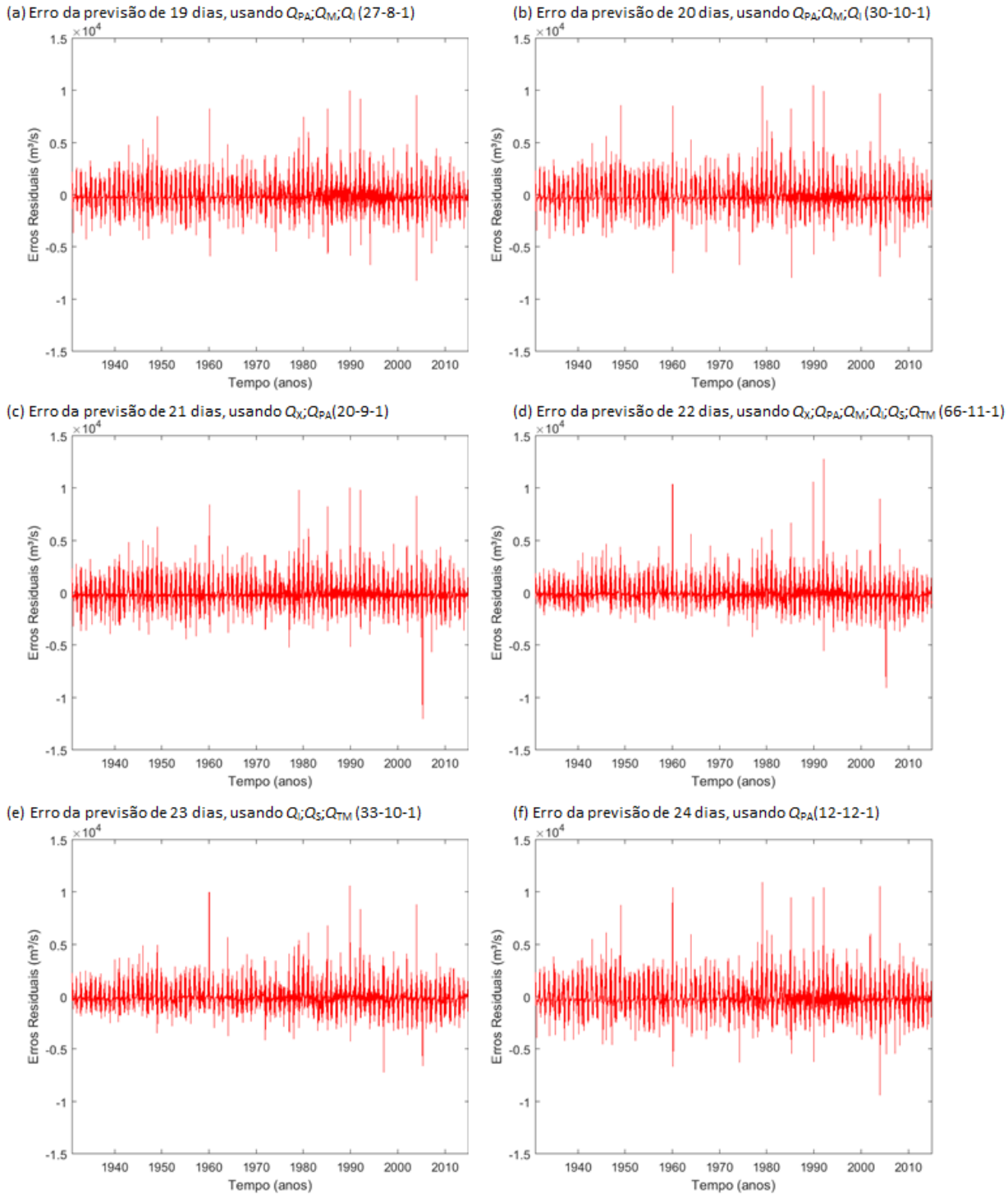


Figura 5.20 – Erros residuais para as previsões de (a) 19 dias, (b) 20 dias, (c) 21 dias, (d) 22 dias, (e) 23 dias e (f) 24 dias, utilizando o modelo RNA proposto ($RNA_{dQ \rightarrow Q}$).

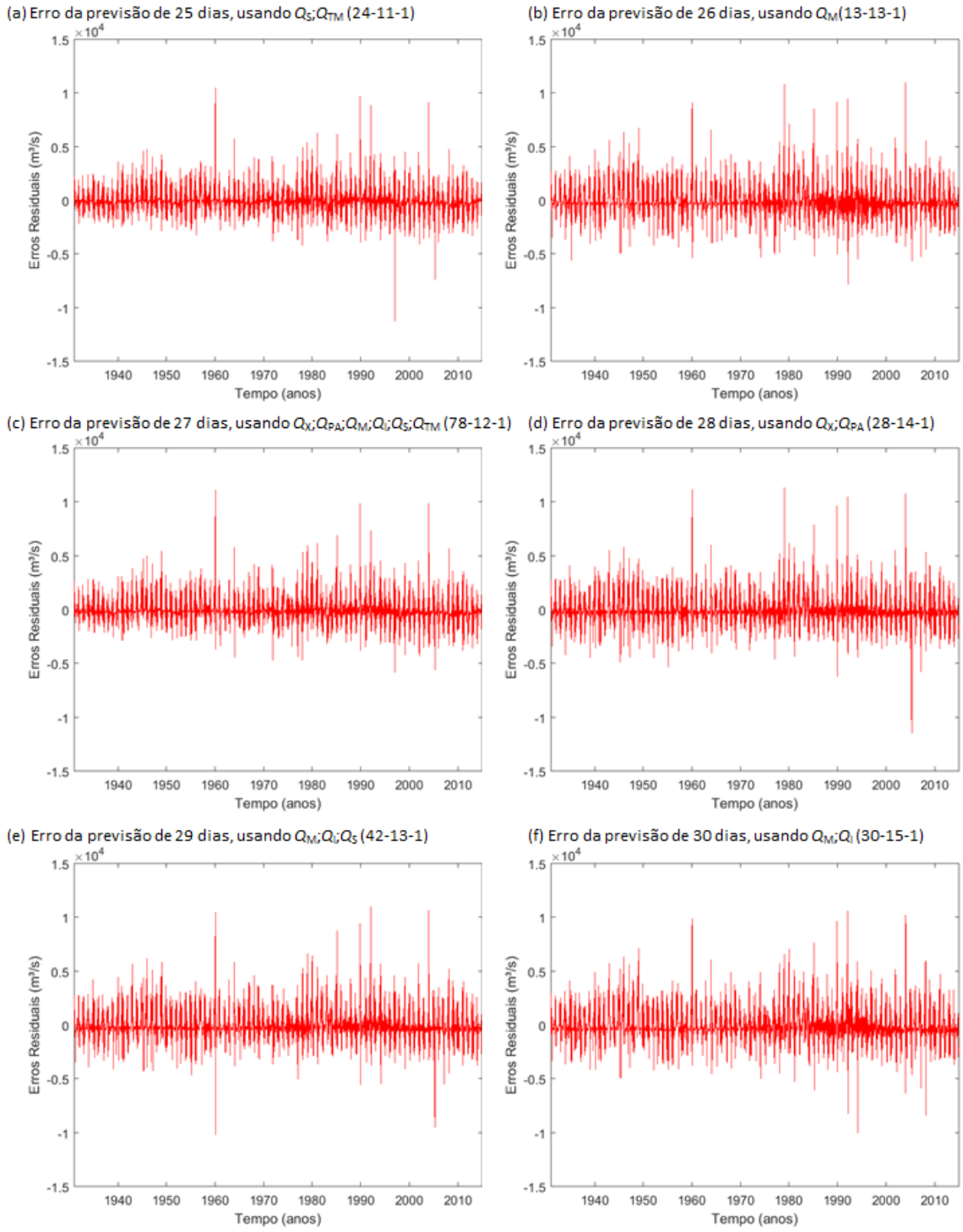


Figura 5.21 – Erros residuais para as previsões de (a) 25 dias, (b) 26 dias, (c) 27 dias, (d) 28 dias, (e) 29 dias e (f) 30 dias, utilizando o modelo RNA proposto ($RNA_{dQ\rightarrow Q}$).

Tabela 5.3 – Percentual de acréscimo e decréscimo dos índices de desempenho das previsões diárias de 1 a 30 dias, usando com os reservatórios a montante como entrada na RNA em relação a RNA usando os dados do próprio reservatório

Modelo	Δ*R*	Δ*NSE*	Δ*PBIAS*	Δ*MAPE*	Δ*RMSE*
$RNA_{1dQ \rightarrow Q}$	0,10%	0,20%	-0,02%	-0,94%	-60,77%
$RNA_{2dQ \rightarrow Q}$	0,41%	0,82%	-0,02%	-1,74%	-51,51%
$RNA_{3dQ \rightarrow Q}$	0,71%	1,45%	-1,49%	-4,59%	-3987,51%
$RNA_{4dQ \rightarrow Q}$	1,39%	2,74%	-0,30%	-6,49%	-809,53%
$RNA_{5dQ \rightarrow Q}$	1,54%	3,08%	-0,22%	-5,48%	-598,00%
$RNA_{6dQ \rightarrow Q}$	2,21%	4,36%	-1,09%	-8,05%	-2919,71%
$RNA_{7dQ \rightarrow Q}$	0,80%	1,56%	-0,21%	-1,74%	-577,97%
$RNA_{8dQ \rightarrow Q}$	1,26%	2,41%	-0,08%	-1,70%	-208,54%
$RNA_{9dQ \rightarrow Q}$	3,66%	6,98%	-0,09%	-6,66%	-226,57%
$RNA_{10dQ \rightarrow Q}$	3,76%	7,14%	-0,54%	-7,26%	-1477,82%
$RNA_{11dQ \rightarrow Q}$	0,73%	1,39%	-1,93%	-3,50%	-5204,08%
$RNA_{12dQ \rightarrow Q}$	0,77%	1,42%	-0,51%	-0,68%	-1372,70%
$RNA_{13dQ \rightarrow Q}$	4,01%	7,46%	-1,76%	-8,19%	-4733,13%
$RNA_{14dQ \rightarrow Q}$	4,43%	8,13%	-1,77%	-7,82%	-4753,37%
$RNA_{15dQ \rightarrow Q}$	1,03%	1,89%	-2,06%	-4,22%	-5539,83%
$RNA_{16dQ \rightarrow Q}$	5,06%	8,99%	-0,47%	-5,13%	-1269,78%
$RNA_{17dQ \rightarrow Q}$	1,39%	2,44%	-0,88%	-1,75%	-2363,96%
$RNA_{18dQ \rightarrow Q}$	0,92%	1,59%	-0,68%	-1,46%	-1840,08%
$RNA_{19dQ \rightarrow Q}$	1,55%	2,63%	-0,45%	-1,60%	-1205,03%
$RNA_{20dQ \rightarrow Q}$	0,02%	0,05%	-0,56%	1,02%	-1486,67%
$RNA_{21dQ \rightarrow Q}$	4,13%	7,03%	-0,81%	-5,61%	-2177,04%
$RNA_{22dQ \rightarrow Q}$	9,39%	16,23%	-0,90%	-11,25%	-2399,56%
$RNA_{23dQ \rightarrow Q}$	9,74%	16,52%	-1,98%	-15,48%	-5333,50%
$RNA_{24dQ \rightarrow Q}$	1,00%	1,60%	-0,93%	-2,07%	-2483,13%
$RNA_{25dQ \rightarrow Q}$	9,23%	15,26%	-0,58%	-12,66%	-1547,96%
$RNA_{26dQ \rightarrow Q}$	1,12%	1,74%	-1,40%	-3,39%	-3767,70%
$RNA_{27dQ \rightarrow Q}$	9,89%	16,05%	-1,68%	-8,31%	-4534,60%
$RNA_{28dQ \rightarrow Q}$	5,73%	8,96%	-2,39%	-11,18%	-6418,55%
$RNA_{29dQ \rightarrow Q}$	5,93%	9,65%	-3,93%	-9,13%	-10561,96%
$RNA_{30dQ \rightarrow Q}$	3,07%	4,77%	-2,90%	1,37%	-7820,00%

Na Tabela 5.3, observa-se o percentual de acréscimos e decréscimos dos índices de desempenho utilizando a RNA com as melhores combinações de dados brutos dos reservatórios a montante ao reservatório de Xingó – modelo $RNA_{dQ \rightarrow Q}$ (Tabela 5.2) para a RNA utilizando os dados do próprio reservatório como entrada – modelo tradicional RNA_{dX} (Tabela 5.1). Nas colunas ΔR e ΔNSE, o sinal positivo mostra a melhora destes índices através do seu acréscimo, uma vez que quanto mais próximo de 1 for o valor de cada um, melhor. A coluna $\Delta PBIAS$, mostra a variação em módulo dos dois modelos, ou seja, o sinal negativo mostra que o módulo deste índice para o modelo proposto é menor que o módulo deste mesmo índice para o modelo tradicional, *i.e.*, esse sinal negativo significa a melhora do índice, *e.g.* para o modelo $RNA_{30dQ \rightarrow Q}$, o $\Delta PBIAS$ = -2,90%, ou seja, este índice reduziu em 2,90% o modelo tradicional. Já nas colunas $\Delta MAPE$ e $\Delta RMSE$, o sinal negativo também significa a melhora dos índices através do seu decréscimo, pois quanto mais próximo de 0 for o valor de cada um, melhor.

Observando esta tabela, nota-se que o percentual de melhora dos índices *R* e *NSE* variaram de 0,02% e 0,05%, para o modelo RNA_{20d}, até 9,74% e 9,89%, para o modelo RNA_{27d}, respectivamente. Para os modelos RNA_{20d} e RNA_{30d}, o índice *MAPE* não obteve melhora com relação ao modelo tradicional, o erro aumentou em 1,02% e 1,37%, respectivamente, já para o modelo RNA_{23d}, esse índice melhorou em 15,48%. Com relação ao *RMSE*, o modelo que apresentou uma maior variação de melhora foi a RNA_{29d}, com uma diminuição do erro em 10561,96%, *i.e.*, esse índice passou de 111,9035 no modelo tradicional RNA_{dX} (Tabela 5.1) para 6,2839 para o modelo $RNA_{dQ \rightarrow Q}$ utilizando as vazões de Sobradinho, Itaparica e Moxotó (Tabela 5.2).

5.1.2.2. Chuva → Vazão ($RNA_{dP \rightarrow Q}$)

Primeiramente, foi extraída a média de Thiessen para os 169 pontos pertencentes ao reservatório de Três Marias, em seguida, assim como os dados de vazão, os dados de precipitação também foram normalizados e dimensionados antes do treino. Posteriormente, os dados foram divididos nos conjuntos de treinamento, validação e teste. Para cada simulação, 70% dos pontos foram usados no treinamento (01/01/1998 a 31/07/2010), 15% para a validação (01/08/2010 a 30/04/2013) e 15% para o teste (01/05/2013 a 31/12/2015).

Foram utilizados os dados de precipitação de Três Marias como entrada no modelo, a fim de se obter a melhor arquitetura para cada um dos 30 modelos diários para previsão no reservatório de Xingó, o que não é corriqueiramente utilizado na literatura. Foram realizadas

13500 simulações, variando os dados de entrada de P_t até $P_{t\text{-}14}$, com *t* em dias, os neurônios da camada escondida de 1 a 30, a fim de escolher a melhor arquitetura para o modelo $RNA_{dP\rightarrow Q}$ proposto. A melhor arquitetura se baseou nas equações (5.1, 5.2, 5.3, 5.4 e 5.5), para cada um dos 30 modelos diários, a fim de realizar as previsões no reservatório de Xingó.

Assim, na Tabela 5.4, pode-se observar os melhores resultados obtidos por cada modelo $RNA_{dP\rightarrow Q}$, medidos através dos parâmetros estatísticos (*R*, *NSE*, *PBIAS*, *MAPE* e *RMSE*) usando como dados de entrada as precipitações diárias do reservatório de Três Marias (reservatório mais a montante) para a previsão no reservatório de Xingó (reservatório mais a jusante).

Este modelo não mostrou ser eficiente para as previsões diárias de curto prazo no reservatório de Xingó. Pode-se observar nessa tabela que o índice de correlação, *R*, foi baixo para as previsões de 1 a 2 dias, subindo para moderado para as previsões de 3 a 6 dias. As previsões de 7 a 10 dias apresentaram um *R* alto, exceto para a previsão de 8 dias (*R* = 0,4593), enquanto que as previsões acima de 11 dias apresentaram um *R* muito alto, exceto para a previsão de 12 dias (*R* = 0,6052), este fenômeno pode ser comprovado pela Figura 3.47 que mostra vazão em Xingó também em aproximadamente 45 dias em relação a precipitação em Três Marias, por isso a previsão de 15 dias para este modelo apresentou a maior correlação (*R* = 0,7820). O *NSE* também apresentou baixos valores, variando de 0,0707 para a previsão de 1 dia até 0,6091 para a previsão de 15 dias. Os modelos $RNA_{19dP\rightarrow Q}$ e $RNA_{21dP\rightarrow Q}$ foram subestimados em 0,03% e 0,06%, respectivamente, enquanto que os demais foram superestimados, sendo a maior superestimação para o modelo $RNA_{30dP\rightarrow Q}$, cujo *PBIAS* = -8,45%. O índice *MAPE* variou de 44,21% até 97,22%, enquanto que o *RMSE* oscilou entre 0,6535 para a previsão de 19 dias, chegando até a 171,0898 para a previsão de 30 dias.

Nas Figuras 5.22 – 5.26, apresentam-se os hidrogramas diários de previsão de 1 a 6 dias, de 7 a 12 dias, de 13 a 18 dias, de 19 a 24 dias e de 21 a 30 dias, respectivamente, para o período de 1 de janeiro de 1998 a 31 de dezembro de 2015, utilizando o modelo proposto $RNA_{dP\rightarrow Q}$. Já nas Figuras 5.27 a 5.31 apresentam-se os erros residuais dessas previsões.

Tabela 5.4 – Melhor arquitetura da RNA do modelo $RNA_{dP\rightarrow Q}$ proposto com seus índices de desempenhos. O índice *i* é o número de neurônios na cada de entrada, *h* é número de neurônios da camada intermediária e *o* é o número da camada de saída

Modelo	Previsão (dias)	Entrada	Arquitetura			Índices de Desempenho				
			i	*h*	*o*	*R*	*NSE*	*PBIAS*	*MAPE*	*RMSE*
$RNA_{1dP\rightarrow Q}$	1	P_{TMt}	1	2	1	0,2698	0,0707	-2,51%	93,26%	51,1007
$RNA_{2dP\rightarrow Q}$	2	P_{TMt}	1	1	1	0,2908	0,0772	-4,44%	95,51%	90,3495
$RNA_{3dP\rightarrow Q}$	3	P_{TMt}; …; P_{TMt-2}	3	6	1	0,3330	0,0956	-2,34%	91,95%	47,5889
$RNA_{4dP\rightarrow Q}$	4	P_{TMt}; P_{TMt-1}	2	2	1	0,3008	0,0822	-7,38%	97,22%	150,0790
$RNA_{5dP\rightarrow Q}$	5	P_{TMt}; …; P_{TMt-4}	5	10	1	0,4442	0,1888	-7,54%	86,72%	153,3392
$RNA_{6dP\rightarrow Q}$	6	P_{TMt}; …; P_{TMt-2}	3	3	1	0,3948	0,1553	-1,83%	83,26%	37,1290
$RNA_{7dP\rightarrow Q}$	7	P_{TMt}; …; P_{TMt-6}	7	14	1	0,5299	0,2797	-2,07%	70,86%	41,9791
$RNA_{8dP\rightarrow Q}$	8	P_{TMt}; …; P_{TMt-3}	4	4	1	0,4593	0,2081	-4,36%	80,73%	88,6671
$RNA_{9dP\rightarrow Q}$	9	P_{TMt}; …; P_{TMt-8}	9	18	1	0,6269	0,3922	-2,35%	62,84%	47,8381
$RNA_{10dP\rightarrow Q}$	10	P_{TMt}; …; P_{TMt-4}	5	5	1	0,5273	0,2695	-7,00%	76,44%	142,1784
$RNA_{11dP\rightarrow Q}$	11	P_{TMt}; …; P_{TMt-10}	11	22	1	0,7118	0,5007	-6,27%	58,37%	127,4611
$RNA_{12dP\rightarrow Q}$	12	P_{TMt}; …; P_{TMt-5}	6	6	1	0,6052	0,3591	-6,53%	68,30%	132,6088
$RNA_{13dP\rightarrow Q}$	13	P_{TMt}; …; P_{TMt-12}	13	26	1	0,7658	0,5825	-0,11%	44,71%	2,2968
$RNA_{14dP\rightarrow Q}$	14	P_{TMt}; …; P_{TMt-6}	7	7	1	0,6718	0,4461	-5,82%	61,42%	118,0748
$RNA_{15dP\rightarrow Q}$	15	P_{TMt}; …; P_{TMt-14}	15	30	1	0,7820	0,6091	-1,36%	44,21%	27,5365
$RNA_{16dP\rightarrow Q}$	16	P_{TMt}; …; P_{TMt-7}	8	8	1	0,7161	0,5077	-5,30%	55,13%	107,5298
$RNA_{17dP\rightarrow Q}$	17	P_{TMt}; …; P_{TMt-7}	8	7	1	0,7287	0,5297	-2,42%	51,21%	49,0601
$RNA_{18dP\rightarrow Q}$	18	P_{TMt}; …; P_{TMt-8}	9	9	1	0,7438	0,5513	-1,15%	47,80%	23,3681
$RNA_{19dP\rightarrow Q}$	19	P_{TMt}; …; P_{TMt-8}	9	8	1	0,7470	0,5555	0,03%	46,73%	0,6535
$RNA_{20dP\rightarrow Q}$	20	P_{TMt}; …; P_{TMt-9}	10	10	1	0,7576	0,5700	-5,14%	50,97%	104,1615
$RNA_{21dP\rightarrow Q}$	21	P_{TMt}; …; P_{TMt-9}	10	9	1	0,7534	0,5661	0,06%	45,56%	1,1621
$RNA_{22dP\rightarrow Q}$	22	P_{TMt}; …; P_{TMt-10}	11	11	1	0,7630	0,5799	-3,43%	48,23%	69,4992
$RNA_{23dP\rightarrow Q}$	23	P_{TMt}; …; P_{TMt-10}	11	10	1	0,7555	0,5663	-4,91%	49,32%	99,6040
$RNA_{24dP\rightarrow Q}$	24	P_{TMt}; …; P_{TMt-11}	12	12	1	0,7618	0,5769	-0,15%	44,82%	3,0733
$RNA_{25dP\rightarrow Q}$	25	P_{TMt}; …; P_{TMt-11}	12	11	1	0,7530	0,5657	-1,18%	45,34%	23,8605
$RNA_{26dP\rightarrow Q}$	26	P_{TMt}; …; P_{TMt-12}	13	13	1	0,7613	0,5764	-2,26%	45,28%	45,7879
$RNA_{27dP\rightarrow Q}$	27	P_{TMt}; …; P_{TMt-12}	13	12	1	0,7508	0,5620	-3,36%	48,43%	68,1358
$RNA_{28dP\rightarrow Q}$	28	P_{TMt}; …; P_{TMt-13}	14	14	1	0,7448	0,5528	-1,90%	46,16%	38,3784
$RNA_{29dP\rightarrow Q}$	29	P_{TMt}; …; P_{TMt-13}	14	13	1	0,7499	0,5616	-1,38%	44,95%	27,9232
$RNA_{30dP\rightarrow Q}$	30	P_{TMt}; …; P_{TMt-14}	15	15	1	0,7504	0,5525	-8,45%	52,56%	171,0898

P_{TM} – Precipitação em Três Marias.

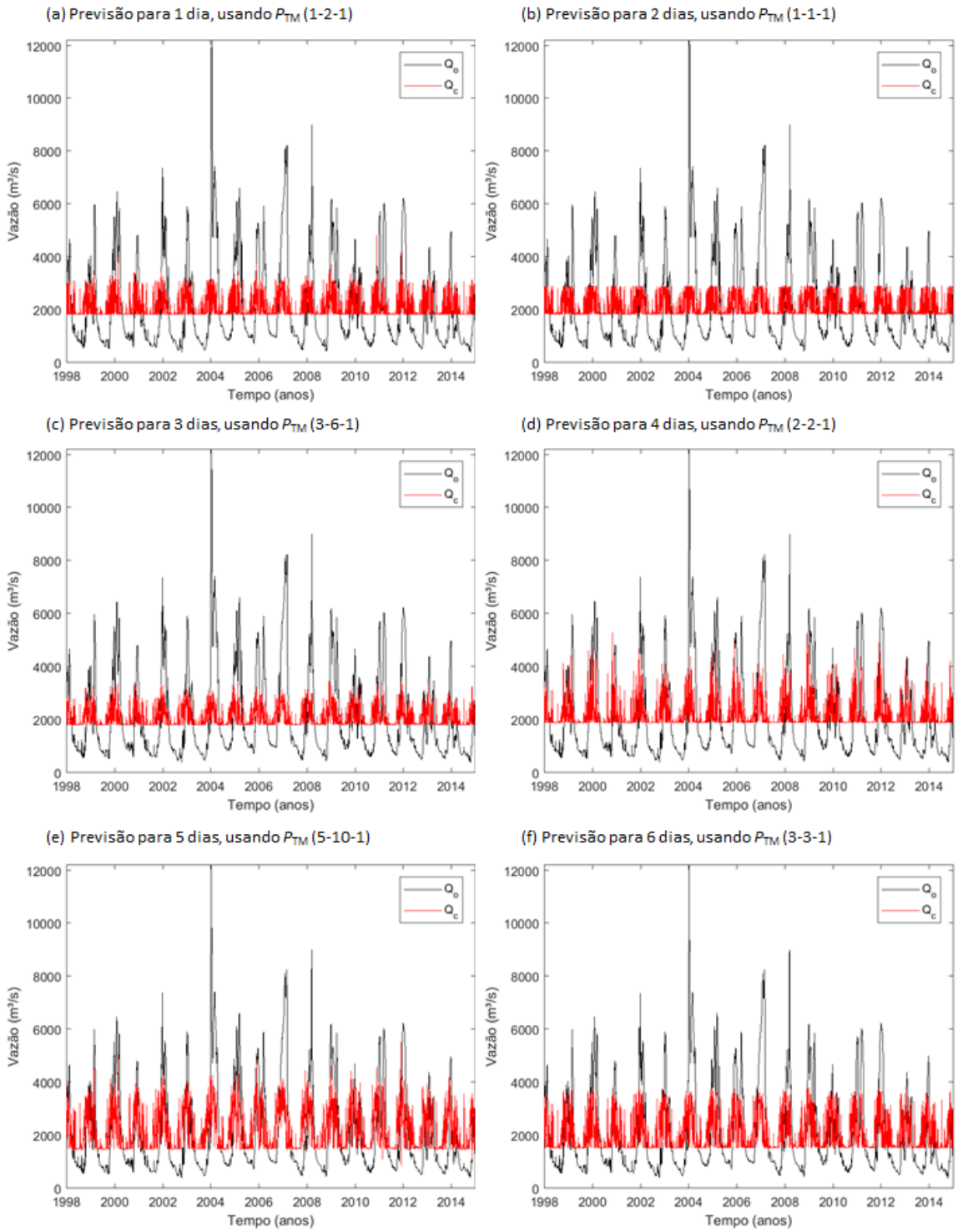


Figura 5.22 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 1 dia, (b) 2 dias, (c) 3 dias, (d) 4 dias, (e) 5 dias e (f) 6 dias de antecedência, utilizando o modelo $RNA_{dP \rightarrow Q}$ proposto.

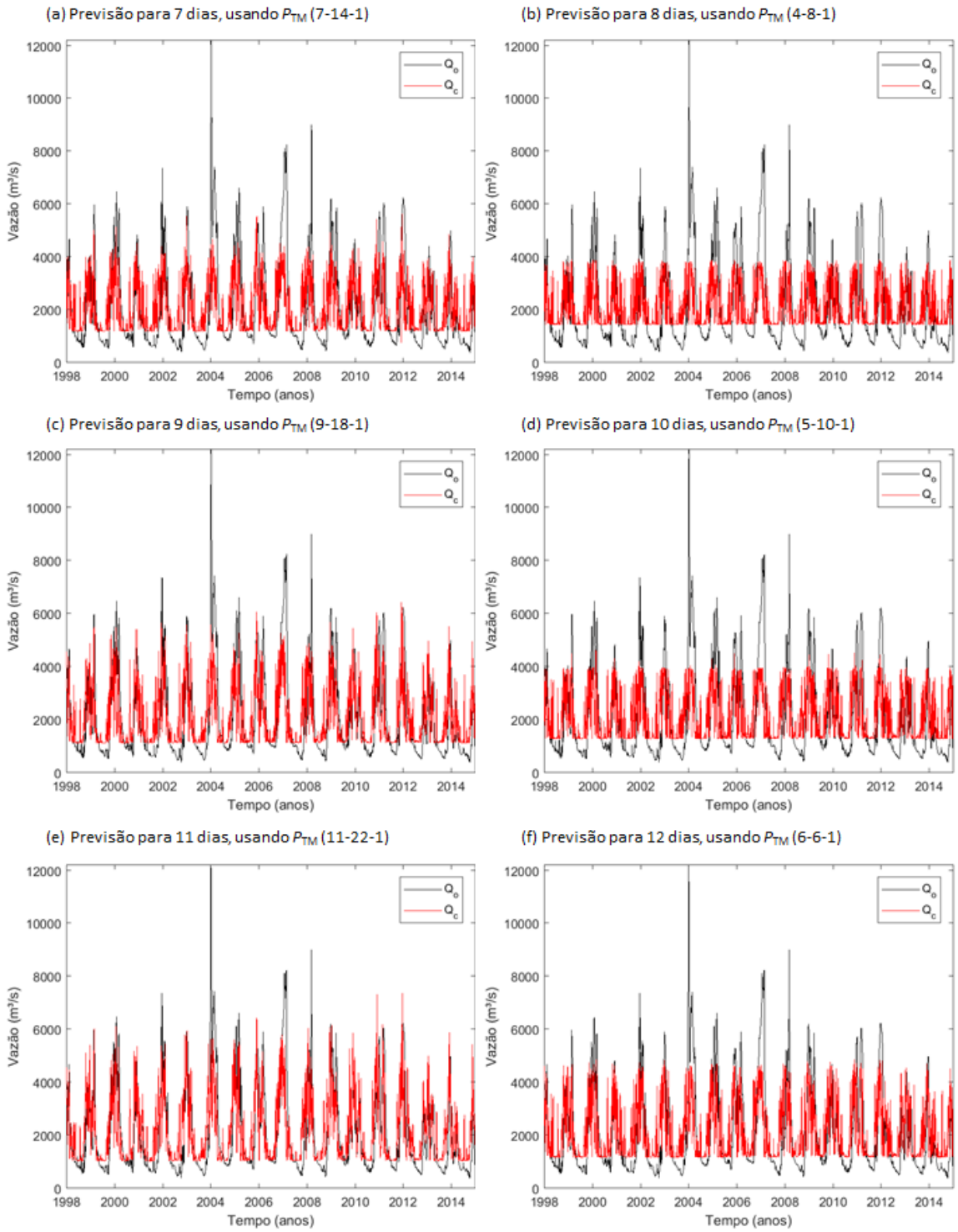


Figura 5.23 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 7 dias, (b) 8 dias, (c) 9 dias, (d) 10 dias, (e) 11 dias e (f) 12 dias de antecedência, utilizando o modelo $RNA_{dP \rightarrow Q}$ proposto.

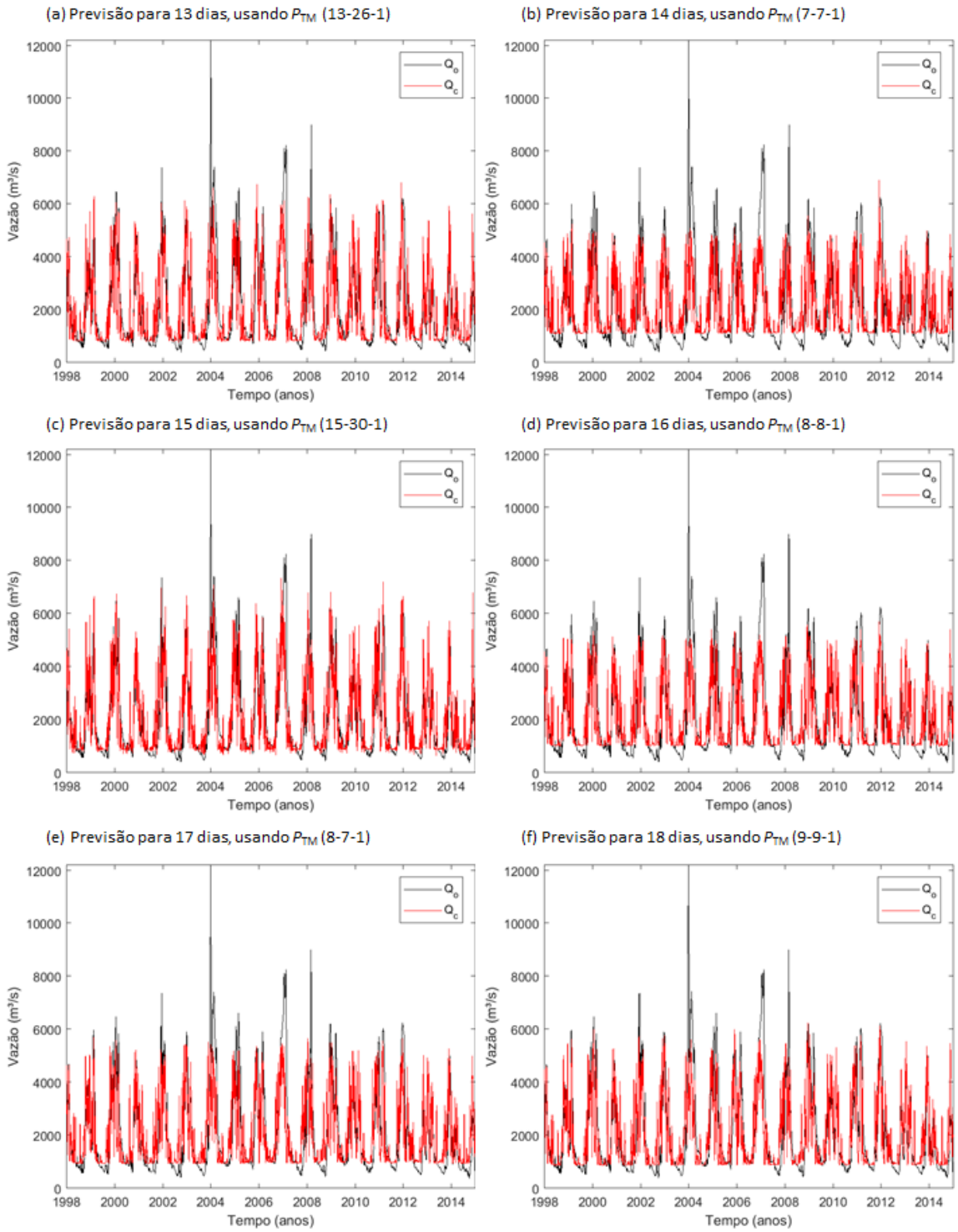


Figura 5.24 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 13 dias, (b) 14 dias, (c) 15 dias, (d) 16 dias, (e) 17 dias e (f) 18 dias de antecedência, utilizando o modelo $RNA_{dP \rightarrow Q}$ proposto.

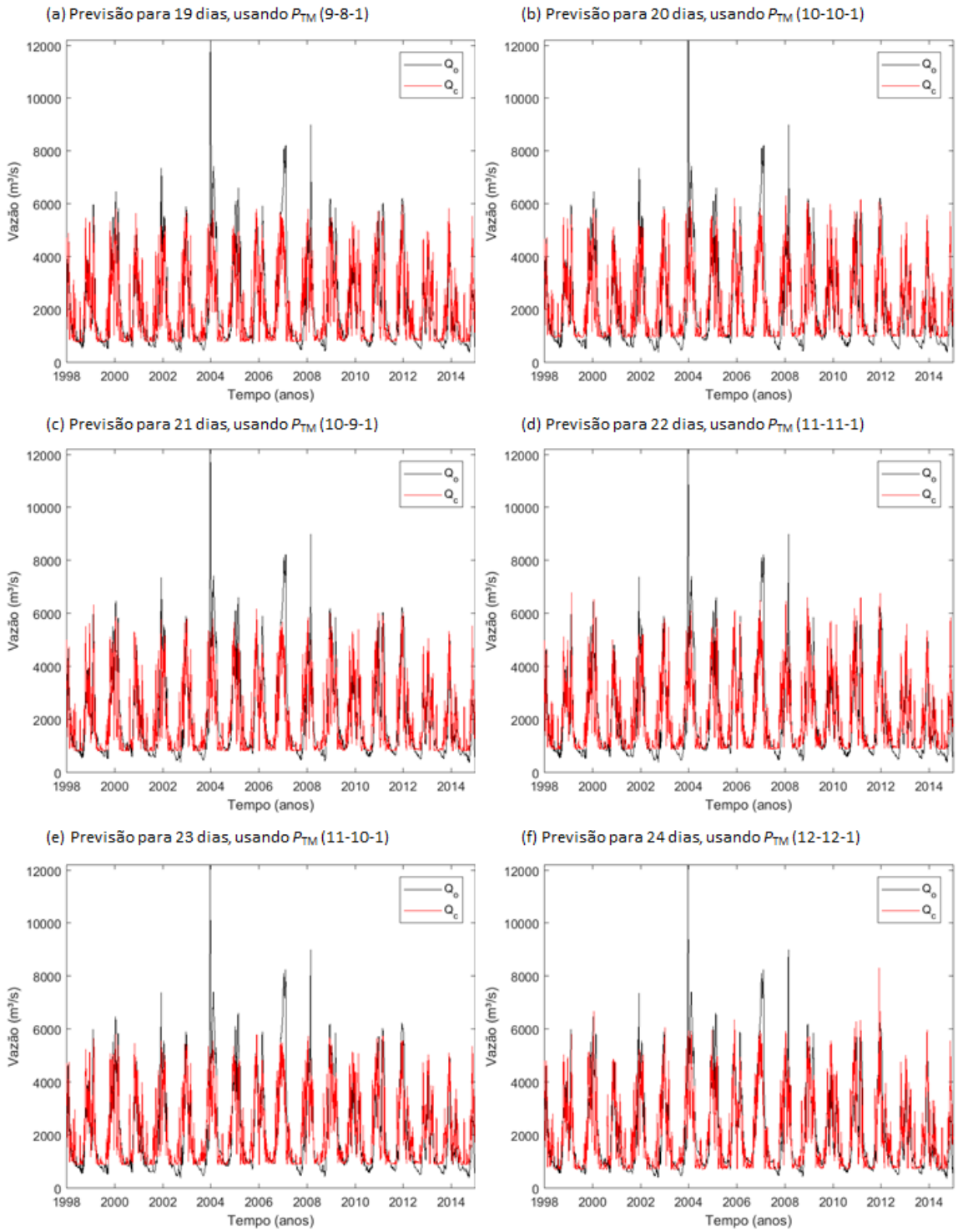


Figura 5.25 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 19 dias, (b) 20 dias, (c) 21 dias, (d) 22 dias, (e) 23 dias e (f) 24 dias de antecedência, utilizando o modelo $RNA_{dP \rightarrow Q}$ proposto.

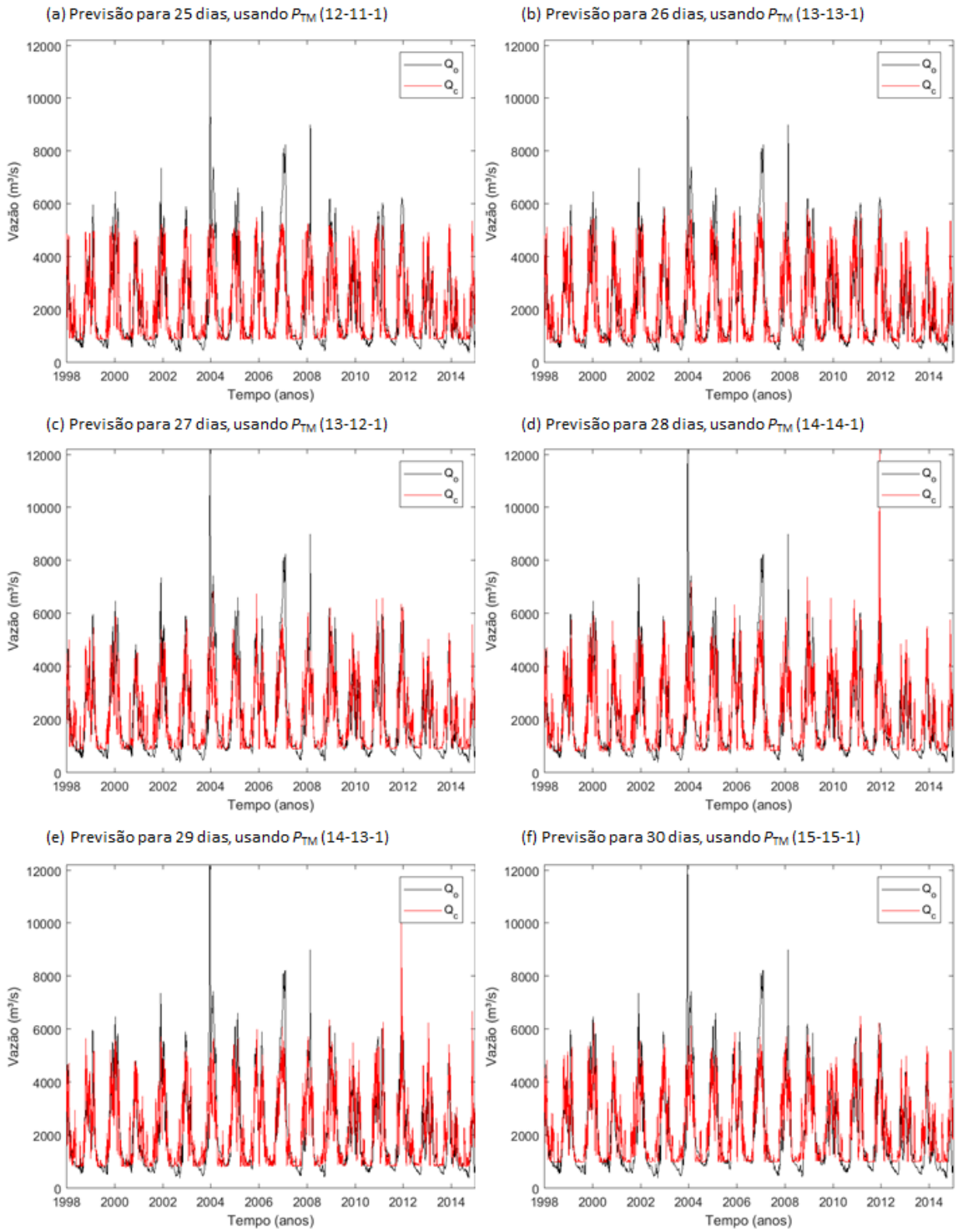


Figura 5.26 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 25 dias, (b) 26 dias, (c) 27 dias, (d) 28 dias, (e) 29 dias e (f) 30 dias de antecedência, utilizando o modelo $RNA_{dP \rightarrow Q}$ proposto.

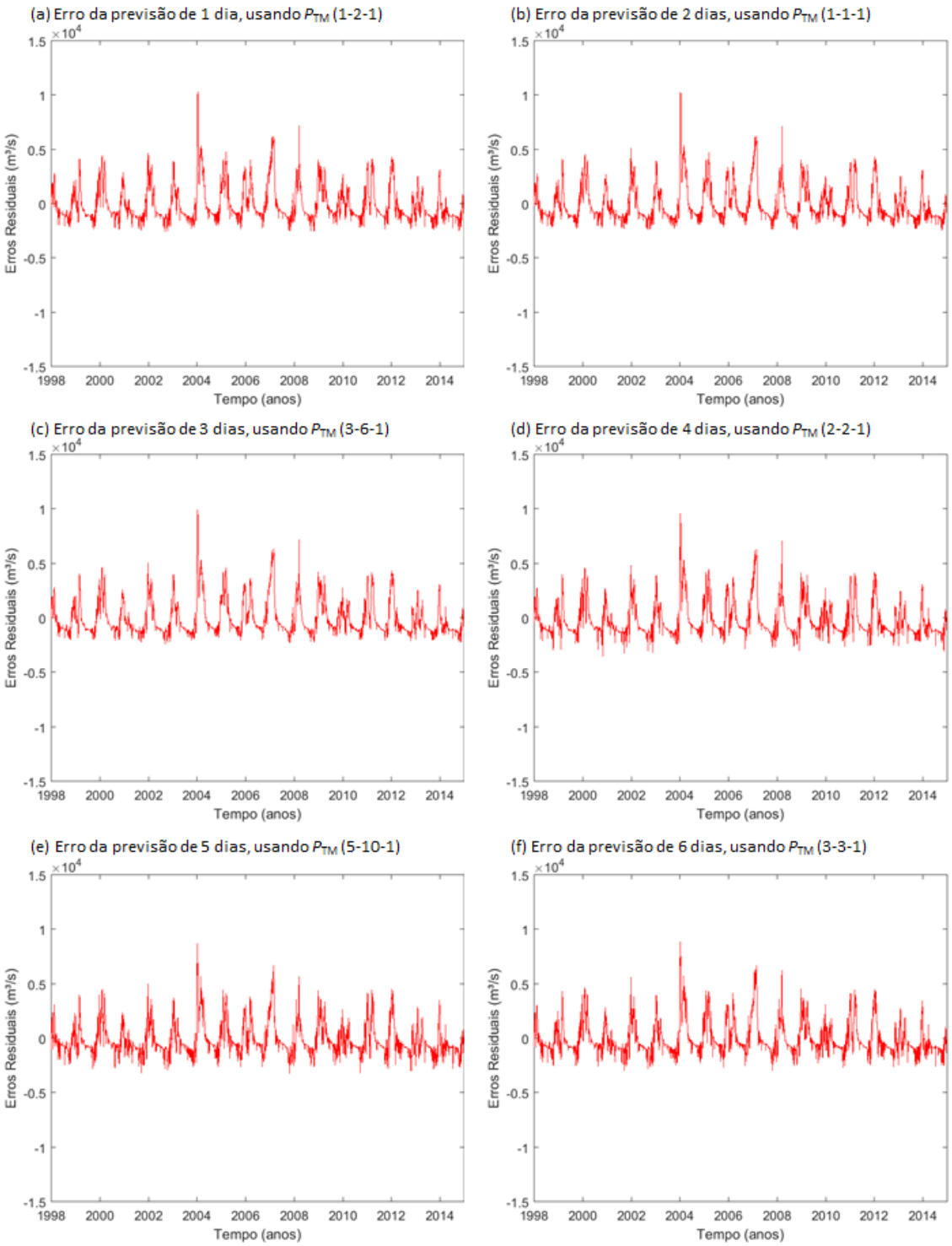


Figura 5.27 – Erros residuais para as previsões de (a) 1 dia, (b) 2 dias, (c) 3 dias, (d) 4 dias, (e) 5 dias e (f) 6 dias, utilizando o modelo $RNA_{dP \rightarrow Q}$ proposto.

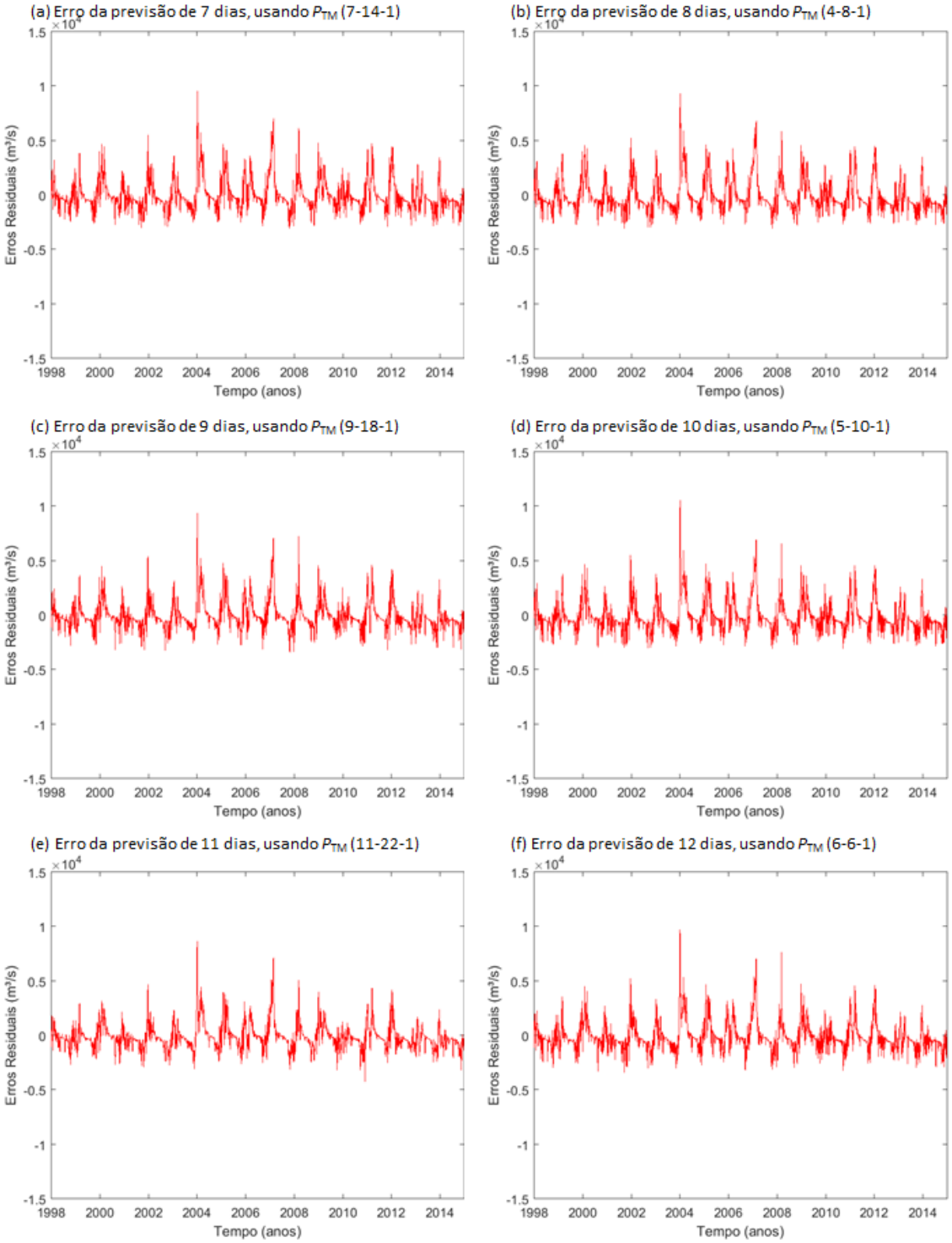


Figura 5.28 – Erros residuais para as previsões de (a) 7 dias, (b) 8 dias, (c) 9 dias, (d) 10 dias, (e) 11 dias e (f) 12 dias, utilizando o modelo $RNA_{dP \rightarrow Q}$ proposto.

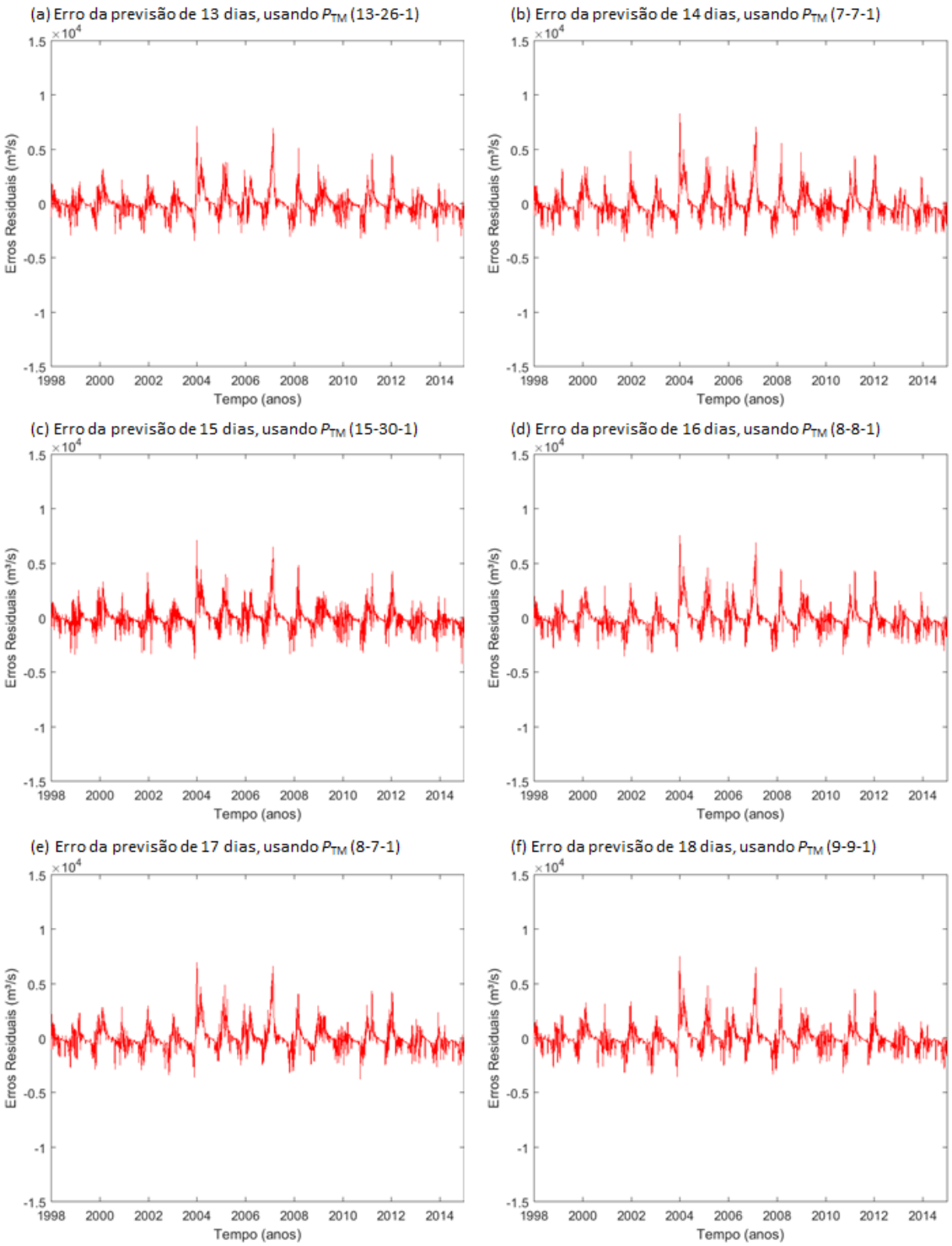


Figura 5.29 – Erros residuais para as previsões de (a) 13 dias, (b) 14 dias, (c) 15 dias, (d) 16 dias, (e) 17 dias e (f) 18 dias, utilizando o modelo $RNA_{dP \rightarrow Q}$ proposto.

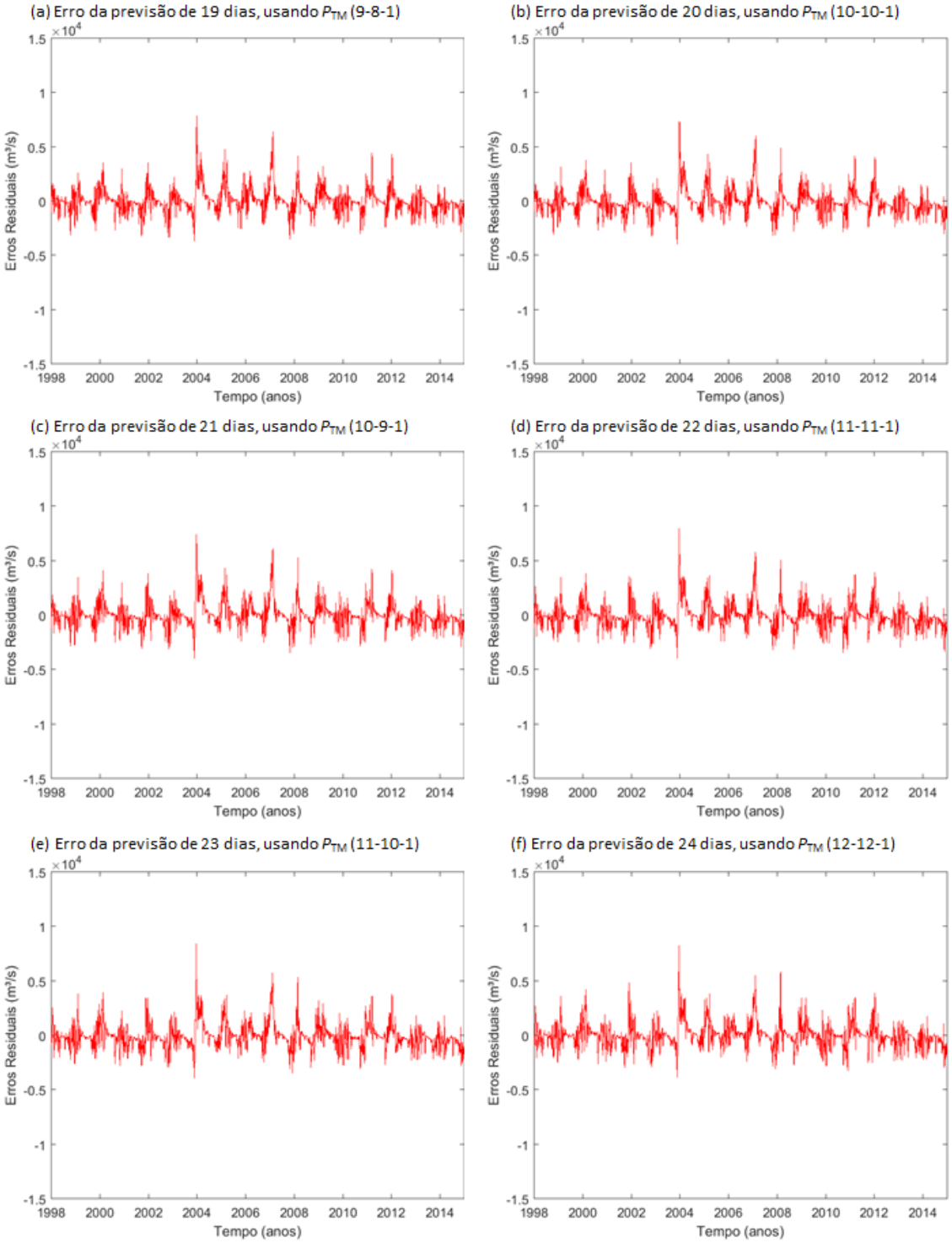


Figura 5.30 – Erros residuais para as previsões de (a) 19 dias, (b) 20 dias, (c) 21 dias, (d) 22 dias, (e) 23 dias e (f) 24 dias, utilizando o modelo $RNA_{dP \rightarrow Q}$ proposto.

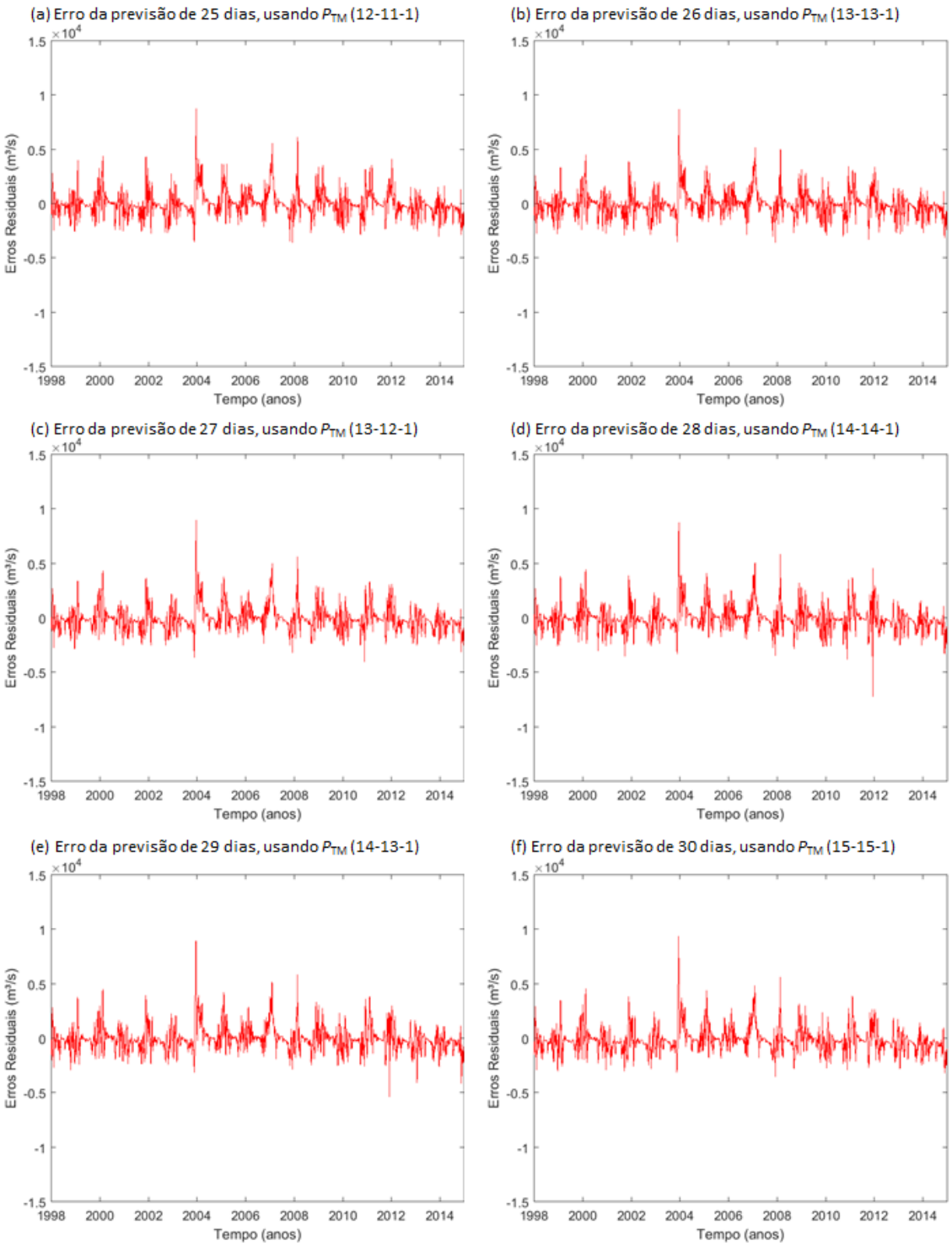


Figura 5.31 – Erros residuais para as previsões de (a) 25 dias, (b) 26 dias, (c) 27 dias, (d) 28 dias, (e) 29 dias e (f) 30 dias, utilizando o modelo $RNA_{dP \rightarrow Q}$ proposto.

5.1.2.3. Chuva – Vazão → Vazão ($RNA_{dPQ \rightarrow Q}$)

Neste modelo, além dos dados de precipitação de Três Marias foram utilizados os dados de vazão do reservatório de Xingó como entrada no modelo para a previsão no reservatório de Xingó para o período de 01 de janeiro de 1998 a 31 de dezembro de 2015. Foram realizadas 13500 simulações, variando os dados de entrada de P_t e Q_t até $P_{t\text{-}14}$ e $Q_{t\text{-}14}$, com *t* em dias, os neurônios da camada escondida de 1 a 30 e os reservatórios a montante, a fim de escolher a melhor arquitetura para o modelo $RNA_{dPQ \rightarrow Q}$ proposto, a qual foi baseada nas equações (5.1, 5.2, 5.3, 5.4 e 5.5), para cada um dos 30 modelos diários.

Os melhores resultados obtidos por cada modelo $RNA_{dPQ \rightarrow Q}$, encontram-se na Tabela 5.5, medidos através dos parâmetros estatísticos (*R, NSE, PBIAS*, *MAPE* e *RMSE*).

Diferentemente do modelo anterior, este mostrou ser eficiente para todos os tipos de previsão diária no reservatório de Xingó. Pode-se observar nessa tabela que o índice de correlação, *R*, é quase perfeito, *i.e.*, $R > 0{,}9$ para as previsões de 1 a 20 dias, descendo para muito alto para as previsões de 21 a 30 dias. Este índice variou de 0,9971 para 1 dia à frente até 0,8179 para a previsão de 30 dias. Os valores de *NSE* também foram altos, variando de 0,9941 para previsão de 1 dia até 0,6677 para a previsão de 30 dias. Com relação ao índice *PBIAS*, observa-se que 7 modelos foram subestimados, variando de 0,25% até 1,94% para os modelos $RNA_{24dPQ \rightarrow Q}$ e $RNA_{21dPQ \rightarrow Q}$, respectivamente. Os demais foram superestimados, sendo o *PBIAS* oscilando de -0,02% para o modelo $RNA_{1dPQ \rightarrow Q}$ até -4,36% para o modelo $RNA_{28dPQ \rightarrow Q}$. Quanto ao *MAPE*, este índice variou de 3,17% ($RNA_{1dPQ \rightarrow Q}$) até 34,74% ($RNA_{30dPQ \rightarrow Q}$), já o *RMSE* variou de 0,3770 para a previsão de 1 dia, chegando até 88,2630 para a previsão de 28 dias.

Os hidrogramas diários de previsão desse modelo ($RNA_{dPQ \rightarrow Q}$), para o período de 1 de janeiro de 1998 a 31 de dezembro de 2015, encontram-se nas Figuras 5.32 – 5.36, variando de 1 a 6 dias, de 7 a 12 dias, de 13 a 18 dias, de 19 a 24 dias e de 21 a 30 dias, respectivamente. Enquanto que os erros residuais das previsões desse modelo estão nas Figuras 5.37 a 5.41.

Tabela 5.5 – Melhor arquitetura da RNA do modelo $RNA_{dPQ \rightarrow Q}$ proposto com seus índices de desempenhos. O índice *i* é o número de neurônios na cada de entrada, *h* é número de neurônios da camada intermediária e *o* é o número da camada de saída

Modelo	Previsão (dias)	Entrada	Arquitetura			Índices de Desempenho				
			i	*h*	*o*	*R*	*NSE*	*PBIAS*	*MAPE*	*RMSE*
RNA_{1dX}	1	$P_{TMt};Q_{Xt}$	2	2	1	0,9971	0,9941	-0,02%	3,17%	0,3770
RNA_{2dX}	2	$P_{TMt};Q_{Xt}$	2	1	1	0,9910	0,9821	-0,07%	5,74%	1,4903
RNA_{3dX}	3	$P_{TMt};Q_{Xt}$; ...;Q_{Xt-2}	6	6	1	0,9893	0,9786	-0,07%	6,89%	1,4037
RNA_{4dX}	4	$P_{TMt};Q_{Xt}$; ...;Q_{Xt-1}	4	2	1	0,9796	0,9597	-0,23%	9,08%	4,5923
RNA_{5dX}	5	$P_{TMt};Q_{Xt}$; ...;Q_{Xt-4}	10	10	1	0,9753	0,9512	-0,22%	11,26%	4,4048
RNA_{6dX}	6	$P_{TMt};Q_{Xt}$; ...;Q_{Xt-2}	6	3	1	0,9630	0,9272	-0,38%	12,73%	7,6283
RNA_{7dX}	7	$P_{TMt};Q_{Xt}$; ...;Q_{Xt-2}	14	14	1	0,9604	0,9207	-0,45%	14,78%	9,0558
RNA_{8dX}	8	$P_{TMt};Q_{Xt}$; ...;Q_{Xt-3}	8	4	1	0,9428	0,8882	-2,04%	17,09%	41,5249
RNA_{9dX}	9	$P_{TMt};Q_{Xt}$; ...;Q_{Xt-8}	18	18	1	0,9538	0,9096	-0,42%	14,48%	8,5249
RNA_{10dX}	10	$P_{TMt};Q_{Xt}$; ...;Q_{Xt-4}	10	5	1	0,9318	0,8678	-1,48%	17,25%	30,0368
RNA_{11dX}	11	$P_{TMt};Q_{Xt}$; ...;Q_{Xt-10}	22	22	1	0,9472	0,8969	-1,15%	17,17%	23,3082
RNA_{12dX}	12	$P_{TMt};Q_{Xt}$; ...;Q_{Xt-5}	12	6	1	0,9306	0,8659	-1,13%	16,97%	22,9541
RNA_{13dX}	13	$P_{TMt};Q_{Xt}$; ...;Q_{Xt-12}	26	26	1	0,9401	0,8835	-1,41%	18,37%	28,6585
RNA_{14dX}	14	$P_{TMt};Q_{Xt}$; ...;Q_{Xt-6}	14	7	1	0,9228	0,8501	-0,41%	20,88%	8,3587
RNA_{15dX}	15	$P_{TMt};Q_{Xt}$; ...;Q_{Xt-14}	30	30	1	0,9384	0,8805	0,64%	18,39%	13,0668
RNA_{16dX}	16	$P_{TMt};Q_{Xt}$; ...;Q_{Xt-7}	16	8	1	0,9218	0,8491	-1,76%	20,03%	35,8181
RNA_{17dX}	17	$P_{TMt};Q_{Xt}$; ...;Q_{Xt-7}	16	7	1	0,9144	0,8355	0,49%	21,07%	9,9281
RNA_{18dX}	18	$P_{TMt};Q_{Xt}$; ...;Q_{Xt-8}	18	9	1	0,9134	0,8333	-2,48%	21,56%	50,2521
RNA_{19dX}	19	$P_{TMt};Q_{Xt}$; ...;Q_{Xt-8}	18	8	1	0,9107	0,8290	-1,38%	21,47%	27,9621
RNA_{20dX}	20	$P_{TMt};Q_{Xt}$; ...;Q_{Xt-9}	20	10	1	0,9044	0,8176	-1,30%	22,31%	26,4614
RNA_{21dX}	21	$P_{TMt};Q_{Xt}$; ...;Q_{Xt-9}	20	9	1	0,8869	0,7852	1,94%	25,41%	39,2517
RNA_{22dX}	22	$P_{TMt};Q_{Xt}$; ...;Q_{Xt-10}	22	11	1	0,8896	0,7914	-0,43%	23,45%	8,7466
RNA_{23dX}	23	$P_{TMt};Q_{Xt}$; ...;Q_{Xt-10}	22	10	1	0,8747	0,7644	1,52%	26,20%	30,8520
RNA_{24dX}	24	$P_{TMt};Q_{Xt}$; ...;Q_{Xt-11}	24	12	1	0,8582	0,7364	0,25%	30,08%	5,1392
RNA_{25dX}	25	$P_{TMt};Q_{Xt}$; ...;Q_{Xt-11}	24	11	1	0,8498	0,7217	0,78%	30,44%	15,7976
RNA_{26dX}	26	$P_{TMt};Q_{Xt}$; ...;Q_{Xt-12}	26	13	1	0,8299	0,6876	-0,73%	32,64%	14,7098
RNA_{27dX}	27	$P_{TMt};Q_{Xt}$; ...;Q_{Xt-12}	26	12	1	0,8498	0,7216	-1,69%	30,34%	34,2752
RNA_{28dX}	28	$P_{TMt};Q_{Xt}$; ...;Q_{Xt-13}	28	14	1	0,8346	0,6904	-4,36%	34,06%	88,2630
RNA_{29dX}	29	$P_{TMt};Q_{Xt}$; ...;Q_{Xt-13}	28	13	1	0,8243	0,6788	0,86%	32,23%	17,3207
RNA_{30dX}	30	$P_{TMt};Q_{Xt}$; ...;Q_{Xt-14}	30	15	1	0,8179	0,6677	-2,56%	34,74%	51,7142

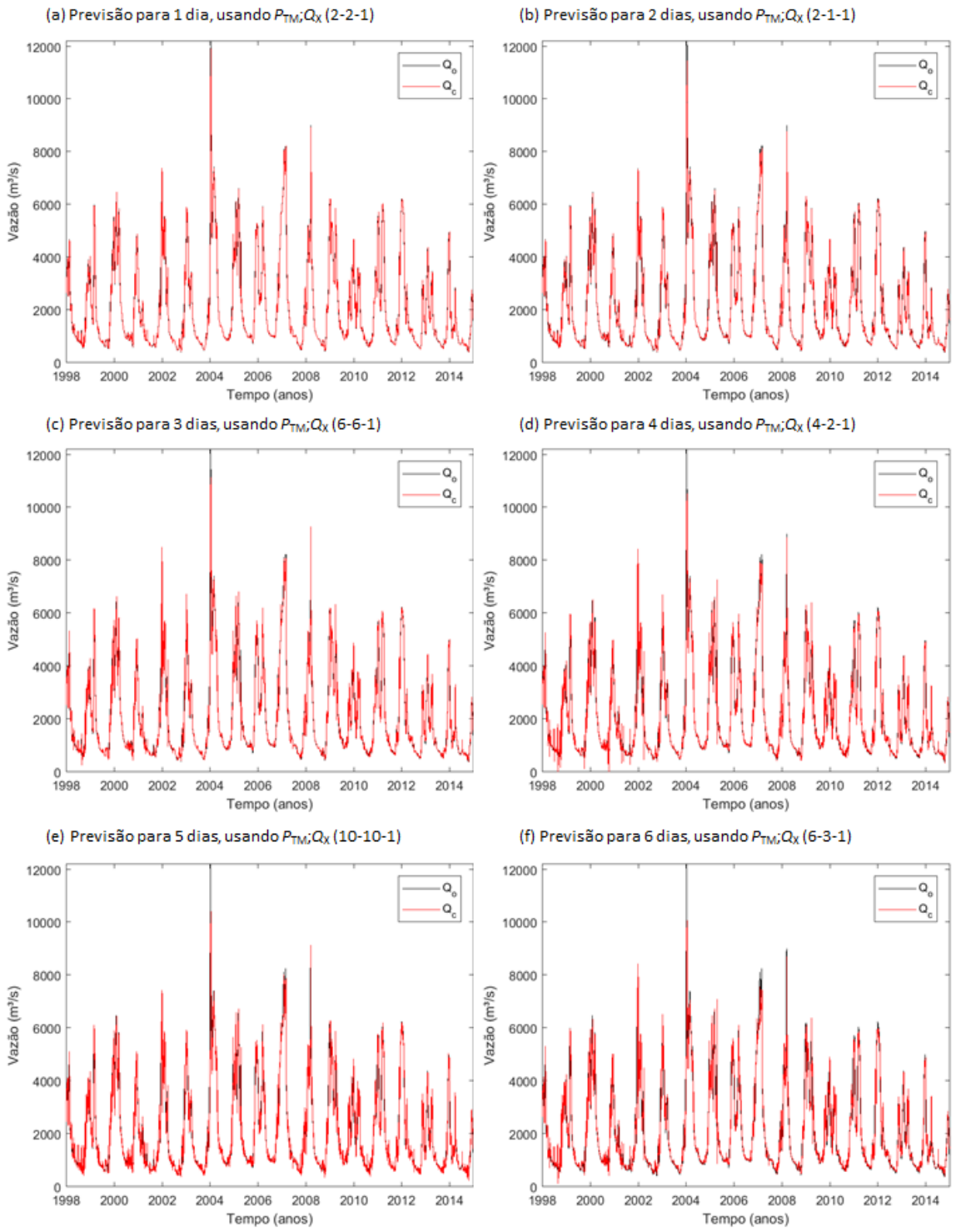


Figura 5.32 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 1 dia, (b) 2 dias, (c) 3 dias, (d) 4 dias, (e) 5 dias e (f) 6 dias de antecedência, utilizando o modelo $RNA_{dPQ \rightarrow Q}$ proposto.

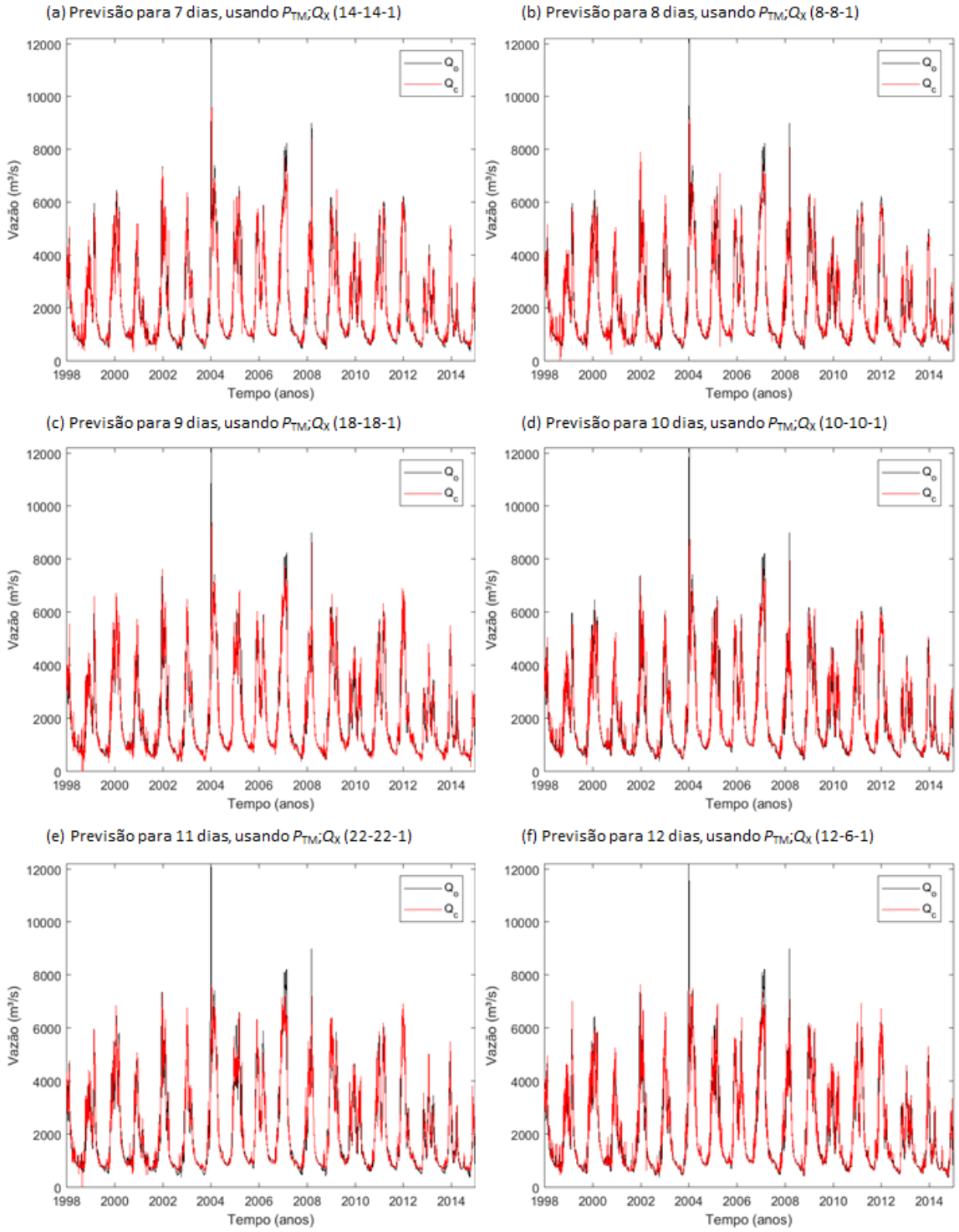


Figura 5.33 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 7 dias, (b) 8 dias, (c) 9 dias, (d) 10 dias, (e) 11 dias e (f) 12 dias de antecedência, utilizando o modelo $RNA_{dPQ \rightarrow Q}$ proposto.

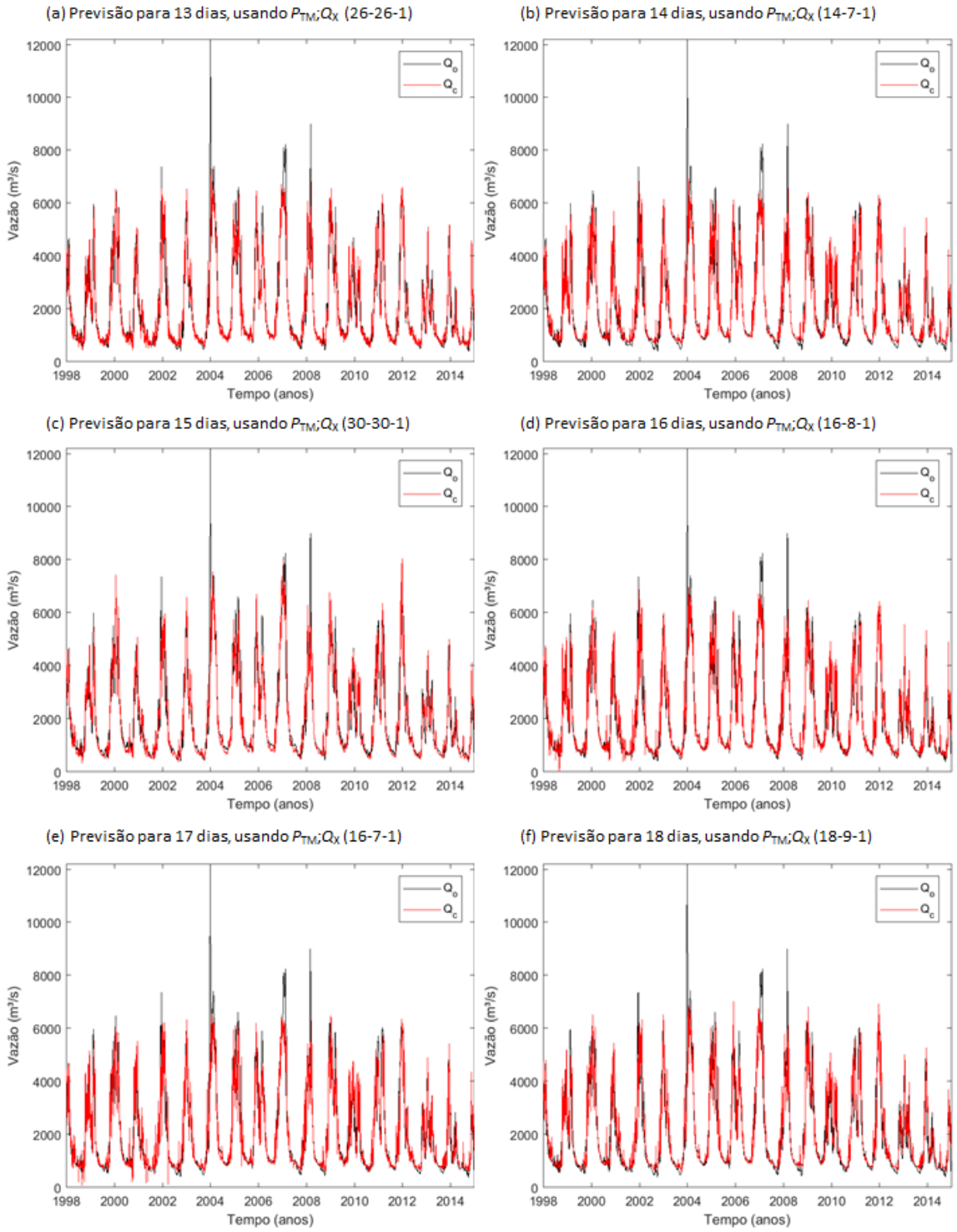


Figura 5.34 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 13 dias, (b) 14 dias, (c) 15 dias, (d) 16 dias, (e) 17 dias e (f) 18 dias de antecedência, utilizando o modelo $RNA_{dPQ \rightarrow Q}$ proposto.

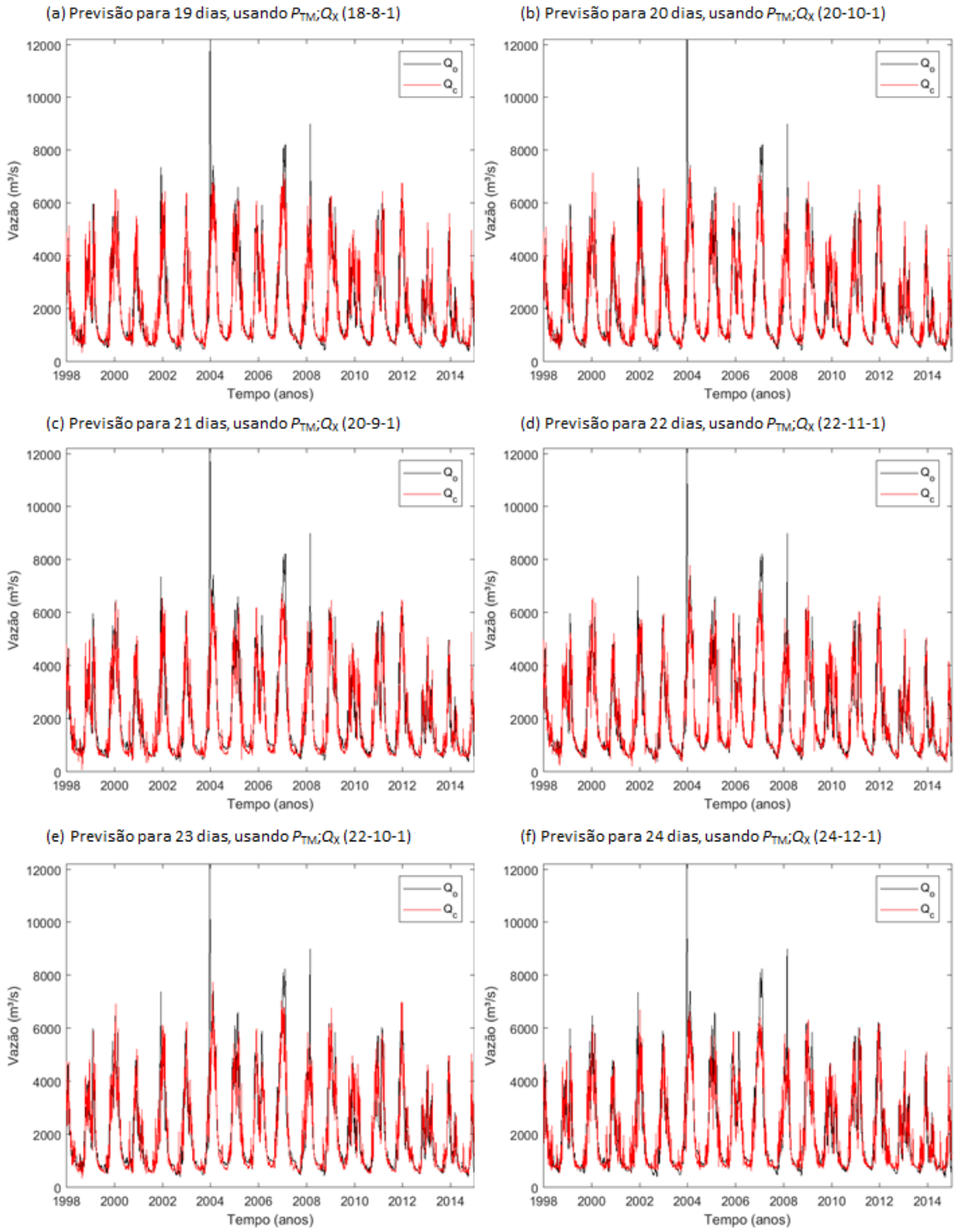


Figura 5.35 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 19 dias, (b) 20 dias, (c) 21 dias, (d) 22 dias, (e) 23 dias e (f) 24 dias de antecedência, utilizando o modelo $RNA_{dPQ \rightarrow Q}$ proposto.

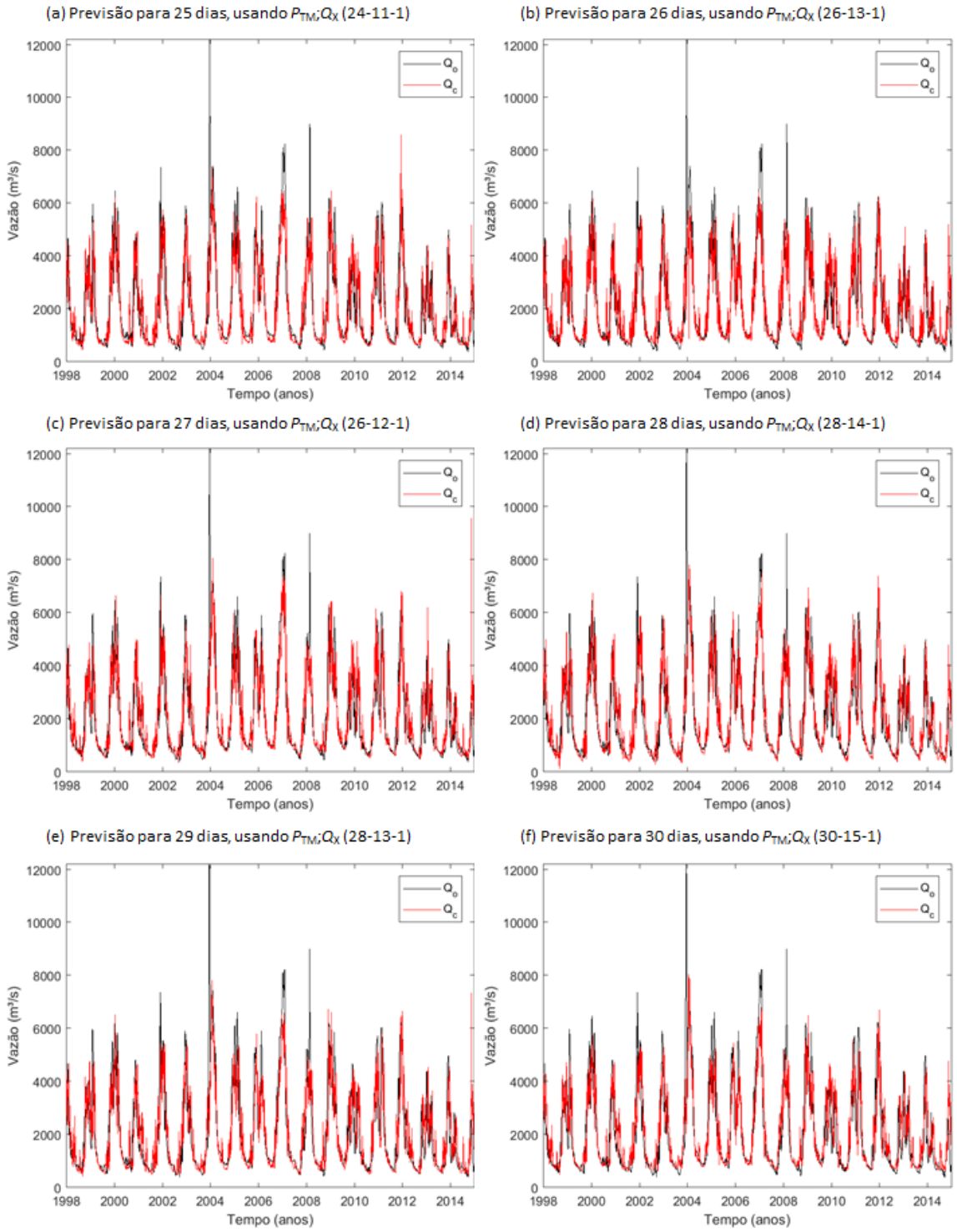


Figura 5.36 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 25 dias, (b) 26 dias, (c) 27 dias, (d) 28 dias, (e) 29 dias e (f) 30 dias de antecedência, utilizando o modelo $RNA_{dPQ \rightarrow Q}$ proposto.

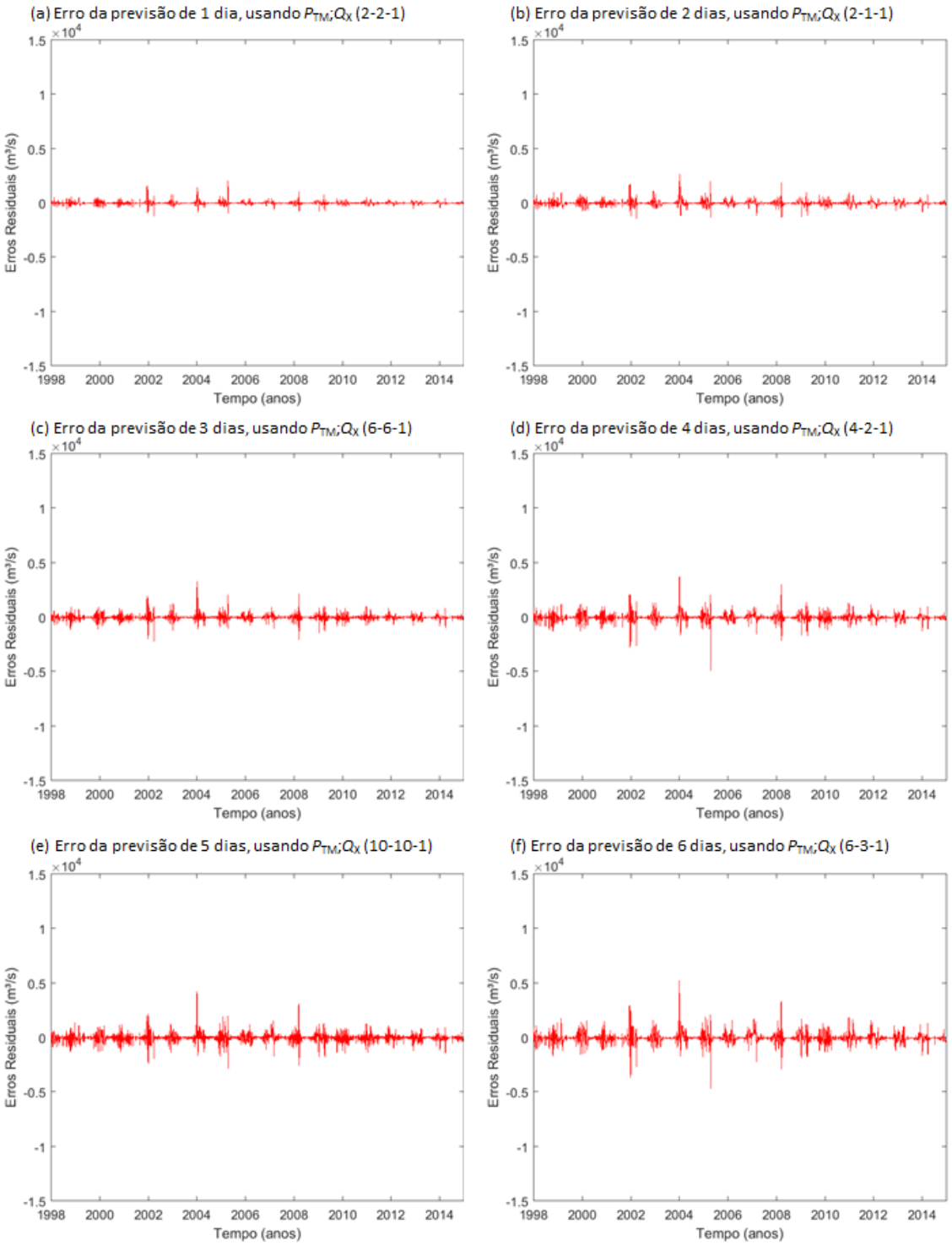


Figura 5.37 – Erros residuais para as previsões de (a) 1 dia, (b) 2 dias, (c) 3 dias, (d) 4 dias, (e) 5 dias e (f) 6 dias, utilizando o modelo $RNA_{dPQ \rightarrow Q}$ proposto.

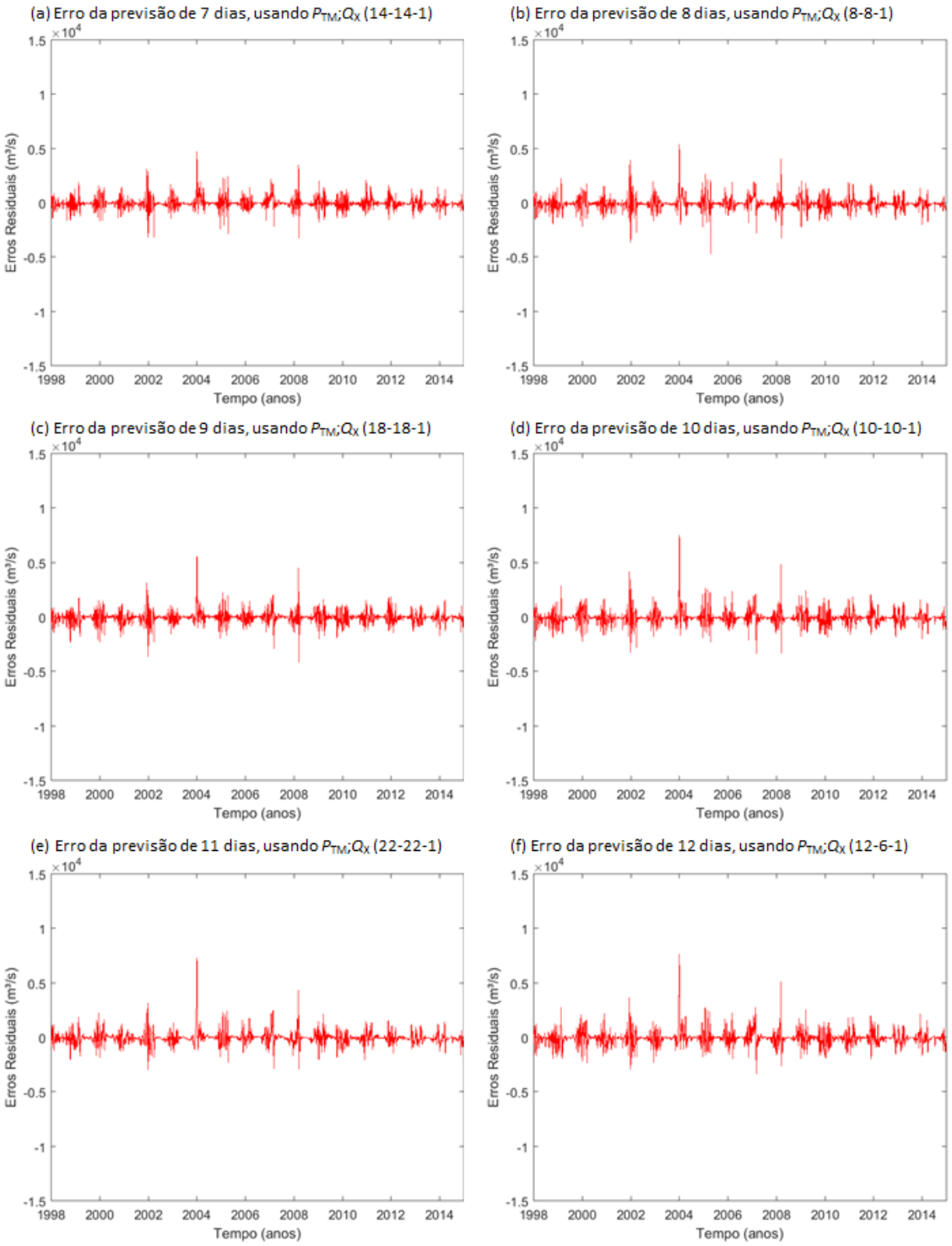


Figura 5.38 – Erros residuais para as previsões de (a) 7 dias, (b) 8 dias, (c) 9 dias, (d) 10 dias, (e) 11 dias e (f) 12 dias, utilizando o modelo $RNA_{dPQ \rightarrow Q}$ proposto.

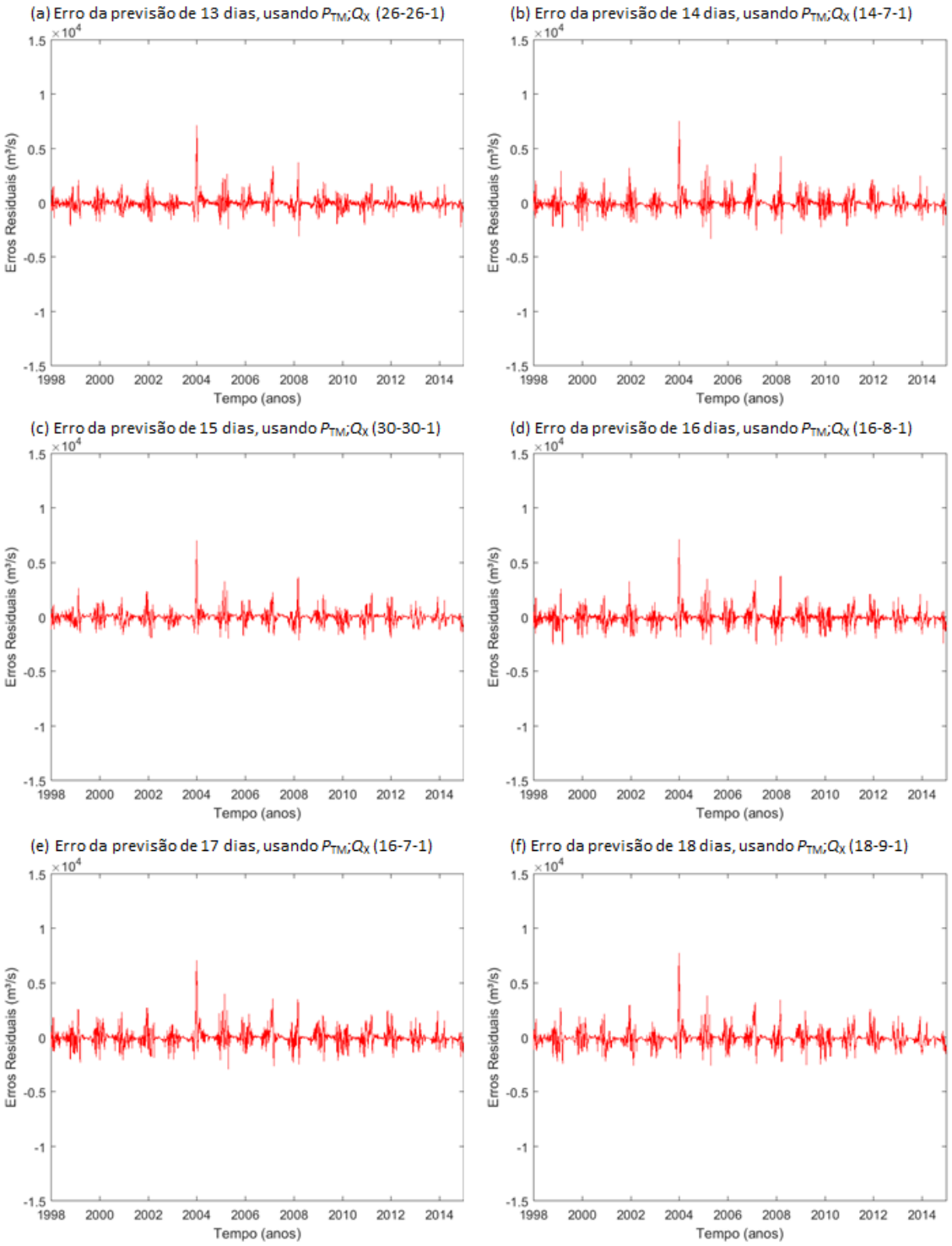


Figura 5.39 – Erros residuais para as previsões de (a) 13 dias, (b) 14 dias, (c) 15 dias, (d) 16 dias, (e) 17 dias e (f) 18 dias, utilizando o modelo $RNA_{dPQ \rightarrow Q}$ proposto.

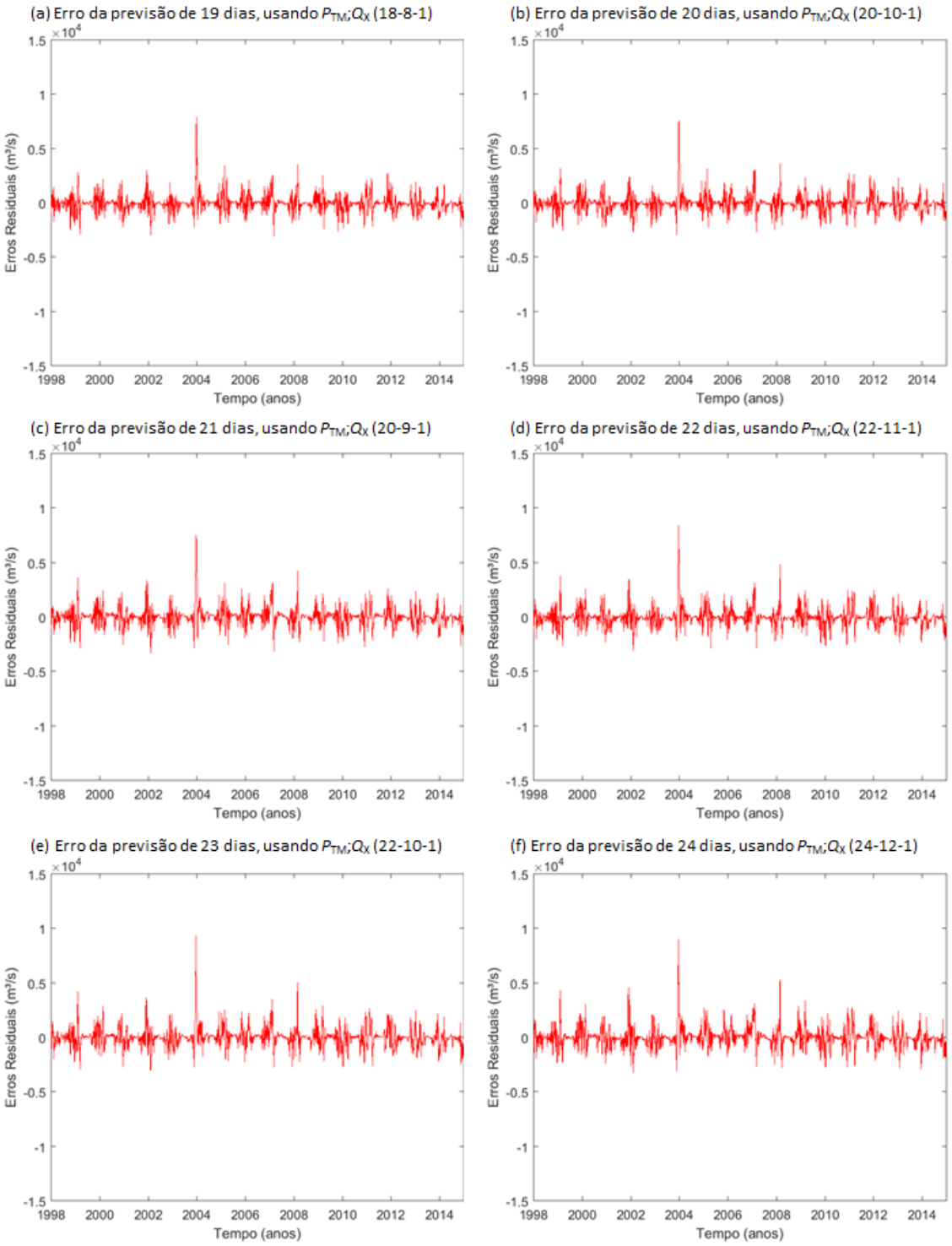


Figura 5.40 – Erros residuais para as previsões de (a) 19 dias, (b) 20 dias, (c) 21 dias, (d) 22 dias, (e) 23 dias e (f) 24 dias, utilizando o modelo $RNA_{dPQ \rightarrow Q}$ proposto.

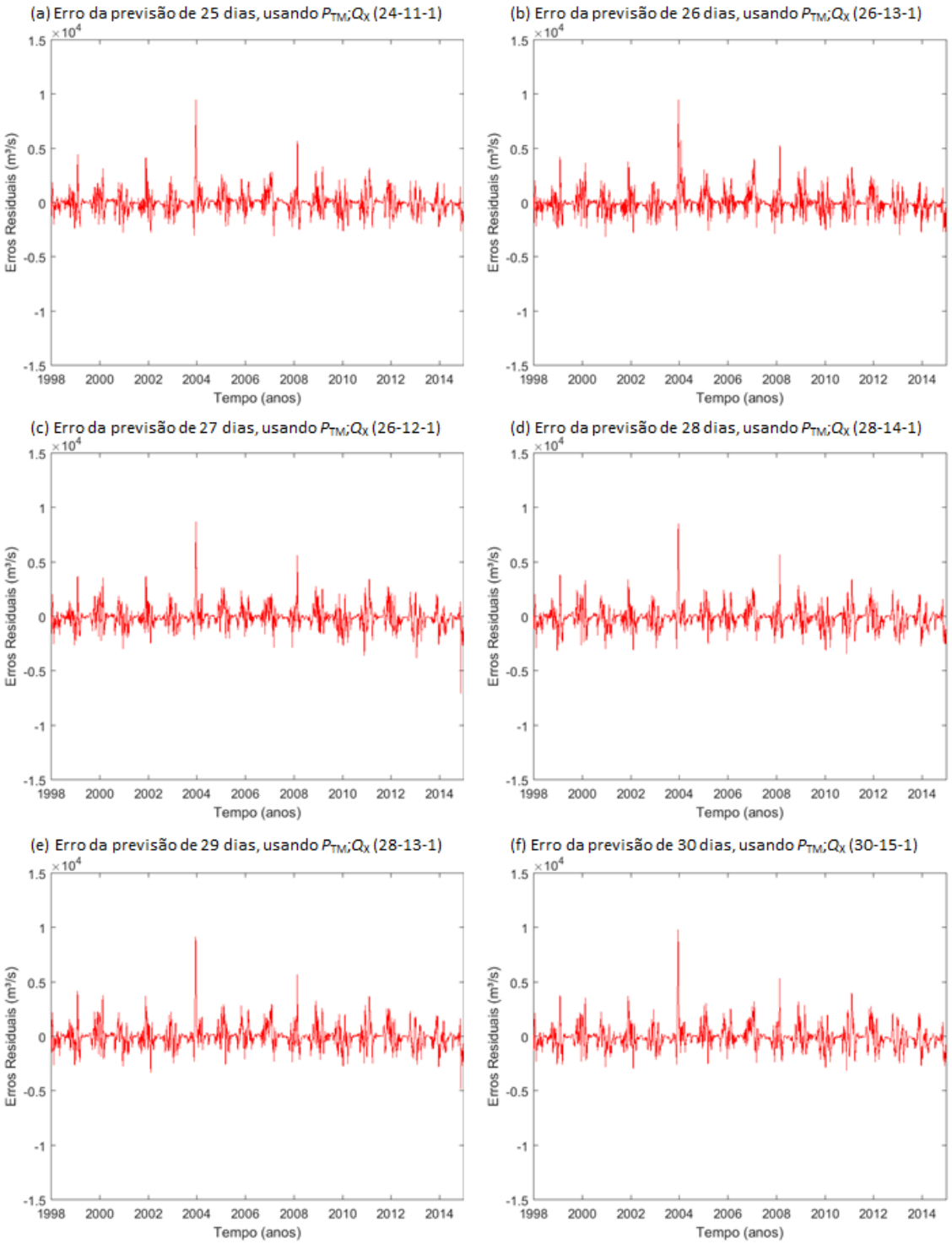


Figura 5.41 – Erros residuais para as previsões de (a) 25 dias, (b) 26 dias, (c) 27 dias, (d) 28 dias, (e) 29 dias e (f) 30 dias, utilizando o modelo $RNA_{dPQ \rightarrow Q}$ proposto.

5.1.3. Modelos Híbridos WRNA Tradicionais (Vazão → Vazão)

Primeiramente, transformou-se a série temporal de vazão do reservatório de Xingó, usando as 5 *wavelets*-mãe para decompô-la em aproximações e detalhes. Em seguida, utilizou-se as aproximações até o 5º nível de decomposição para realizar a previsão das vazões neste reservatório com antecedência de 1 até 30 dias. Usualmente, utilizam-se as *wavelets*-mãe de db10 como utilizado por Santos & Silva (2014). Neste modelo, como nos próximos descritos a seguir, além da wavelet-mãe db10, foram utilizadas a sym8, coif5, haar e dmey, esta última não existem trabalhos envolvendo-as para este tipo de previsão.

A arquitetura deste modelo foi a mesma do modelo tradicional RNA_{dX} (Tabela 5.1). Foram realizadas 750 simulações, variando as *wavelets*-mãe e as aproximações, a fim de escolher a melhor configuração para cada um dos 30 modelos, $WRNA_{1dX}$, ... , $WRNA_{30dX}$. A Tabela 5.6 mostra a melhor *wavelet*-mãe e a melhor aproximação, que devem ser utilizadas como entrada para cada modelo $WRNA_{dX}$, medidos através dos parâmetros estatísticos (*R*, *NSE*, *PBIAS*, *MAPE* e *RMSE*).

Nota-se, nessa tabela, que a *wavelet*-mãe que obteve melhores resultados foi a dmey, obtendo sucesso em 14 modelos ($WRNA_{1dX}$, $WRNA_{5dX}$, $WRNA_{7dX}$, $WRNA_{9dX}$, $WRNA_{11dX}$, $WRNA_{12dX}$, $WRNA_{15dX}$, $WRNA_{16dX}$, $WRNA_{18dX}$, $WRNA_{19dX}$, $WRNA_{21dX}$, $WRNA_{22dX}$, $WRNA_{24dX}$ e $WRNA_{25dX}$), seguida da sym8 com 7 e por fim, a db10 e coif5 com sucesso em 6 e 3 modelos, respectivamente. A wavelet-mãe de haar não obteve sucesso em nenhum dos 30 modelos $WRNA_d$. Com relação a melhor aproximação, a A_5, foi a aproximação que mais se destacou, obtendo sucesso em 18 modelos ($WRNA_{2dX}$, $WRNA_{4dX}$, $WRNA_{7dX}$, $WRNA_{8dX}$, $WRNA_{10dX}$, $WRNA_{11dX}$, $WRNA_{14dX}$, $WRNA_{15dX}$, $WRNA_{16dX}$, $WRNA_{17dX}$, $WRNA_{18dX}$, $WRNA_{19dX}$, $WRNA_{20dX}$, $WRNA_{21dX}$, $WRNA_{22dX}$, $WRNA_{24dX}$, $WRNA_{25dX}$ e $WRNA_{26dX}$), seguida da A_4 com sucesso em 6, enquanto que, A_3 e A_2 obtiveram sucesso em 4 e 2 modelos, respectivamente. A aproximação A_1 não obteve sucesso em nenhum dos 30 modelos $WRNA_d$.

Ao analisar os índices de desempenho da Tabela 5.6, percebe-se que os índice de correlação e o *NSE* variaram de 0,7537 e 0,5672, respectivamente, para a previsão de 30 dias chegando até a 1 para os modelos $WRNA_{3dX}$, $WRNA_{7dX}$, $WRNA_{11dX}$, $WRNA_{16dX}$, nesses três últimos modelos, foi utilizada a aproximação A_5 da *wavelet*-mãe de dmey. Com relação ao índice *PBIAS*, percebe-se que 11 modelos apresentaram o ajuste perfeito, ou seja *PBIAS* = 0%, foram eles: $WRNA_{1dX}$, $WRNA_{3dX}$, $WRNA_{5dX}$, $WRNA_{6dX}$, $WRNA_{7dX}$, $WRNA_{8dX}$, $WRNA_{11dX}$, $WRNA_{13dX}$, $WRNA_{14dX}$, $WRNA_{16dX}$ e $WRNA_{29dX}$, 13 modelos foram superestimados, sendo

a maior superestimação para o modelo $WRNA_{20dX}$, *PBIAS* = -0,17%; e os demais foram subsestimados, sendo o modelo $WRNA_{29dX}$ o que obteve maior subestimação com um *PBIAS* = 0,07%. Os índices *MAPE* variaram de 0,10% a 38,43% enquanto que o *RMSE* oscilou entre 0,0017 para a previsão de 13 dias, chegando até 4,4646 para a previsão de 20 dias.

As Figuras 5.42 – 5.46 mostram os hidrogramas diários de previsão de 1 a 6 dias, de 7 oa 12 dias, de 13 a 18 dias, de 19 a 24 dias e de 21 a 30 dias, respectivamente, para o período de 1 de janeiro de 1931 a 31 de dezembro de 2015, utilizando o modelo híbrido tradicional $WRNA_{dX}$. Estas figuras corroboram com as informações trazidas pelos parâmetros estatísticos da Tabela 5.6. Nota-se por estes hidrogramas de previsão que o modelo híbrido WRNA possui um desempenho mais homogêneo que o RNA tradicional.

Ao contrário dos modelos tradicionais RNA_{dX}, os modelos $WRNA_{dX}$ não exibiram comportamentos oscilatórios conforme o horizonte de previsão foi aumentando. Esse modelo continuou representando bem as vazões tanto nos picos quanto nos períodos secos para todos os horizontes até 25 dias à frente.

É possível observar nestas figuras que o atraso existente no modelo RNA_{dX}, entre os valores previstos e observados, foram corrigidos pelo modelo híbrido $WRNA_{dX}$ para todas as antecedências de previsão.

Os erros residuais (Figuras 5.47 – 5.51) também demonstraram a maior eficácia dos modelos híbridos $WRNA_{dX}$, principalmente para as previsões de 3 dias (Figura 5.47c), 7 dias (Figura 5.48a), 11 dias (Figura 5.48e) e 16 dias (Figura 5.49d) confirmando a Tabela 5.6. E a sua ineficiência a partir de 25 dias à frente, bem como nas previsões de 13 dias, 17 dias, 20 dias e 23 dias.

Tabela 5.6 – Melhor *wavelet*-mãe e aproximação para entrada no modelo WRNA tradicional testado e seus índices de desempenhos

Modelo	Previsão (dias)	*Wavelet*-mãe	Aproximação	Índices de Desempenho				
				R	*NSE*	*PBIAS*	*MAPE*	*RMSE*
$WRNA_{1dX}$	1	dmey	A_4	0,9993	0,9987	0,00%	1,64%	0,0194
$WRNA_{2dX}$	2	db10	A_5	0,9986	0,9972	-0,01%	2,66%	0,1485
$WRNA_{3dX}$	3	coif5	A_4	1,0000	1,0000	0,00%	0,27%	0,0079
$WRNA_{4dX}$	4	sym8	A_5	0,9999	0,9998	-0,04%	0,86%	1,1143
$WRNA_{5dX}$	5	dmey	A_3	0,9999	0,9999	0,00%	0,56%	0,0043
$WRNA_{6dX}$	6	sym8	A_4	0,9993	0,9987	0,00%	1,72%	0,0080
$WRNA_{7dX}$	7	dmey	A_5	1,0000	1,0000	0,00%	0,10%	0,0909
$WRNA_{8dX}$	8	sym8	A_5	0,9999	0,9998	0,00%	0,79%	0,0022
$WRNA_{9dX}$	9	dmey	A_4	0,9999	0,9999	-0,01%	0,70%	0,2683
$WRNA_{10dX}$	10	sym8	A_5	0,9997	0,9994	-0,01%	1,36%	0,1445
$WRNA_{11dX}$	11	dmey	A_5	1,0000	1,0000	0,00%	0,17%	0,1085
$WRNA_{12dX}$	12	dmey	A_4	0,9998	0,9995	-0,01%	1,48%	0,2888
$WRNA_{13dX}$	13	sym8	A_4	0,9905	0,9810	0,00%	6,47%	0,0017
$WRNA_{14dX}$	14	coif5	A_5	0,9995	0,9991	0,00%	1,84%	0,0476
$WRNA_{15dX}$	15	dmey	A_5	0,9996	0,9993	0,03%	2,05%	0,7375
$WRNA_{16dX}$	16	dmey	A_5	1,0000	1,0000	0,00%	0,48%	0,0984
$WRNA_{17dX}$	17	sym8	A_5	0,9918	0,9837	-0,03%	7,29%	0,8889
$WRNA_{18dX}$	18	dmey	A_5	0,9996	0,9991	-0,09%	2,33%	2,3855
$WRNA_{19dX}$	19	dmey	A_5	0,9995	0,9989	0,03%	2,51%	0,8135
$WRNA_{20dX}$	20	db10	A_5	0,9957	0,9914	-0,17%	7,17%	4,4646
$WRNA_{21dX}$	21	dmey	A_5	0,9987	0,9975	0,06%	3,79%	1,6905
$WRNA_{22dX}$	22	dmey	A_5	0,9982	0,9964	0,07%	4,49%	2,0072
$WRNA_{23dX}$	23	db10	A_3	0,8460	0,7158	-0,14%	28,73%	3,8786
$WRNA_{24dX}$	24	dmey	A_5	0,9969	0,9937	-0,09%	5,96%	2,3145
$WRNA_{25dX}$	25	dmey	A_5	0,9961	0,9922	0,01%	6,66%	0,2356
$WRNA_{26dX}$	26	db10	A_5	0,9828	0,9659	0,01%	13,41%	0,4026
$WRNA_{27dX}$	27	db10	A_3	0,8179	0,6690	-0,09%	31,69%	2,4952
$WRNA_{28dX}$	28	sym8	A_2	0,7805	0,6079	-0,07%	34,92%	1,8414
$WRNA_{29dX}$	29	db10	A_2	0,7695	0,5914	0,00%	36,84%	0,0341
$WRNA_{30dX}$	30	coif5	A_3	0,7537	0,5672	-0,10%	38,43%	2,5544

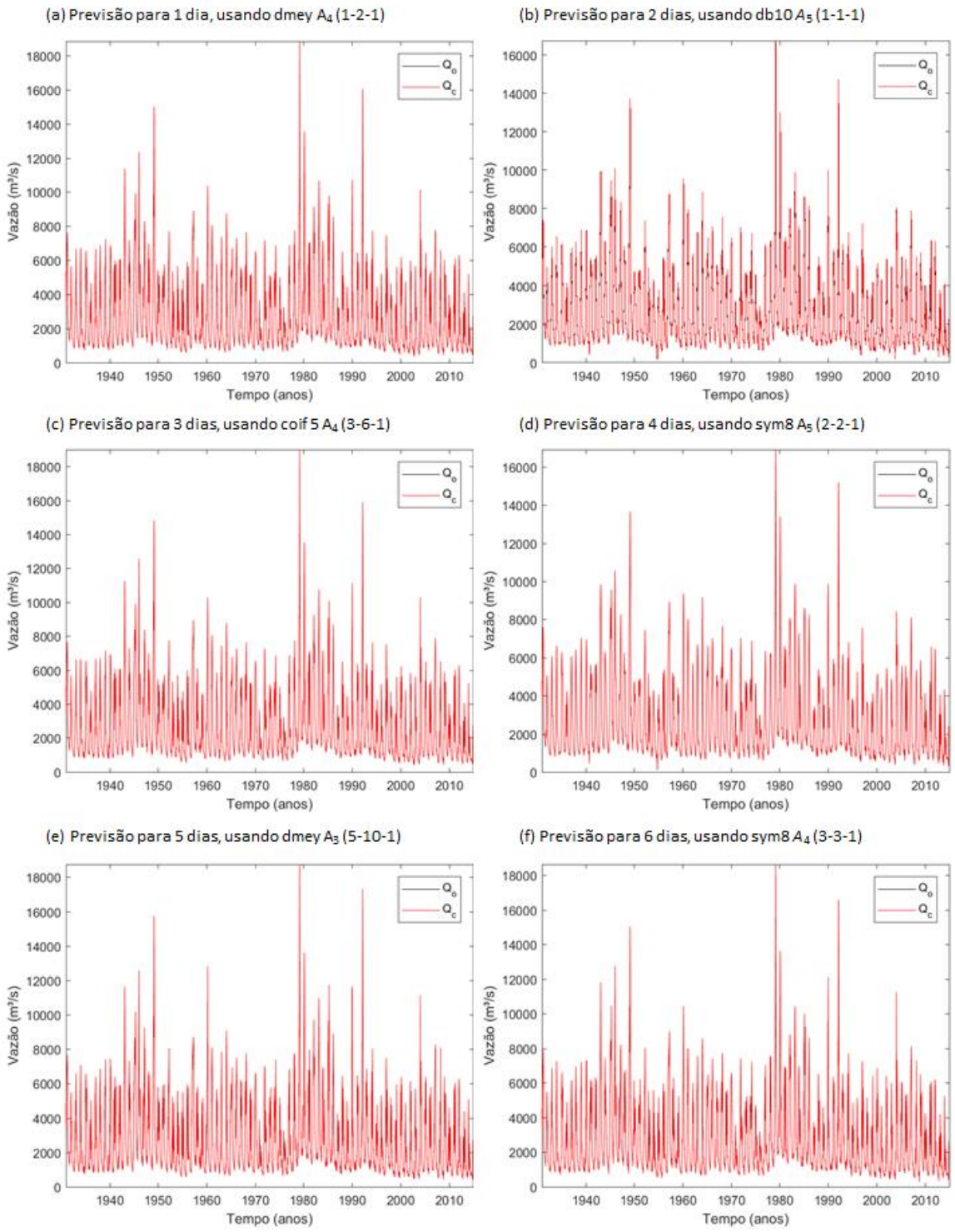


Figura 5.42 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 1 dia, (b) 2 dias, (c) 3 dias, (d) 4 dias, (e) 5 dias e (f) 6 dias de antecedência, utilizando o modelo híbrido tradicional ($WRNA_{dX}$).

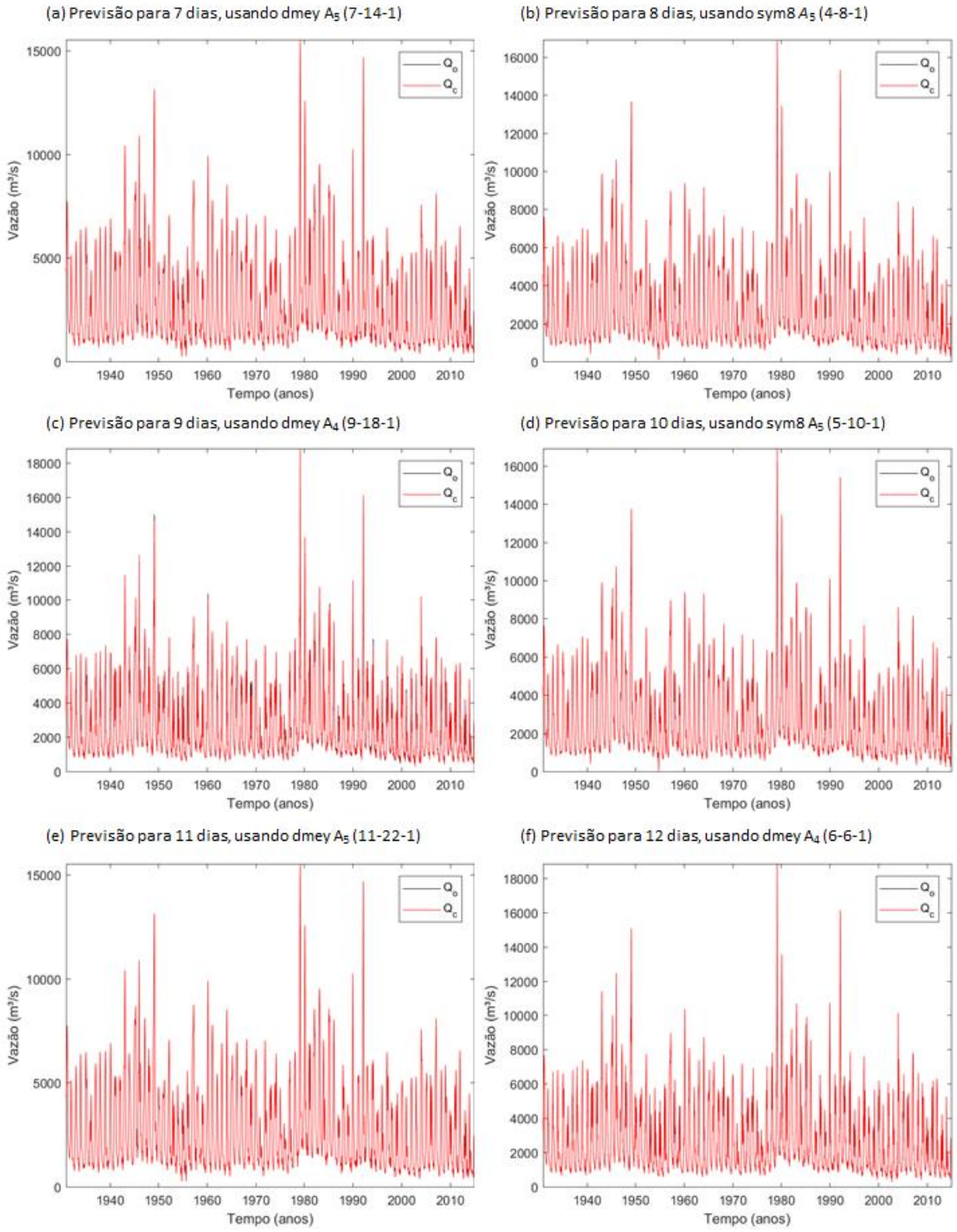


Figura 5.43 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 7 dias, (b) 8 dias, (c) 9 dias, (d) 10 dias, (e) 11 dias e (f) 12 dias de antecedência, utilizando o modelo híbrido tradicional ($WRNA_{dX}$).

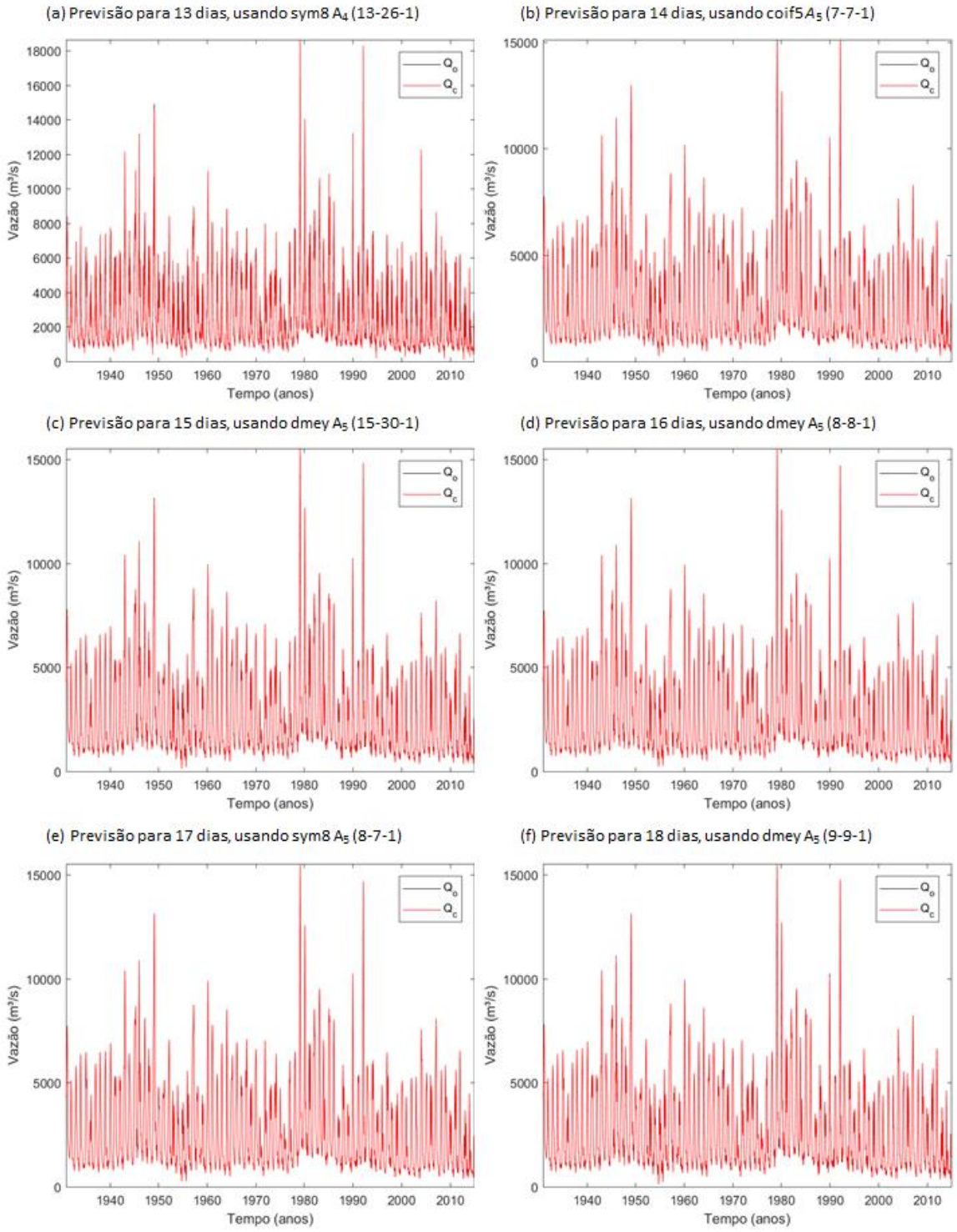


Figura 5.44 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 13 dias, (b) 14 dias, (c) 15 dias, (d) 16 dias, (e) 17 dias e (f) 18 dias de antecedência, utilizando o modelo híbrido tradicional ($WRNA_{dX}$).

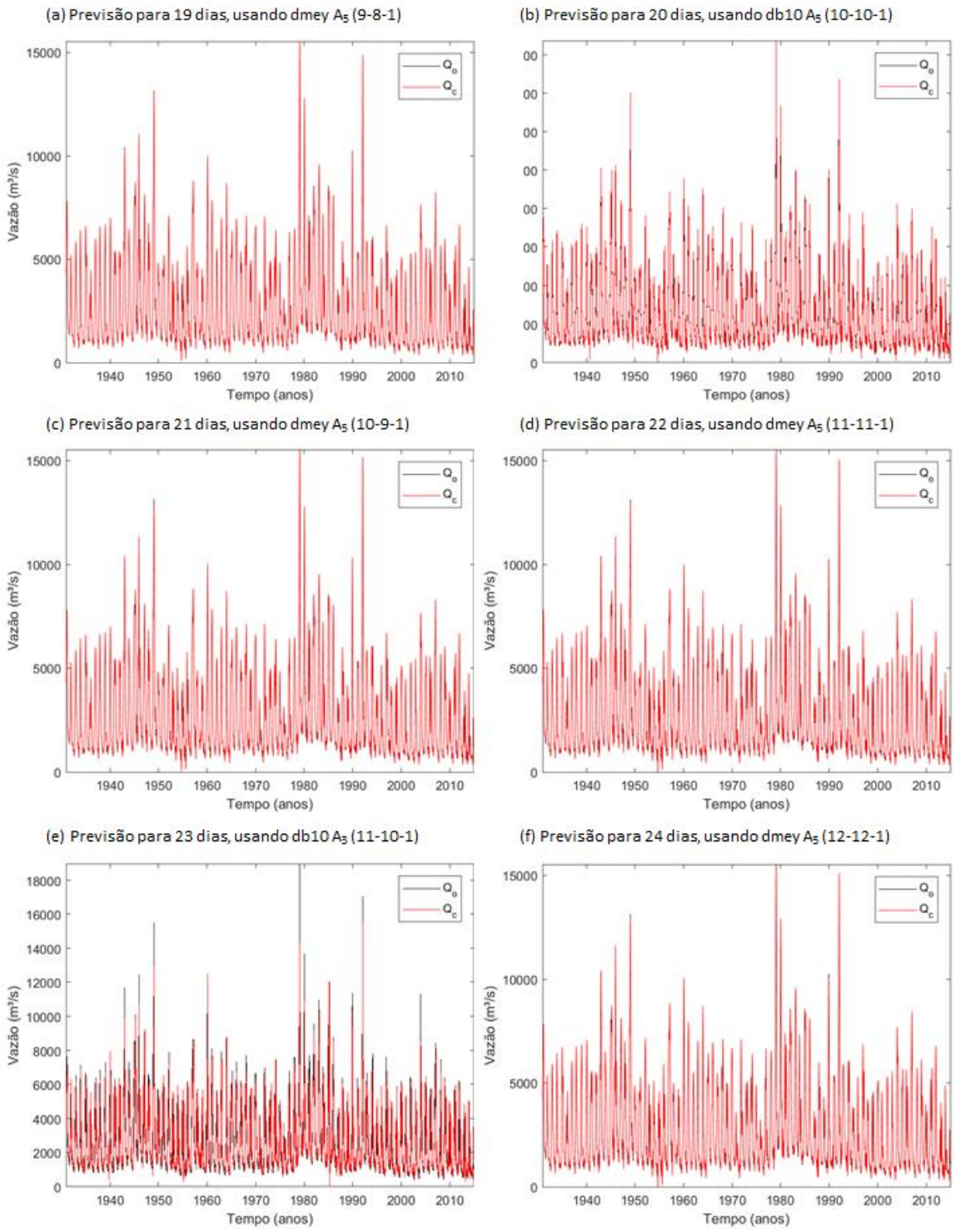


Figura 5.45 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 19 dias, (b) 20 dias, (c) 21 dias, (d) 22 dias, (e) 23 dias e (f) 24 dias de antecedência, utilizando o modelo híbrido tradicional ($WRNA_{dX}$).

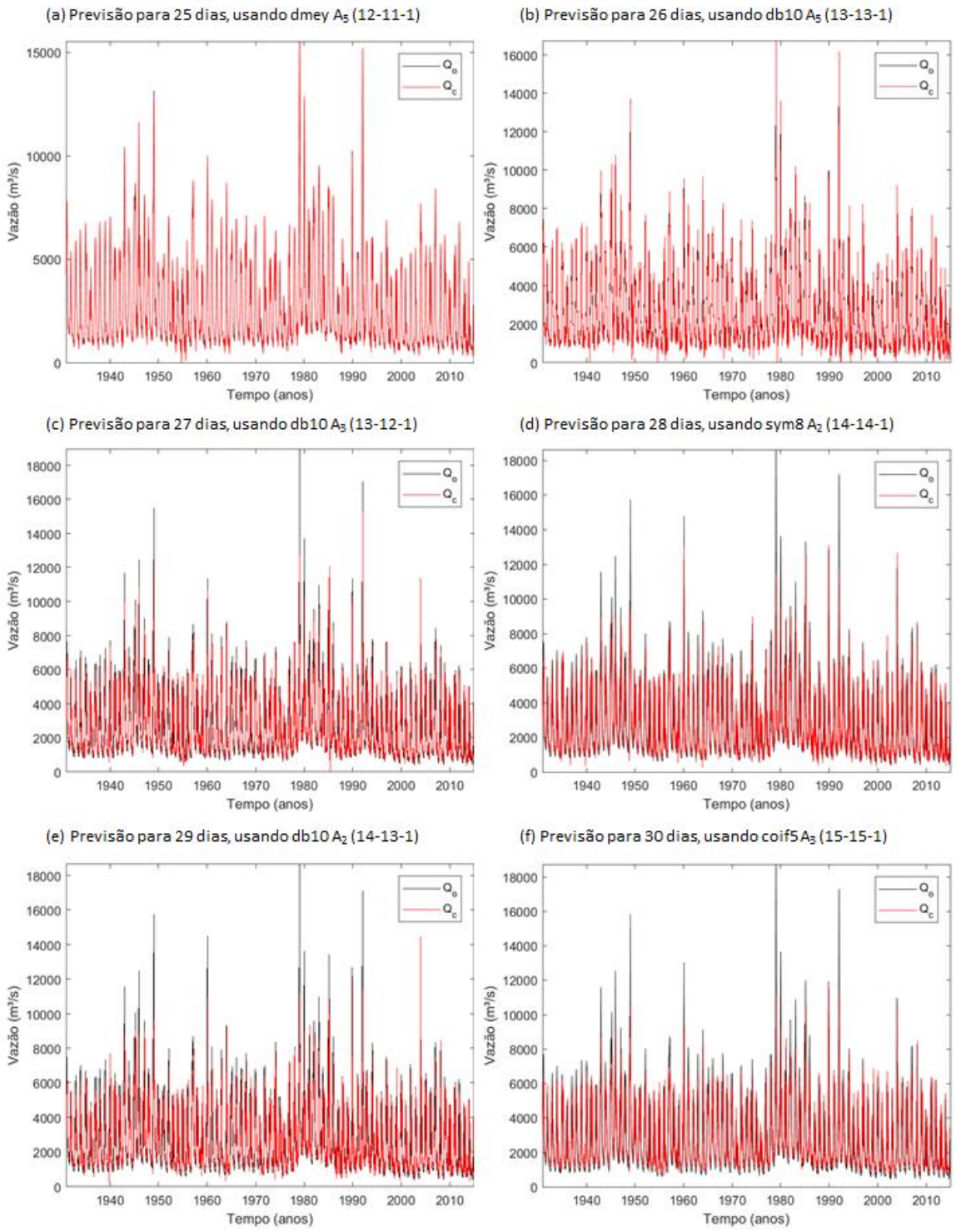


Figura 5.46 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 25 dias, (b) 26 dias, (c) 27 dias, (d) 28 dias, (e) 29 dias e (f) 30 dias de antecedência, utilizando o modelo híbrido tradicional ($WRNA_{dX}$).

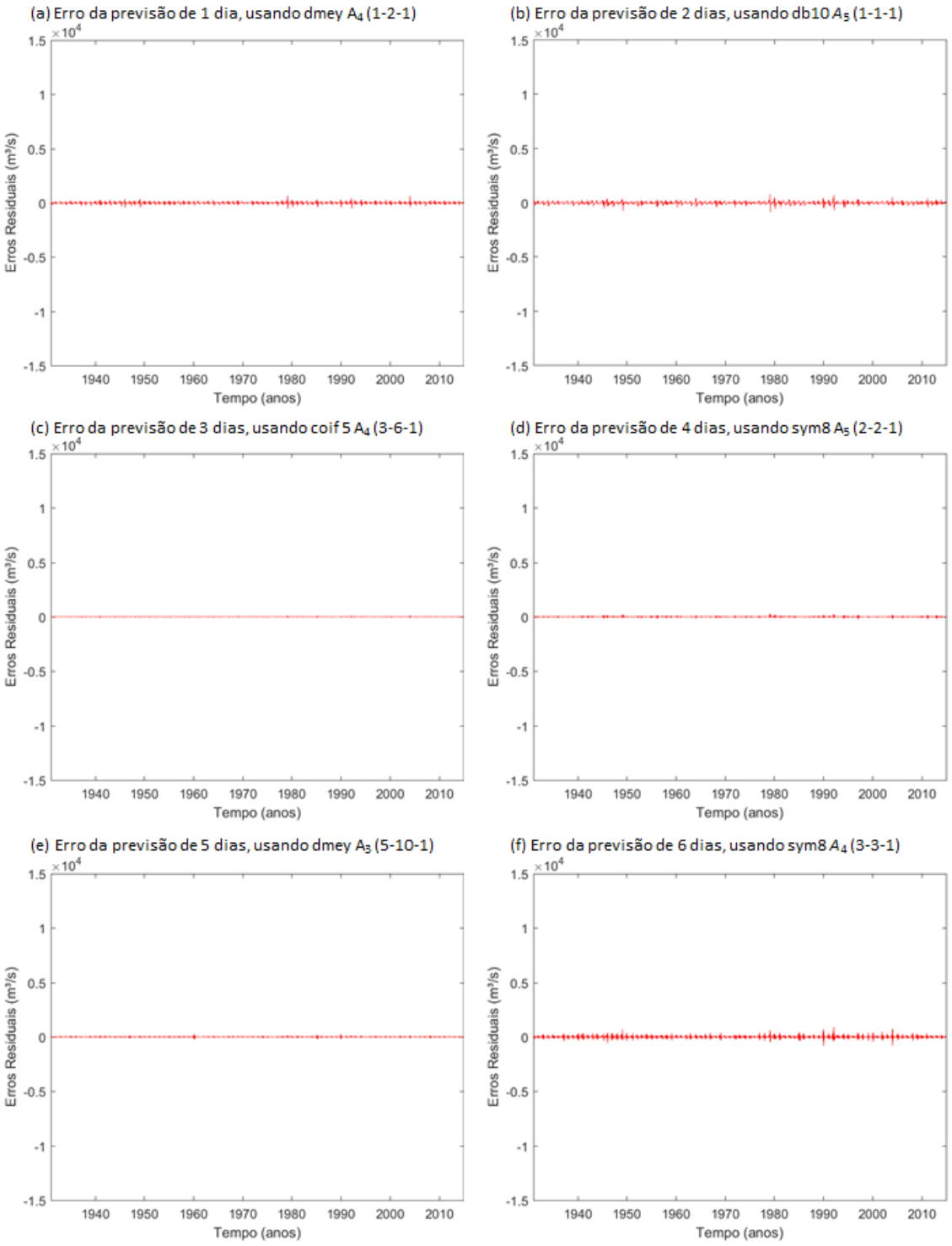


Figura 5.47 – Erros residuais para as previsões de (a) 1 dia, (b) 2 dias, (c) 3 dias, (d) 4 dias, (e) 5 dias e (f) 6 dias, utilizando o modelo híbrido tradicional ($WRNA_{dX}$).

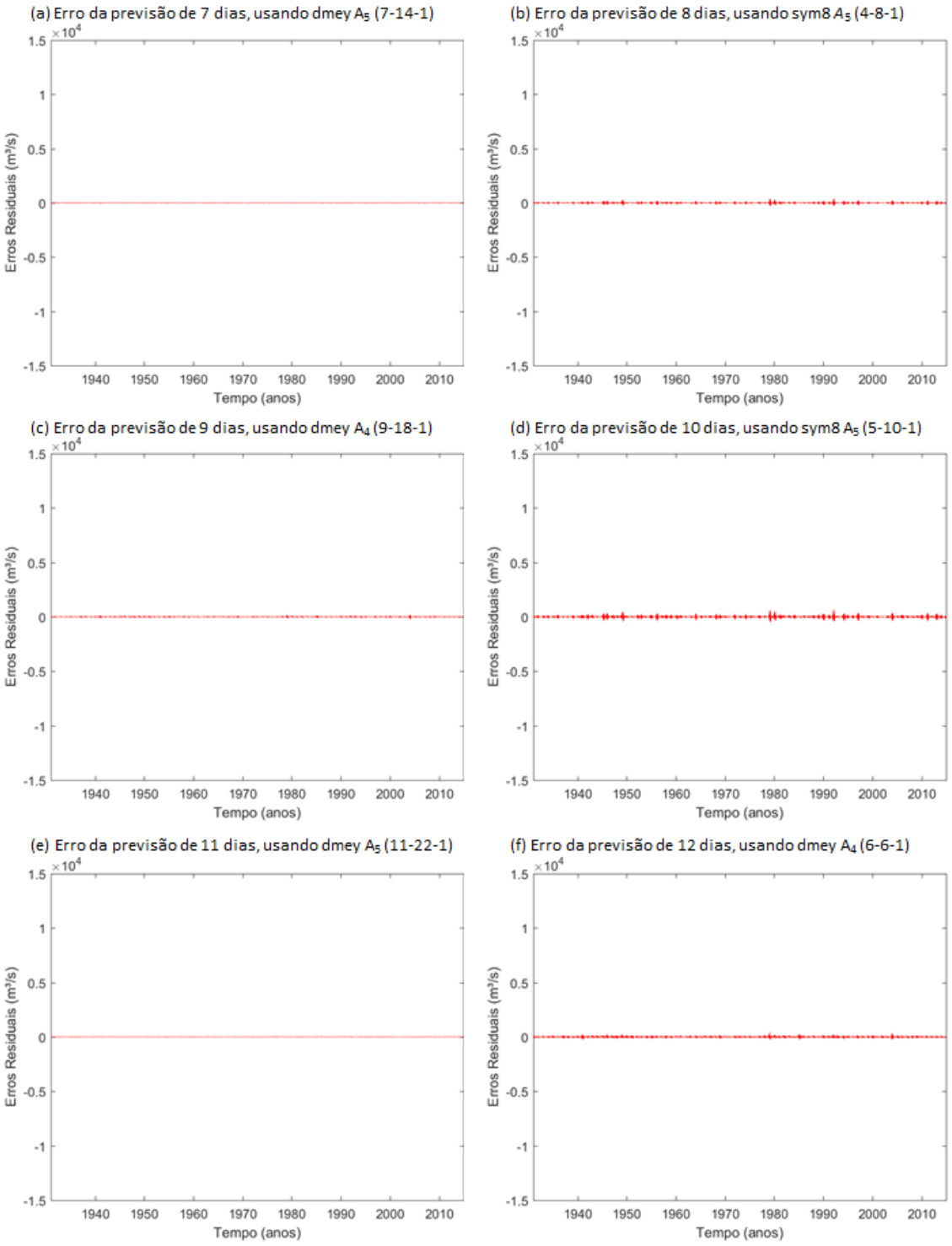


Figura 5.48 – Erros residuais para as previsões de (a) 7 dias, (b) 8 dias, (c) 9 dias, (d) 10 dias, (e) 11 dias e (f) 12 dias, utilizando o modelo híbrido tradicional ($WRNA_{dX}$).

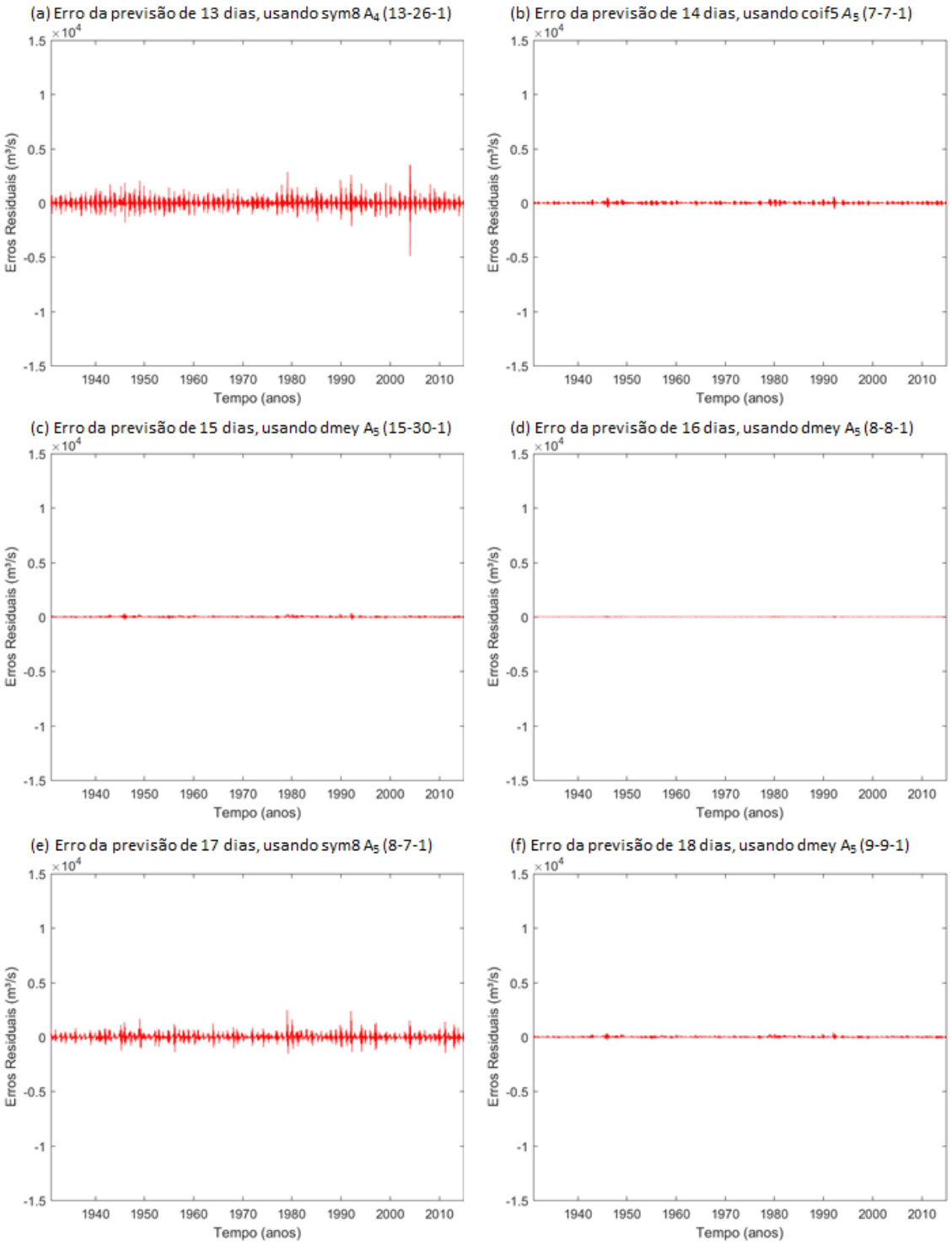


Figura 5.49 – Erros residuais para as previsões de (a) 13 dias, (b) 14 dias, (c) 15 dias, (d) 16 dias, (e) 17 dias e (f) 18 dias, utilizando o modelo híbrido tradicional ($WRNA_{dX}$).

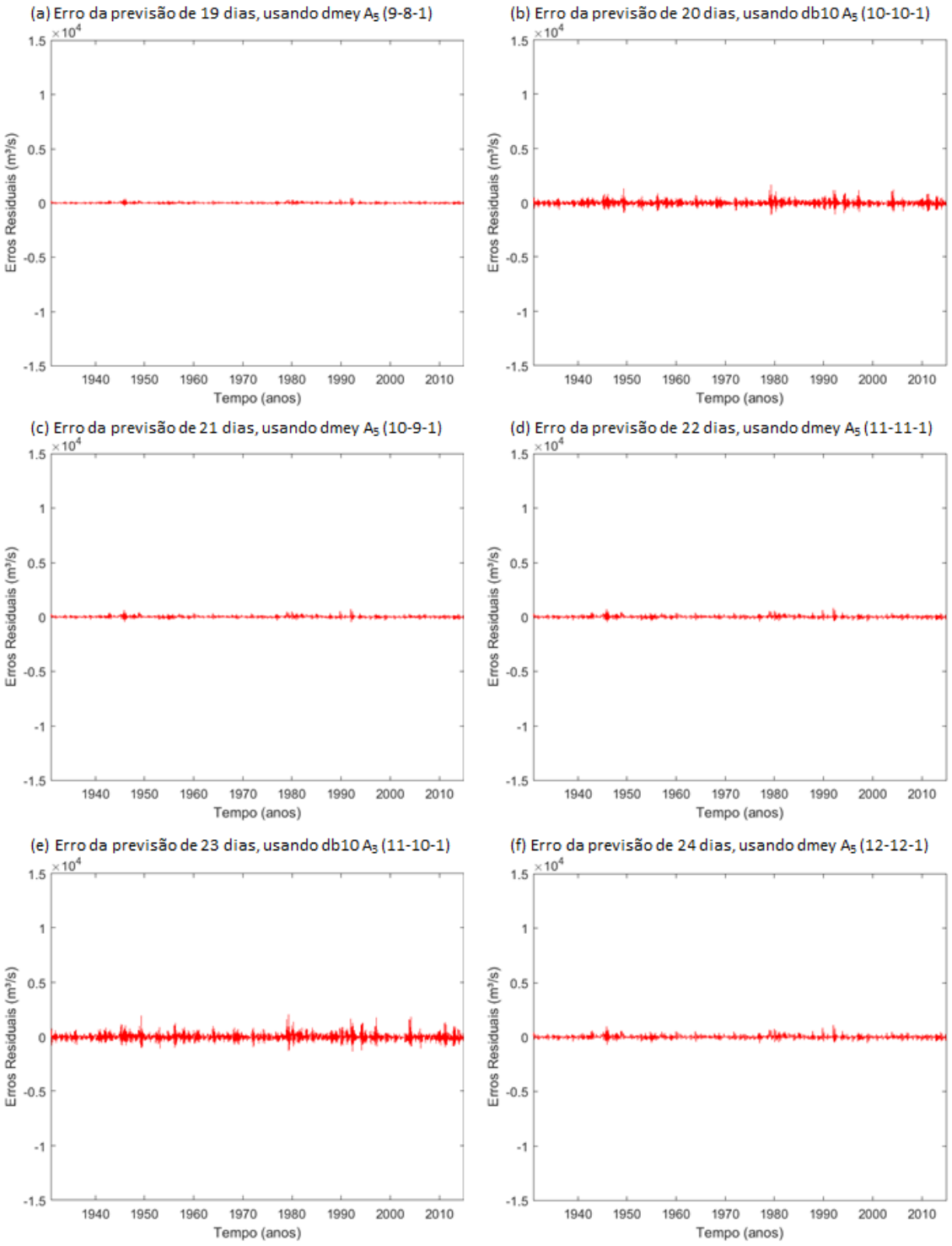


Figura 5.50 – Erros residuais para as previsões de (a) 19 dias, (b) 20 dias, (c) 21 dias, (d) 22 dias, (e) 23 dias e (f) 24 dias, utilizando o modelo híbrido tradicional ($WRNA_{dX}$).

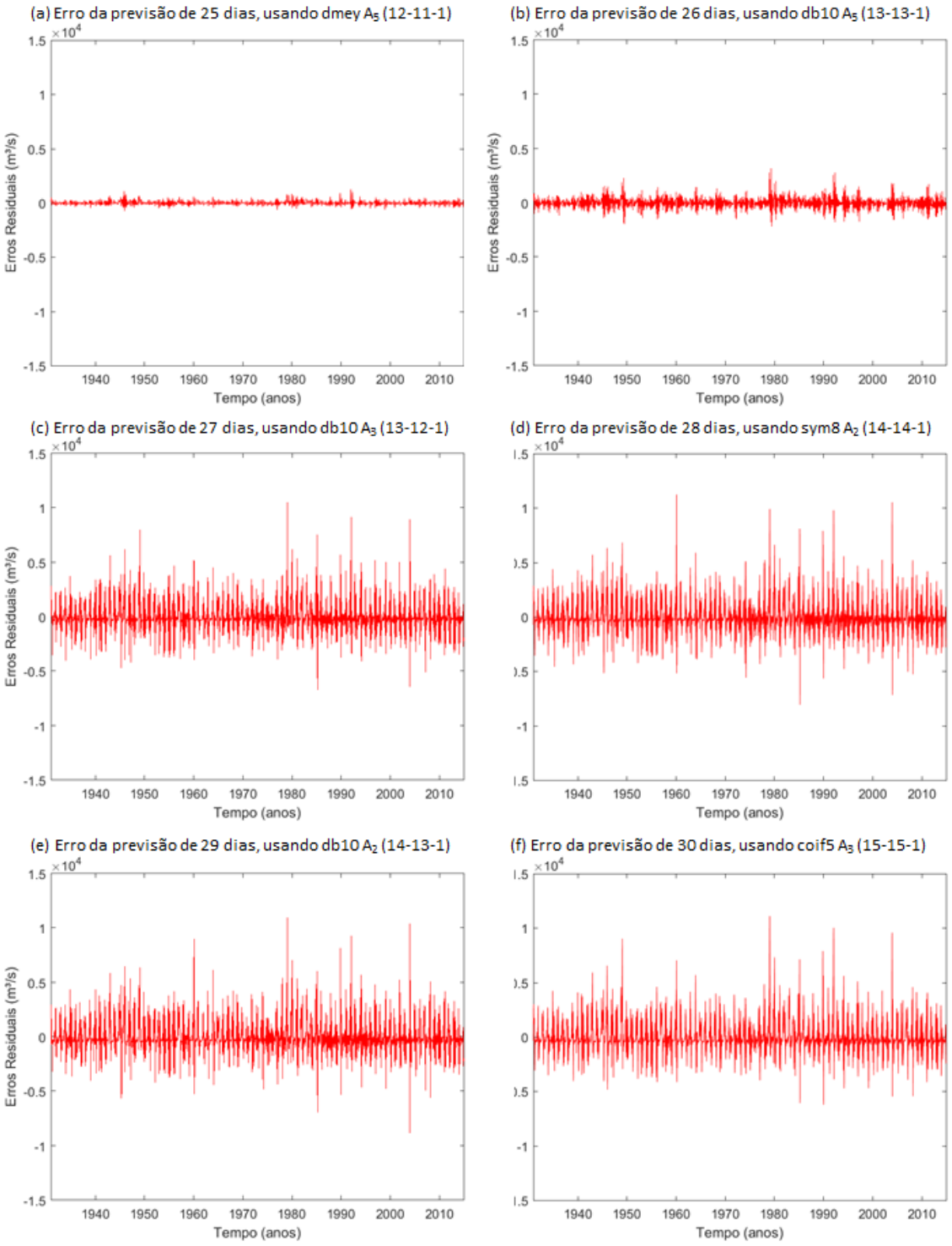


Figura 5.51 – Erros residuais para as previsões de (a) 25 dias, (b) 26 dias, (c) 27 dias, (d) 28 dias, (e) 29 dias e (f) 30 dias, utilizando o modelo híbrido tradicional ($WRNA_{dX}$).

5.1.4. Modelos Híbridos WRNA Propostos

A fim de melhorar a performance dos modelos híbridos tradicionais, neste trabalho foram propostos três novos modelos híbridos WRNAs. O primeiro, vazão → vazão, utilizando as aproximações das vazões dos reservatórios a montante, bem como as aproximações da combinação dos mesmos para a previsão do reservatório mais a jusante. O segundo, chuva → vazão, utilizando as aproximações da série de precipitação no reservatório mais a montante para a previsão do reservatório mais a jusante. E o último, chuva – vazão → vazão, utilizando além das aproximações da precipitação no reservatório mais a montante, as aproximações da vazão do reservatório mais a jusante para a previsão do reservatório mais a jusante.

5.1.4.1. Vazão → Vazão ($WRNA_{dQ \rightarrow Q}$)

A arquitetura deste modelo foi a mesma do modelo proposto $RNA_{dQ \rightarrow Q}$ (Tabela 5.2). Foram realizadas 15000 simulações, variando as *wavelets*-mãe, as aproximações, bem como as combinações de reservatórios a montante, a fim de escolher a melhor configuração para cada um dos 30 modelos, W $RNA_{1dQ \rightarrow Q}$, ... , $WRNA_{30dQ \rightarrow Q}$. A Tabela 5.7 mostra a melhor *wavelet*-mãe e a melhor aproximação, que devem ser utilizadas como entrada para cada modelo $WRNA_{dQ \rightarrow Q}$, medidos através dos parâmetros estatísticos (*R*, *NSE*, *PBIAS*, *MAPE* e *RMSE*).

Nota-se, nessa tabela, que a *wavelet*-mãe que obteve melhores resultados foi a dmey, obtendo sucesso em 22 modelos, seguida da coif5 com sucesso em 4 ($WRNA_{1dQ \rightarrow Q}$, $WRNA_{4dQ \rightarrow Q}$, $WRNA_{11dQ \rightarrow Q}$ e $WRNA_{16dQ \rightarrow Q}$), db10 e sym8 com sucesso em 2 modelos, enquanto haar não obteve sucesso em nenhum dos 30 modelos $WRNA_{dQ \rightarrow Q}$. Com relação a melhor aproximação foi a A_5, obtendo sucesso em 28 modelos, seguida da A_4 e A3 com sucesso em 1 modelo cada. As aproximações A_1 e A_2 não obtiveram sucesso em nenhum dos 30 modelos $WRNA_{dQ \rightarrow Q}$.

Quanto aos índices de desempenho da Tabela 5.7, nota-se que o *R* e o *NSE* tiveram seus valores ótimos, *i.e.*, *R* = 1 e *NSE* = 1, para os modelos $WRNA_{3dQ \rightarrow Q}$, $WRNA_{7dQ \rightarrow Q}$ e $WRNA_{13dQ \rightarrow Q}$, e seus piores valores para o modelo $WRNA_{9dQ \rightarrow Q}$ (*R* = 0,9911 e *NSE* = 0,9824). Com relação ao índice *PBIAS*, percebe-se que apenas o modelo $WRNA_{1dQ \rightarrow Q}$ apresentou o ajuste perfeito, *PBIAS* = 0%, os demais 25 modelos foram superestimados, enquanto que 4 foram subestimados. Os índices *MAPE* e *RMSE* variaram de 0,10% a 8,69% e 0,1143 a 19,0324, respectivamente.

Tabela 5.7 – Melhor *wavelet*-mãe e aproximação para entrada no modelo híbrido proposto $WRNA_{dQ \rightarrow Q}$ com seus índices de desempenhos

Modelo	Previsão (dias)	*Wavelet*-mãe	Aproximação	Índices de Desempenho				
				R	*NSE*	*PBIAS*	*MAPE*	*RMSE*
$WRNA_{1dQ \rightarrow Q}$	1	coif5	A_5	0,9997	0,9995	0,00%	1,27%	0,1143
$WRNA_{2dQ \rightarrow Q}$	2	dmey	A_5	0,9992	0,9984	-0,10%	2,57%	2,6728
$WRNA_{3dQ \rightarrow Q}$	3	dmey	A_5	1,0000	1,0000	-0,01%	0,10%	0,1772
$WRNA_{4dQ \rightarrow Q}$	4	coif5	A_5	0,9999	0,9998	-0,06%	0,92%	1,6107
$WRNA_{5dQ \rightarrow Q}$	5	sym8	A_5	0,9999	0,9999	-0,07%	0,60%	1,9421
$WRNA_{6dQ \rightarrow Q}$	6	dmey	A_5	1,0000	0,9999	-0,04%	0,58%	1,1331
$WRNA_{7dQ \rightarrow Q}$	7	dmey	A_5	1,0000	1,0000	-0,01%	0,12%	0,1675
$WRNA_{8dQ \rightarrow Q}$	8	db10	A_5	0,9998	0,9996	0,07%	1,34%	1,9891
$WRNA_{9dQ \rightarrow Q}$	9	dmey	A_3	0,9911	0,9824	0,02%	4,34%	0,5712
$WRNA_{10dQ \rightarrow Q}$	10	dmey	A_5	0,9999	0,9999	-0,04%	0,72%	1,1876
$WRNA_{11dQ \rightarrow Q}$	11	coif5	A_5	0,9995	0,9991	-0,03%	1,92%	0,7851
$WRNA_{12dQ \rightarrow Q}$	12	dmey	A_5	0,9994	0,9988	-0,22%	2,75%	6,0125
$WRNA_{13dQ \rightarrow Q}$	13	dmey	A_5	1,0000	1,0000	-0,01%	0,33%	0,2025
$WRNA_{14dQ \rightarrow Q}$	14	dmey	A_5	0,9997	0,9993	-0,36%	1,82%	9,7308
$WRNA_{15dQ \rightarrow Q}$	15	dmey	A_5	0,9988	0,9976	-0,08%	2,65%	2,0984
$WRNA_{16dQ \rightarrow Q}$	16	coif5	A_5	0,9989	0,9979	-0,26%	2,85%	7,0816
$WRNA_{17dQ \rightarrow Q}$	17	dmey	A_5	0,9995	0,9990	-0,02%	2,16%	0,5933
$WRNA_{18dQ \rightarrow Q}$	18	dmey	A_5	0,9991	0,9982	-0,14%	3,04%	3,6461
$WRNA_{19dQ \rightarrow Q}$	19	db10	A_5	0,9971	0,9941	-0,19%	6,02%	4,9965
$WRNA_{20dQ \rightarrow Q}$	20	sym8	A_5	0,9917	0,9834	-0,12%	7,64%	3,3436
$WRNA_{21dQ \rightarrow Q}$	21	dmey	A_5	0,9988	0,9976	-0,04%	3,28%	1,0406
$WRNA_{22dQ \rightarrow Q}$	22	dmey	A_5	0,9984	0,9968	-0,34%	3,83%	9,0147
$WRNA_{23dQ \rightarrow Q}$	23	dmey	A_5	0,9984	0,9967	-0,10%	3,73%	2,7553
$WRNA_{24dQ \rightarrow Q}$	24	dmey	A_5	0,9971	0,9941	0,07%	5,75%	1,9934
$WRNA_{25dQ \rightarrow Q}$	25	dmey	A_5	0,9925	0,9851	0,25%	6,13%	6,7410
$WRNA_{26dQ \rightarrow Q}$	26	dmey	A_5	0,9991	0,9982	-0,13%	3,53%	3,4536
$WRNA_{27dQ \rightarrow Q}$	27	dmey	A_5	0,9955	0,9910	-0,44%	6,74%	11,8015
$WRNA_{28dQ \rightarrow Q}$	28	dmey	A_5	0,9922	0,9844	-0,71%	8,69%	19,0324
$WRNA_{29dQ \rightarrow Q}$	29	dmey	A_5	0,9983	0,9965	-0,30%	4,76%	7,9642
$WRNA_{30dQ \rightarrow Q}$	30	dmey	A_5	0,9973	0,9947	-0,07%	5,87%	2,0035

As Figuras 5.52 – 5.56 mostram os hidrogramas diários de previsão de 1 a 6 dias, de 7 a 12 dias, de 13 a 18 dias, de 19 a 24 dias e de 21 a 30 dias, respectivamente, utilizando o modelo híbrido proposto $WRNA_{dQ \rightarrow Q}$, com as *wavelets*-mãe e aproximações que obtiveram melhores desempenhos (Tabela 5.7) para o período de 1 de janeiro de 1931 a 31 de dezembro de 2015.

Nota-se por estes hidrogramas de previsão que os modelos $WRNA_{dQ \rightarrow Q}$ mostram-se bastante eficientes para a previsão diária de 1 a 30 dias, diferentemente do modelo proposto $RNA_{dQ \rightarrow Q}$ que só mostrou eficiência para as previsões de 1 a 6 dias, bem como do modelo híbrido tradicional $WRNA_{dX}$ que mostrou-se eficiente até a previsão de 25 dias, acima disso, sua eficiência vai piorando, à medida que o horizonte de previsão vai aumentando. O modelo híbrido proposto, apresentam resultados superiores ao modelo tradicional, na maioria dos casos, como pode ser confirmado nas figuras seguintes (Figuras 5.57 a 5.61), que mostram os erros residuais das previsões utilizando este modelo.

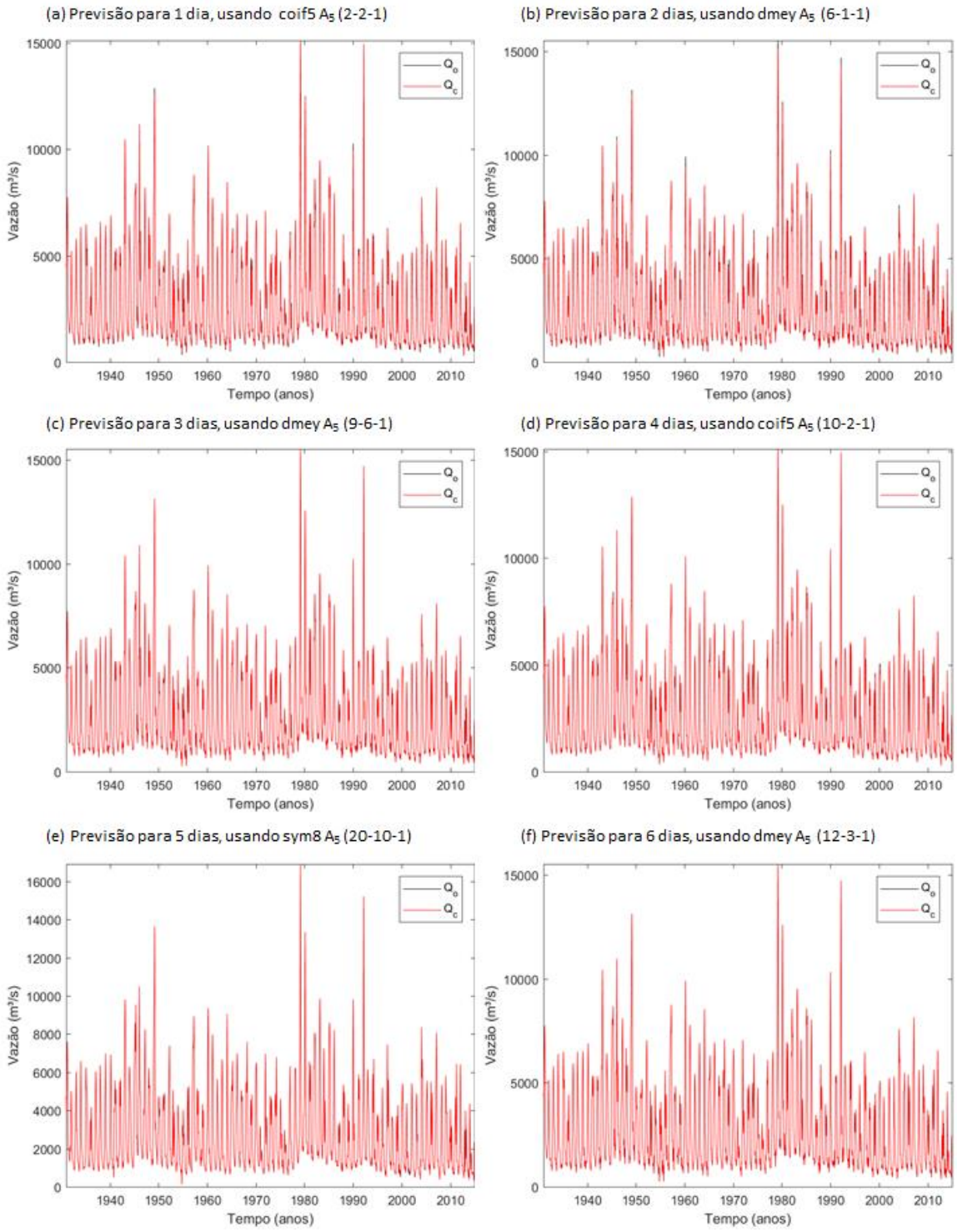


Figura 5.52 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 1 dia, (b) 2 dias, (c) 3 dias, (d) 4 dias, (e) 5 dias e (f) 6 dias de antecedência, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dQ \rightarrow Q}$).

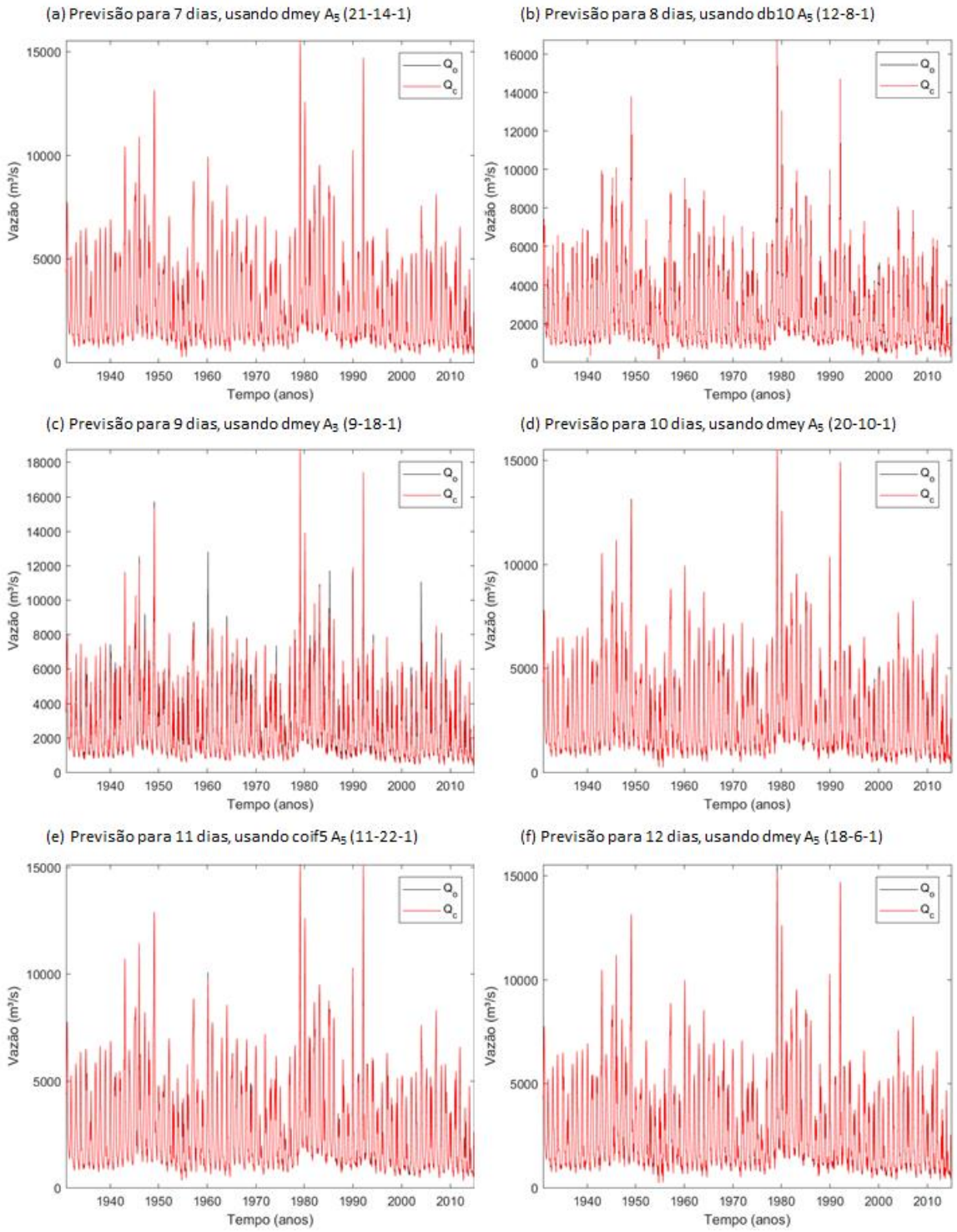


Figura 5.53 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 7 dias, (b) 8 dias, (c) 9 dias, (d) 10 dias, (e) 11 dias e (f) 12 dias de antecedência, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dQ \rightarrow Q}$).

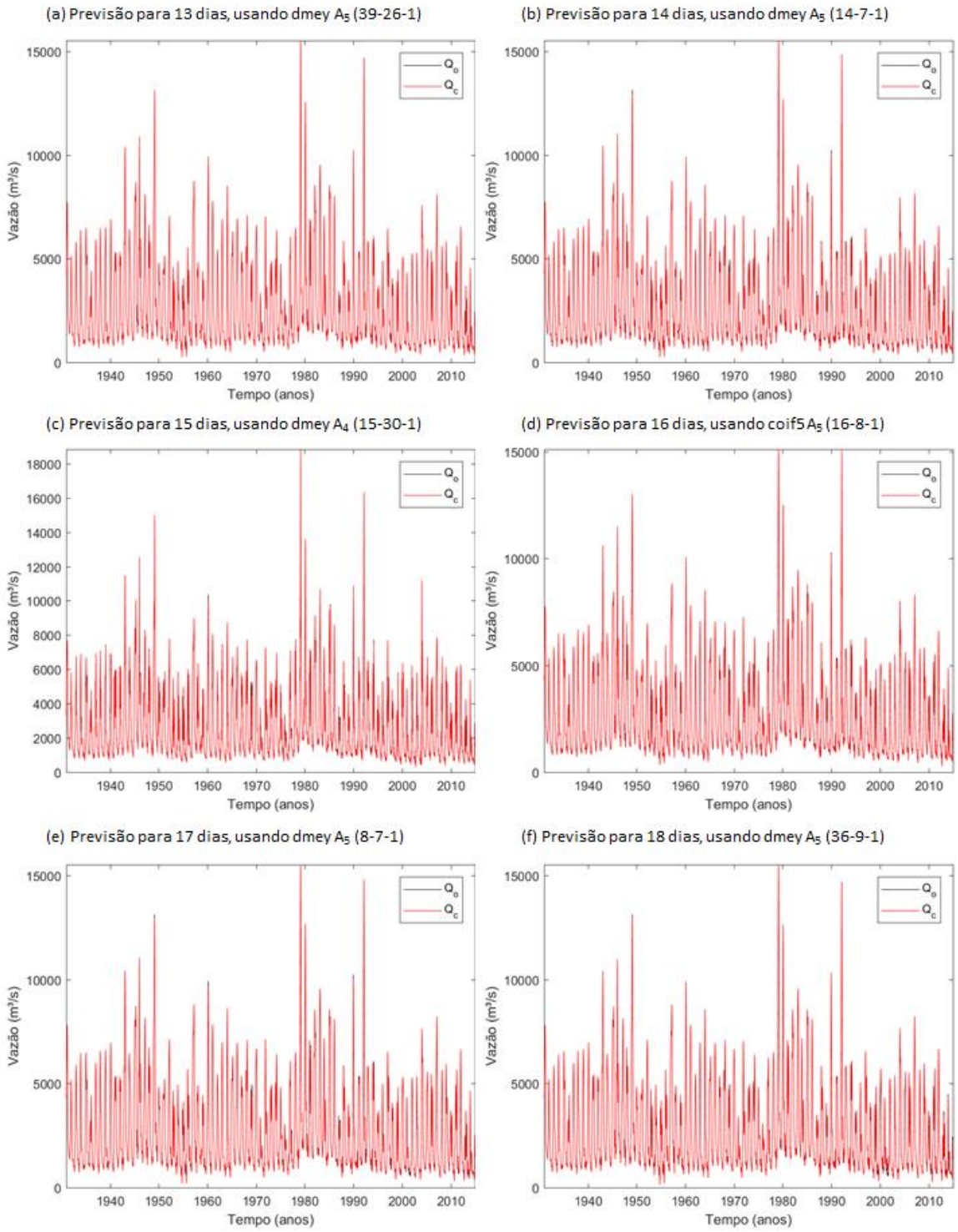


Figura 5.54 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 13 dias, (b) 14 dias, (c) 15 dias, (d) 16 dias, (e) 17 dias e (f) 18 dias de antecedência, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dQ \rightarrow Q}$).

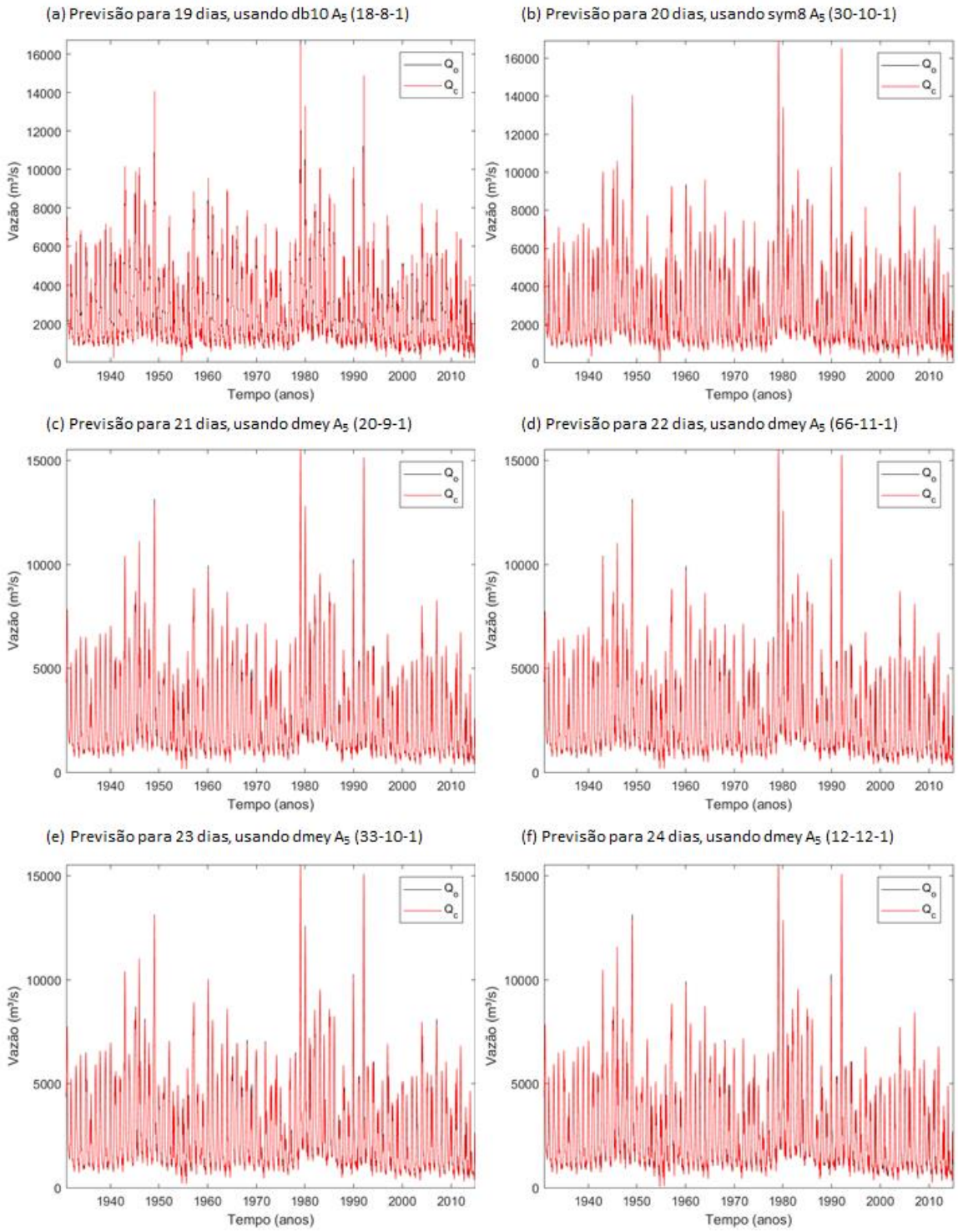


Figura 5.55 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 19 dias, (b) 20 dias, (c) 21 dias, (d) 22 dias, (e) 23 dias e (f) 24 dias de antecedência, , utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dQ\rightarrow Q}$).

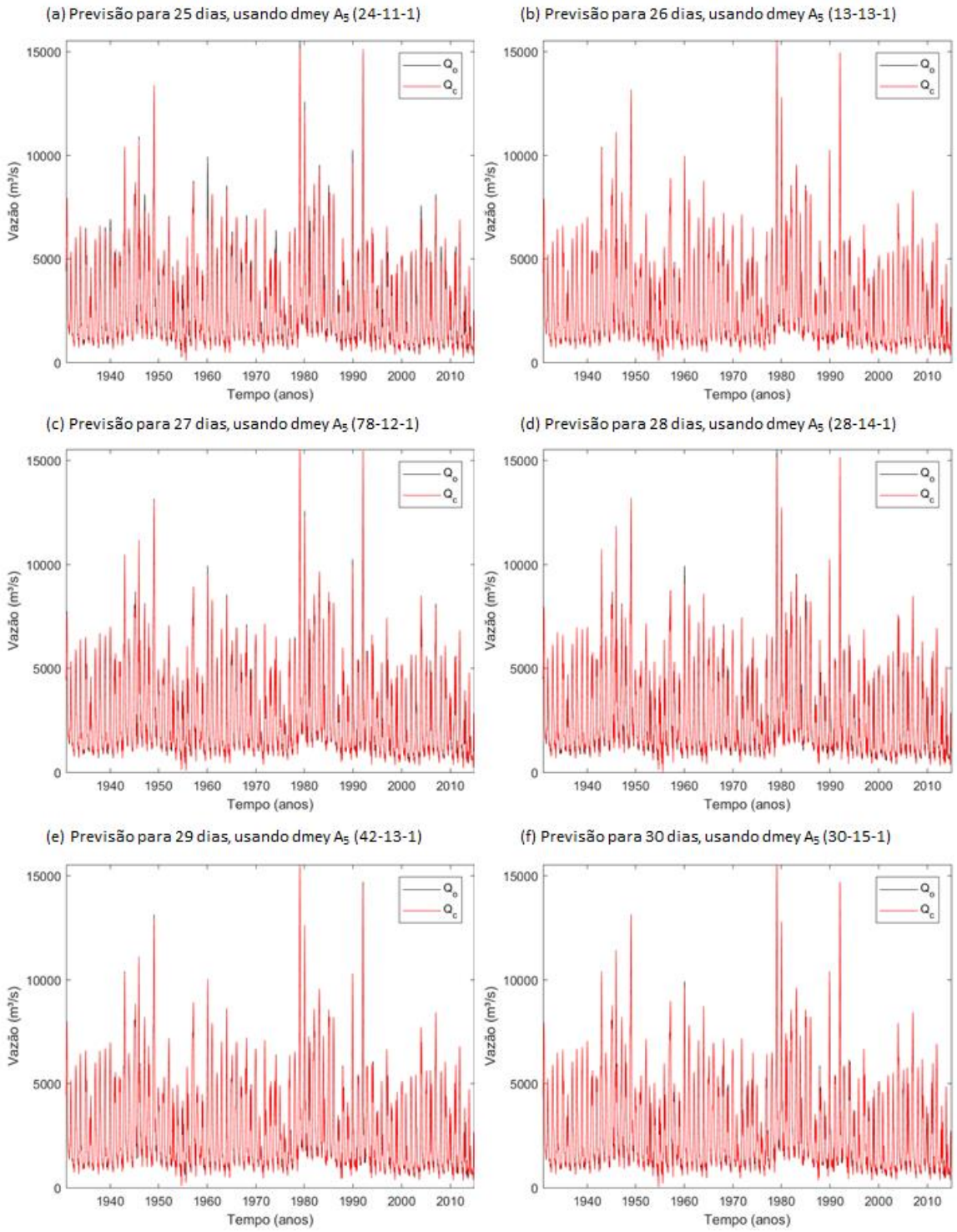


Figura 5.56 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 25 dias, (b) 26 dias, (c) 27 dias, (d) 28 dias, (e) 29 dias e (f) 30 dias de antecedência, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dQ \rightarrow Q}$).

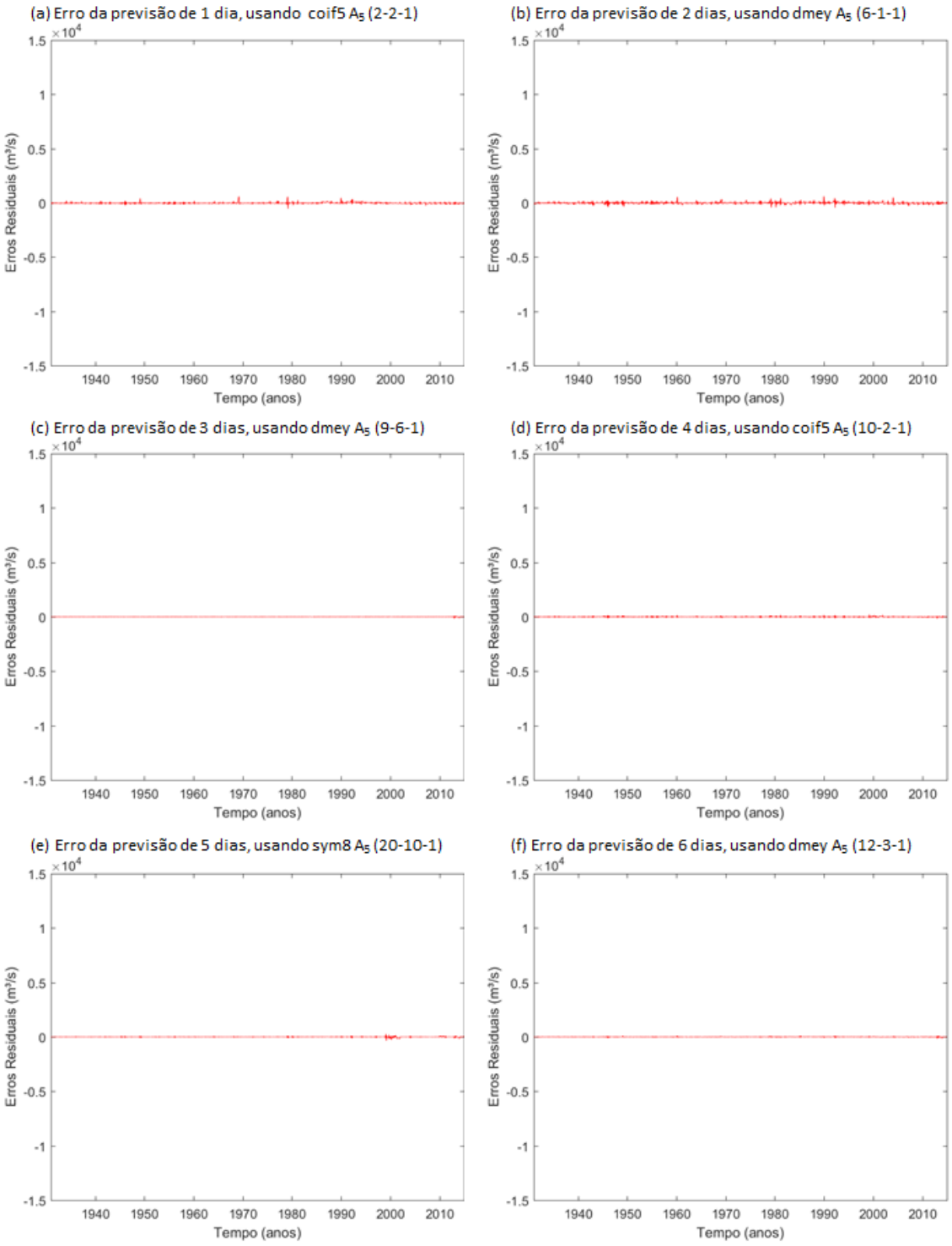


Figura 5.57 – Erros residuais para as previsões de (a) 1 dia, (b) 2 dias, (c) 3 dias, (d) 4 dias, (e) 5 dias e (f) 6 dias, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dQ \rightarrow Q}$).

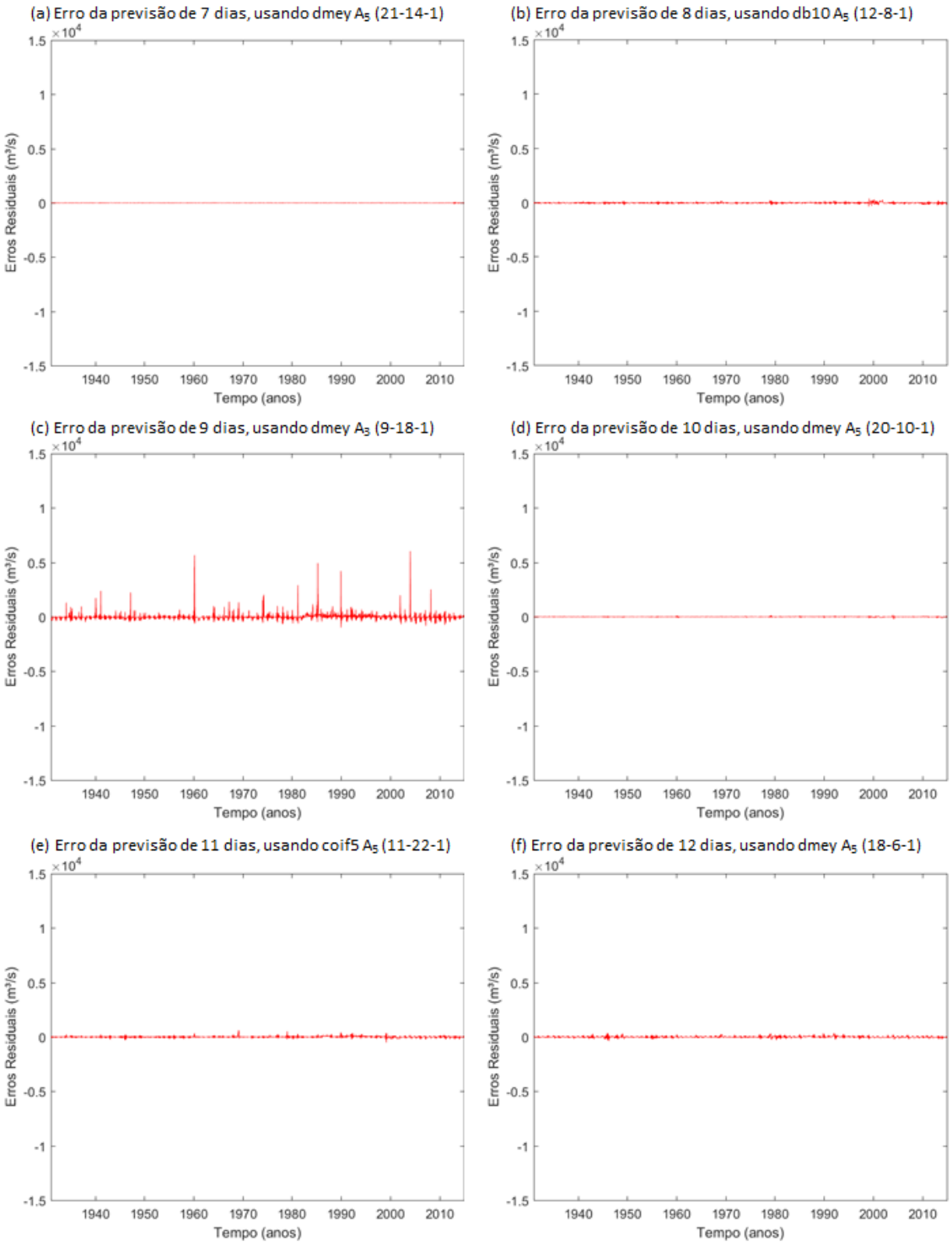


Figura 5.58 – Erros residuais para as previsões de (a) 7 dias, (b) 8 dias, (c) 9 dias, (d) 10 dias, (e) 11 dias e (f) 12 dias, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dQ \rightarrow Q}$).

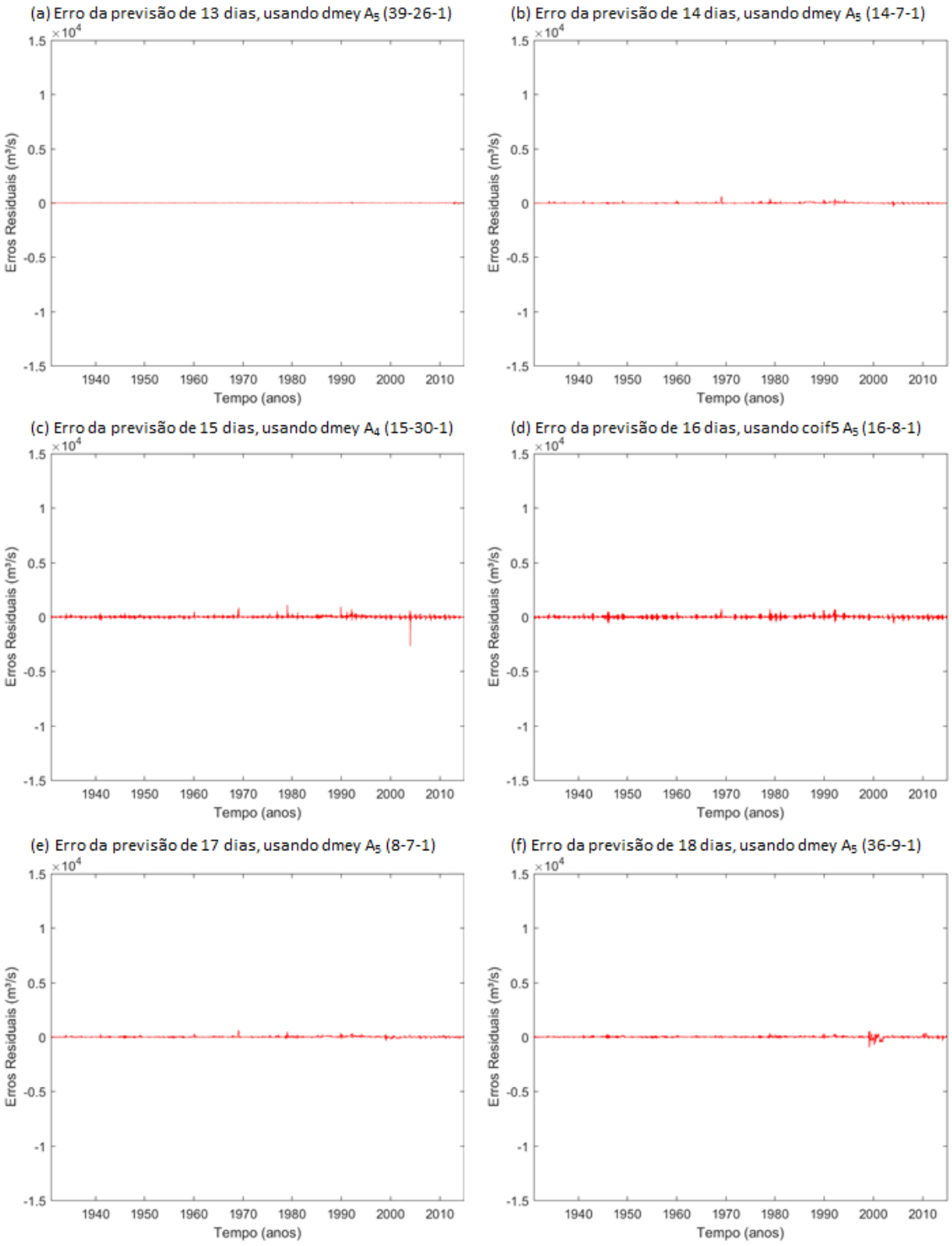


Figura 5.59 – Erros residuais para as previsões de (a) 13 dias, (b) 14 dias, (c) 15 dias, (d) 16 dias, (e) 17 dias e (f) 18 dias, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dQ \rightarrow Q}$).

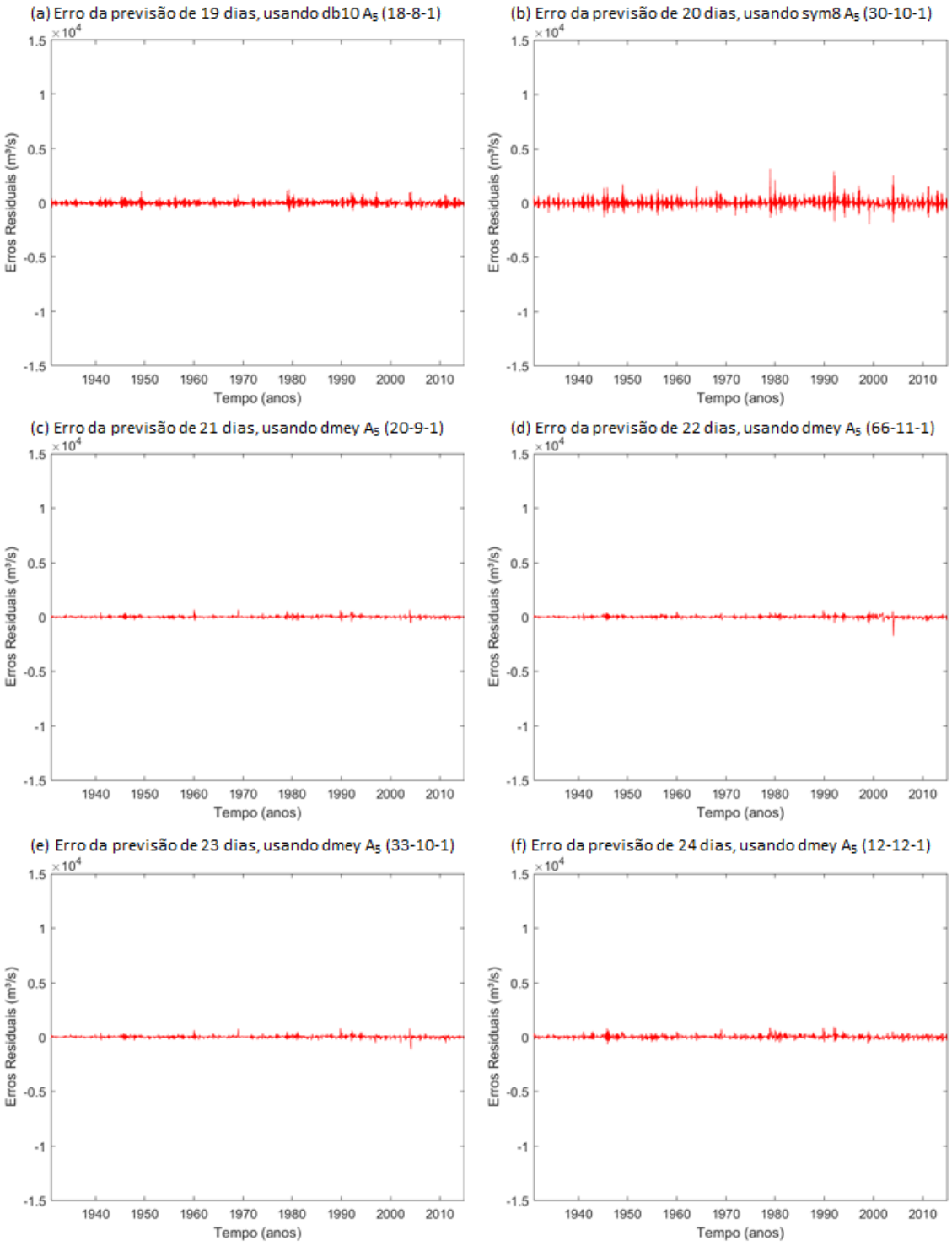


Figura 5.60 – Erros residuais para as previsões de (a) 19 dias, (b) 20 dias, (c) 21 dias, (d) 22 dias, (e) 23 dias e (f) 24 dias, utilizando o modelo RNA proposto ($RNA_{dQ \rightarrow Q}$).

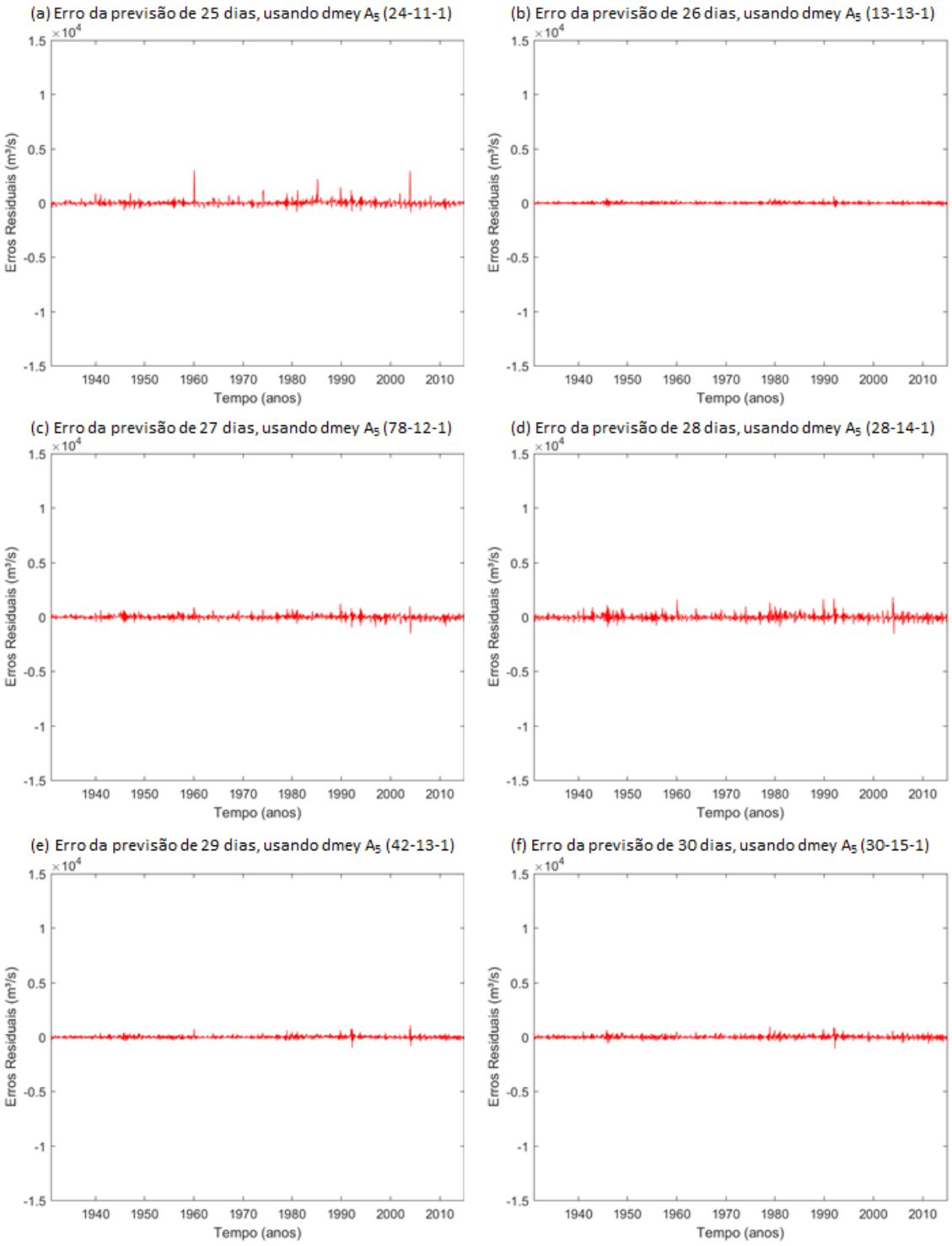


Figura 5.61 – Erros residuais para as previsões de (a) 25 dias, (b) 26 dias, (c) 27 dias, (d) 28 dias, (e) 29 dias e (f) 30 dias, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dQ \rightarrow Q}$).

5.1.4.2. Chuva → Vazão ($WRNA_{dP\rightarrow Q}$)

A arquitetura deste modelo foi a mesma do modelo proposto $RNA_{dP\rightarrow Q}$ (Tabela 5.4). Foram realizadas 750 simulações, variando as *wavelets*-mãe e as aproximações, a fim de escolher a melhor configuração para cada um dos 30 modelos, $WRNA_{1dP\rightarrow Q}$, ... , $WRNA_{30dP\rightarrow Q}$. A Tabela 5.8 mostra a melhor *wavelet*-mãe e a melhor aproximação, que devem ser utilizadas como entrada para cada modelo $WRNA_{dP\rightarrow Q}$, medidos através dos parâmetros estatísticos (*R*, *NSE*, *PBIAS*, *MAPE* e *RMSE*).

Nota-se, nessa tabela, que a *wavelet*-mãe que obteve melhores resultados foi a coif5, obtendo sucesso em oito modelos, seguida da dmey e sym8 com sucesso em sete cada.As melhores aproximações foram A_2 e A_3, as quais obtiveram sucesso em oito modelos cada.

Nas Figuras 5.62 – 5.66, apresentam-se os hidrogramas diários de previsão de 1 a 6 dias, de 7 a 12 dias, de 13 a 18 dias, de 19 a 24 dias e de 21 a 30 dias, respectivamente, para o período de 1 de janeiro de 1998 a 31 de dezembro de 2015, utilizando o modelo proposto $WRNA_{dP\rightarrow Q}$. Já nas Figuras 5.67 a 5.71, apresentam-se os erros residuais dessas previsões.

Tabela 5.8 – Melhor *wavelet*-mãe e aproximação para entrada no modelo híbrido proposto $WRNA_{dQ \rightarrow Q}$ com seus índices de desempenhos

Modelo	Previsão (dias)	*Wavelet*-mãe	Aproximação	Índices de Desempenho				
				R	*NSE*	*PBIAS*	*MAPE*	*RMSE*
$WRNA_{1dP \rightarrow Q}$	1	haar	A_5	0,5163	0,2570	-7,01%	79,45%	142,6904
$WRNA_{2dP \rightarrow Q}$	2	coif5	A_5	0,5243	0,2738	-1,86%	73,93%	37,9188
$WRNA_{3dP \rightarrow Q}$	3	coif5	A_5	0,7317	0,5305	-3,75%	52,19%	76,1957
$WRNA_{4dP \rightarrow Q}$	4	sym8	A_5	0,7365	0,5405	-3,13%	49,55%	63,7079
$WRNA_{5dP \rightarrow Q}$	5	dmey	A_5	0,7590	0,5622	3,44%	46,31%	70,0360
$WRNA_{6dP \rightarrow Q}$	6	dmey	A_5	0,7894	0,6202	-3,80%	44,84%	77,1509
$WRNA_{7dP \rightarrow Q}$	7	db10	A_5	0,8297	0,6828	-4,90%	40,89%	99,5416
$WRNA_{8dP \rightarrow Q}$	8	db10	A_5	0,8114	0,6540	-5,14%	44,24%	104,4889
$WRNA_{9dP \rightarrow Q}$	9	coif5	A_4	0,8115	0,6543	-5,17%	44,70%	105,0116
$WRNA_{10dP \rightarrow Q}$	10	dmey	A_5	0,8182	0,6660	-4,34%	40,55%	88,1033
$WRNA_{11dP \rightarrow Q}$	11	dmey	A_5	0,8344	0,6935	-0,97%	35,13%	19,7658
$WRNA_{12dP \rightarrow Q}$	12	dmey	A_5	0,8291	0,6846	-4,19%	39,67%	85,0680
$WRNA_{13dP \rightarrow Q}$	13	db10	A_4	0,8437	0,7094	-3,46%	37,38%	70,2544
$WRNA_{14dP \rightarrow Q}$	14	sym8	A_5	0,8394	0,7018	-3,56%	37,21%	72,3442
$WRNA_{15dP \rightarrow Q}$	15	coif5	A_4	0,8541	0,7281	-2,27%	34,46%	46,0538
$WRNA_{16dP \rightarrow Q}$	16	haar	A_3	0,7706	0,5885	-5,56%	49,27%	112,8526
$WRNA_{17dP \rightarrow Q}$	17	sym8	A_5	0,8451	0,7132	-1,68%	34,74%	34,0636
$WRNA_{18dP \rightarrow Q}$	18	coif5	A_1	0,7584	0,5724	-3,41%	48,42%	69,1893
$WRNA_{19dP \rightarrow Q}$	19	dmey	A_5	0,8518	0,7229	-3,98%	36,34%	80,7400
$WRNA_{20dP \rightarrow Q}$	20	db10	A_5	0,8582	0,7361	-1,18%	33,93%	24,0148
$WRNA_{21dP \rightarrow Q}$	21	dmey	A_5	0,8676	0,7504	-2,75%	31,23%	55,7391
$WRNA_{22dP \rightarrow Q}$	22	dmey	A_5	0,8792	0,7723	-1,99%	29,31%	40,4367
$WRNA_{23dP \rightarrow Q}$	23	db10	A_5	0,8832	0,7777	-3,11%	30,31%	63,0471
$WRNA_{24dP \rightarrow Q}$	24	coif5	A_5	0,8746	0,7647	0,27%	29,17%	5,4843
$WRNA_{25dP \rightarrow Q}$	25	coif5	A_1	0,7660	0,5849	2,80%	41,76%	56,7667
$WRNA_{26dP \rightarrow Q}$	26	dmey	A_5	0,8763	0,7620	-1,39%	29,29%	28,1027
$WRNA_{27dP \rightarrow Q}$	27	dmey	A_4	0,8796	0,7718	-1,06%	29,35%	21,4445
$WRNA_{28dP \rightarrow Q}$	28	coif5	A_5	0,8705	0,7567	-2,51%	30,16%	50,7219
$WRNA_{29dP \rightarrow Q}$	29	coif5	A_5	0,8758	0,7662	-1,19%	29,07%	23,9937
$WRNA_{30dP \rightarrow Q}$	30	dmey	A_5	0,8853	0,7823	-3,21%	29,52%	64,9440

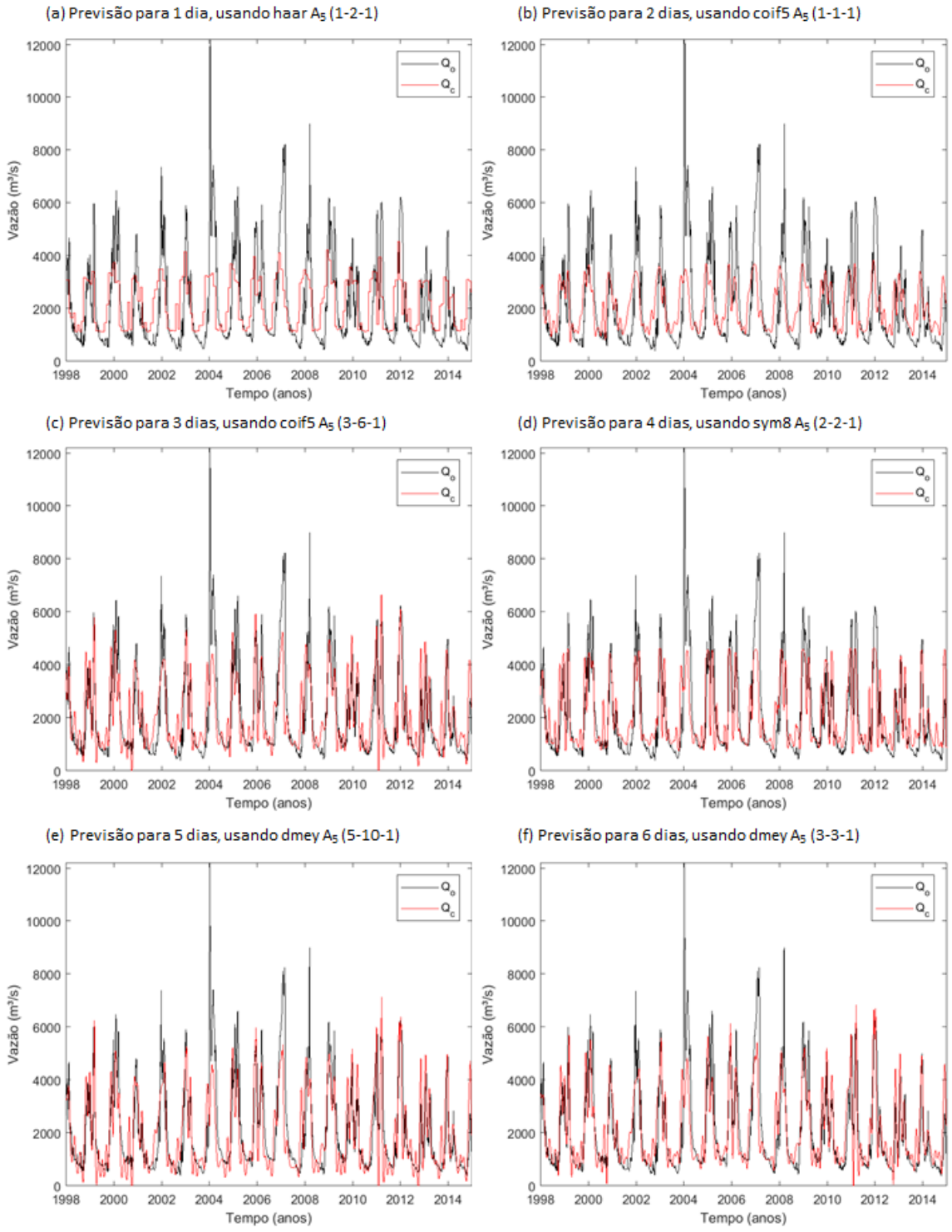


Figura 5.62 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 1 dia, (b) 2 dias, (c) 3 dias, (d) 4 dias, (e) 5 dias e (f) 6 dias de antecedência, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dP \rightarrow Q}$).

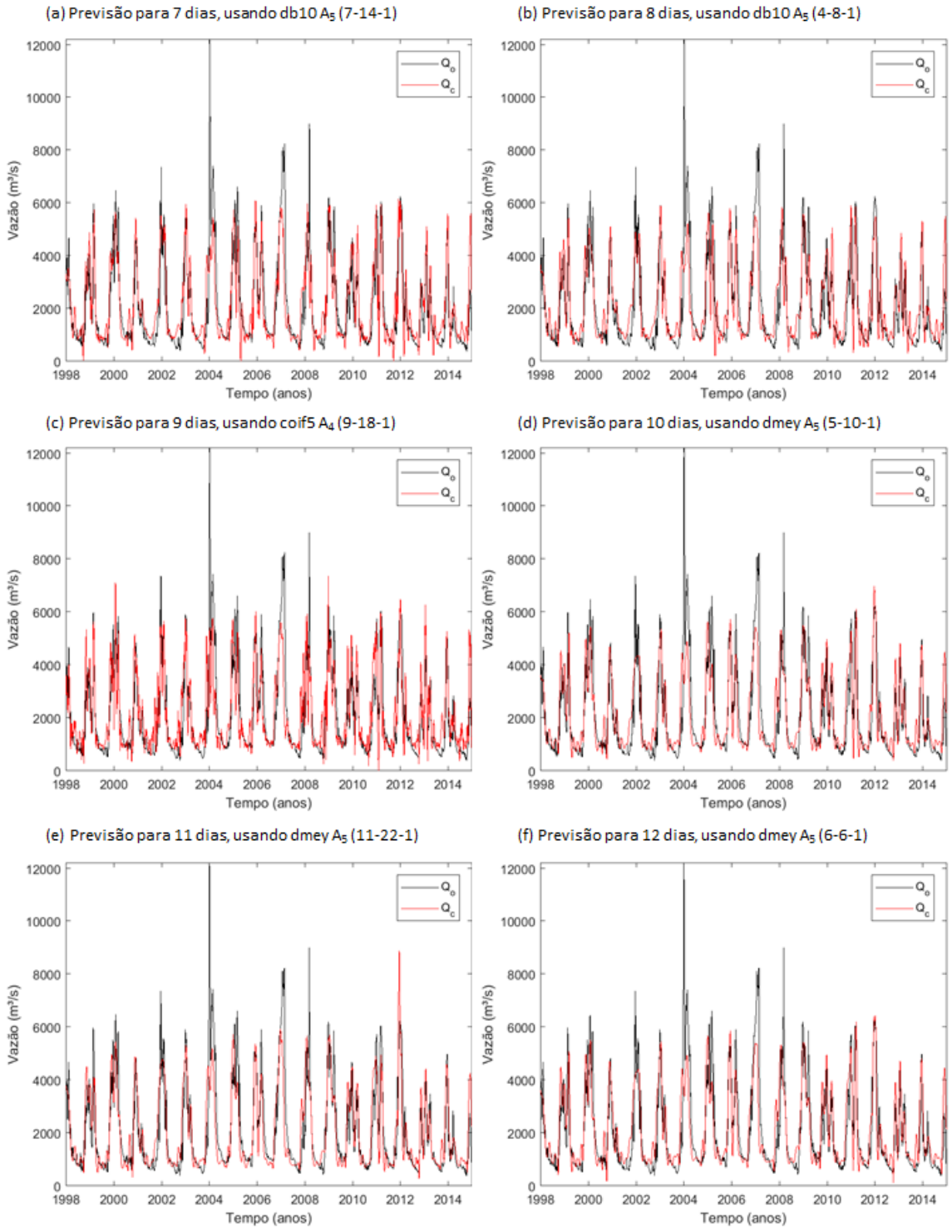


Figura 5.63 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 7 dias, (b) 8 dias, (c) 9 dias, (d) 10 dias, (e) 11 dias e (f) 12 dias de antecedência, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dP \rightarrow Q}$).

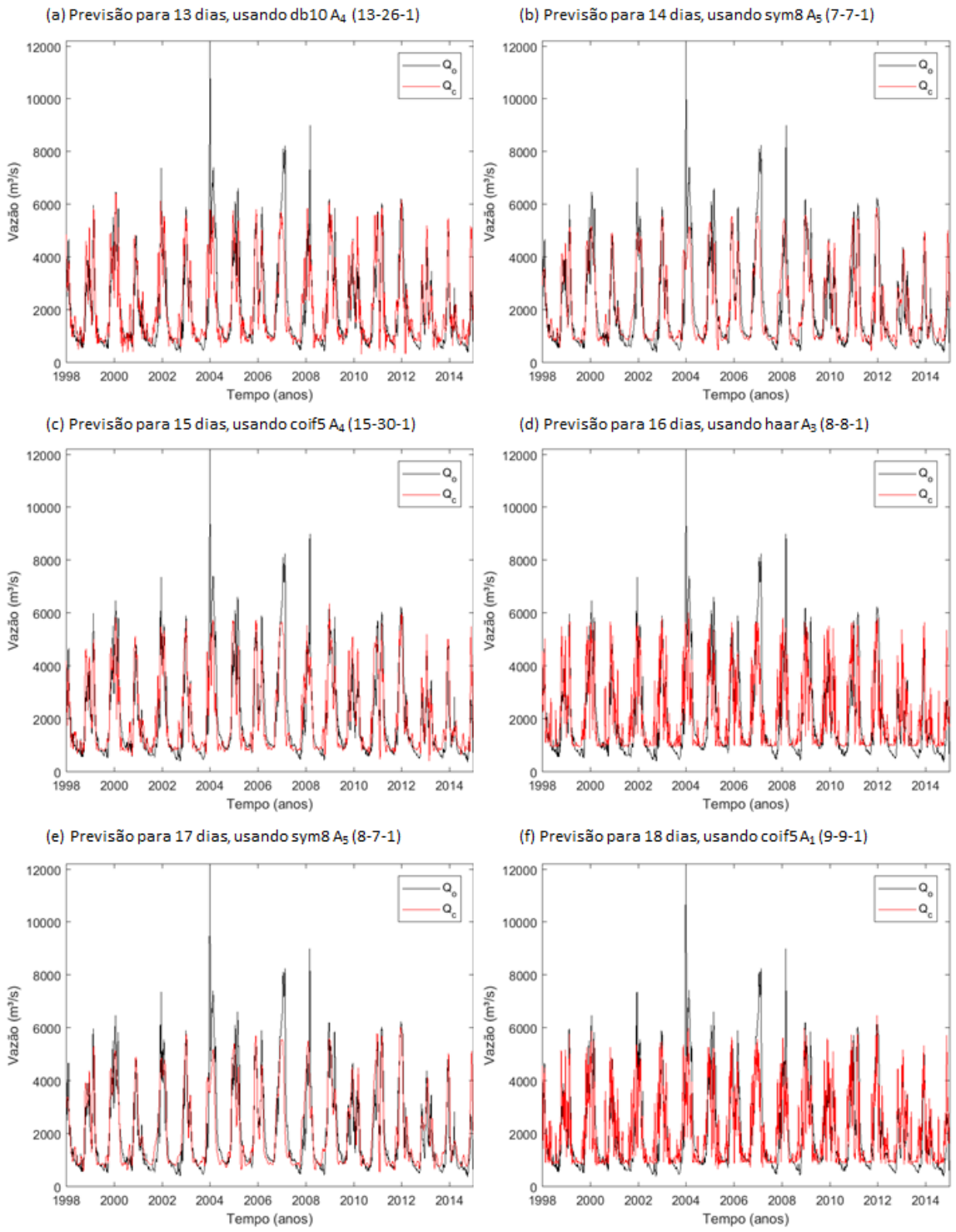


Figura 5.64 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 13 dias, (b) 14 dias, (c) 15 dias, (d) 16 dias, (e) 17 dias e (f) 18 dias de antecedência, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dP \rightarrow Q}$).

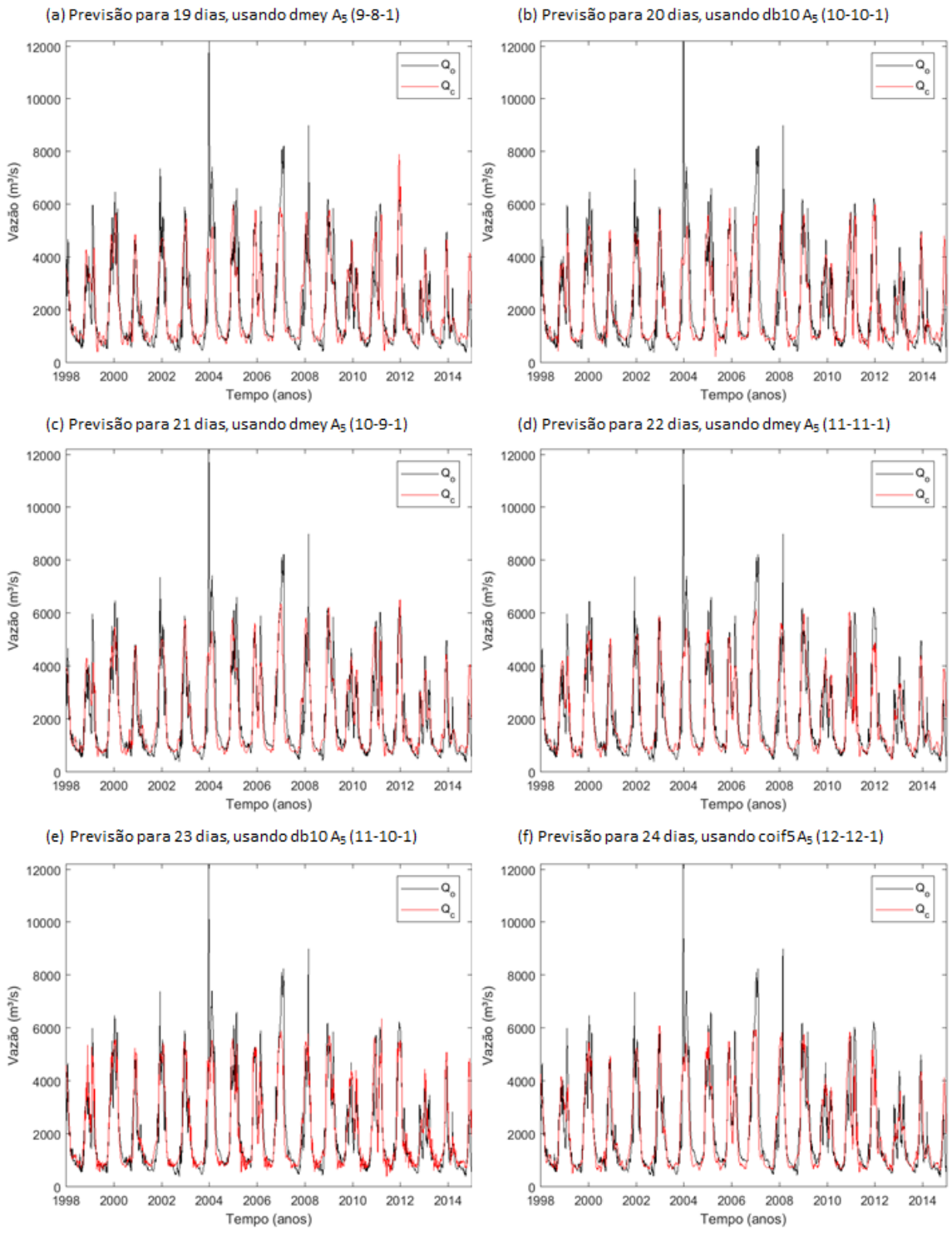


Figura 5.65 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 19 dias, (b) 20 dias, (c) 21 dias, (d) 22 dias, (e) 23 dias e (f) 24 dias de antecedência, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dP \rightarrow Q}$).

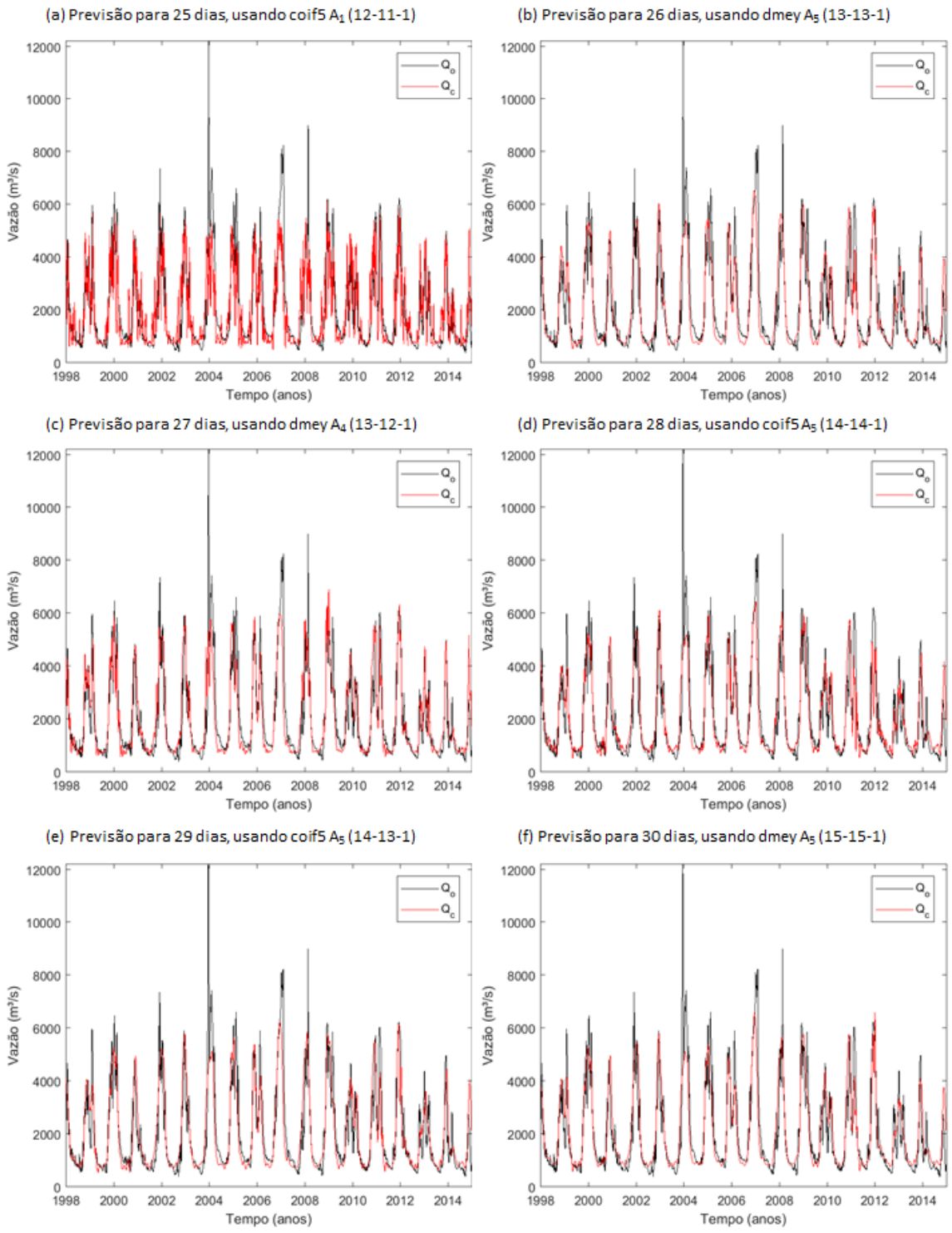


Figura 5.66 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 25 dias, (b) 26 dias, (c) 27 dias, (d) 28 dias, (e) 29 dias e (f) 30 dias de antecedência, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dP \rightarrow Q}$).

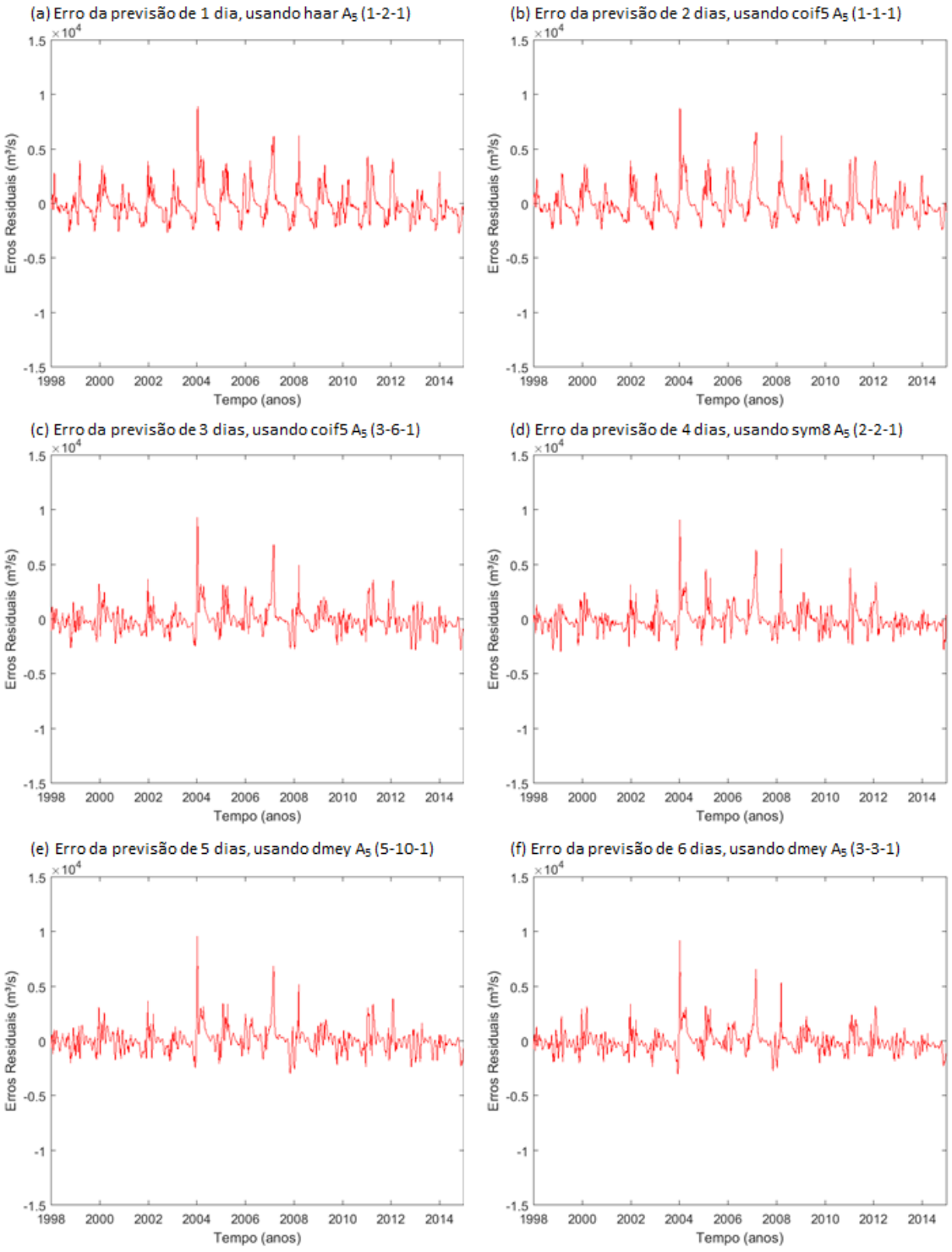


Figura 5.67 – Erros residuais para as previsões de (a) 1 dia, (b) 2 dias, (c) 3 dias, (d) 4 dias, (e) 5 dias e (f) 6 dias, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dP \rightarrow Q}$).

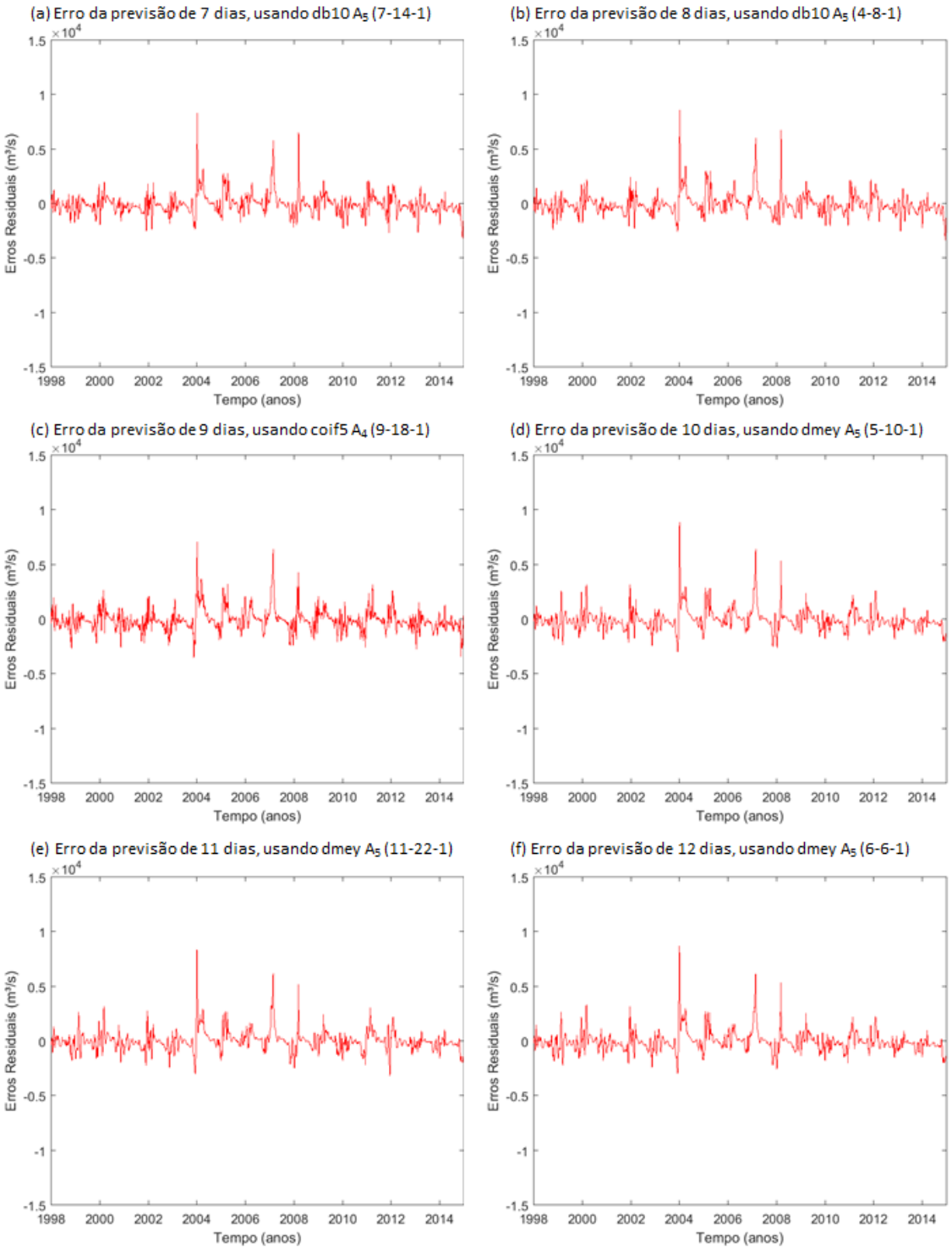


Figura 5.68 – Erros residuais para as previsões de (a) 7 dias, (b) 8 dias, (c) 9 dias, (d) 10 dias, (e) 11 dias e (f) 12 dias, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dP \rightarrow Q}$).

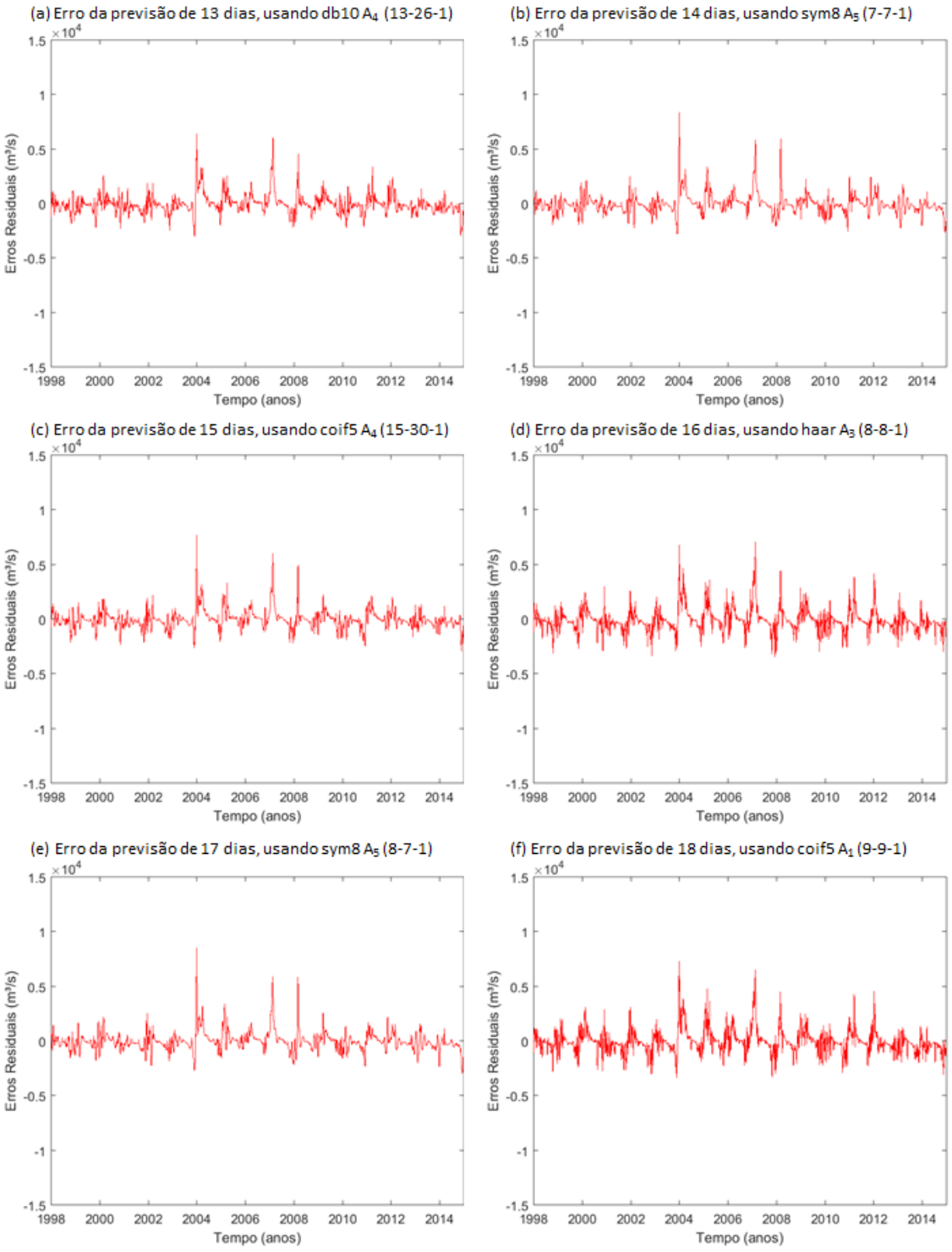


Figura 5.69 – Erros residuais para as previsões de (a) 13 dias, (b) 14 dias, (c) 15 dias, (d) 16 dias, (e) 17 dias e (f) 18 dias, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dP \rightarrow Q}$).

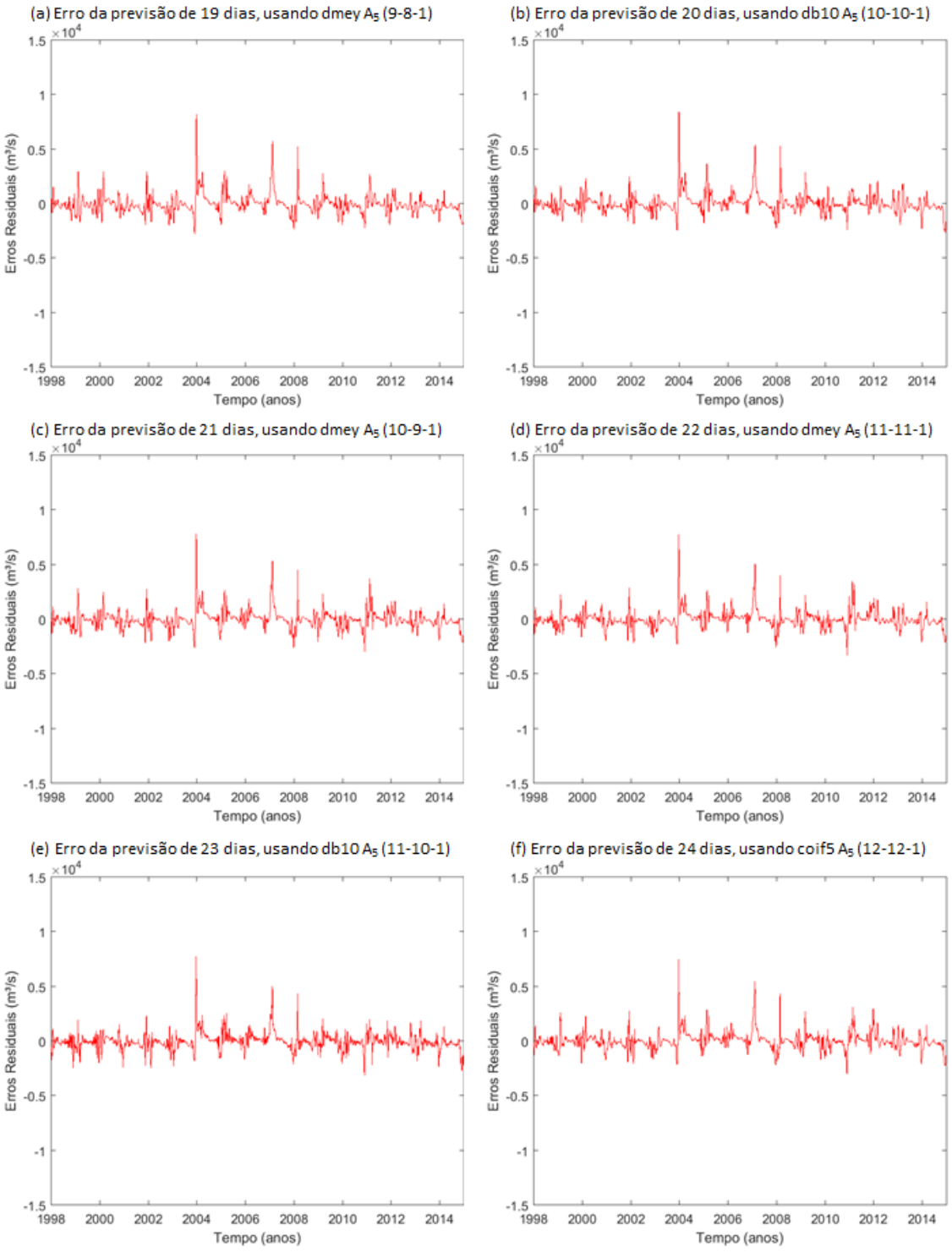


Figura 5.70 – Erros residuais para as previsões de (a) 19 dias, (b) 20 dias, (c) 21 dias, (d) 22 dias, (e) 23 dias e (f) 24 dias, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dP \rightarrow Q}$).

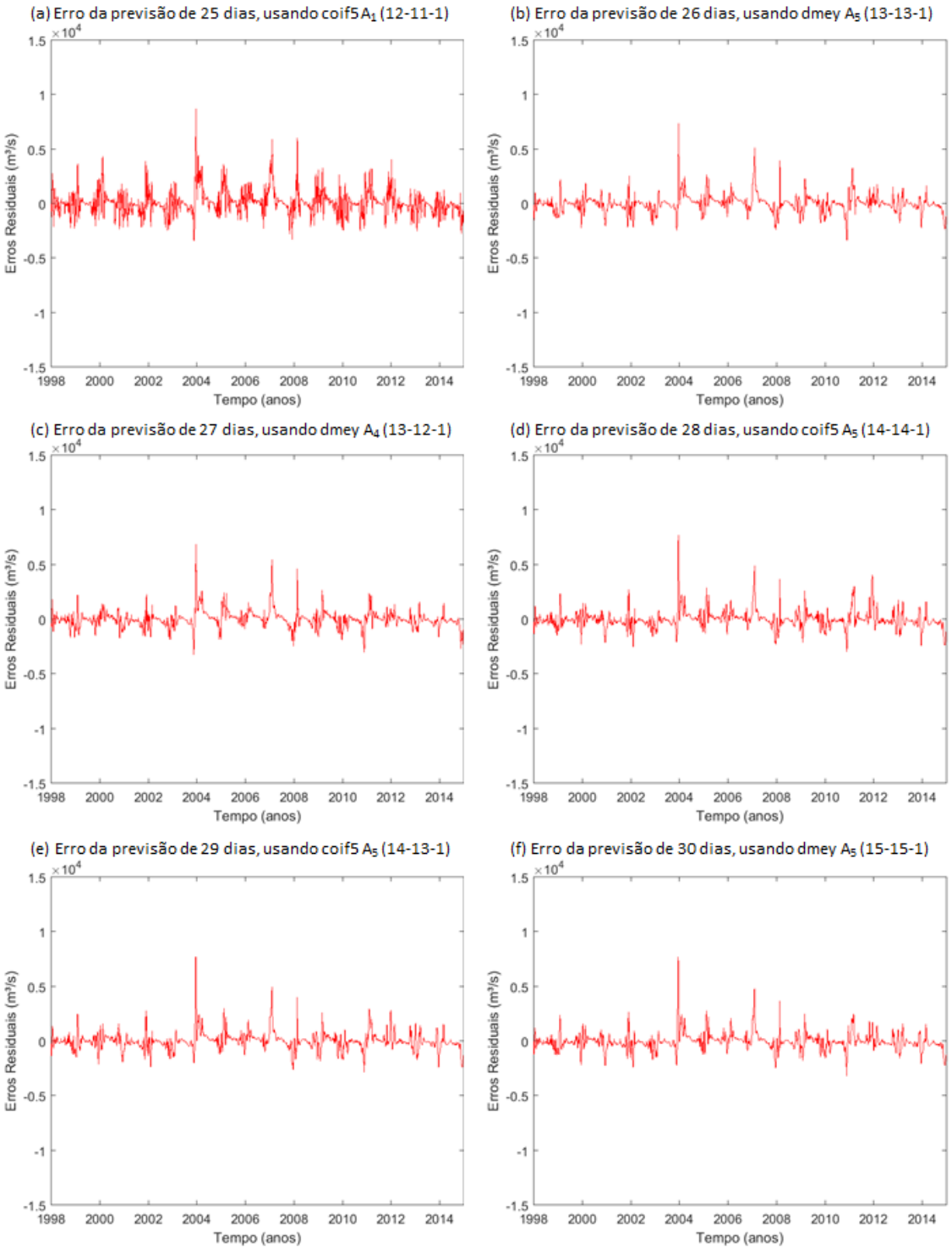


Figura 5.71 – Erros residuais para as previsões de (a) 25 dias, (b) 26 dias, (c) 27 dias, (d) 28 dias, (e) 29 dias e (f) 30 dias, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dP \rightarrow Q}$).

5.1.4.3. Chuva – Vazão → Vazão ($WRNA_{dPQ \rightarrow Q}$)

A arquitetura deste modelo foi a mesma do modelo proposto $RNA_{dPQ \rightarrow Q}$ (Tabela 5.5). Foram realizadas 750 simulações, variando as *wavelets*-mãe e as aproximações, a fim de escolher a melhor configuração para cada um dos 30 modelos, $WRNA_{1dPQ \rightarrow Q}$, ... $WRNA_{30dPQ \rightarrow Q}$. A Tabela 5.9 mostra a melhor *wavelet*-mãe e a melhor aproximação, que devem ser utilizadas como entrada para cada modelo $WRNA_{dPQ \rightarrow Q}$, medidos através dos parâmetros estatísticos (*R*, *NSE*, *PBIAS*, *MAPE* e *RMSE*).

Os hidrogramas diários de previsão desse modelo ($WRNA_{dPQ \rightarrow Q}$), para o período de 1 de janeiro de 1998 a 31 de dezembro de 2015, encontram-se nas Figuras 5.72 – 5.76, variando de 1 a 6 dias, de 7 a 12 dias, de 13 a 18 dias, de 19 a 24 dias e de 21 a 30 dias, respectivamente. Enquanto que os erros residuais das previsões desse modelo estão nas Figuras 5.77 a 5.81.

Tabela 5.9 – Melhor *wavelet*-mãe e aproximação para entrada no modelo híbrido proposto $WRNA_{dPQ \rightarrow Q}$ com seus índices de desempenhos

Modelo	Previsão (dias)	*Wavelet*-mãe	Aproximação	Índices de Desempenho				
				R	*NSE*	*PBIAS*	*MAPE*	*RMSE*
$WRNA_{1dPQ \rightarrow Q}$	1	sym8	A_5	0,9973	0,9945	-0,04%	3,00%	0,4298
$WRNA_{2dPQ \rightarrow Q}$	2	coif5	A_1	0,9911	0,9822	-0,08%	5,73%	1,6447
$WRNA_{3dPQ \rightarrow Q}$	3	db10	A_4	0,9916	0,9832	-0,12%	6,33%	1,0821
$WRNA_{4dPQ \rightarrow Q}$	4	sym8	A_4	0,9825	0,9652	0,18%	9,07%	3,6792
$WRNA_{5dPQ \rightarrow Q}$	5	db10	A_3	0,9821	0,9644	0,02%	9,90%	0,4300
$WRNA_{6dPQ \rightarrow Q}$	6	sym8	A_2	0,9643	0,9299	-0,14%	12,29%	2,9051
$WRNA_{7dPQ \rightarrow Q}$	7	dmey	A_4	0,9706	0,9419	-0,03%	11,72%	0,4871
$WRNA_{8dPQ \rightarrow Q}$	8	haar	A_4	0,9538	0,9098	-0,02%	13,06%	0,4439
$WRNA_{9dPQ \rightarrow Q}$	9	sym8	A_3	0,9637	0,9286	-0,05%	13,41%	1,0582
$WRNA_{10dPQ \rightarrow Q}$	10	db10	A_4	0,9582	0,9182	-0,19%	14,17%	0,6370
$WRNA_{11dPQ \rightarrow Q}$	11	dmey	A_3	0,9525	0,9071	-0,05%	15,51%	1,0109
$WRNA_{12dPQ \rightarrow Q}$	12	db10	A_2	0,9380	0,8798	-0,03%	17,05%	0,5223
$WRNA_{13dPQ \rightarrow Q}$	13	db10	A_1	0,9491	0,9007	-0,21%	15,59%	0,1622
$WRNA_{14dPQ \rightarrow Q}$	14	db10	A_3	0,9475	0,8976	-0,82%	15,04%	3,6725
$WRNA_{15dPQ \rightarrow Q}$	15	db10	A_1	0,9489	0,9003	-0,48%	15,99%	4,8468
$WRNA_{16dPQ \rightarrow Q}$	16	sym8	A_3	0,9389	0,8810	0,24%	17,12%	1,6929
$WRNA_{17dPQ \rightarrow Q}$	17	dmey	A_3	0,9377	0,8791	0,00%	17,42%	0,0551
$WRNA_{18dPQ \rightarrow Q}$	18	sym8	A_3	0,9408	0,8851	0,03%	17,06%	0,5313
$WRNA_{19dPQ \rightarrow Q}$	19	sym8	A_2	0,9319	0,8684	0,22%	18,02%	2,1110
$WRNA_{20dPQ \rightarrow Q}$	20	sym8	A_5	0,9065	0,8215	0,44%	22,24%	9,0005
$WRNA_{21dPQ \rightarrow Q}$	21	coif5	A_4	0,9327	0,8699	-0,21%	17,83%	4,2629
$WRNA_{22dPQ \rightarrow Q}$	22	db10	A_4	0,9344	0,8729	-0,45%	18,43%	5,5072
$WRNA_{23dPQ \rightarrow Q}$	23	dmey	A_4	0,9323	0,8688	0,62%	19,41%	3,2046
$WRNA_{24dPQ \rightarrow Q}$	24	db10	A_5	0,9141	0,8348	0,86%	20,26%	0,4316
$WRNA_{25dPQ \rightarrow Q}$	25	db10	A_4	0,9281	0,8610	-1,45%	20,35%	0,8898
$WRNA_{26dPQ \rightarrow Q}$	26	sym8	A_5	0,9113	0,8297	0,11%	21,78%	0,8416
$WRNA_{27dPQ \rightarrow Q}$	27	coif5	A_3	0,9028	0,8149	-0,81%	25,65%	4,6621
$WRNA_{28dPQ \rightarrow Q}$	28	db10	A_4	0,9321	0,8687	-0,01%	20,23%	0,1799
$WRNA_{29dPQ \rightarrow Q}$	29	dmey	A_3	0,9088	0,8252	-0,55%	24,59%	11,2273
$WRNA_{30dPQ \rightarrow Q}$	30	coif5	A_5	0,9093	0,8219	0,20%	22,10%	1,5860

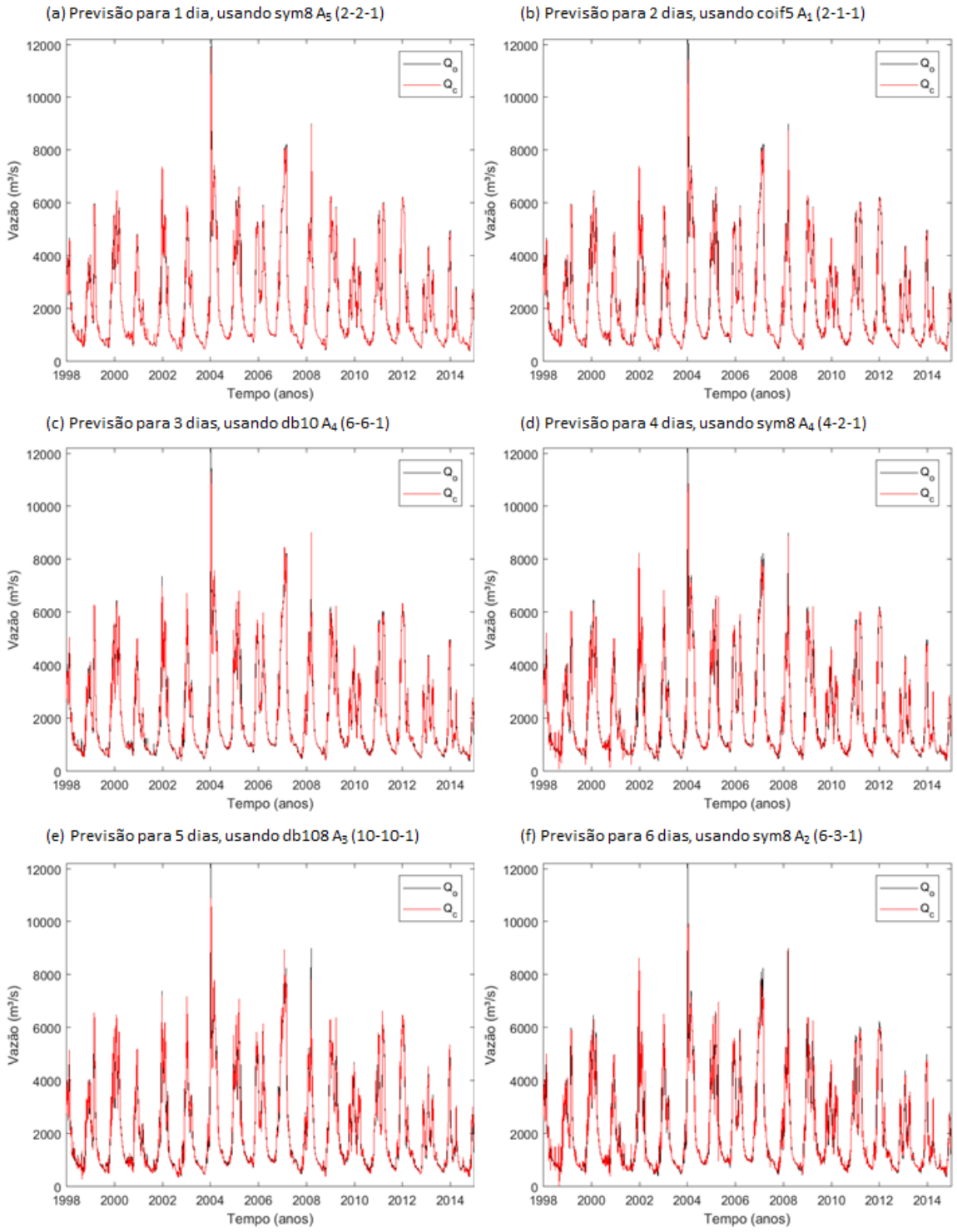


Figura 5.72 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 1 dia, (b) 2 dias, (c) 3 dias, (d) 4 dias, (e) 5 dias e (f) 6 dias de antecedência, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dPQ \rightarrow Q}$).

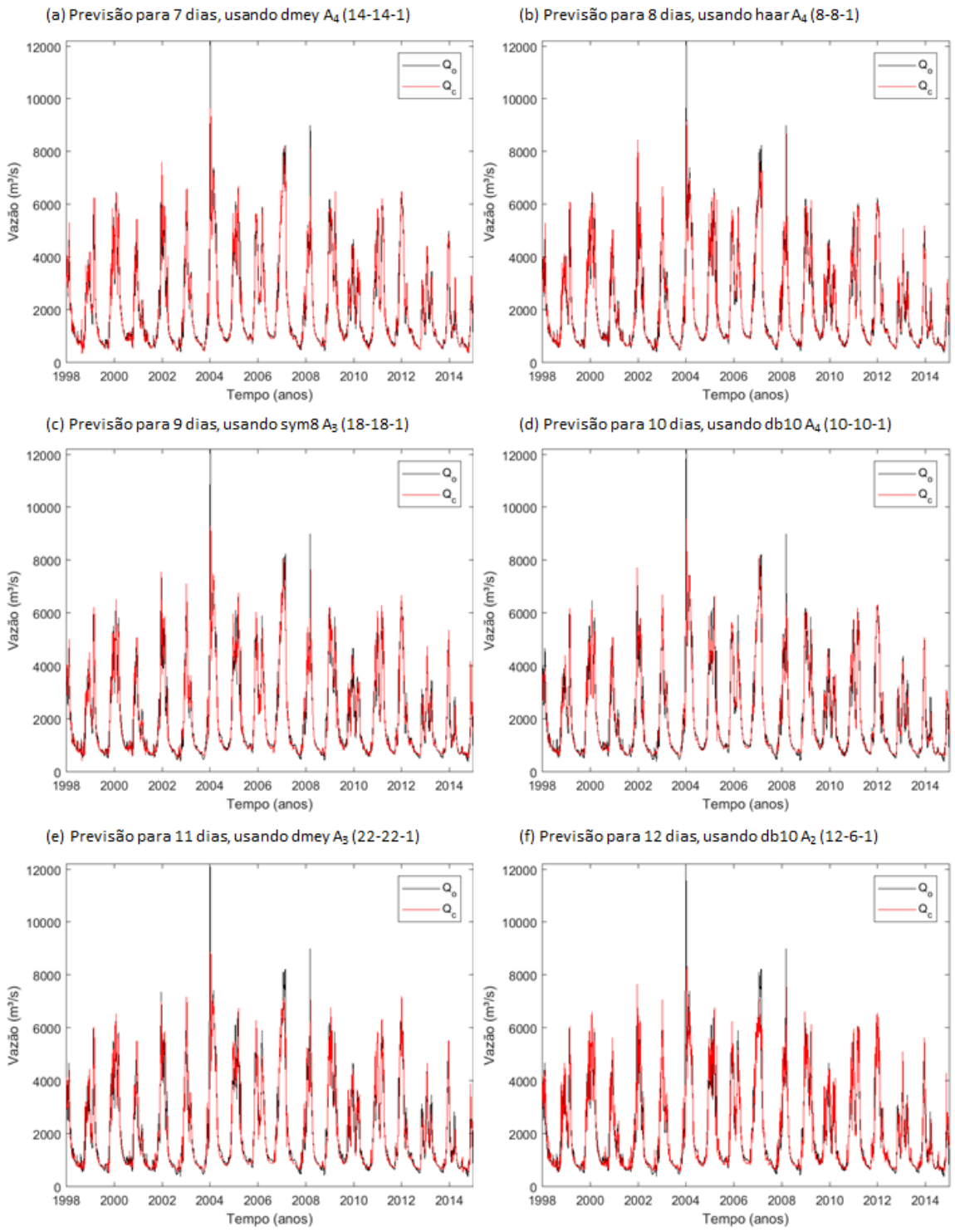


Figura 5.73 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 7 dias, (b) 8 dias, (c) 9 dias, (d) 10 dias, (e) 11 dias e (f) 12 dias de antecedência, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dPQ \rightarrow Q}$).

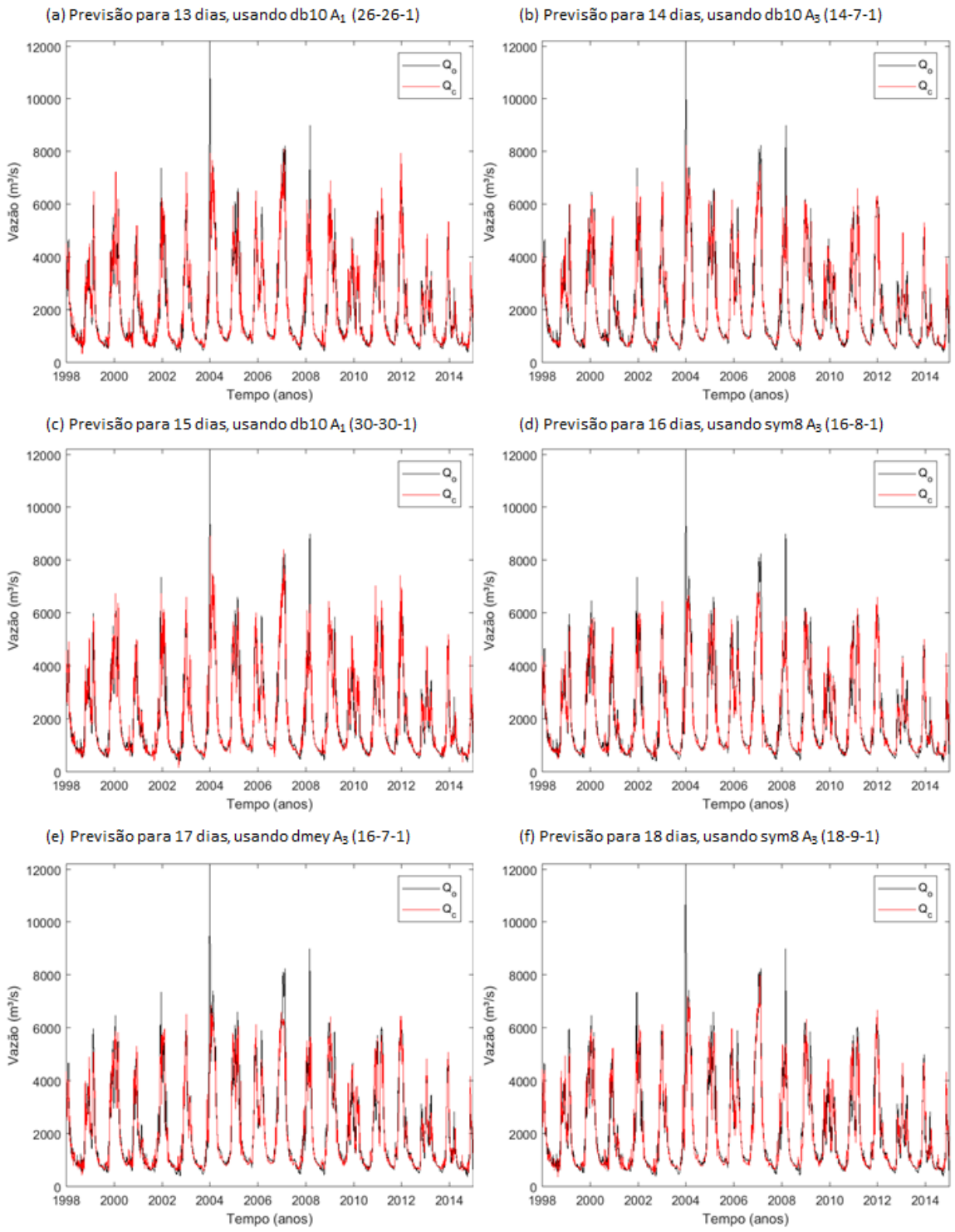


Figura 5.74 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 13 dias, (b) 14 dias, (c) 15 dias, (d) 16 dias, (e) 17 dias e (f) 18 dias de antecedência, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dPQ \rightarrow Q}$).

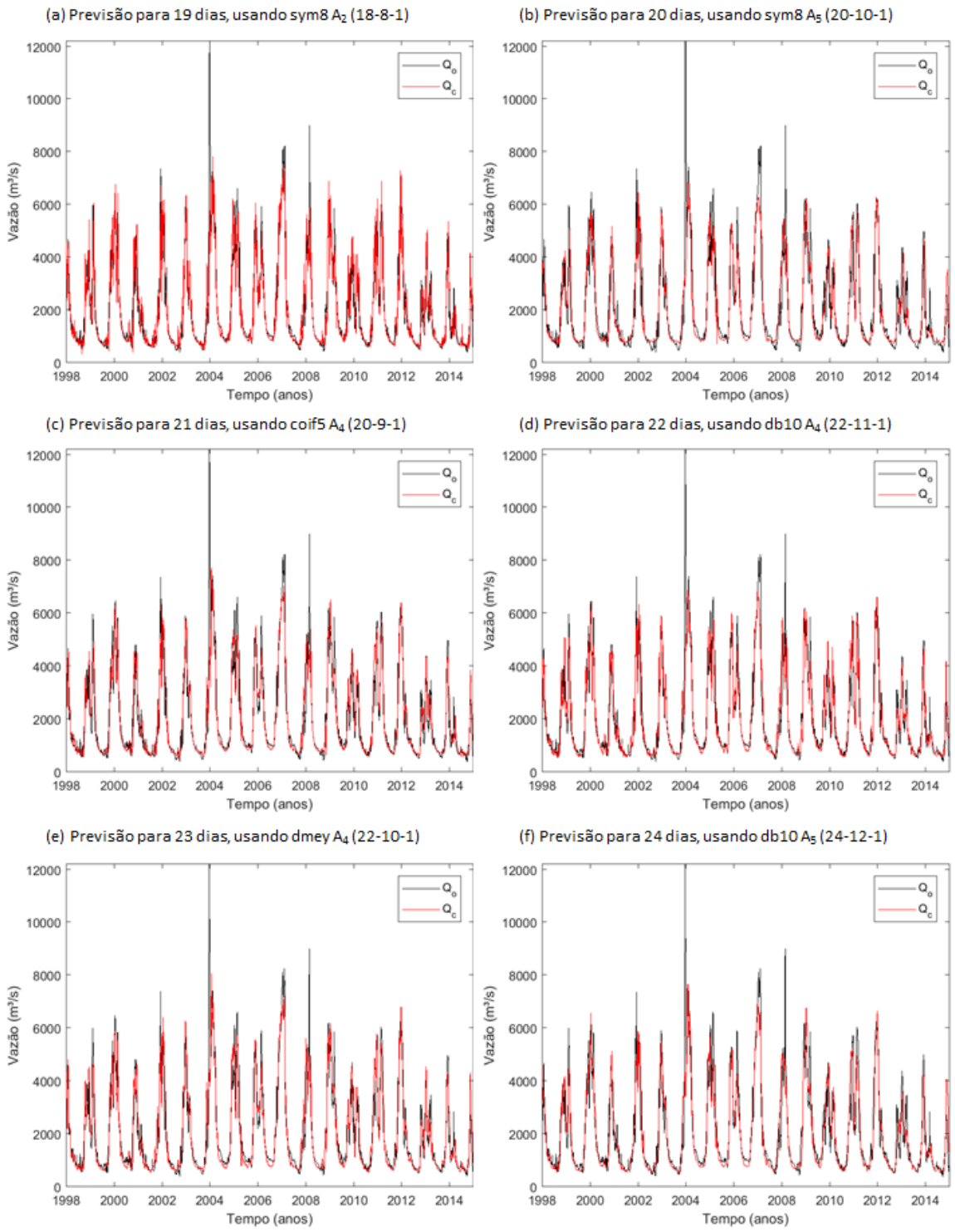


Figura 5.75 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 19 dias, (b) 20 dias, (c) 21 dias, (d) 22 dias, (e) 23 dias e (f) 24 dias de antecedência, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dPQ \rightarrow Q}$).

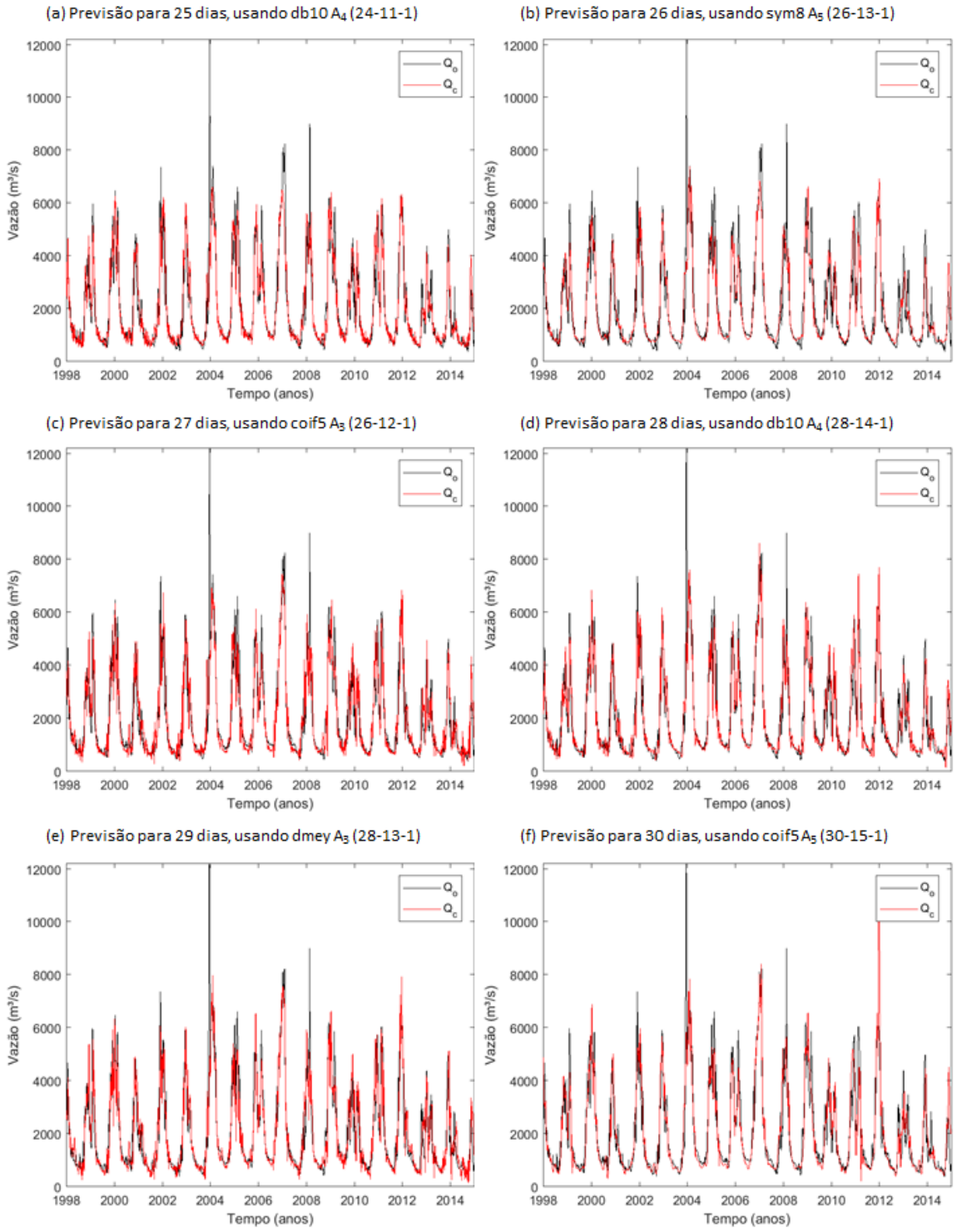


Figura 5.76 – Hidrogramas diários de previsão com (a) 25 dias, (b) 26 dias, (c) 27 dias, (d) 28 dias, (e) 29 dias e (f) 30 dias de antecedência, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dPQ \rightarrow Q}$).

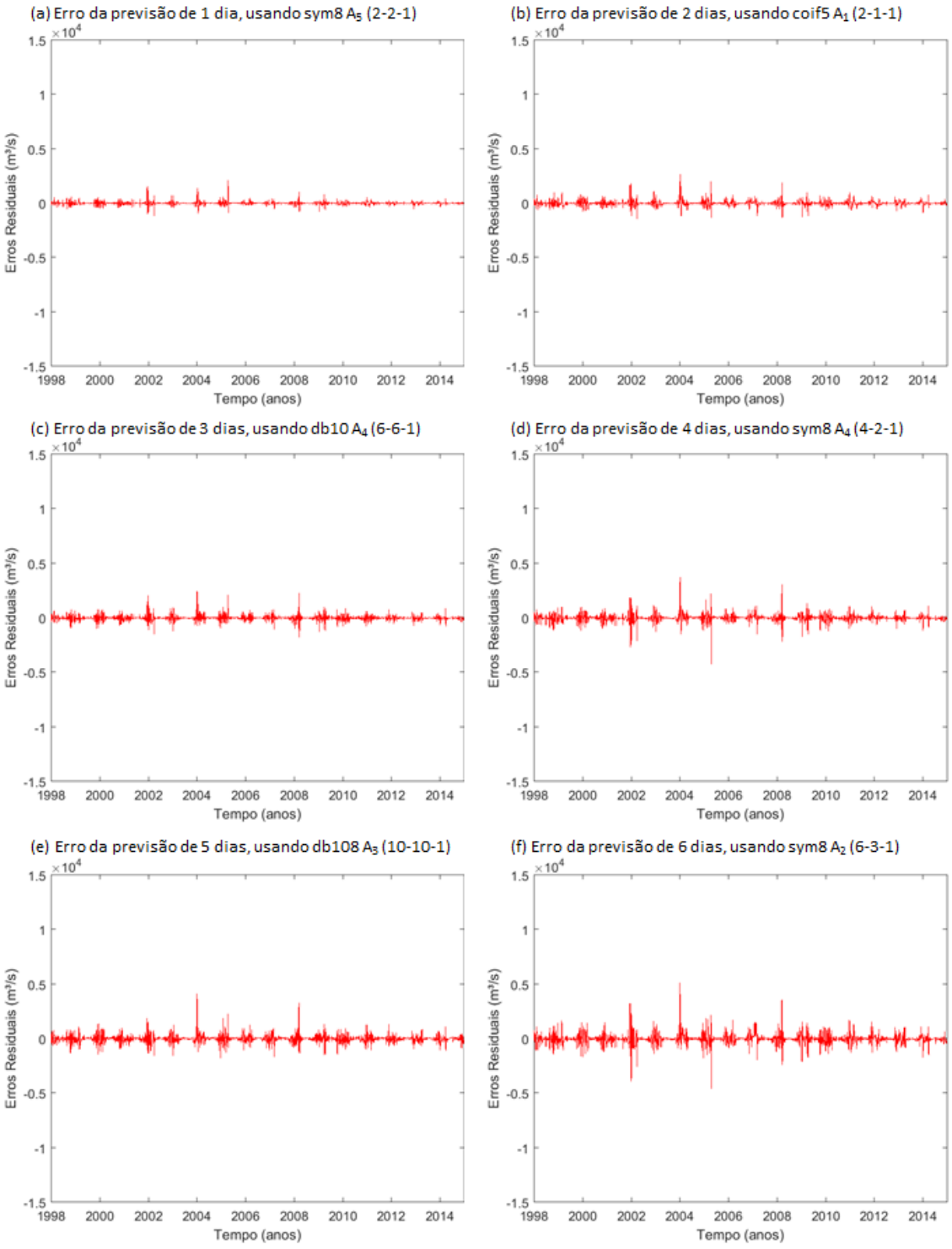


Figura 5.77 – Erros residuais para as previsões de (a) 1 dia, (b) 2 dias, (c) 3 dias, (d) 4 dias, (e) 5 dias e (f) 6 dias, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dPQ \rightarrow Q}$).

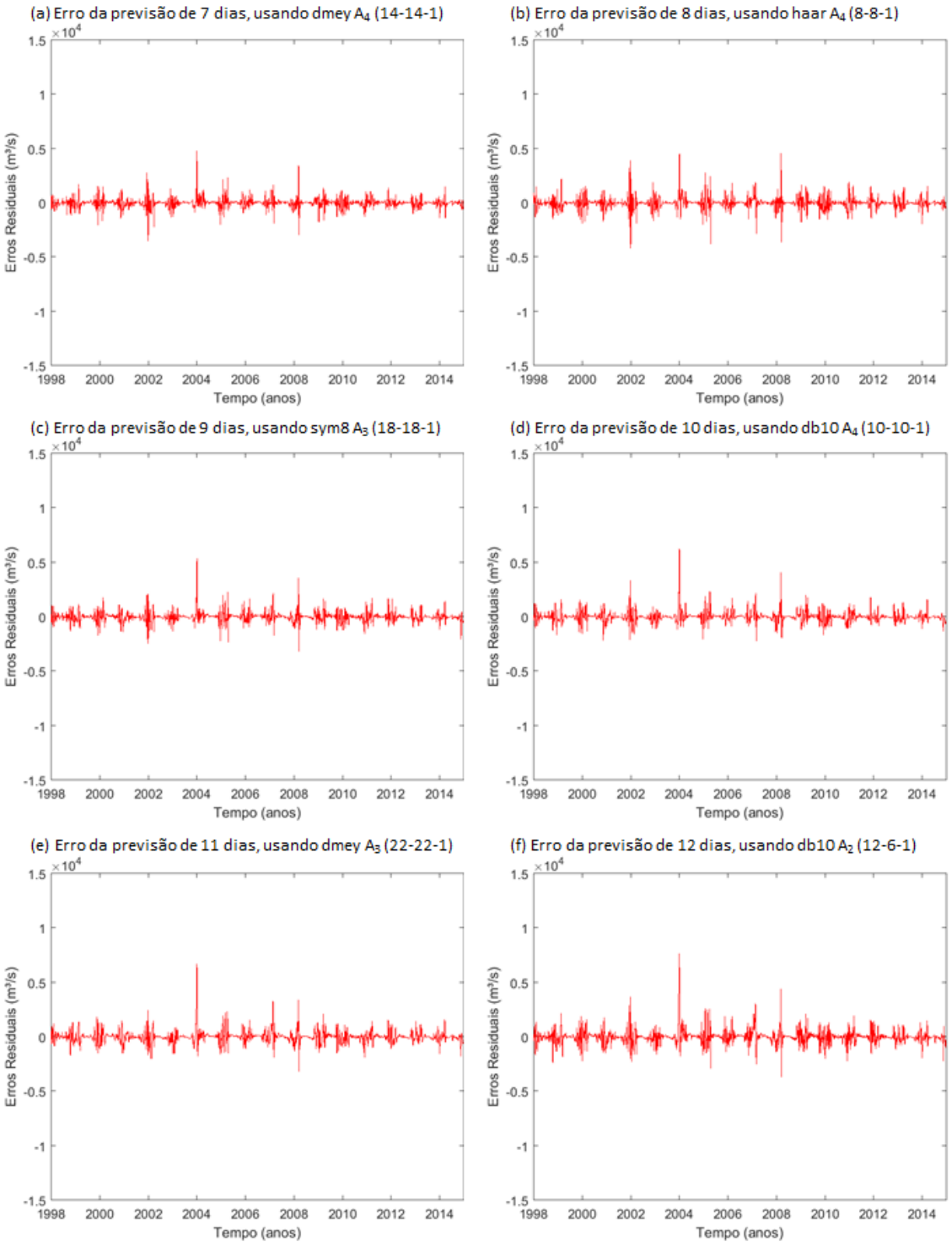


Figura 5.78 – Erros residuais para as previsões de (a) 7 dias, (b) 8 dias, (c) 9 dias, (d) 10 dias, (e) 11 dias e (f) 12 dias, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dPQ \rightarrow Q}$).

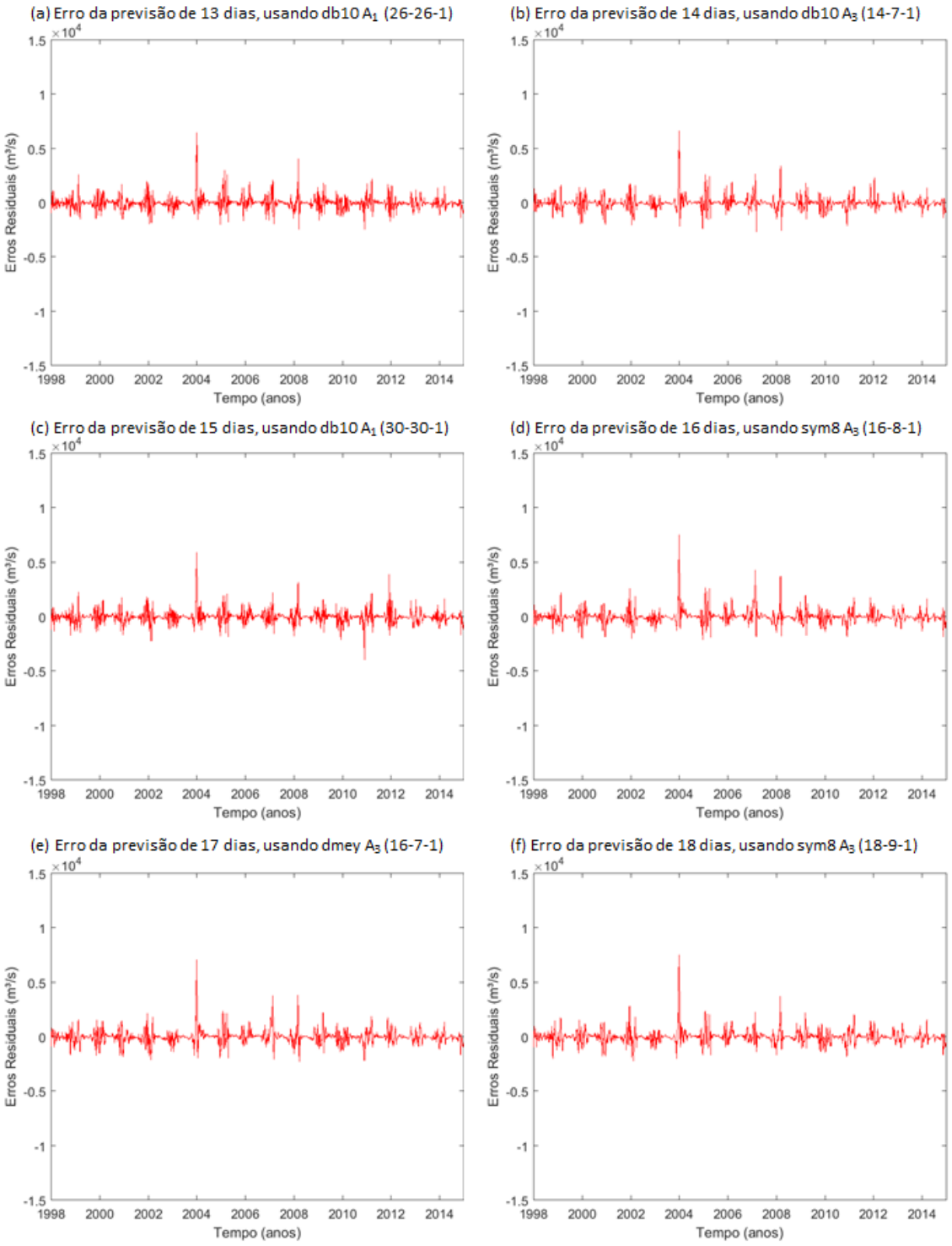


Figura 5.79 – Erros residuais para as previsões de (a) 13 dias, (b) 14 dias, (c) 15 dias, (d) 16 dias, (e) 17 dias e (f) 18 dias, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dPQ \rightarrow Q}$).

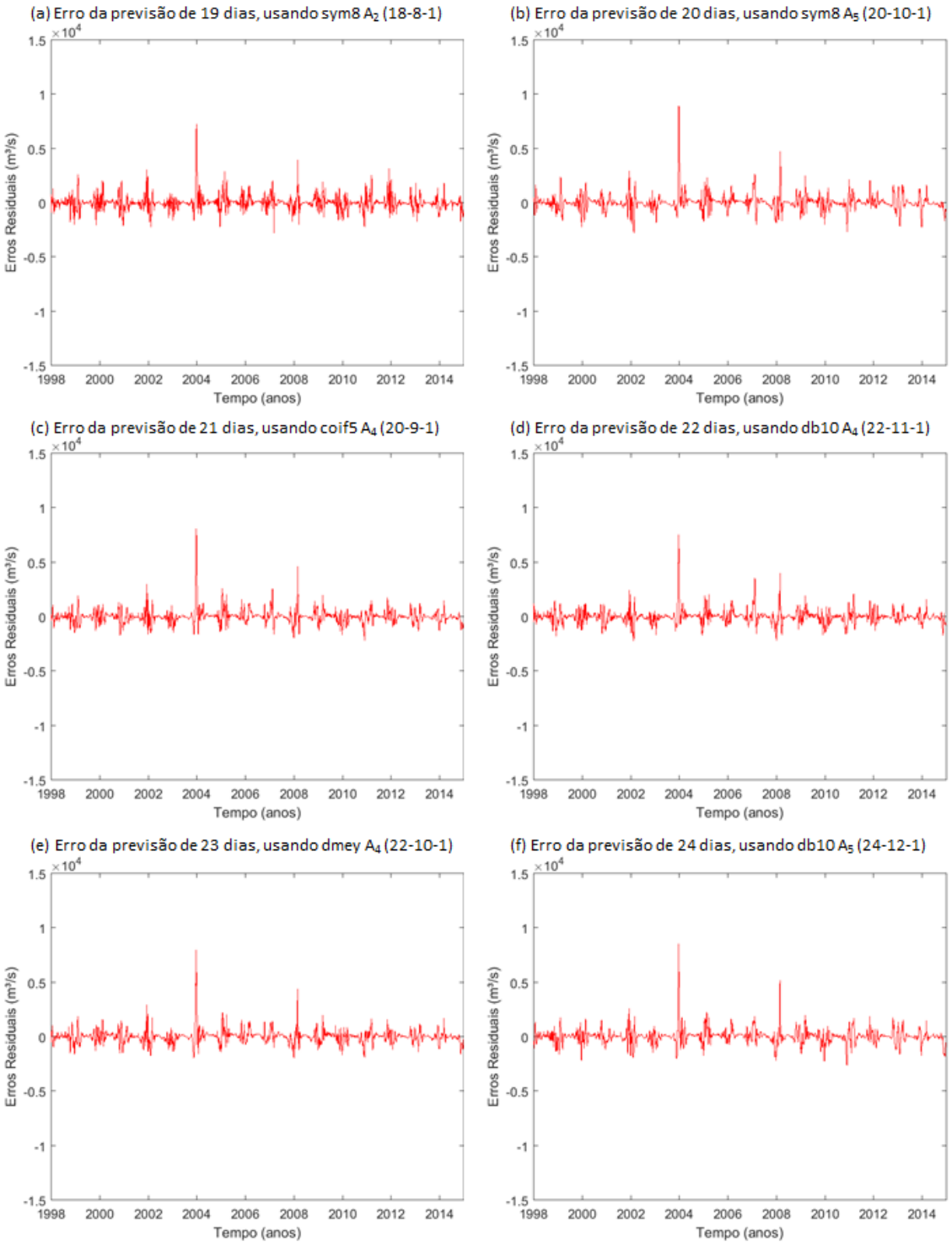


Figura 5.80 – Erros residuais para as previsões de (a) 19 dias, (b) 20 dias, (c) 21 dias, (d) 22 dias, (e) 23 dias e (f) 24 dias, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dPQ \rightarrow Q}$).

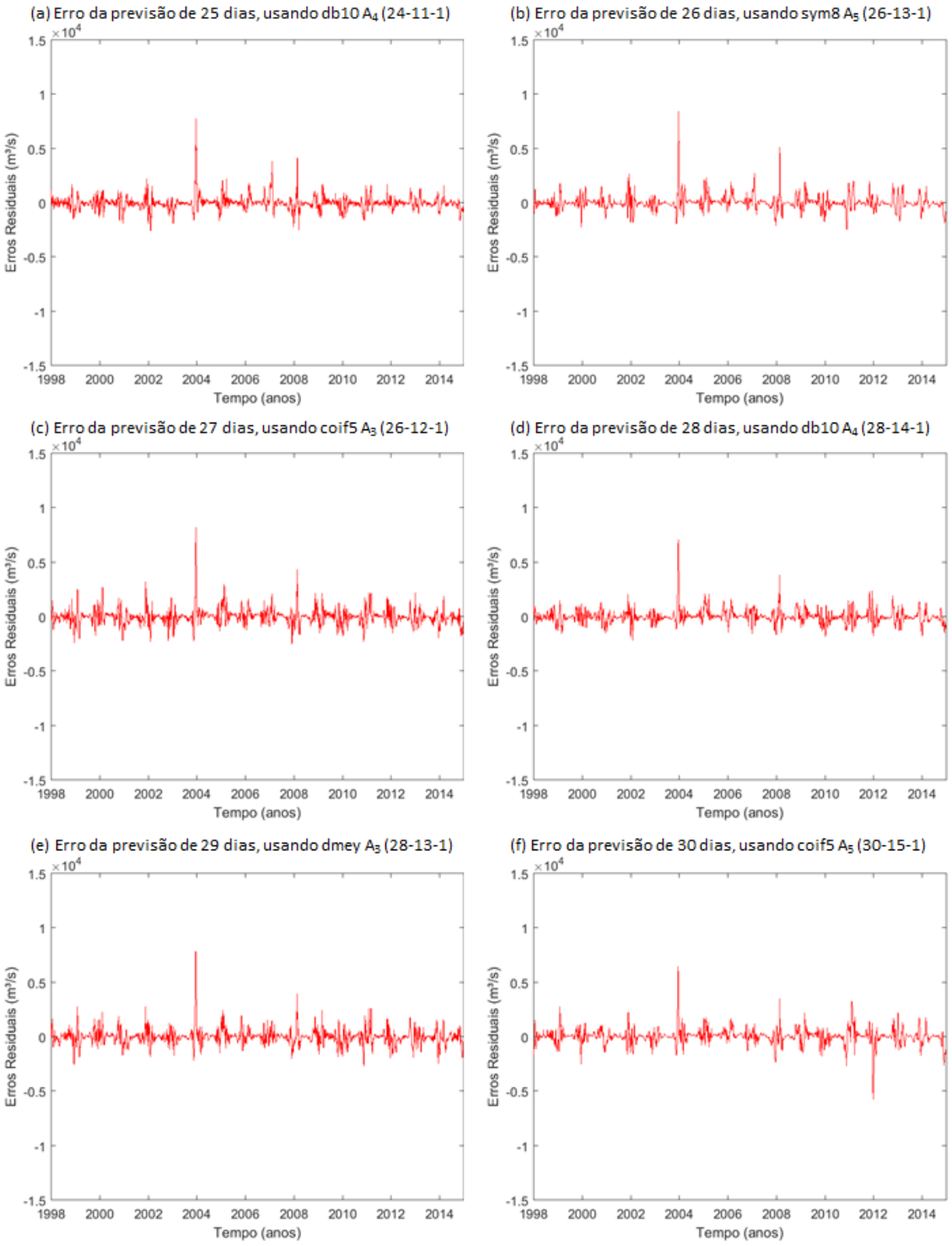


Figura 5.81 – Erros residuais para as previsões de (a) 25 dias, (b) 26 dias, (c) 27 dias, (d) 28 dias, (e) 29 dias e (f) 30 dias, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{dPQ \rightarrow Q}$).

5.1.5. Comparação dos Modelos

Na Figura 5.82, pode-se observar a eficácia de cada modelo em comparação com os demais para cada horizonte, baseando-se nos índices *R*, *NSE* e *MAPE*, variando de vermelho escuro a verde escuro, do pior para o melhor, respectivamente. Nota-se que o modelo híbrido proposto $WRNA_{dQ\rightarrow Q}$ obteve a melhor performance entre todos os modelos avaliados, incluindo o híbrido tradicional, para todos os horizontes de previsão.

HORIZONTE DE PREVISÃO	M1 RNA_{dX}			M2 $RNA_{dQ\rightarrow Q}$			M3 $RNA_{dP\rightarrow Q}$			M4 $RNA_{dPQ\rightarrow Q}$			M5 $WRNA_{dX}$			M6 $WRNA_{dQ\rightarrow Q}$			M7 $WRNA_{dP\rightarrow Q}$			M8 $WRNA_{dPQ\rightarrow Q}$		
	R	*NSE*	*MAPE*	*R*	*NSE*	*MAPE*	*R*	*NSE*	*MAPE*	*R*	*NSE*	*MAPE*	*R*	*NSE*	*MAPE*	*R*	*NSE*	*MAPE*	*R*	*NSE*	*MAPE*	*R*	*NSE*	*MAPE*
1	0,9974	0,9948	2,90%	0,9984	0,9968	1,96%	0,2698	0,0707	93,26%	0,9971	0,9941	3,17%	0,9993	0,9987	1,64%	0,9997	0,9995	1,27%	0,5163	0,2570	79,45%	0,9973	0,9945	3,00%
2	0,9920	0,9840	5,28%	0,9961	0,9922	3,54%	0,2968	0,0772	95,51%	0,9910	0,9821	5,74%	0,9986	0,9972	2,66%	0,9992	0,9984	2,57%	0,5243	0,2738	73,93%	0,9911	0,9822	5,73%
3	0,9888	0,9773	7,46%	0,9959	0,9918	2,87%	0,3330	0,0956	91,95%	0,9893	0,9786	6,89%	1,0000	1,0000	0,27%	1,0000	1,0000	0,10%	0,7317	0,5305	52,19%	0,9916	0,9832	6,33%
4	0,9798	0,9601	10,16%	0,9937	0,9875	3,67%	0,3008	0,0822	97,22%	0,9796	0,9597	9,08%	0,9999	0,9998	0,86%	0,9999	0,9998	0,92%	0,7365	0,5405	49,55%	0,9825	0,9652	9,07%
5	0,9768	0,9537	9,73%	0,9922	0,9845	4,25%	0,4442	0,1888	86,72%	0,9753	0,9512	11,26%	0,9999	0,9999	0,56%	0,9999	0,9999	0,60%	0,7590	0,5622	46,31%	0,9821	0,9644	9,90%
6	0,9673	0,9353	13,38%	0,9894	0,9789	5,33%	0,3948	0,1553	83,26%	0,9630	0,9272	12,73%	0,9993	0,9987	1,72%	1,0000	0,9999	0,58%	0,7894	0,6202	44,84%	0,9643	0,9299	12,29%
7	0,9594	0,9203	13,72%	0,9674	0,9359	11,98%	0,5299	0,2797	70,86%	0,9604	0,9207	14,78%	1,0000	1,0000	0,10%	1,0000	1,0000	0,12%	0,8297	0,6828	40,89%	0,9706	0,9419	11,72%
8	0,9470	0,8967	15,04%	0,9596	0,9208	13,34%	0,4593	0,2081	80,73%	0,9428	0,8882	17,09%	0,9999	0,9998	0,79%	0,9998	0,9996	1,34%	0,8114	0,6540	44,24%	0,9538	0,9098	13,06%
9	0,9377	0,8793	16,60%	0,9743	0,9491	9,94%	0,6269	0,3922	62,84%	0,9538	0,9096	14,48%	0,9999	0,9999	0,70%	0,9911	0,9824	4,34%	0,8115	0,6543	44,70%	0,9637	0,9286	13,41%
10	0,9306	0,8660	18,93%	0,9682	0,9374	11,67%	0,5273	0,2695	76,44%	0,9318	0,8678	17,25%	0,9997	0,9994	1,16%	0,9999	0,9999	0,72%	0,8182	0,6660	40,55%	0,9582	0,9182	14,17%
11	0,9211	0,8478	21,73%	0,9284	0,8617	18,23%	0,7118	0,5007	58,37%	0,9472	0,8969	17,17%	1,0000	1,0000	0,17%	0,9995	0,9991	1,92%	0,8344	0,6935	35,13%	0,9525	0,9071	15,51%
12	0,9118	0,8312	20,66%	0,9195	0,8454	19,98%	0,6052	0,3591	68,30%	0,9306	0,8659	16,97%	0,9998	0,9995	1,48%	0,9994	0,9988	2,75%	0,8291	0,6846	39,67%	0,9380	0,8798	17,05%
13	0,9051	0,8186	23,76%	0,9452	0,8932	15,57%	0,7658	0,5825	44,71%	0,9401	0,8835	18,37%	0,9905	0,9810	6,47%	1,0000	1,0000	0,33%	0,8437	0,7094	37,38%	0,9491	0,9007	15,59%
14	0,8912	0,7937	25,41%	0,9355	0,8750	17,59%	0,6718	0,4461	61,42%	0,9228	0,8501	20,88%	0,9995	0,9991	1,84%	0,9997	0,9993	1,82%	0,8394	0,7018	37,21%	0,9475	0,8976	15,04%
15	0,8842	0,7810	26,91%	0,8945	0,7999	22,69%	0,7820	0,6091	44,21%	0,9384	0,8805	18,39%	0,9996	0,9993	2,05%	0,9988	0,9976	2,65%	0,8541	0,7281	34,46%	0,9489	0,9003	15,99%
16	0,8635	0,7453	25,67%	0,9141	0,8352	20,54%	0,7161	0,5077	55,13%	0,9218	0,8491	20,03%	1,0000	1,0000	0,48%	0,9989	0,9979	2,85%	0,7706	0,5885	49,27%	0,9389	0,8810	17,12%
17	0,8567	0,7336	28,25%	0,8706	0,7580	26,50%	0,7287	0,5297	51,21%	0,9144	0,8355	21,07%	0,9918	0,9837	7,29%	0,9995	0,9990	2,16%	0,8451	0,7132	34,74%	0,9377	0,8791	17,42%
18	0,8524	0,7262	28,64%	0,8616	0,7421	27,18%	0,7438	0,5513	47,80%	0,9134	0,8333	21,56%	0,9996	0,9991	2,33%	0,9991	0,9982	3,04%	0,7584	0,5724	48,42%	0,9408	0,8851	17,06%
19	0,8371	0,7004	30,18%	0,8526	0,7267	28,58%	0,7470	0,5555	46,73%	0,9107	0,8290	21,47%	0,9995	0,9989	2,51%	0,9971	0,9941	6,02%	0,8518	0,7229	36,34%	0,9319	0,8684	18,02%
20	0,8301	0,6889	30,54%	0,8303	0,6894	31,56%	0,7576	0,5700	50,97%	0,9044	0,8176	22,31%	0,9957	0,9914	7,17%	0,9917	0,9834	7,64%	0,8582	0,7361	33,93%	0,9065	0,8215	22,24%
21	0,8228	0,6763	32,23%	0,8641	0,7466	26,62%	0,7534	0,5661	45,56%	0,8869	0,7852	25,41%	0,9987	0,9975	3,79%	0,9988	0,9976	3,28%	0,8676	0,7504	31,23%	0,9327	0,8699	17,83%
22	0,8140	0,6619	32,76%	0,9079	0,8242	21,51%	0,7630	0,5799	48,23%	0,8896	0,7914	23,45%	0,9982	0,9964	4,49%	0,9984	0,9968	3,83%	0,8792	0,7723	29,31%	0,9344	0,8729	18,43%
23	0,7983	0,6367	38,17%	0,8957	0,8019	22,69%	0,7555	0,5663	49,32%	0,8747	0,7644	26,20%	0,8460	0,7158	28,73%	0,9984	0,9967	3,73%	0,8832	0,7777	30,31%	0,9323	0,8688	19,41%
24	0,7915	0,6256	35,28%	0,8015	0,6416	33,21%	0,7618	0,5769	44,82%	0,8582	0,7364	30,08%	0,9969	0,9937	5,96%	0,9971	0,9941	5,75%	0,8746	0,7647	29,17%	0,9141	0,8348	20,26%
25	0,7884	0,6214	36,86%	0,8807	0,7740	24,20%	0,7530	0,5657	45,34%	0,8498	0,7217	30,44%	0,9961	0,9922	6,66%	0,9925	0,9851	6,13%	0,7660	0,5849	41,76%	0,9281	0,8610	20,35%
26	0,7723	0,5955	39,02%	0,7835	0,6129	35,63%	0,7613	0,5764	45,28%	0,8299	0,6876	32,64%	0,9828	0,9659	13,41%	0,9991	0,9982	3,53%	0,8763	0,7620	29,29%	0,9113	0,8297	21,78%
27	0,7654	0,5849	35,50%	0,8643	0,7454	27,19%	0,7508	0,5620	48,43%	0,8498	0,7216	30,34%	0,8179	0,6690	31,69%	0,9955	0,9910	6,74%	0,8796	0,7718	29,35%	0,9028	0,8149	25,65%
28	0,7473	0,5571	43,96%	0,8046	0,6467	32,78%	0,7448	0,5528	46,16%	0,8346	0,6904	34,06%	0,7805	0,6079	34,92%	0,9922	0,9844	8,69%	0,8705	0,7567	30,16%	0,9321	0,8687	20,23%
29	0,7366	0,5364	43,66%	0,7959	0,6329	34,53%	0,7499	0,5616	44,95%	0,8243	0,6788	32,23%	0,7695	0,5914	36,84%	0,9983	0,9965	4,76%	0,8758	0,7662	29,07%	0,9088	0,8252	24,59%
30	0,7316	0,5328	38,65%	0,7623	0,5805	40,02%	0,7504	0,5525	52,56%	0,8179	0,6677	34,74%	0,7537	0,5672	38,43%	0,9973	0,9947	5,87%	0,8853	0,7823	29,52%	0,9093	0,8219	22,10%

Figura 5.82 – Comparação dos todos os modelos diários avaliados de acordo com os índices *R*, *NSE* e *MAPE*, para os diferentes horizontes de previsão.

Os modelos do tipo M_6 apresentaram os melhores resultados globais, enquanto que os modelos do tipo M_3 apresentaram os piores resultados, isto pode ser facilmente analisado por meio do diagrama de Taylor (Taylor, 2001), o qual é dado na Figura 5.83. O diagrama de Taylor fornece um resumo estatístico conciso de como os padrões se combinam em termos de sua correlação (*R*), sua diferença quadrática média (*RMSD*) e a razão de seus desvios-padrão (σ). O diagrama de Taylor é uma estrutura gráfica que permite que um conjunto de variáveis dos modelos desenvolvidos seja comparado aos dados de referência (destino). Assim, é possível confirmar facilmente que, de acordo com os coeficientes analisados (*R*, *RMSD* e σ), o modelo com melhor performance é o M_6 ($WRNA_{dQ\rightarrow Q}$), que utilizou as aproximações da série de vazão dos reservatórios a montante como entrada na RNA.

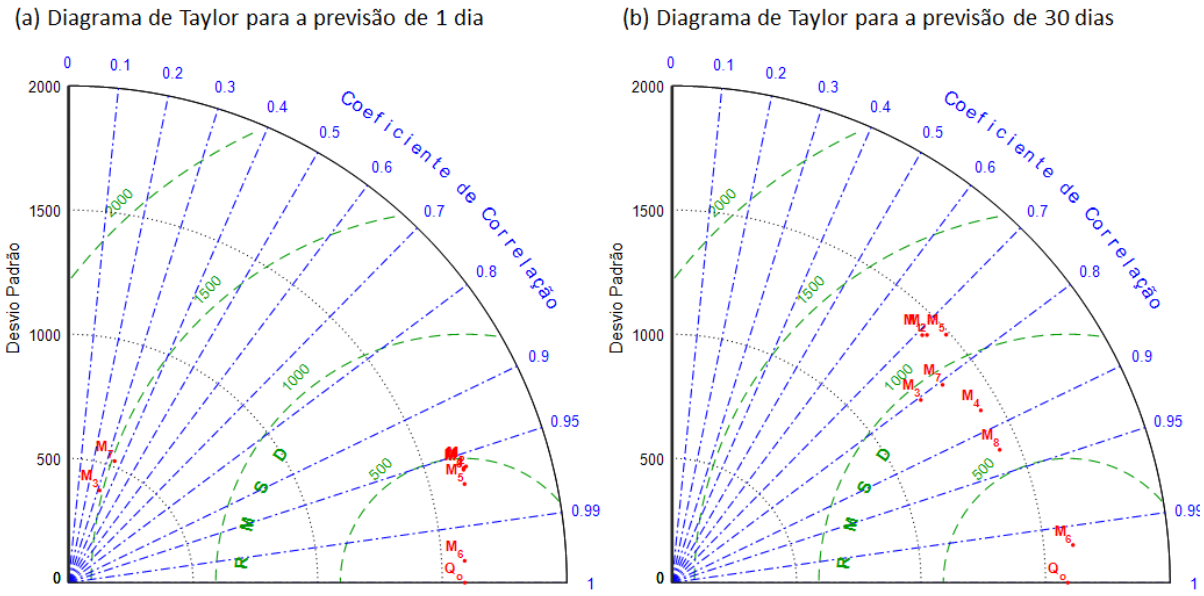


Figura 5.83 – Diagrama de Taylor para os resultados da previsão de (a) 1 dia e (b) 30 dias (desvio padrão, *RMSD* e coeficiente de correlação) dos 8 modelos: M1 (RNAdX); M2 (RNAdQ→Q); M3 (RNAdP→Q); M4 (RNAdPQ→Q); M5 (WRNAdX); M6 (WRNAdQ→Q); M7 (WRNAdP→Q); M8 (WRNAdPQ→Q), quando comparados com as séries temporais de vazões afluentes observadas do reservatório de Xingó.

5.2. Previsões Mensais

Assim como os dados diários, os dados mensais também foram divididos em três subgrupos, 70% dos pontos foram usados no treinamento (janeiro de 1931 a junho de 1990), 15% para a validação (junho de 1990 a março de 2003) e 15% para o teste (abril de 2003 a dezembro de 2015) para os dados de vazão, enquanto que para os dados de precipitação foram usadas as séries de janeiro de 1998 a julho de 2010 para treinamento, de agosto de 2010 a abril de 2013 para validação e de maio de 2013 a dezembro de 2015 para teste.

5.2.1. Modelos RNA Tradicionais (Vazão → Vazão)

Foram utilizados os dados de vazão do reservatório de Xingó para definir as arquiteturas dos 12 modelos mensais para este reservatório, RNA_{1mX}, RNA_{2mX}, ..., RNA_{11mX}, RNA_{12mX}, os quais foram desenvolvidos utilizando as vazões deste reservatório como entrada na rede a fim de prever as vazões neste mesmo reservatório com antecedência de 1 a 12

meses, *i.e.*, este é o tipo de previsão que é utilizado corriqueiramente na literatura, como mostrado em Honorato *et al.* (2018) para previsões de 1, 3, 6 e 12 meses no reservatório de Sobradinho. Foram realizadas 10800 simulações, variando os dados de entrada de Q_t até Q_{t-5}, com *t* em meses, e os neurônios da camada escondida (*h*) de 1 a 15, sendo realizadas 10 simulações, a fim de escolher a melhor arquitetura deste reservatório para cada um dos 12 modelos.

Após realizar as 10800 simulações, foi construída a Tabela 5.9 com os melhores resultados. Nota-se nesta Tabela que a quantidade de meses antecedentes (*nm*), depende da quantidade de dias a se prever (*T*), ou seja:

$$\begin{cases} \text{Se } T \text{ for par } \rightarrow nm = \dfrac{T}{2} & (5.6) \\ \text{Se } T \text{ for ímpar } \rightarrow nm = \dfrac{T+1}{2} & (5.7) \end{cases}$$

E a quantidade de neurônios na camada escondida (*h*), é dependente da quantidade de meses antecedentes (*nm*), bem como da quantidade de meses a se prever (*T*), ou seja:

$$h = 3nm - T \tag{5.8}$$

A quantidade de neurônios na camada de entrada (*i*) é dado por:

$$i = nm \times qp \tag{5.9}$$

em que *qp* é a quantidade de postos que serão utilizados como entrada no modelo.

Desta forma, a Tabela 5.10 mostra os melhores resultados obtidos por cada modelo mensal, medidos através dos parâmetros estatísticos (*R*, *NSE*, *PBIAS*, *MAPE* e *RMSE*), usando como dados de entrada as vazões mensais do reservatório de Xingó para a previsão neste mesmo reservatório.

Tabela 5.10 – Melhor arquitetura do modelo RNA tradicional testado e seus índices de desempenhos. O índice *i* é o número de neurônios na cada de entrada, *h* é número de neurônios da camada intermediária e *o* é o número da camada de saída

Modelo	Previsão (meses)	Entrada	Arquitetura			Índices de Desempenho				
			i	*h*	*o*	*R*	*NSE*	*PBIAS*	*MAPE*	*RMSE*
RNA_{1mX}	1	Q_{Xt}	1	2	1	0,7783	0,6056	-0,93%	37,39%	25,2056
RNA_{2mX}	2	Q_{Xt}	1	1	1	0,4381	0,1899	-3,11%	72,41%	84,3106
RNA_{3mX}	3	Q_{Xt}, Q_{Xt-1}	2	3	1	0,4363	0,1759	8,05%	66,05%	217,9488
RNA_{4mX}	4	Q_{Xt}, Q_{Xt-1}	2	2	1	0,5105	0,2575	-4,18%	68,10%	113,0145
RNA_{5mX}	5	Q_{Xt}, …, Q_{Xt-2}	3	4	1	0,5626	0,3110	5,28%	53,99%	143,0000
RNA_{6mX}	6	Q_{Xt}, …, Q_{Xt-2}	3	3	1	0,5360	0,2847	-1,64%	62,30%	44,3647
RNA_{7mX}	7	Q_{Xt}, …, Q_{Xt-3}	4	5	1	0,6524	0,4149	-6,94%	51,68%	187,7461
RNA_{8mX}	8	Q_{Xt}, …, Q_{Xt-3}	4	4	1	0,6959	0,4822	-1,89%	41,35%	50,9541
RNA_{9mX}	9	Q_{Xt}, …, Q_{Xt-4}	5	6	1	0,7167	0,5119	-2,84%	40,38%	76,6532
RNA_{10mX}	10	Q_{Xt}, …, Q_{Xt-4}	5	5	1	0,7388	0,5444	-1,96%	36,53%	52,8217
RNA_{11mX}	11	Q_{Xt}, …, Q_{Xt-5}	6	7	1	0,7458	0,5525	2,33%	36,88%	62,6773
RNA_{12mX}	12	Q_{Xt}, …, Q_{Xt-5}	6	6	1	0,7355	0,5373	-0,08%	38,67%	2,2261

Q_X – vazão de Xingó

As Figuras 5.85 e 5.86 mostram os hidrogramas mensais de previsão de 1 a 6 meses e de 7 a 12 meses, respectivamente, utilizando os dados brutos dos reservatórios a montante bem como suas combinações que obtiveram melhores desempenhos (Tabela 5.10) para o período de janeiro de 1931 a dezembro de 2015. Já nas Figuras 5.87 e 5.88 estão os erros residuais, os quais permitem avaliar o desempenho dos modelos ao longo do tempo. Nota-se, nestas Figuras para as previsões de 2 meses a 7 meses as vazões calculadas não conseguiram atingir os picos, ficando apenas na média. O erro residual permanece grande durante todas as previsões de 1 a 12 meses.

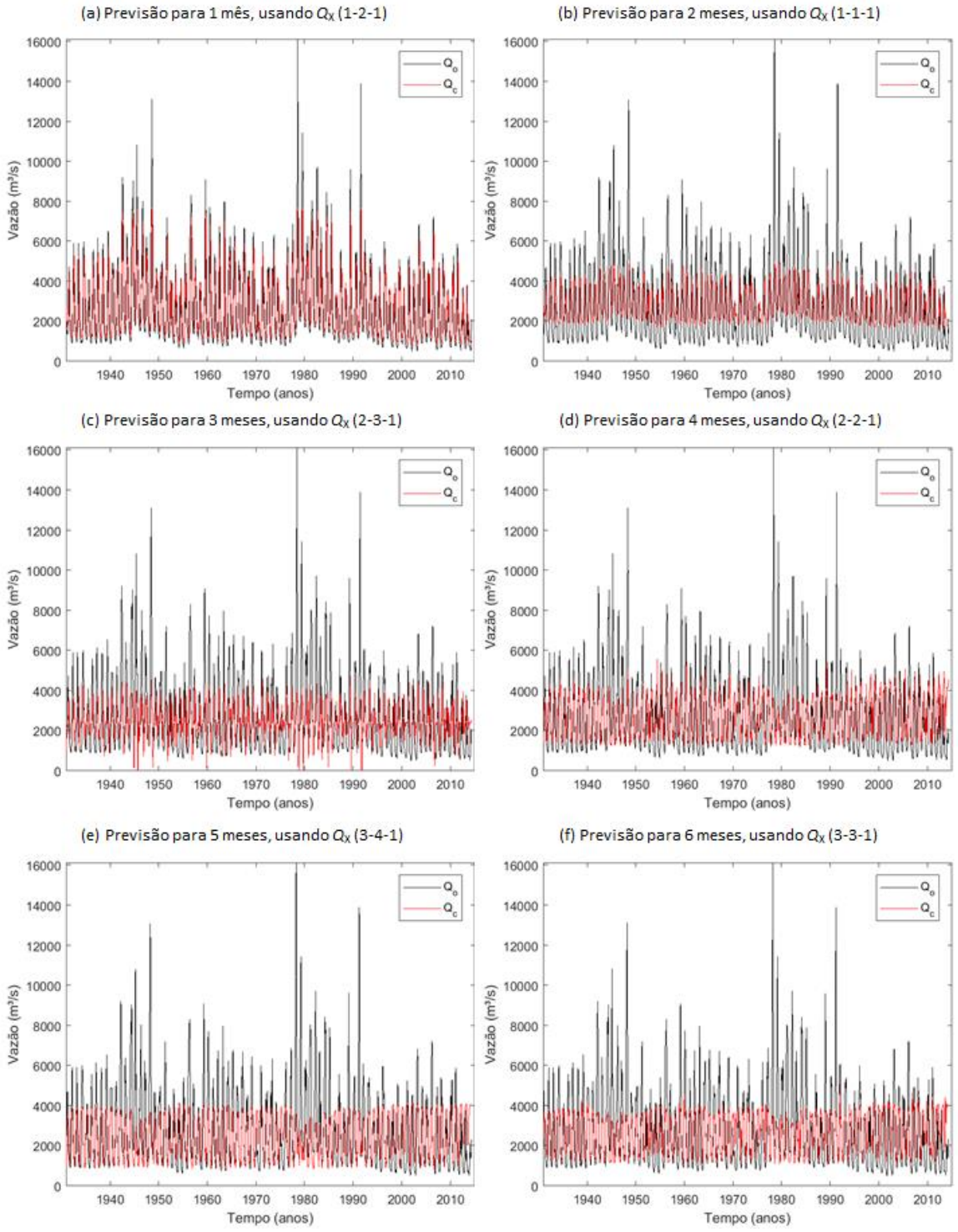


Figura 5.84 – Hidrogramas mensais de previsão com (a) 1 mês, (b) 2 meses, (c) 3 meses, (d) 4 meses, (e) 5 meses e (f) 6 meses de antecedência, utilizando o modelo tradicional (RNA_{mX}).

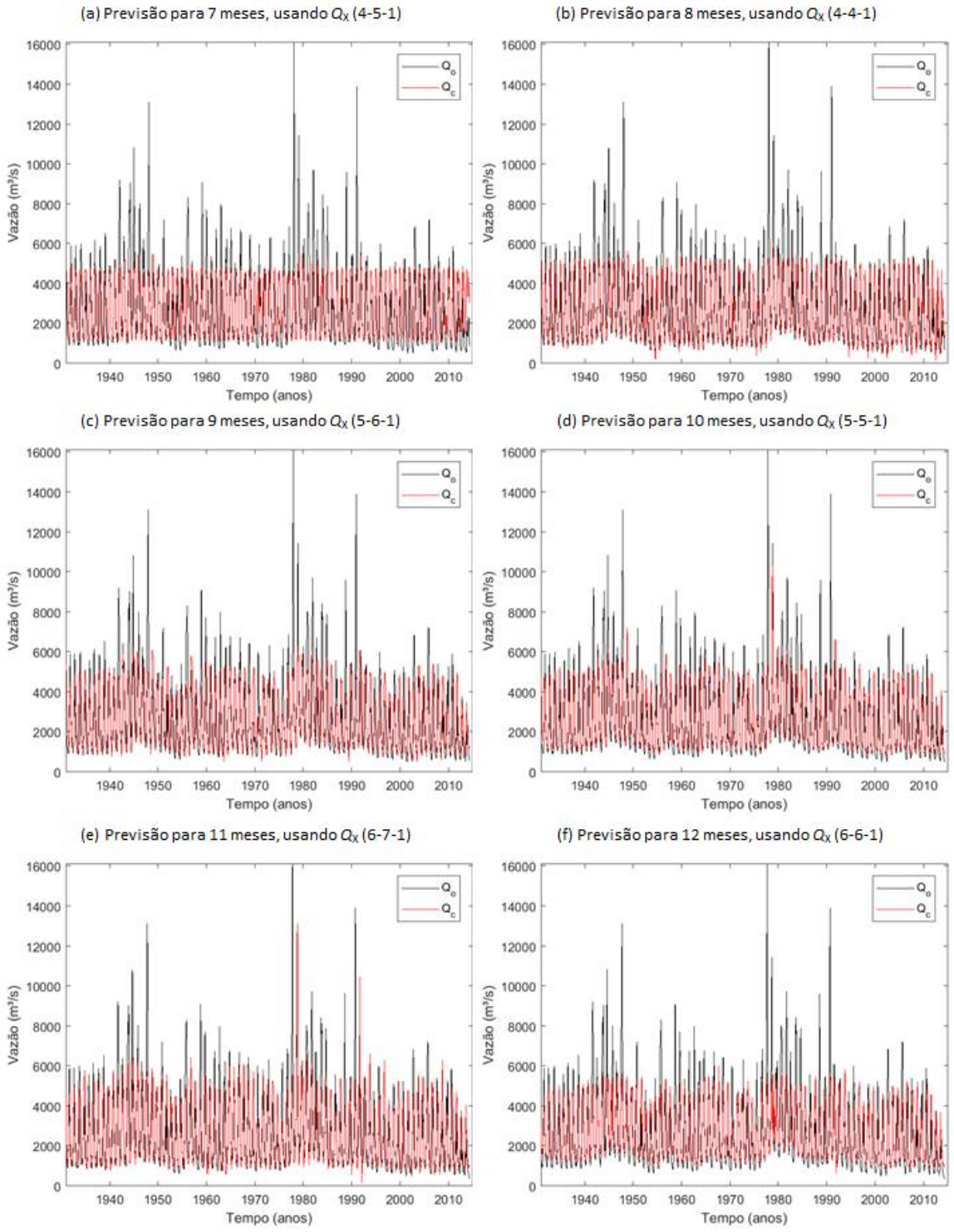


Figura 5.85 – Hidrogramas mensais de previsão com (a) 7 meses, (b) 8 meses, (c) 9 meses, (d) 10 meses, (e) 11 meses e (f) 12 meses de antecedência, utilizando o modelo tradicional (RNA_{mX}).

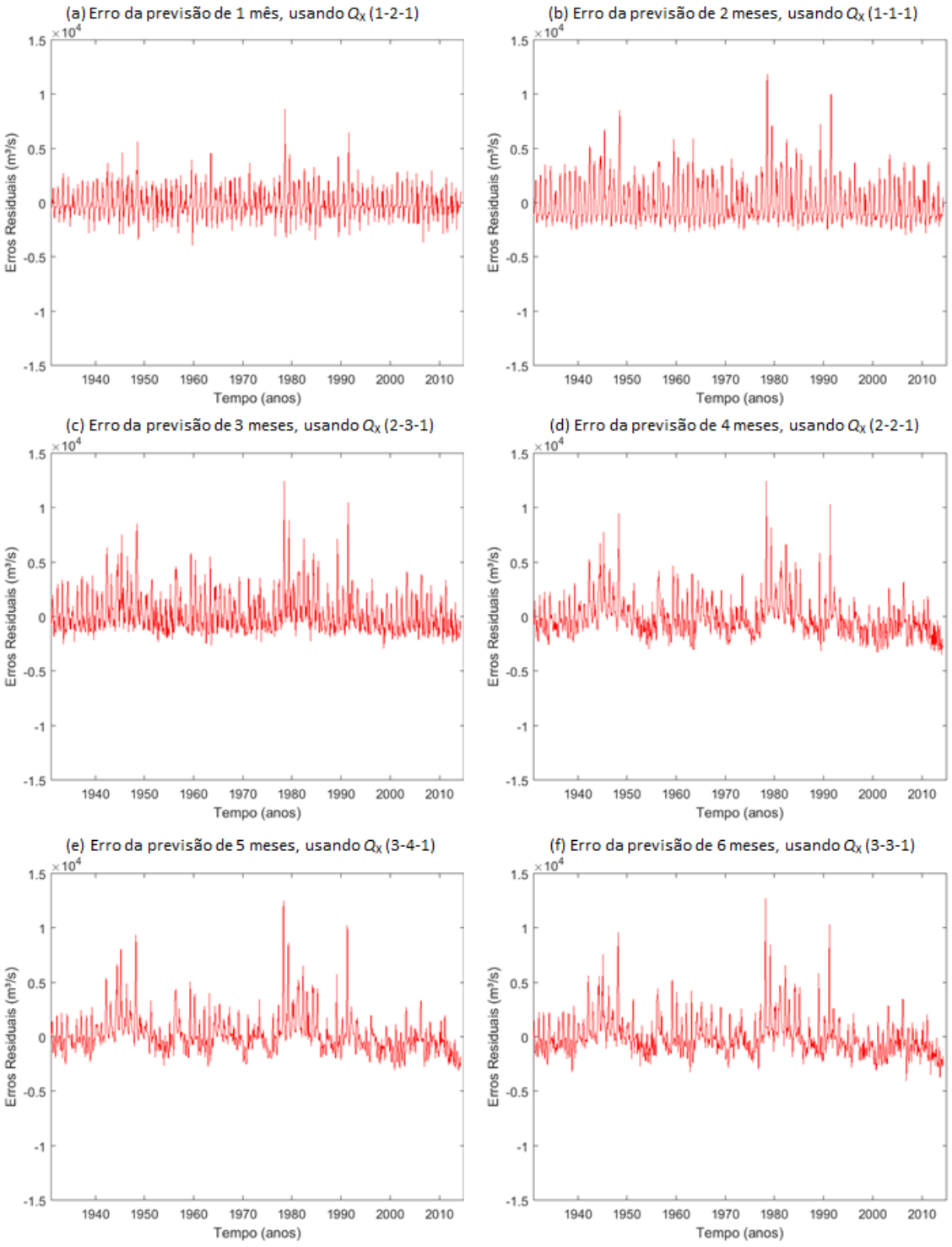


Figura 5.86 – Erros residuais para as previsões de (a) 1 mês, (b) 2 meses, (c) 3 meses, (d) 4 meses, (e) 5 meses e (f) 6 meses, utilizando o modelo tradicional (RNA_{mX}).

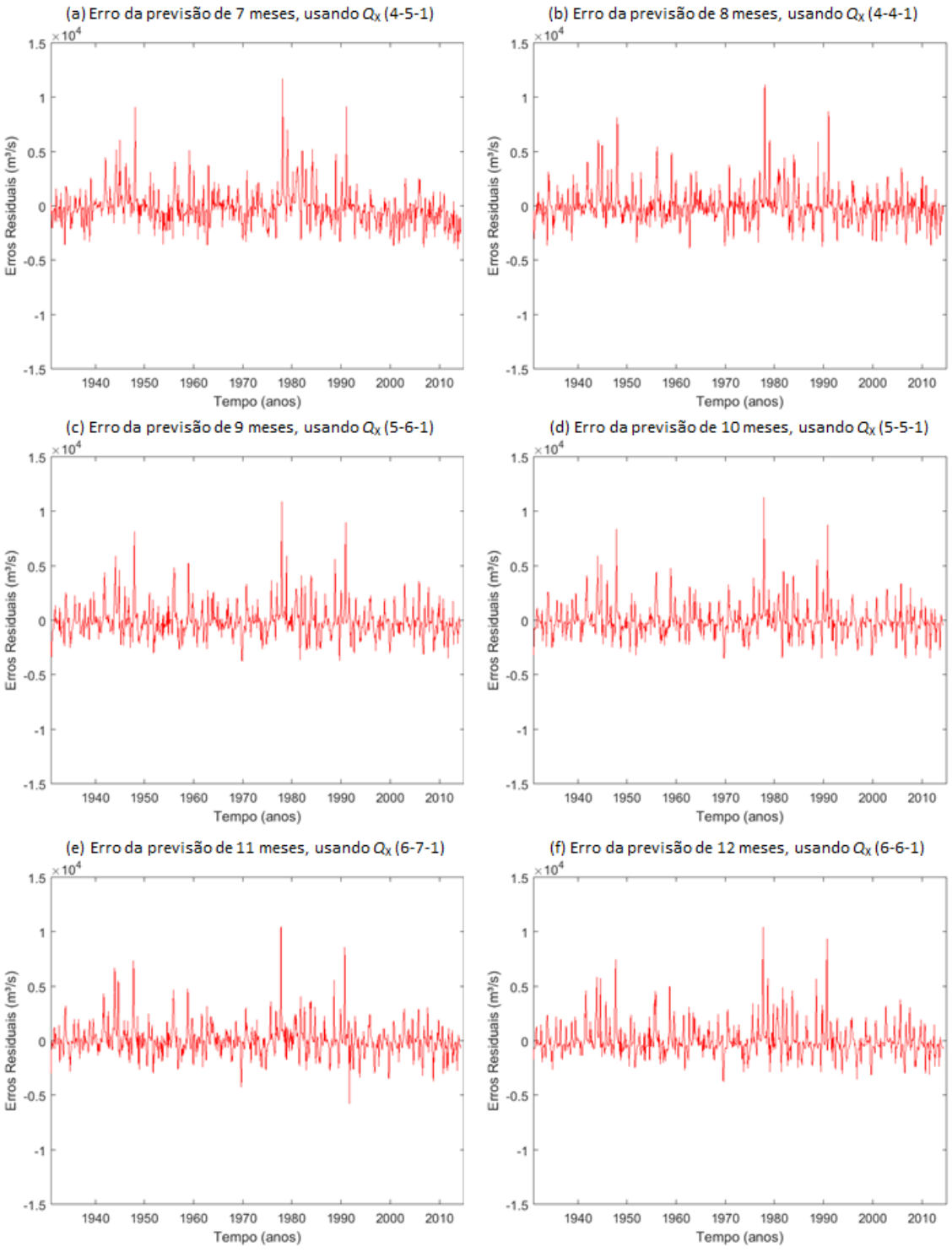


Figura 5.87 – Erros residuais para as previsões de (a) 7 meses, (b) 8 meses, (c) 9 meses, (d) 10 meses, (e) 11 meses e (f) 12 meses, utilizando o modelo tradicional (RNA_{mX}).

5.2.2. Modelos RNA Propostos

Também foram propostos três novos modelos RNAs mensais, (a) vazão → vazão; (b) chuva → vazão; e (c) chuva – vazão → vazão.

5.2.2.1.Vazão → Vazão ($RNA_{mQ\rightarrow Q}$)

Foram realizadas 21600 simulações, variando os dados de entrada de Q_t até Q_{t-5}, com *t* em meses, os neurônios da camada escondida de 1 a 15 e os reservatórios a montante, a fim de escolher o melhor dado de entrada para arquitetura proposta, baseada nas equações (5.6, 5.7, 5.8 e 5.9), para cada um dos 12 modelos mensais, $RNA_{1mQ\rightarrow Q}$, $RNA_{2mQ\rightarrow Q}$, ..., $RNA_{12mQ\rightarrow Q}$, a fim de realizar as previsões no reservatório de Xingó. A melhor arquitetura de cada modelo mensal $RNA_{mQ\rightarrow Q}$ encontra-se na Tabela 5.11.

Os hidrogramas mensais de previsão desse modelo encontram-se nas Figuras de 5.88 e 5.89 e os erros residuais nas Figuras 5.90 e 5.91.

Tabela 5.11 – A melhor arquitetura da RNA para os modelos $RNA_{mQ\rightarrow Q}$ proposto com seus índices de desempenhos. O índice *i* é o número de neurônios na cada de entrada, *h* é o número de neurônios da camada intermediária e *o* é o número da camada de saída

Modelo	Previsão (meses)	Entrada	Arquitetura			Índices de Desempenho				
			I	*h*	*o*	*R*	*NSE*	*PBIAS*	*MAPE*	*RMSE*
$RNA_{1mQ\rightarrow Q}$	1	$Q_{Mt};Q_{It};Q_{St};Q_{TMt}$	4	2	1	0,8993	0,8084	-0,38%	24,30%	10,3336
$RNA_{2mQ\rightarrow Q}$	2	$Q_{It};Q_{St};Q_{TMt}$	3	1	1	0,6300	0,3893	-5,48%	58,59%	148,3645
$RNA_{3mQ\rightarrow Q}$	3	$Q_{Xt};Q_{PAt};Q_{Xt-1};Q_{PAt-1}$	4	3	1	0,5974	0,3545	-3,66%	59,23%	99,0324
$RNA_{4mQ\rightarrow Q}$	4	$Q_{It};Q_{It-1}$	2	2	1	0,5311	0,2803	-2,33%	62,41%	63,1063
$RNA_{5mQ\rightarrow Q}$	5	$Q_{St};Q_{TMt};\ \ldots;\ Q_{TMt-2}$	6	4	1	0,5928	0,3479	0,01%	55,24%	0,3301
$RNA_{6mQ\rightarrow Q}$	6	$Q_{PAt};\ \ldots;\ Q_{PAt-2}$	3	3	1	0,5447	0,2946	1,49%	55,39%	40,2116
$RNA_{7mQ\rightarrow Q}$	7	$Q_{It};Q_{St};Q_{TMt};\ \ldots;\ Q_{TMt-3}$	12	5	1	0,6681	0,4458	0,01%	47,01%	0,3959
$RNA_{8mQ\rightarrow Q}$	8	$Q_{Xt};Q_{PAt};Q_{Mt};\ \ldots;\ Q_{Mt-3}$	12	4	1	0,6918	0,4777	-0,05%	41,32%	1,4364
$RNA_{9mQ\rightarrow Q}$	9	$Q_{PAt};Q_{Mt};Q_{It};Q_{St};Q_{TMt};\ \ldots;\ Q_{TMt-4}$	25	6	1	0,7674	0,5882	1,48%	34,41%	40,0432
$RNA_{10mQ\rightarrow Q}$	10	$Q_{PAt};Q_{Mt};Q_{It};Q_{St};\ \ldots;\ Q_{St-4}$	20	5	1	0,7544	0,5672	2,45%	33,69%	66,1156
$RNA_{11mQ\rightarrow Q}$	11	$Q_{PAt};Q_{Mt};Q_{It};Q_{St};Q_{TMt};\ \ldots;\ Q_{TMt-5}$	30	7	1	0,7692	0,5911	0,99%	34,20%	26,6827
$RNA_{12mQ\rightarrow Q}$	12	$Q_{PAt};\ \ldots;\ Q_{PAt-5}$	6	6	1	0,7465	0,5557	-1,21%	35,23%	32,4927

Q_X – vazão de Xingó; Q_{PA} – vazão de Paulo Afonso; Q_M – vazão de Moxotó; Q_I – vazão de Itaparica; Q_S – vazão de Sobradinho; Q_{TM} – Três Marias.

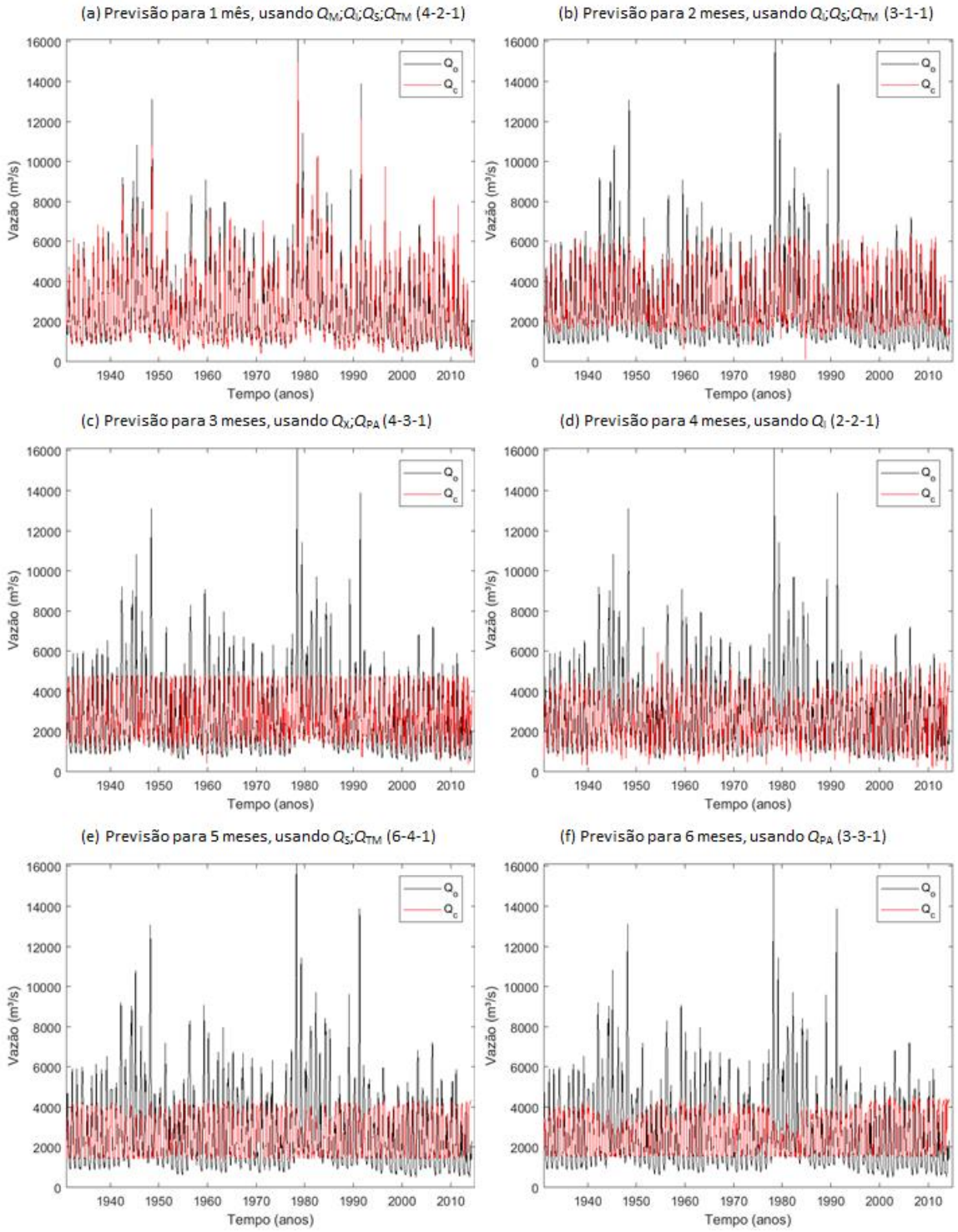


Figura 5.88 – Hidrogramas mensais de previsão com (a) 1 mês, (b) 2 meses, (c) 3 meses, (d) 4 meses, (e) 5 meses e (f) 6 meses de antecedência, utilizando o modelo RNA proposto ($RNA_{mQ \rightarrow Q}$).

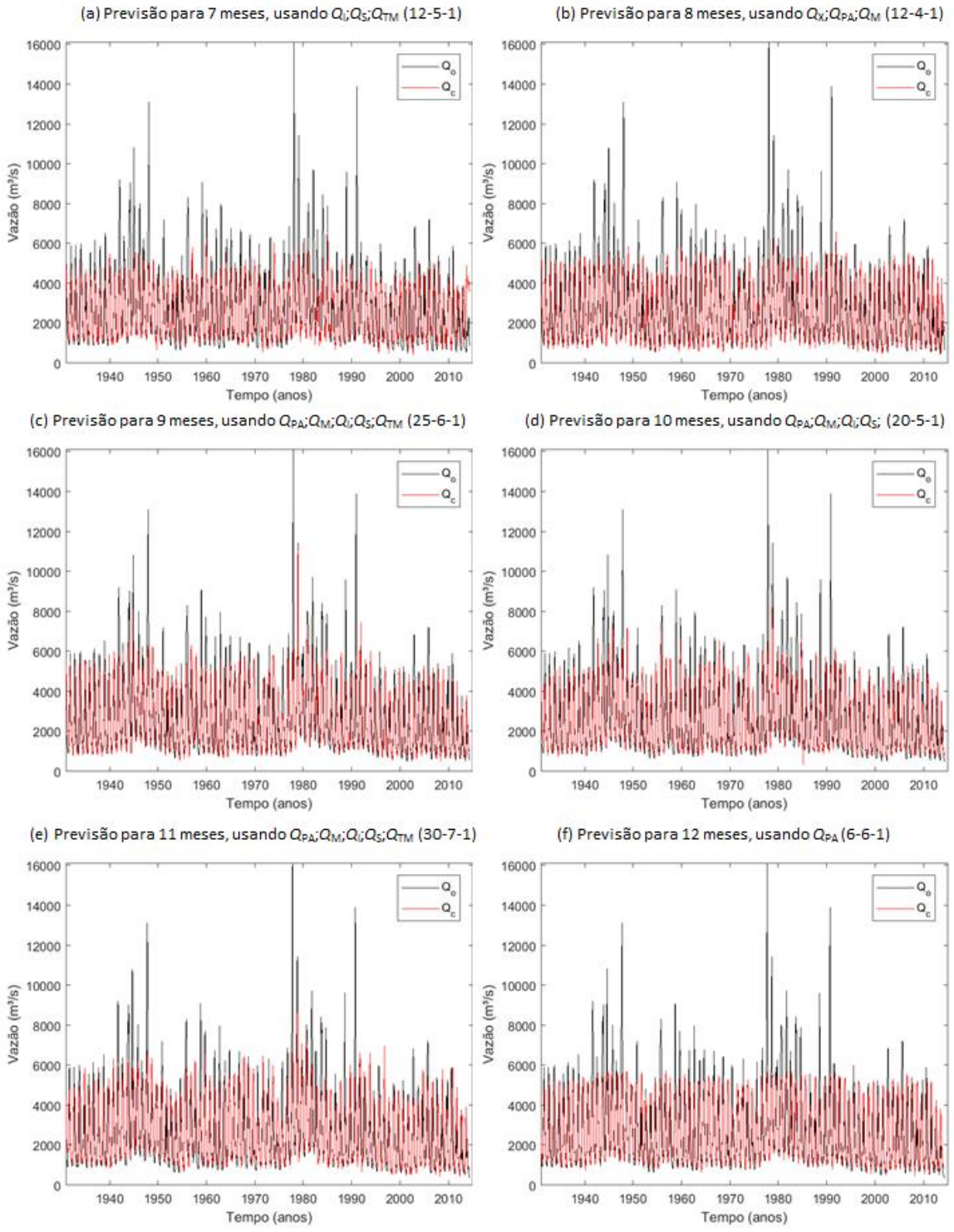


Figura 5.89 – Hidrogramas mensais de previsão com (a) 7 meses, (b) 8 meses, (c) 9 meses, (d) 10 meses, (e) 11 meses e (f) 12 meses de antecedência, utilizando o modelo RNA proposto ($RNA_{mQ \rightarrow Q}$).

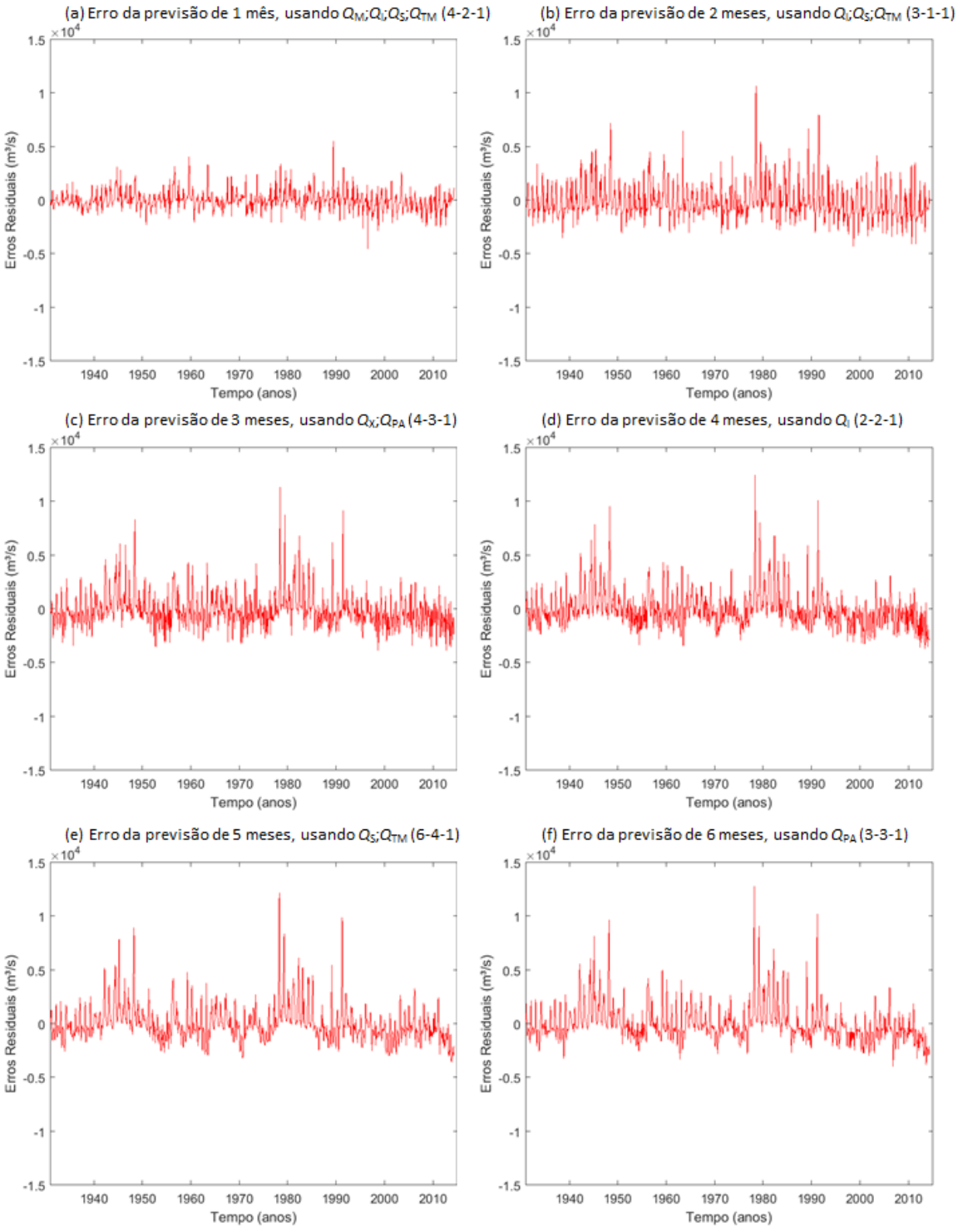


Figura 5.90 – Erros residuais para as previsões de (a) 1 mês, (b) 2 meses, (c) 3 meses, (d) 4 meses, (e) 5 meses e (f) 6 meses, utilizando o modelo RNA proposto ($RNA_{mQ\rightarrow Q}$).

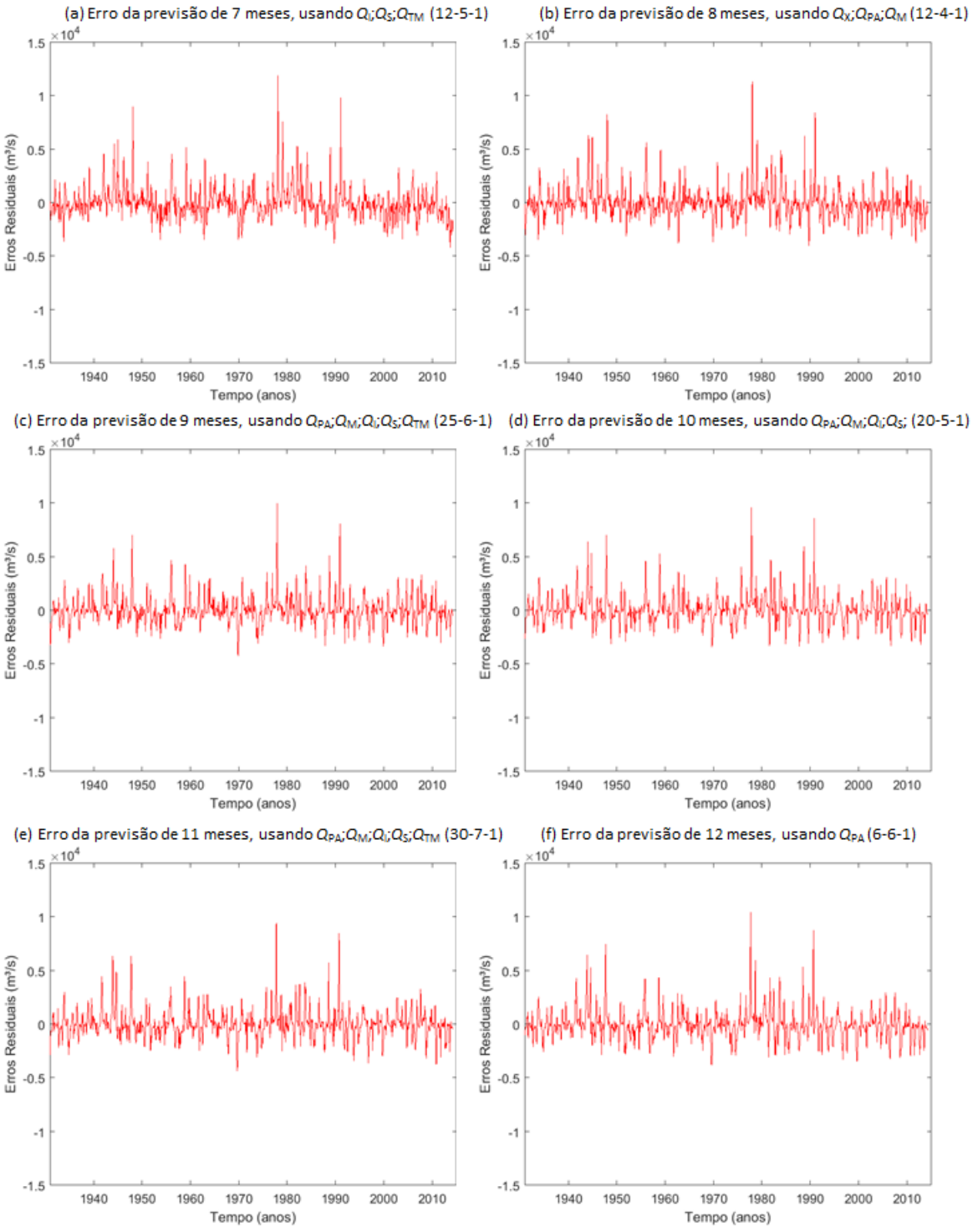


Figura 5.91 – Erros residuais para as previsões de (a) 7 meses, (b) 8 meses, (c) 9 meses, (d) 10 meses, (e) 11 meses e (f) 12 meses, utilizando o modelo RNA proposto ($RNA_{mQ \rightarrow Q}$).

5.2.2.2.Chuva → Vazão ($RNA_{mP\rightarrow Q}$)

Foram realizadas 1080 simulações, variando os dados de entrada de P_t até $P_{t\text{-}5}$, com t em meses, os neurônios da camada escondida de 1 a 15, a fim de escolher a melhor arquitetura para o modelo $RNA_{mP\rightarrow Q}$ proposto. A melhor arquitetura se baseou nas equações (5.6, 5.7, 5.8 e 5.9), para cada um dos 12 modelos mensais, a fim de realizar as previsões no reservatório de Xingó.

Na Tabela 5.12, pode-se observar os melhores resultados obtidos por cada modelo $RNA_{mP\rightarrow Q}$, medidos através dos parâmetros estatísticos (*R*, *NSE*, *PBIAS*, *MAPE* e *RMSE*) usando como dados de entrada as precipitações mensais do reservatório de Três Marias (reservatório mais a montante) para a previsão no reservatório de Xingó (reservatório mais a jusante). Nas Figuras 5.92 e 5.93 estão os hidrogramas mensais de previsão desse modelo proposto $RNA_{dP\rightarrow Q}$ para o período de 1 de janeiro de 1998 a 31 de dezembro de 2015. Já os erros residuais dessas previsões encontram-se nas Figuras 5.94 e 5.95.

Tabela 5.12 – Melhor arquitetura da RNA do modelo $RNA_{mP\rightarrow Q}$ proposto com seus índices de desempenhos. O índice *i* é o número de neurônios na cada de entrada, *h* é número de neurônios da camada intermediária e *o* é o número da camada de saída

Modelo	Previsão (meses)	Entrada	Arquitetura			Índices de Desempenho				
			i	*h*	*o*	*R*	*NSE*	*PBIAS*	*MAPE*	*RMSE*
$RNA_{1mP\rightarrow Q}$	1	P_{TMt}	1	2	1	0,8751	0,7644	-2,75%	29,99%	57,5042
$RNA_{2mP\rightarrow Q}$	2	P_{TMt}	1	1	1	0,7450	0,5471	-4,35%	41,90%	91,1700
$RNA_{3mP\rightarrow Q}$	3	P_{TMt}; P_{TMt-1}	2	3	1	0,5946	0,3486	-4,67%	62,10%	98,0290
$RNA_{4mP\rightarrow Q}$	4	P_{TMt}; P_{TMt-1}	2	2	1	0,4779	0,2117	-8,12%	77,06%	130,6038
$RNA_{5mP\rightarrow Q}$	5	P_{TMt}; …; P_{TMt-2}	3	4	1	0,7315	0,5335	-2,17%	41,61%	45,8974
$RNA_{6mP\rightarrow Q}$	6	P_{TMt}; …; P_{TMt-2}	3	3	1	0,7738	0,5848	-6,51%	39,83%	62,5135
$RNA_{7mP\rightarrow Q}$	7	P_{TMt}; …; P_{TMt-3}	4	5	1	0,7643	0,5780	-4,58%	40,05%	96,0868
$RNA_{8mP\rightarrow Q}$	8	P_{TMt}; …; P_{TMt-3}	4	4	1	0,7445	0,5398	-6,80%	49,08%	141,7455
$RNA_{9mP\rightarrow Q}$	9	P_{TMt}; …; P_{TMt-4}	5	6	1	0,7566	0,5713	2,10%	38,45%	43,6049
$RNA_{10mP\rightarrow Q}$	10	P_{TMt}; …; P_{TMt-4}	5	5	1	0,7736	0,5955	-0,76%	38,29%	15,7322
$RNA_{11mP\rightarrow Q}$	11	P_{TMt}; …; P_{TMt-5}	6	7	1	0,7869	0,6026	-2,09%	39,95%	42,9205
$RNA_{12mP\rightarrow Q}$	12	P_{TMt}; …; P_{TMt-5}	6	6	1	0,7831	0,6035	-6,95%	44,49%	142,1215

P_{TM} – Precipitação em Três Marias.

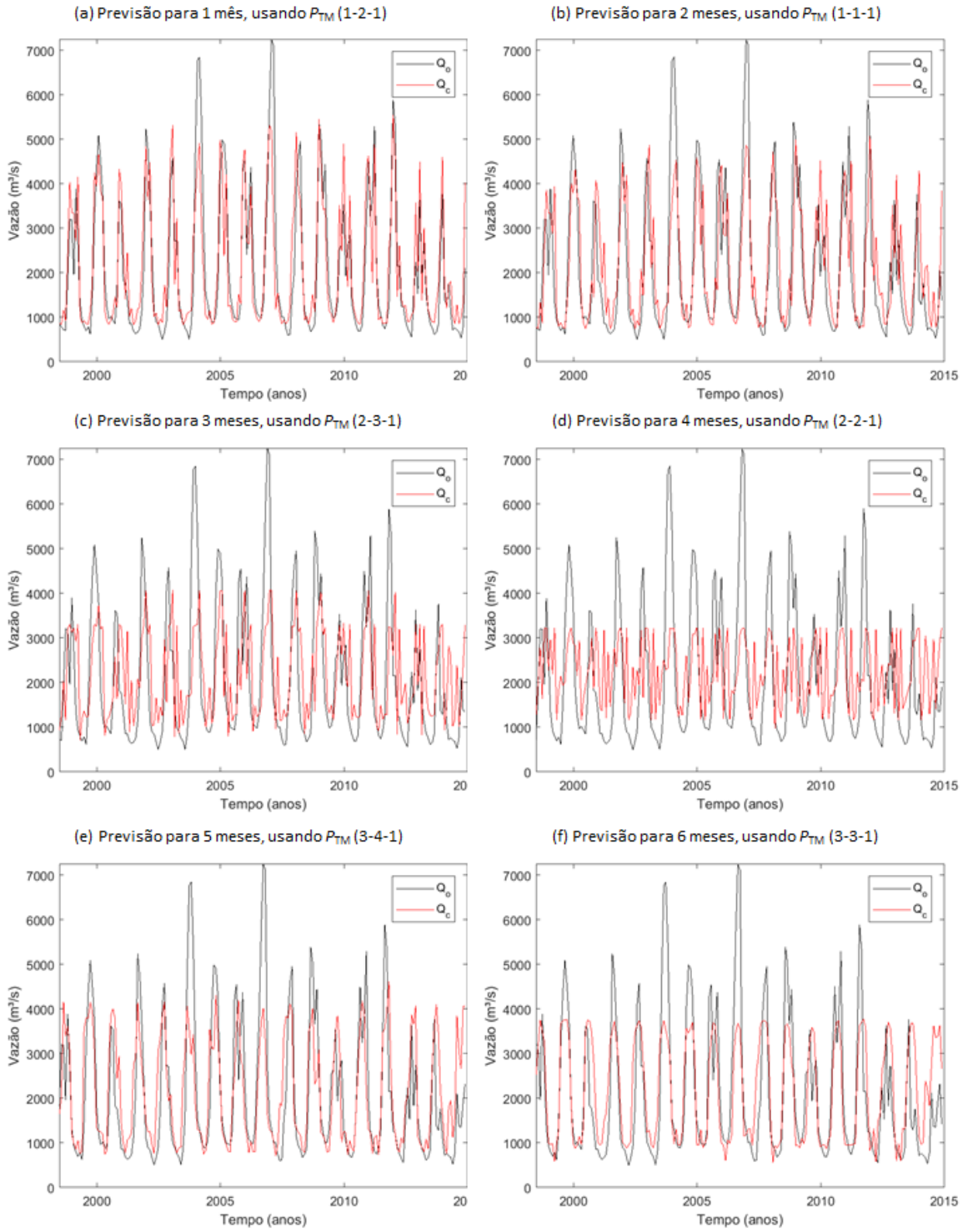


Figura 5.92 – Hidrogramas mensais de previsão com (a) 1 mês, (b) 2 meses, (c) 3 meses, (d) 4 meses, (e) 5 meses e (f) 6 meses de antecedência, utilizando o modelo proposto ($RNA_{mP \rightarrow Q}$).

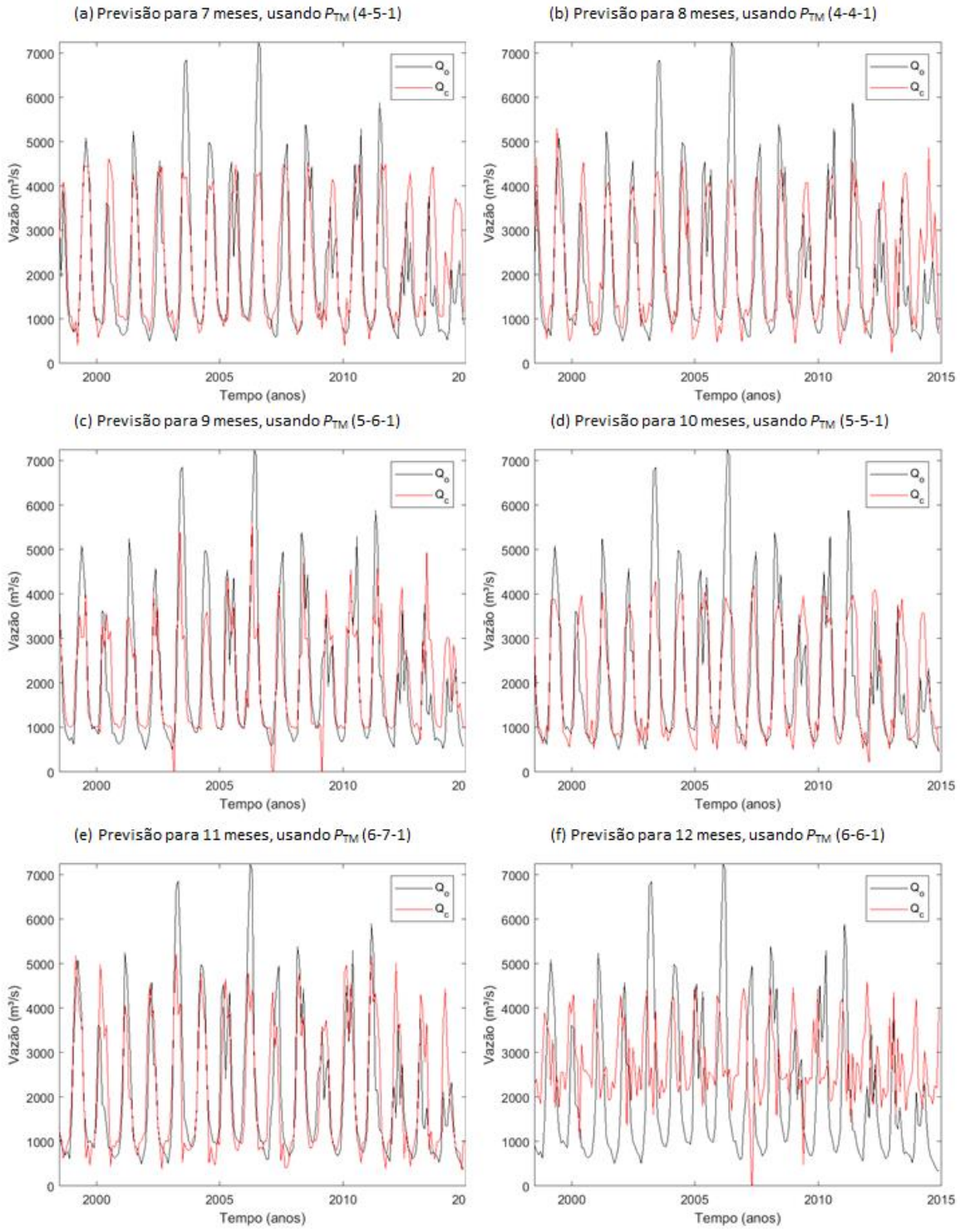


Figura 5.93 – Hidrogramas mensais de previsão com (a) 7 meses, (b) 8 meses, (c) 9 meses, (d) 10 meses, (e) 11 meses e (f) 12 meses de antecedência, utilizando o modelo proposto ($RNA_{mP \rightarrow Q}$).

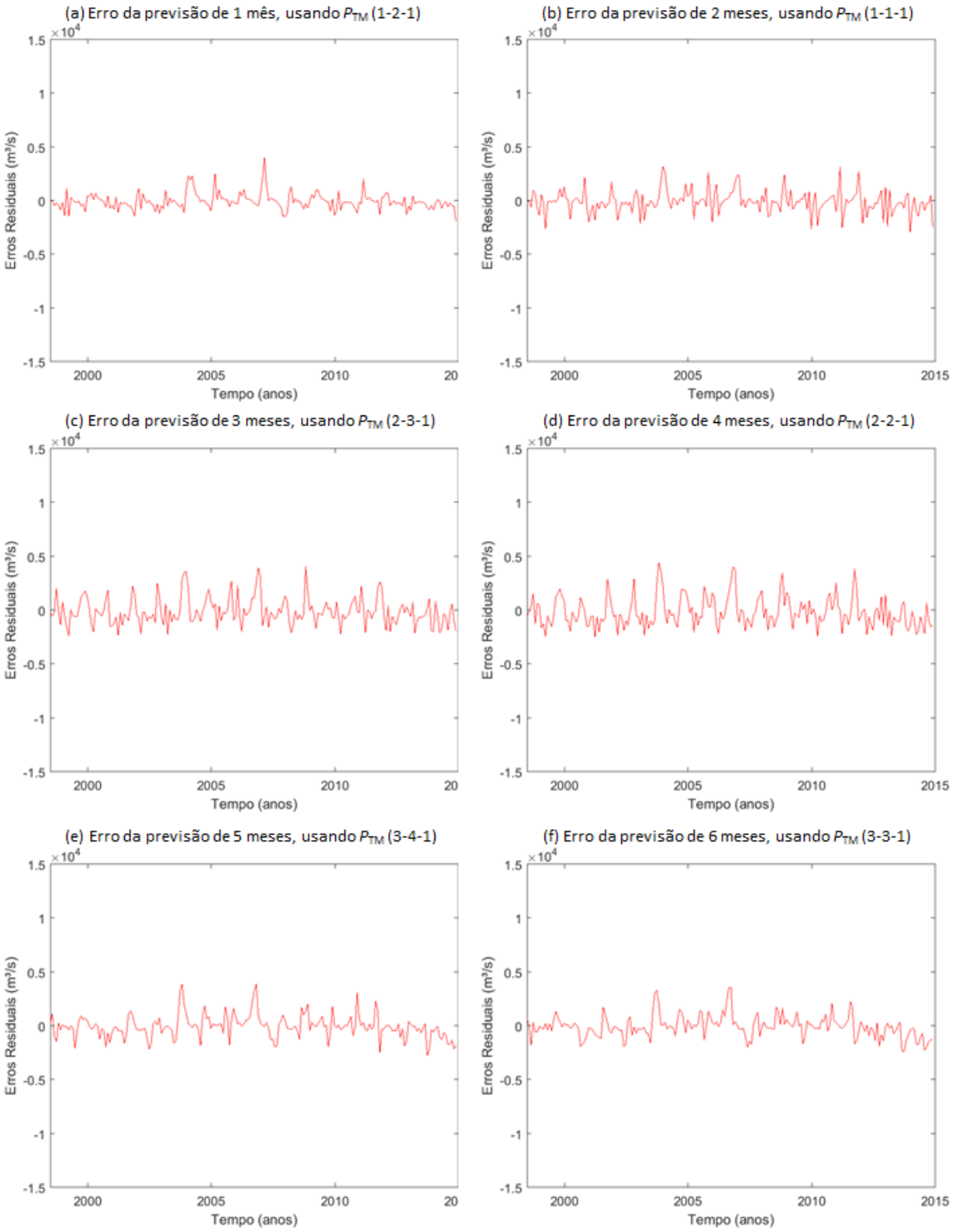


Figura 5.94 – Erros residuais para as previsões de (a) 1 mês, (b) 2 meses, (c) 3 meses, (d) 4 meses, (e) 5 meses e (f) 6 meses, utilizando o modelo proposto ($RNA_{mP\rightarrow Q}$).

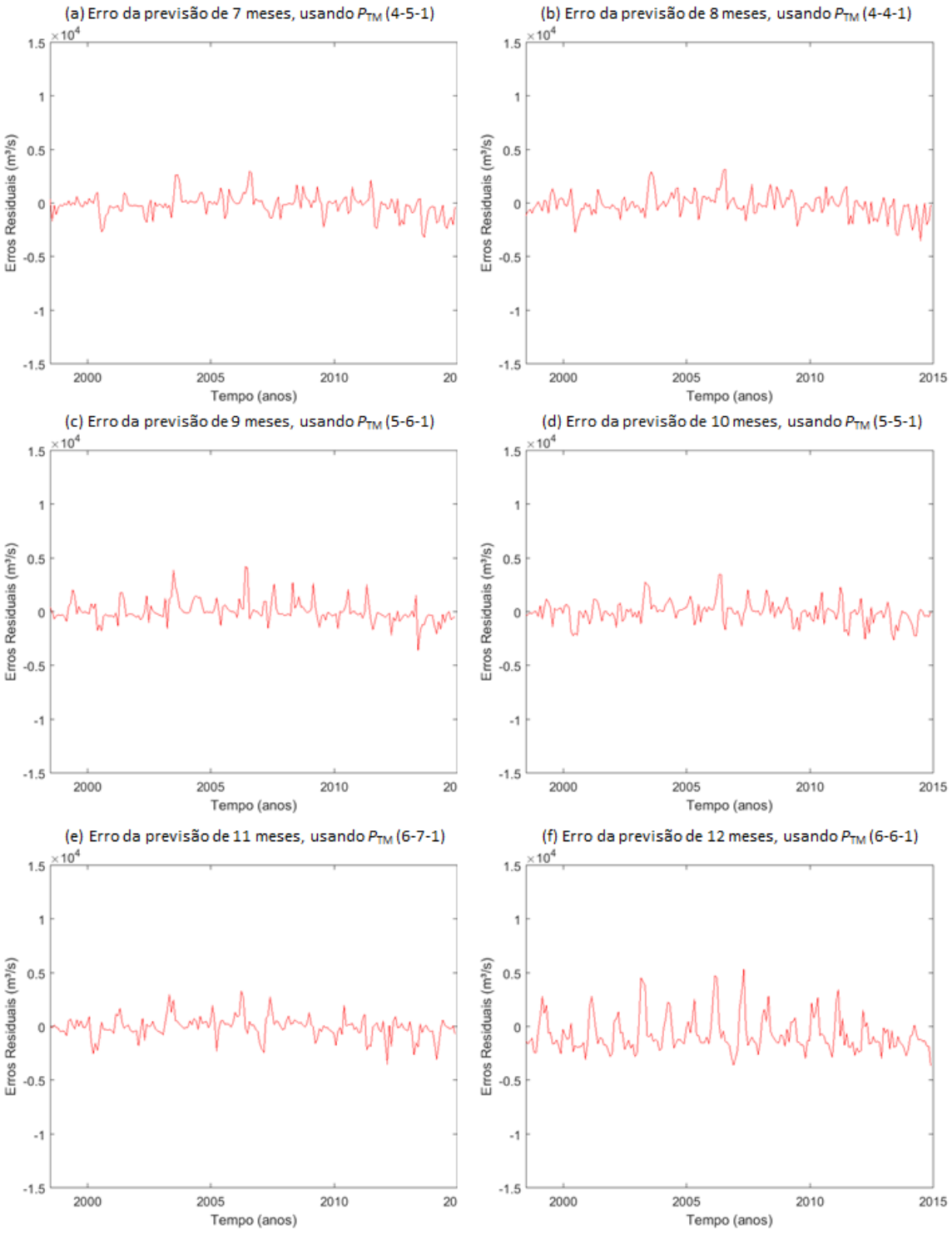


Figura 5.95 – Erros residuais para as previsões de (a) 7 meses, (b) 8 meses, (c) 9 meses, (d) 10 meses, (e) 11 meses e (f) 12 meses, utilizando o modelo proposto ($RNA_{mP \rightarrow Q}$).

5.2.2.3.Chuva – Vazão → Vazão ($RNA_{mPQ\rightarrow Q}$)

Neste modelo, foram realizadas 1080 simulações, variando os dados de entrada de P_t e Q_t até P_{t-5} e Q_{t-5}, com t em meses, os neurônios da camada escondida de 1 a 15, a fim de escolher a melhor arquitetura para o modelo $RNA_{mPQ\rightarrow Q}$ proposto. A melhor arquitetura se baseou nas equações (5.6, 5.7, 5.8 e 5.9), para cada um dos 12 modelos mensais, a fim de realizar as previsões no reservatório de Xingó.

Na Tabela 5.13, pode-se observar os melhores resultados obtidos por cada modelo $RNA_{mPQ\rightarrow Q}$, medidos através dos parâmetros estatísticos (*R*, *NSE*, *PBIAS*, *MAPE* e *RMSE*) usando como dados de entrada as precipitações mensais do reservatório de Três Marias e as vazões mensais do reservatório de Xingó para a previsão nesse último reservatório Xingó. As Figuras 5.96 e 5.97 mostram os hidrogramas mensais de previsão desse modelo proposto $RNA_{mPQ\rightarrow Q}$ para o período de 1 de janeiro de 1998 a 31 de dezembro de 2015. Enquanto que as Figuras 5.98 e 5.99 apresentam os erros residuais dessas previsões.

Tabela 5.13 – Melhor arquitetura da RNA do modelo $RNA_{mPQ\rightarrow Q}$ proposto com seus índices de desempenhos. O índice *i* é o número de neurônios na cada de entrada, *h* é número de neurônios da camada intermediária e *o* é o número da camada de saída

Modelo	Previsão (meses)	Entrada	Arquitetura			Índices de Desempenho				
			i	*h*	*o*	*R*	*NSE*	*PBIAS*	*MAPE*	*RMSE*
$RNA_{1mPQ\rightarrow Q}$	1	$P_{TMt};Q_{Xt}$	2	2	1	0,9420	0,8868	-0,48%	17,02%	10,0147
$RNA_{2mPQ\rightarrow Q}$	2	$P_{TMt};Q_{Xt}$	2	1	1	0,7457	0,5470	-4,74%	43,16%	99,2715
$RNA_{3mPQ\rightarrow Q}$	3	$P_{TMt};Q_{Xt}$; ...;Q_{Xt-1}	4	3	1	0,7326	0,5253	-5,14%	46,17%	107,9293
$RNA_{4mPQ\rightarrow Q}$	4	$P_{TMt};Q_{Xt}$; ...;Q_{Xt-1}	4	2	1	0,7101	0,5034	-0,47%	47,84%	9,9281
$RNA_{5mPQ\rightarrow Q}$	5	$P_{TMt};Q_{Xt}$; ...;Q_{Xt-2}	6	4	1	0,7419	0,5468	-4,26%	46,61%	90,0081
$RNA_{6mPQ\rightarrow Q}$	6	$P_{TMt};Q_{Xt}$; ...;Q_{Xt-2}	6	3	1	0,7672	0,5836	-4,60%	41,43%	96,9816
$RNA_{7mPQ\rightarrow Q}$	7	$P_{TMt};Q_{Xt}$; ...;Q_{Xt-3}	8	5	1	0,7644	0,5551	-8,44%	43,09%	177,0277
$RNA_{8mPQ\rightarrow Q}$	8	$P_{TMt};Q_{Xt}$; ...;Q_{Xt-3}	8	4	1	0,7677	0,5789	-6,94%	46,55%	144,6800
$RNA_{9mPQ\rightarrow Q}$	9	$P_{TMt};Q_{Xt}$; ...;Q_{Xt-4}	10	6	1	0,7976	0,6299	-5,95%	39,56%	123,7341
$RNA_{10mPQ\rightarrow Q}$	10	$P_{TMt};Q_{Xt}$; ...;Q_{Xt-4}	10	5	1	0,7918	0,6126	-8,17%	42,49%	168,4346
$RNA_{11mPQ\rightarrow Q}$	11	$P_{TMt};Q_{Xt}$; ...;Q_{Xt-5}	12	7	1	0,8216	0,6697	-5,43%	38,95%	111,2408
$RNA_{12mPQ\rightarrow Q}$	12	$P_{TMt};Q_{Xt}$; ...;Q_{Xt-5}	12	6	1	0,8118	0,6554	-4,06%	35,49%	82,9842

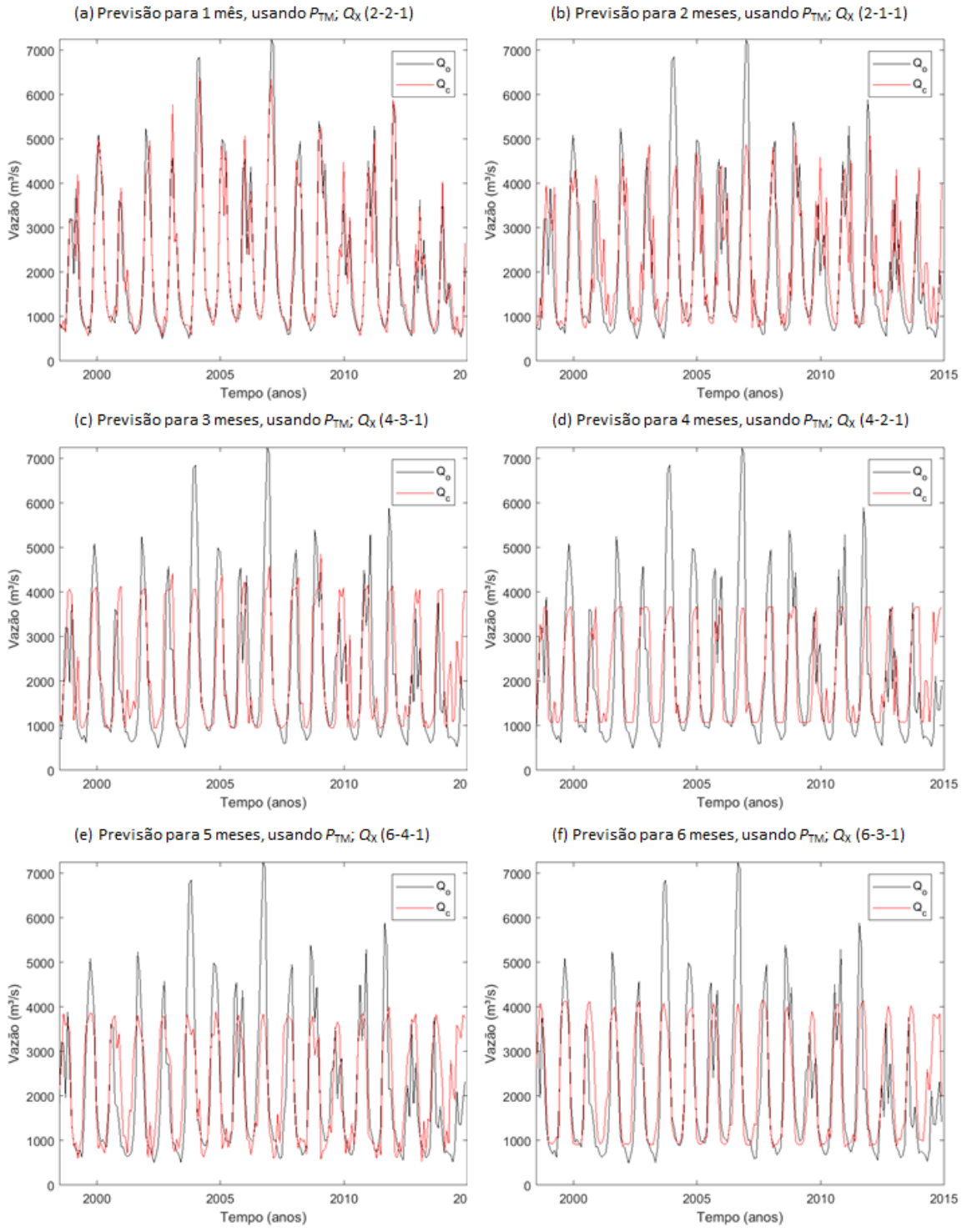


Figura 5.96 – Hidrogramas mensais de previsão com (a) 1 mês, (b) 2 meses, (c) 3 meses, (d) 4 meses, (e) 5 meses e (f) 6 meses de antecedência, utilizando o modelo proposto ($RNA_{mPQ \rightarrow Q}$).

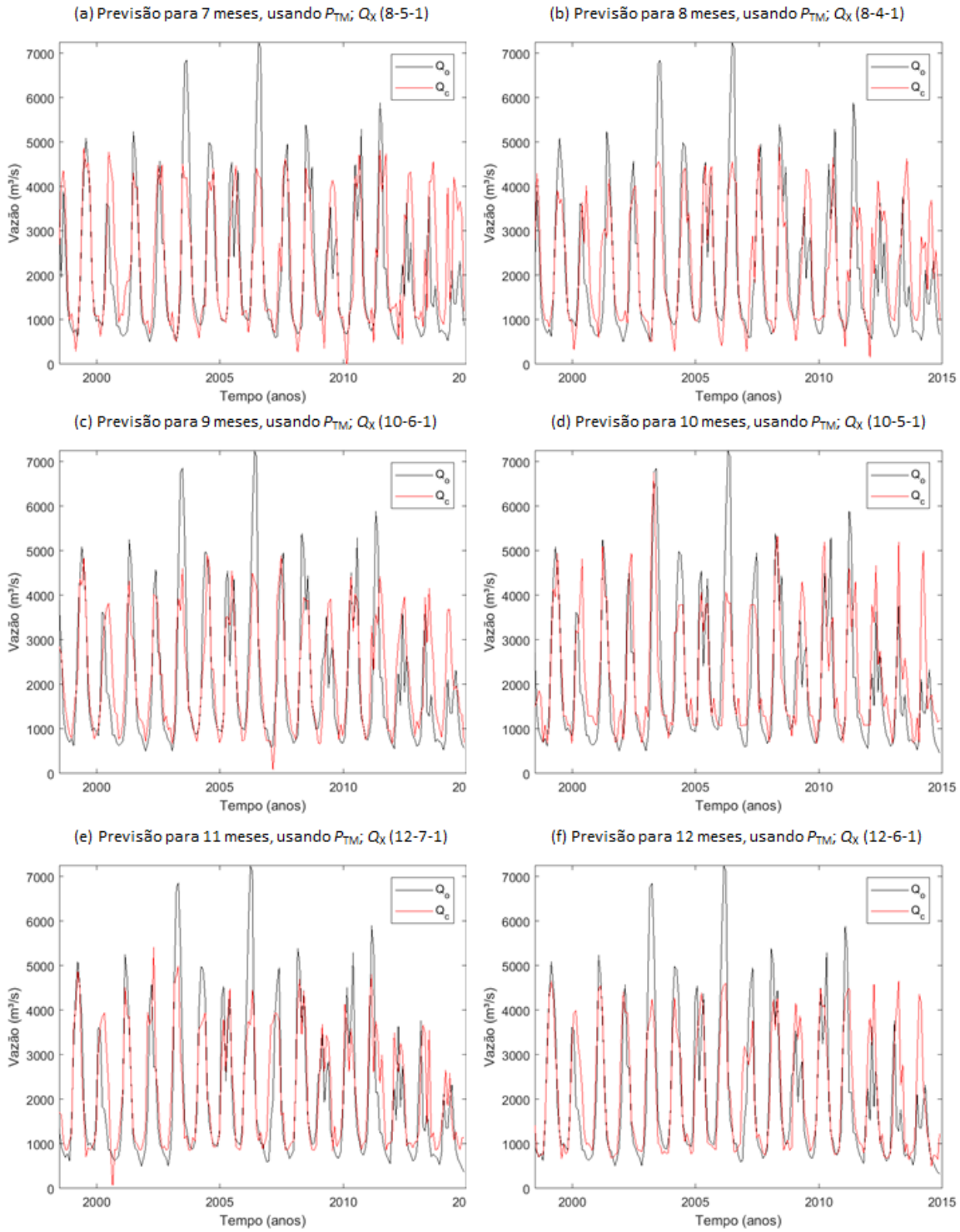


Figura 5.97 – Hidrogramas mensais de previsão com (a) 7 meses, (b) 8 meses, (c) 9 meses, (d) 10 meses, (e) 11 meses e (f) 12 meses de antecedência, utilizando o modelo proposto ($RNA_{mPQ \rightarrow Q}$).

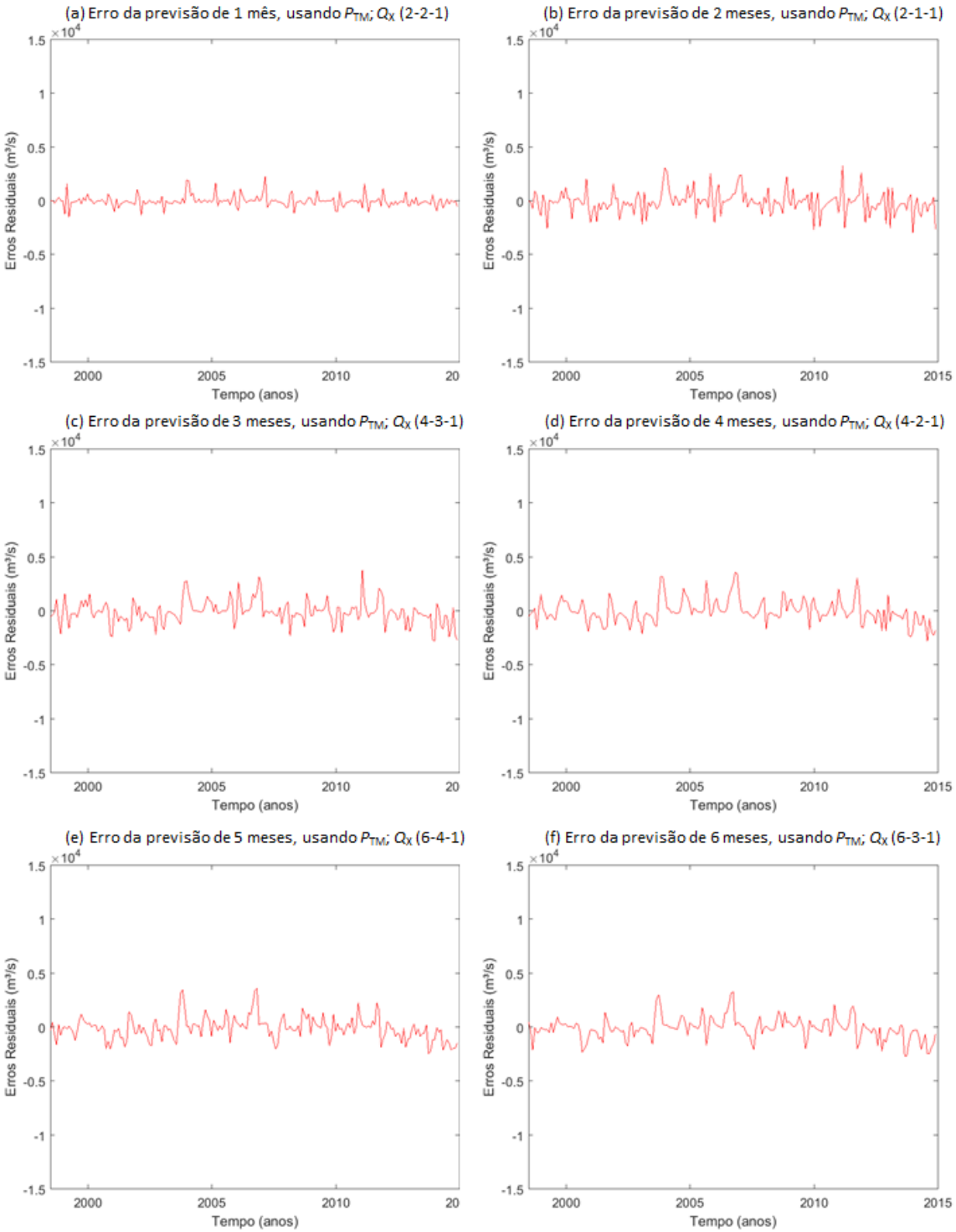


Figura 5.98 – Erros residuais para as previsões de (a) 1 mês, (b) 2 meses, (c) 3 meses, (d) 4 meses, (e) 5 meses e (f) 6 meses, utilizando o modelo proposto ($RNA_{mPQ \rightarrow Q}$).

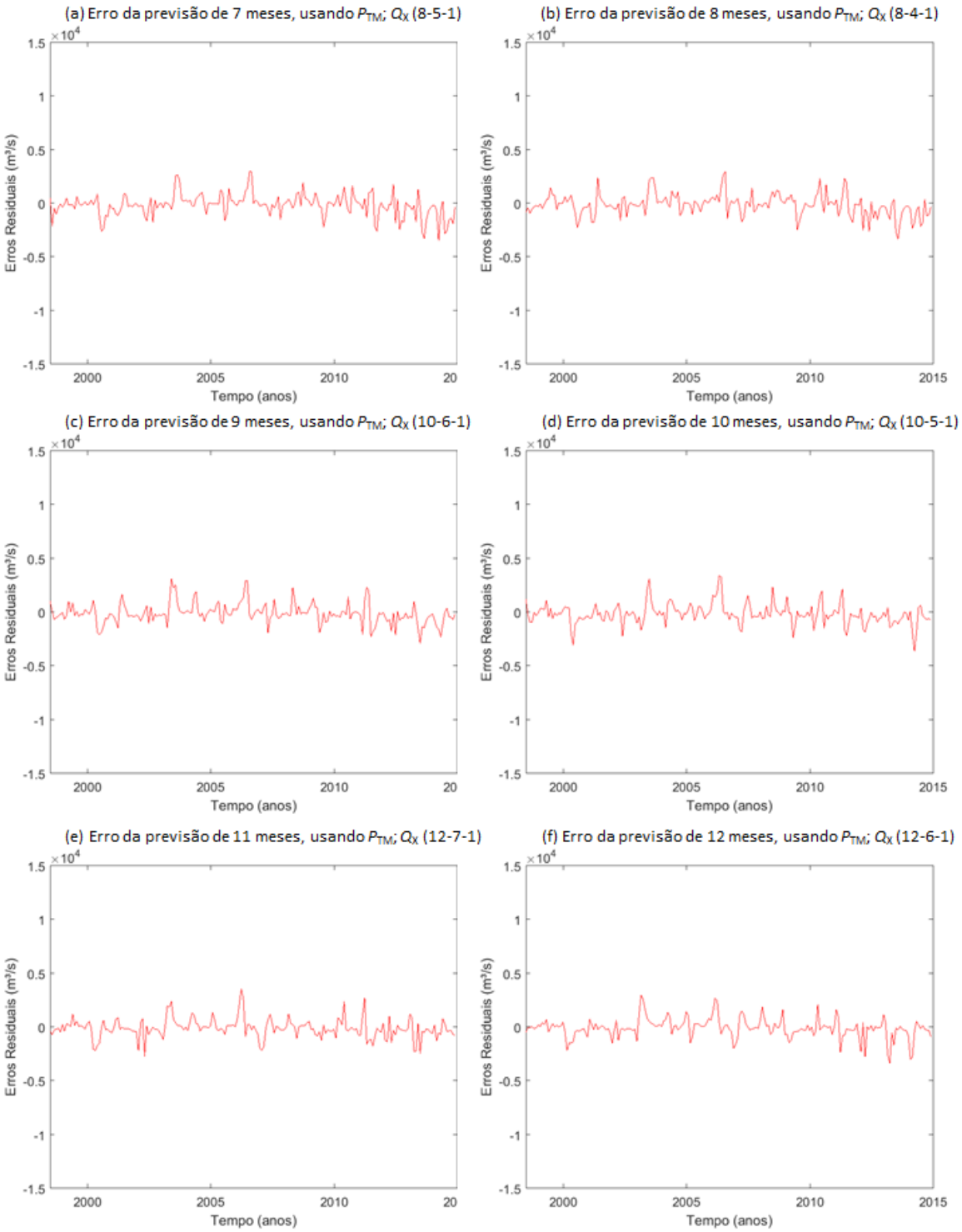


Figura 5.99 – Erros residuais para as previsões de (a) 7 meses, (b) 8 meses, (c) 9 meses, (d) 10 meses, (e) 11 meses e (f) 12 meses, utilizando o modelo proposto ($RNA_{mPQ \rightarrow Q}$).

5.2.3. Modelos Híbridos WRNA Tradicionais (Vazão → Vazão)

Assim como ocorreu para a previsão diária, transformou-se a série temporal mensal de vazão do reservatório de Xingó, usando as 5 *wavelets*-mãe. Em seguida, utilizou-se as aproximações até o 5 nível de decomposição para realizar a previsão das vazões neste reservatório com antecedência de 1 até 12 meses. Usualmente, utilizam-se as *wavelets*-mãe de db10 como encontrado em Honorato *et al.* (2018), neste modelo, como nos próximos descritos a seguir, além da wavelet-mãe db10, foram utilizadas a sym8, coif5, haar e dmey, esta última não existem trabalhos envolvendo-as para este tipo de previsão.

A arquitetura deste modelo foi a mesma do modelo tradicional RNA_{mX} (Tabela 5.10). Foram realizadas 300 simulações, variando as *wavelets*-mãe e as aproximações, a fim de escolher a melhor configuração para cada um dos 12 modelos, $WRNA_{1mX}$, ... , $WRNA_{12mX}$. A Tabela 5.14 mostra a melhor *wavelet*-mãe e a melhor aproximação, que devem ser utilizadas como entrada para cada modelo $WRNA_{dX}$, medidos através dos parâmetros estatísticos (*R*, *NSE*, *PBIAS*, *MAPE* e *RMSE*).

As Figuras 5.100 e 5.101 mostram os hidrogramas mensais para os todos os horizontes de previsão, para o período de 1 de janeiro de 1931 a 31 de dezembro de 2015, utilizando o modelo híbrido tradicional $WRNA_{mX}$. Estas figuras corroboram com as informações trazidas pelos parâmetros estatísticos da Tabela 5.14. Nota-se por estes hidrogramas de previsão que o modelo híbrido WRNA possui um desempenho mais homogêneo que o RNA tradicional, o que pode ser confirmado pelas Figuras 5.102 e 5.103, em que os erros residuais também demonstraram a maior eficácia dos modelos híbridos $WRNA_{mX.}$

Tabela 5.14 – Melhor *wavelet*-mãe e aproximação para entrada no modelo WRNA tradicional testado e seus índices de desempenhos

Modelo	Previsão (meses)	*Wavelet*-mãe	Aproximação	Índices de Desempenho				
				R	*NSE*	*PBIAS*	*MAPE*	*RMSE*
$WRNA_{1mX}$	1	dmey	A_2	0,8167	0,6668	-0,59%	34,08%	16,1167
$WRNA_{2mX}$	2	dmey	A_2	0,5386	0,2886	-2,80%	64,55%	76,5315
$WRNA_{3mX}$	3	db10	A_2	0,8713	0,7562	-4,02%	31,33%	110,0631
$WRNA_{4mX}$	4	dmey	A_2	0,8063	0,6409	-0,46%	41,08%	12,7145
$WRNA_{5mX}$	5	dmey	A_2	0,8324	0,6925	0,08%	30,34%	2,1292
$WRNA_{6mX}$	6	dmey	A_2	0,7957	0,6277	-4,74%	32,44%	129,6064
$WRNA_{7mX}$	7	db10	A_2	0,7537	0,5678	0,63%	37,72%	17,2372
$WRNA_{8mX}$	8	dmey	A_2	0,8349	0,6931	-4,39%	34,66%	120,3441
$WRNA_{9mX}$	9	dmey	A_2	0,8424	0,7094	-0,89%	30,64%	24,3448
$WRNA_{10mX}$	10	db10	A_2	0,7835	0,6126	-1,32%	33,58%	36,0075
$WRNA_{11mX}$	11	dmey	A_2	0,8276	0,6846	-1,31%	35,00%	35,7659
$WRNA_{12mX}$	12	dmey	A_2	0,7939	0,6263	-4,09%	34,72%	111,5420

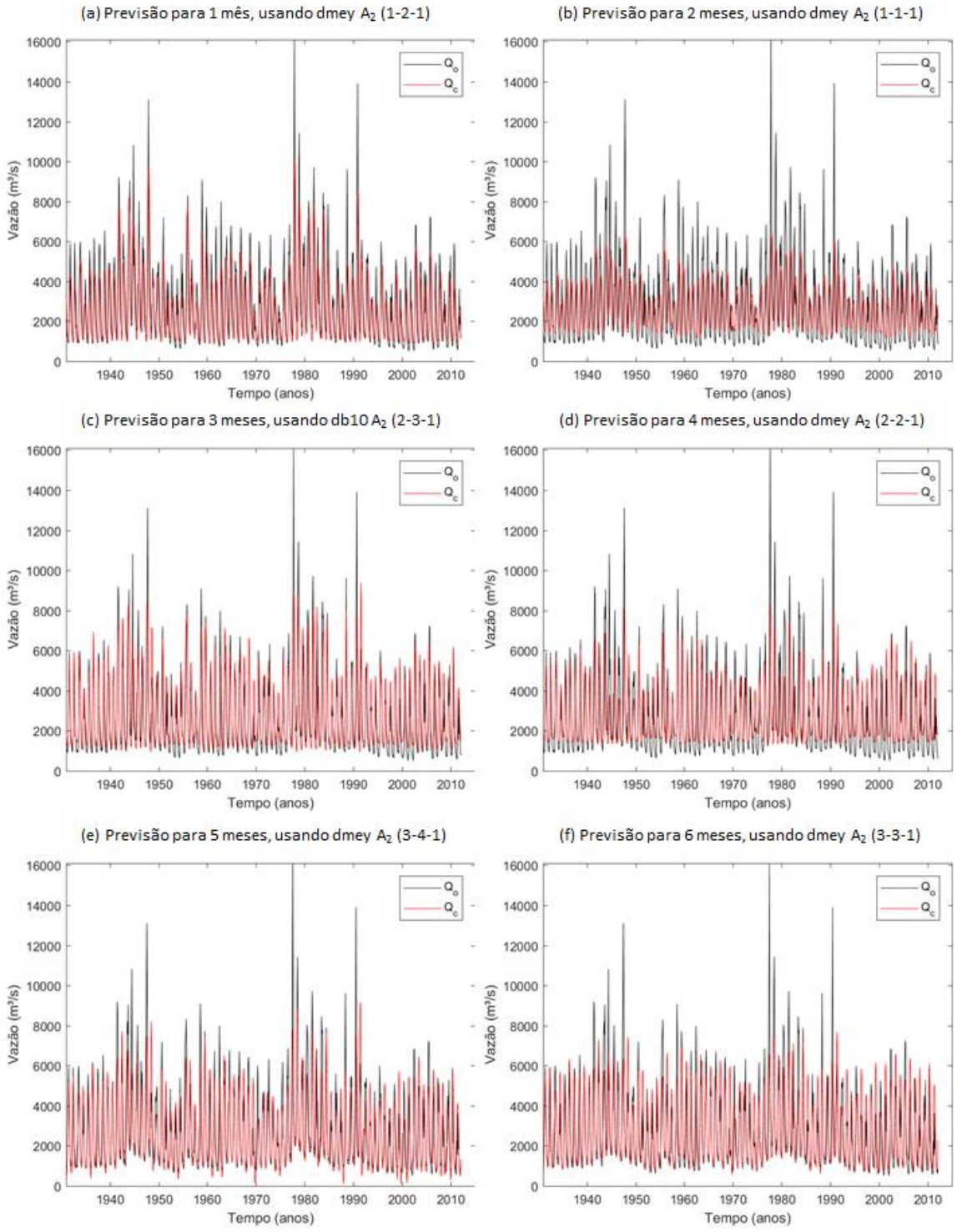


Figura 5.100 – Hidrogramas mensais de previsão com (a) 1 mês, (b) 2 meses, (c) 3 meses, (d) 4 meses, (e) 5 meses e (f) 6 meses de antecedência, utilizando o modelo híbrido tradicional ($WRNA_{mX}$).

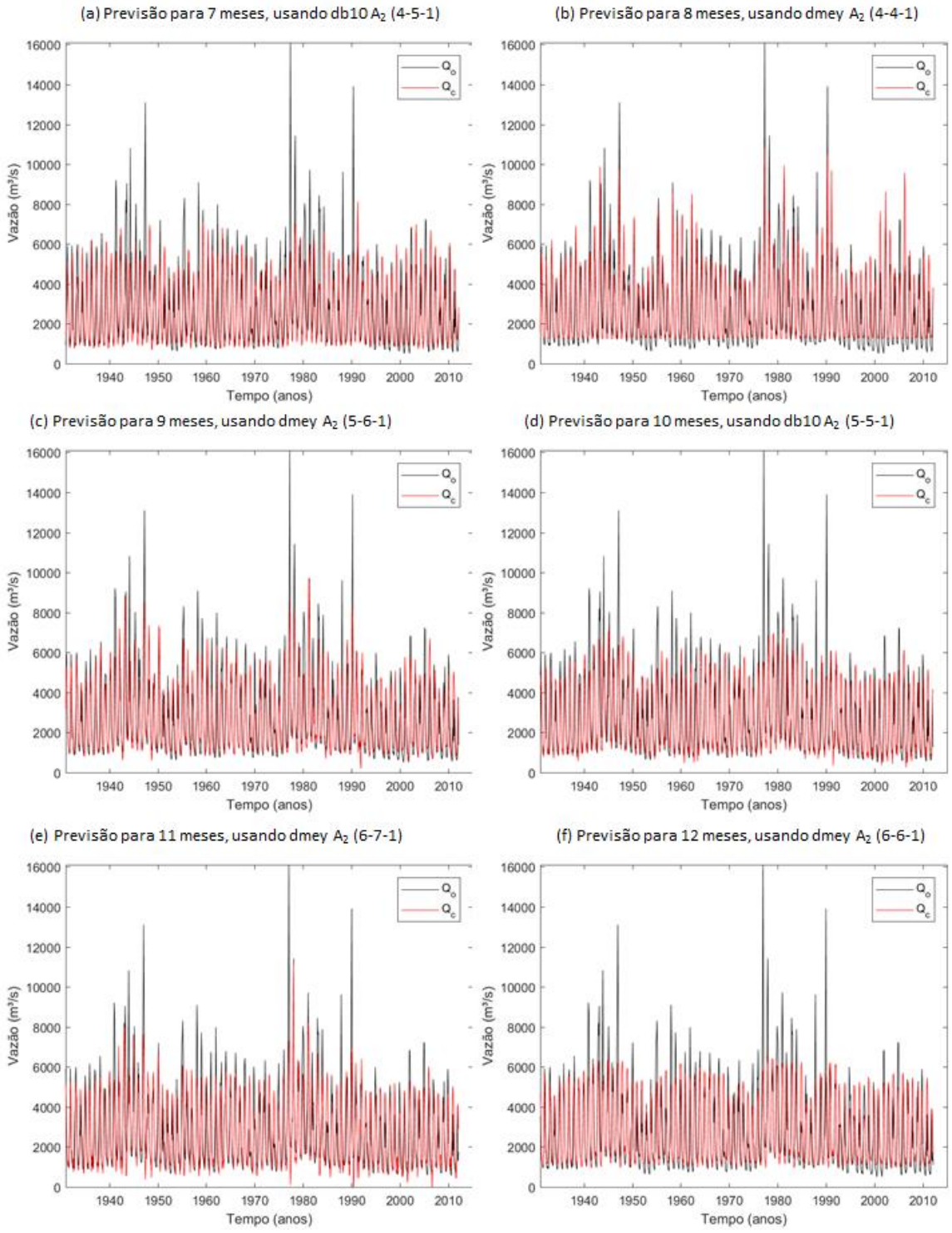


Figura 5.101 – Hidrogramas mensais de previsão com (a) 7 meses, (b) 8 meses, (c) 9 meses, (d) 10 meses, (e) 11 meses e (f) 12 meses de antecedência, utilizando o modelo híbrido tradicional ($WRNA_{mX}$).

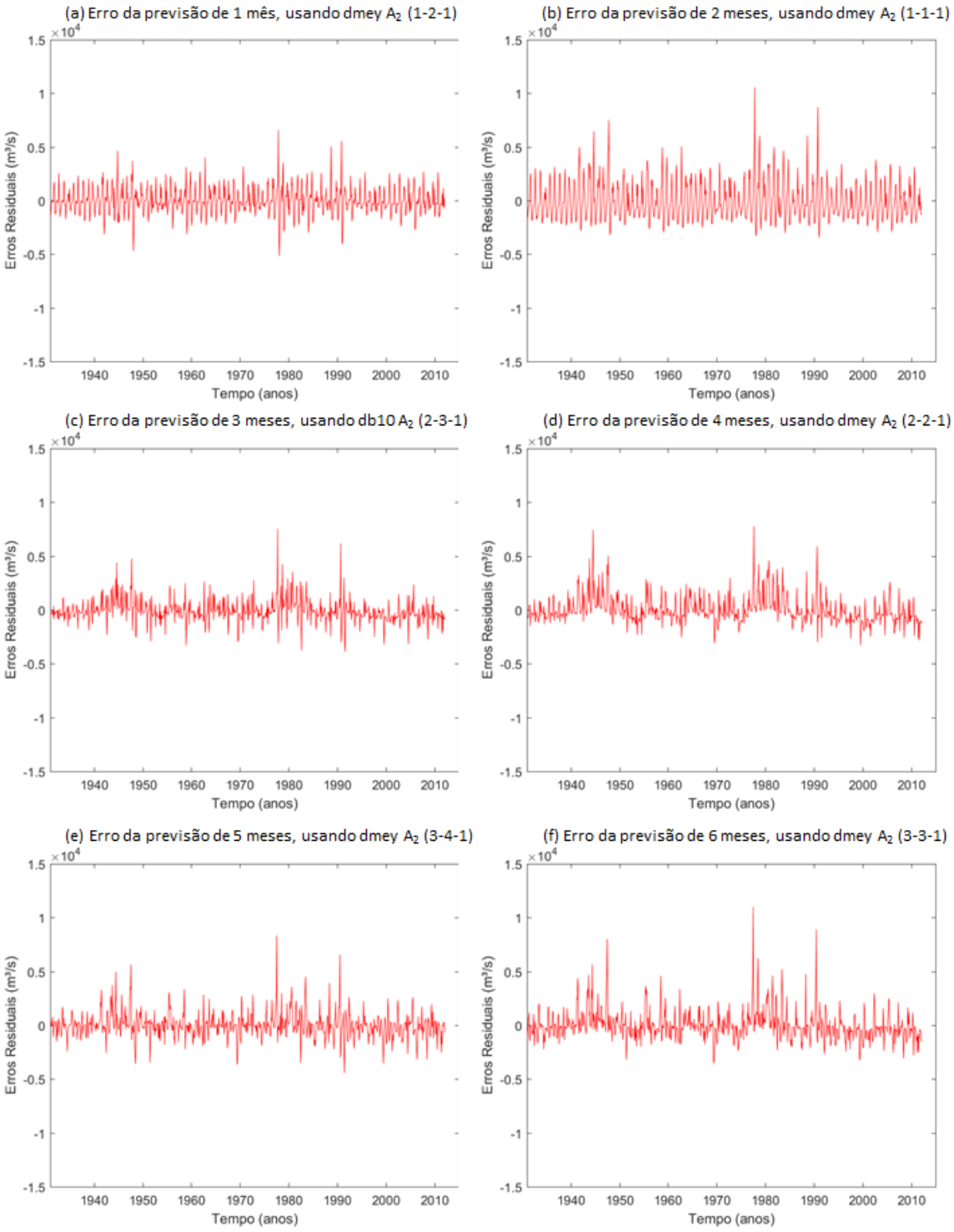


Figura 5.102 – Erros residuais para as previsões de (a) 1 mês, (b) 2 meses, (c) 3 meses, (d) 4 meses, (e) 5 meses e (f) 6 meses, utilizando o modelo híbrido tradicional ($WRNA_{mX}$).

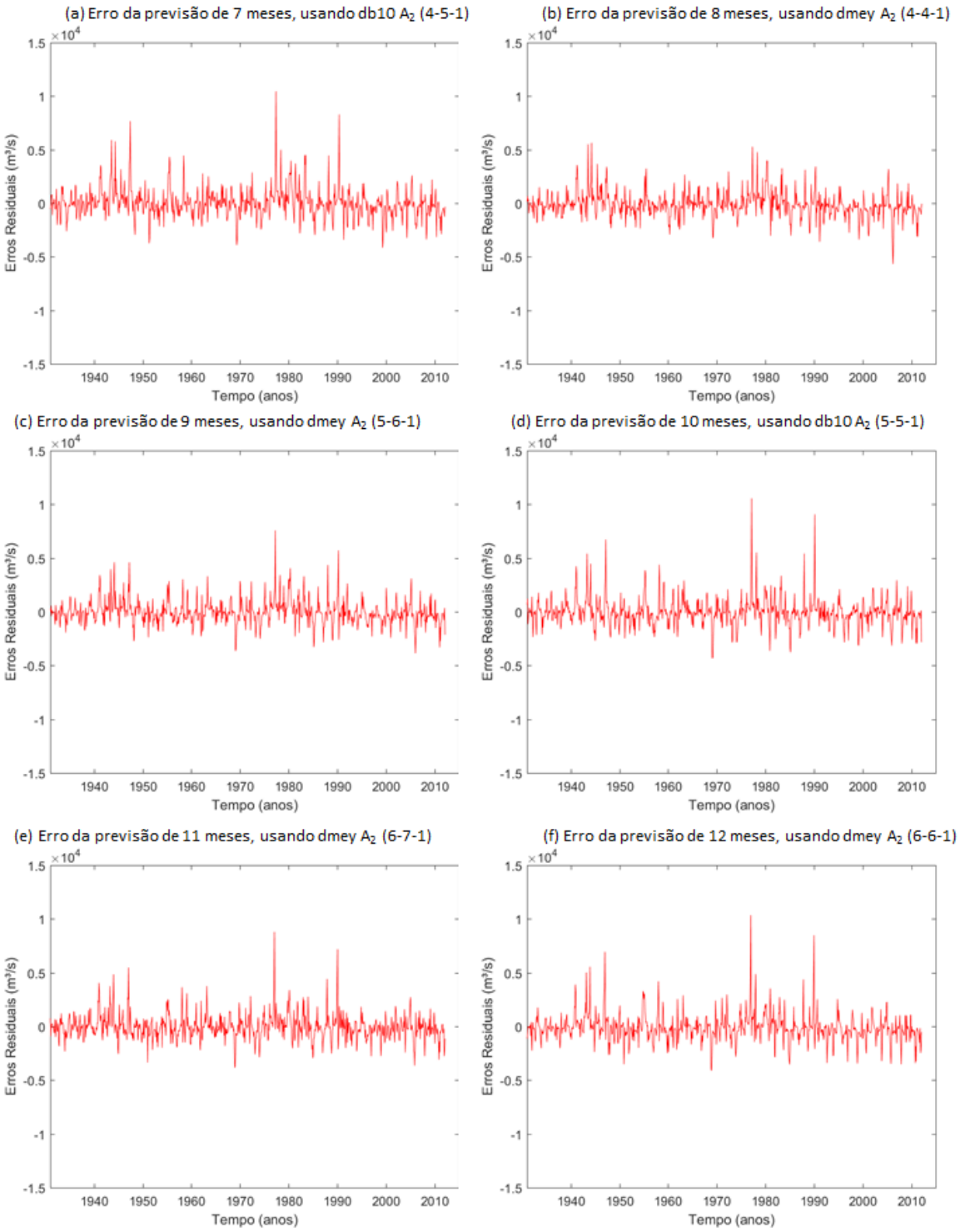


Figura 5.103 – Erros residuais para as previsões de (a) 7 meses, (b) 8 meses, (c) 9 meses, (d) 10 meses, (e) 11 meses e (f) 12 meses, utilizando o modelo híbrido tradicional ($WRNA_{mX}$).

5.2.4. Modelos Híbridos WRNA Propostos

Como já mencionado anteriormente, foram propostos 3 modelos híbridos mensais, variando as variáveis de entrada.

O primeiro, $WRNA_{mQ\rightarrow Q}$, utilizou as aproximações dos dados mensais dos reservatórios a montante, bem como as combinações das aproximações destes reservatórios para a entrada na rede. A arquitetura deste modelo foi dada pela mesma arquitetura do modelo $RNA_{mQ\rightarrow Q}$, (Tabela 5.11). Após 6000 simulações, obtem-se a melhor wavelet-mãe e aproximação para estes modelos, as quais podem ser observadas na Tabela 5.15. Os hidrogramas mensais deste modelo encontram-se nas Figuras 5.104 e 5.105 e os erros residuais destas previsões são mostradas nas Figuras 5.106 e 5.107.

Tabela 5.15 – Melhor *wavelet*-mãe e aproximação para entrada no modelo híbrido $WRNA_{mQ\rightarrow Q}$ e seus índices de desempenhos

Modelo	Previsão (meses)	*Wavelet*-mãe	Aproximação	Índices de Desempenho				
				R	*NSE*	*PBIAS*	*MAPE*	*RMSE*
$WRNA_{1mQ\rightarrow Q}$	1	db10	A_1	0,9149	0,8369	-0,30%	24,72%	8,1463
$WRNA_{2mQ\rightarrow Q}$	2	db10	A_2	0,7507	0,5596	-4,25%	44,24%	116,1790
$WRNA_{3mQ\rightarrow Q}$	3	dmey	A_2	0,9004	0,8088	-3,12%	30,57%	85,2883
$WRNA_{4mQ\rightarrow Q}$	4	dmey	A_2	0,8154	0,6485	2,63%	37,94%	72,0046
$WRNA_{5mQ\rightarrow Q}$	5	dmey	A_2	0,8537	0,7266	-2,16%	28,74%	59,1877
$WRNA_{6mQ\rightarrow Q}$	6	dmey	A_2	0,7625	0,5753	0,41%	37,94%	11,2210
$WRNA_{7mQ\rightarrow Q}$	7	dmey	A_2	0,8878	0,7865	-3,10%	29,31%	84,7001
$WRNA_{8mQ\rightarrow Q}$	8	coif5	A_2	0,8117	0,6583	-1,70%	32,74%	46,6684
$WRNA_{9mQ\rightarrow Q}$	9	dmey	A_2	0,8660	0,7497	-0,53%	31,30%	14,6475
$WRNA_{10mQ\rightarrow Q}$	10	dmey	A_2	0,7980	0,6362	-0,49%	37,31%	13,3975
$WRNA_{11mQ\rightarrow Q}$	11	db10	A_2	0,8103	0,6565	0,71%	33,15%	19,2997
$WRNA_{12mQ\rightarrow Q}$	12	dmey	A_2	0,7959	0,6334	-0,50%	36,05%	13,7376

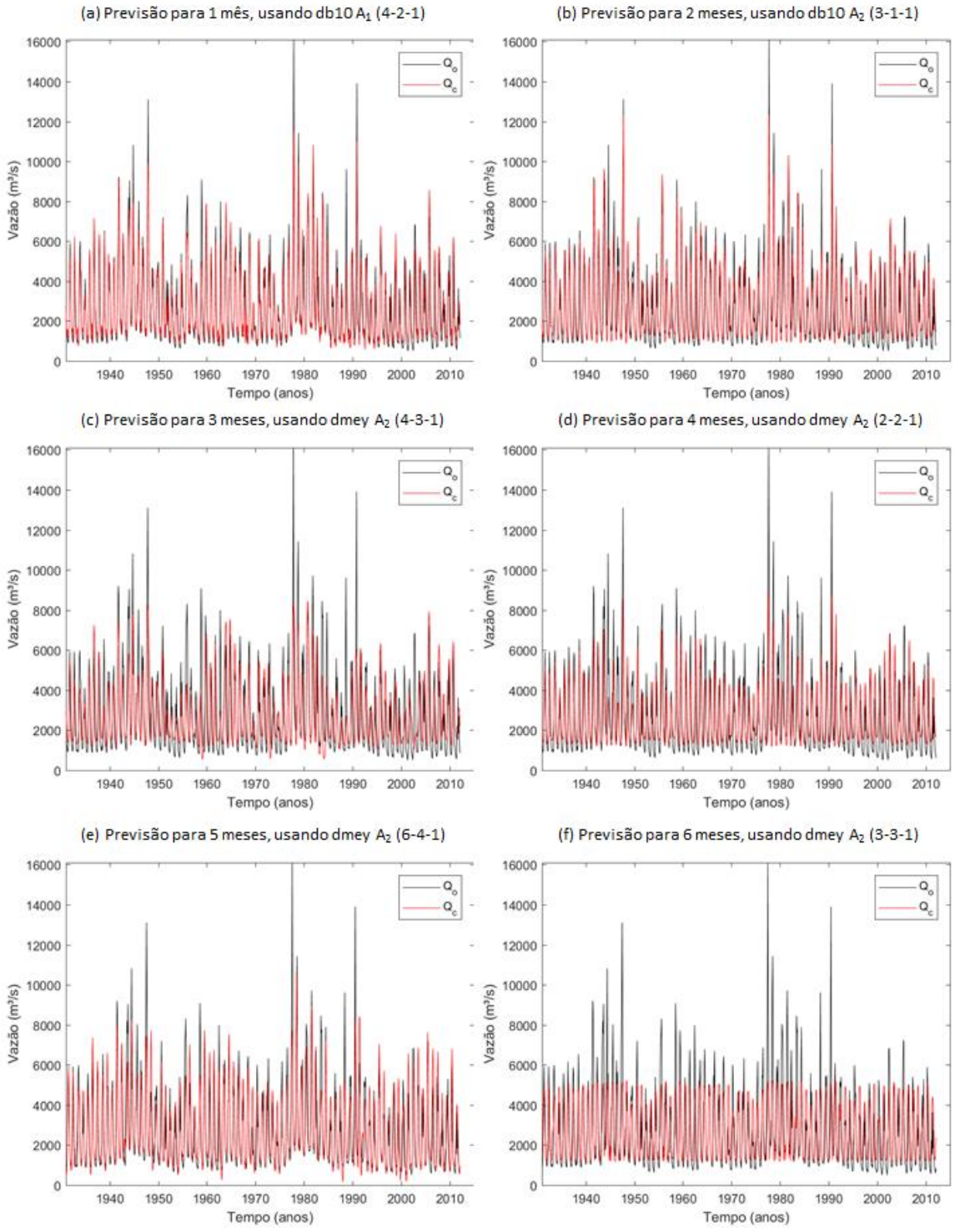


Figura 5.104 – Hidrogramas mensais de previsão com (a) 1 mês, (b) 2 meses, (c) 3 meses, (d) 4 meses, (e) 5 meses e (f) 6 meses de antecedência, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{mQ \rightarrow Q}$).

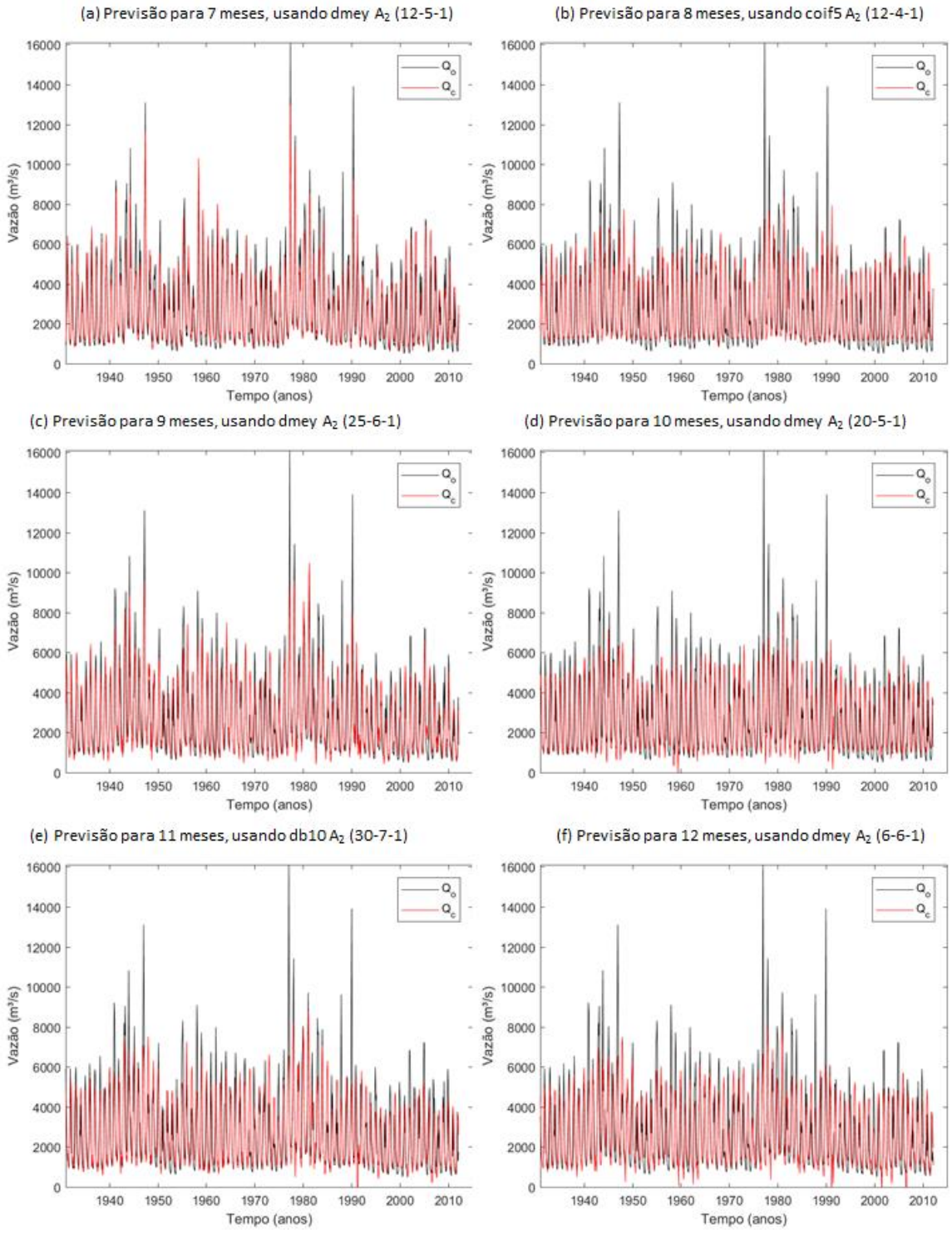


Figura 5.105 – Hidrogramas mensais de previsão com (a) 7 meses, (b) 8 meses, (c) 9 meses, (d) 10 meses, (e) 11 meses e (f) 12 meses de antecedência, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{mQ \rightarrow Q}$).

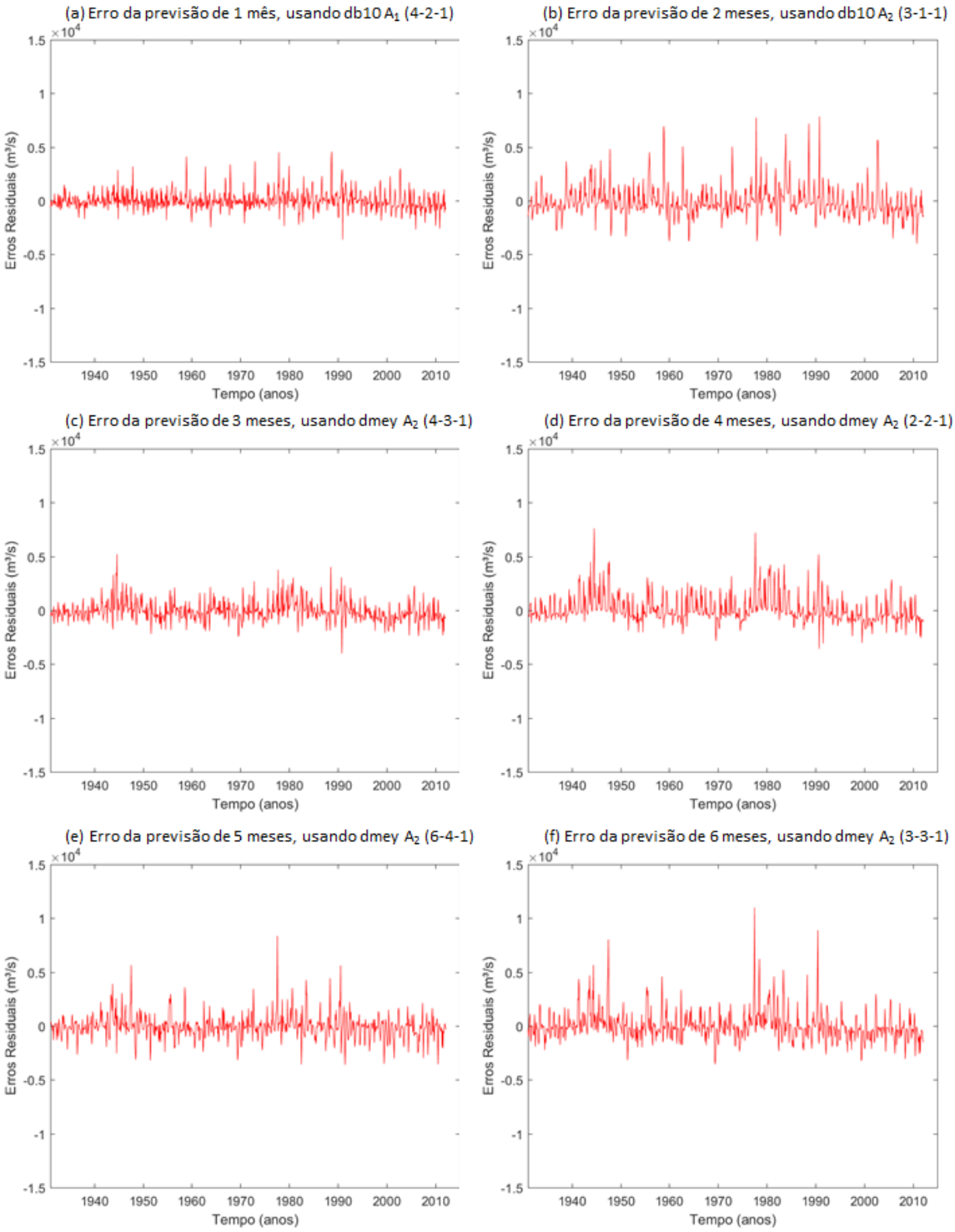


Figura 5.106 – Erros residuais para as previsões de (a) 1 mês, (b) 2 meses, (c) 3 meses, (d) 4 meses, (e) 5 meses e (f) 6 meses, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{mQ \rightarrow Q}$).

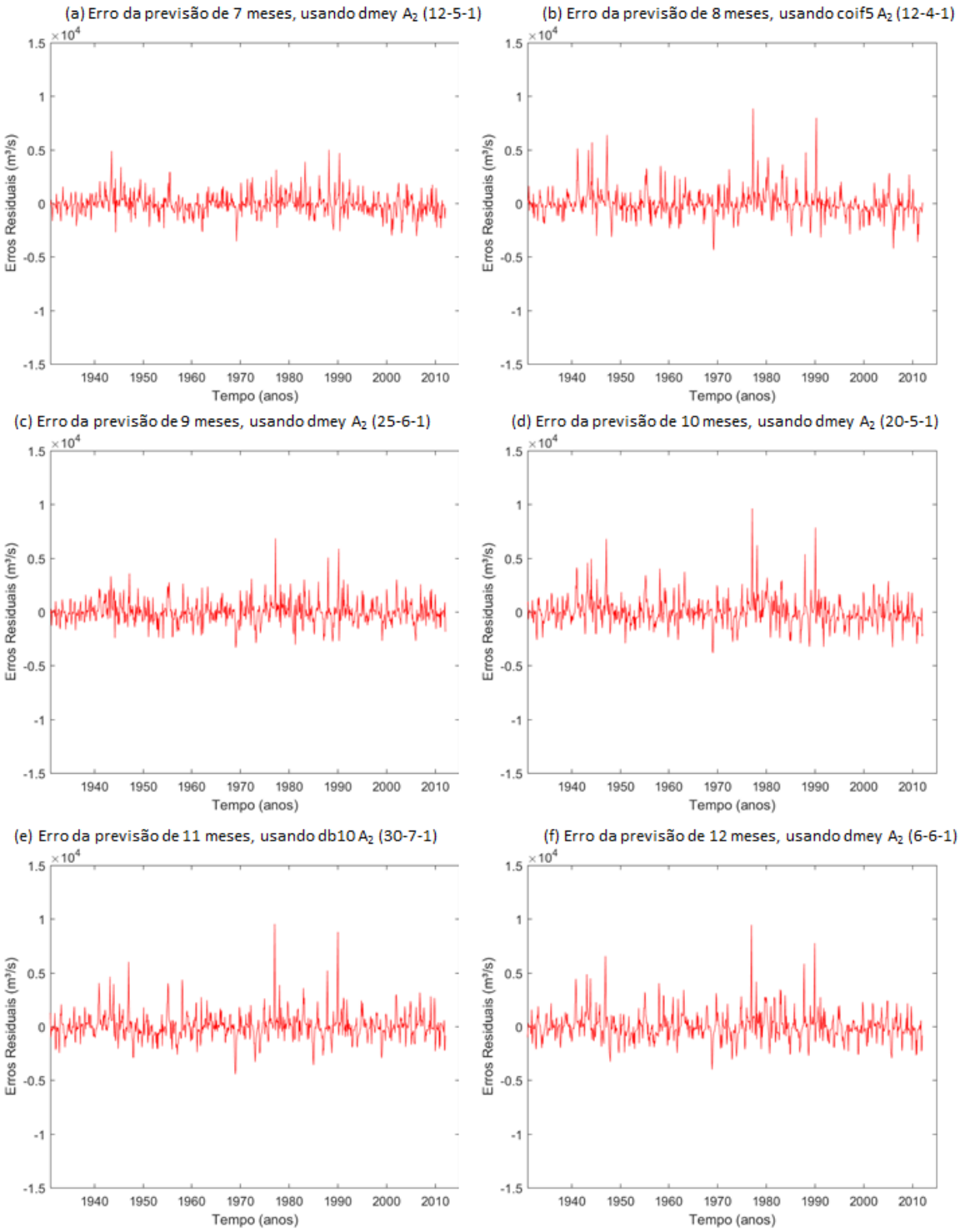


Figura 5.107 – Erros residuais para as previsões de (a) 7 meses, (b) 8 meses, (c) 9 meses, (d) 10 meses, (e) 11 meses e (f) 12 meses, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{mQ \rightarrow Q}$).

Os outros dois modelos mensais propostos, baseiam-se na chuva mensal do reservatório mais a montante para a previsão da vazão do reservatório mais a jusante, tendo seus dados de precipitação tratados através da transformada *wavelet* ($WRNA_{mP\rightarrow Q}$), baseando-se na arquitetura do modelo proposto $RNA_{mP\rightarrow Q}$ (Tabela 5.12) e o outro utilizou além da precipitação do reservatório mais a montante, a vazão do reservatório a ser previsto, sendo ambos os dados transformados pelas cinco wavelet-mãe estudadas ($WRNA_{mPQ\rightarrow Q}$), sendo sua arquitetura baseado no modelo regular proposto $RNA_{mP\rightarrow Q}$ (Tabela 5.13).

Após 6000 simulações, obtem-se a melhor wavelet-mãe e aproximação para estes modelos, as quais podem ser observadas na Tabela 5.16.

Os hidrogramas mensais destes modelos encontram-se nas Figuras 5.108 e 5.109, para o modelo $WRNA_{mP\rightarrow Q}$, e nas Figuras 5.112 e 5.113 para o modelo $WRNA_{mPQ\rightarrow Q}$. Os erros residuais destas previsões são mostrados nas Figuras 5.110 e 5.111 (modelo $WRNA_{mP\rightarrow Q}$) e Figuras 5.114 e 5.115 (modelo $WRNA_{mPQ\rightarrow Q}$).

Já na Figura 5.116, encontra-se uma comparação entre a eficácia de cada modelo mensal avaliado para cada horizonte de previsão, baseando-se nos índices R, NSE e MAPE, variando de vermelho escuro a verde escuro, do pior para o melhor, respectivamente. Nota-se que o modelo híbrido proposto $WRNA_{mPQ\rightarrow Q}$ obteve a melhor performance entre todos os modelos avaliados, incluindo o híbrido tradicional, para todos os horizontes de previsão, isto pode ser confirmado através do diagrama de Taylor (Figura 5.117).

Tabela 5.16 – Melhor *wavelet*-mãe e aproximação para entrada nos modelos híbridos $WRNA_{mP\rightarrow Q}$ e $WRNA_{mP\rightarrow Q}$ com seus índices de desempenhos

Modelo	Previsão (meses)	*Wavelet*-Mãe	Aproximação	Índices de Desempenho				
				R	*NSE*	*PBIAS*	*MAPE*	*RMSE*
$WRNA_{1mP\rightarrow Q}$	1	coif5	A_1	0,9441	0,8910	-1,09%	19,61%	22,7157
$WRNA_{2mP\rightarrow Q}$	2	dmey	A_2	0,9030	0,8145	-0,21%	24,82%	4,4245
$WRNA_{3mP\rightarrow Q}$	3	dmey	A_2	0,9022	0,8138	-0,99%	24,17%	20,7045
$WRNA_{4mP\rightarrow Q}$	4	dmey	A_2	0,8934	0,7973	-2,11%	29,23%	44,3130
$WRNA_{5mP\rightarrow Q}$	5	dmey	A_2	0,8748	0,7636	-2,60%	25,89%	54,9278
$WRNA_{6mP\rightarrow Q}$	6	db10	A_3	0,8167	0,6670	0,29%	35,74%	6,1101
$WRNA_{7mP\rightarrow Q}$	7	dmey	A_3	0,8062	0,6419	1,33%	39,03%	27,8662
$WRNA_{8mP\rightarrow Q}$	8	db10	A_2	0,8641	0,7433	-3,11%	27,47%	64,7798
$WRNA_{9mP\rightarrow Q}$	9	dmey	A_2	0,8209	0,6698	-4,75%	38,12%	98,7466
$WRNA_{10mP\rightarrow Q}$	10	db10	A_2	0,8583	0,7338	2,06%	30,73%	42,4246
$WRNA_{11mP\rightarrow Q}$	11	dmey	A_4	0,8919	0,7860	-2,99%	35,84%	61,3563
$WRNA_{12mP\rightarrow Q}$	12	db10	A_2	0,8487	0,7199	-1,18%	32,11%	24,1618
$WRNA_{1mPQ\rightarrow Q}$	1	sym8	A_1	0,8961	0,8017	-2,65%	27,28%	55,4707
$WRNA_{2mPQ\rightarrow Q}$	2	sym8	A_2	0,8865	0,7855	-1,35%	25,79%	28,3309
$WRNA_{3mPQ\rightarrow Q}$	3	dmey	A_2	0,9039	0,8165	-1,67%	26,14%	34,9522
$WRNA_{4mPQ\rightarrow Q}$	4	dmey	A_2	0,8713	0,7563	-3,90%	30,11%	82,0826
$WRNA_{5mPQ\rightarrow Q}$	5	dmey	A_2	0,8785	0,7716	-0,58%	26,72%	12,2576
$WRNA_{6mPQ\rightarrow Q}$	6	dmey	A_2	0,8474	0,7126	-5,01%	31,71%	105,6397
$WRNA_{7mPQ\rightarrow Q}$	7	coif5	A_2	0,8449	0,7137	-0,29%	30,28%	6,1257
$WRNA_{8mPQ\rightarrow Q}$	8	dmey	A_2	0,8310	0,6884	-0,50%	33,50%	10,4660
$WRNA_{9mPQ\rightarrow Q}$	9	sym8	A_2	0,8276	0,6815	-4,45%	34,48%	92,4585
$WRNA_{10mPQ\rightarrow Q}$	10	sym8	A_2	0,8053	0,6451	-1,24%	35,20%	25,4912
$WRNA_{11mPQ\rightarrow Q}$	11	sym8	A_2	0,7841	0,6017	-0,83%	42,11%	17,0595
$WRNA_{12mPQ\rightarrow Q}$	12	haar	A_1	0,8033	0,6376	-3,82%	36,33%	78,1433

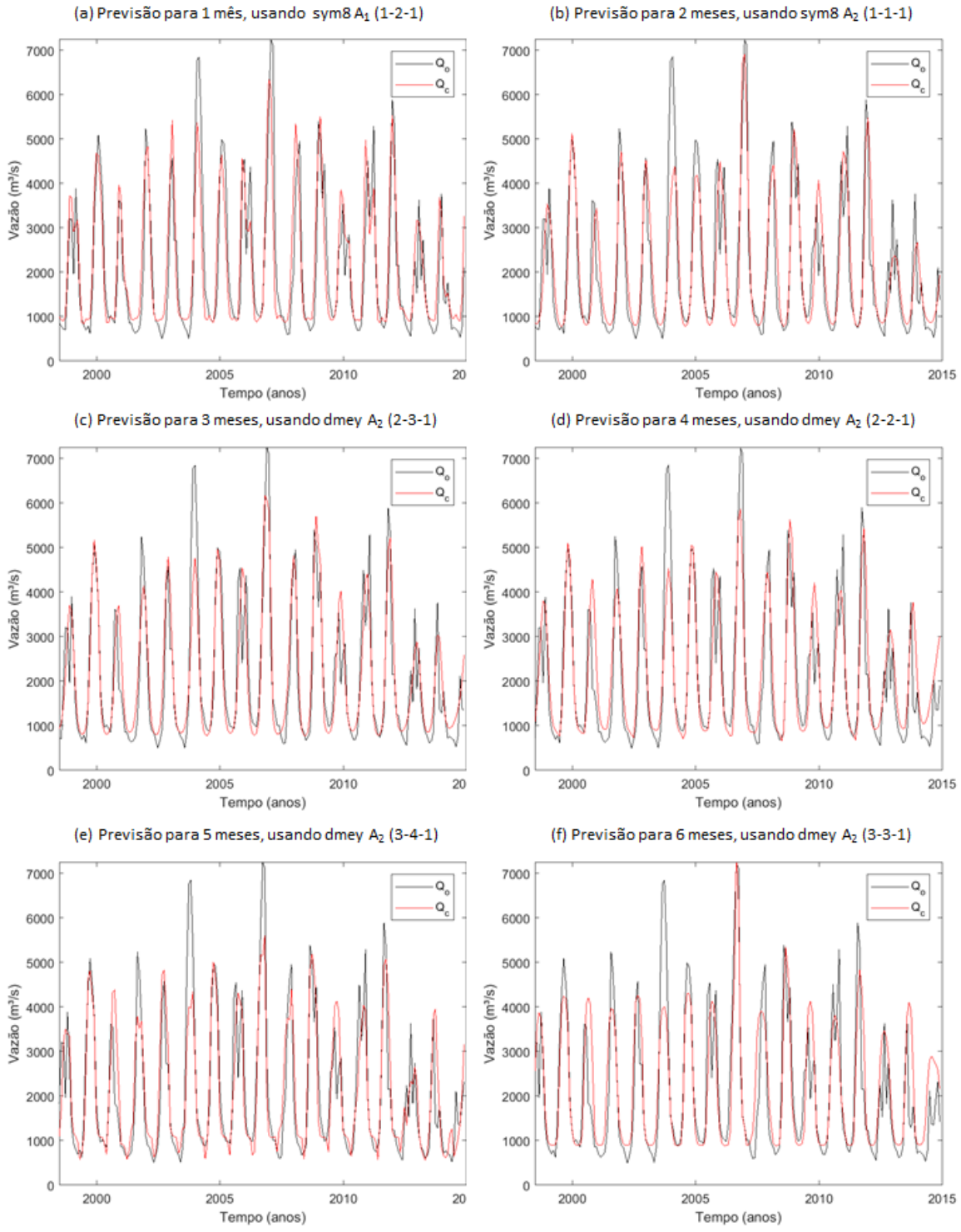


Figura 5.108 – Hidrogramas mensais de previsão com (a) 1 mês, (b) 2 meses, (c) 3 meses, (d) 4 meses, (e) 5 meses e (f) 6 meses de antecedência, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{mP\rightarrow Q}$).

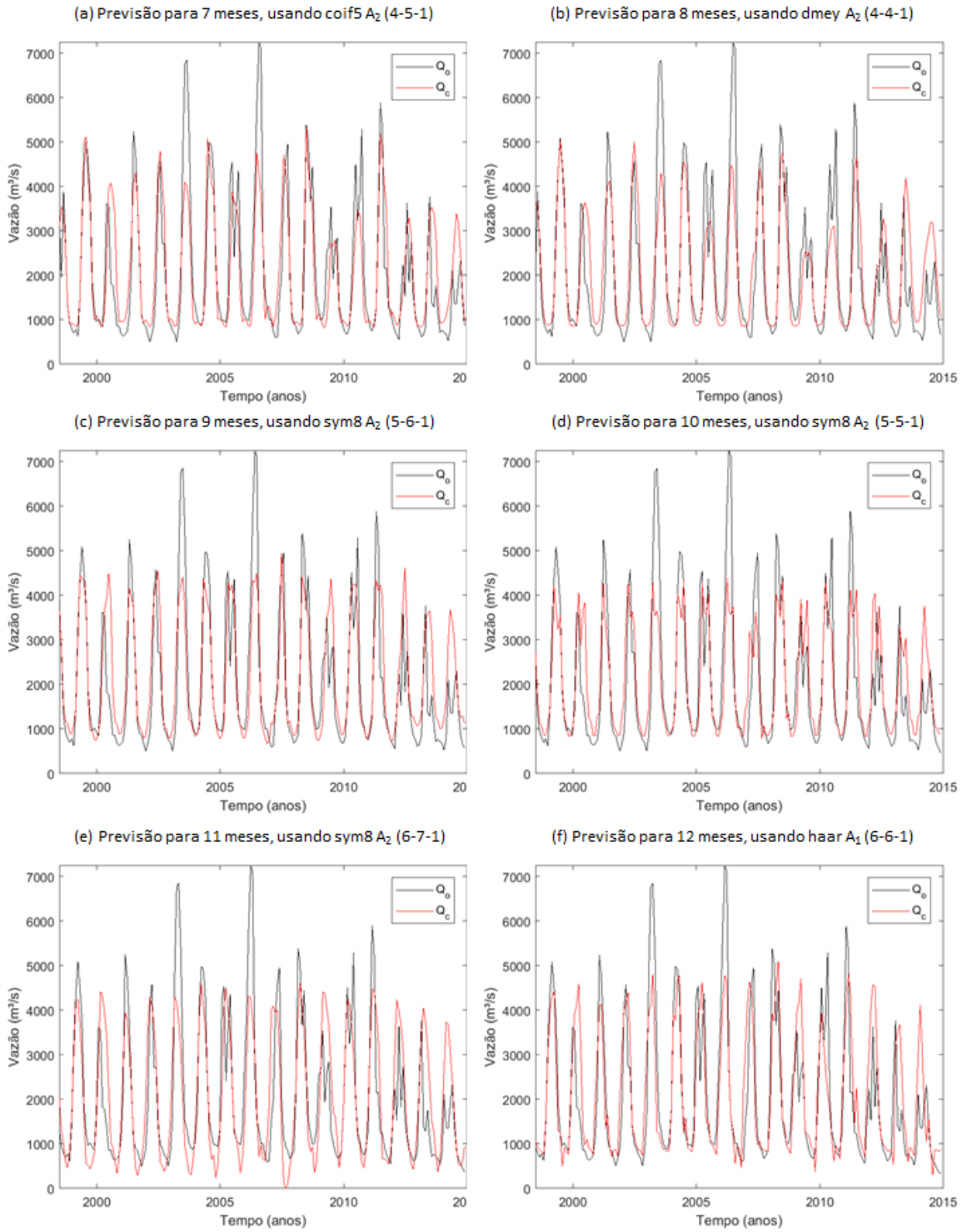


Figura 5.109 – Hidrogramas mensais de previsão com (a) 7 meses, (b) 8 meses, (c) 9 meses, (d) 10 meses, (e) 11 meses e (f) 12 meses de antecedência, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{mP \rightarrow Q}$).

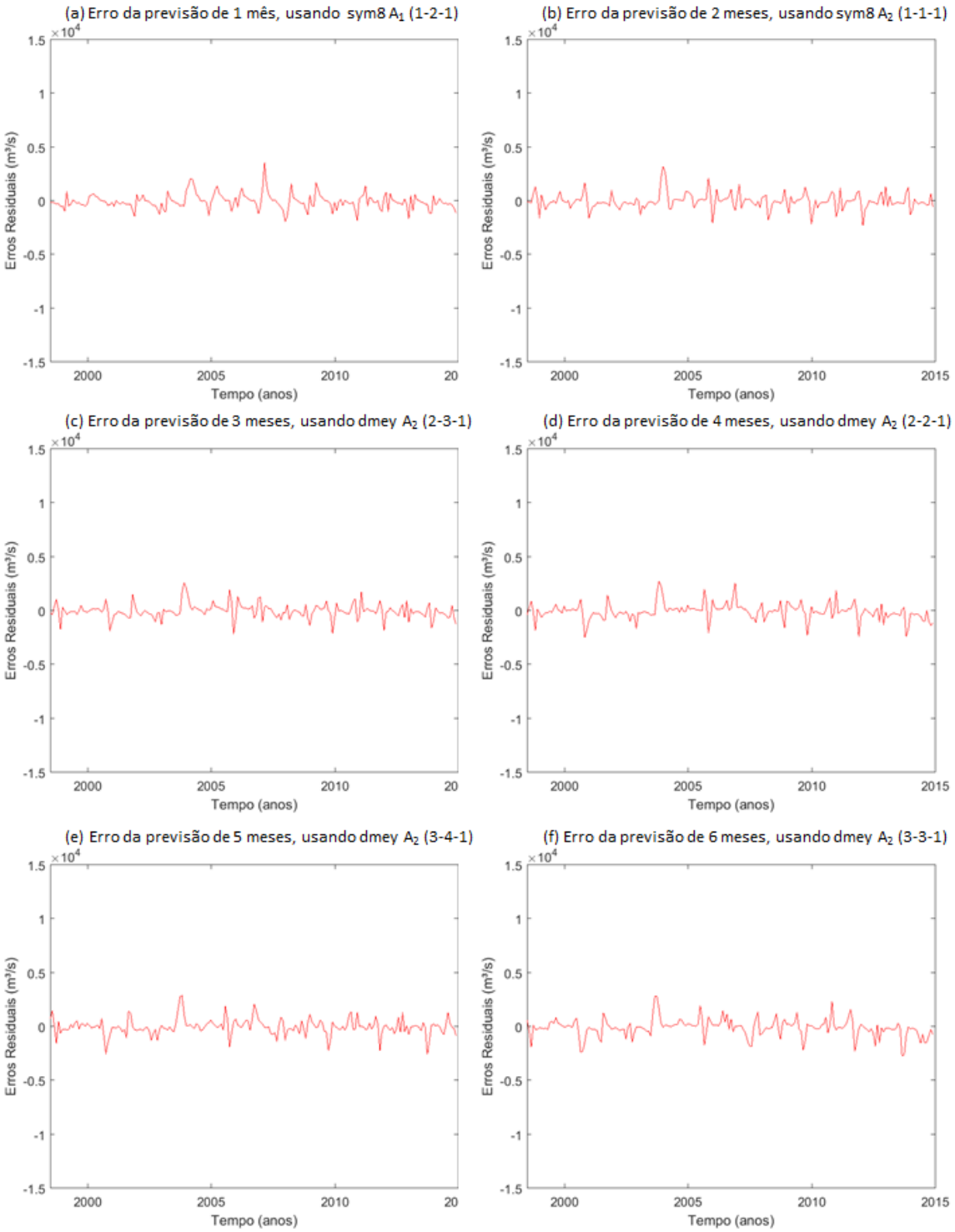


Figura 5.110 – Erros residuais para as previsões de (a) 1 mês, (b) 2 meses, (c) 3 meses, (d) 4 meses, (e) 5 meses e (f) 6 meses, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{mP\rightarrow Q}$).

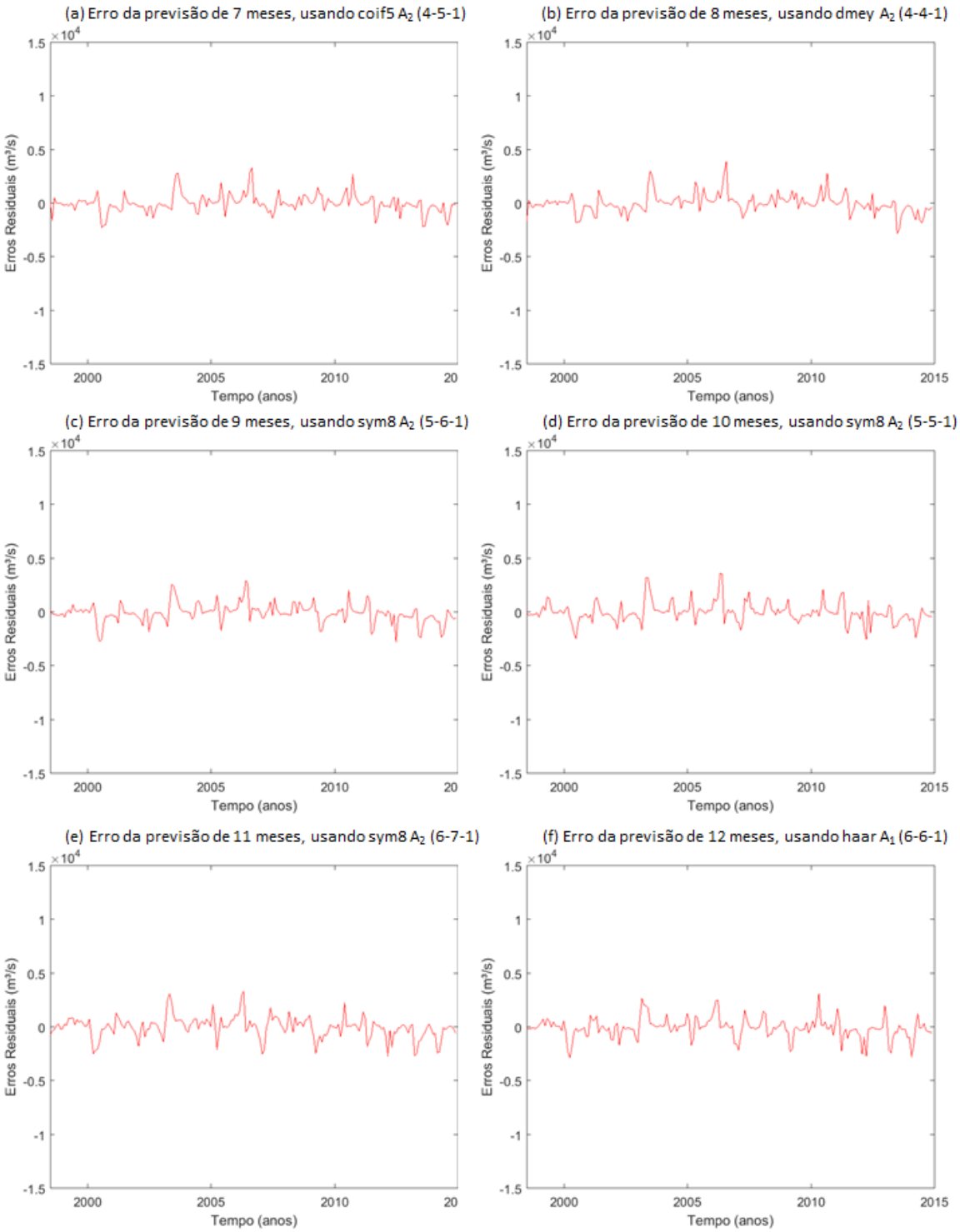


Figura 5.111 – Erros residuais para as previsões de (a) 7 meses, (b) 8 meses, (c) 9 meses, (d) 10 meses, (e) 11 meses e (f) 12 meses, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{mP\rightarrow Q}$).

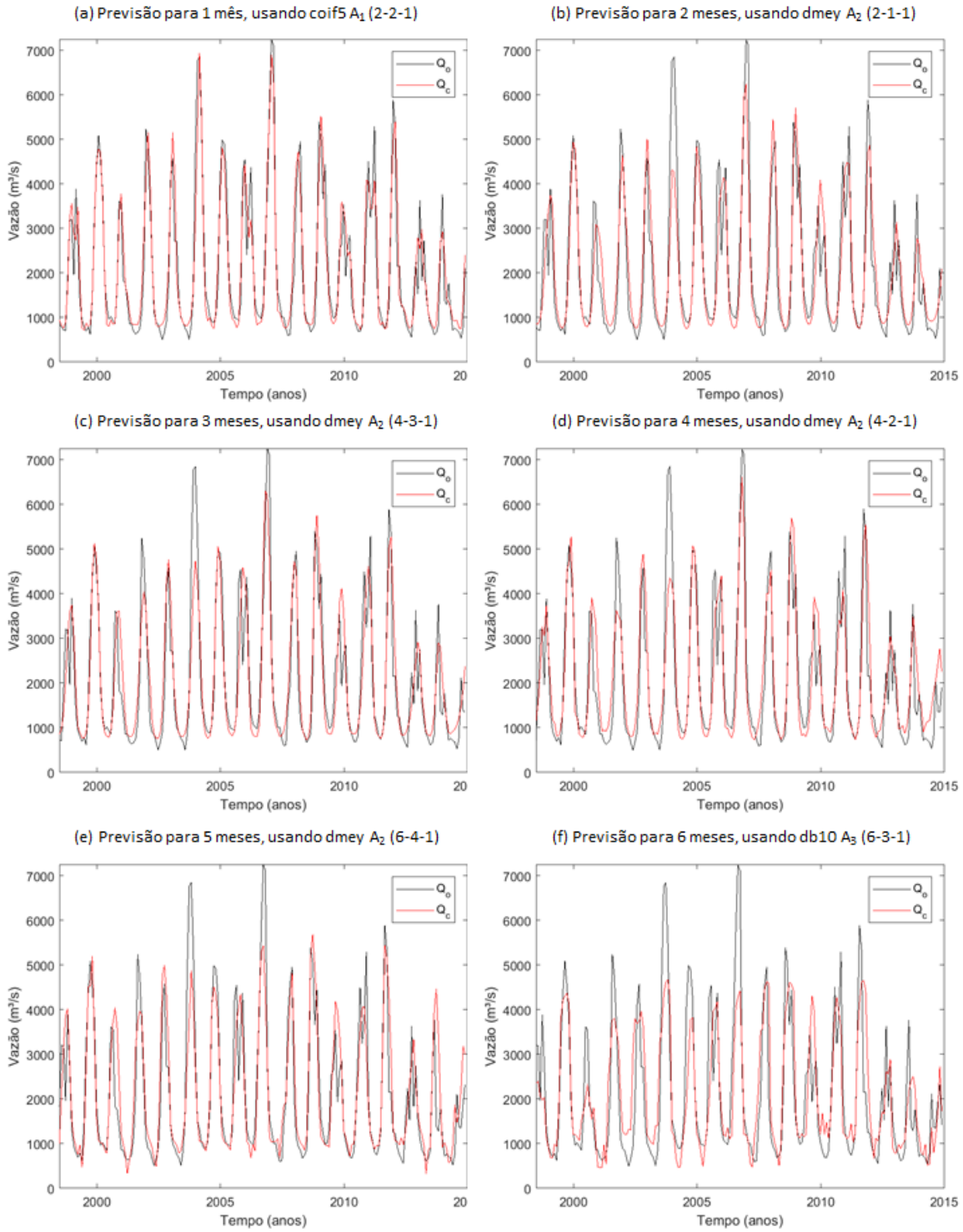


Figura 5.112 – Hidrogramas mensais de previsão com (a) 1 mês, (b) 2 meses, (c) 3 meses, (d) 4 meses, (e) 5 meses e (f) 6 meses de antecedência, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{mPQ \rightarrow Q}$).

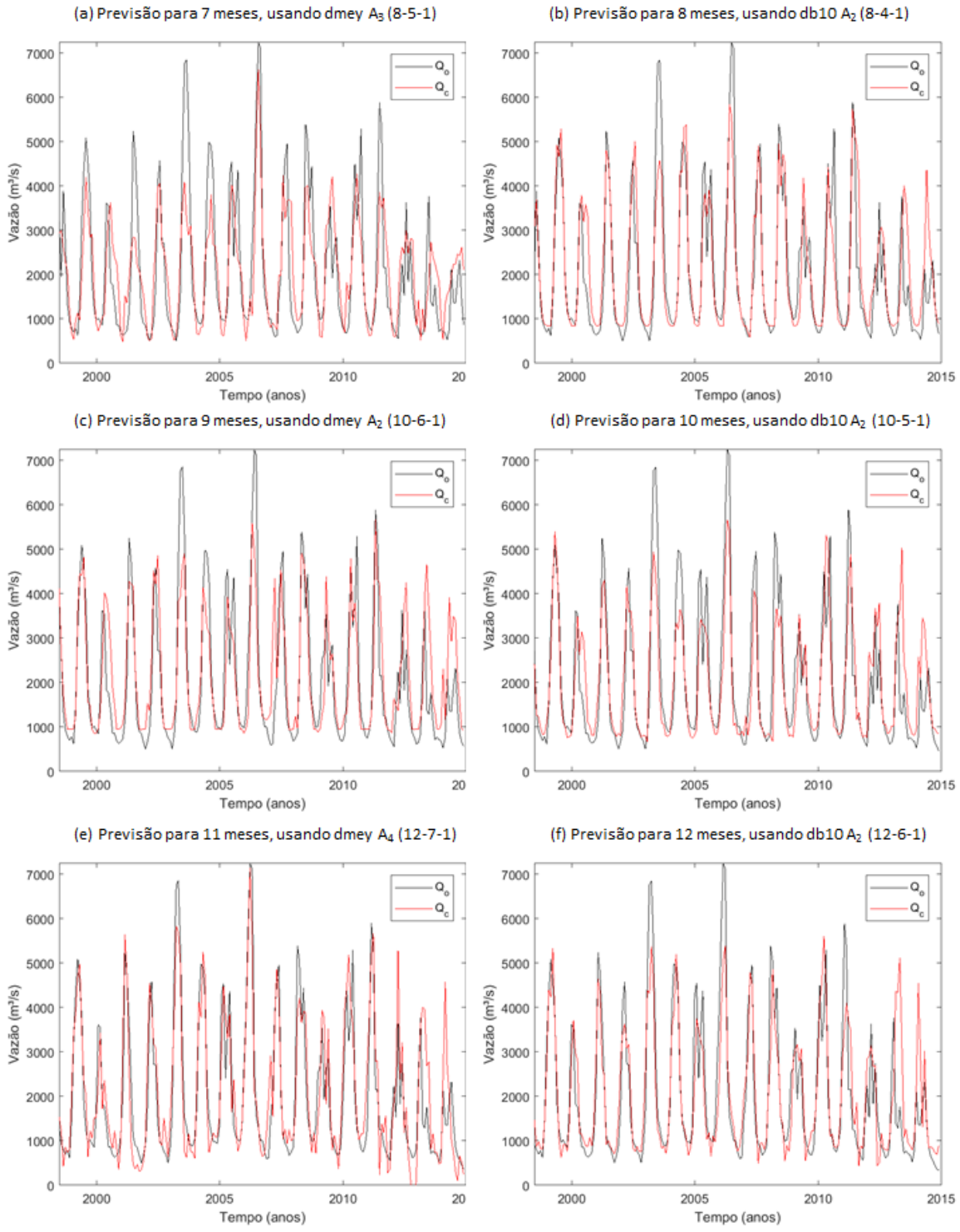


Figura 5.113 – Hidrogramas mensais de previsão com (a) 7 meses, (b) 8 meses, (c) 9 meses, (d) 10 meses, (e) 11 meses e (f) 12 meses de antecedência, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{mPQ \rightarrow Q}$).

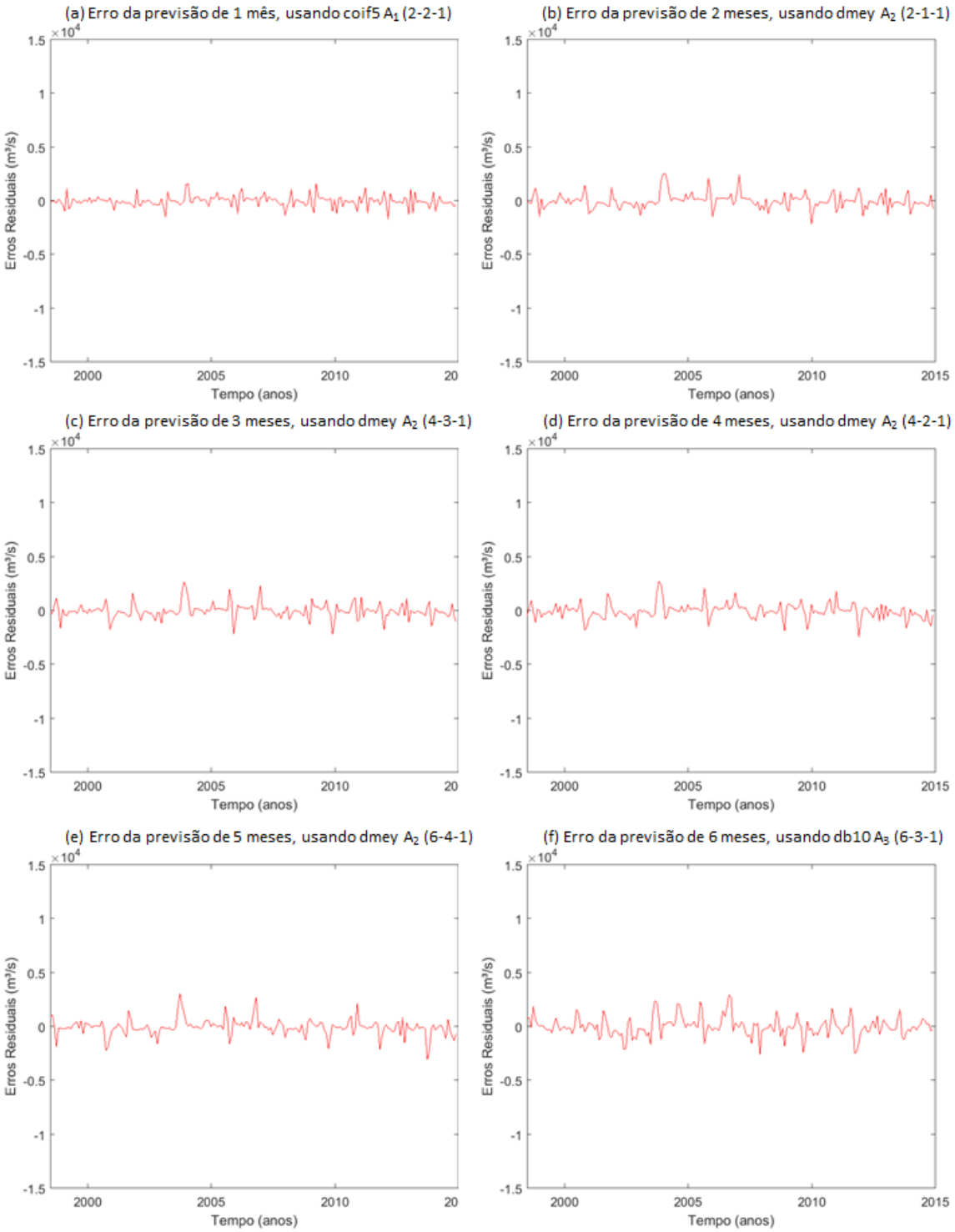


Figura 5.114 – Erros residuais para as previsões de (a) 1 mês, (b) 2 meses, (c) 3 meses, (d) 4 meses, (e) 5 meses e (f) 6 meses, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{mPQ \rightarrow Q}$).

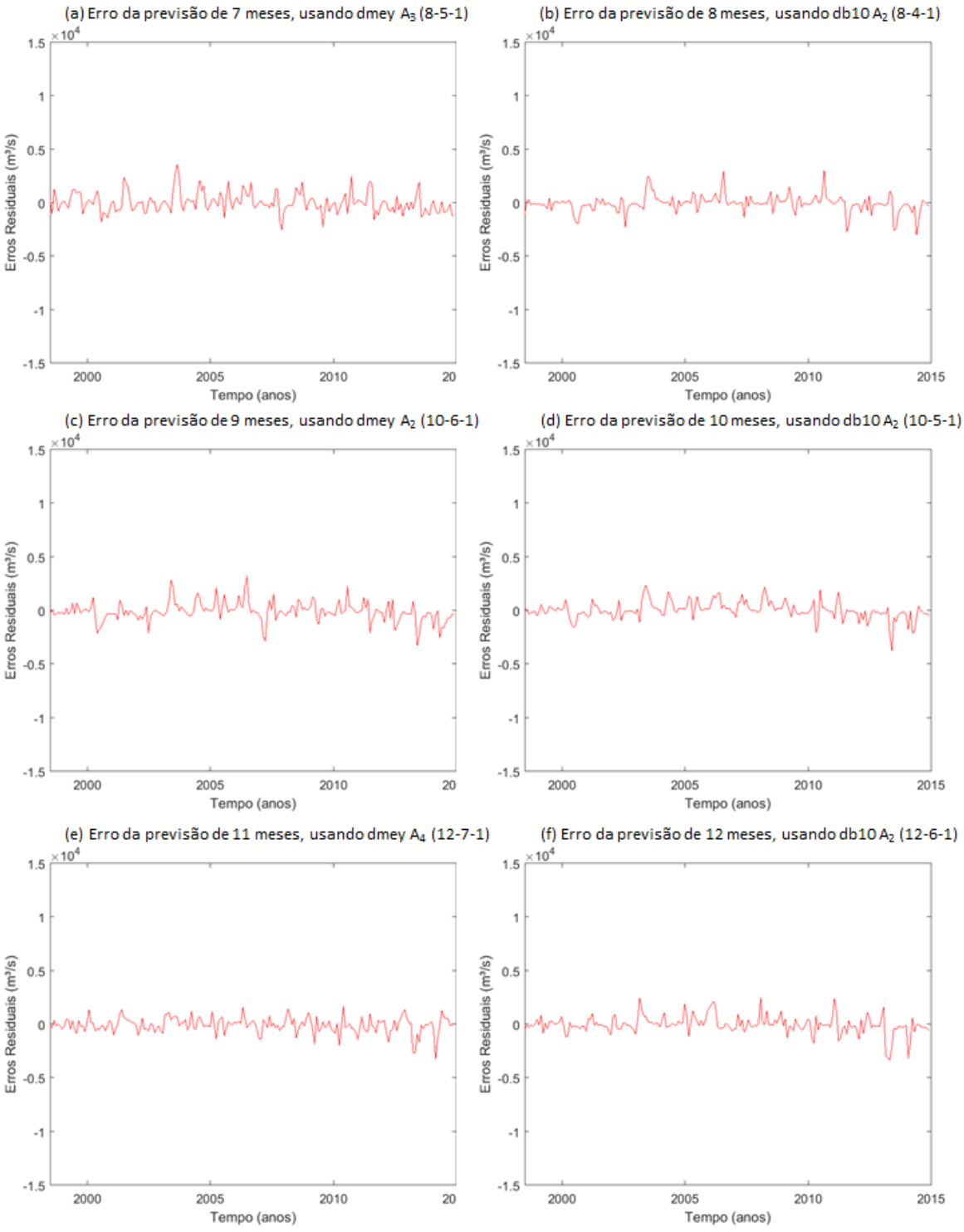


Figura 5.115 – Erros residuais para as previsões de (a) 7 meses, (b) 8 meses, (c) 9 meses, (d) 10 meses, (e) 11 meses e (f) 12 meses, utilizando o modelo híbrido proposto ($WRNA_{mPQ \rightarrow Q}$).

		M1 RNAm$_X$			M2 RNA$_{mQ\rightarrow Q}$			M3 RNA$_{mP\rightarrow Q}$			M4 RNA$_{mPQ\rightarrow Q}$			M5 WRNA$_{mX}$			M6 WRNA$_{mQ\rightarrow Q}$			M7 WRNA$_{mP\rightarrow Q}$			M8 WRNA$_{mPQ\rightarrow Q}$		
		R	*NSE*	*MAPE*	*R*	*NSE*	*MAPE*	*R*	*NSE*	*MAPE*	*R*	*NSE*	*MAPE*	*R*	*NSE*	*MAPE*	*R*	*NSE*	*MAPE*	*R*	*NSE*	*MAPE*	*R*	*NSE*	*MAPE*
PREVISÃO	1	0,7783	0,6056	37,39%	0,8065	0,6504	34,50%	0,8751	0,7644	28,89%	0,842	0,6868	37,03%	0,8167	0,6668	34,08%	0,8149	0,6568	34,72%	0,8441	0,7051	31,61%	0,8441	0,7051	31,61%
	2	0,6981	0,3899	72,41%	0,69	0,3899	58,39%	0,745	0,5471	41,80%	0,7457	0,547	49,34%	0,5986	0,2886	64,33%	0,7107	0,5196	44,24%	0,903	0,8145	24,82%	0,903	0,8145	24,82%
	3	0,6363	0,3759	66,03%	0,5974	0,3343	59,23%	0,2944	0,2486	62,20%	0,7526	0,5253	46,17%	0,8713	0,7562	31,39%	0,9004	0,8088	30,37%	0,9022	0,8138	24,17%	0,9022	0,8138	24,17%
	4	0,5165	0,2373	68,30%	0,5311	0,2803	62,41%	0,4778	0,2317	77,04%	0,7101	0,5034	47,84%	0,8065	0,6409	41,08%	0,8154	0,6483	37,94%	0,8954	0,7973	28,23%	0,8954	0,7973	28,23%
	5	0,5424	0,311	53,99%	0,5928	0,5478	53,24%	0,7315	0,5355	41,41%	0,7419	0,5448	48,61%	0,8324	0,6923	36,34%	0,8197	0,7266	28,74%	0,8748	0,7656	23,89%	0,8748	0,7656	23,89%
	6	0,536	0,2847	62,30%	0,5447	0,2946	55,29%	0,7728	0,5948	39,83%	0,7672	0,5836	41,43%	0,7927	0,6277	32,44%	0,7825	0,5733	37,94%	0,8167	0,667	30,74%	0,8167	0,667	30,74%
	7	0,6324	0,4149	51,68%	0,6681	0,4418	47,01%	0,7643	0,578	40,03%	0,7644	0,5551	43,09%	0,7337	0,5478	37,72%	0,8078	0,7065	28,31%	0,8062	0,6419	30,03%	0,8062	0,6419	30,03%
	8	0,6959	0,4822	41,33%	0,6918	0,4777	41,32%	0,7443	0,5398	40,08%	0,7877	0,5789	40,33%	0,8349	0,6931	34,88%	0,8117	0,6583	32,74%	0,8441	0,7455	27,47%	0,8441	0,7455	27,47%
	9	0,7167	0,5119	40,38%	0,7474	0,5852	34,41%	0,7566	0,5713	38,42%	0,7978	0,6299	39,58%	0,8424	0,7094	30,64%	0,866	0,7497	31,30%	0,8209	0,6698	38,12%	0,8209	0,6698	38,12%
	10	0,7388	0,5444	36,33%	0,7544	0,5472	33,89%	0,7736	0,5915	38,29%	0,7918	0,6124	42,49%	0,7835	0,6126	33,38%	0,798	0,6562	37,31%	0,8183	0,7338	30,73%	0,8183	0,7338	30,73%
	11	0,7458	0,5523	34,88%	0,7692	0,5911	34,20%	0,7849	0,6028	38,93%	0,8216	0,6697	38,93%	0,8276	0,6846	31,00%	0,8103	0,6565	33,13%	0,8918	0,784	33,84%	0,8918	0,784	33,84%
	12	0,7355	0,5373	38,67%	0,7465	0,5557	35,23%	0,7831	0,6055	44,49%	0,8118	0,6554	35,49%	0,7859	0,6243	34,72%	0,7959	0,6334	36,03%	0,8487	0,7199	32,11%	0,8487	0,7199	32,11%

Figura 5.116 – Comparação de todos os modelos mensais avaliados de acordo com os índices *R*, *NSE* e *MAPE*, para os diferentes horizontes de previsão.

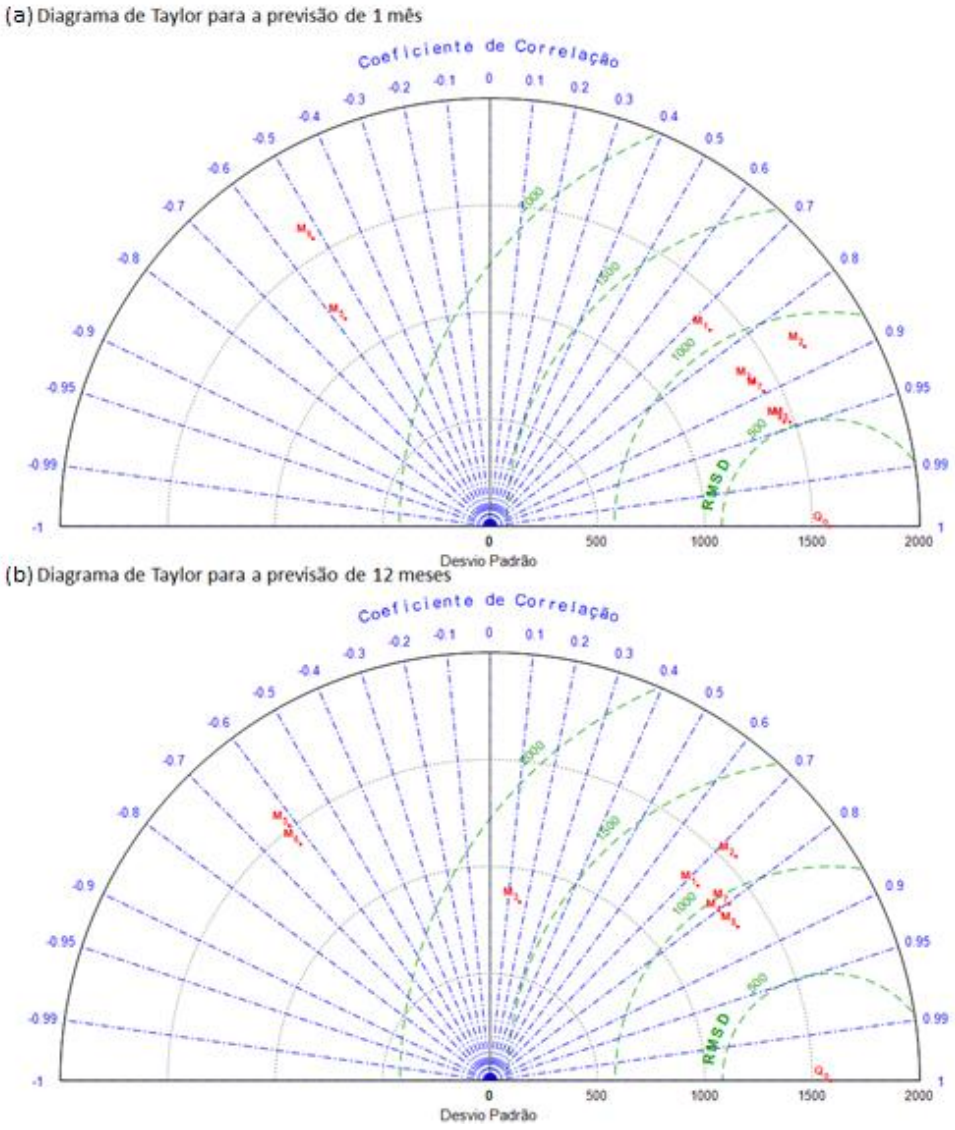


Figura 5.117 – Diagrama de Taylor para os resultados da previsão de (a) 1 mês e (b) 12 meses (desvio padrão, *RMSD* e coeficiente de correlação) dos 8 modelos: M_1: RNA$_{mX}$; M_2: RNA$_{mQ\rightarrow Q}$; M_3: RNA$_{mP\rightarrow Q}$; M_4: RNA$_{mPQ\rightarrow Q}$; M_5: WRNA$_{mX}$; M_6: WRNA$_{mQ\rightarrow Q}$; M_7: WRNA$_{mP\rightarrow Q}$; M_8: WRNA$_{mPQ\rightarrow Q}$, quando comparados com as séries temporais de vazões afluentes observadas do reservatório de Xingó.

5.3. Previsões Anuais

Assim como para os dados diários e mensais, também foram realizadas previsões para os dados anuais utilizando 8 modelos distintos. O primeiro foi o modelo RNA tradicional, utilizando como entrada a vazão do próprio reservatório (RNA_{aX}); o segundo foi o modelo RNA proposto utilizando as vazões dos reservatórios a montante, bem como suas combinações como entrada na RNA ($RNA_{aQ\rightarrow Q}$); o terceiro foi o modelo RNA proposto utilizando como entrada as precipitações do reservatório mais a montante ($RNA_{aP\rightarrow Q}$); o quarto foi o modelo RNA proposto utilizando além das precipitações do reservatório mais a montante, as vazões do reservatório a ser previsto ($RNA_{aPQ\rightarrow Q}$); o quinto foi o modelo híbrido tradicional utilizando como entrada as aproximações da vazão do próprio reservatório ($WRNA_{aX}$); o sexto foi o modelo híbrido proposto utilizando as aproximações das vazões dos reservatórios a montante, bem como suas combinações como entrada na RNA ($WRNA_{aQ\rightarrow Q}$); o sétimo foi o modelo híbrido proposto utilizando como entrada as aproximações das precipitações do reservatório mais a montante ($WRNA_{aP\rightarrow Q}$); o oitavo foi o modelo híbrido proposto utilizando além das aproximações das precipitações do reservatório mais a montante, as aproximações das vazões do reservatório a ser previsto ($WRNA_{aPQ\rightarrow Q}$).

Os dados anuais de vazão foram divididos em três subgrupos, 70% dos pontos foram usados no treinamento (de 1931 a 1990), 15% para a validação (de 1990 a 2003) e 15% para o teste (de 2003 a 2015), enquanto que para os dados de precipitação foram usados de 1998 a 2010 para treinamento, de 2010 a 2013 para validação e de 2013 a 2015 para teste.

Foram realizadas 2400 simulações para os quatro primeiros modelos, variando os dados de entrada de Q_t até Q_{t-4}, com t em anos, os neurônios da camada escondida de 1 a 15, e os postos a montante, a fim de escolher a melhor arquitetura para o modelo, a qual foi empregada nas previsões.

Após realizar as simulações, foi construída a Tabela 5.18 com os melhores resultados de cada um destes 4 modelos. Nota-se nesta Tabela que a quantidade de anos antecedentes (*na*), depende da quantidade de anos a se prever (*T*), ou seja:

$$\begin{cases} \text{Se } T \text{ for par } \rightarrow na = T & (5.10) \\ \text{Se } T \text{ for ímpar } \rightarrow na = T + 1 & (5.11) \end{cases}$$

E a quantidade de neurônios na camada escondida (*h*), é dependente da quantidade de anos antecedentes (*na*), bem como da quantidade de anos a se prever (*T*), ou seja:

$$h = 3na - T \tag{5.12}$$

A quantidade de neurônios na camada de entrada (i) é dado por:

$$i = na \times qp \tag{5.13}$$

em que *qp* é a quantidade de postos que serão utilizados como entrada no modelo.

Desta forma, a Tabela 5.18 mostra os melhores resultados obtidos por cada modelo RNA anual avaliado, medidos através dos parâmetros estatísticos (*R*, *NSE*, *PBIAS*, *MAPE* e *RMSE*).

Tabela 5.17 – Melhor arquitetura da RNA dos modelos regulares avaliados com seus índices de desempenhos. O índice *i* é o número de neurônios na cada de entrada, *h* é o número de neurônios da camada intermediária e *o* é o número da camada de saída

Modelo	Previsão (anos)	Entrada	Arquitetura			Índices de Desempenho				
			i	*h*	*o*	*R*	*NSE*	*PBIAS*	*MAPE*	*RMSE*
RNA_{1aX}	1	Q_{Xt}; Q_{Xt-1}	2	5	1	0,4842	0,2293	-1,44%	21,86%	39,2373
$RNA_{1aQ\rightarrow Q}$	1	Q_{It};Q_{St};Q_{TMt}; ... ;Q_{TMt-1}	6	5	1	0,6574	0,4223	0,02%	19,58%	0,6735
$RNA_{1aP\rightarrow Q}$	1	P_{TMt}; P_{TMt-1}	2	5	1	0,8589	0,7328	-1,56%	8,26%	34,0558
$RNA_{1aPQ\rightarrow Q}$	1	P_{TMt}; Q_{Xt}; P_{TMt-1}; Q_{Xt-1}	4	5	1	0,6335	0,2905	-7,00%	11,30%	153,089

Baseada nas arquiteturas dos modelos regulares (Tabela 5.18), foram realizadas mais 40000 simulações, variando as *wavelets*-mãe e as aproximações, a fim de escolher a melhor configuração para cada um dos 4 modelos híbridos avaliados para a previsão de 1 ano à frente, $WRNA_{aX}$, $WRNA_{aQ\rightarrow Q}$, $WRNA_{aP\rightarrow Q}$, $WRNA_{aPQ\rightarrow Q}$. A Tabela 5.19 mostra a melhor *wavelet*-mãe e a melhor aproximação, que devem ser utilizadas como entrada para cada um dos modelos híbridos avaliados, medidos através dos parâmetros estatísticos (*R*, *NSE*, *PBIAS*, *MAPE* e *RMSE*).

Tabela 5.18 – Melhor *wavelet*-mãe e aproximação para entrada nos modelos híbridos anuais avaliados e seus índices de desempenhos

Modelo	Previsão (anos)	*Wavelet*-mãe	Aproximação	Índices de Desempenho				
				R	*NSE*	*PBIAS*	*MAPE*	*RMSE*
$WRNA_{1aX}$	1	coif5	A_1	0,6812	0,4630	0,46%	18,45%	12,6832
$WRNA_{1aQ\rightarrow Q}$	1	coif5	A_1	0,8393	0,6935	-2,78%	15,28%	75,7794
$WRNA_{1aP\rightarrow Q}$	1	dmey	A_1	0,9318	0,8484	-2,11%	6,75%	46,2298
$WRNA_{1aPQ\rightarrow Q}$	1	coif5	A_2	0,9971	0,9900	0,31%	1,37%	6,8319

Nota-se, nessa tabela, que a *wavelet*-mãe que obteve melhores resultados foi a coif5, obtendo sucesso em 3 modelos, seguida da dmey com sucesso em 1. Com relação a melhor aproximação foi a A_1, obtendo sucesso em 3 modelos, seguida da A_2 com sucesso em 1 modelo cada. As aproximações A_3, A_4 e A_5 não obtiveram sucesso para as previsões anuais.

A Figura 5.118 mostra os hidrogramas anuais de previsão de 1 ano utilizando os modelos avaliados (a) RNA_{aX}, (b) $RNA_{aQ\rightarrow Q}$, (c) $RNA_{aP\rightarrow Q}$, (d) $RNA_{aPQ\rightarrow Q}$. (e) $WRNA_{aX}$, (f) $WRNA_{aQ\rightarrow Q}$, (g) $WRNA_{aP\rightarrow Q}$, e (h) $WRNA_{aPQ\rightarrow Q}$. E a Figura 5.119 os erros residuais destas previsões.

Nota-se por estes hidrogramas que a previsão com o modelo híbrido proposto $WRNA_{aPQ\rightarrow Q}$ mostra-se bastante eficiente, seguidos pelos modelos $WRNA_{aP\rightarrow Q}$ e $RNA_{aP\rightarrow Q}$, ou seja, a inclusão da chuva do reservatório mais a montante tem forte influência para previsões a longo prazo (1 ano), como pode ser confirmado na Figura 5.120, que mostram diagrama de Taylor bem como os erros residuais das previsões utilizando cada modelo.

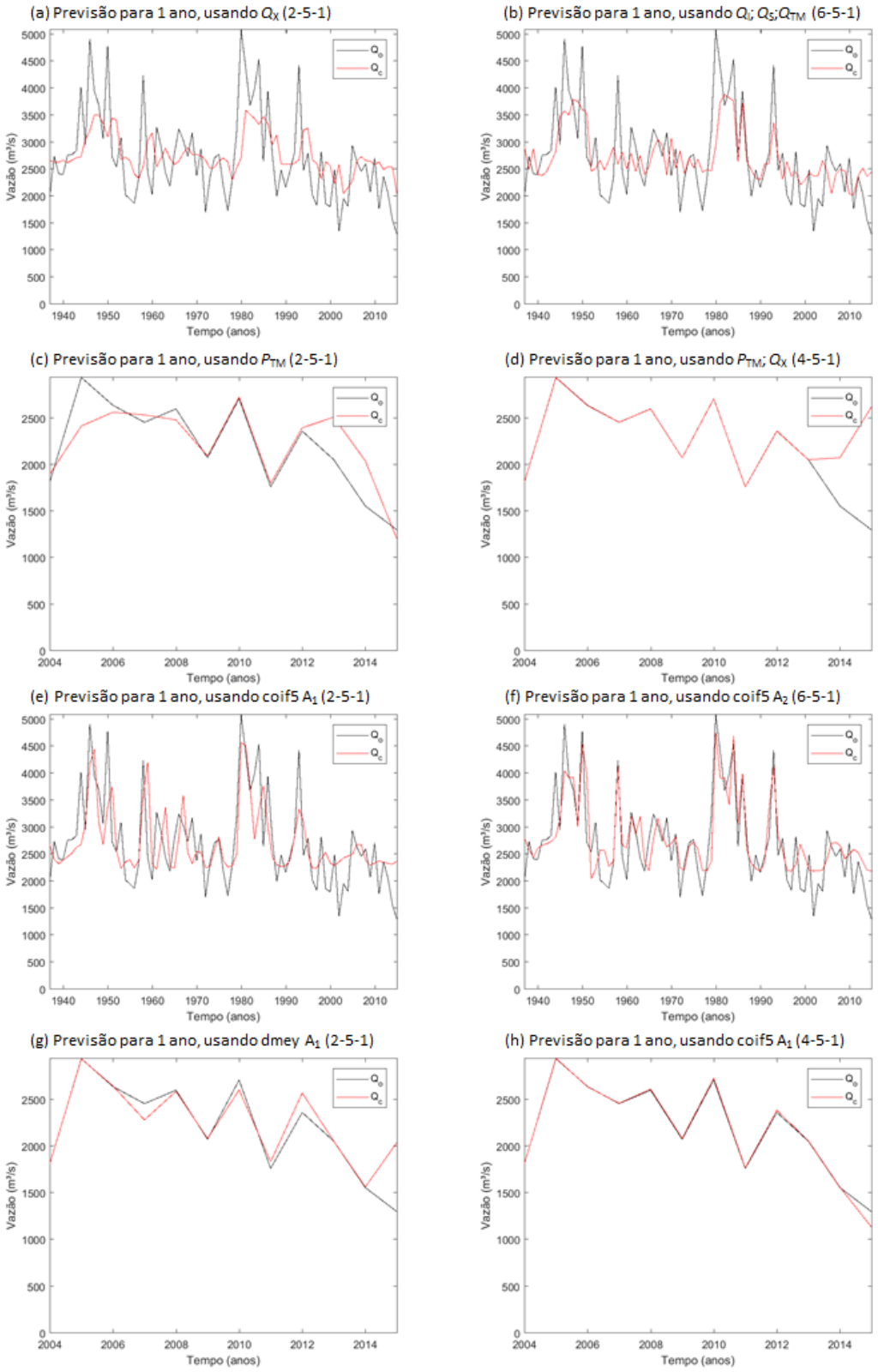


Figura 5.118 – Hidrogramas anuais da previsão de 1 ano à frente, utilizando os modelos (a) RNA_{aX}, (b) $RNA_{aQ\rightarrow Q}$, (c) $WRNA_{aP\rightarrow Q}$, (d) $WRNA_{aPQ\rightarrow Q}$, (e) $WRNA_{aX}$, (f) $WRNA_{aQ\rightarrow Q}$, (g) $WRNA_{aP\rightarrow Q}$, e (h) $WRNA_{aPQ\rightarrow Q}$.

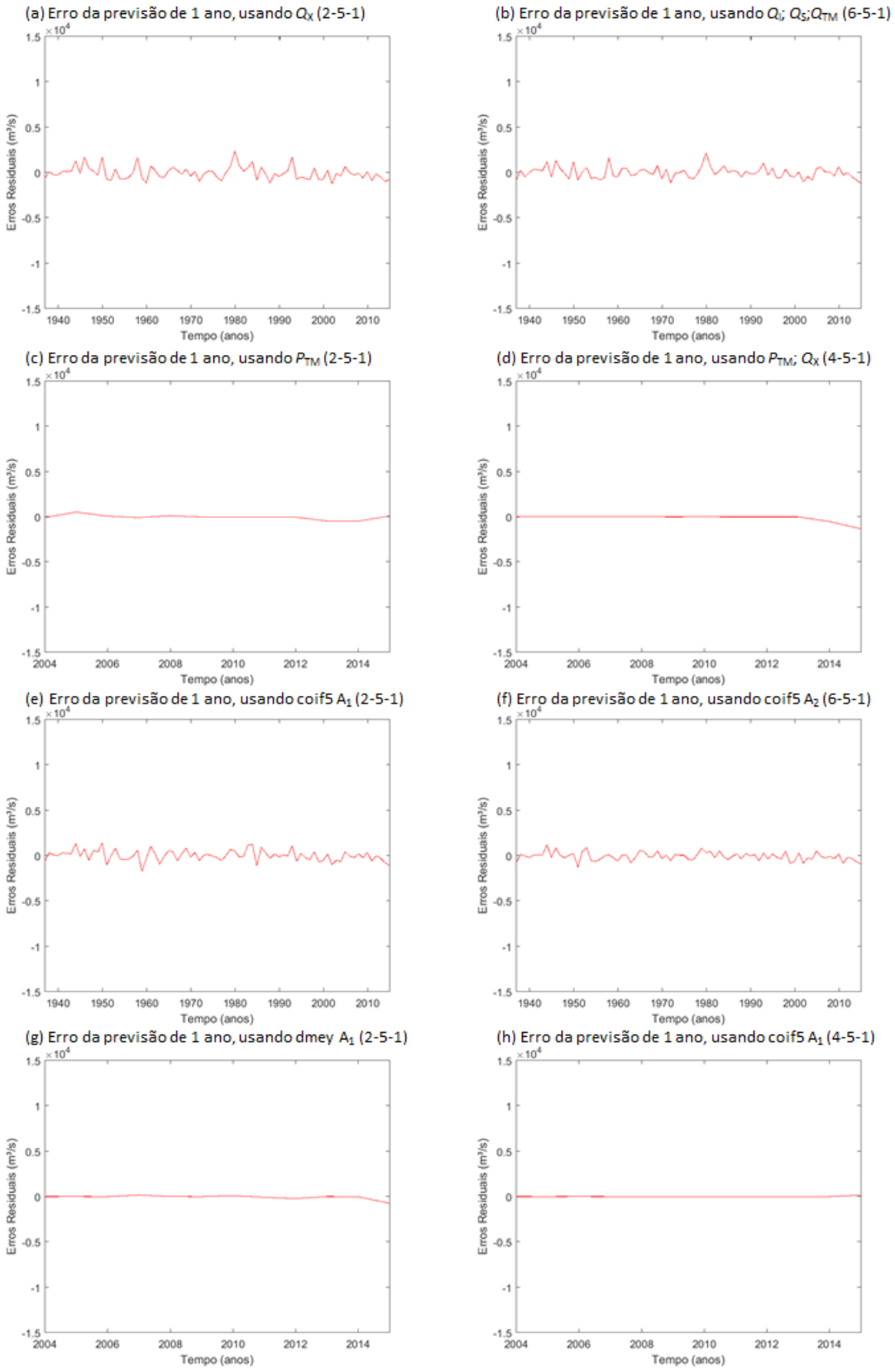


Figura 5.119 – Erros residuais das previsões de 1 ano, utilizando os modelos (a) RNA_{aX}, (b) $RNA_{aQ\rightarrow Q}$, (c) $WRNA_{aP\rightarrow Q}$, (d) $WRNA_{aPQ\rightarrow Q}$, (e) $WRNA_{aX}$, (f) $WRNA_{aQ\rightarrow Q}$, (g) $WRNA_{aP\rightarrow Q}$, e (h) $WRNA_{aPQ\rightarrow Q}$.

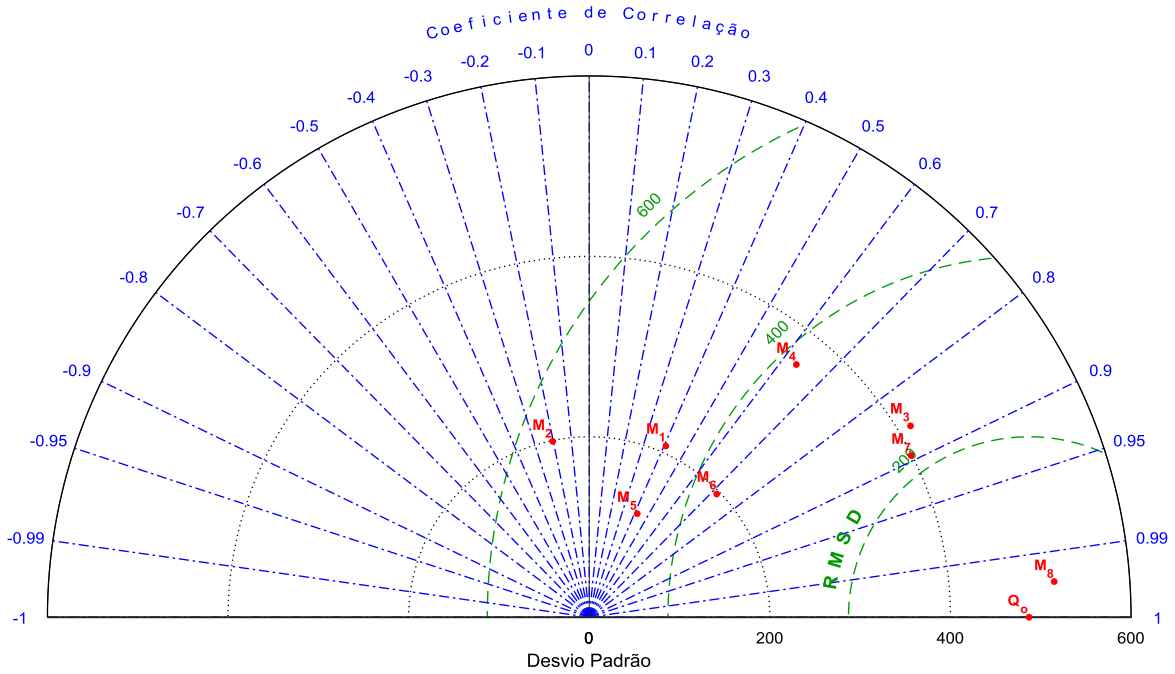


Figura 5.120 – Diagrama de Taylor para os resultados da previsão de 1 ano (desvio padrão, *RMSD* e coeficiente de correlação) dos 8 modelos: M_1: RNA_{mX}; M_2: $RNA_{mQ\rightarrow Q}$; M_3: $RNA_{mP\rightarrow Q}$; M_4: $RNA_{mPQ\rightarrow Q}$; M_5: $WRNA_{mX}$; M_6: $WRNA_{mQ\rightarrow Q}$; M_7: $WRNA_{mP\rightarrow Q}$; M_8: $WRNA_{mPQ\rightarrow Q}$, comparados com as séries temporais de vazões afluentes observadas do reservatório de Xingó.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

6.1. Conclusões

Lembrando os objetivos deste trabalho (Capítulo 1) e de posse dos resultados (Capítulo 5), pode-se afirmar que o objetivo geral do trabalho foi atendido, uma vez que foram desenvolvidos seis modelos robustos para previsão diária, sendo três baseados em redes neurais artificiais ($RNA_{dQ\rightarrow Q}$, $RNA_{dP\rightarrow Q}$ e $RNA_{dPQ\rightarrow Q}$) e três híbridos do tipo WRNA ($WRNA_{dQ\rightarrow Q}$, $WRNA_{dP\rightarrow Q}$ e $WRNA_{dPQ\rightarrow Q}$); seis para previsão mensal ($RNA_{mQ\rightarrow Q}$, $RNA_{mP\rightarrow Q}$, $RNA_{mPQ\rightarrow Q}$, $WRNA_{mQ\rightarrow Q}$, $WRNA_{mP\rightarrow Q}$ e $WRNA_{mPQ\rightarrow Q}$); além de seis para previsão anual ($RNA_{aQ\rightarrow Q}$, $RNA_{aP\rightarrow Q}$, $RNA_{aPQ\rightarrow Q}$, $WRNA_{aQ\rightarrow Q}$, $WRNA_{aP\rightarrow Q}$ e $WRNA_{aPQ\rightarrow Q}$), os quais foram testados para previsão das vazões afluentes ao reservatório de Xingó. A eficiência desses modelos foi testada e comparada com a dos modelos tradicionais baseados em redes neurais artificiais (RNA_{dX}) e com os modelos híbridos *wavelet* – redes neurais artificiais ($WRNA_{dX}$).

A transformada *wavelet* discreta foi proposta aqui como uma técnica para remover os detalhes (componentes de alta frequência) do sinal bruto dos dados precipitação do TRMM e

dos dados de vazão do reservatório de Xingó, bem como dos demais reservatórios a montante para construir novos modelos de previsão baseados em redes neurais artificiais, bem como modelos híbridos (WRNA). Em seguida, oito tipos de modelos foram analisados para cada horizonte de previsão (diário, mensal e anual) e as seguintes conclusões específicas puderam ser obtidas:

1. As redes neurais artificiais apresentaram um desempenho satisfatório, como já observada na literatura, para previsão de vazão. Entretanto, o seu desempenho é condicionado à arquitetura escolhida, aos dados de entrada, e tratamento dos mesmos.

2. Para a arquitetura da RNAs, neste trabalho chegou-se a conclusão que a quantidade de dias/meses/anos antecedentes é dependente do tipo de previsão, se diária (equações 5.1 – 5.3); mensais (equações 5.6 e 5.7) ou anuais (equações 5.10 e 5.11). A quantidade de neurônios na camada escondida, onde geralmente se aplica o método de tentativa e erro para determiná-lo, foi percebido que esta quantidade é dependente da quantidade de dias/meses/anos antecedentes bem como do horizonte da previsão, ou seja, diário (equação 5.4); mensal (equação 5.8) ou anual (equação 5.12). Por fim, a quantidade de neurônios da camada de entrada é dada pela quantidade de dias/meses/anos antecedentes, multiplicado pela quantidade de postos a se incluir na previsão (equações 5.5, 5.9 e 5.13).

3. Quanto aos dados de entrada no modelo RNA, nota-se que é possível prever a vazão em Xingó a longo prazo, usando apenas como entrada a precipitação em Três Marias. Entretanto essas previsões melhoram com a inclusão dos dados de vazão do reservatório de Xingó. Os dados dos reservatórios a montante de Xingó também influenciaram no desempenho dos modelos, a depender do horizonte de previsão.

4. O procedimento DWT pôde remover os ruídos presentes nas séries temporais selecionadas para serem usados como entradas de um modelo de RNA para prever a vazão de até 30 dias, 12 meses e/ou 1 ano. Foi demonstrado que tal procedimento melhoram os resultados da previsão.

5. Como já dito, os modelos utilizando os dados brutos de precipitação mostraram ser eficientes para previsões a longo prazo, principalmente quando foram introduzidos os dados de vazão do reservatório a ser previsto. Porém, o desempenho destes modelos foram superiores quando os dados de entrada foram tratados com a transformada *wavelet*.

6. Os resultados mostraram que as *wavelets* escolhidas (haar, db10, sym8, coif5 e dmey) são adequadas para o tratamento dos dados de entrada de modelos híbridos do tipo WRNA. Foi observado ainda, que uma *wavelet*-mãe de configuração simples como a haar também é eficiente para esses tipos de previsões. A *wavelet*-mãe dmey obteve um bom

desempenho em todos os tipos de previsões, principalmente previsões diárias e mensais. Já a *wavelet*-mãe coif5 mostrou-se principalmente eficiente para previsões na escala anual.

7. Quanto ao nível de decomposição a ser aplicado, nota-se que à medida que se aumenta o horizonte de previsão, diminui o nível de decomposição, *i.e.*, para as previsões de escala diária, o nível de decomposição mais adequado é o cinco (A_5), para previsões mensais, este nível ótimo de decomposição seria o dois (A_2), enquanto que para as previsões anuais, nota-se que os componentes de baixa escala (detalhes) são importantes para estas previsões, desta forma, o melhor nível de decomposição para este tipo de previsão é o nível um (A_1).

8. Por fim, para previsões diárias o melhor modelo foi o híbrido $WRNA_{dQ\rightarrow Q}$, ouque utiliza as vazões transformadas dos reservatórios a montante. Ou seja, a inclusão de dados dos reservatórios a montante só melhora o desempenho do modelo quando os mesmos são tratados, visto que o modelo $RNA_{dQ\rightarrow Q}$, que usa os dados originais de reservatórios a montante não apresentou um bom desempenho. Isto pode ser atribuído ao fato que os ruídos presentes nas séries originais propagam o erro nas previsões. Para previsões mensais e anuais, os modelos ideais foram os híbridos $WRNA_{mPQ\rightarrow Q}$ e $WRNA_{aPQ\rightarrow Q}$, respectivamente, os quais utilizam a precipitação transformada em Três Marias e a vazão transformada em Xingó como entrada em cada modelo.

6.2.Recomendações

Com base nos resultados obtidos, recomenda-se:

1. Testar o desempenho do modelo utilizando simultaneamente dados de chuva e vazão para cada sub-bacia.

2. Testar a inclusão dos componentes de alta frequência (detalhes) no conjunto dos dados de entrada.

3. Testar os modelos propostos em bacias hidrográficas com configurações distintas da bacia do rio São Francisco.

6.3.Contribuição Científica

Este trabalho é de importância acadêmica e científica, pois o mesmo vem agregar conhecimentos e inovações à gestão dos recursos hídricos, contribuindo especificamente com o aprimoramento do sistema de gestão hídrica e energética do nosso país. O mesmo já rendeu algumas publicações:

(a) Artigos publicados em periódicos internacionais:

1. SANTOS, C.A.G.; FREIRE, P.K.M.M.; SILVA, R.M.; AKRAMI, S.A. **Hybrid Wavelet Neural Network Approach for Daily Inflow Forecasting Using Tropical Rainfall Measuring Mission Data**. Journal of Hydrologic Engineering, v. 24, p. 04018062, 2019.

2. SANTOS, C.A.G.; FREIRE, P.K.M.M.; SILVA, G.B.L.; SILVA, R.M. **Discrete wavelet transform coupled with ANN for daily discharge forecasting into Três Marias reservoir**. Proceedings of the International Association of Hydrological Sciences, v. 364, p. 100-105, 2014.

(b) Artigos correlatos publicados em anais de simpósios:

1. FREIRE, P. K. M. M.; SANTOS, C. A. G. **Relação do NDVI com a precipitação nas mesorregiões paraibanas.** In: XXI Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, 2015, Brasília. Anais do XXI Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos. Porto Alegre: ABRH, 2015. p. 1-8.

2. FREIRE, P. K. M. M.; SANTOS, C. A. G. ; MISHRA, S. K. **Otimização de um modelo hidrossedimentológico usando host parasite co-evolutionary (HPC)**. In: XI Encontro Nacional de Engenharia de Sedimentos, 2014, João Pessoa. Anais do XI Encontro Nacional de Engenharia de Sedimentos. Porto Alegre: ABRH, 2014. v. 1. p. 1-13.

(c) Artigos submetidos em periódicos internacionais:

1. Paula K. M. M. Freire, Celso A. G. Santos, Gustavo B. L. da Silva. **Analysis of the use of discrete wavelet transforms coupled with ANN for short-term streamflow forecasting**. Applied Soft Computing. JCR = 3.907

2. Samuel Vitor Saraiva, Frede de Oliveira Carvalho, Celso Augusto Guimarães Santos, Lucas Costa Barreto, Paula Karenina de Macedo Machado Freire. **Comparative analysis of machine learning models coupled with wavelet transform and the bootstrap**

method for daily streamflow forecasting. Journal of Hydrologic Engineering. A1, JCR = 1.576

(d) Artigos prontos para serem submetidos em periódicos internacionais:

1. Paula K. M. M. Freire, Celso A. G. Santos. **The influence of upstream reservoirs for streamflow forecasting.**
2. Paula K. M. M. Freire, Celso A. G. Santos. **Optimal level of wavelet decomposition for daily inflow forecasting.**

CAPÍTULO 7

REFERÊNCIAS

Adamowski, J., Chan, H.F. **A *Wavelet* neural network conjunction model for groundwater level forecasting**. J. Hydrol. 407 (1–4), 28–40, 2011.

Adamowski, J.; Sun, K. **Development of a coupled *Wavelet* transform and neural network method for flow forecasting of non-perennial rivers in semi-arid watersheds**. Journal of Hydrology, Volume 390, Issues 1–2, Pages 85–91, 2010. doi: 10.1016/j.jhydrol.2010.06.033

Ahmed, J.A., Sarma, A.K. **Artificial neural network model for synthetic streamflow generation**. Water Resour. Manage. 21, 1015–1029, 2007. doi:10.1007/s11269-006-9070-y.

Ahn, B.S; Chob, S.S.; Kimc, C.Y. **The integrated methodology of rough set theory and artificial neural network for business failure prediction**. Expert Systems with Applications, 18 (2), 65-74, 2000.

Alves, F.M., Farias, C.A.S.; Srinivasan, V.S.; Suzuki, K. **Use of artificial neural networks as a runoff-erosion model applied to a semi-arid region of Brazil**. Proc. 13th JSCE Congress of Civil Engineering - Shikoku Division, 174–175, Takamatsu, Japan, 2007.

Anctil, F.; Tape, D.G. **An exploration of artificial neural network rainfall-runoff forecasting combined with *Wavelet* decomposition**. Journal of Environmental Engineering & Science, Volume 3, Pages S121-S128, 2004. doi: 10.1139/S03-071

Anderson, M.L.; Chen, Z.-Q.; Kavvas, M.L.; Feldman, A. **Coupling HEC-HMS with Atmospheric Models for Prediction of Watershed Runoff**. Journal of Hydrologic Engineering. V.7, n.4, jul, p.312-318. 2002.

ASCE Task Comittee. **Artificial Neural Networks in Hydrology. I: Preliminary Concepts**. Journal of Hydrologic Engineering, v. 5, n. 2, p. 115 – 123, 2000.

Badrzadeh, H.; Sarukkalige, R.; Jayawardena, A.W. **Impact of multi-resolution analysis of artificial intelligence models inputs on multi-step ahead riverflow forecasting**. Journal of Hydrology, Volume 507, Pages 75-85, 2013. doi: 10.1016/j.jhydrol.2013.10.017

Barbosa, A.C.B.; Blitzkow, D. **Ondaletas: Histórico e Aplicação**. Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas da Universidade de São Paulo – IAG/USP; (2) Escola Politécnica da Universidade de São Paulo – EPUSP – PTR – LTG, 2008.

Bennett, J. C.; Robertson, D. E.; Ward, P. G. D.; Hapuarachchi, H. A. P.; Wang, Q. J. **Calibrating hourly rainfall-runoff models with daily forcings for streamflow forecasting applications in meso-scale catchments.** Environ. Modell. Software 76: 20–36, 2016. doi: 10.1016/j .envsoft.2015.11.006.

Bertone, E.; Stewart, R. A.; Zhang, H.; Bartkow, M.; Hacker, C. **An autonomous decision support system for manganese forecasting in subtropical water reservoirs.** Environ. Modell. Software 73: 133–147, 2015. doi:10.1016/j.envsoft.2015.08.008.

Bodri, L.; Cernak, V. **Prediction of extreme precipitation using a neural network: application to summer flood occurrence in Moravia.** Advances in Engineering Software. 31(5), 311–321, 2000. doi: 10.1016/S0965- 9978(99)00063-0

Bolzan, M.J.A. **Análise da transformada em ondeletas aplicada em sinal geofísico.** Revista Brasileira de Ensino de Física, v.26, n. 1, p. 37– 41, 2004.

Box, G.E.P., Jenkins, G.M. **Time Series Analysis, Forecasting and Control**. 1st ed. Holden-Day, San Francisco, CA, 1970.

Bravo, J.M.; Pedrollo, O.C.; Collischonn, W.; Paz, A.R.; Uvo, C.B. **Previsões de Curto Prazo de Vazão Afluente ao Reservatório de Furnas Utilizando Redes Neurais Artificiais**. Revista Brasileira de Recursos Hídricos, v. 13, n.2, 77 – 88, 2008.

Campolo, M.; Andreussi, P.; Soldati, A. **River flood forecasting with a neural network model**. Water Resources Research, 35(4), 1191–1197, 1999. doi: 10.1029/1998WR900086

Cannas, B.; Fanni, A.; See, L.; Sias, G. **Data preprocessing for river flow forecasting using neural networks: wavelet transforms and data partitioning**. Physics and Chemistry of the Earth, 31 (18), 1164–1171, 2006. doi:10.1016/j.pce.2006.03.020

Cannas, B.; Fanni, A.; Sias, G.; Tronci, S.; Zedda, M.K. **River flow forecasting using neural networks and *Wavelet* analysis**. Geophysical Research Abstracts, v. 7, 08651, 2005.

Cazelles, B.; Chavez, M.; Berteaux, D.; Ménard, F.; Vik, J.O.; Jenouvrier S.; Stenseth N.C. **Wavelet analysis of ecological time series**. Oecologia, 156(2), 287-304, 2008. doi: 10.1007/s00442-008-0993-2

CBHSF, Comitê da Bacia Hidrográfica do Rio São Francisco. **Diagnóstico da Dimensão Técnica e Institucional Volume 2: Caracterização da Bacia Hidrográfica – 2ª Parte**. Plano de Recursos Hídricos da Bacia Hidrográfica do Rio São Franciso 2016 – 2025, 2015.

Changnon, S.A.; Vonnahme, D.R. **Impact of Spring 2000 Drought Forecasts on Midwestern Water Management**. Journal of Water Resources Planning and Management. V. 129, n.1, jan, p.18-25. 2003.

CHESF, **Companhia Hidroelétrica do São Francisco**, 2017. Disponível em: <*www.chesf.gov.br*>

Chiew, F.H.S.; Zhou, S.L.; Mcmahon, T.A. **Use of seasonal streamflow forecasts in water resources management**. Journal of Hydrology. V.270, p.135-144. 2003.

Chua, L.O.; Yang, L. **Cellular neural networks: theory**. IEEE Transactions on Circuits and Systems, v. 35, nº 10, p. 1257–1272. 1988

Cigizoglu, H.K. **Estimation, forecasting and extrapolation of flow data by artificial neural networks**. Hydrological Sci. J., 48(3), 349–361, 2003a. doi: 10.1623/hysj.48.3.349.45288

Cigizoglu, H.K. **Incorporation of ARMA models into flow forecasting by artificial neural networks**. Environmetrics, 14(4), 417–427, 2003b. doi: 10.1002/env.596

Cigizoglu, H.K. **Estimation and forecasting of daily suspended sediment data by multi layer perceptrons**. Advances in Water Resources, 27(2), 185–195, 2004. doi: 10.1016/j.advwatres. 2003.10.003

Cigizoglu, H.K. **Generalized regression neural network in monthly flow forecasting**. Civil Engineering and Environmental Systems, 22(2), 71–84, 2005. doi: 10.1080/10286600500126256

Cigizoglu, H.K.; Kisi, Ö. **Flow prediction by three back propagation techniques using k-fold partitioning of neural network training data**. Nordic Hydrology, 36(1), 1–16, 2005.

Collischonn, W; Haas, R.; Andreolli, I.; Tucci, C.E.M. **Forecasting River Uruguay flow using rainfall forecasts from a regional weather-prediction model**. Journal of Hydrology. Vol.205, p.87-98. 2005.

Constantine, W.; Percival, D. **wmtsa: Wavelet Methods for Time Series Analysis**. R Package Version 2.0-0, 2013. Disponível em: <*http://CRAN.R-project.org/package=wmtsa*>

Coulibaly, P.; Anctil, F.; Bobée, B. **Multivariate reservoir inflow forecasting using temporal neural networks**. J. Hydrologic Engineering, ASCE, 6, 367–376, 2001.

Coats, P.K.; Fant, L.F. **Rocognizing Financial Distress Patterns using a Neural Network Tool**. Financial Management, 22(3), 142-155, 1993.

Dahdouh, S.; Dubois, M.; Frenoux, E.; Osorio, A. **A 1D *Wavelet* filtering for ultrasound images despeckling**. Proc. SPIE 7629, 762907, 2010. doi: 10.1117/12.844388.

Dawson, C.W.; Abrahart, R.J.; Shamseldin, A.Y.; Wilby, R.L. **Flood estimation at ungauged sites using artificial neural networks**. Journal of Hydrology, v. 319, n.1, p. 391–409, 2006

Debastiani, A.B.; Silva, R.D.; R. Neto, S.L. **Eficácia da arquitetura MPL em mode closed-loop para simulação de um Sistema Hidrológico**. Revista Brasileira de Recursos Hídricos, v. 21, n. 4, 821–831, 2016.

Demuth, H.; Beale, M. **Neural network toolbox: for use with Matlab**. The MathWorks, 469 Inc., Natick, USA, 2005.

Demuth, H.; Beale, M.; Hagan, M. **Neural Network Toolbox**. User's guide. The Math Works Inc., USA, 2008.

Duranyildiz, I.; Bayazit, M. **Optimal operation of reservoir systems in critical periods**, Water Resources Management, 2, pp. 141-148, 1988.

Dyminski, A.S. **Análise de Problemas Geotécnicos Através de Redes Neurais**. Tese de Doutorado Programa de Engenharia Civil – COPPE/UFRJ. Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2000.

Emch, P.G.; Yeh, W.W.G. **Management model for conjunctive use of coastal surface water and ground water**, J. Water Resources Planning and Management, ASCE, 124(3), pp. 129-139, 1998.

Farias, C.A.S.; Celeste, A.B.; Sakata, Y.; Kadota, A.; Suzuki, K. **Use of Monte Carlo optimization and artificial neural networks for deriving reservoir operating rules**. Annual J. Hydraulic Engineering, JSCE, 50(1), 25–30, 2006.

Farias, C. A. S. **Derivation of hedging rules and forecasts by artificial neural networks for optimal real-time management of an integrated water resources system**. Ph.D. Thesis, Ehime University, Matsuyama, Japan, 2009.

Farias, C.A.S.; Santos, C.A.G.; Celeste, A.B. **Daily reservoir operating rules by implicit stochastic optimization and artificial neural networks in a semi-arid land of Brazil**. IAHS-AISH Publication, 347, 191–197, 2011.

Fausett, L. **Fundamentals of Neural Networks – Architectures, Algorithms, and Applications**. Prentice-Hall, 1994.

Freire, P.K.M.M. **O uso da transformada wavelet na previsão de vazão**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Urbana e Ambiental) – Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2012.

Freiwan, M.; Cigizoglu, H.K. **Prediction of total monthly rainfall in Jordan using feed forward backpropagation method**. Fresenius Environmental Bulletin. 14(2), 142–151, 2005.

Gazzaz, N.M.; Yusoff, M.K.; Aris, A.Z.; Juahir, H.; Ramli, M.F. **Artificial neural network modeling of the water quality index for Kinta River (Malaysia) using water quality variables as predictors**. Marine Pollution Bulletin, 64 (11), 2409-2420, 2012.

Google Maps. **Represa Xingó**, 2017. Disponível em: *<https://www.google.com.br/maps/search/reservat%C3%B3rio+de+xing%C3%B3/@-9.625679,-37.7982682,389m/data=!3m1!1e3>*

Govindaraju, R.S.; Rao, A.R. **Artificial Neural Networks in Hydrology**. Kluwer Academic Publishers, The Netherlands, 2000.

Goyal, M.K. **Modeling of Sediment Yield Prediction Using M5 Model Tree Algorithm and *Wavelet* Regression**. Water Resources Management, Volume 28, Issue 7, Pages 1991-2003, 2014. doi: 10.1007/s11269-014-0590-6

Grinsted A.; Moore J.C.; Jevrejeva S. **Application of the cross wavelet transform and wavelet coherence to geophysical time series**. Nonlinear Processes in Geophysics, 11(5/6), 561-566, 2004. doi: 10.5194/npg-11-561-2004

Grossman, A.; Morlet, J. **Decomposition of Hardy functions into square integrable *Wavelets* of constant shape**. SIAM J. Math. Anal., 15, 723–736, 1984.

Guyon, I. **Applications of Neural Networks to Character Recognition**. International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence 5, 353-382, 1991.

Guo, J.; Zhou, J.; Qin, H.; Zou, Q.; Li,Q. **Monthly streamflow forecasting based on improved support vector machine model**. Expert Systems with Applications, Volume 38, Issue 10, Pages 13073–13081, 2011. doi: 10.1016/j.eswa.2011.04.114

Hall, T.; Brooks, H.E.; Doswell III, C.A. **Precipitation forecasting using a neural network**. Weather and Forecasting, 14(3), 338–345, 1999. doi: 10.1175/1520-0434(1999)014 <0338:PFUANN>2.0.CO;2

Hamlet, A.F.; Huppert, D.; Lettenmaier, D.P. **Economic Value of Long-Lead Streamflow Forecasts for Columbia River Hydropower**. Journal of Water Resources Planning and Management. Vol.128, n.2, março. 2002.

Haykin, S. **Neural Networks: a Comprehensive Foundation**. New Delhi: Prentice-Hall, 2005.

Hebb, D. O. **The organization of Behavior**. John Wiley & Sons, New York, 1949.

Hipel, K.W. **Time series analysis in perspective**. Water Resources Bulletin. 21 (4): 609–624, 1985. doi: 10.1111/j.1752-1688.1985.tb05376.x

Honorato, A.G.S.M.; Silva, G.B.L.; Santos, C.A.G. **Monthly streamflow forecasting using neuro-wavelet techniques and input analysis**. Hydrological Sciences Journal, 63:15-16, 2060-2075, 2018. doi: 10.1080/02626667.2018.1552788

Hopfield, J. J. **Neural Networks and Physical Systems with Emergent Collective Computational Abilities**. Proceedings of National Academy of Sciences, Vol.79, pp. 2554-2558, 1982.

Hsu, K.; Gupta, H.V.; Sorooshian, S. **Artificial neural network modelling of the rainfall runoff process**. Water Resources Research, 31(10), 2517–2530, 1995. doi: 10.1029/95WR01955

Hsu, M.-H.; Fu, J.-C.; Liu, W.-C. **Flood routing with real-time stage correction method for flash flood forecasting in the Tanshui River, Taiwan**. Journal of Hydrology. V. 283, p.267-280. 2003.

Hu, T.S.; Lam, K.C.; Ng, S.T. **River flor time series prediction with a range dependent-neural network**. Hydrological Sciences Journal, v.46, n.5, p. 729–745, 2001

Jain, A.; Kumar, A.M. **Hybrid neural network models for hydrologic time series forecasting**. Appl. Soft Comput. J. 7, 585–592, 2007. doi: 10.1016/j. asoc.2006.03.002.

Jain, A.; Sudheer, K.P.; Srinivasulu, S. **Identification of physical processes inherent in artificial neural network rainfall runoff models**. Hydrological Processes, 18(3), 571–581, 2004. doi: 10.1002/hyp.5502

Jain, S.K.; Das, A.; Srivastava, D.K. **Application of ANN for Reservoir Inflow Prediction and Operation**. Journal of Water Resources Planning and Management, Volume 125, Issue 5, Pages 263–271, 1999. doi: 10.1061/(ASCE)0733-9496(1999)125:5(263).

Jeong, D.-II; Kim, Y.-O. **Rainfall-runoff models using artificial neural networks for ensemble streamflow prediction**. Hydrological Processes, 19, 3819–3835, 2005. doi: 10.1002/hyp.5983.

Johnstone, I.M.; Silverman, B.W. ***Wavelet* threshold estimators for data with correlated noise**. J. Royal Statistical Society. Series B: Statistical Methodology, 59(2), 319–351, 1997.

Jothiprakash, V., Magar, R.B. **Multi-time-step ahead daily and hourly intermittent reservoir inflow prediction by artificial intelligent techniques using lumped and distributed data**. J. Hydrol. 450–451, 293–307, 2012. doi:10.1016/j.jhydrol.2012.04.045.

Kagoda, P.A., Ndiritu, J., Ntuli, C., Mwaka, B. **Application of radial basis function neural networks to short-term streamflow forecasting**. Phys. Chem. Earth 35, 571–581, 2010. doi:10.1016/j.pce.2010.07.021.

Kalteh, A.M. **Monthly river flow forecasting using artificial neural network and support vector regression models coupled with wavelet transform**. Computers & Geosciences 54:1–8, 2013. doi: 10.1016/j.cageo.2012.11.015

Karunanithi, N.; Grenney, W.J.; Whitley, D.; Bovee, K. **Neural Networks for River Flow Prediction**. Journal of Computing in Civil Engineering. 8(2), 201–220, 1994. doi: 10.1061/(ASCE)0887-3801(1994)8:2(201)

Kentel, E. **Estimation of river flow by artificial neural networks and identification of input vectors susceptible to producing unreliable flow estimates**. J. Hydrol. 375, 481–488, 2009. doi:10.1016/j.jhydrol.2009. 06.051.

Kim, T.W., Valdes, J.B. **Non-linear model for drought forecasting based on a conjunction of *Wavelet* transforms and neural networks**. J. Hydrol. Eng. 8 (6), 319–328, 2003.

Kisi, Ö. **Daily suspended sediment estimation using neuro-*Wavelet* models**. Int. J. Earth Sci. 99, 1471–1482, 2010a.

Kisi, Ö. **Neural networks and wavelet conjunction model for intermittent streamflow forecasting**. Journal of Hydrologic Engineering, 14 (8), 773–782, 2009. doi:10.1061/(ASCE)HE.1943-5584.0000053

Kisi, Ö. **River flow modeling using artificial neural networks**. J. Hydrologic Engineering, 9(1), 60–63, 2004. doi: 10.1061/(ASCE)1084-0699(2004)9:1(60)

Kisi, Ö. **Stream flow forecasting using neuro-wavelet technique**. Hydrological Processes, 22 (20), 4142–4152, 2008. doi:10.1002/hyp.v22:20

Kisi, Ö. **Streamflow forecasting using different artificial neural network algorithms**. Journal of Hydrologic Engineering, 12(5), 532–539, 2007. doi: 10.1061/(ASCE)1084-0699(2007)12:5(532)

Kisi, Ö. ***Wavelet* regression model for short-term streamflow forecasting**. J. Hydrology, 389(3-4), 344–353, 2010b.

Kisi, O., Shiri, J. ***Wavelet* and neuro-fuzzy conjunction model for predicting water table depth fluctuations**. Hydrol. Res. 43 (3), 286–300, 2012.

Kohzadi, N.; Boyd, M.S.; Kermanshahi, B.; Kaastra, I. **A comparison of artificial neural network and time siries models for forecasting commodity prices**. Neurocomputing, 10(2), 169-181, 1996.

Koussis, A.D.; Lagouvardos, K.; Mazi, K.; Kotroni, V.; Sitzmann, D.; Lang, J.; Zaiss, H.; Buzzi, A.; Malguzzi, P. **Flood Forecasts for Urban Basin with Integrated Hydro-Meteorological Model**. Journal of Hydrologic Engineering. V.8, n.1, jan/fev, p.1-11. 2003.

Koutsoyannis, D.; Yao, H.; Georgakakos, A. **Medium-range flow prediction for the Nile: a comparison of stochastic and deterministic methods**. Hydrological Sciences Journal, 53 (1), 142–164, 2008. doi:10.1623/hysj. 53.1.142

Krishna, B.; Satyaji Rao, Y.R.; Nayak, P.C. **Time Series Modeling of River Flow Using *Wavelet* Neural Networks**. Journal of Water Resource and Protection, Volume 03, Issue 01, Pages 50-59, 2011. doi: 10.4236/jwarp.2011.31006

Kumar, D.N.; Raju, K.S.; Sathish, T. **River flow forecasting using recurrent neural network**. Water Resources Management, 18(2), 2004.

Kumar, K.; Parida, M.; Katiyar, V.K. **Short Term Traffic Flow Prediction for a Non Urban Highway Using Artificial Neural Network**. Procedia – Social and Behavioral Sciences, 104, PP 755-764, 2013. doi: 10.1016/j.sbspro.2013.11.170

Kuo, C.C., Gan, T.Y., Yu, P.S. ***Wavelet*** **analysis on the variability, teleconnectivity and predictability of the seasonal rainfall of Taiwan**. Mon. Weather Rev. 138 (1), 162–175, 2010.

Lauzon, N.; Rousselle, J.; Birikundavyi, S.; Trung, H.T. **Real-time daily flow forecasting using black-box models, diffusion processes, and neural networks**. Canadian J. Civil Engineering, 27(4), 671–682, 2000. doi: 10.1139/cjce-27-4-671

Lettenmaier D.P., Wood E.F. **Hydrologic Forecasting**. In: MAIDMENT D., Handbook of Hydrology. McGrawHill, Chapter 26. 1993

Levenberg, K. **A Method for the Solution of Certain Non-Linear Problems in Least Squares**. Quarterly of Applied Mathematics. 2: 164–168, 1944.

Londhe, S.; Charhate, S. **Comparison of datadriven modelling techniques for river flow forecasting**. Hydrological Sciences Journal, 55 (7), 1163–1174, 2010. doi:10.1080/02626667.2010.512867

Loucks, D.P.; Stedinger, J.R.; Haith, D.A. **Water Resources Systems Planning and Analysis**, Prentice Hall, Englewood Cliffs, USA, 1981.

Maheswaran, R.; Khosa, R. ***Wavelet*****-Volterra coupled model for monthly stream flow forecasting**, J. Hydrology, v. 450–451, 320–335, 2012.

Maheswaran, R.; Khosa, R. ***Wavelets*****-based non-linear model for real-time daily flow forecasting in Krishna River**. Journal of Hydroinformatics, Volume 15, Issue 3, Pages 1022–1041, 2013. doi:10.2166/hydro.2013.135

Makwana, J.J.; Tiwari, M.K. **Intermittent Streamflow Forecasting and Extreme Event Modelling using *Wavelet* based Artificial Neural Networks**. Water Resources Management, 2014. doi: 10.1007/s11269-014-0781-1

Mallat, S. **A theory for multiresolution signal decomposition: the *Wavelet* representation**, IEEE Transactions Pattern Analysis and Machine Intelligence, 11 (7), 674–693, 1989.

Marquardt, D. **An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters**. SIAM Journal on Applied Mathematics. 11 (2): 431–441, 1963. doi:10.1137/0111030

Mathworks. **Wavelet Toolbox User's Guide**, 2014. Disponível em: <*http://www.mathworks.com/help/pdf_doc/wavelet/wavelet_ug.pdf*>.

McCulloch, W.; Pitts, W. **A Logical Calculus of the Ideas Immanent in Nervous Activity**, Bulletin of Mathematical Biophysics, 1943.

Mehr, A.D.; Kahyaa, E.; Olyaieb, E. **Streamflow prediction using linear genetic programming in comparison with a neuro-*Wavelet* technique**. Journal of Hydrology, Volume 505, Pages 240–249, 2013. doi: 10.1016/j.jhydrol.2013.10.003

Minns, A.W.; Hall, M.J. **Artificial neural networks as rainfall-runoff models**. Hydrolog. Sci. J., 41, 399–417, 1996.

Minsky, M.; Pappert, S. Perceptrons. MIT Press, Cambridge, 1969.

Minu, K.K.; Lineesh, M.C.; John, C.J. **Wavelet neural networks for nonlinear time series analysis**. Appl. Math. Sci. 4 (50), 2485–2495, 2010.

Misiti, M.; Misiti, Y.; Oppenheim, G.; Poggi, J.M. **Wavelet Toolbox – For use with Matlab**. The MathWorks, Inc, 1996.

MMA, Ministério do Meio Ambiente. **Caderno da Região Hidrográfica do São Francisco**. Plano Nacional de Recursos Hídricos, 2005.

Moosavi, V., Vafakhah, M., Shirmohammadi, B., Behnia, N. **A *Wavelet*-ANFIS hybrid model for groundwater level forecasting for different prediction periods**. Water Resour. Manage. 27 (5), 1301–1321, 2013a.

Moosavi, V., Vafakhah, M., Shirmohammadi, B., Ranjbar, M. **Optimization of *Wavelet*–ANFIS and *Wavelet*–ANN hybrid models by Taguchi method for groundwater level forecasting**. Arab. J. Sci. Eng. 2013b. doi:10.1007/ s13369-013-0762-3.

Muluye, G.Y. **Improving long-range hydrological forecasts with extended Kalman filters**. Hydrological Sciences Journal, 56 (7), 1118–1128, 2011. doi:10.1080/02626667.2011.608068

Mutlu, E., Chaubey, I., Hexmoor, H., Bajwa, S.G. **Comparison of artificial neural network models for hydrologic predictions at multiple gauging stations in an agricultural watershed**. Hydrol. Process. 22, 5097–5106, 2008. doi:10.1002/hyp.7136.

Nääs, I.A.; Campos, L.S.L.; Baracho, M.S.; Tolon, Y.B. **Uso de Redes Neurais Artificiais na Identificação de Vocalização de Suínos**. Engenharia Agrícola, v. 28, n. 2, 204-216, 2008.

Nandalal, K.D.W.; Bogardi, J.J. **Dynamic Programming Based Operation of Reservoirs: Applicabitity and Limits**. Cambridge University Press, United Kingdom, 2007.

Nayak, P.C.; Satyaji Rao, Y.R.; Sudheer, K.P. **Groundwater level forecasting in a shallow aquifer using artificial neural network approach**. Water Resources Management, 20, 77–90, 2006.

Neal, E.G.; Walter, M.T.; Coffeen, C. **Linking the pacific oscillation to seasonal stream discharge patterns in southeast Alaska**. Journal of Hydrology. V.263, p.188-197.2002.

Neelakantan, T.R.; Pundarikanthan, N.V. **Hedging rule optimization for water supply reservoir system**, Water Resources Management, 13, pp. 409-426, 1999.

Nourani, V.; Alami, M.T.; Aminfar, M.H. **A combined neural-*Wavelet* model for prediction of Ligvanchai watershed precipitation**. Eng. Appl. Artif. Intel. 22 (3), 466–472, 2009.

Oliveira, G.G.; Pedrollo, O.C.; Castro, N.M.R. **O desempenho das redes neurais artificiais (RNAs) para Simulação Hidrológica Mensal**. Revista Brasileira de Recursos Hídricos, v. 19, n. 2, 251–265, 2014

ONS, **Operador Nacional do Sistema Elétrico**, 2017. Disponível em: <*www.ons.org.br*>.

Papale, D.; Valentini, R. **A new assessment of European forests carbon exchanges by eddy fluxes and artificial neural network spatialization**. Global Change Biology, v. 9, n. 4, 525-535, 2003

Partal, T. **River flow forecasting using different artificial neural network algorithms and *Wavelet* transform**. Canadian Journal of Civil Engineering, Volume 36, Issue 1, Pages 26-38, 2009. doi: 10.1139/L08-090

Partal, T.; Cigizoglu, H.K. **Estimation and forecasting of daily suspended sediment data using *Wavelet*-neural networks**. Journal of Hydrology, Volume 358, Issues 3–4, Pages 317–331, September 2008. doi: 10.1016/j.jhydrol.2008.06.013

Partal, T., Cigizoglu, H.K. **Prediction of daily precipitation using *Wavelet* neural networks**. Hydrol. Sci. J. 54 (2), 234–246, 2009.

Partal, T.; Kişi, Ö. ***Wavelet* and neuro-fuzzy conjunction model for precipitation forecasting**. Journal of Hydrology, Volume 342, Issues 1–2, Pages 199–212, 2007. doi: 10.1016/j.jhydrol.2007.05.026

Plouffe, C.C.F.; Robertson, C.; Chandrapala, L. **Comparing interpolation techniques for monthly rainfall mapping using multiple evaluation criteria and auxiliary data sources: A case study of Sri Lanka**. Environmental Modelling & Software, 67, 57-71, 2015. doi: 10.1016/j.envsoft.2015.01.011

Pramanik, N.; Panda, R.K.; Singh, A. **Daily river flow forecasting using wavelet ANN hybrid models**. Journal of Hydroinformatics, 13 (1), 49–63, 2010. doi:10.2166/ hydro.2010.040

Prodan-Palade, D. **Bankruptcy risk prediction models based on artificial neural networks**. Audit Financiar Journal, v. 15, n. 147, pp. 418-429, 2017. doi: 10.20869/AUDITF/2017/147/418

Pulido-Velázquez, M.; Andreu, J.; Sahuquillo, A. **Economic optimization of conjunctive use of surface water and groundwater at the basin scale**, J. Water Resources Planning and Management, ASCE, 132(6), pp. 454-467, 2006. doi: 10.1061/(ASCE)0733-9496(2006)132:6(454)

Rahman, S. **Artificial Intelligence in Electric Power Systems: A Survey of the Japanese Industry**. IEEE Transactions on Power Systems, Vol.8, N.3, 1993.

Rajaee, T., Mirbagheri, S.A., Zounemat-Kermani, M., Nourani, V. **Daily suspended sediment concentration simulation using ANN and neuro-fuzzy models**. Sci. Total Environ. 407 (17), 4916–4927, 2009.

Rajaee, T., Nourani, V., Zounemat-Kermani, M., Kisi, O. **River suspended sediment load prediction: application of ANN and *Wavelet* conjunction model**. J. Hydrol. Eng. 16 (8), 613–627, 2011.

Ramana, R.V., Krishna, B., Kumar, S.R., Pandey, N.G. **Monthly rainfall prediction using *Wavelet* Neural Network Analysis**. Water Resour. Manage 27, 3697–3711, 2013.

Recknagel, F.; French, M.; Harkonen, P.; Yabunaka, K. **Artificial neural network approach for modelling and prediction of algal blooms**. Ecological Modelling, v. 96, n. 1-3, pp 11-28, 1997.

Reis, A.J.R.; Silva, A.P.A. **Aplicação da transformada *Wavelet* discreta na previsão de carga a curto prazo via redes neurais**. Revista Controle & Automação, Jan./Mar., 15(1), 101–108, 2004.

Rosenblatt, R. **The Perceptron: A Probabilistic Model for Information Storage and Organization in the Brain**. Psychol. Rev.65, 1958.

Rumelhart, D.E.; Hinton, G.E.; Williams, R.J. **Learning representations by back-propagation erros.** Nature, v. 323, n. 6088, p. 53 –538, 1986.

Rumelhart, D.E., McClelland, J.L. **Parallel Distributed Processing**. MIT Press, Vol.1, 1986.

Sahay, R.R.; Srivastava, A. **Predicting Monsoon Floods in Rivers Embedding *Wavelet* Transform, Genetic Algorithm and Neural Network**. Water Resources Management, Volume 28, Issue 2, Pages 301-317, 2014. doi: 10.1007/s11269-013-0446-5

Salas, J.D. **Applied Modeling of Hydrologic Time Series**. Water Resources Publication, 1980

Salas, J.D. **Analysis and modeling of hydrologic time series**. Handbook of Hydrology,

edited by D.R. Maidment, Chap. 19, 19.1–19.72, McGraw-Hill Inc., New York, USA, 1993.

San Emeterio, J.L.; Rodriguez-Hernandez, M.A. ***Wavelet*** **denoising of ultrasonic A-scans for detection of weak signals**. Proc. 19th International Conference on Systems, Signals and Image Processing, IWSSIP, 48–51, 2012.

Santos, C.A.G.; Freire, P.K.M.M.; Silva, G.B.L.; Silva, R.M. **Discrete *Wavelet* transform coupled with ANN for daily discharge forecasting into Três Marias reservoir**. Proceedings of the International Association of Hydrological Sciences, v. 364, p. 100-105, 2014. doi:10.5194/piahs-364-100-2014.

Santos, C.A.G.; Morais, B.S.; Silva, G.B.L. **Drought forecast using artificial neural network for three hydrological zones in San Francisco river basin**. IAHS-AISH Publication, 333, 302–312, 2009.

Santos, C.A.G.; Silva, G.B.L. **Daily streamflow forecasting using a *Wavelet* transform and artificial neural network hybrid models**. Hydrological Sciences Journal, v. 59, p. 1-13, doi: 10.1080/02626667.2013.800944, 2014.

Seo, Y.; Kim, S.; Kisi, O.; Singh, V.P. **Daily water level forecasting using wavelet decomposition and artificial intelligence techniques**. Journal of Hydrology, 520, 224–243, 2015.

Shiri, J., Kisi, O. **Estimation of daily suspended sediment load by using *Wavelet* conjunction models**. J. Hydrol. Eng. 17 (9), 986–1000, 2012.

Shirmohammadi, B., Moradi, H., Moosavi, V., Semiromi, M., Zeinali, A. **Forecasting of meteorological drought using *Wavelet*–ANFIS hybrid model for different time steps (case study: southeastern part of east Azerbaijan province, Iran)**. Nat. Hazards 69, 389–402, 2013.

Silverman, D.; Dracup, J.A. **Artificial neural networks and long-range precipitation prediction in California**. J. Applied Meteorology, 39(1), 57–66, 2000. doi: 10.1175/1520-0450(2000)039<0057:ANNALR>2.0.CO;2

Singh, R.M. ***Wavelet*****-ANN Model for Flood Events**. Advances in Intelligent and Soft Computing Volume 131, Pages 165-175, 2012. doi:10.1007/978-81-322-0491-6_16

Sivakumar, B.; Jayawerdana, A.W.; Fernando, T.M.K.G. **River flow forecasting: use of phase-space reconstruction and artificial neural networks approaches**. J. Hydrology, 265(1–4), 225–245, 2002. doi: 10.1016/S0022-1694(02)00112-9

Smith, B.L.; Demetsky, M.J. **Short-term traffic flow prediction models – a compararion of neural networks and nonparametric regression approaches**. In: Systems, Man and

Cybernetics. IEEE Internetcional Conference on Humans, Information and Technology, 1706-1709, 1994.

Srinivasulu, S.; Jain, A. **A comparative analysis of training methods for artificial neural network rainfall–runoff models**. Applied Soft Computing, 6 (3), 295-306, 2006.

Stolojescu, C.L. **A Wavelets based Approach for Time Series Mining**, Ph.D. Dissertation, Telecom Bretagne, France, 2012.

Taylor, K. E. **Summarizing multiple aspects of model performance in a single diagram**. J. Geophys. Res. 106 (D7): 7183–7192, 2001. doi:10.1029/2000JD900719.

Telles, W.R.; Rodrigues, P.P.G.W.; Silva Neto, A.J.; Santiago, O.L.; Mesa, M.I.; Lugon Júnior, J. **Simulação de uma Pluma de Contaminantes no Rio Macaé Utilizando Redes Neurais Artificiais**. Revista Brasileira de Recursos Hídricos, 18 (2), 165 – 174, 2013. doi: 10.21168/rbrh.v18n2.p165-174.

Teng, H.; Rossel, R.A.V.; Shi, Z.; Behrens, T.; Chappell, A.; Bui, E. **Assimilating satellite imagery and visible–near infrared spectroscopy to model and map soil loss by water erosion in Australia**. Environmental Modelling & Software, 77, 156-167, 2016. doi: 10.1016/j.envsoft.2015.11.024

Terzi, Ö., Ergin, G. **Forecasting of monthly river flow with autoregressive modeling and data-driven techniques**. Neural Comput. Appl. 25, 179–188, 2014. doi:10.1007/s00521-013-1469-9.

Tiwari, M.K.; Chatterjee, C. **A new *Wavelet*--bootstrap--ANN hybrid model for daily discharge forecasting.** Journal of Hydroinformatics, Volume 13, Issue 3, Pages 500-519, 2011. doi: 10.2166/hydro.2010.142

Tokar, A.S.; Johnson, P.A. **Rainfall-runoff modeling using artificial neural networks**. J. Hydrologic Engineering, 4(3), 232–239, 1999. doi: 10.1061/(ASCE)1084-0699(1999) 4:3(232)

Torrence, C.; Compo, G.P. **A practical guide to *Wavelet* analysis**. Bull. Amer. Meteor. Soc., 79(1), 61–78, 1998.

Torrence, C.; Webster, P. **Interdecadal Changes in the ESNO-Monsoon System**, Journal of Climate, 12(8), 2679–2690, 1999. doi:10.1175/1520-0442(1999)012<2679:ICITEM>2.0.CO;2

Toth, E.; Brath, **A. Multistep ahead streamflow forecasting: role of calibration data in conceptual and neural network modeling**. Water Resour. Res. 43, 1–11 2007. doi:10.1029/2006WR005383.

Tucci, C.E.M.; Collischonn, W. **Previsão de Vazão**. In: TUCCI, C.E.M.; BRAGA, B. (Orgs.) Clima e Recursos Hídricos no Brasil. Porto Alegre: ABRH, p.281- 348, nov. 2003.

Valipour, M. **Critical areas of Iran for agriculture water management according to the annual rainfall**. Eur. J. Sci. Res. 84, 600–908, 2012.

Valipour, M. **Long-term runoff study using SARIMA and ARIMA models in the United States. Meteorol**. Appl, 2015. doi:10.1002/met.1491.

Valipour, M., Banihabib, M., Behbahani, S. **Monthly inflow forecasting using autoregressive artificial neural network**. J. Appl. Sci. 12, 2139–2147, 2012a.

Valipour, M., Banihabib, M.E., Behbahani, S.M.R. **Parameters estimate of autoregressive moving average and autoregressive integrated moving average models and compare their ability for inflow forecasting**. J. Math. Stat. 8, 330–338, 2012b. doi:10.3844/jmssp.2012. 330.338.

Valipour, M., Banihabib, M.E., Behbahani, S.M.R. **Comparison of the ARMA, ARIMA, and the autoregressive artificial neural network models in forecasting the monthly inflow of Dez dam reservoir**. J. Hydrol. 476, 433–441, 2013. doi:10.1016/j.jhydrol.2012.11.017

Valipour, M., Montazar,A. **Optimize of all effective infiltration parameters in furrow irrigation using visual basic and genetic algorithm programming**. Aust. J. Basic Appl. Sci. 6, 132–137, 2012a.

Valipour, M., Montazar, A. **Sensitive analysis of optimized infiltration pasupport Systemrameters in SWDC model**. Adv. Environ. Biol. 6, 2574–2581, 2012b.

Wang, W.; Ding, J. **Wavelet network model and its application to the prediction of hydrology**. Nature and Science, 1 (1), 67–71, 2003.

Wei, S.; Yang, H.; Song, J.; Abbaspour, K.; Xu, Z. **A wavelet-neural network hybrid modelling approach for estimating and predicting river monthly flows**. Hydrological Sciences Journal, 58 (2), 374–389, 2013. doi:10.1080/ 02626667.2012.754102

Wernstedt, K.; Hersh, R. **Climate Forecasts in Flood Planning: Promise and Ambiguity**. Journal of the American Water Resources Association. V.38, n.6, dez, p.1703-1713. 2002.

Widrow, B. **Generalization and Information Storage in Networks of Adaline Neurons**. Self-Organizing Systems, 1962.

Widrow, B.; Lehr, M. A. **30 Years of Adaptive Neural Networks: Perceptron, Madaline and Backpropagation**. Proceedings of the IEEE, Vol.78, N.9, September, 1990.

Wilson, R.L.; Sharda, R. **Bankruptcy prediction using neural networks**. Decision Support Systems, 11 (5), 545-557, 1994.

Wood, A.W.; Maurer, E.P.; Kumar, A.; Lettenmaier, D.P. **Long-range experimental hydrologic forecasting for the eastern United States**. Journal of Geophysical Research. V.107, n.20, p.6(1-15). 2002.

Wu, C.L.; Chau, K,W.; Li, Y.S. **Methods to improve neural network performance in daily flows prediction**. J. Hydrology, 372, 80–93, 2009a.

Wu, C.L.; Chau, K.W.; Li, Y.S. **Predicting monthly streamflow using datadriven models coupled with data-preprocessing techniques**. Water Resour. Res. 45, 1–23, 2009b. doi:10.1029/2007WR006737.

Wu, J.S., Han, J., Annambhotla, S., Bryant, S. **Artificial neural networks for forecasting watershed runoff and stream flows**. J. Hydrol. Eng, 2005. doi:10.1061/(ASCE)1084-0699(2005) 10:3(216).

Yanchong, C.; Darong, H.; Ling, Z. **A short-term traffic flow prediction method based on *Wavelet* analysis and neural network**. In: Control and Decision Conference (CCDC), IEEE, 2016. doi: 10.1109/CCDC.2016.7532264

Yaseen, Z.M.; El-Shafie, A.; Afan, H.A.; Hameed, M.; Mohtar, W.H.M.W., Hussain, A. **RBFNN versus FFNN for daily river flow forecasting at Johor River, Malaysia**. Neural Comput. Appl, 2015. doi:10.1007/s00521-015-1952-6.

Yonenaga, W.H.; Figueiredo, R.S. **Previsão do preço de soja utilizando redes neurais**. XIX ENEGEP – Encontro Nacional de Engenharia de Produção, 1999.

Zanetti, S.S.; Sousa, E.F.; Carvalho, D.D.; Bernardo, S. **Estimação da evapotranspiração de referência no Estado do Rio de Janeiro usando redes neurais artificiais**. Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental, v. 12, n. 2, 174–180, 2008.

Zar, J. H. **Biostatistical Analysis**, Prentice hall, New Jersey, 1999.