



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
COORDENAÇÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Tese de Doutorado

**Cenários de Inflação Inseridos em Extensões do Modelo Padrão
de Partículas**

por

Jamerson Rodrigues

João Pessoa - Paraíba - Brasil

29 de julho de 2019

Jamerson Rodrigues

Cenários de Inflação Inseridos em Extensões do Modelo Padrão de Partículas

Tese de Doutorado apresentada à Coordenação do Programa de Pós-graduação em Física da Universidade Federal da Paraíba como parte dos requisitos para a obtenção do grau de Doutor em Física.

Universidade Federal da Paraíba – UFPB
Centro de Ciências Exatas e da Natureza
Programa de Pós-Graduação em Física

Orientador: Carlos Antônio de Sousa Pires

João Pessoa-PB
Fevereiro de 2019

Catálogo na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

R696c Rodrigues, Jamerson Gillis Batista.
Cenários de Inflação Inseridos em Extensões do Modelo
Padrão de Partículas / Jamerson Gillis Batista
Rodrigues. - João Pessoa, 2019.
98f. : il.

Orientação: Carlos Antônio de Sousa Pires.
Tese (Doutorado) - UFPB/CCEN.

1. Inflação, Massa de Neutrinos. I. Pires, Carlos
Antônio de Sousa. II. Título.

UFPB/BC

Ata da Sessão Pública da Defesa de Tese de
Doutorado do aluno **Jamerson Gillis Batista
Rodrigues**, candidato ao Título de Doutor em
Física na Área de Concentração Física das
Partículas Elementares e Campos.

1 Aos vinte e sete dias do mês de fevereiro do ano de dois mil e dezenove, às 14:00, no
2 Auditório da Pós-Graduação em Física do Centro de Ciências Exatas e da Natureza da
3 Universidade Federal da Paraíba, reuniram-se os membros da Banca Examinadora
4 constituída para examinar o candidato ao grau de Doutor em Física na área de Física das
5 Partículas Elementares e Campos, **Jamerson Gillis Batista Rodrigues**. A comissão
6 examinadora foi composta pelos professores doutores: *Carlos Antônio de Sousa Pires*
7 (UFPB), orientador e presidente da banca examinadora, *Francisco de Assis de Brito*
8 (UFPB), *Herondy Francisco Santana Mota* (UFPB), *Eduardo Marcos Rodrigues dos*
9 *Passos* (UFCG) e *Diego Alejandro Cogollo Aponte* (UFCG). Dando início aos
10 trabalhos, o Prof. Carlos Antônio de Sousa Pires comunicou aos presentes a finalidade
11 da reunião. A seguir, passou a palavra para que o candidato fizesse, oralmente, a
12 exposição do trabalho de tese intitulado “*Extensões do modelo padrão de partículas em*
13 *cenários de inflação*”. Concluída a exposição, o candidato foi arguido pela Banca
14 Examinadora, que emitiu o seguinte parecer: “**aprovado**”. Assim sendo, deve a
15 Universidade Federal da Paraíba expedir o respectivo diploma de Doutor em Física na
16 forma da lei. E para constar, eu, Danilo Wilson Lemos Menezes, redigi esta ata que vai
17 assinada por mim e pelos membros da Banca Examinadora. João Pessoa, Paraíba, **27 de**
18 **fevereiro de 2019.**

19

Prof. Dr. Carlos Antônio de Sousa Pires
Orientador – PPGF/UFPB

Prof. Dr. Francisco de Assis de Brito
PPGF/UFPB

Prof. Dr. Herondy Francisco Santana Mota
PPGF/UFPB

Prof. Dr. Eduardo Marcos Rodrigues dos Passos
UFCG

Prof. Dr. Diego Alejandro Cogollo Aponte
UFCG

Carlos Pires

Francisco de Brito

Herondy F.S. Mota

Eduardo Passos

Diego Cogollo

DEDICATÓRIA

*Às duas mulheres de minha vida:
minha mãe, D^a Graça e minha esposa, Tairine,
por todo o amor e incentivo.*

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Carlos Pires, pela orientação, dedicação, estímulo e competência durante estes anos com que condiziu nosso trabalho.

A minha esposa Tairine por todo o suporte nos momento difíceis.

Ao prof. Paulo Sérgio por todo auxílio e contribuição para minha formação.

A todos os professores desta Unidade Acadêmica que contribuíram com a minha formação.

Aos meus familiares pelo apoio, confiança e incentivo.

Aos colegas de pós-graduação Pablo, Geilson, Clarissa, Antônio por toda ajuda nesses anos de pesquisa.

A CAPES pelo suporte financeiro.

A todos que direta ou indiretamente possibilitaram a conclusão deste trabalho.

RESUMO

Com a evolução dos experimentos em satélites, o paradigma inflacionário alcançou a condição de física de precisão. Informações obtidas da radiação cósmica de fundo (CMB) podem ser utilizadas para vincular parâmetros dos modelos inflacionários. Nesta tese apresentamos nossas contribuições ao desenvolvimento desse cenário (1, 2). Em particular, desenvolvemos uma variação do modelo $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_N$ de gauge, proposto originalmente em (3). Esse cenário é construído de modo a abrigar naturalmente o mecanismo *seesaw* tipo-I e a simetria de Peccei-Quin. Inflação é realizada em altas energias pelo campo Φ , mediante correções radiativas ao potencial (1). Em seguida, desenvolvemos um modelo de inflação não-mínimo, proposto originalmente em (2). Nesse cenário, a componente neutra do campo Δ , tripleto por $SU(2)_L$, realiza inflação por intermédio de um acoplamento não-mínimo à gravidade. Quando o inflaton adquire valor esperado do vácuo, massa para os neutrinos padrões é gerada através do mecanismo *seesaw* tipo-II. Ao confrontarmos esses modelos com os dados observados do CMB, obtemos cenários extremamente preditivos, com assinaturas de física nova em escalas de energias acessíveis para futuros experimentos.

Palavras chave: Inflação, Potencial inflacionário, Massa de Neutrinos, Mecanismo *Seesaw*.

ABSTRACT

With the development of satellites experiments, the inflationary paradigm has conquered the status of precision physics. Data obtained from cosmic microwave background (CMB) can be used to vinculate parameters of inflationary models. In this thesis we present our contributions to the development of this scenario (1, 2). In particular, we develop a variation of the $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_N$ gauge model, proposed originally in (3). This scenario is constructed in a way to address the type-I seesaw and the Peccei-Quin symmetry naturally. Inflation is ruled at high energies by the Φ field, through radiative corrections in the potential. In the following, we develop a model of non-minimal inflation, originally proposed in (2). In this scenario, the neutral component of the Δ field, triplet by $SU(2)_L$, performs inflation through a non-minimal coupling to gravity. When the inflaton acquires vacuum expected value, mass for the standard neutrinos is generated through type-II seesaw mechanism. When we confront these models with the observed CMB data, we get extremely predictive scenarios, with new signatures on energy scales accessible for future experiments.

Keywords: Inflation, Inflationary Potential, Neutrinos Mass, Seesaw Mechanism.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	– Desvio no espectro de corpo negro encontrado na radiação CMB, pelo instrumento FIRAS do satélite COBE. Figura retirada da referência (4).	9
Figura 2	– Mapa de temperatura <i>full-sky</i> do CMB liberado pela colaboração WMAP.	13
Figura 3	– Espectro de potência para a temperatura medido pela colaboração Planck. Os pontos azuis representam os dados observacionais ao passo que a linha vermelha mostra o melhor ajuste para o modelo Λ CDM. Por definição $\mathcal{D}_l \equiv l(l+1)C_l/(2\pi)$	15
Figura 4	– Polarização linear gerada por espalhamento Thompson. As linhas vermelhas representam um feixe de maior frequência (radiação quente) enquanto as linhas azuis representam um feixe com menor frequência (radiação fria).	16
Figura 5	– Representação esquemática dos parâmetros de Strokes. Aqui Q representa a variável s_1 , U representa s_2 e V representa s_3 . Figura retirada de (4).	17
Figura 6	– Modos-E e modos-B em torno de pontos frios (linhas azuis) e de pontos quentes (linhas vermelhas) da LSS.	19
Figura 7	– Espectros de potência para as correlações TE e EE obtidos pelo Planck2015. Mais uma vez $\mathcal{D}_l \equiv l(l+1)C_l/(2\pi)$	20
Figura 8	– Estrutura causal da superfície do último espalhamento segundo a cosmologia padrão. Figura retirada de (5).	27
Figura 9	– Estrutura causal da superfície do último espalhamento para um universo pós-inflacionário. Figura retirada de (5).	28
Figura 10	– Mecanismo de <i>slow-roll</i> para o campo ϕ . As flutuações quânticas do campo são representadas por $\delta\phi$. Figura retirada de (5).	31
Figura 11	– Evolução do horizonte comóvel de Hubble no período inflacionário e padrão. Figura retirada de (5).	40
Figura 12	– Regiões com 68% e 95% CL para os valores observados pelo Planck de n_S ($k_* = 0.05 \text{ Mpc}^{-1}$) e r ($k_* = 0.002 \text{ Mpc}^{-1}$), comparados às previsões teóricas de modelos inflacionários (6).	46
Figura 13	– r vs a' para valores de Δ indicados na legenda. A região cinza é excluída pelo Planck.	51
Figura 14	– n_S vs r para $\Delta = 3m_P$. As áreas sombreadas mostram as regiões favorecidas pelo Planck2015, com 68% e 95% de nível de confiança (6).	52
Figura 15	– m_ϕ vs a' para valores de Δ indicados na legenda. Note que m_ϕ possui um valor máximo de aproximadamente 38 TeV.	53
Figura 16	– α vs n_S para valores de Δ indicados na legenda.	53
Figura 17	– Potencial efetivo no referencial de Einstein. Figura retirada de (7).	58

Figura 18 – r vs n_S para $N = 50$ (curva verde), 55 (curva azul) e 60 (curva vermelha). As áreas sombreadas mostram as regiões favorecidas pelo Planck2015, com 68% e 95% de nível de confiança (6). Em particular, os pontos mais externos das curvas foram calculados para $\xi_\delta = 10^{-3}$ enquanto os mais internos nos informam as previsões do modelo para $\xi_\delta = 1$	61
Figura 19 – r vs n_S para $N = 50$ (curva verde), 55 (curva azul) e 60 (curva vermelha). Mais uma vez realizamos os cálculos para $10^{-3} \leq \xi_\delta \leq 1$, sendo o extremo esquerdo das curvas os pontos referentes à $\xi_\delta = 10^{-3}$	63
Figura 20 – Evolução do horizonte comóvel de Hubble para os diversos períodos do universo. A linha pontilhada representa o horizonte atual $(a_0 H_0)^{-1}$. Figura retirada de (8).	70

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
2	FÍSICA DO BIG BANG	5
2.1	Cosmologia de Friedmann, Lemaître, Robertson e Walker	5
2.2	A história do Big Bang	7
2.3	Problemas na Física do Big Bang	9
2.3.1	O Problema da Planitude do universo	10
2.3.2	O Problema das Abundâncias Relíquias	11
2.3.3	O Problema do Horizonte	11
2.4	Anisotropia da Temperatura	13
2.5	Polarização do CMB	15
2.5.1	Polarização por Espalhamento de Thomson	15
2.5.2	Parâmetros de Stokes	16
2.5.3	Modos E e B	18
2.6	Modelo Cosmológico Padrão	20
3	INFLAÇÃO	23
3.1	Definindo Inflação	23
3.2	Uma Solução para os Problemas do Big Bang	25
3.2.1	Solucionando o Problema da Planitude	25
3.2.2	Solucionando o Problema das Abundâncias Relíquias	26
3.2.3	Solucionando o Problema do Horizonte	26
3.3	Um campo escalar como inflaton	28
3.3.1	Dinâmica do campo escalar	29
3.3.2	Parâmetros de <i>Slow-Roll</i>	30
3.4	Reaquecimento	32
3.5	A Origem Quântica das Perturbações de Densidades	33
3.5.1	Perturbações Lineares	34
3.5.2	A Dependência do Gauge	34
3.5.3	Perturbações na Métrica	35
3.5.4	Perturbações na Energia	36
3.5.5	Perturbações Invariantes de Gauge	37
3.5.6	Espectro de Potência	38
3.5.7	Saída e Reentrada do Horizonte	39
3.5.8	Espectro de Potência na Saída do Horizonte	40

3.5.9	Observáveis Inflacionários	42
4	INFLAÇÃO NO 3-3-1	44
4.1	Inflação Caótica	45
4.2	Correções Radiativas no Cenário Caótico	46
4.2.1	Aspectos Gerais do Modelo 3 – 3 – 1	47
4.2.2	O potencial Inflacionário	48
4.2.3	Análise de Slow Roll	49
4.2.4	Reaquecimento	53
4.3	Considerações Finais	54
5	GRAVIDADE NÃO-MÍNIMA NA INFLAÇÃO	55
5.1	Considerações Gerais Sobre o Acoplamento Não-Mínimo e Inflação de Higgs	56
5.2	Alternativas para a Inflação Não-Mínima	59
5.3	O Triplete como Inflaton - Análise de Slow Roll	60
5.4	Inflação Não-Mínima com Correções Radiativas	62
5.5	Alguns comentários Sobre o Reaquecimento	64
5.6	Considerações Finais	64
6	CONCLUSÕES	66
A	HORIZONTE DE PARTÍCULAS E HORIZONTE DE EVENTOS	68
B	NÚMERO DE E-FOLDS	69
C	MODELO 3-3-1 COM 3 NEUTRINOS ESTÉREIS E 1 ESCALAR SINGLETO	71
D	MECANISMO SEESAW	74
D.1	Mecanismo seesaw Tipo-I	74
D.2	Mecanismo Seesaw Tipo-II na Escala de TEV	75
E	A INCOMPATIBILIDADE ENTRE N E A_S	77
	REFERÊNCIAS	78

1 INTRODUÇÃO

O estudo da origem e evolução do cosmos, conhecido como cosmologia, tem sido um dos tópicos mais investigados da história humana. O tema remonta à Grécia antiga, onde pela primeira vez Eudoxo (~ 400 a.C.), seguido por Aristoteles (~ 350 a.C.), usaram de premissas científicas para descrever o movimento das estrelas ao redor do sol. Apesar das contribuições notáveis dadas por personalidades como Copérnico (~ 1550), Galileu Galilei (~ 1610), Issac Newton (~ 1660), foi apenas em 1915 quando Einstein formulou a relatividade geral (RG), que nasceu o que conhecemos como cosmologia padrão. O advento da RG concedeu à cosmologia uma grande capacidade preditiva, seguido por importantes confirmações observacionais. De particular importância, Hubble notou em 1929 que objetos mais longínquos afastam-se de nossa galáxia mais rápido que objetos mais próximos (9). Em outras palavras, Hubble foi o primeiro a observar a expansão do universo. Combinada à RG, tal descoberta levou à formulação da teoria do Big Bang. Segundo esta teoria, o universo teria surgido de uma singularidade, densa e quente, que expande continuamente para um estado disperso e frio. Apesar de algumas inconsistências, a teoria do Big Bang explica com excelente acurácia a configuração atual do universo. Em particular, permitiu obter com boa precisão a abundância dos elementos leves, no processo conhecido como *big bang nucleosynthesis*.

Com o passar do tempo fomos capazes de enxergar cada vez mais longe no cosmos. Isso ocorreu até 1965, quando Arno Penzias e Robert Wilson descobriram uma radiação tênue e homogênea oriunda dos limites do universo observável, chamada posteriormente de radiação cósmica de fundo (CMB) (10). Vinda de todas as direções do céu, essa radiação térmica acabou por tornar-se uma excelente sonda sobre os processos do universo primordial. Apenas em 1992, quando do lançamento do experimento em satélite COBE, descobriu-se pequenas flutuações no espectro dessa radiação ($\sim 10^{-5}$) (11). A descoberta de inomogeneidades no CMB deu início a uma era de precisão na cosmologia. Em especial, os dados obtidos pelo satélite WMAP, lançado em 2001, permitiu a elaboração de mapas detalhados dessas inomogeneidades (12, 13). Por fim, o terceiro experimento em satélite obteve dados extremamente precisos sobre anisotropias na temperatura e polarização do CMB (14, 15, 6, 16). Lançado em 2009, o satélite Planck continuou a coletar dados até 2012, quando o líquido refrigerante de seu instrumento de alta frequência (HFI) chegou ao fim. O tratamento estatístico desses dados proporcionaram uma melhor compreensão da estrutura e evolução do universo visível. Em particular, o estudo das oscilações acústicas aponta para a existência de uma componente de matéria fracamente interagente, chamada matéria escura (17).

Por outro lado, a física de partículas possui raízes tão profundas quanto à cosmologia. Foi também na Grécia antiga que surgiu a ideia de partícula, quando Leucipo e Demócrito (século

IV a.C.) chegaram a conclusão que toda a matéria deve ser constituída por blocos fundamentais e indivisíveis, chamados átomos (do grego, indivisível). O conceito de átomos indivisíveis permaneceu inalterado até o final do século XIX e início do século XX, com a descoberta do elétron por Thomson e posteriormente, a descoberta do próton por Rutherford. Entretanto, apenas após a formulação da mecânica quântica, seguida da teoria quântica de campos, que conseguimos alcançar uma descrição apropriada para as menores escalas do universo.

De fato, o século XX foi palco de grandes avanços teóricos e experimentais na área de física de partículas. Em 1933, o físico italiano Enrico Fermi, formulou uma teoria efetiva de contato para descrever a interação de curto alcance no decaimento beta (18). No entanto, apenas após o desenvolvimento das simetrias de gauge não-abelianas por Yang e Mills em 1954 (19), uma explicação mais refinada desse processo pôde ser formulada. Em particular, Glashow em 1962 unificou as interações fracas e eletromagnéticas no grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, fornecendo uma descrição renormalizável para os processos envolvidos no decaimento beta (20, 21, 22). Infelizmente, a descrição fornecida por Glashow entra em contradição quando comparada aos experimentos. Acontece que os bósons de gauge provenientes da teoria de Yang e Mills não possuem massa, indicando uma interação de longo alcance. A descrição adequada para o decaimento beta é alcançada apenas em 1967, quando Weinberg e Salam incorporaram o mecanismo de Higgs à teoria de gauge de Glashow (23, 24, 25). Nesse modelo, os bósons de gauge adquirem massa através da quebra da simetria $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ na simetria eletromagnética $U(1)_E$. Finalmente, o modelo padrão de partículas como o conhecemos foi proposto em 1972, quando Weinberg incorporou a QCD ao modelo eletrofraco através da simetria $SU(3)_C$ (26).

O imenso poder preditivo do modelo padrão de partículas foi solidificado nas décadas subsequentes, com importantes confirmações experimentais. Em particular, a detecção do quark charmado (27, 28), e posteriormente do bóson de gauge neutro Z^0 (29, 30), coferiram seu status de paradigma. No último caso, o modelo padrão foi capaz de prever com boa precisão a massa do bóson Z^0 . Apenas recentemente presenciamos a descoberta da última peça do modelo, quando em 2012 as colaborações ATLAS e CMS anunciaram a observação de um escalar neutro com características semelhantes ao previsto na teoria de Weinberg, Salam, Glashow, Higgs (31, 32).

Apesar dos grandes feitos dessas teorias, ambas possuem claras limitações em responder perguntas fundamentais da natureza. No caso da cosmologia padrão, por exemplo, os dados do CMB sugerem o equilíbrio térmico mesmo para regiões causalmente desconexas. A situação torna-se ainda mais dramática quando consideramos as anisotropias do CMB. A cosmologia padrão mostra-se incapaz de explicar oscilações tão pequenas em torno de uma temperatura de equilíbrio que supostamente não deveria existir. No que se refere ao modelo padrão de partículas, esforços teóricos e experimentais ainda são necessários a fim resolver um número considerável de problemas. Ausência de candidatos à matéria escura (33), problemas de hierarquia (34), problema de cp-forte (35, 36, 37) são alguns exemplos de questões ainda em aberto que motivam extensões do modelo padrão. Em particular, experimentos de oscilação de neutrinos sugerem

a existência de massa para neutrinos (38, 39). A confirmação da massa de neutrinos ocorreu em 1998, quando a colaboração do experimento Super-Kamiokande forneceu pela primeira vez fortes evidências da oscilação de neutrinos (39). Este resultado está claramente em desacordo com a teoria de Weinberg, que prevê massa nula para os neutrinos ativos na interação fraca.

Em resumo, a física de partículas descreve o comportamento do universo em pequenas escalas enquanto a cosmologia é usualmente empregada para descrevê-lo em grandes escalas. Apesar da natureza aparentemente distinta dessas duas teorias, o decorrer da história mostrou na verdade tratarem-se de ciências complementares. Observações astronômicas estão usualmente relacionadas à grandes descobertas na física de partículas. Esse é o caso da massa de neutrinos, que teve seu primeiro indício na observação de neutrinos solares e atmosféricos (38, 40). Ou ainda da descoberta dos mésons pi, observados pela primeira vez em 1947 em raios cósmicos (41).

Do ponto de vista teórico, nenhuma teoria conseguiu concatenar de forma mais sofisticada a física de partículas e a cosmologia como a inflação. O conceito de inflação cósmica foi introduzido por Alan Guth em 1981 (42) e posteriormente por Linde (43), Albrecht e Steinhardt (44), no intuito de lidar com inconsistências da teoria cosmológica padrão. Em poucas palavras, o paradigma inflacionário pode ser definido como uma fase de expansão acelerada do universo. Isso significa que, por definição, inflação tem como objetivo conectar escalas de distâncias tão pequenas como a de Planck à escalas tão grandes quanto o próprio universo visível.

Com o advento de medições precisas das anisotropias do CMB, o paradigma inflacionário alcançou a condição de física de precisão. Em outras palavras, informações obtidas do CMB podem ser utilizadas para vincular os observáveis inflacionários. Do ponto de vista da construção de modelos, pela primeira vez na história, dados observacionais podem ser utilizados para vincular parâmetros de modelos inflacionários. Nesta tese, apresentamos nossas contribuições ao desenvolvimento desse cenário (1, 2). Em particular, construímos extensões do modelo padrão de partículas a fim de reproduzir os valores observados pelo Planck para os observáveis inflacionários (6). Como era esperado, ao associar cosmologia e física de partículas obtemos modelos com grande poder preditivo. Assim como as observações das oscilações de neutrinos solares e atmosféricos indicaram a existência de massas não-nulas para neutrinos, as observações das anisotropias do CMB podem apontar para a magnitude dessas massas. Em particular, obtemos previsões importantes para os parâmetros relativos ao setor de neutrinos dos modelos.

Para iniciar esta tese, revisamos os conceitos básicos da cosmologia padrão e apontamos as inconsistências dessa teoria (capítulo 2). Em seguida, apresentamos o paradigma inflacionário sob duas perspectivas: a clássica e a quântica (capítulo 3). No viés clássico, discorremos sobre como inflação soluciona diversas inconsistências da teoria padrão. Já na perspectiva quântica, discutimos como esse mecanismo oferece uma origem para as perturbações de densidade presentes no CMB. Finalmente, nos capítulos 4 e 5 apresentamos nossas propostas de modelos inflacionários. Focaremos nossa análise sob dois aspectos: a capacidade dos modelos em recu-

perar os parâmetros observados pelo Planck e o poder preditivo resultante disso. Por fim, no capítulo 6 discutimos algumas considerações finais.

2 FÍSICA DO BIG BANG

2.1 COSMOLOGIA DE FRIEDMANN, LEMAÎTRE, ROBERTSON E WALKER

Nós não somos especiais, ou pelo menos nossa posição no universo não é. Esse é o ponto de partida de qualquer estudo baseado em cosmologia, comumente postulado na forma do princípio cosmológico:

Teorema 1 *Quando observado em uma escala suficientemente grande, as propriedades do universo são as mesmas para qualquer observador.*

Em outras palavras o universo é homogêneo e isotrópico em largas escalas. Naturalmente, o mesmo não pode ser para pequenas escalas, pois isso impossibilitaria o surgimento de estruturas (galáxias, aglomerados, etc.). Detalharemos o surgimento de perturbações de densidade em um momento mais propício. Por enquanto, basta saber que o princípio cosmológico é uma descoberta empírica, observado para escalas da ordem de 100 Mpc até os 3000 Mpc que constituem nosso universo visível. A equação que descreve a evolução desse universo homogêneo pode ser obtida fazendo uso apenas da gravitação de Newton e conservação de energia (45). Aqui tomaremos uma abordagem mais canônica e abrangente, segundo a relatividade geral (46, 47, 48, 4).

A métrica mais geral que descreve um espaço homogêneo e isotrópico, foi concebida por Friedmann, Lemaître, Robertson e Walker (métrica FLRW),

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)\gamma_{ij}dx^i dx^j. \quad (2.1)$$

Onde temos $a(t)$ o fator de escala do universo. Basicamente, o fator de escala nos diz a forma que o universo evolui no tempo. A parte geométrica fica a cargo de γ_{ij} ,

$$\gamma_{ij}dx^i dx^j = \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi). \quad (2.2)$$

Apenas três soluções são possíveis para a constante k : a solução para um universo plano ($k = 0$), um universo fechado e circular ($k = 1$) e para um universo aberto e hiperbólico ($k = -1$). Definir a evolução do universo é basicamente definir $a(t)$ para os diferentes constituintes do universo. Na relatividade geral, a evolução de um sistema é descrita pelas equações de Einstein

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = -\Lambda g_{\mu\nu} + 8\pi G_N T_{\mu\nu}, \quad (2.3)$$

onde $G_{\mu\nu}$ é o tensor de Einstein, Λ é a constante cosmológica e $T_{\mu\nu}$ o tensor energia-momento. As equações de Einstein basicamente fazem uma ponte entre a métrica (codificada em $G_{\mu\nu}$) e o

conteúdo de energia do sistema. As dez equações em (2.3) são reduzidas a duas quando aplicamos o princípio cosmológico. De fato, usando a métrica FLRW (2.1), as únicas componentes não-nulas do tensor de Einstein são

$$G_{00} = 3 \left[\left(\frac{\dot{a}}{2} \right)^2 + \frac{k}{a^2} \right], \quad G_{ij} = -\gamma_{ij}(k + 2a\ddot{a} + \dot{a}^2). \quad (2.4)$$

Para obtermos a segunda parte das equações de Einstein precisaremos especificar o conteúdo energético do universo. Para um fluido homogêneo e isotrópico, em equilíbrio térmico, o tensor energia-momento fica

$$T_{\mu\nu} = pg_{\mu\nu} + (p + \rho)U_\mu U_\nu, \quad (2.5)$$

onde $U^\mu = (1, 0, 0, 0)$ é o quadrivetor de velocidade para um fluido perfeito, ρ e p são a densidade de energia e pressão, respectivamente. De (2.5)

$$T_{00} = \rho, \quad T_{ij} = pa^2\gamma_{ij}. \quad (2.6)$$

Usando (2.4) e (2.6) temos que as equações de Einstein se reduzem às equações de Friedmann

$$3H^2 = \Lambda + 8\pi G_N \rho - 3\frac{k}{a^2}, \quad (2.7)$$

$$2\dot{H} = -8\pi G_N(p + \rho) + 2\frac{k}{a^2}, \quad (2.8)$$

onde introduzimos o parâmetro de Hubble $H \equiv \dot{a}/a$, o qual tem dimensão $[t^{-1}]$. A fim de descrever a evolução do fator de escala para os diferentes constituintes do universo precisamos definir a equação de estado,

$$\omega \equiv \frac{p}{\rho}. \quad (2.9)$$

Valores diferentes de ω implicam em uma estrutura diferente para as equações de Friedmann e consequentemente resultados diferentes para $a(t)$.

Outra equação importante surge quando consideramos a conservação de energia. Da relatividade geral $\nabla_\mu G^\mu_\nu = \nabla_\mu T^\mu_\nu = 0$:

$$\dot{\rho} = -3H(\rho + p). \quad (2.10)$$

A equação (2.10) diz basicamente que em face a uma expansão do espaço-tempo o universo decresce sua densidade de energia. Usando a equação de estado podemos integrar (2.10) para obter

$$\rho \propto a^{-3(1+\omega)}. \quad (2.11)$$

E finalmente substituindo (2.11) em (2.7) obtemos a expressão para o fator de escala,

$$a(t) \propto \begin{cases} t^{\frac{2}{3(1+\omega)}}, & \omega \neq -1 \\ e^{Ht}, & \omega = -1. \end{cases} \quad (2.12)$$

Como mencionado anteriormente, a densidade de energia e o fator de escala evoluem conforme o “tipo” (ou estatística) da energia dominante no universo. Para um universo dominado por radiação, a pressão faz com que $\omega = 1/3$ e a energia decresça com a^{-4} . Matéria fria ou não-relativística não possui pressão de radiação e por isso $\omega = 0$, tendo a energia escalonando com a^{-3} .

O cenário padrão considera apenas $\omega > 0$, com um universo dominado sempre por matéria bariônica ou radiação. Essa conjuntura gera algumas inconsistências na teoria, como veremos mais adiante. O caso de um universo dominado por uma constante cosmológica pode ser pensado como um fluido perfeito cuja equação de estado é definida por $\omega = -1$. Com alguma manipulação, das equações de Friedmann temos,

$$\dot{H} + H = \frac{\ddot{a}}{a} = -4\pi G_N \left(\frac{\rho}{3} + p \right), \quad (2.13)$$

onde incorporamos Λ à densidade de energia. Note que para $\omega < -1/3$ temos um universo em expansão acelerada ($\ddot{a} > 0$).

2.2 A HISTÓRIA DO BIG BANG

As equações de Friedmann em (2.7) e (2.8) são a consequência da aplicação do princípio cosmológico na RG. Dadas as condições iniciais, elas nos dizem como o universo evolui no tempo de acordo com o seu conteúdo energético. Desde o COBE (11) até o Planck (6) experimentos em plataformas espaciais vêm dando maior precisão às medidas dos parâmetros cosmológicos. A estratégia aqui é usar os valores medidos das densidades atuais do universo como condições iniciais para desenharmos a composição do universo no passado. As densidades de energia usualmente são normalizadas em relação a densidade crítica ρ_c

$$\Omega_i^0 = \frac{\rho_i^0}{\rho_c^0}, \quad (2.14)$$

onde o índice i distingue cada componente, enquanto 0 sempre especificará o tempo presente. Dado o valor de H , a densidade crítica é definida como a densidade necessária para que o universo tenha a geometria plana, $\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G_N}$. Apesar de ainda existirem tensões sobre o valor de H^0 (49, 50), o valor atual encontrado pelo Planck é dado por:

$$H^0 = (67.8 \pm 0.9) \times 100 \text{ km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}. \quad (2.15)$$

Podemos ainda interpretar o termo de curvatura como uma contribuição para a densidade de energia

$$\Omega_k \equiv -\frac{3k}{8\pi G_N a^2 \rho_c} \equiv \frac{\rho_k}{\rho_c}. \quad (2.16)$$

Note que Ω_k decresce no tempo com a^{-2} , enquanto que para componentes como matéria fria e radiação, Ω cai de forma mais drástica com a^{-3} e a^{-4} , respectivamente. Os valores observados para as densidades de energia são

$$\Omega_M^0 \sim 0.3, \quad \Omega_R^0 \sim 10^{-4}, \quad \Omega_\Lambda^0 \sim 0.7, \quad \Omega_k^0 \lesssim 10^{-3}, \quad (2.17)$$

onde os sobrescritos M, R, Λ e k representam matéria fria, radiação, constante cosmológica e curvatura, respectivamente. Em termos desses valores, a equação de Friedmann em (2.7) fica

$$\left(\frac{H^2}{H_0^2}\right) = \sum_i \Omega_i^0 a^{-3(1+\omega_i)} + \Omega_k^0 a^{-2}. \quad (2.18)$$

De (2.17) temos que atualmente o universo é dominado pela constante cosmológica. Definindo $a_0 = a(t_0) = 1$, podemos retroceder no tempo e imaginar que em um passado mais próximo o universo passou por um momento dominado por matéria fria, e mais distante por radiação.

De acordo com a evolução de $a(t)$ temos um universo inicialmente denso e quente que expande para um estado disperso e frio. Enquanto o universo esfria, determinados processos e interações deixam de ser energeticamente favoráveis e param de ocorrer. Uma forma interessante de analisarmos essa sequência de desacoplamentos se dá segundo a temperatura média dos fótons (4). Considerando um universo em equilíbrio térmico, podemos fazer um paralelo entre a temperatura dos fótons com a do próprio universo. Vimos que a densidade de energia dos fótons evolui com a^{-4} . Como o volume evolui com a^3 temos que a energia dos fótons dispersa com a^{-1} . Assim, podemos associar uma temperatura para os fótons que evolui com a^{-1} .

Conhecemos bem como as partículas se comportam até a escala eletrofraca (~ 100 GeV) devido a experimentos de colisores. Quando o universo alcança a temperatura de 100 GeV ($t \sim 10^{-10}$ s) a simetria eletrofraca é quebrada, dando massa para os bósons Z e W^\pm . Com isso, a seção de choque eletrofraca cai proporcionalmente à exponencial da massa dos bósons até que, na temperatura de 1 MeV, os neutrinos desacoplam do banho térmico. Logo após, quando a temperatura cai para 0.1 MeV, os fótons tornam-se incapazes de impedir a ligação entre neutrons e prótons. Esse período é conhecido como Nucleosíntese (10^2 s) e marca o surgimento dos elementos leves do universo (H, He, Li). Em torno de 2.6 eV (10^{11} s) as densidades de radiação e matéria fria tornam-se equivalentes. Após esse momento o universo passa a ser dominado por matéria fria. Em $T \sim 0.23$ eV, os fótons não possuem energia suficiente para quebrar a ligação entre elétrons e núcleons e assim o universo se torna gradativamente neutro. Esse período é conhecido como era da recombinação (do inglês *recombination time*) e acaba quando o último elétron se liga a um núcleon, ou melhor dizendo quando $\Gamma_{Compton} > H$. Em $T \sim 0.2$ eV ($\sim 380,000$ a) o fóton desacopla e o universo se torna transparente. Esse período é conhecido como era do desacoplamento. Tais fótons ficam livres para propagar até nós, formando a radiação cósmica de fundo (CMB) que observamos hoje à uma temperatura $T \sim 2.3 \times 10^{-4}$ eV.

Até $T \sim 0.5$ keV as interações entre as partículas do banho térmico são intensas o suficiente para manter o equilíbrio térmico. Qualquer perturbação que surja é rapidamente amortecida pela eficiência na troca de energia. Por exemplo, produção de pares elétron-pósitrons ocorrem até a temperatura de 1 MeV. Bremsstrahlung e espalhamento Compton radiativo cessam

¹ O termo equilíbrio térmico refere-se a um conjunto de processos. Cada processo está em equilíbrio térmico apenas se cada partícula do estado inicial interage muitas vezes em um tempo de Hubble (H^{-1}) ref[liddle].

à 0.5 keV. Nesse período os fótons possuem uma distribuição de corpo negro condizente com sua temperatura. Abaixo de 0.5 keV apenas o espalhamento Compton e o espalhamento Thompson (seu análogo elástico) resistem. Tais processos possuem baixa transferência de energia, com isso qualquer perturbação que surja afeta o espectro dos fótons. De fato, o instrumento FIRAS a bordo do satélite COBE (51) detectou um desvio da ordem de 10^{-5} no espectro de corpo negro do CMB, ver figura 1.

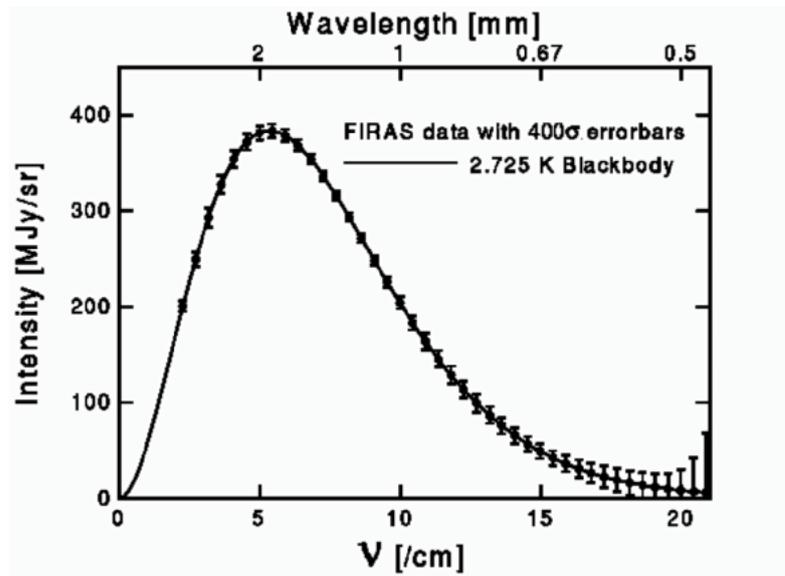


Figura 1 – Desvio no espectro de corpo negro encontrado na radiação CMB, pelo instrumento FIRAS do satélite COBE. Figura retirada da referência (4).

A origem e evolução dessas perturbações são de grande interesse teórico e experimental. Seu estudo pode revelar detalhes do universo primordial inacessíveis por observação direta. Em particular, a investigação dessas flutuações podem fornecer informações sobre processos em altas energias, inacessíveis para os aceleradores de partículas atuais. No intuito de observar essas flutuações com maior precisão, diversos experimentos vêm sendo realizados desde os dias do COBE. O mais recente deles, o satélite Planck conseguiu detectar não somente anisotropia na temperatura como também na polarização do CMB (6). Mais a frente falaremos com mais detalhes sobre o experimento Planck e sobre as características do CMB.

2.3 PROBLEMAS NA FÍSICA DO BIG BANG

As soluções das equações de Einstein para o fator de escala nos mostram a história de um universo que evolui de um estado denso e quente para o universo cada vez mais frio que conhecemos hoje. Esse modelo de evolução do universo é usualmente chamado de cosmologia padrão ou cosmologia do big bang. Entre seus resultados, vale ressaltar que a Nucleosíntese descreve a abundância dos elementos leves do universo em boa concordância com as observações (16). De fato, a cosmologia padrão descreve muito bem o universo, desde seus primeiros segundos até as eras mais recentes do cosmos. Apesar de todo seu sucesso, dados obtidos do CMB relativos ao

universo primordial, colocam em cheque certos pilares da teoria. A seguir detalharemos algumas deficiências da cosmologia padrão.

2.3.1 O Problema da Planitude do universo

O primeiro problema que apresentaremos aqui nos mostra uma característica no mínimo desconfortável da cosmologia padrão, o ajuste fino. Problemas de ajuste fino acontecem em modelos onde, para ajustar os resultados teóricos aos dados experimentais, ajusta-se os parâmetros da teoria de forma muito precisa, sem uma justificativa mais fundamental que embasa tal ajuste. Na cosmologia padrão, um ajuste fino é necessário quando levamos em consideração a evolução da densidade de energia de curvatura do universo (Ω_k). De (2.16) temos que

$$|\Omega_k| = \frac{k}{H^2 a^2}. \quad (2.19)$$

Para um universo dominado por matéria ($a \propto t^{\frac{2}{3}}$) ou radiação ($a \propto t^{\frac{1}{2}}$) temos

$$|\Omega_k| \propto t^{\frac{2}{3}} \quad (\text{mat}), \quad (2.20)$$

$$|\Omega_k| \propto t \quad (\text{rad}). \quad (2.21)$$

Note que em ambos os casos a densidade de energia aumenta com o tempo. Comparativamente, a densidade de energia da curvatura decai com a^{-2} enquanto que, para matéria fria ou radiação, temos a energia decaindo de forma mais drástica com a^{-3} e a^{-4} , respectivamente. Portanto, um universo dominado por matéria ou radiação logo teria seu conteúdo energético sobrepujado pela curvatura. Essa claramente não é a situação, conforme os valores apresentados pelo Planck em (2.17). Isso nos leva a crer que Ω_k assumiria valores ainda menores em épocas anteriores do universo.

Assumindo por simplicidade um universo dominado predominantemente por radiação em todas as eras passadas, podemos estimar os valores de Ω_k coerentes com o resultado em (2.17) (dado $t^0 \sim 4 \times 10^{17}$ s):

- No período de desacoplamento ($t \sim 380.000a \sim 10^{13}s$), Ω_k teria de assumir o valor $\Omega_k \lesssim 10^{-7}$.
- No período marcado pela igualdade entre matéria-radiação ($t \sim 10^{11}s$), teríamos $\Omega_k \lesssim 10^{-9}$.
- Na Nucleosíntese ($t \sim 10^2 s$), precisaríamos $\Omega_k \lesssim 10^{-18}$.
- Por fim, no período da quebra da escala eletrofraca ($t \sim 10^{-10}s$), precisaríamos $\Omega_k \lesssim 10^{-30}$.

A cosmologia padrão não nos dá nenhum motivo fundamental para Ω_k assumir valores tão pequenos. Uma solução seria termos $k = 0$ no estado inicial do universo. Porém, essa configuração

seria um tanto arbitrária sem uma simetria que a justifique. Dado que o universo poderia, a princípio, assumir qualquer valor de Ω_k , por que motivo escolheria um valor tão pequeno? Esse é o problema da planitude do universo.

2.3.2 O Problema das Abundâncias Relíquias

Também conhecido como problema dos monopolos, o problema das abundâncias relíquias surge de uma incompatibilidade da cosmologia padrão com teorias de física além do modelo padrão de partículas. Na seção (2.2) vimos que ao decorrer dos primeiros milênios (até $\sim 10^{11}$ s), a componente de matéria relativística dominou o conteúdo energético do universo. Em contrapartida, temos que para radiação, a densidade de energia dispersa como $1/a^4$. Consideravelmente mais rápido que a da matéria fria $1/a^3$. Sendo assim, qualquer resíduo de matéria não-relativística presente no início do universo rapidamente predominaria sobre a radiação, levando a um universo dominado por matéria fria antes mesmo do período indicado em (2.2).

Se levarmos em consideração apenas o conteúdo de partículas presente no modelo padrão, esse problema é contornado devido à forte interação entre as partículas. Tal interação garante que as componentes de matéria fria permaneçam em equilíbrio com o banho térmico. Em outras palavras, a densidade de número das partículas não-relativísticas cai com $e^{-m_a/T}$, impedindo que a matéria fria domine sobre a matéria relativística, isso até que ocorra o freeze-out ($\Gamma < H$) (48). Quando levamos em conta extensões do modelo padrão esse cenário pode mudar. A fim de conservar a fenomenologia do setor visível, novas partículas inseridas no modelo tendem a ter uma interação muito suprimida com o setor padrão. Portanto, tais partículas tendem a sair prematuramente do banho térmico e sua densidade de energia a decair relativamente à $1/a^3$.

As teorias de grande unificação são exemplos conhecidos por apresentar esse problema. Basicamente essas teorias alegam a existência de uma simetria superior, que engloba as simetrias do modelo padrão de partículas, unificando seus acoplamentos. Nessas teorias, as simetrias do modelo padrão surgiriam como resíduos da quebra desse grupo de simetria maior. Geralmente essa quebra ocorre numa escala de energia alta $\sim 10^{16}$ GeV, resultando numa partícula tipo Higgs com massa também na mesma ordem. O problema está em termos uma partícula tão pesada no início do universo. Esse bóson se tornaria não-relativístico rapidamente. Como sua densidade de energia cairia como $1/a^3$, rapidamente sua abundância dominaria sobre as componentes relativísticas do universo.

2.3.3 O Problema do Horizonte

O problema do horizonte se caracteriza, na opinião deste autor, como a inconsistência mais alarmante da cosmologia padrão. Este surge do fato do universo possuir uma idade finita, portanto, a luz, tendo uma velocidade bem definida, é capaz de percorrer uma distância tão limitada quanto. Assim, o alcance da luz em cada época delimita as partes causalmente conectadas do universo.

Em contrapartida, ao analisarmos o espectro do CMB encontramos um comportamento de corpo negro, implicando que todo o universo visível estaria em equilíbrio térmico na época do desacoplamento, mesmo as partes causalmente desconexas! Para analisarmos esse problema com mais clareza, podemos redefinir a variável temporal como

$$d\tau = \frac{dt}{a(t)}, \quad (2.22)$$

chamado tempo conforme ou comóvel. Veja que essa redefinição coloca o tempo em pé de igualdade com as variáveis espaciais

$$ds^2 = a^2(t)(-d\tau^2 + dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi)). \quad (2.23)$$

Onde usamos $k = 0$. As regiões causalmente conectadas do universo são definidas pela geodésica nula, $ds^2 = 0$. Para um universo isotrópico, as componentes angulares não contribuem no cálculo da geodésica, logo

$$r_c = \tau - \tau_i = \int_{\tau_i}^{\tau} \frac{dt}{a(t)}. \quad (2.24)$$

A expressão acima nos dá o alcance da luz no espaço conforme. Para obtermos as regiões causalmente conectadas no espaço físico basta multiplicarmos pelo fator de escala $d_c \equiv a(t) \times r_c$, de onde temos o horizonte de partículas. Temos para o horizonte conforme

$$r_c = \int_{\tau_i}^{\tau} \frac{dt}{a(t)} \sim a^{(1+3\omega)/2} - a_i^{(1+3\omega)/2}. \quad (2.25)$$

Onde usamos (2.12). Note que em um universo em expansão, para $\omega > -1/3$, temos que o horizonte cresce com o tempo. Em outras palavras, a todo momento regiões que nunca estiveram em contato causal trocam informações pela primeira vez. Poderíamos supor que tais regiões pudessem estar em estados termodinâmicos dos mais aleatórios. Porém, não é isso que os dados experimentais nos mostram. Como já comentamos, observações do CMB mostram que universo é isotrópico com grande precisão. Isso mostra que regiões causalmente desconexas estariam em equilíbrio térmico na época do desacoplamento. Esse é o problema do horizonte.

Obviamente esse problema acontece apenas para as equações de estado com $\omega > -1/3$. No entanto, a história do big bang detalhada na seção anterior nos descreve um universo constituído apenas por radiação $\omega = 1/3$ e matéria fria $\omega = 0$ (apenas recentemente dominado por uma constante cosmológica Λ com $\omega = -1$). Mais dramático ainda são os desvios observados no espectro de corpo negro do CMB, da ordem de 10^{-6} . Dado que um estado inicial do universo construído para explicar de forma *ad hoc* o equilíbrio térmico, deveria ser capaz de explicar também as perturbações desse estado.

Veremos mais adiante como a hipótese da inflação é capaz de resolver essas falhas da cosmologia padrão e fornecer uma origem para as perturbações do CMB. Não poderíamos fazer isso sem antes descrever essas perturbações do CMB e sua relação com as perturbações de densidade na época do desacoplamento. Nesse intuito, focaremos as próximas seções no estudo dessas perturbações e nos experimentos que as exploram, como WMAP e PLANCK.

2.4 ANISOTROPIA DA TEMPERATURA

Uma das principais manifestações das flutuações de densidade do universo primordial se dá nas anisotropias de temperatura do CMB. A figura 2 mostra o mapa das flutuações de temperatura do CMB, medidas em relação à temperatura de corpo negro $T_0 = 2.7$ K, liberado pela colaboração WMAP (13). Os pontos azuis na imagem representam direções no céu onde a temperatura dos fótons está $\sim 10^{-5}$ abaixo de T_0 . Podemos interpretar isso como a perda de energia dos fótons devido ao potencial gravitacional gerado por uma região mais densa que seu entorno. De modo oposto, regiões mais avermelhadas indicam fótons vindos de regiões menos densas (5).

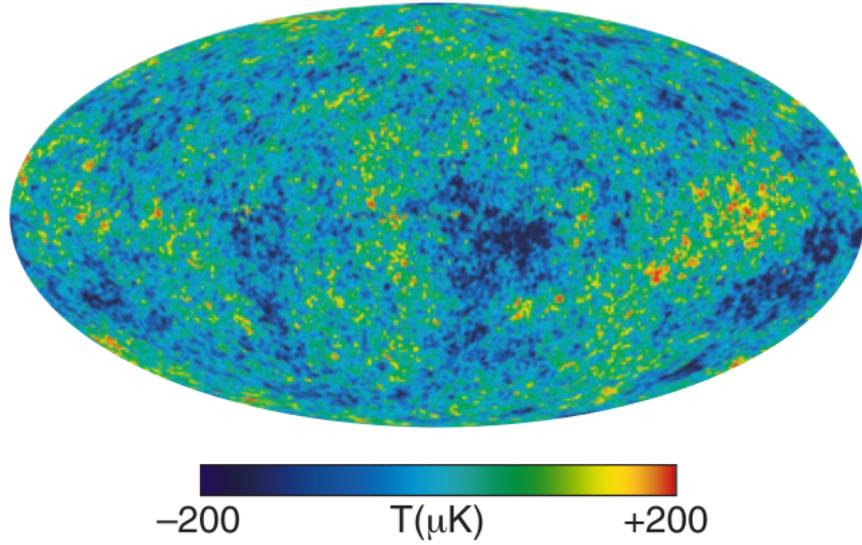


Figura 2 – Mapa de temperatura *full-sky* do CMB liberado pela colaboração WMAP.

Mais recentemente, o experimento Planck mediu a relação entre flutuações de temperatura para pontos distintos do céu. Isso foi feito com duas antenas captando fótons vindos de diferentes direções do universo. Dados \hat{n}_1 e \hat{n}_2 os vetores unitários que representam as direções dessas antenas, temos a função de correlação de 2-pontos (4)

$$C(\hat{n}_1, \hat{n}_2) \equiv \langle \Delta T(\hat{n}_1) \Delta T(\hat{n}_2) \rangle, \quad (2.26)$$

onde os brackets denotam a média para todas as configurações possíveis. Podemos escrever $C(\hat{n}_1, \hat{n}_2)$ de uma forma mais conveniente através dos harmônicos esféricos,

$$\Delta T(\hat{n}) = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=-l}^l a_{lm} Y_l^m(\hat{n}), \quad (2.27)$$

onde os coeficientes da expansão são dados por

$$a_{lm} = \int \Delta T(\hat{n}) Y_l^m(\hat{n}) d\hat{n}. \quad (2.28)$$

Substituindo (2.27) em (2.26) temos a função de correlação de 2-pontos na forma

$$C(\hat{n}_1, \hat{n}_2) = \left\langle \sum_{l_1=1}^{\infty} \sum_{m_1=-l_1}^{l_1} a_{l_1 m_1} Y_{l_1}^{m_1}(\hat{n}_1) \sum_{l_2=1}^{\infty} \sum_{m_2=-l_2}^{l_2} a_{l_2 m_2} Y_{l_2}^{m_2}(\hat{n}_2) \right\rangle. \quad (2.29)$$

Como os harmônicos esféricos são ortogonais entre si, podemos multiplicar a equação acima por Y_l^{m*} , $Y_{l'}^{m'}$ e integrar em \hat{n}_1 e \hat{n}_2 para obter

$$\langle a_{lm} a_{l'm'}^* \rangle = \int \int C(\hat{n}_1, \hat{n}_2) Y_{l'}^{m'}(\hat{n}_1) Y_l^{m*}(\hat{n}_2) d\hat{n}_1 d\hat{n}_2. \quad (2.30)$$

De acordo com a isotropia do universo, $C(\hat{n}_1, \hat{n}_2)$ depende apenas do ângulo θ entre as antenas (\hat{n}_1 e \hat{n}_2). Isso nos permite escrevê-lo em termos dos polinômios de Legendre $P_l(\cos \theta)$,

$$C(\theta) = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{2l+1}{4\pi} C_l^{TT} P_l(\cos \theta), \quad (2.31)$$

onde $\frac{2l+1}{4\pi} C_l^{TT}$ são os coeficientes dessa expansão. Podemos ainda usar o teorema da adição dos harmônicos esféricos

$$P_l(\cos \theta) = \frac{4\pi}{2l+1} \sum_{m=-l}^l Y_l^{m*}(\hat{n}_1) Y_l^m(\hat{n}_2), \quad (2.32)$$

para escrever a função de correlação na forma

$$C(\hat{n}_1, \hat{n}_2) = \sum_{l=0}^{\infty} C_l^{TT} \sum_{m=-l}^l Y_l^{m*}(\hat{n}_1) Y_l^m(\hat{n}_2). \quad (2.33)$$

Por fim, substituindo (2.33) em (2.30) conseguimos

$$\langle a_{lm} a_{l'm'}^* \rangle = C_l^{TT} \delta_{ll'} \delta_{mm'}. \quad (2.34)$$

Usamos de todo esse aparato para chegar na expressão acima para C_l^{TT} , usualmente chamado de espectro de potência angular. Tal quantidade descreve as flutuações de temperatura pictografadas na figura 2 de forma muito mais compacta, o que o torna uma poderosa ferramenta de análise estatística dos dados. A figura 3 mostra as medidas do espectro de potência angular feitas pelo Planck (6).

Além dos dados medidos, a figura 3 apresenta uma curva de ajuste da teoria com os dados. Podemos notar um comportamento ondulatório nas medições do Planck. Para escalas suficientemente pequenas, ou multipolos suficientemente grandes ($\theta \sim \frac{180^\circ}{l}$), perturbações de densidade na superfície do último espalhamento (do inglês *last scattering surface*) começam a interagir. Essa interação, na forma de atração gravitacional, gera concentração de massa que por sua vez aumenta a temperatura nos pontos de concentração. Com o aumento na temperatura, mais pressão de radiação é gerada o que resulta na subsequente dispersão da massa, até a temperatura cair e a atração gravitacional dominar novamente. Esse processo é conhecido como oscilações acústicas. Tais oscilações dependem tanto da cosmologia padrão quanto das perturbações presentes no CMB. Por exemplo, como matéria escura fria apenas interage gravitacionalmente, essa componente não sofre pressão de radiação. A concentração de matéria escura só aumenta, influenciando na amplitude das ondulações. A quantidade de matéria escura que melhor ajusta os dados experimentais fica em torno de 23% da densidade de energia do universo. Falaremos mais das oscilações acústicas à frente, quando discutirmos a origem das perturbações do CMB.

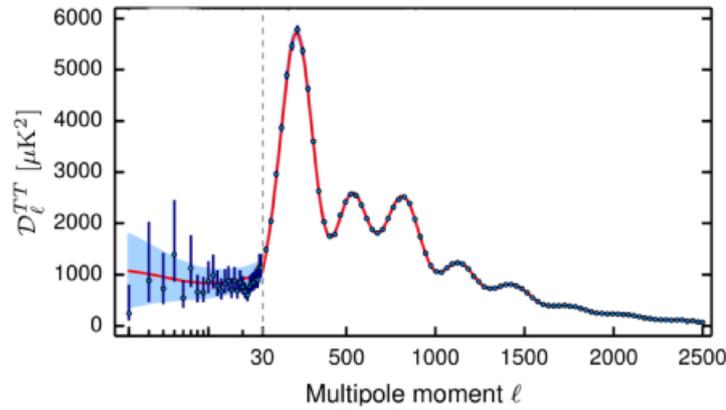


Figura 3 – Espectro de potência para a temperatura medido pela colaboração Planck. Os pontos azuis representam os dados observacionais ao passo que a linha vermelha mostra o melhor ajuste para o modelo Λ CDM. Por definição $\mathcal{D}_l \equiv l(l+1)C_l/(2\pi)$.

2.5 POLARIZAÇÃO DO CMB

Além da temperatura, a polarização do CMB constitui uma fonte rica de informações sobre perturbações na LSS (*last scattering surface*) (52). Mais ainda, sobre a natureza dos processos que levam a essas perturbações. Em particular, veremos que uma eventual medição dos chamados modos-B caracterizariam uma forte evidência de perturbações tensoriais (ondas gravitacionais) e por conseguinte, de inflação. Nesta seção, discutiremos brevemente o processo de polarização do CMB através do espalhamento Thomson. Em seguida, definiremos o formalismo usado para descrever a polarização (parâmetros de Stokes). Finalizaremos esta seção seguindo a proposta de Zaldarriaga e Seljak (53). Usaremos da projeção dos parâmetros s_1 e s_2 de Stokes na esfera, modo-E e modo-B respectivamente, para a analisar essa polarização.

2.5.1 Polarização por Espalhamento de Thomson

Durante o período de recombinação, a energia média dos fótons é suficiente apenas para permitir colisões elásticas com elétrons (espalhamento Thomson). Como vimos anteriormente, tal processo não transfere energia suficiente para suavizar qualquer perturbação que possa surgir no espectro fotônico. Por outro lado, o espalhamento Thomson depende explicitamente das polarizações dos fótons envolvidos

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{e^2}{m}\right)^2 (\hat{\epsilon}_i \cdot \hat{\epsilon}_f)^2, \quad (2.35)$$

onde $\hat{\epsilon}_i$ e $\hat{\epsilon}_f$ são as polarizações do fóton inicial e final, respectivamente. Com isso, temos que as polarizações dos fótons guardam informação sobre inhomogeneidades do universo primordial.

Para nos ajudar a compreender esse processo considere a situação a seguir: dois feixes de fótons, feixe 1 e feixe 2, incoerentes, propagam-se ao longo de eixos aproximadamente

ortogonais até a interseção, onde encontra-se o elétron e (figura 4). Ao colidirem com o elétron, as únicas componentes de polarização emitidas para o observador em O são as (aproximadamente) perpendiculares ao eixo \overline{eO} , gerando ondas semi-polarizadas. Caso haja diferença na intensidade dos feixes 1 e 2, essa diferença refletirá na direção da polarização da luz. Por outro lado, para uma luz isotrópica no entorno de e , a soma vetorial resultaria numa luz despolarizada. Logo a polarização nos dá informação sobre perturbações de densidade no entorno de e (54, 52, 5).

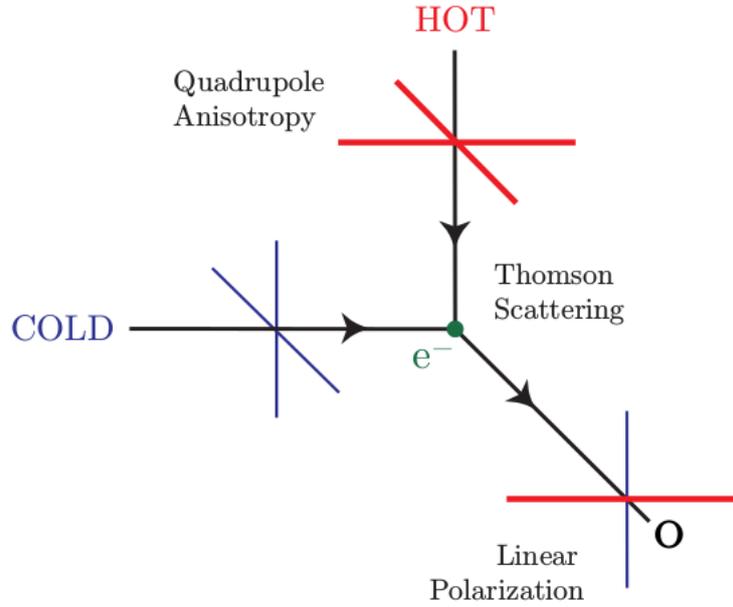


Figura 4 – Polarização linear gerada por espalhamento Thomson. As linhas vermelhas representam um feixe de maior frequência (radiação quente) enquanto as linhas azuis representam um feixe com menor frequência (radiação fria).

Para mais detalhes sobre o espalhamento Compton e seu limite elástico (Thompson) ver (46, 55).

2.5.2 Parâmetros de Stokes

Agora que sabemos o mecanismo pelo qual as anisotropias geram polarização no CMB, resta discutir um modo adequado de caracterizar tal polarização. Seguiremos aqui a notação da referência (56).

Vamos considerar um campo elétrico, representado por uma onda plana quasi-monocromática de frequência angular média $\langle\omega\rangle$, propagando na direção z . Na representação complexa

$$E_x(t) = a_1(t)e^{i(\phi_1(t) - \langle\omega\rangle t)}, \quad E_y(t) = a_2(t)e^{i(\phi_2(t) - \langle\omega\rangle t)}, \quad (2.36)$$

representam a variação do campo elétrico no ponto O , nas direções x e y . A polarização de uma onda é determinada pela relação entre suas componentes E_x e E_y . Caso não haja correlação, a onda é dita despolarizada. Caso as componentes oscilem em fase, a polarização é dita linear.

Para uma diferença de fase $\pi/2$, temos uma polarização circular. Qualquer outro caso se encaixa na definição de polarização elíptica.

De modo geral, um conjunto de quatro parâmetros são necessários para caracterizar a onda, por exemplo $a_1, a_2, \langle \omega \rangle$ e $\delta = \phi_1 - \phi_2$. Ao que se refere à polarização, G. G. Stokes, em suas investigações sobre luz parcialmente polarizada, definiu um conjunto de parâmetros um tanto conveniente. Suponha que consigamos impor um retardo ϵ na componente y da onda em relação a componente x . Subsequentemente com um polarizador, medimos a intensidade $I(t; \theta, \epsilon)$ da luz na direção que faz um ângulo θ com o eixo x . Os quatro parâmetros de Stokes são dados por

$$\begin{aligned} s_0 &= I(0^\circ, 0) + I(90^\circ, 0), \\ s_1 &= I(0^\circ, 0) - I(90^\circ, 0), \\ s_2 &= I(45^\circ, 0) - I(135^\circ, 0), \\ s_3 &= I(45^\circ, \frac{\pi}{2}) - I(135^\circ, \frac{\pi}{2}). \end{aligned} \tag{2.37}$$

O primeiro parâmetro (s_0) nos dá a intensidade da luz. O segundo, por sua vez, nos mostra o excesso da componente de luz polarizada na direção y em relação aquela polarizada na direção x . Logo, s_1 está associado à polarização linear da onda. O mesmo ocorre para s_2 , sendo que dessa vez, o polarizador mede as intensidades em eixos deslocados 45° dos originais. Finalmente, o último parâmetro está relacionado à polarização circular. Podemos interpretar s_3 como a diferença de intensidade entre a componente de luz polarizada circularmente no sentido horário e a no sentido anti-horário. A figura 5 nos mostra esquematicamente o significado de cada parâmetro.

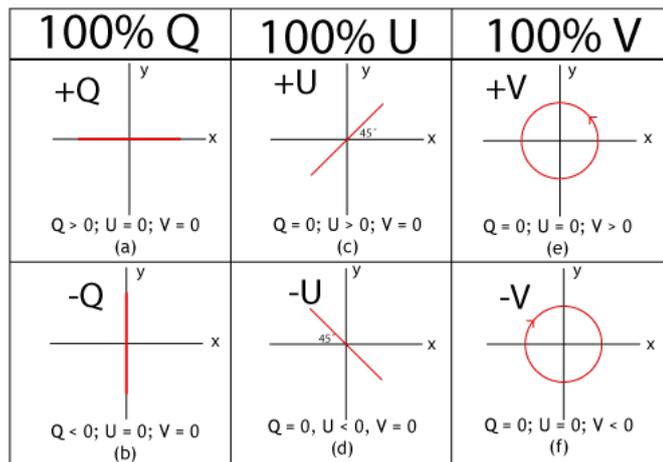


Figura 5 – Representação esquemática dos parâmetros de Stokes. Aqui Q representa a variável s_1 , U representa s_2 e V representa s_3 . Figura retirada de (4).

Perturbações de densidade na superfície do último espalhamento são capazes de gerar componentes não-nulas de polarização linear (s_1 e s_2), através do espalhamento Thomson, mas nunca s_3 (polarização circular)(4). A seguir veremos como analisar a polarização do CMB usando o método proposto por Zaldarriaga e Seljak (53), para tal, introduziremos as quantidades escalares $E(\hat{n})$ e $B(\hat{n})$.

2.5.3 Modos E e B

A fim de caracterizar a anisotropia na temperatura da LSS, expandimos ΔT em harmônicos esféricos e calculamos sua função de correlação para pontos distintos do céu. Isso foi possível devido ao fato da temperatura ser um escalar, portanto, invariante por rotação. O mesmo não acontece no caso da polarização. Ao aplicarmos uma rotação ψ no plano ortogonal à direção \hat{n} , vemos de (2.37) que s_1 e s_2 transformam segundo

$$\begin{aligned} s'_1 &= s_1 \cos(2\psi) + s_2 \sin(2\psi), \\ s'_2 &= -s_1 \sin(2\psi) + s_2 \cos(2\psi). \end{aligned} \quad (2.38)$$

Em analogia aos espinores de Dirac, partindo de s_1 e s_2 , podemos construir duas quantidades com spin bem definidos

$$(s_1 \pm is_2)'(\hat{n}) = e^{\mp 2i\psi} (s_1 \pm is_2)(\hat{n}). \quad (2.39)$$

Onde claramente $(s_1 \pm is_2)$ possuem spin 2. A análise harmônica de $(s_1 \pm is_2)$ ocorre de uma forma um tanto diferente da temperatura. A expansão agora se dá em termos de harmônicos esféricos tensoriais (spin 2),

$$(s_1 \pm is_2)(\hat{n}) = \sum_{l,m} a_{\pm 2,lm\pm 2} Y_{lm}(\hat{n}). \quad (2.40)$$

Um estudo detalhado das propriedades de ${}_{\pm 2}Y_{lm}$ pode ser encontrado nas referências (46, 53, 57).

O caráter não-invariante da polarização segundo rotação leva a dificuldades quanto ao cálculo da função de correlação. Vimos na seção anterior que a polarização da luz vinda de uma direção \hat{n}_1 é definida no plano ortogonal a essa direção. Para cada direção \hat{n} , teríamos de rotacionar os respectivos planos (consequentemente s_1 e s_2) para uma base comum. Esse processo apenas é bem definido para pequenas escalas. Podemos contornar tal dificuldade definindo um escalar a partir dos parâmetros de Stokes. No lugar dos coeficientes $a_{2,lm}$ e $a_{-2,lm}$ é conveniente usar suas combinações lineares

$$a_{E,lm} = -(a_{2,lm} + a_{-2,lm})/2, \quad (2.41)$$

$$a_{B,lm} = -i(a_{2,lm} - a_{-2,lm})/2. \quad (2.42)$$

A partir dos quais podemos definir os dois campos escalares (spin-0)

$$E(\hat{n}) \equiv \sum_{l,m} \left[\frac{(l+2)!}{(l-2)!} \right]^{1/2} a_{E,lm} Y_{lm}(\hat{n}), \quad B(\hat{n}) \equiv \sum_{l,m} \left[\frac{(l+2)!}{(l-2)!} \right]^{1/2} a_{B,lm} Y_{lm}(\hat{n}). \quad (2.43)$$

De forma mais rigorosa, $E(\hat{n})$ e $B(\hat{n})$ são obtidos a partir de (2.40) através de operadores tipo escada (53).

Temos então dois campos escalares (invariantes por rotação) que caracterizam completamente a polarização do CMB. Não acidentalmente, a nomenclatura dos campos faz lembrar os

campos elétricos e magnéticos da teoria de Maxwell. Essa clara referência vem das características semelhantes entre estes campos. Modos-E possuem rotacional nulo, com vetores de polarização radiais aos pontos frios e tangenciais aos pontos quentes do céu. Já os modos-B possuem divergentes nulos porém com rotacional não-nulos (fig. 6). Ainda pela figura 6, podemos ver que, embora E e B sejam invariantes por rotação, eles possuem comportamentos distintos por paridade. Enquanto E é invariante (escalar), o campo B é ímpar por reflexão (pseudo-escalar).

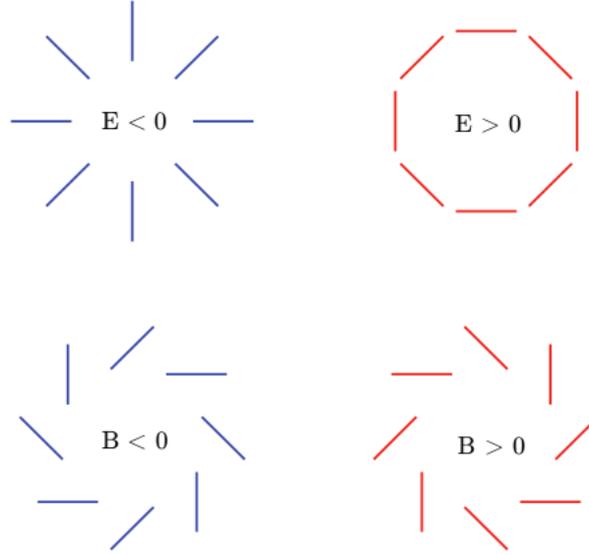


Figura 6 – Modos-E e modos-B em torno de pontos frios (linhas azuis) e de pontos quentes (linhas vermelhas) da LSS.

Tendo em mãos quantidades escalares, podemos seguir com a análise estatística do CMB através do espectro de potência angular. Além das autocorrelações TT , EE , e BB , as simetrias permitem correlacionar a anisotropia na temperatura com os modos- E (TE). Por razões simétricas, qualquer outra correlação é nula (TB e EB). Vimos na seção (2.5.1) como a anisotropia na temperatura pode gerar polarização. De modo geral, o espectro de potência angular é definido como

$$C_l^{XY} \equiv \frac{1}{2l+1} \sum_m \langle a_{X,lm}^* a_{Y,lm} \rangle, \quad X, Y = T, E, B. \quad (2.44)$$

Na figura [TE, EE] temos os espectros de TE e EE medidos pelo Planck2015. Os experimentos atuais ainda não detectaram os modos-B, obtendo apenas limites superiores, $r < 0.11$ (6). Como demonstrado em (53, 57), perturbações escalares são capazes de gerar apenas modos- E . Modos- B são gerados apenas por perturbações tensoriais na métrica, conhecidas como ondas gravitacionais. Logo a detecção de modos- B representariam um forte indício da existência de uma era inflacionária.

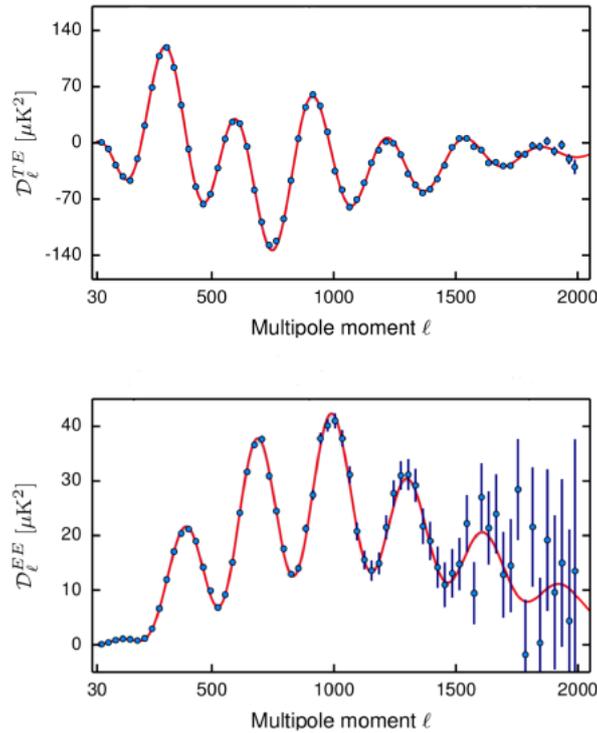


Figura 7 – Espectros de potência para as correlações TE e EE obtidos pelo Planck2015. Mais uma vez $\mathcal{D}_l \equiv l(l+1)C_l/(2\pi)$.

2.6 MODELO COSMOLÓGICO PADRÃO

O modelo cosmológico padrão ou Λ CDM (Λ *Cold Dark Matter*), nasce da superposição dos princípios da física de partículas e relatividade geral com o objetivo de descrever o universo visível, desde seus primórdios até as épocas mais recentes do cosmos. Nesse modelo, o universo expande em uma métrica espacialmente plana, sendo constituído predominantemente de matéria escura fria e, mais recentemente, por uma constante cosmológica Λ .

O modelo Λ CDM vem sendo construído através das décadas, conforme os avanços tecnológicos possibilitam a obtenção de dados mais precisos do universo. Para descrever o universo isotrópico e homogêneo, teorizado pelo princípio cosmológico, são necessários três parâmetros: a abundância de matéria bariônica (Ω_b), a abundância de matéria não-bariônica (Ω_c) e a escala acústica (θ_{MC}). Com a descoberta das anisotropias do CMB, a amplitude das flutuações escalares (A_s) e o índice espectral escalar (n_s) foram adicionados ao modelo a fim de descrever a anisotropia da temperatura. Um sexto parâmetro é incluído ao Λ CDM com a finalidade de descrever os efeitos da reionização do meio interestelar nas oscilações acústicas. A seguir, daremos uma breve descrição para cada parâmetro desse modelo dando ênfase aos seus efeitos no espectro de potência angular.

- A escala acústica está relacionada a posição dos picos encontrados no espectro de potência angular. Dado z_* o *redshift* da época do desacoplamento, a escala acústica é determinada

pela razão entre o horizonte acústico característico do período $r_s(z_*)$, e a distância angular da qual observamos as oscilações $D_A(z_*)$. Explicitamente $\theta_* = r_s/D_A$. Em outras palavras, a escala acústica descreve o alcance das perturbações de densidade no período do desacoplamento. θ_{MC} é obtido usando simulação, através de métodos numéricos como o de Monte Carlo. Com a observação de sete picos acústicos pelo Planck2013, a escala acústica é determinada com uma precisão maior que 0.1% (15):

$$\theta_{MC} = 0.596724^\circ \pm 0.00038^\circ. \quad (2.45)$$

- Os parâmetros Ω_b e Ω_c nos informam a densidade de matéria bariônica e não- bariônica, como definido em (2.14). São obtidos basicamente da altura relativa entre os picos das oscilações acústicas. A altura relativa entre os picos é influenciada por outros parâmetros, como o índice espectral. Tal degenerescência de parâmetros interfere negativamente na precisão das medidas. Podemos ver também, da própria definição de ρ_c a degenerescência de $\Omega_{b,c}$ com H . Por esse motivo é comum expressar os valores das combinações de $\Omega_{b,c}$ com o parâmetro de Hubble adimensional h . Do experimento Planck (15)

$$\begin{aligned} \Omega_b h^2 &= 0.02207 \pm 0.00033 \quad (68\%CL); \\ \Omega_c h^2 &= 0.1196 \pm 0.0031 \quad (68\%CL). \end{aligned} \quad (2.46)$$

- Profundidade ótica τ (do inglês *optical depth*) é o nome dado ao parâmetro que mensura o efeito do período de reionização nas anisotropias do CMB. Vimos que após o período de desacoplamento, $z \sim 1100$, o universo passa a ser neutro e com isso transparente à luz. Conforme as flutuações de densidade evoluem e as primeiras estrelas do universo são formadas, fótons são emitidos com frequência capaz de reionizar parcialmente o gás de hidrogênio que permeia o universo ($z \sim 6$). Como efeito, as perturbações no espectro de corpo negro do CMB são amortecidas. Podemos perceber o efeito desse amortecimento nas oscilações acústicas. Para modos de vibração menores que o horizonte de Hubble na reionização, as amplitudes dos picos de oscilação são suprimidas com $e^{-2\tau}$.

O experimento Planck possui uma alta precisão ao medir o espectro de potência em pequenas escalas, vinculando a amplitude amortecida $A_s e^{-2\tau}$. A degenerescência entre os parâmetros A_s e $-\tau$ é quebrada ao levar em conta dados de lentes gravitacionais. O resultados lançado pelo Planck2013 para a combinação dos dados de temperatura e reconstrução de lentes fica

$$\tau = 0.089 \pm 0.032 \quad (68\%CL; Planck + lentes). \quad (2.47)$$

- Finalmente, a amplitude da perturbação de densidade escalar A_s e o índice espectral n_s estão diretamente ligados às perturbações de densidade no universo primordial. O parâmetro A_s nos informa a amplitude das oscilações acústicas para a escala pivô $k_* = 0.05 \text{ Mpc}^{-1}$, ao passo que o índice espectral n_s mede a dependência dessa amplitude com a escala. Como

veremos no capítulo seguinte, esses parâmetros são de grande importância na construção de modelos inflacionários, tendo a capacidade de vincular o espaço de parâmetros do modelo. Os valores medidos pelo Planck2013 para esses parâmetros ficam,

$$10^9 A_s = 2.22646 \pm 0.107466 \quad (68\%CL) \quad (2.48)$$

$$n_s = 0.9616 \pm 0.0094 \quad (68\%CL). \quad (2.49)$$

Parâmetros como a densidade de energia da constante cosmológica (Ω_Λ), parâmetro de Hubble (H_0) podem ser obtidos como combinações desses seis parâmetros base, e por isso são chamados de parâmetros derivados. Os resultados experimentais que apresentamos até aqui possuem uma compatibilidade impressionantemente com o modelo cosmológico padrão. Em especial, o espectro de potência angular da temperatura é perfeitamente ajustável por este modelo, apresentando apenas uma zona de tensão para a região $20 < l < 40$, como pode ser visto na figura 3 (15). Extensões do modelo Λ CDM podem incluir parâmetros relativos a perturbações tensoriais (razão tensor-escalar r), partículas tipo-neutrinos extras (N_{eff}), *running* do índice espectral ($\alpha \equiv dn_s/dlnk$), entre outros.

3 INFLAÇÃO

No capítulo anterior, vimos como a cosmologia padrão nos permite remontar a história do universo, tendo como ponto de partida os valores observados das densidades de energias atuais até um universo primordial, condensado numa singularidade. Contudo, dados observacionais mostram que esse cenário é cercado por inconsistências, dentre as quais destacamos o problema do horizonte, o problema da planitude do universo e a geração de flutuações de densidades.

Com o intuito de lidar com essas inconsistências, o conceito de inflação cósmica foi introduzido por Alan Guth em 1981 (42) e posteriormente aprimorado por Linde (43), Albrecht e Steinhardt (44). Em poucas palavras, o paradigma inflacionário pode ser definido como uma fase de expansão acelerada do universo. No decorrer deste capítulo, veremos como um período de expansão acelerada leva a resolução das inconsistências apresentadas no capítulo anterior. Em particular, um dos resultados mais notáveis obtidos por modelos inflacionários, consiste em fornecer um mecanismo para geração das flutuações de densidade presentes no universo primordial e no CMB. Veremos como as flutuações quânticas do campo do inflaton e da métrica evoluem no período inflacionário, fornecendo as condições iniciais para as inomogenedades apresentadas no capítulo anterior (58, 59, 60, 61, 48).

No entanto, o paradigma inflacionário não se pretende substituto da cosmologia padrão, nem tampouco oferece melhor explicação para resultados bem sucedidos como a Nucleossíntese. Inflação apresenta-se como uma teoria complementar à teoria cosmológica padrão, ocorrendo em um primeiro momento do universo. A transição entre essas duas fases é conhecida como período de reaquecimento. Mais a frente neste capítulo discutiremos as principais características desse período.

Neste capítulo, procedemos da seguinte forma: apresentamos as características do período inflacionário na seção (3.1). Em sequência, mostramos como as inconsistências da cosmologia padrão são resolvidas na inflação (3.2). Na seção (3.3), estabelecemos a física de *background* do inflaton. Finalmente, na seção (3.5) desenvolvemos a teoria da perturbatividade cosmológica. Para escrever essa revisão teórica foram usadas como base as referências (4, 5, 62, 45, 48, 63).

3.1 DEFININDO INFLAÇÃO

Antes de discutirmos como solucionar as inconsistências da cosmologia padrão, convém apresentarmos com mais detalhes as características de um universo inflacionário. Inflação é definida como um período do universo primordial onde o fator de escala apresenta uma taxa de crescimento acelerada. Em outras palavras, em um período inflacionário $\ddot{a} > 0$. Da equação de

Friedmann em (2.13),

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -4\pi G_N \left(\frac{\rho}{3} + p \right), \quad (3.1)$$

podemos ver que uma expansão acelerada exige $\rho/3 + p < 0$. As equações de estado para um gás de partículas livres não permitem soluções de energia negativa. Portanto, uma expansão acelerada do universo é obtida quando este é permeado por um fluido de pressão negativa,

$$p < -\frac{\rho}{3}. \quad (3.2)$$

Um universo inflacionário deve ser constituído predominantemente por um fluido exótico com equação de estado $\omega \equiv p/\rho < -1/3$.

Do ponto de vista da relatividade geral, uma expansão acelerada é obtida quando levamos em consideração uma componente do fluido cósmico com densidade de energia constante. Na equação de Friedmann, tal componente é representada pela constante cosmológica. De (2.7),

$$3H^2 = \Lambda + 8\pi G_N \rho - 3\frac{k}{a^2}. \quad (3.3)$$

Note que os dois últimos termos do lado direito da equação dissipam rapidamente. Em pouco tempo o universo passa a ser dominado pela constante cosmológica, o que reduz a equação de Friedmann para,

$$H^2 = \frac{\Lambda}{3}. \quad (3.4)$$

Lembrando que $H = \dot{a}/a$. Como Λ é constante, a equação de Friedmann encontra solução para,

$$a(t) = \exp\left(\sqrt{\frac{\Lambda}{3}}t\right). \quad (3.5)$$

Temos assim um universo inflacionário ($\ddot{a} > 0$) expandindo exponencialmente. Tal configuração do universo, com H constante, é chamada de Sitter. Apesar dos dados em (2.17) mostrarem que estamos entrando em uma nova era inflacionária, onde a constante cosmológica domina sobre todas as outras componentes de energia, tal configuração no universo primordial seria incompatível com as observações. Para H identicamente constante, o universo primordial entraria em uma fase conhecida como inflação eterna (64). Um mecanismo de transição entre a era inflacionária e a cosmologia padrão se faz necessário a fim de conservar todas as suas realizações. Mais a frente estudaremos os modelos *slow-roll* introduzidos por Linde (65) a fim de solucionar esse problema.

Em resumo, um universo inflacionário obedece a três condições:

- Expansão acelerada,

$$\ddot{a} > 0; \quad (3.6)$$

- Pressão negativa,

$$p < -\frac{\rho}{3} \implies \omega < -\frac{1}{3}; \quad (3.7)$$

- Horizonte comóvel de Hubble monotonicamente decrescente,

$$\ddot{a} > 0 \implies \frac{d}{dt}(\dot{a}) > 0 \implies \frac{d}{dt}(aH)^{-1} < 0. \quad (3.8)$$

À frente, definiremos melhor o horizonte de Hubble e o papel que ele exerce na solução dos problemas da cosmologia padrão.

3.2 UMA SOLUÇÃO PARA OS PROBLEMAS DO BIG BANG

Antes de tudo, inflação se propõe a resolver as inconsistências da cosmologia padrão. Uma análise mais cuidadosa dos problemas apresentados no capítulo anterior, mostra o horizonte de partículas como fonte comum às inconsistências da cosmologia padrão. Veremos que a forma como o horizonte evolui pode levar regiões aparentemente desconexas a entrar em equilíbrio térmico muito antes da época do desacoplamento. Ou ainda, guiar a densidade de energia de curvatura para valores próximos de zero.

Podemos reescrever o horizonte comóvel de partículas como sendo,

$$r_c = \int_{t_i}^t \frac{dt}{a(t)} = \int_{a_i}^a \frac{da}{Ha^2} = \int_{a_i}^a d \ln a \left(\frac{1}{Ha} \right), \quad (3.9)$$

onde a quantidade $(Ha)^{-1}$ é chamada horizonte comóvel de Hubble ¹. Note que além de fazer parte da definição do horizonte de partículas, o horizonte de Hubble está associado à evolução da densidade de energia de curvatura,

$$|\Omega_k| = \frac{k}{H^2 a^2}. \quad (3.10)$$

Nesta seção, mostraremos como um período de expansão acelerada do universo pode oferecer uma solução para os problemas encontrados na cosmologia padrão.

3.2.1 Solucionando o Problema da Planitude

Vamos considerar os argumentos da seção 2.3.1. O problema da planitude surge ao considerarmos a evolução da densidade de energia de curvatura na cosmologia padrão. Dados os valores observados em (2.17), Ω_k precisaria assumir valores diminutos em períodos passados do universo, sem algum motivo que o justifique.

O problema da planitude está atrelado à evolução do horizonte de partículas e por conseguinte ao horizonte de Hubble. Quando o horizonte de Hubble (H^{-1}) cresce a uma taxa maior que a expansão do universo (a), qualquer curvatura não-nula ($k \neq 0$) torna-se cada vez mais evidente para o observador. Isso porque conseguimos enxergar cada vez mais longe

¹ Para entender melhor o papel do horizonte de Hubble na inflação é necessário conhecer o conceito de horizonte de eventos e sua evolução durante a inflação. Falaremos um pouco sobre horizonte de eventos no apêndice (A).

no espaço conforme. Em um regime inflacionário, no entanto, o universo expande de modo acelerado. A condição necessária para que inflação ocorra pode ser escrita como,

$$\ddot{a} > 0 \implies \frac{d}{dt}(\dot{a}) > 0 \implies \frac{d}{dt}(aH) > 0. \quad (3.11)$$

Uma expansão acelerada é obtida sempre que $\omega < -1/3$. No caso ideal de uma expansão exponencial ($\omega = -1$) temos,

$$|\Omega_k| \propto \exp\left(-\sqrt{\frac{4\Lambda}{3}}t\right). \quad (3.12)$$

Com a supressão exponencial da densidade de energia, em pouco tempo, o universo se torna aproximadamente plano. Desse modo, uma fase inflacionária no início do universo explicaria o valor de Ω_k , observado atualmente.

3.2.2 Solucionando o Problema das Abundâncias Relíquias

Conforme vimos na seção 2.3.2, o problema das abundâncias relíquias ocorre quando uma componente de matéria fria surge no universo primordial. Como a densidade de energia para matéria fria dissipa mais lentamente que para a radiação, essa componente de energia dominaria no universo antes do período indicado pelo Planck (2.17). Entretanto, em um universo inflacionário, o campo ligado à inflação deve ter uma densidade de energia aproximadamente constante, mesmo que por um breve período de tempo. Nesse período, a densidade de energia do inflaton domina sobre as demais e o universo expande aceleradamente.

O ponto chave para solucionar o problema das abundâncias relíquias ocorre no período de transição entre o universo inflacionário e o descrito pelo *big bang*, o período do reaquecimento. O reaquecimento deve ocorrer de forma a evitar o ressurgimento dessas partículas pesadas. Nesse intuito, a temperatura característica desse período de transição (T_{re}) deve ser menor que a massa das partículas relíquias. Para os monopolos magnéticos citados em 2.3.2, a temperatura de reaquecimento deve ser menor que 10^{16} GeV.

3.2.3 Solucionando o Problema do Horizonte

Por fim, iremos discutir a solução do problema do horizonte. Como discutido na seção 2.3.3, o problema do horizonte surge devido à evolução do horizonte de partículas na cosmologia padrão. Por ser monotonicamente crescente com o tempo, a cada momento novas regiões do espaço entram em contato pela primeira vez. Isso impossibilitaria o equilíbrio térmico para regiões do CMB que aparentemente estariam desconexas.

Podemos ainda ver o problema por outra perspectiva, analisando a estrutura causal do universo no período do desacoplamento. As soluções para o fator de escala no tempo conforme podem ser escritas como,

$$a(\tau) \propto \begin{cases} \tau, & \text{Radiação;} \\ \tau^2, & \text{Matéria.} \end{cases} \quad (3.13)$$

Tais soluções para o fator de escala implicam no surgimento de uma singularidade em $\tau = 0$, a singularidade do *Big Bang*,

$$a(\tau_i = 0) = 0 \implies \rho_i \rightarrow \infty. \quad (3.14)$$

A estrutura causal resultante desse cenário padrão está representada no diagrama da figura 8. Note que cada ponto do espaço-tempo está associado a um cone de luz que define seu passado causal. O conjunto de regiões em contato causal são definidos pelos pontos cujos cones se intersectam em algum momento após a singularidade. Em outras palavras, no cenário cosmológico padrão, a superfície do último espalhamento (LSS) é constituída por várias regiões causalmente desconexas.

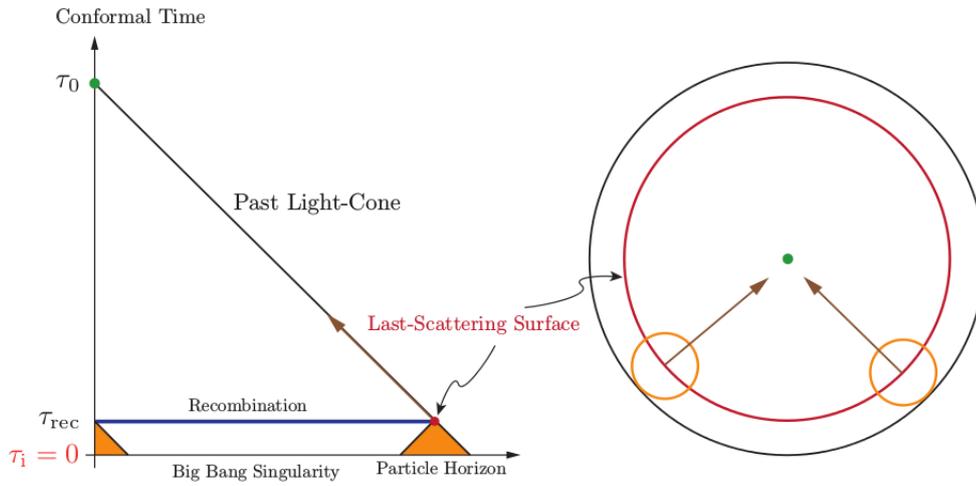


Figura 8 – Estrutura causal da superfície do último espalhamento segundo a cosmologia padrão. Figura retirada de (5).

Em um universo inflacionário, o parâmetro de Hubble é aproximadamente constante, portanto,

$$a(\tau) = -\frac{1}{H\tau}. \quad (3.15)$$

Logo, $a \rightarrow 0$ quando $\tau \rightarrow -\infty$. Para o caso inflacionário, a singularidade do *Big Bang* ocorre em um passado bem mais distante que da cosmologia padrão. Após algum tempo de inflação, a transição para a cosmologia padrão ocorre (reaquecimento), evitando que o fator de escala divirja em $\tau = 0$, o que seria equivalente à inflação eterna. Nesse cenário, a hipersuperfície em $\tau = 0$ não representaria o *Big Bang* mas sim o fim da era inflacionária. Isso prolongaria o cone de luz do diagrama na direção de $\tau \rightarrow -\infty$, permitindo regiões aparentemente desconexas entrar em contato causal bem antes de $\tau = 0$ (figura 9).

De fato, o horizonte de partículas em um universo inflacionário é bem maior que o horizonte aparente obtido na cosmologia padrão. Para um universo inflacionário o horizonte comóvel de Hubble diminui com o tempo

$$\frac{d}{dt}(aH)^{-1} < 0. \quad (3.16)$$

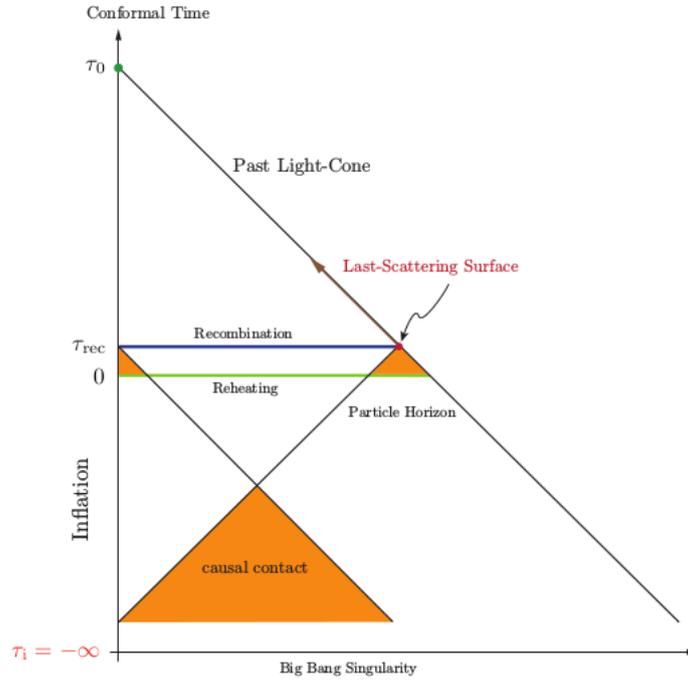


Figura 9 – Estrutura causal da superfície do último espalhamento para um universo pós-inflacionário. Figura retirada de (5).

Isso equivale dizer que o horizonte de partículas comóvel é dominado pelas contribuições mais antigas de $(aH)^{-1}$. Admitindo uma era inflacionária em um período anterior à evolução padrão do universo, temos:

$$r_c = \int_{a_i}^{a_{des}} \frac{da}{Ha^2} = \int_{a_i}^{a_e} \frac{da}{Ha^2} + \int_{a_e}^{a_{des}} \frac{da}{Ha^2} \sim (Ha)_i^{-1} + (Ha)_{rec}^{-1}. \quad (3.17)$$

Onde a_i , a_e e a_{des} representam o início da inflação, fim da inflação e o período do desacoplamento, respectivamente. Note que o período inflacionário aumenta o horizonte de partículas por $(Ha)_i^{-1}$, tornando regiões aparentemente desconexas em contato causal. De fato, o equilíbrio térmico encontrado no CMB pode englobar regiões bem maiores que o universo visível.

3.3 UM CAMPO ESCALAR COMO INFLATON

Inflação é o mecanismo proposto por Guth (42) para solucionar os problemas da cosmologia padrão. Na teoria da gravidade de Einstein (RG), uma expansão acelerada requer uma fonte de pressão negativa ou, de forma equivalente, uma densidade de energia aproximadamente constante. Para um universo dominado por uma constante cosmológica, a métrica expande exponencialmente em um espaço-tempo de Sitter. Como a configuração de Sitter leva à uma inflação eterna, a transição para o regime padrão do universo requer uma componente de energia com equação de estado variável $\omega(t)$. Preferivelmente, $\omega \simeq -1$ para tempos mais longíquos e $\omega \gtrsim 0$, próximo ao fim da inflação. Nesta seção, descreveremos as condições físicas nas quais esse cenário ocorre.

3.3.1 Dinâmica do campo escalar

A forma mais simples de realizar inflação é considerando um único campo escalar, o inflaton, como agente ativo do processo. A dinâmica de um campo escalar ϕ , minimamente acoplado à gravidade e com termo cinético canônico é descrita pela ação

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{M_P^2}{2} R - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - V(\phi) \right] = S_{EH} + S_\phi, \quad (3.18)$$

onde temos o termo relativo à gravidade de Einstein-Hilbert, S_{EH} , adicionado ao termo referente ao campo escalar, S_ϕ , que compreende o termo cinético e o potencial $V(\phi)$. O potencial $V(\phi)$ descreve a energia de configuração do inflaton. Já $M_P \equiv (8\pi G_N)^{-1/2}$ é a massa reduzida de Planck, equivalente à 2.4×10^{18} GeV.

O tensor energia-momento para o campo escalar é dado por,

$$T_{\mu\nu}^{(\phi)} \equiv -\frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta S_\phi}{\delta g^{\mu\nu}} = \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - g^{\mu\nu} \left(\frac{1}{2} \partial^\sigma \phi \partial_\sigma \phi + V(\phi) \right). \quad (3.19)$$

Admitiremos a métrica FLRW em (2.1) para um universo plano, $k = 0$. Nessas condições o tensor da métrica se reduz à $g_{\mu\nu} = \text{diag}(-1, a^2(t), a^2(t), a^2(t))$. Em particular, do tensor energia-momento temos as expressões para a densidade de energia e pressão,

$$\rho_\phi = \frac{\dot{\phi}^2}{2} + \frac{a^{-2}}{2} (\vec{\nabla} \phi)^2 + V(\phi), \quad p_\phi = \frac{\dot{\phi}^2}{2} - \frac{a^{-2}}{2} (\vec{\nabla} \phi)^2 - V(\phi). \quad (3.20)$$

Assumindo apenas soluções para o caso de um campo homogêneo, $\phi(t, x) \equiv \phi(t)$ e $\vec{\nabla} \phi = 0$, as expressões para ρ_ϕ e p_ϕ assumem a forma,

$$\rho_\phi = \frac{\dot{\phi}^2}{2} + V(\phi), \quad p_\phi = \frac{\dot{\phi}^2}{2} - V(\phi). \quad (3.21)$$

Por conseguinte, temos para a equação de estado para o campo escalar,

$$\omega = \frac{\frac{\dot{\phi}^2}{2} - V(\phi)}{\frac{\dot{\phi}^2}{2} + V(\phi)}. \quad (3.22)$$

Note que quando a energia potencial do campo domina sobre sua energia cinética, a equação de estado assume valores propícios para inflação, $\omega < -1/3$.

De volta a ação em (3.18), obtemos a equação de movimento para o campo escalar segundo,

$$\frac{\delta S_\phi}{\delta \phi} = \frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_\mu (\sqrt{-g} \partial^\mu \phi) + V' = 0, \quad (3.23)$$

Onde $V' = \frac{dV}{d\phi}$. Assumindo novamente uma métrica FLRW plana e um campo homogêneo,

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + \frac{dV}{d\phi} = 0. \quad (3.24)$$

A equação de movimento em (3.24) em conjunto com as equações de Friedmann (2.7) e (2.8),

$$3M_p^2 H^2 = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V, \quad -2M_p^2 \dot{H} = \dot{\phi}^2, \quad (3.25)$$

estabelecem a física de *background* do período inflacionário. Suas soluções definem a evolução clássica do campo $\phi(t)$ e do parâmetro de escala $a(t)$. Mais a frente, focaremos nossos esforços no estudo das possíveis perturbações que podem ocorrer nessa dinâmica de *background*. Antes disso, cabe discutirmos os parâmetros que definem o período inflacionário, como o número de e-folds e os chamados parâmetros de *slow-roll*.

3.3.2 Parâmetros de *Slow-Roll*

Considere as equações de Friedmann em (3.25). Podemos manipulá-las de modo a obter,

$$-\frac{2}{3} \frac{\dot{H}}{H^2} = \frac{p_\phi + \rho_\phi}{\rho_\phi} = 1 + \omega. \quad (3.26)$$

Definindo

$$\epsilon \equiv -\frac{\dot{H}}{H^2} = -\frac{d \ln H}{dN}, \quad (3.27)$$

a equação é reduzida para

$$\frac{2}{3} \epsilon = 1 + \omega, \quad (3.28)$$

onde $dN = H dt$. Este é o parâmetro de *slow-roll* ϵ . Note que para $|\epsilon| < 1$ a equação de estado para ϕ é levada a valores tais quais $\omega < -1/3$. Em particular, obtemos o limite de Sitter, $\omega \rightarrow -1$, quando $\epsilon \rightarrow 0$. Usualmente, esse limite é chamado regime *slow-roll*.

Podemos ainda usar as equações em (3.25) para escrever ϵ na forma

$$\epsilon = \frac{\dot{\phi}^2}{2M_p^2 H^2}. \quad (3.29)$$

Inflação demanda que a energia cinética do campo, $\dot{\phi}^2$, seja menor que sua energia potencial ($\epsilon < 1$). Para o regime de *slow-roll*, $|\epsilon| \ll 1$, a energia potencial do sistema torna-se praticamente constante no tempo e o universo expande exponencialmente.

Na figura 10, temos uma representação pictográfica do que ocorrerá ao potencial de um modelo inflacionário. No início da inflação visível, representado por ϕ_{CMB} , a expansão ocorre de maneira quase exponencial enquanto o campo varia lentamente em direção a seu mínimo. Eventualmente, a condição de *slow-roll* é violada, $\epsilon = 1$, e a inflação chega ao fim ϕ_{end} . Após isso, o campo oscila no mínimo do potencial, dando início ao reaquecimento.

Outro ponto que devemos considerar em modelos inflacionários é sua duração. Inflação deve durar tempo suficiente para gerar as perturbações de densidades observadas hoje (apêndice-B). Para tal, a segunda derivada do campo ϕ deve assumir valores pequenos o suficiente. Da equação (3.24), isso ocorre quando

$$3H\dot{\phi} \simeq -V'(\phi). \quad (3.30)$$

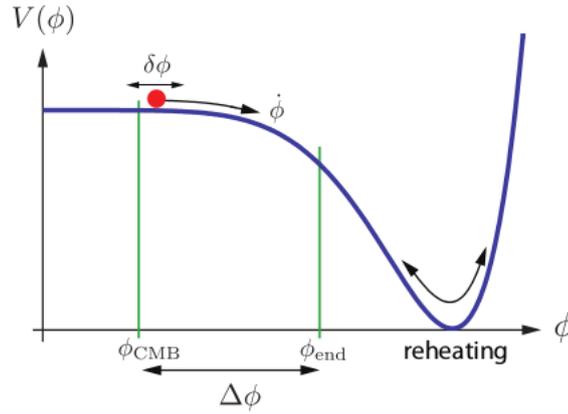


Figura 10 – Mecanismo de *slow-roll* para o campo ϕ . As flutuações quânticas do campo são representadas por $\delta\phi$. Figura retirada de (5).

O que equivale a impor,

$$|\ddot{\phi}| \ll |3H\dot{\phi}|, \quad V'(\phi). \quad (3.31)$$

Isto nos leva a definição do segundo parâmetro de *slow-roll*,

$$\eta \equiv -\frac{\ddot{\phi}}{H\dot{\phi}} = \epsilon - \frac{1}{2\epsilon} \frac{d\epsilon}{dN}. \quad (3.32)$$

Pela primeira condição de *slow-roll* $\epsilon < 1$, logo $|\eta| < 1$ garante que a variação em ϵ por e-fold seja pequena. Temos que um campo escalar está apto a realizar inflação quando em algum regime de energia,

$$\epsilon < 1, \quad |\eta| < 1. \quad (3.33)$$

Essas são as condições de *slow-roll*. ϵ e η são usualmente chamados de parâmetros de *slow-roll* de Hubble. Tais parâmetros definem de forma exata o regime de energia em que inflação ocorre. No entanto, ao considerar a construção de modelos inflacionários, torna-se mais palpável lidar com o potencial escalar, V . Alternativamente, as condições de *slow-roll* podem ser definidas pelos parâmetros (66),

$$\epsilon_V(\phi) \equiv \frac{M_P^2}{2} \left(\frac{V'}{V} \right)^2, \quad (3.34)$$

e

$$\eta_V(\phi) \equiv M_P^2 \frac{V''}{V}. \quad (3.35)$$

ϵ_V e η_V são chamados de parâmetros de *slow-roll* do potencial. Inflação ocorre sempre que as condições de *slow-roll* são obedecidas, $\epsilon_V, \eta_V \lesssim 1$. O regime de *slow-roll* é definido para,

$$\epsilon_V, |\eta_V| \ll 1. \quad (3.36)$$

Em um modelo realístico, o período inflacionário ocorre quase que inteiramente no regime de *slow-roll*. Nesse regime, a evolução do *background* é descrita por,

$$H^2 \simeq \frac{V}{3M_P^2} \simeq const. \quad (3.37)$$

$$\dot{\phi} \simeq -\frac{V'}{3H}. \quad (3.38)$$

Como esperado, o universo expande numa métrica aproximadamente de Sitter. Usando as equações (3.37) e (3.38) podemos mostrar a equivalência entre os parâmetros de *slow-roll*,

$$\epsilon \simeq \epsilon_V, \quad \eta \simeq \eta_V - \epsilon_V. \quad (3.39)$$

O fim da inflação é marcado pela violação das condições de *slow-roll*,

$$\epsilon, \eta = 1; \quad \epsilon_V, \eta_V \simeq 1. \quad (3.40)$$

Após esse período o campo oscila no mínimo do potencial, dando início ao período de reaquecimento e subsequentes épocas da cosmologia padrão.

Outro parâmetro relevante para inflação é o número de e-folds, N . Para o período de inflação observável, N é descrito por

$$\begin{aligned} N(\phi) &= \ln \frac{a_{fin}}{a_{ini}} \\ &= \int_{t_{ini}}^{t_{fin}} H dt = \int_{\phi_{ini}}^{\phi_{fin}} \frac{H}{\dot{\phi}} d\phi \simeq -\frac{1}{M_P^2} \int_{\phi_{ini}}^{\phi_{fin}} \frac{V}{V'} d\phi, \end{aligned} \quad (3.41)$$

onde os subscritos *ini* e *fin* representam o início e o fim da inflação visível, respectivamente (apêndice-B). Conseguimos a última igualdade aplicando as equações em (3.37) e (3.38). Podemos ainda escrever N relativo aos parâmetros de *slow-roll*

$$N(\phi) = \int_{\phi_{fin}}^{\phi_{ini}} \frac{d\phi}{\sqrt{2\epsilon}} \simeq \int_{\phi_{fin}}^{\phi_{ini}} \frac{d\phi}{\sqrt{2\epsilon_V}}. \quad (3.42)$$

No apêndice-B discutimos as incertezas encontradas na determinação do valor exato de N . Aqui vemos que o número de e-folds depende tão somente da variação do potencial no período inflacionário. Temos então que a determinação do potencial inflacionário nos dá informações sobre o período de reaquecimento e vice-versa.

3.4 REAQUECIMENTO

O reaquecimento, do inglês *reheating*, é conhecido como o período de transição entre a inflação e a evolução cosmológica padrão do universo. Este último é caracterizado pela predominância de radiação e posteriormente por matéria fria.

Após o fim da inflação, toda a energia do universo encontra-se na forma de energia cinética e potencial do inflaton. Para que ocorra nucleosíntese em $T \sim 0.1$ MeV se faz necessário que essa energia seja transferida para partículas do modelo padrão. A forma como essa transferência ocorre é chamada de mecanismo de reaquecimento. Atualmente, existem várias possibilidades de mecanismo sob estudo tais como o *preheating* (67, 68). Nesta seção focaremos no decaimento perturbativo do inflaton. Para tanto, o campo do inflaton deve possuir interações com as partículas do modelo padrão (interações de gauge, Yukawa ou via potencial) de modo a

permitir o decaimento. De acordo com a equação de conservação de energia (2.10), a densidade de energia do inflaton varia no tempo de acordo com sua taxa de decaimento, Γ ,

$$\dot{\rho} + (3H + \Gamma)\rho = 0, \quad (3.43)$$

onde consideramos $\omega = 0$ no período de reaquecimento.

Só é possível que o inflaton decaia quando seu livre caminho médio for menor que a taxa de expansão do universo, $\Gamma^{-1} \lesssim H^{-1}$. Em um cenário ideal, onde o reaquecimento ocorra instantaneamente, toda a energia do inflaton é convertida para energia relativística quando $\Gamma^{-1} \sim H^{-1}$. Para cada produto do decaimento é esperado que a densidade de energia, ρ_{re} , seja da ordem T_{re}^4 . Da equação de Friedmann (2.7), temos a temperatura do universo logo após o reaquecimento

$$T_{re} = \left(\frac{30\rho_{re}}{\pi^2 g_{re}} \right)^{1/4} = \left(\frac{90}{\pi^2 g_{re}} \right)^{1/4} \sqrt{M_P \Gamma}, \quad (3.44)$$

onde g_{re} é o número de espécies relativísticas logo após o reaquecimento. O fim desse período é caracterizado por um universo preenchido por matéria relativística em equilíbrio térmico.

3.5 A ORIGEM QUÂNTICA DAS PERTURBAÇÕES DE DENSIDADES

Até agora, temos estudado inflação como a evolução de um campo homogêneo a fim de solucionar os problemas da cosmologia padrão. No entanto, um dos resultados mais poderosos dos modelos inflacionários está na capacidade do inflaton, ϕ , de gerar as flutuações de densidade presentes no CMB (58, 59, 60, 61, 48). Nesses cenários, flutuações quânticas no *background* homogêneo do inflaton podem dar origem às perturbações de densidade presentes na superfície do último espalhamento e, posteriormente, gerar as estruturas de larga-escalas presentes hoje no universo.

Nesta seção estudaremos os efeitos de flutuações quânticas, $\delta\phi(t, \mathbf{x})$, atribuídas ao *background* clássico $\phi(t)$. Em cada ponto do espaço, $\delta\phi$ é fixado de forma aleatória. Enquanto ϕ evolui em direção ao fim da inflação com velocidade $\dot{\phi}$, as flutuações quânticas introduzem um atraso no término da inflação para cada ponto do espaço (figura 10). Diferentes partes do universo acabariam o período inflacionário em tempos levemente distintos, de acordo com $\delta\phi$. Isto levaria ao surgimento de flutuações de curvatura e, conseqüentemente, às perturbações de densidade $\delta\rho(t, \mathbf{x})$.

Do ponto de vista fenomenológico, a capacidade do inflaton de gerar as perturbações de densidade presentes no universo primordial atribui aos modelos inflacionários um grande poder preditivo. Em particular, veremos mais a frente como alguns desses modelos explicam os valores de A_s , n_s e r medidos pelo Planck e como outros são descartados pelos mesmos dados.

A seguir, discutiremos o arcabouço teórico que dá suporte ao cenário das correções quânticas como origem das estruturas de larga escala do universo.

3.5.1 Perturbações Lineares

Iniciaremos nosso estudo sobre as perturbações cosmológicas usando teoria da perturbatividade linear, usualmente chamada teoria da perturbatividade cosmológica. Os dados medidos do CMB nos mostram que, na época do desacoplamento, a distribuição de energia do universo era aproximadamente homogênea, com perturbações da ordem de micro-Kelvin (figura 2). Podemos separar as quantidade físicas $X(t, \mathbf{x})$ ($g_{\mu,\nu}$ e $T_{\mu,\nu}$) em uma parte homogênea $\bar{X}(t)$, ou *background*, que guarda dependência apenas no tempo cósmico e uma perturbação espacialmente dependente,

$$\delta X(t, \mathbf{x}) \equiv X(t, \mathbf{x}) - \bar{X}(t). \quad (3.45)$$

Dada a magnitude das perturbações, $\delta X \ll \bar{X}$, é suficiente considerar a expansão de qualquer quantidade em ordem linear na perturbação. A equação de Einstein expandida à primeira ordem aproxima com boa precisão a teoria completa não-linear,

$$\delta G_{\mu,\nu} = 8\pi G \delta T_{\mu,\nu}. \quad (3.46)$$

3.5.2 A Dependência do Gauge

Uma sutileza que devemos levar em conta ao estudar perturbações cosmológicas é o fato da escolha do *background* \bar{X} não ser única. Podemos escolher \bar{X} de modo a cancelar uma perturbação física δX , ou de maneira oposta, escolher \bar{X} de modo a criar uma perturbação não-física. Isto por que as perturbações cosmológicas não são invariantes por transformações de coordenadas. A transformação

$$x^\mu \rightarrow x'^\mu = x^\mu + \epsilon^\mu, \quad (3.47)$$

resulta

$$\delta\phi(t, \mathbf{x}) \rightarrow \delta\phi(\mathbf{x}') - \dot{\bar{\phi}}(t)\epsilon^0. \quad (3.48)$$

Em outras palavras, as perturbações cosmológicas δX , e conseqüentemente \bar{X} , dependem da escolha do gauge.

Para entendermos melhor o problema, vamos considerar os conceitos de fatiamento (do inglês *slicing*) e segmentação (do inglês *threading*). Fatiamento é a tecnica que define hipersuperfícies de tempo constante em um espaço-tempo quadridimensional. Já a segmentação define linhas de tempo com \mathbf{x} constante. Em outras palavras, a segmentação define a evolução temporal de observadores comóveis. Na métrica FLRW a expansão vista por esses observadores é isotrópica. O fatiamento por sua vez é ortogonal à segmentação. Em um universo homogêneo, o fatiamento ocorre de modo a obter hipersuperfícies de energia constante.

Para um espaço-tempo homogêneo essas escolhas de fatiamento e segmentação parecem óbvias. No entanto, ao considerarmos perturbações cosmológicas no *background* homogêneo, frequentemente não existe uma escolha única ou preferencial. Quando fazemos a escolha do gauge para definir o fatiamento e segmentação do espaço-tempo, implicitamente definimos

as perturbações. A fim de compreender melhor o problema, vamos considerar um universo exatamente homogêneo e isotrópico, onde a densidade de energia depende unicamente do tempo cósmico, $\rho(t, \mathbf{x}) = \rho(t)$. Podemos realizar uma transformação na variável temporal $t' = t + \delta t(t, \mathbf{x})$ de modo a obter a densidade de energia $\rho'(t') = \rho(t(t', \mathbf{x}))$. Note que a escolha de segmentação do tempo gerou uma perturbação para a energia. Essa perturbação não é física. Analogamente, podemos remover perturbações físicas do universo exigindo que as hipersuperfícies de tempo constante coincidam com as hipersuperfícies de energia constante.

De modo geral, perturbações na métrica geram perturbações no tensor energia-momento e vice-versa, segundo (3.46). A fim de resolver as ambiguidades em relação a escolha de gauge, devemos considerar todo o conjunto de perturbações e como elas se transformam. Isso nos permitirá definir perturbações invariantes de gauge que, por definição, não dependem do fatiamento e segmentação do espaço-tempo.

3.5.3 Perturbações na Métrica

De maneira geral, podemos escrever as perturbações ao *background* homogêneo do inflaton e à métrica na forma

$$\phi(t, \mathbf{x}) = \bar{\phi}(t) + \delta\phi(t, \mathbf{x}), \quad g_{\mu\nu}(t, \mathbf{x}) = \bar{g}_{\mu\nu}(t) + \delta g_{\mu\nu}(t, \mathbf{x}), \quad (3.49)$$

onde,

$$\begin{aligned} ds^2 &= g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \\ &= -(1 + 2\Phi)dt^2 + 2a(t)B_i dx^i dt + a^2(t)[(1 - 2\Psi)\delta_{ij} + E_{ij}]dx^i dx^j. \end{aligned} \quad (3.50)$$

Podemos ainda decompor as perturbações da métrica em estados de helicidades bem definidas (escalares, vetores e tensores). Em ordem linear, cada componente evolui independentemente, de modo que podemos considerá-las separadamente (mais detalhes nas referências (48, 5)). A decomposição é escrita como,

$$B_i \equiv \partial_i B - S_i, \quad \text{onde} \quad \partial^i S_i = 0, \quad (3.51)$$

e

$$E_{ij} \equiv 2\partial_{ij}E + 2\partial_{(i}F_{j)} + h_{ij}, \quad \text{onde} \quad \partial^i F_i = 0, \quad h_i^i = \partial^i h_{ij} = 0. \quad (3.52)$$

As perturbações vetoriais S_i e F_i não são geradas durante inflação e por isso não as levaremos em consideração em nossa análise. Por outro lado, as perturbações escalares B , E , Φ , Ψ e tensoriais h_{ij} são geradas durante inflação, sendo observadas hoje como flutuações de densidade e ondas gravitacionais.

Com a transformação de coordenadas,

$$x^\mu \rightarrow x^\mu + \epsilon^\mu, \quad (3.53)$$

cada termo em (3.50) muda de modo a conservar a invariância do espaço-tempo, ds^2 . Podemos decompor ϵ^μ em estados de helicidade escalar e vetorial,

$$\epsilon^0 = \alpha, \quad \epsilon^i = \beta^i + \partial^i \beta. \quad (3.54)$$

As diferentes componentes das perturbações evoluem de modo independente uma das outras. Isso quer dizer que a componente escalar da transformação de coordenadas pode afetar apenas as perturbações escalares e assim por diante. Por essa razão, temos que as perturbações tensoriais são invariantes de gauge. Em contrapartida, as componentes escalares transformam como,

$$\Phi \rightarrow \Phi - \dot{\alpha}, \quad (3.55)$$

$$B \rightarrow B + a^{-1}\alpha - a\dot{\beta}, \quad (3.56)$$

$$E \rightarrow E - \beta, \quad (3.57)$$

$$\Psi \rightarrow \Psi + H\alpha. \quad (3.58)$$

3.5.4 Perturbações na Energia

As perturbações na métrica introduzidas acima estão relacionadas às flutuações no tensor energia-momento de acordo com (3.46). De (2.5), o tensor energia-momento para um universo homogêneo e isotrópico é dado por

$$T_{\mu\nu} = \bar{p}(t)g_{\mu\nu} + (\bar{p}(t) + \bar{\rho}(t))U_\mu U_\nu, \quad (3.59)$$

onde $U^\mu = (1, 0, 0, 0)$ é o quadrivetor de velocidade do fluido cósmico, ρ e p são a densidade de energia e pressão, respectivamente. As perturbações na densidade de energia e pressão são definidas de forma análoga à (3.49),

$$\delta\rho(t, \mathbf{x}) \equiv \rho(t, \mathbf{x}) - \bar{\rho}(t), \quad \delta p(t, \mathbf{x}) \equiv p(t, \mathbf{x}) - \bar{p}(t). \quad (3.60)$$

A quadri-velocidade do fluido possui apenas três componentes independentes, segundo o vínculo $g_{\mu\nu}U^\mu U^\nu = -1$. Para as perturbações na métrica em (3.50), a quadri-velocidade de um fluido inomogêneo é descrita como (5),

$$U_\mu \equiv (-1 - \Phi, a(t)v_i), \quad \text{ou} \quad U^\mu \equiv (1 - \Phi, a^{-1}(t)(v^i - B^i)). \quad (3.61)$$

Por último, em um fluido inomogêneo é natural que surjam pontos de tensão. Para um universo inomogêneo, o tensor energia-momento adquire perturbação tensorial anisotrópica, $\Sigma^{\mu\nu}$, onde

$$\Sigma^{\mu\nu}U_\nu = \Sigma^\mu = 0. \quad (3.62)$$

De acordo com as definições acima para a densidade de energia, pressão e tensor de tensão, temos para o tensor energia-momento de um universo perturbado,

$$T_0^0 = -(\bar{\rho} + \delta\rho), \quad (3.63)$$

$$T_i^0 = (\bar{\rho} + \bar{p})av_i, \quad (3.64)$$

$$T_0^i = -(\bar{\rho} + \bar{p})(v^i - B^i)/a, \quad (3.65)$$

$$T_j^i = \delta_j^i(\bar{p} + \delta p) + \Sigma_j^i. \quad (3.66)$$

Pelas mesmas razões apresentadas anteriormente, o tensor $\Sigma^{\mu\nu}$ é invariante de gauge. Para a densidade de energia, pressão e quadri vetor de velocidade, as transformações de gauge em (3.54) induzem ao deslocamento das perturbações

$$\delta\rho \rightarrow \delta\rho - \dot{\bar{\rho}}\alpha, \quad (3.67)$$

$$\delta p \rightarrow \delta p - \dot{\bar{p}}\alpha, \quad (3.68)$$

$$\delta q \rightarrow \delta q + (\bar{\rho} + \bar{p})\alpha, \quad (3.69)$$

onde definimos δq como a componente escalar, $\partial_i(\delta q)$, da densidade de momento δq_i ,

$$\delta q_i \equiv (\bar{\rho} + \bar{p})av_i. \quad (3.70)$$

3.5.5 Perturbações Invariantes de Gauge

Agora que sabemos como as perturbações da métrica e do tensor energia-momento se comportam ante as transformações de gauge, podemos avançar um degrau em nosso estudo das perturbações cosmológicas e introduzir combinações invariantes de gauge. Uma dessas combinações é a perturbação de curvatura em hipersuperfícies de densidade uniforme (69, 70),

$$-\zeta \equiv \Psi + \frac{H}{\dot{\bar{\rho}}}\delta\rho. \quad (3.71)$$

Geometricamente, ζ mede a curvatura espacial de hipersuperfícies de densidade de energia constante. Para modos de oscilação maiores que o horizonte de Hubble, $k \ll aH$, ζ permanece constante desde que

$$\delta p_{en} \equiv \delta p - \frac{\dot{\bar{p}}}{\dot{\bar{\rho}}}\delta\rho = 0. \quad (3.72)$$

A condição acima é usualmente chamada de condição de perturbações adiabáticas. Basicamente, a condição adiabática exige que as perturbações evoluam apenas localmente (5, 54). Em outras palavras, ζ_k permanece constante para modos de vibração maiores que o horizonte de Hubble.

Durante o regime de *slow-roll*, podemos usar as expressões em (3.21) para mostrar,

$$-\zeta \equiv \Psi + \frac{H}{\dot{\bar{\phi}}}\delta\phi. \quad (3.73)$$

A segunda combinação escalar invariante de gauge que iremos apresentar aqui se chama perturbação de curvatura comóvel,

$$\mathcal{R} = \Psi - \frac{H}{\bar{\rho} + \bar{p}}\delta q. \quad (3.74)$$

Vale relembrar que δq é definido como a parte escalar da densidade de momento, $T_i^0 = \partial_i\delta q$. Durante o período inflacionário $T_i^0 = -\dot{\bar{\phi}}\partial_i\delta\phi$ (onde usamos $\partial_i\bar{\phi} = 0$), logo

$$\mathcal{R} = \Psi + \frac{H}{\dot{\bar{\phi}}}\delta\phi. \quad (3.75)$$

Geometricamente, \mathcal{R} mede a curvatura espacial de hipersuperfícies comóveis com ϕ constante. Note que durante o período inflacionário ζ e \mathcal{R} são equivalentes. A relação entre ζ e \mathcal{R} pode ser obtida das equações de Einstein (3.46) (5, 69),

$$-\zeta = \mathcal{R} + \frac{k^2}{(aH)^2} \frac{2\bar{\rho}}{3(\bar{\rho} + \bar{p})} \Psi_B, \quad (3.76)$$

onde,

$$\Psi_B \equiv \Psi + a^2 H (\dot{E} - D/a). \quad (3.77)$$

Mesmo fora do regime inflacionário, ζ e \mathcal{R} são equivalentes em escalas maiores que o horizonte, $k \ll aH$.

Também pelas equações de Einstein, podemos obter a evolução das perturbações no tempo. Para \mathcal{R}

$$\dot{\mathcal{R}} = -\frac{H}{\bar{\rho} + \bar{p}} \delta p_{en} + \frac{k^2}{(aH)^2} (\dots). \quad (3.78)$$

Para perturbações adiabáticas, \mathcal{R} é conservado para escalas maiores que o horizonte, $k \ll aH$. Veremos que esse resultado é de extrema importância. Ele nos mostra que as correlações de perturbações do CMB, ou espectro de potência, mantêm-se constantes no tempo para escalas maiores que o horizonte de Hubble, $k < aH$. Isto até que essas escalas reentrem o horizonte, $k > aH$, e oscilem (oscilações acústicas). Em outras palavras, as perturbações no CMB estudadas no capítulo 1 remontam a um passado distante do universo, onde o período inflacionário estava vigente. Mais a frente, calcularemos o espectro de potência de \mathcal{R} para a saída do horizonte, $k \sim aH$.

3.5.6 Espectro de Potência

Como visto no capítulo anterior, uma das principais ferramentas estatísticas utilizadas para extrair informações sobre as perturbações do universo primordial é o espectro de potência. Para as perturbações escalares codificadas em \mathcal{R} , ou similarmente para ζ ,

$$\langle \mathcal{R}_k \mathcal{R}_{k'} \rangle = (2\pi)^3 \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}') P_{\mathcal{R}}(k), \quad \Delta_S^2 \equiv \Delta_{\mathcal{R}}^2(k) = \frac{k^3}{2\pi^2} P_{\mathcal{R}}(k). \quad (3.79)$$

Os brackets representam a média das configurações possíveis. De modo semelhante às funções de Green de dois pontos da teoria quântica de campos, o espectro de potência nos informa sobre a interação de perturbações separadas pela escala k^{-1} . A fim de deixar explícita a dependência de Δ_S^2 com a escala, o espectro de potência é usualmente escrito na forma

$$\Delta_S^2 = A_S(k_*) \left(\frac{k}{k_*} \right)^{n_S(k_*) - 1 + \frac{1}{2} \alpha(k_*) \ln(k/k_*) + \dots}, \quad (3.80)$$

onde k_* é a escala pivô, definida de maneira análoga ao apêndice-B. A dependência de Δ_S^2 com a escala k^{-1} é parametrizada pelo índice espectral n_S ,

$$n_S - 1 \equiv \frac{d \ln \Delta_S^2}{\ln k}. \quad (3.81)$$

Temos a invariância de escala sempre que $n_S = 1$. Ainda de (3.80), temos a dependência de n_S em relação à escala,

$$\alpha_S \equiv \frac{dn_S}{d \ln k}. \quad (3.82)$$

Ordem superiores em $\ln k$ são desconsideradas em (3.80). $\Delta_{\mathcal{R}}^2$ contém toda informação estatística relevante para as perturbações escalares. Isso por que modelos de inflação com um único inflaton são predominantemente Gaussianos. A não-Gaussianidade ocorre quando funções de correlação de ordem mais alta tornam-se relevantes para as perturbações. Esse é o caso para modelos inflacionários com mais de um inflaton ou com termos cinéticos não-canônicos (71, 72).

Os espectros de potência para as duas polarizações das perturbações tensoriais, $h \equiv h^+, h^\times$, são definidos de forma análoga ao caso escalar,

$$\langle h_{\mathbf{k}} h_{\mathbf{k}'} \rangle = (2\pi)^3 \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}') P_h(k), \quad \Delta_h^2(k) = \frac{k^3}{2\pi^2} P_h(k). \quad (3.83)$$

Já o espectro tensorial é definido como a soma das duas polarizações,

$$\Delta_t^2 \equiv 2\Delta_h^2. \quad (3.84)$$

Dessa vez, a dependência na escala k é definida sem o fator -1 ,

$$n_t \equiv \frac{d \ln \Delta_t^2}{\ln k}. \quad (3.85)$$

De forma análoga à (3.80),

$$\Delta_t^2 = A_t(k_*) \left(\frac{k}{k_*} \right)^{n_t(k_*)}. \quad (3.86)$$

Na próxima seção estudaremos como as perturbações escalares, produzidas durante a inflação, geram as flutuações na superfície do último espalhamento medidas pelo Planck e WMAP.

3.5.7 Saída e Reentrada do Horizonte

O estudo da causalidade revela os possíveis horizontes do universo. No apêndice-A, vemos como esses horizontes evoluem de acordo com a métrica. Em particular, um horizonte de eventos coincidente com o horizonte de Hubble, H^{-1} , surge em uma métrica de Sitter. Analogamente a buracos negros de Schwarzschild, qualquer contato causal fora desse horizonte torna-se impossível.

Na figura 11 temos a evolução do horizonte comóvel de Hubble para o universo inflacionário e sua subsequente evolução padrão. De acordo com (3.8), o horizonte decresce durante inflação. Enquanto isso, perturbações no inflaton $\delta\phi$ são criadas em todas as escalas comóveis k^{-1} . Um pouco atrás em nosso estudo, resolvemos o problema do horizonte exigindo que toda escala de interesse cosmológico estivesse dentro do horizonte comóvel de Hubble em algum momento do início da inflação, $k \gg aH$. Como, por definição, escalas comóveis são constantes

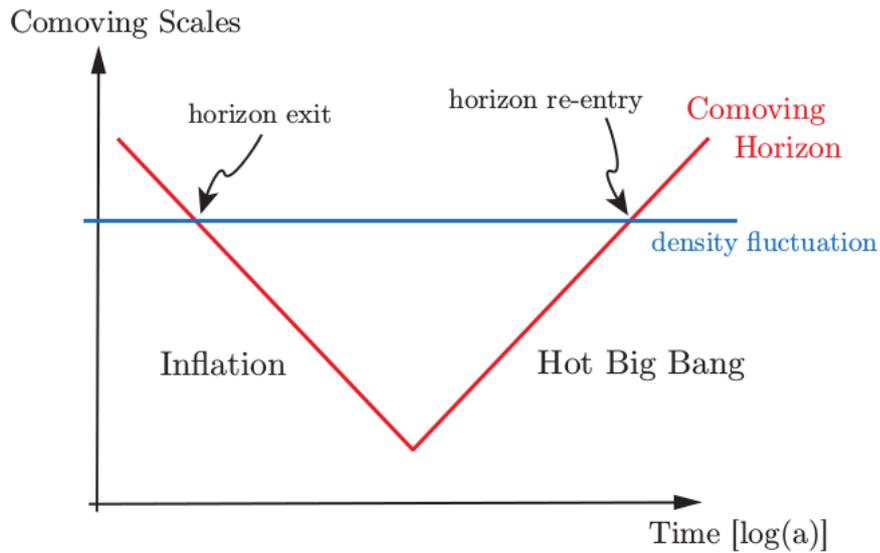


Figura 11 – Evolução do horizonte comóvel de Hubble no período inflacionário e padrão. Figura retirada de (5).

no tempo, com o decorrer do período inflacionário toda escala cosmológica de interesse sai do horizonte de eventos, $k < aH$.

Após o fim do período inflacionário o universo volta a expandir segundo a cosmologia padrão. Isso significa que o horizonte de eventos tende ao infinito e o horizonte de partículas é dominado por contribuições mais recentes da métrica. Com o tempo, todas as escalas cosmológicas de interesse reentram o horizonte comóvel de Hubble, $k > aH$. Nesse ponto, as perturbações criadas durante inflação, \mathcal{R} ou ζ , começam a interagir. Essa interação determina as flutuações observadas no CMB e presentes na superfície do último espalhamento.

Na seção anterior, vimos como perturbações de curvatura \mathcal{R} são invariantes no tempo para modos fora do horizonte, $k < aH$. Até a reentrada no horizonte, essas perturbações permanecem constantes independentemente dos possíveis processos físicos que ocorram nesse meio-tempo (reaquecimento). Em outras palavras, as sementes das flutuações de densidade na superfície do último espalhamento, ou de modo mais dramático, a origem de toda estrutura de larga escala presente hoje no universo, está nas perturbações quânticas criadas no período inflacionário, $\delta\phi$.

3.5.8 Espectro de Potência na Saída do Horizonte

Começamos esta seção delegando às perturbações quânticas do inflaton a origem para as flutuações no espectro do CMB. Em sequência, apresentamos as bases da teoria da perturbatividade cosmológica, onde introduzimos a perturbação de curvatura \mathcal{R} . A interface entre a teoria perturbativa e os resultados experimentais apresentados no capítulo 1 é obtida através do espectro de potência $\Delta_{\mathcal{R}}^2$. Em particular, a parametrização usada em (3.80) explicita a dependência de $\Delta_{\mathcal{R}}^2$ aos parâmetros do modelo padrão cosmológico A_S e n_S apresentados no capítulo anterior. A seguir,

calcularemos por primeiros princípios o valor de $\Delta_{\mathcal{R}}^2$ na saída do horizonte, $k \sim aH$. O cálculo detalhado, seguindo a proposta de Maldacena (72), pode ser encontrado em (5). Seguiremos aqui a abordagem mais intuitiva desenvolvida em (62).

A chave para prosseguir com o cálculo do espectro de potência está em reduzir as perturbações $\delta\phi$ a um conjunto de osciladores harmônicos quânticos com frequências dependentes do tempo. Expandindo a ação do inflaton em ordem quadrática de $\delta\phi$ obtemos,

$$S = \int d^4x a^3 \left[\mathcal{L}_0 + \left. \frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\phi} \right|_0 \delta\phi + \frac{1}{2} \left. \frac{\delta^2\mathcal{L}}{\delta\phi^2} \right|_0 \delta\phi^2 \right] = S_0 + \frac{1}{2} \int d^4x a^3 [-g^{\mu\nu} \partial_\mu \delta\phi \partial_\nu \delta\phi], \quad (3.87)$$

onde o sub-índice 0 representa a parte homogênea da ação. Note que a parte perturbativa nos fornece apenas um termo cinético para $\delta\phi$. No espaço de fase temos,

$$S_{\delta\phi} = \frac{1}{2} \int dt d^3k a^3 \left(\delta\dot{\phi}_{\mathbf{k}} \delta\dot{\phi}_{-\mathbf{k}} - \frac{k^2}{a^2} \delta\phi_{\mathbf{k}} \delta\phi_{-\mathbf{k}} \right). \quad (3.88)$$

Exceto pelo fator da métrica, a ação em (3.88) descreve osciladores harmônicos simples. Cada modo de Fourier, $\delta\phi_{\mathbf{k}}^{can} = a^{-3/2} \delta\phi_{\mathbf{k}}$, oscila com frequência

$$\omega \simeq \frac{k}{a(t)}. \quad (3.89)$$

Para um tempo suficientemente longínquo, temos para qualquer modo de vibração

$$\omega \simeq \frac{k}{a(t)} \gg H, \quad (3.90)$$

de acordo com a figura 11. Nesse período, a taxa de expansão do universo é irrelevante se comparada à frequência de vibração dos OH's. Cada modo de vibração em (3.88) oscila como em um espaço de Minkowski. Em outras palavras, podemos usar mecânica quântica não-relativística para calcular observáveis do sistema. Em particular, temos para o valor esperado de $\delta\phi^2$ no estado fundamental (73, 5, 62),

$$\langle \delta\phi_{\mathbf{k}}^{can} \delta\phi_{\mathbf{k}'}^{can} \rangle \simeq \frac{(2\pi)^3 \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}')}{2\omega(t)} \Rightarrow \langle \delta\phi_{\mathbf{k}} \delta\phi_{\mathbf{k}'} \rangle \simeq \frac{(2\pi)^3 \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}')}{a^3} \frac{1}{2\omega(t)}. \quad (3.91)$$

No decorrer da inflação, $a(t)$ cresce exponencialmente enquanto H permanece constante. Eventualmente $\omega(t) \sim H$ e por fim $\omega(t) \ll H$. O período de saída do horizonte é chamado *freeze-out* e caracteriza o “congelamento” das oscilações. Depois desse período $k < aH$ e nenhuma evolução é possível, dado que os pontos separados pela escala k^{-1} estão fora do horizonte de eventos um do outro. Nesse regime, temos para a função de correlação em (3.91),

$$\langle \delta\phi_{\mathbf{k}} \delta\phi_{\mathbf{k}'} \rangle \simeq \frac{(2\pi)^3 \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}')}{a^3(t_*)} \frac{1}{2\omega(t_*)} \simeq (2\pi)^3 \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}') \frac{H^2}{2k^3}, \quad (3.92)$$

onde t_* representa o tempo de saída do horizonte, $k \sim aH$. Esse resultado é o que torna possível para inflação gerar as flutuações presentes no universo pós-inflacionário. Caso a frequência $\omega(t)$

continuasse a evoluir com $a(t)$ indefinidamente, a função de correlação em (3.91) tenderia a zero com o tempo, o que levaria a um universo homogêneo. Em vez disso, temos que a função de correlação estabiliza fora do horizonte, permanecendo constante até sua reentrada.

Agora que sabemos a função de correlação para $\delta\phi$, conseguir o espectro de potência independente de escala $\Delta_{\mathcal{S}}^2$ tornou-se uma tarefa trivial. Por simplicidade, vamos considerar o gauge espacialmente plano, $\Psi = 0$. Para o regime de *slow-roll*,

$$\langle \mathcal{R}_{\mathbf{k}} \mathcal{R}_{\mathbf{k}'} \rangle = \left(\frac{H}{\dot{\phi}} \right)^2 \langle \delta\phi_{\mathbf{k}} \delta\phi_{\mathbf{k}'} \rangle. \quad (3.93)$$

Usando a definição para o espectro de potência em (3.79) e o resultado para a função de correlação em (3.92), obtemos para o espectro de potência na saída do horizonte,

$$\Delta_{\mathcal{R}}^2(k) = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{H_{\star}^4}{\dot{\phi}_{\star}^2}. \quad (3.94)$$

Novamente o subscrito \star localiza temporalmente as quantidades para a saída do horizonte de Hubble, $k \sim aH$. O espectro de potência em (3.94) permanece constante até a reentrada no horizonte, $k < aH$. Após isso, a função de correlação volta a evoluir, gerando as oscilação acústicas medidas pelo Planck, e posteriormente, o colapso gravitacional que gera as estruturas de larga-escalas presentes hoje no universo.

O espectro de potência para as perturbações tensoriais é obtido de forma análoga. Seguindo o mesmo raciocínio das perturbações escalares,

$$\Delta_t^2 = 2\Delta_h^2 = \frac{2}{\pi^2} \frac{H_{\star}^2}{M_P^2}. \quad (3.95)$$

Na próxima seção, usaremos as expressões (3.94) e (3.95) para calcular observáveis.

3.5.9 Observáveis Inflacionários

A preditividade dos modelos inflacionários está diretamente conectada à sua capacidade de fornecer valores para observáveis físicos. Ao confrontar esses valores com os medidos por experimentos como Planck e WMAP temos quais desses modelos descrevem a realidade de forma satisfatória. Essa é basicamente a *raison d'être* dos modelos inflacionários. Um dos objetivos a ser perseguido no próximo capítulo será construir modelos no intuito de recuperar os dados experimentais obtidos pelo Planck (15, 6).

Os principais observáveis de inflação são as amplitudes de oscilações escalares e tensoriais A_S e A_T , suas respectivas dependências à escala n_S e n_t , e a razão tensor-escalar r . Para o regime de *slow-roll* (3.39), obtemos as expressões para esses observáveis das definições em (3.94) e (3.95). Na saída do horizonte, $k = aH$, temos para as amplitudes,

$$A_S(k_{\star}) = \Delta_S^2(k_{\star}) = \frac{1}{8\pi^2} \frac{H^2}{M_P^2} \frac{1}{\epsilon} \Big|_{k=aH} = \frac{1}{24\pi^2} \frac{V}{M_P^4} \frac{1}{\epsilon_V} \Big|_{\phi=\phi_i}, \quad (3.96)$$

$$A_t(k_{\star}) = \Delta_t^2(k_{\star}) = \frac{2}{\pi^2} \frac{H^2}{M_P^2} \Big|_{k=aH} = \frac{2}{3\pi^2} \frac{V}{M_P^4} \Big|_{\phi=\phi_i}, \quad (3.97)$$

onde usamos as aproximações de *slow-roll* da seção 3.3.2. Aqui ϕ_i representa o valor do campo homogêneo no início da inflação visível. Perceba que a amplitude tensorial depende apenas do valor que o potencial escalar assume no início da inflação. Nesse cenário, a detecção de ondas gravitacionais primordiais levaria a descoberta da escala de energia em que ocorre o período inflacionário.

A razão tensor-escalar é dada por,

$$r \equiv \frac{\Delta_t^2(k_*)}{\Delta_S^2(k_*)} = 16\epsilon_V^*. \quad (3.98)$$

Novamente o símbolo $*$ representa a saída do horizonte. Por último, as expressões para n_S e n_t são obtidas das definições em (3.81) e (3.85). Após alguma álgebra,

$$n_S = 1 + 2\eta_V^* - 6\epsilon_V^*, \quad (3.99)$$

$$n_t = -2\epsilon_V^*. \quad (3.100)$$

O experimento Planck obteve valores bem definido para A_S e n_S (15),

$$10^9 A_S = 2.22646 \pm 0.107466 \quad (68\%CL) \quad (3.101)$$

$$n_S = 0.9616 \pm 0.0094 \quad (68\%CL), \quad (3.102)$$

e vínculos para r (6),

$$r < 0.149. \quad (3.103)$$

No próximo capítulo usaremos esses valores para vincular o espaço de parâmetros dos nossos modelos. Isso nos permitirá inferir outros observáveis, tais como massas de partículas e suas interações.

4 INFLAÇÃO NO 3-3-1

A força de um modelo é medida conforme dois aspectos: o primeiro deles, e o mais óbvio, é a sua capacidade de descrever a realidade como a medimos. Nesse sentido, dedicamos os dois capítulos anteriores dessa tese para mostrar como modelos inflacionários são capazes de resolver os problemas da cosmologia padrão e fornecer uma fonte para as anisotropias encontradas na superfície do último espalhamento. No entanto, apenas descrever a realidade não é o suficiente. Em períodos remotos da história humana, por exemplo, precipitações chuvosas e desastres naturais foram explicados como o poder de entidades fantásticas. A meteorologia por sua vez, além de conseguir descrever a realidade, tem a capacidade de antecipar eventos (predição meteorológica). Isso nos leva ao segundo aspecto que deve ser levado em consideração em um modelo, a sua capacidade preditiva.

Conforme as tecnologias avançam e os dados experimentais se tornam cada vez mais precisos, o poder de preditividade de cada modelo é posto a prova. Em 1981, Guth introduziu inflação a fim de resolver os três problemas cosmológicos citados no capítulo 1 (42). Nesse cenário, o universo expande de forma quase exponencial em um mínimo metaestável de $V(\phi)$, em $\phi = 0$. Inflação continua até que uma transição de fase guie o inflaton para um mínimo estável não-simétrico, $\phi_0 \neq 0$. Com a transição, bolhas de domínio se formam, onde $\phi = \phi_0, -\phi_0$. Por fim, o reaquecimento do universo acontece com o choque dessas bolhas, fazendo a transição para a cosmologia padrão. No entanto, como notado pelo próprio Guth, as colisões das paredes das bolhas poderiam depositar uma energia no fluido cósmico capaz de destruir a homogeneidade e isotropia do universo. Esse cenário ficou conhecido como inflação velha (63).

Subsequentemente, Linde (43), em paralelo a Albrecht e Steinhardt (44), propôs o cenário que ficou conhecido como nova inflação (63). Nesses modelos, a parcela visível da inflação ocorre enquanto o inflaton evolui em direção ao mínimo estável do potencial, em ϕ_0 . Para tal, o potencial escalar deve ser suficientemente plano na vizinhança de $\phi = 0$. Como inflação continua a ocorrer mesmo depois da transição de fase, todo o universo visível estaria suficientemente distante das paredes da bolha, evitando assim qualquer anisotropia resultante de suas colisões. Esse é basicamente o mecanismo de *slow-roll* discutido no capítulo anterior (fig. 10). Vimos que o surgimento das anisotropias do CMB está relacionado às correções quânticas do inflaton. Nesse cenário, o reaquecimento ocorre não pelo choque das bolhas, mas pelo decaimento perturbativo do campo ϕ (3.4).

Apesar da nova inflação de Linde ser bem sucedida em descrever os dados observados do universo primordial, uma série de problemas dificultam sua implementação em modelos de partículas elementares. Em particular, gerar um potencial efetivo suficientemente plano perto da origem resulta em uma série de ajustes-finos, entre eles, no auto-acoplamento do inflaton,

$\lambda \simeq 10^{-12} - 10^{-14}$ (63). Para lidar com esses problemas, Linde introduz em (65, 74) o cenário da inflação caótica. Nesses modelos, inflação ocorre segundo um potencial polinomial para $\phi > M_P$. Estudaremos inflação caótica com mais detalhes na próxima seção.

A força de um modelo é medida não somente por sua capacidade de explicar os dados observados pelos experimentos, mas também por sua capacidade de determinar valores ainda a serem observados e servir assim como guia para as buscas experimentais. Neste capítulo, aplicaremos alterações ao cenário de inflação caótica a fim de obter os valores medidos pelo Planck para os observáveis (6). Ao aplicar esses cenários em nossos modelos de partículas elementares, conseguimos predições importantes para parâmetros dos modelos, tais como, vínculos para as massas de neutrinos e/ou matéria escura (1, 2, 75). Algo de particular relevância, é a capacidade desses modelos de conectar escalas aparentemente distintas, como a escala da inflação, $\phi \sim M_P$, e a escala eletrofraca, $\phi \sim 10^2 \text{GeV}$.

Neste capítulo, prosseguiremos da seguinte forma: na seção 4.1 introduzimos brevemente o cenário de inflação caótica. Em sequência, apresentamos as modificações feitas a esse cenário e introduzimos essas modificações em um modelo de partículas elementares (seção 4.2). Os resultados obtidos para os parâmetros de inflação também são apresentados. Por fim, na seção 4.3 apresentamos algumas considerações finais sobre o nosso trabalho (1).

4.1 INFLAÇÃO CAÓTICA

Trata-se de um cenário inflacionário onde o inflaton assume valores trans-Planckianos durante os primeiros instantes da inflação (*large-field inflation*), $\phi \gg M_P$ (63, 65). Nesse regime, o valor da energia potencial é determinado pelas flutuações quânticas do inflaton, que dominam sobre o *background* clássico (48, 64, 76). A expansão quase exponencial ocorre para trechos aleatórios do espaço-tempo onde ϕ assume valores homogêneos. Uma vez que todo o universo visível expanda para fora do horizonte de eventos, dá-se início a parte visível da inflação, descrita pelo mecanismo de *slow-roll*. Os potenciais que satisfazem esses requisitos são dados por polinômios em ϕ , na forma

$$V(\phi) = \frac{\lambda \phi^n}{n M_P^{n-4}}, \quad (4.1)$$

onde $n > 0$, $0 < \lambda \ll 1$. O valor de λ é definido de modo a satisfazer a amplitude A_S , observada pelo Planck (3.101). Temos que o potencial inflacionário possui apenas um parâmetro livre, n . Utilizando o potencial em (4.1) para calcular o número de e-folds (3.41) encontramos,

$$N(\phi) \simeq \frac{\phi^2}{2n M_P^2}. \quad (4.2)$$

Após alguma álgebra, é possível obter a previsão teórica do modelo para os observáveis n_S , r e α_S de acordo com N ,

$$n_S = 1 - \frac{n+2}{2N}, \quad r = \frac{4n}{N}, \quad \alpha_S = -\frac{n+2}{2N^2}. \quad (4.3)$$

O artigo original de inflação caótica usa o potencial quadrático, $n = 2$ (65). Ao passar das últimas décadas muitos modelos inflacionários foram construídos no intuito de explicar as anisotropias do CMB (77). Na figura 12 temos os valores teóricos para n_S e r , previstos em alguns desses modelos, comparados aos dados obtidos pela colaboração Planck (6). Em particular, note que para inflação caótica com $n = 2$, os valores teóricos estão fora das regiões do gráfico, favorecidas pelas observações. Para $n = 4$ os valores se afastam ainda mais dos observados.

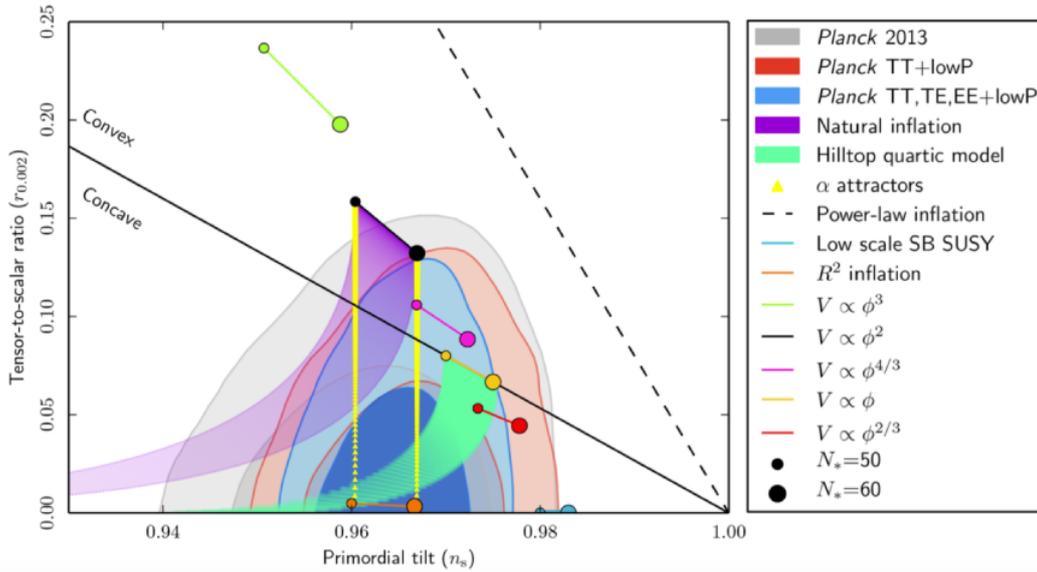


Figura 12 – Regiões com 68% e 95% CL para os valores observados pelo Planck de n_S ($k_* = 0.05 \text{ Mpc}^{-1}$) e r ($k_* = 0.002 \text{ Mpc}^{-1}$), comparados às previsões teóricas de modelos inflacionários (6).

O fato do potencial ser descrito por apenas um parâmetro livre restringe severamente as possibilidades da inflação caótica. Para $n \geq 2$ os valores previstos para n_S e r não condizem aos observados pelo Planck. Já o caso onde $n = 1$ é fenomenologicamente impraticável. Um termo linear no potencial só pode ser formado por um campo singleto por qualquer grupo simétrico. Isso relegaria o inflaton a um setor escuro, sem possibilidades de reaquecer o universo. Na próxima seção discutiremos nosso primeiro modelo inflacionário, construído a partir de uma extensão do modelo padrão de partículas elementares.

4.2 CORREÇÕES RADIATIVAS NO CENÁRIO CAÓTICO

A inflação caótica nos mostrou ser incapaz de recuperar os resultados do Planck devido a simplicidade do seu potencial. Um dos possíveis modos de adicionar complexidade ao potencial surge ao considerarmos o potencial efetivo, aprimorado por correções radiativas de setores além do inflaton.

Nesse intuito, consideramos a possibilidade de realizar inflação em um modelo de partículas elementares no artigo (1). Para tal, utilizamos a extensão de gauge $SU(3)_C \times SU(3)_L \times$

$U(1)_N$ (3-3-1) do modelo padrão (78, 79, 80, 81, 82, 83, 84). Além de inflação, a abrangência dos modelos 3 – 3 – 1 nos permite abordar vários problemas fundamentais da física de partículas e cosmologia simultaneamente. Modelos desse tipo são especialmente populares em física de partículas (85, 86, 87), haja visto o sucesso do modelo padrão. Em particular, abordamos nesse trabalho o problema de cp-forte, massa de neutrinos e inflação.

Além de solucionar problemas de longa data da física de partículas e cosmologia, o modelo em questão possui aspectos preditivos muito fortes. Em particular, veremos como os observáveis de inflação vinculam a massa dos neutrinos estéreis.

4.2.1 Aspectos Gerais do Modelo 3 – 3 – 1

Mesmo em suas versões mais simples, os modelos de gauge 3 – 3 – 1 possuem vários aspectos notáveis. Em particular, o número de gerações de férmions é definido por primeiros princípios, diferentemente do modelo padrão. Apenas considerando três gerações de férmions é que o modelo torna-se livre de anomalias (78). Por outro lado, a mesma configuração de hipercargas que possibilita o cancelamento de anomalias define as cargas elétricas das partículas do modelo. Em outras palavras, os modelos 3 – 3 – 1 oferecem uma explicação para o padrão de quantização das cargas elétricas (79, 80).

No que se refere à massa de neutrinos, mecanismos de *seesaw* tais como *seesaw* tipo-I, tipo-II e *seesaw* inverso, podem ser facilmente implementados no 3 – 3 – 1 (81, 82, 83, 84). Em particular, o *seesaw* tipo-I é obtido adicionando apenas três neutrinos de mão-direita ao modelo.

Outro aspecto interessante do modelo se manifesta ao analisarmos a estrutura de conservação da lagrangiana sob operações de simetria de carga e paridade (CP). A simetria $U_{PQ}(1)$ de Peccei-Quin pode ser implementada naturalmente no 3 – 3 – 1, sem a necessidade de novas partículas (35). Entretanto, essa configuração resulta em um cenário irreal, onde o axion adquire interações relativamente fortes com partículas do MP (88, 36). A fim de contornar essa dificuldade, um escalar singlete deve ser adicionado ao conteúdo convencional de partículas, resultando em um axion invisível (37, 89, 90).

Considerando tudo o que foi exposto, concluímos que modelos 3 – 3 – 1 possuem a estrutura ideal para realizar inflação e conectá-la à física de partículas. Em particular, desenvolvemos uma variação do modelo proposto por Dias, Pires e Silva em (3). Um escalar complexo ϕ e três neutrinos de mão-direita N_R são adicionados ao conteúdo convencional do 3 – 3 – 1 mínimo, com suas cargas atribuídas de modo a conservar a simetria de Peccei-Quin (1). Ao adquirir valor esperado do vácuo v_ϕ , o campo ϕ quebra a simetria de Peccei-Quin ao mesmo tempo que atribui massa aos neutrinos via *seesaw* tipo-I. A fim de obter uma solução aceitável para o problema de cp-forte, uma simetria discreta Z_{11} é imposta ao modelo (3). Essa simetria garante que $\theta_{eff} < 10^{-9}$ desde que $v_\phi \leq 10^{10}$ GeV. A componente imaginária de ϕ torna-se o axion, enquanto sua componente real é livre para realizar inflação na escala de Planck. No apêndice C

desenvolvemos com mais detalhes o modelo proposto. Nas próximas seções calcularemos os valores para os observáveis inflacionários resultantes desse cenário.

4.2.2 O potencial Inflacionário

Em nosso modelo, inflação ocorre segundo o mecanismo de *slow-roll* discutido em (3.3). Para o regime de energia inflacionário, o valor esperado do inflaton evolui lentamente em direção ao mínimo do potencial, possibilitando a expansão de Sitter do universo. Nosso objetivo nesta seção e na próxima será calcular os valores para os observáveis inflacionários previstos pelo modelo. Para tal, vamos considerar o potencial

$$V_\phi = \mu_\phi^2 \phi^2 + \lambda_{10}(\phi\phi^*)^2 + \lambda_{11}(\phi\phi^*)(\chi^\dagger\chi) + \lambda_{12}(\phi\phi^*)(\rho^\dagger\rho) + \lambda_{13}(\phi\phi^*)(\eta^\dagger\eta) + \lambda_\phi \epsilon^{ijk} \eta_i \rho_j \chi_k \phi + H.c. \quad (4.4)$$

Tomaremos como inflaton a componente real do campo ϕ , $\Phi \equiv R_\phi$. Com a expansão do universo, qualquer componente de energia, exceto para o inflaton, dissipa rapidamente (*attractor theorem* (48)). Logo após o início da inflação, o potencial escalar é dominado pelos termos

$$V_\Phi = \frac{\mu_\Phi^2}{2} \Phi^2 + \frac{\lambda_{10}}{4} \Phi^4. \quad (4.5)$$

Esse é simplesmente o potencial obtido para o cenário caótico, considerado no início deste capítulo. Inflação ocorre para valores trans-Planckianos do inflaton, $\Phi > M_P$. Nesse regime o potencial é dominado pelo termo Φ^4 . De (4.3), obtemos a estimativa para os observáveis. Para $n = 4$ e $N = 60$,

$$n_S \simeq 0.95, \quad r \simeq 0.26. \quad (4.6)$$

Como esperado para um potencial puramente caótico, os valores estimados para os observáveis distanciam-se daqueles observados pelo Planck (6),

$$n_S = 0.9644 \pm 0.0049 \quad \& \quad r < 0.149, \quad (4.7)$$

para $k = 0.05 \text{ Mpc}^{-1}$. Felizmente, o potencial em (4.5) não descreve com precisão a dinâmica inflacionária.

Com o intuito de obter as estimativas corretas para os observáveis do modelo, precisamos considerar possíveis correções radiativas ao potencial. Correções radiativas surgem da capacidade do campo Φ criar estados intermediários de múltiplas partículas, com espectro de massa contínuo. Colocando de outra forma, os termos de interação envolvendo o campo Φ , permitidos pelas simetrias do modelo, possibilitam correções de laço (*loop*) ao potencial do inflaton. Essas correções dependem tanto dos acoplamentos envolvidos no laço, como da escala de energia do campo Φ . O potencial efetivo resultante pode ser escrito como,

$$V(\Phi) = V_{tree} + V_{eff}, \quad (4.8)$$

onde $V_{tree} = \lambda_{10}\Phi^4/4$ e V_{eff} quantifica tais correções. A nível de 1-loop, apenas contribuições do setor escalar ($\lambda_{11}, \lambda_{12}, \lambda_{13}, \lambda_\phi$) e do setor de Yukawa (h') são permitidas a V_{eff} . Em particular, veremos que a temperatura de reaquecimento vincula os acoplamentos escalares a valores pequenos. Consequentemente, loops com neutrinos estéreis, N_R , tornam-se a componente de energia dominante em V_{eff} . Em outras palavras, as correções radiativas modificam o potencial inflacionário através do setor de neutrinos. Tal associação de setores aparentemente distintos provoca dois efeitos importantes na fenomenologia do modelo. Ao modificar o potencial, as correções radiativas possibilitam ao modelo recuperar os resultados do Planck para n_S e r . Em contrapartida, os dados observados do CMB permitem vincular os parâmetros contidos em V_{eff} (h'). Temos então um modelo capaz de explicar resultados experimentais e mais ainda, conjecturar valores para física nova no setor de neutrinos.

Para avaliar o potencial resultante das correções radiativas, usaremos o procedimento desenvolvido por Coleman e Weinberg (91). Correções de 1-loop são calculadas a partir de diagramas tipo *tadpoles* (92), de modo que o potencial obtido possui a forma,

$$V_{eff} = \frac{1}{64\pi^2} \sum_i \left[(-1)^{2J} (2J+1) m_i^4 \ln \frac{m_i^2}{\Delta^2} \right], \quad (4.9)$$

onde m_i são as massas dependentes de Φ , obtidas da derivada segunda da lagrangiana em relação aos campos $i = \eta, \rho, \chi, \phi, N_R$. J representa o spin correspondente a cada componente i e Δ a escala de renormalização. Para nosso caso, apenas N_R contribui para o potencial efetivo. Do setor de Yukawa obtemos $m_{N_R} = -\sqrt{2}h'\Phi$. Para obtermos uma aproximação do potencial efetivo basta considerarmos uma geração de neutrinos ou, analogamente, três gerações com matriz de massa diagonal e degenerada. Após essas considerações, o potencial que descreve o período inflacionário é dado por,

$$V(\Phi) \approx \lambda' \left(\Phi^4 + a' \Phi^4 \ln \frac{\Phi}{\Delta} \right), \quad (4.10)$$

onde $\lambda' = \frac{\lambda_{10}}{4}$ e $a' = \frac{a+160\lambda'^2}{32\pi^2\lambda'} \approx \frac{a}{32\pi^2\lambda'}$. O termo a carrega as contribuições radiativas para o potencial. Em nosso modelo $a = -16h'^4$. O sinal negativo é característico para loops de férmions.

4.2.3 Análise de Slow Roll

Agora que temos em mãos o potencial inflacionário correto, podemos usar as aproximações de *slow roll* para calcular os parâmetros da inflação. Seguiremos aqui um procedimento semelhante ao desenvolvido em (93, 94). Inflação ocorre tanto quanto dure o regime de *slow roll* ($\epsilon \ll 1$, $\eta \ll 1$, $\zeta^2 \ll 1$). Da seção 3.3.2, temos os parâmetros de *slow roll* do potencial,

$$\begin{aligned} \epsilon(\phi_R) &= \frac{m_P^2}{16\pi} \left(\frac{V'}{V} \right)^2, & \eta(\phi_R) &= \frac{m_P^2}{8\pi} \left(\frac{V''}{V} \right), \\ \zeta^2(\phi_R) &= \frac{m_P^4}{64\pi^2} \left(\frac{V'''V''}{V^2} \right), \end{aligned} \quad (4.11)$$

onde por conveniência, utilizamos o valor integral da constante de Planck, $m_P = 1.22 \times 10^{19}$ GeV, no lugar de seu valor reduzido.

Durante o regime de *slow roll*, o índice espectral n_S , a razão tensor-escalar r e o *running* do índice espectral $\alpha \equiv \frac{dn_S}{d \ln k}$ são definidos como (4.8)

$$\begin{aligned} n_S &= 1 - 6\epsilon + 2\eta, & r &= 16\epsilon, \\ \alpha &= 16\epsilon\eta - 24\epsilon^2 - 2\zeta^2. \end{aligned} \quad (4.12)$$

Os limites encontrados para n_S e r foram apresentados na eq. (4.7). A precisão do Planck ainda é insuficiente para mensurar valores bem definidos para α . Dados observacionais são compatíveis com $\alpha = 0$ (6).

O número de e-folds é dado pela expressão em (3.41),

$$N = \frac{-8\pi}{m_P^2} \int_{\Phi_i}^{\Phi_f} \frac{V}{V'} d\Phi, \quad (4.13)$$

onde Φ_i e Φ_f informam os valores do inflaton no início e final da inflação visível, respectivamente. A colaboração Planck especula $50 < N_* < 60$ para a escala pivot $k_* = 0.002 \text{ Mpc}^{-1}$ (6).

Outro parâmetro importante é a amplitude da perturbação de curvatura

$$\Delta_R^2 = \frac{8V}{3m_P^4 \epsilon}, \quad (4.14)$$

medida pelo Planck como $\Delta_R^2 = 2.215 \times 10^{-9}$ para a escala pivot $k_* = 0.05 \text{ Mpc}^{-1}$ (6).

Calcular analiticamente os parâmetros inflacionários mostrou-se um trabalho árduo devido a complexidade do potencial (4.10). Para esse fim, utilizamos ferramentas numéricas seguindo o seguinte algoritmo. Dado um valor para as correções radiativas em a' :

- Obtemos o valor do campo no fim da inflação, Φ_f , segundo a definição para o fim do regime de *slow roll*, $(\epsilon, \eta, \zeta^2) = 1$.
- Tendo em mãos o valor de Φ_f , utilizamos a expressão para o número de e-folds em (4.13) para calcular o valor do inflaton no início da inflação visível, Φ_i . Para tal, consideramos os valores $N = 55, 60, 65, 70$ e 75 .
- Em posse de Φ_i podemos calcular o índice espectral n_S , a razão tensor-escalar r e o *running* do índice espectral α segundo as expressões em (4.12).
- Por fim, obtemos o valor do acoplamento quártico do inflaton λ_{10} exigindo que o potencial recupere o valor medido para a amplitude de perturbação de curvatura Δ_R^2 . Utilizamos o valor obtido para estipular a massa do inflaton

$$m_\Phi = \left. \frac{d^2 V(\Phi)}{d\Phi^2} \right|_{\Phi=v_\phi}, \quad (4.15)$$

onde $v_\phi \simeq 10^{10}$ GeV.

Repetindo esse processo para diversos valores de a' obtemos diferentes resultados para os observáveis.

De fato, inflação ocorre para valores de energia na escala de Planck. Em particular, para $\Delta = 3m_P$ e $N = 60$, obtemos segundo a análise detalhada acima valores para $\Phi_i \sim 4 \times 10^{19}$ GeV e $\Phi_f \sim 10^{18}$ GeV.

Na figura 13 apresentamos os resultados obtidos para a razão tensor-escalar, r , de acordo com as correções radiativas, quantificadas em a' . Usamos para o número de e-folds $N = 60$. Note que quando $a' \rightarrow 0$ todas as curvas convergem para $r = 0.26$, recuperando o cenário caótico. Os limites observados para r parecem exigir correções radiativas de dimensões consideráveis. Outra característica interessante do modelo revela-se ao analisar o comportamento de r segundo a escala de renormalização Δ . Veja que quanto maior a escala de renormalização mais intensas devem ser as correções radiativas a fim de obedecer os limites do Planck. Por outro lado, para $\Delta \lesssim m_P$, o algoritmo detalhado acima se mostra incapaz de encontrar resultados para $N = 60$. Isso acontece devido a uma singularidade apresentada pela integral dos e-folds em,

$$\Phi = \Delta \exp \left[-\frac{4 + a'}{4a'} \right]. \quad (4.16)$$

Caso a singularidade assuma valores sub-Planckianos, a integral em N torna-se incapaz de alcançar $N = 60$. Consequentemente, a escala de renormalização deve assumir valores entre $m_P \lesssim \Delta \lesssim 6m_P$, a fim de obedecer o limite do Planck, $r < 0.149$.

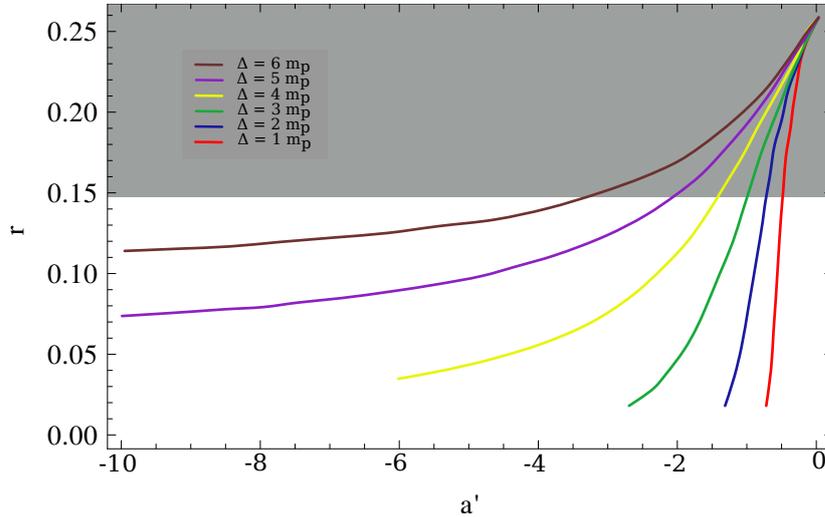


Figura 13 – r vs a' para valores de Δ indicados na legenda. A região cinza é excluída pelo Planck.

Ainda segundo o número de e-folds, os valores possíveis de a' parecem ser limitados segundo os valores de Δ . Em particular, para $\Delta = 3m_P$, $N = 60$ encontra solução apenas para $|a'| \lesssim 3$. Este é um exemplo de como os parâmetros inflacionários podem vincular os parâmetros do modelo.

Na figura 14 apresentamos nossos resultados para o índice espectral n_S contra a razão tensor-escalar r , para $\Delta = 3m_P$ e diversos valores de N . Veja que para $N \gtrsim 65$, os valores previstos pelo modelo tendem a alinhar-se aos dados observados pelo Planck. Em particular, para $h' \sim 9.1 \times 10^{-4}$ obtemos $n_S \simeq 0.961$ e $r \simeq 0.148$. De acordo com o mecanismo de *seesaw* tipo-I, para uma acoplamento de Yukawa $h' \sim 10^{-3}$ e $v_\Phi \sim 10^{10}$ GeV, temos a massa dos neutrinos estéreis da ordem $m_N \simeq 10^7$ GeV. Cabe aqui salientarmos o poder de preditividade do modelo. Ao realizar inflação em um modelo de partículas elementares obtemos estimativas para massa dos neutrinos de mão-direita. Usualmente, modelos canônicos de *seesaw* tipo-I (95, 96) atribuem massa para os neutrinos estéreis na escala de energia de grande unificação ($\sim 10^{16}$ GeV) (97, 98, 99). Em nosso caso, essas massas estão em uma escala de energia consideravelmente mais baixa. Analisaremos o mecanismo de *seesaw* tipo-I e como ele é aplicado em nosso modelo em mais detalhes no apêndice D.1.

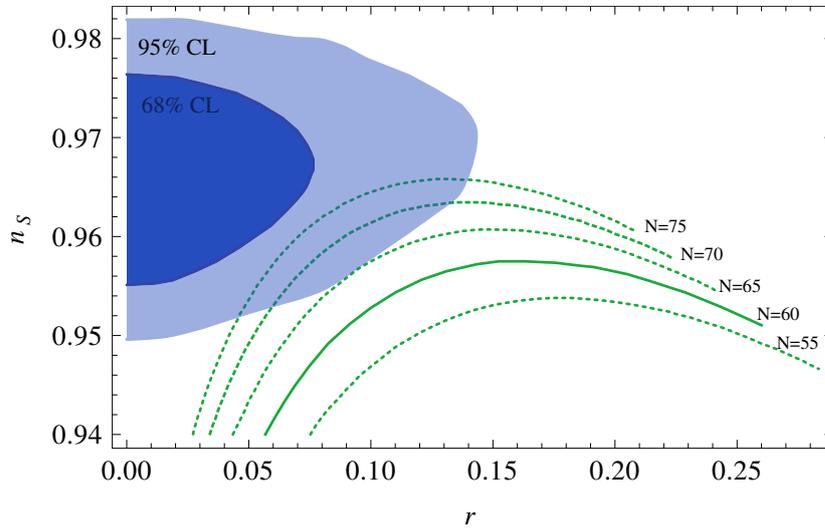


Figura 14 – n_S vs r para $\Delta = 3m_P$. As áreas sombreadas mostram as regiões favorecidas pelo Planck2015, com 68% e 95% de nível de confiança (6).

Outro resultado importante do modelo manifesta-se na massa do inflaton. A nível de árvore, a massa do inflaton é determinada pela diagonalização da matriz de massa em (C.10). Segundo o padrão de vev's considerados no modelo ($v_\phi \gg v_\rho, v_\eta, v_{\chi'}$), temos que R_ϕ desacopla dos outros escalares, obtendo uma massa aproximada de $m_{R_\phi}^2 \sim 2\lambda_{10}v_\phi^2$. Ao considerarmos correções radiativas, a massa do inflaton recebe contribuições de 1-loop proporcionais a a' e Δ . Na figura 15 apresentamos os resultados obtidos para a massa do inflaton em relação a a' . Em geral, a amplitude de perturbação de curvatura Δ_R^2 restringe λ_{10} a valores pequenos, $\lambda \sim 10^{-14}$. No entanto, o vev do inflaton $v_\Phi \sim 10^{10}$ GeV, em conjunto com as correções radiativas, garantem uma massa para o inflaton entre 5 e 38 TeV. Esse é mais um diferencial do nosso modelo, que prevê uma massa relativamente baixa para o inflaton (na inflação caótica $m_\Phi \sim 10^{13}$ GeV (65)).

Por fim, na figura 16 apresentamos os resultados obtidos para o *running index*, α , contra n_S . Usamos $N = 60$ em nossos cálculos. Como esperado, temos valores relativamente pequenos para α , com uma leve tendência a valores negativos nas proximidades de $n_S \sim 0.96$.

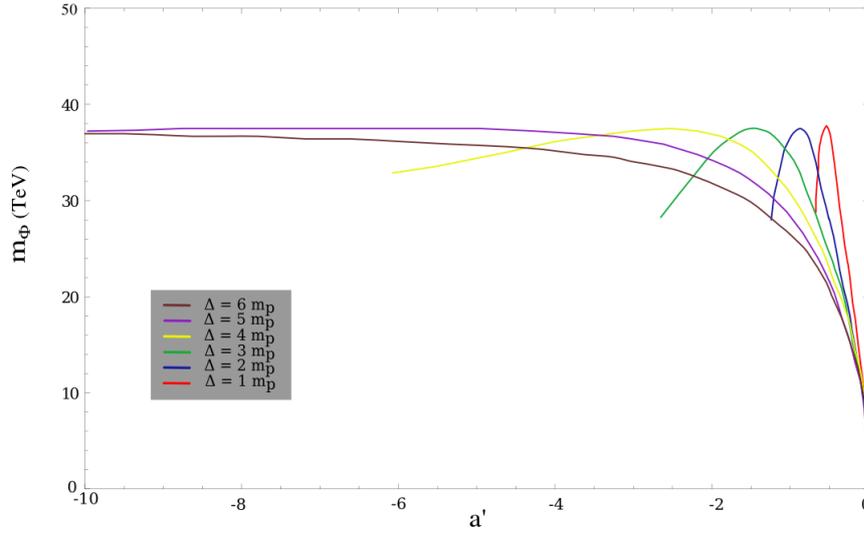


Figura 15 – m_Φ vs a' para valores de Δ indicados na legenda. Note que m_Φ possui um valor máximo de aproximadamente 38 TeV.

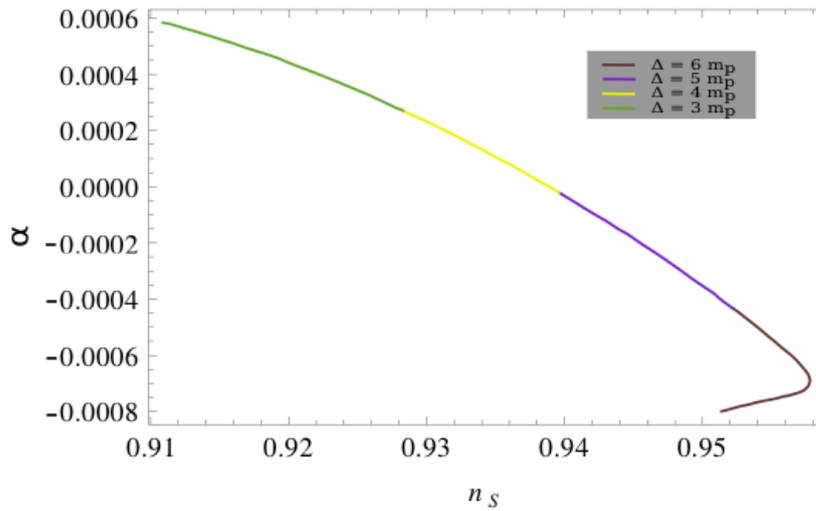


Figura 16 – α vs n_s para valores de Δ indicados na legenda.

4.2.4 Reaquecimento

O reaquecimento do universo após o período de inflação ocorre via decaimento perturbativo do inflaton, como discutido na seção 3.4. A priori, o inflaton poderia decair em qualquer partícula cuja interação seja possibilitada pelas simetrias da lagrangiana. De (C.5) e (4.4) temos como possíveis produtos de decaimento os neutrinos estéreis N_R e todos os escalares do modelo (χ, ρ, η) . Porém, uma análise rápida do espaço de fase mostra a impossibilidade do reaquecimento por neutrinos. Segundo o mecanismo *seesaw*, os neutrinos estéreis do nosso modelo adquirem massa $m_{N_R} \simeq 10^7$ GeV. Por conservação de energia, temos a inviabilidade de um inflaton de massa $m_\Phi \lesssim 3,8 \times 10^4$ GeV decair em um par de neutrinos estéreis.

Mesmo com o inflaton decaindo apenas em pares de escalares, nosso modelo não encontra problemas em reaquecer o universo a temperaturas tão altas quanto $T_{re} \sim 10^9$ GeV.

Temperaturas acima desse limite devem ser evitadas a fim de prevenir o ressurgimento de relíquias como o gravitino (63, 100, 101). No intuito de obter estimativas para T_{re} , parametrizaremos os acoplamentos relevantes entre os campos do inflaton e de Higgs, dados pelos quatro últimos termos em (4.4), pela forma geral: $\frac{\lambda}{8}v_\phi\Phi hh$. Obtemos para o decaimento do inflaton,

$$\Gamma(\Phi \rightarrow hh) \sim \frac{\lambda^2 v_\phi^2}{32\pi m_\Phi}. \quad (4.17)$$

O que nos fornece a temperatura de reaquecimento segundo (3.44),

$$T_{re} \sim 0.1 \sqrt{\Gamma(\Phi \rightarrow hh) m_P}. \quad (4.18)$$

Para $v_\phi = 10^{10}$ GeV e $m_\Phi \sim 10$ TeV, temos uma temperatura de aproximadamente 10^9 GeV para $\lambda \sim 10^{-6}$. Isso indica valores dos acoplamentos $\lambda_{\phi, 11, 12, 13}$ da mesma ordem. Valores tão pequenos para os acoplamentos escalares justificam nossa decisão de desconsiderar correções radiativas ao potencial provenientes do setor escalar. Em resumo, apesar da massa do inflaton ser consideravelmente menor que no cenário caótico, nosso modelo não encontra dificuldades em obter temperaturas elevadas para o reaquecimento do universo.

4.3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Oferecemos nesse modelo uma origem comum para a solução dos problemas de cp-forte, inflação e massa de neutrinos. Apesar de resultados semelhantes serem obtidos em diferentes modelos, ressaltamos que modelos de gauge $3 - 3 - 1$ oferecem a estrutura ideal para abordar esses temas de forma elegante.

Neste trabalho, o problema de CP-forte é solucionado através da simetria de Peccei-Quin. O axion associado a tal simetria é invisível e portanto, livre de vínculos (37, 89, 90). Inflação é realizada pela componente real do mesmo campo que abriga o axion. Ao considerar o efeito de correções radiativas no potencial escalar, obtemos valores para os parâmetros de inflação alinhados aos observados pelo Planck. Por fim, ao adquirir valor esperado do vácuo, o inflaton Φ gera massa para os neutrinos através do mecanismo *seesaw* tipo-I. Tal conexão entre setores aparentemente distintos confere ao modelo um forte caráter preditivo. Em particular, obtemos para massa dos neutrinos estéreis $m_N \simeq 10^7$ GeV.

Apesar do modelo obter grandes avanços em relação ao cenário caótico, os resultados na figura 14 mostram clara dificuldade em recuperar as observações do Planck para o número de e-fold sugerido, $50 < N_\star < 60$ (6). Mesmo considerando as incertezas quanto ao valor correto de N_\star (8), tal dificuldade pode indicar a necessidade de ponderar mecanismos diferentes para a realização da inflação. Nesse intuito, consideraremos no capítulo seguinte os efeitos da gravitação não-mínima em inflação. Apresentaremos também o modelo proposto por nós resultante dessa análise (2, 75).

5 GRAVIDADE NÃO-MÍNIMA NA INFLAÇÃO

No capítulo anterior construímos um modelo de partículas elementares capaz de realizar inflação em altas energias. Apesar das limitações em relação aos parâmetros inflacionários, o modelo apresenta previsões fenomenológicas relevantes para certos parâmetros (1). O poder preditivo de modelos inflacionários está intimamente ligado à sua capacidade de conectar a escala de energia inflacionária a escalas acessíveis para observação direta (experimentos de colisores, oscilação de neutrinos, etc.). Tal tarefa possui um grau de complexidade consideravelmente alto devido a diferença de magnitude entre essas escalas.

Como exercício mental, vamos considerar o campo escalar do Higgs como inflaton segundo inflação caótica ($\lambda\phi^4$), um cenário bastante intuitivo visto que o Higgs é o único escalar observado até a data da escrita desta tese. Uma breve análise desse cenário revela duas inconsistências no modelo. A mais óbvia está nos valores previstos para os parâmetros inflacionários. Como visto no capítulo anterior, modelos de inflação caótica não recuperam os resultados do Planck para r e n_s . A segunda inconsistência está na incompatibilidade entre a escala de inflação e a escala eletrofraca. A amplitude de densidade de perturbação vincula $\lambda(M_P) \sim 10^{-14}$. Entretanto, o potencial de Higgs é instável para escalas de energias maiores que 10^{11} GeV, devido às contribuições negativas do quark top (102). Mesmo correções de segunda ordem (constante de estrutura forte) no *running* dos acoplamentos são insuficientes para conciliar o valor do acoplamento quártico na escala eletrofraca, $\lambda(m_H) \sim 0.6$, ao valor exigido pela amplitude, $\lambda \sim 10^{-14}$. Mesmo em extensões do modelo padrão de partículas, um ajuste-fino é necessário para conciliar a dimensão minúscula da amplitude de densidade de perturbação aos acoplamentos presentes no potencial inflacionário.

Um dos grandes desafios da modelagem de inflação consiste em conseguir conectar os observáveis na escala inflacionária aos observáveis na escala eletrofraca, de modo fenomenologicamente viável, garantindo a preditividade do modelo. Nesse sentido, Bezrukov e Shaposhnikov construíram um cenário de inflação onde o Higgs atua como inflaton. Para tal, os autores investigaram as consequências do acoplamento não-mínimo entre o campo de Higgs e o escalar de curvatura de Ricci (103, 7). Chamado de Inflação de Higgs, o modelo tem êxito em recuperar os resultados do Planck devido ao achatamento do potencial em escalas $\phi \gg M_P/\sqrt{\xi}$. No que concerne a escala de energia eletrofraca, os resultados observados para a massa de Higgs também são preservados no modelo. A amplitude de perturbação escalar vincula o acoplamento quártico do modelo como $\lambda \sim \xi^2/10^{10}$. Veja que um valor de λ coerente com $m_h \simeq 125$ GeV pode ser obtido ajustando o parâmetro ξ . Em especial, $\lambda \sim 0.6$ para $\xi \sim 10^5$.

Apesar de sua abordagem ser extremamente atraente, o mecanismo criado por Bezrukov e Shaposhnikov tem sido severamente criticado devido a aparente perda da unitariedade em escalas inferiores à inflacionária (104). Por outro lado, há quem defenda que a unitariedade não é um problema na inflação de Higgs (105). Visto as controvérsias do modelo, no que se refere a conexão entre inflação e a física a baixas energias, voltamos ao ponto de partida desta discussão.

Neste capítulo apresentamos nossas contribuições para esse cenário, publicadas no artigo (2). Em particular, mostramos que um potencial com um tipo específico de acoplamento trilinear tem a capacidade de conciliar inflação a escalas de baixas energias para o caso de um acoplamento não-mínimo pequeno. Tal termo do potencial constitui o ingrediente principal do mecanismo *seesaw* tipo-II. Deste modo, como um exemplo prático, consideramos o modelo padrão aumentado por um escalar tripleto de $SU(2)_L$, de modo a realizar o mecanismo *seesaw* tipo-II para massa de neutrinos. Mostramos que quando o número leptônico é violado explicitamente numa escala de energia muito baixa, neutrinos padrões desenvolvem massa na escala de eV. Por sua vez, a componente neutra do escalar tripleto desenvolve massa na escala de TeV e pode realizar inflação mesmo para valores pequenos do acoplamento do inflaton com a gravidade.

Neste capítulo, prosseguiremos da seguinte forma: na seção 5.1 revisamos em maiores detalhes a inflação de Higgs e os efeitos do acoplamento não-mínimo de escalares com a gravidade. Em 5.2 e 5.3 apresentamos nossa proposta para modelo inflacionário. Subsequentemente, em 5.4 consideramos o efeito de correções radiativas nesse cenário. Por fim, em 5.6 escrevemos algumas considerações finais sobre as realizações do modelo.

5.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE O ACOPLAMENTO NÃO-MÍNIMO E INFLAÇÃO DE HIGGS

Um acoplamento não-mínimo entre o setor escalar e a gravidade surge naturalmente no contexto de supergravidade e teoria de cordas (106, 107), ou ainda, como correções radiativas calculadas no espaço-tempo curvo (108). Nosso objetivo nesta seção será entender os mecanismos que levam modelos de gravidade não-mínima a reproduzir os valores observados pelo Planck para as anisotropias do CMB.

Começaremos nossa análise definindo a ação de um campo escalar genérico ϕ não-minimamente acoplado à gravidade,

$$S = \int d^4x \sqrt{-g_J} \left(M_P^2 \Omega^2(\phi) \frac{R_J}{2} - g_J^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - V_J(\phi) \right), \quad (5.1)$$

onde V_J representa o potencial escalar do modelo. Para modelos renormalizáveis, a função $\Omega(\phi)$ usualmente é definida como,

$$\Omega^2(\phi) = 1 + \xi \frac{\phi^2}{M_P^2}, \quad (5.2)$$

onde o acoplamento ξ parametriza a interação entre o escalar de Ricci e o campo ϕ . Para $\xi \rightarrow 0$ o modelo reproduz o caso mínimo, onde a interação entre os setores gravitacional e escalar é descrita pela teoria usual da relatividade geral. Para $\xi \rightarrow \infty$ temos o caso de gravidade induzida (109, 110, 111, 112, 113), onde a massa de Planck é gerada dinamicamente pelo vev de ϕ . No que se refere à física de partículas e a cosmologia, ambos extremos apresentam problemas fenomenológicos (7). Veremos mais adiante que a inflação de Higgs considera um regime intermediário para ξ , onde $1 \ll \sqrt{\xi} \lll 10^{17}$.

A ação em (5.1) é construída no referencial de Jordan, onde as regras de Feynmann são bem definidas. A fim de investigar a dinâmica inflacionária, uma transformação é imposta à métrica do modelo, de modo a recuperar a gravidade de Einstein-Hilbert (114, 115, 116). A chamada transformação conforme, ou transformação de Weyl, distorce a métrica $g_J^{\mu\nu}$ de acordo com o campo ϕ ,

$$g_J^{\mu\nu} \rightarrow g^{\mu\nu} = \Omega^2(\phi)g_J^{\mu\nu}. \quad (5.3)$$

Aplicada à métrica em (5.1), a transformação acima resulta na ação,

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} (M_P^2 R - g^{\mu\nu} F(\phi) \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - V(\phi)), \quad (5.4)$$

onde o potencial escalar foi redefinido como,

$$V(\phi) \equiv \frac{V_J(\phi)}{\Omega^4(\phi)}. \quad (5.5)$$

A ação em (5.4) é dita no referencial de Einstein. Note que o acoplamento entre o escalar ϕ e o escalar de Ricci desaparece. Em contrapartida, o campo ϕ adquire um termo cinético não-canônico onde

$$F(\phi) \equiv \Omega^{-2} + \frac{3}{2} \left(\frac{d \ln \Omega^2}{d\phi} \right)^2. \quad (5.6)$$

Podemos recuperar o termo cinético canônico redefinindo o campo ϕ de modo a obter,

$$\left(\frac{d\chi}{d\phi} \right)^2 \equiv F(\phi) = \frac{\Omega^2 + 6\xi^2 \phi^2 / M_P^2}{\Omega^4}. \quad (5.7)$$

Como resultado, a ação para o campo canônico χ escrita no referencial de Einstein é dada por,

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} (M_P^2 R - g^{\mu\nu} \partial_\mu \chi \partial_\nu \chi - V(\phi(\chi))). \quad (5.8)$$

Apesar de haver alguma discussão sobre qual referencial é de fato o físico (114), os resultados para os observáveis inflacionários parecem convergir para o mesmo valor em ambos os referenciais (103, 117).

A fim de escrever o potencial em (5.5) em termos de χ e finalmente realizar a análise de *slow roll*, precisamos resolver a equação diferencial em (5.7). Tal tarefa se mostra muitas vezes

árdua devido a dificuldade de calcular a inversa da função $\chi(\phi)$. Em especial, para $\xi > 0$, os autores em (115) encontraram

$$\chi = \sqrt{\frac{1+6\xi}{\xi/M_P^2}} \ln \left[\sqrt{1 + \xi(1+6\xi)\frac{\phi^2}{M_P^2}} + \sqrt{\xi(1+6\xi)\frac{\phi^2}{M_P^2}} \right] - \sqrt{\frac{3}{2}} M_P^2 \ln \left[\frac{\left(\sqrt{1 + \xi(1+6\xi)\frac{\phi^2}{M_P^2}} + \sqrt{6\xi\frac{\phi^2}{M_P^2}} \right)^2}{1 + \xi\frac{\phi^2}{M_P^2}} \right]. \quad (5.9)$$

A função $\phi(\chi)$ apenas pode ser encontrada para regimes assintóticos de ξ . Em particular, na inflação de Higgs o acoplamento não-mínimo é tomado no intervalo $1 \ll \sqrt{\xi} \ll 10^{17}$ (7), de modo a obter

$$\phi \simeq \frac{M_P}{\sqrt{\xi}} \exp\left(\frac{\chi}{\sqrt{6}M_P}\right), \quad (5.10)$$

onde nesse caso ϕ representa o campo de Higgs. Para obter o potencial de Higgs no referencial de Einstein, basta aplicar o resultado acima em (5.5), onde

$$V_J(\phi) = \frac{\lambda}{4}(\phi^2 - v^2)^2 \quad (5.11)$$

e v o vev eletrofraco. Como resultado, obtemos o potencial em termos de χ ,

$$V(\chi) = \frac{\lambda M_P^4}{4\xi^2} \left(1 + \exp\left(-\frac{2\chi}{\sqrt{6}M_P}\right) \right)^{-2}. \quad (5.12)$$

Na figura 17 vemos que o potencial em (5.12) é exponencialmente plano na escala de energia $\chi \gg M_P$, ou equivalentemente $\phi \gg M_P/\sqrt{\xi}$. Isso possibilita à inflação de Higgs obter valores para o índice espectral e razão tensor-escalar bem no centro da região favorecida pelas observações do Planck, $n_S \simeq 0.97$ e $r \simeq 0.0033$ (7). A amplitude de perturbação de densidade, A_S , por sua vez correlaciona os acoplamentos λ e ξ de modo a obedecerem $\lambda \sim \xi^2/10^{10}$. Valores de λ coerentes com a fenomenologia eletrofraca são facilmente obtidos para $\xi \gg 1$.

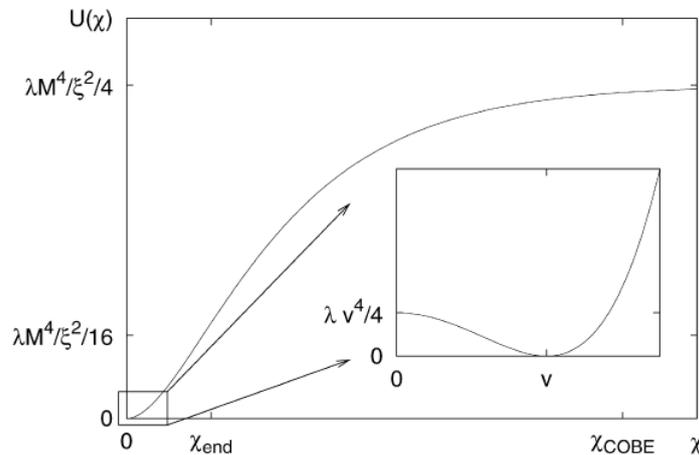


Figura 17 – Potencial efetivo no referencial de Einstein. Figura retirada de (7).

Infelizmente, processos regidos pela ação (5.4) perdem a unitariedade em escalas bem menores que M_P para $\xi > 1$, tornando todo o mecanismo da inflação de Higgs no mínimo duvidoso (104). Após o reescalonamento da métrica, o termo cinético do campo ϕ adquire a contribuição,

$$-\frac{6\xi^2}{M_P^2} \frac{\phi^2}{(1 + \xi\phi^2/M_P^2)^2} (\partial\phi)^2, \quad (5.13)$$

no qual o termo dominante é o operador de dimensão de energia seis

$$-6 \frac{\xi^2}{M_P^2} \phi^2 (\partial\phi)^2. \quad (5.14)$$

O operador acima possui um *cutoff* $\Lambda = M_P/\xi$. Processos que ocorrem em uma escala de energia $E > \Lambda$ não obedecem à conservação de probabilidades da mecânica quântica (unitariedade). Esse é o caso da inflação de Higgs, que ocorre numa escala de energia $\phi \gg M_P/\sqrt{\xi} > \Lambda$.

Nas próximas seções apresentaremos nossa proposta de inflação não-mínima, publicada originalmente em (2).

5.2 ALTERNATIVAS PARA A INFLAÇÃO NÃO-MÍNIMA

Na seção passada vimos que apesar de conseguir conectar a escala de energia inflacionária à escala eletrofraca, as previsões da inflação de Higgs, para os parâmetros inflacionários, não são confiáveis devido a perda da unitariedade numa escala de energia menor que a inflacionária. Mesmo assim, podemos imaginar cenários alternativos para modelos de gravidade não-mínima onde tal problema não surja. O desafio aqui é construir tal cenário sem estragar as conquistas da inflação de Higgs.

Vamos considerar o caso onde o modelo padrão é estendido por um escalar σ . O potencial do modelo pode ser escrito como,

$$V(h, \sigma) = \mu_h^2 h^2 + \mu_\sigma^2 \sigma^2 + \lambda_h h^4 + \lambda_\sigma \sigma^4 + \lambda_{\sigma h} h^2 \sigma^2, \quad (5.15)$$

onde h representa o campo de Higgs. Suponhamos que σ realize inflação via acoplamento não-mínimo com a gravidade. Para evitar que a unitariedade seja um problema novamente consideraremos $0 < \xi \ll 1$. Como de costume, inflação ocorre em altas energias, onde o potencial em (5.15) é bem aproximado pelo termo quártico $\lambda_\sigma \sigma^4$. Novamente, a amplitude de perturbação de densidade impõe ao auto-acoplamento de σ o vínculo $\lambda_\sigma \sim \xi^2/10^{10}$. Logo, para $0 < \xi \ll 1$ temos $\lambda_\sigma \ll 10^{-10}$. O problema surge ao considerarmos a massa do inflaton, $m_\sigma \approx \sqrt{\lambda_\sigma} v_\sigma$. A menos que o vev de σ assuma um valor colossal, teremos um inflaton de massa muito leve, dificultando o reaquecimento do universo.

Agora vamos considerar o potencial em (5.15), aumentado pelo termo trilinear $\mu h^2 \sigma$. A dinâmica inflacionária permanece inalterada, com o termo $\lambda_\sigma \sigma^4$ dominando em altas energias. Em contrapartida, em baixas energias a influência de λ_σ para a massa do inflaton deixa de ser

dominante, uma vez que o termo trilinear contribui com a massa de σ por $m_\sigma^2 \sim \lambda_\sigma v_\sigma^2 + \frac{\mu}{v_\sigma} v_h^2 \rightarrow m_\sigma \sim \sqrt{\frac{\mu}{v_\sigma}} v_h$. Para μ em torno de v_σ , temos que a massa do inflaton assume valores próximos à v_h , independentemente de $\lambda_\sigma \ll 1$.

O termo trilinear mencionado acima é característico do mecanismo *seesaw* tipo-II, onde o modelo padrão é estendido por um escalar tripleto por $SU(2)_L$. No apêndice D.2 implementamos essa ideia em um modelo fenomenologicamente viável de *seesaw* (2). Na seção seguinte mostraremos as predições desse modelo para os parâmetros inflacionários.

5.3 O TRIPLETO COMO INFLATON - ANÁLISE DE SLOW ROLL

Pelas razões expostas em 5.2 e no apêndice D.2, consideramos aqui a componente neutra do tripleto, δ^0 , como candidato a inflaton. Durante a inflação, a parte relevante do potencial é dada por $V(\delta) \approx \frac{\lambda_2 + \lambda_3}{4} \delta^4$. A fim de recuperar os resultados do Planck para os parâmetros inflacionários, consideramos o acoplamento não-mínimo entre δ^0 e a gravidade. Nesse caso, a lagrangeana de interesse no referencial de Jordan contém os termos,

$$\mathcal{L} \supset \frac{1}{2} (\partial_\mu \delta)^\dagger (\partial^\mu \delta) - \frac{M_P^2 R}{2} - \frac{1}{2} \xi_\delta \delta^2 R - V(\delta), \quad (5.16)$$

onde $V(\delta) = \frac{\lambda_2 + \lambda_3}{4} \delta^4$. De modo análogo à inflação de Higgs, realizamos a mudança para o referencial de Einstein, onde a dinâmica inflacionária é mais simples de ser investigada. Aplicando a transformação conforme à métrica (seção 5.1)

$$\begin{aligned} \tilde{g}_{\mu\nu} &= \Omega^2 g_{\mu\nu} \quad \text{where} \quad \Omega^2 = 1 + \frac{\xi_\delta \delta^2}{M_P^2} \\ \frac{d\chi_\delta}{d\delta} &= \sqrt{\frac{\Omega^2 + 6\xi_\delta^2 \delta^2 / M_P^2}{\Omega^4}}, \end{aligned} \quad (5.17)$$

obtemos a lagrangeana no referencial de Einstein

$$\mathcal{L} \supset -\frac{M_P^2 \tilde{R}}{2} + \frac{1}{2} (\partial_\mu \chi_\delta)^\dagger (\partial^\mu \chi_\delta) - U(\chi_\delta), \quad (5.18)$$

onde $U(\chi_\delta) = \frac{1}{\Omega^4} V(\delta[\chi_\delta])$. O passo seguinte seria resolver (5.9) para $\delta_0(\chi_\delta)$, usar o resultado para obter $U(\chi_\delta)$ e por fim, com $U(\chi_\delta)$ obter as predições do modelo para os parâmetros inflacionários. Realizamos essa análise no artigo (2), onde usamos a aproximação $\xi \ll 1$ para conseguir a expressão de $\delta_0(\chi_\delta)$. Optamos aqui por uma abordagem levemente diferente, mas que nos permite obter resultados mais abrangentes¹. Usando regra da cadeia, podemos reescrever os parâmetros de *slow roll* na forma,

$$\epsilon = \frac{M_P^2}{2} \left(\frac{U'}{U\chi'_\delta} \right)^2, \quad \eta = M_P^2 \left(\frac{U''}{U\chi'_\delta} - \frac{U'\chi''_\delta}{V\chi'_\delta{}^3} \right), \quad (5.19)$$

¹ Para uma abordagem semelhante ver também (118)

onde ' representa a derivação com respeito a δ . Na mesma linha de raciocínio podemos reescrever o número de e-folds como,

$$N = -\frac{1}{M_P^2} \int_{\delta_i}^{\delta_f} \frac{U(\delta)}{U'(\delta)} \left(\frac{d\chi_\delta}{d\delta} \right)^2 d\delta. \quad (5.20)$$

Note que usando (5.17) e (5.19) podemos calcular os parâmetros inflacionários de forma exata, sem aproximações em ξ_δ . Para tal, procedemos de modo análogo ao capítulo anterior, onde usamos um algoritmo numérico para calcular os valores previstos para os observáveis. Dessa vez assumimos como variável livre o acoplamento não-mínimo. Consideramos um intervalo de ξ_δ de modo a conservar a unitariedade do modelo até a escala de Planck, $10^{-3} \leq \xi_\delta \leq 1$. Na figura 18 apresentamos nossos resultados para n_S e r .

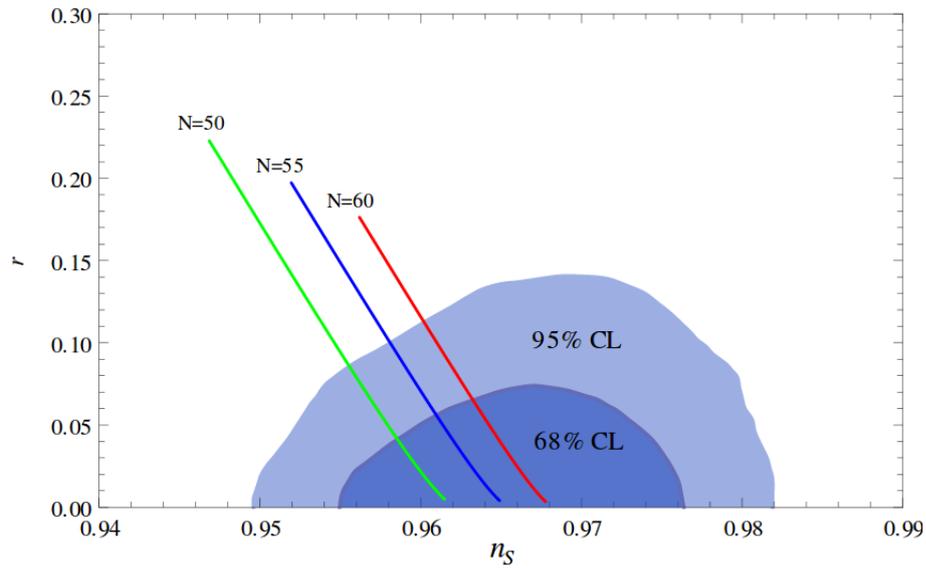


Figura 18 – r vs n_S para $N = 50$ (curva verde), 55 (curva azul) e 60 (curva vermelha). As áreas sombreadas mostram as regiões favorecidas pelo Planck2015, com 68% e 95% de nível de confiança (6). Em particular, os pontos mais externos das curvas foram calculados para $\xi_\delta = 10^{-3}$ enquanto os mais internos nos informam as previsões do modelo para $\xi_\delta = 1$.

Podemos notar de imediato que o modelo não encontra problemas em recuperar os valores observados pelo Planck, mesmo para valores pequenos do acoplamento não-mínimo, $\xi_\delta \leq 1$. Em particular, para $\xi_\delta = 1$ e $N = 60$ obtemos $n_S \simeq 0.9678$ e $r \simeq 0.0035$, valores muito semelhantes ao cenário de inflação de Higgs. Como de costume, a amplitude de perturbação escalar vincula os valores de $\lambda_2 + \lambda_3$. Para o ponto em questão, obtemos $\lambda_2 + \lambda_3 \simeq 4.64 \times 10^{-10}$. Mesmo um valor tão pequeno dos acoplamentos quárticos não implica numa massa pequena para o inflaton. Isso por que o termo trilinear do potencial fornece a contribuição dominante na massa do escalar δ (apêndice D.2).

No intuito de esclarecer sobre a conservação de unitariedade do modelo, vamos considerar a escala de energia inflacionária. Novamente para $\xi_\delta = 1$ e $N = 60$ obtemos que inflação ocorre entre os valores $\delta_i \simeq 2.05 \times 10^{19}$ GeV e $\delta_f \simeq 2.40 \times 10^{18}$ GeV para o inflaton. Temos então

que inflação ocorre para energias $V_i^{1/4} \sim 9.5 \times 10^{16}$ GeV (119). Em contrapartida, a perda da unitariedade ocorre em $\Lambda \sim M_P$. Diferentemente da inflação de Higgs, a unitariedade é conservada em nosso modelo.

Apesar dos bons resultados, o modelo proposto em (2) é limitado do ponto de vista fenomenológico, dado que apenas o potencial a nível de árvore é considerado. Na seção seguinte veremos como correções radiativas no potencial inflacionário podem interferir nesse cenário.

5.4 INFLAÇÃO NÃO-MÍNIMA COM CORREÇÕES RADIATIVAS

A fim de calcular as correções radiativas ao potencial inflacionário, seguiremos um procedimento semelhante ao desenvolvido nas referências (68, 75, 116, 119, 120), chamado “prescrição II”. Nele, as correções são calculadas no referencial de Jordan. Apenas após calcularmos o potencial efetivo é que aplicamos a transformação conforme à métrica.

Como estamos lidando com um inflaton tripleto por $SU(2)_L$, inevitavelmente tais correções envolvem os acoplamentos de gauge padrões g e g' . A nível de 1-loop, o potencial inflacionário envolve os seguintes termos,

$$V = \left(\frac{\lambda_2 + \lambda_3}{4} + \frac{3(g^4 + g'^4) - 12Y^4 + \sum_i \lambda_i^2 \ln \frac{\delta}{M_P}}{32\pi^2} \right) \delta^4, \quad (5.21)$$

onde tomamos M_P como a escala de renormalização. Além dos acoplamentos de gauge, o potencial efetivo em (5.21) possui contribuições dos acoplamentos escalares ($\lambda_{1,2,3,4,5}$) e acoplamento de Yukawa (Y). Por simplicidade, desconsideraremos as contribuições de loops escalares, $\lambda_{1,2,3,4,5} \ll 1$. Em um primeiro momento iremos desconsiderar também as contribuições de Yukawa. A princípio tal escolha é justificável, visto a magnitude das massas dos neutrinos padrões, $m_\nu < 1$ eV. Em contrapartida, os acoplamentos de gauge são avaliados na escala de grande unificação grosseiramente como $g^2 \sim g'^2 \sim 0.3$ (68). Temos então que os termos dominantes no potencial efetivo são dados por,

$$V = \left(\frac{\lambda_2 + \lambda_3}{4} + \frac{3(g^4 + g'^4)}{32\pi^2} \ln \frac{\delta}{M_P} \right) \delta^4. \quad (5.22)$$

A subsequente análise de *slow roll* ocorre de modo análogo ao da última seção. Primeiramente realizamos a transformação conforme na métrica, de modo a obter o potencial no referencial de Einstein, $U = V/\Omega^4$. Em seguida, usamos esse potencial para calcular as predições para os parâmetros n_S e r . Nesse último ponto as coisas começam a ficar complicadas. Acontece que para $50 \leq N \leq 60$ e $\xi_\delta \leq 1$, o algoritmo numérico descrito na seção 4.2.3 mostra-se incapaz de encontrar resultados para os observáveis n_S e r . O motivo disso está na incompatibilidade entre os valores assumidos para o número de e-folds (N) e o valor observado para a amplitude de perturbação escalar (A_S) (apêndice E).

A fim de contornar essa dificuldade, podemos considerar valores altos para o acoplamento não-mínimo, $\xi_\delta \gg 1$, de modo a suprimir o valor de A_S via Ω . Em particular, obtemos $N = 60$ e $A_S \simeq 2.20 \times 10^{-9}$ para $\xi_\delta \sim 1880$. Os valores preditos para os parâmetros inflacionários ficam em torno de $n_S \simeq 0.9751$ e $r \simeq 0.0664$. Infelizmente, tal magnitude de ξ_δ traz de volta o fantasma da perda de unitariedade, presente na inflação de Higgs.

Ironicamente, as interações de gauge que tornam o modelo fenomenologicamente atrativo em baixas energias também o impossibilita de realizar inflação em altas energias. Felizmente, existe um outro setor do modelo, desconsiderado até então, capaz de conciliar essas duas escalas de energias. Estamos falando do setor de neutrinos. Um modelo inflacionário, o qual tem como inflaton um tripleto de $SU(2)_L$ não-minimamente acoplado à gravidade, é viável apenas se ocorrer um cancelamento entre as contribuições de gauge e as contribuições fermiônicas no potencial em (5.21). Esse cancelamento pode ser total, de modo a recuperar os resultados obtidos na seção passada (figura 18), ou parcial. No segundo caso, as correções radiativas facilmente dominam o potencial inflacionário, de modo a permitir a aproximação,

$$V \simeq a \ln \frac{\delta}{M_P} \delta^4, \quad (5.23)$$

onde $a = \frac{3(g^4 + g'^4) - 12Y^4}{32\pi^2}$.

Apresentamos na figura 19 os resultados obtidos para o índice espectral e a razão tensor-escalar, segundo o potencial (5.23). Em particular, para $\xi_\delta = 0.01$ e $N = 60$, obtemos $n_S \simeq 0.9666$ e $r \simeq 0.0640$, dentro da região de 68% CL observada pelo Planck. Inflação ocorre para $7.92 \times 10^{18} \leq \delta \leq 6.06 \times 10^{19}$ GeV.

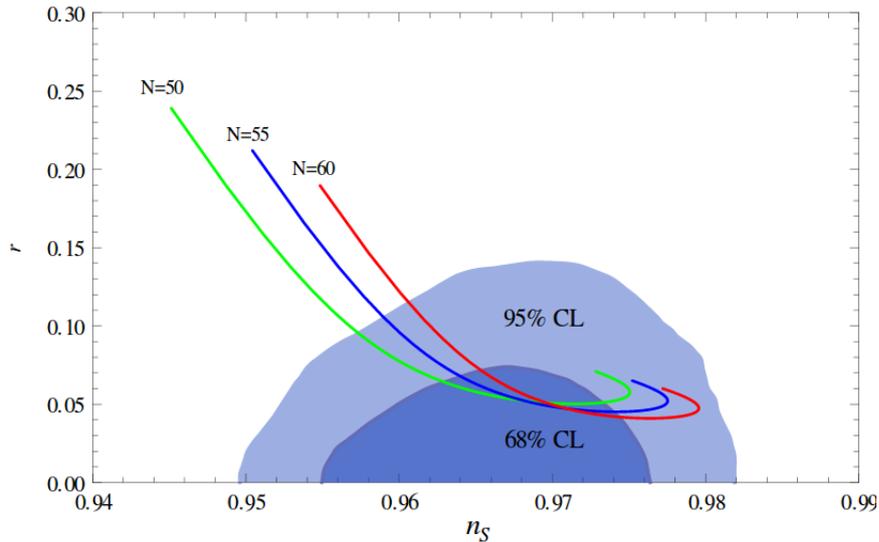


Figura 19 – r vs n_S para $N = 50$ (curva verde), 55 (curva azul) e 60 (curva vermelha). Mais uma vez realizamos os cálculos para $10^{-3} \leq \xi_\delta \leq 1$, sendo o extremo esquerdo das curvas os pontos referentes à $\xi_\delta = 10^{-3}$.

A amplitude de perturbação escalar medida pelo Planck vincula o parâmetro Y . Para todos os pontos presentes na figura 19 encontramos $Y \simeq 0.460578$. Convidamos o leitor a

fazer uma pequena digressão, a fim de entendermos o quão impressionante esse resultado é: a amplitude de perturbação escalar é medida tomando como base observações de eventos que ocorreram 300,000 anos após o que conhecemos como “big bang”. Esse parâmetro remonta a um momento ainda mais primordial do cosmos, $\sim 10^{-34}$ segundos, a época inflacionária. Em nosso modelo, esse mesmo parâmetro determina o acoplamento entre inflaton e neutrinos e consequentemente, o valor das massas atribuídas aos neutrinos padrões. Obviamente que para obtermos previsões mais precisas para Y precisamos considerar em futuras análises toda a estrutura da matriz PMNS (Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata), considerar de forma mais precisa o *running* dos acoplamentos de gauge, ou ainda, realizar o *running* de Y para a escala de energia eletrofraca. Ainda assim, futuros experimentos de oscilação poderão verificar a compatibilidade das massas dos neutrinos com o valor de Y predito pelo nosso modelo. Este é o poder preditivo que procuramos desde o capítulo anterior.

5.5 ALGUNS COMENTÁRIOS SOBRE O REAQUECIMENTO

Após a fase inflacionária, o inflaton começa a oscilar em torno de seu vev, dando início ao período de reaquecimento do universo. Em modelos canônicos de inflação, o reaquecimento ocorre via decaimento do inflaton em partículas do modelo padrão. Por outro lado, em modelos de gravidade não-mínima esse processo torna-se significativamente mais complicado. Isso por que durante esse período, efeitos perturbativos e não-perturbativos ocorrem simultaneamente (121). Seguindo a referência (68), apenas argumentaremos aqui porque o decaimento perturbativo não é instantâneo em nosso modelo. As duas condições necessárias para o decaimento perturbativo do inflaton são: que o espaço de fase seja suficiente ($M_{\chi_\delta} > 2m_f$) e que a taxa de decaimento, $\Gamma_{\chi_\delta} \rightarrow 2m_f$, seja maior que a taxa de expansão do universo $H = \sqrt{\frac{\rho_{\chi_\delta}}{3M_P^2}}$. Para termos um ideia da complexidade desse processo, para o caso da inflação de Higgs, o condensado de Higgs oscilaria ao menos 10^{12} vezes antes que a taxa de decaimento em elétrons supere a taxa de expansão do universo (68). No nosso caso, o decaimento do inflaton ocorre quase que exclusivamente em neutrinos. Enquanto a massa efetiva do inflaton é avaliada em $M_\delta = \frac{M_\Delta}{\Omega}$, temos para a massa dos neutrinos $m_\nu = \frac{Y\chi_\delta}{\sqrt{2}\Omega}$. Para $(\chi_\delta)_f = 7.92 \times 10^{18}$ GeV temos que $m_\nu \gg M_\delta$. Assim sendo, nesse aspecto nosso caso não é diferente da inflação de Higgs e análises numéricas em rede são necessárias.

5.6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Conectar inflação à física de baixas energias é indispensável para modelos que pretendem extrapolar a mera descrição de observáveis. O maior obstáculo encontrado por aqueles que tentam tal feito está na dificuldade de associar os observáveis inflacionários aos parâmetros na escala eletrofraca. Em particular, o valor observado para amplitude de perturbação de densidade

impõe valores ínfimos para os acoplamentos do inflaton. Além do desconforto associado ao ajuste tão preciso de parâmetros, valores pequenos para o autoacoplamento do inflaton implicam em dificuldades fenomenológicas para o modelo, visto que qualquer escalar leve carregado pelas simetrias do modelo padrão, $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, é limitado por fortes vínculos experimentais. No cenário de inflação de Higgs, esse impasse é contornado assumindo altos valores para o acoplamento não-mínimo, $1 \ll \sqrt{\xi} \lll 10^{17}$. Infelizmente, como vimos no início deste capítulo, essa abordagem leva a sérias dificuldades no que se refere a unitariedade.

Neste capítulo apresentamos nossa proposta de modelo inflacionário inspirada na inflação de Higgs, publicada originalmente em (2). Nela, inflação é realizada pela componente neutra de Δ , escalar tripleto de $SU(2)_L$, não-minimamente acoplado a gravidade. Obtemos para os parâmetros inflacionários valores coerentes às observações do Planck, mesmo para $\xi < 1$. A unitariedade deixa de ser um problema no nosso modelo, visto que a inflação visível ocorre numa escala de energia menor que Λ , $\delta_i < \Lambda = \frac{M_P}{\xi}$.

No que concerne à física de baixas energias, inserimos Δ em uma estrutura de *seesaw*. Como é típico desse mecanismo, a massa de neutrinos está associada a uma escala μ que caracteriza a quebra do número leptônico. Em particular, no mecanismo de *seesaw* tipo-II inverso essa escala é tomada na escala de KeV (122). Como consequência, obtemos neutrinos padrões com massa na escala de eV, enquanto o inflaton assume um valor de massa na escala de TeV.

Finalmente, em (5.4) extrapolamos a análise realizada (2) e consideramos o efeito de correções radiativas em nosso modelo. Em particular, para um inflaton dubleto de $SU(2)_L$, as contribuições de gauge dominam o potencial inflacionário. Devido à magnitude dessas correções, $g^2 \sim g'^2 \sim 0.3$, o potencial do modelo encontra dificuldades em recuperar a amplitude de perturbação escalar e o número de e-folds. Felizmente, o fator negativo das contribuições fermiônicas permite aos neutrinos cancelar parcialmente as contribuições de gauge ao potencial. Como resultado, obtemos a previsão do modelo para a interação inflaton-neutrinos, $Y(\delta_i) \simeq 0.460578$.

Em resumo, nosso modelo congrega uma descrição apropriada para o universo inflacionário ao mesmo tempo que prediz assinaturas de física nova na escala de TeV. Ao estudar os efeitos de correções radiativas ao potencial inflacionário, obtemos a previsão do modelo para a interação neutrino-inflaton. Tal poder preditivo pode vir a ser confirmado por observação direta em futuros experimentos (122, 123).

6 CONCLUSÕES

Os avanços tecnológicos dos experimentos em satélites possibilitaram a obtenção de dados cada vez mais precisos da radiação cósmica de fundo (CMB). Esses dados remontam a uma época ainda mais primordial do universo, onde processos em altas energias seriam supostamente predominantes no cosmos. Nesse sentido, observações do CMB podem revelar informações sobre física nova, presentes numa escala de energia muito superior à alcançada pelos aceleradores de partículas modernos ($\phi_I \gg 13$ TeV).

Nesta tese apresentamos os resultados de nossa pesquisa, publicados originalmente em (1, 2). Trabalhamos na construção de modelos capazes de recuperar os resultados do Planck (6) para os parâmetros inflacionários e, como resultado, obtemos cenários fortemente preditivos, com assinaturas de física nova em escalas de energias acessíveis para futuros experimentos. Em particular, em (1) conseguimos $n_S \simeq 0.961$ e $r \simeq 0.148$ para $N \sim 65$. Tais resultados são possíveis apenas quando consideramos correções radiativas ao potencial do inflaton. Consequentemente, esse arranjo leva a previsão do valor da massa de neutrinos estéreis na ordem $m_N \sim 10^4$ TeV.

Posteriormente em (2), idealizamos um cenário de inflação onde um tripleto de $SU(2)_L$ assume o papel de inflaton. Conseguimos nesse modelo recuperar os valores de n_S e r favorecidos pelo Planck, enquanto o inflaton assume valores de massa na escala de TeV. Possíveis assinaturas em colisores são apresentadas na referência (122). Curiosamente, para obter resultados compatíveis com o Planck precisamos considerar um cancelamento entre as correções de gauge e Yukawa do potencial. Isso levou a determinação do acoplamento de Yukawa, $Y(\delta_i) \simeq 0.460578$.

Tal desenlace possui consequências importantes para a fenomenologia do modelo em (2). Caso futuros experimentos levem a uma massa de neutrinos incompatível com esse cenário (123, 124), teremos a exclusão do modelo. Isto poderia ser tomado como indício de uma inflação guiada por um campo singleto pelas simetrias padrões, delegando o inflaton ao setor escuro do universo. Apesar das dificuldades fenomenológicas, essa hipótese é particularmente interessante devido suas semelhanças com modelos de matéria escura e energia escura. É no mínimo intrigante pensar que as maiores questões da física de partículas e cosmologia apontam para a existência de um setor escondido do universo, talvez mais rico que o próprio setor visível. Em particular, no artigo (75) exploramos uma possibilidade de conexão entre os setores inflacionário e escuro, no entanto as alternativas são numerosas (119, 87, 116, 125).

Finalizamos esta tese reforçando a necessidade de refinar os resultados obtidos em (2), assim como de explorar novas possibilidades de modelos, com diferentes extensões do MP ($U(1)_{B-L}$, supersimetria, etc.). Cada cenário considerado aqui nos guiou a novas perguntas sobre a natureza do inflaton e da inflação em si. Até que mais dados observacionais estejam disponíveis,

cabe a nós, teóricos, propor soluções para essas perguntas.

A HORIZONTE DE PARTÍCULAS E HORIZONTE DE EVENTOS

O horizonte de partículas delimita as regiões causalmente conexas do universo em um dado tempo t . Em um universo plano, $k = 0$, o horizonte de partículas é dado pelo cone de luz, $ds^2 = 0$,

$$r = a(t)(\tau - \tau_i) = a(t) \int_{\tau_i}^{\tau} \frac{dt}{a(t)}. \quad (\text{A.1})$$

Em particular, para um universo dominado por matéria não-relativística $a(t) \sim t^{3/2}$,

$$r(t) = 3t = 2[H(t)]^{-1}. \quad (\text{A.2})$$

De modo geral, para um universo dominado por matéria-fria ou radiação, $r \sim H^{-1}$. O fato do horizonte de partículas se confundir ao horizonte de Hubble gera o problema do horizonte da cosmologia padrão, estudado na seção [3.2].

O horizonte de eventos por sua vez delimita a parte do universo da qual podemos obter informação, em um tempo t_{max} , sobre eventos que ocorrem no tempo t (usualmente tomado como o tempo presente t_0),

$$r_e(t) = a(t) \int_t^{t_{max}} \frac{dt}{a(t)}. \quad (\text{A.3})$$

Para a cosmologia padrão ($\omega = 0, 1/3$), o horizonte de eventos cresce indefinidamente com o tempo, $r \rightarrow \infty$ para $t_{max} \rightarrow \infty$. Esse cenário muda para uma métrica de Sitter. Para o fator de escala $a(t) \sim e^{Ht}$, onde $H = const.$,

$$r_e = H^{-1}. \quad (\text{A.4})$$

No período inflacionário, o horizonte de Hubble e o horizonte de eventos coincidem. Esse fato é de extrema importância para o paradigma inflacionário. Escalas aparentemente desconexas na cosmologia padrão já estiveram dentro do horizonte de eventos em um passado inflacionário (figura 11).

B NÚMERO DE E-FOLDS

A inflação primordial deve encontrar um fim, de modo a dar início à evolução padrão do universo. Um período inflacionário prolongado poderia alterar os marcos da cosmologia padrão apresentados nos capítulo 1. Dessa forma, podemos inferir como os dados experimentais podem vincular essa expansão.

Nesse intuito, faremos uso do número de e-folds para parametrizar a expansão do universo,

$$N_{12} \equiv \ln \frac{a(t_2)}{a(t_1)}. \quad (\text{B.1})$$

O número de e-folds nos informa quantas *e*-vezes o universo expandiu, no período de tempo entre t_1 e t_2 . Ao lidar com inflação encontramos certa dificuldade em definir o início do período inflacionário. Isso por que no início da inflação, qualquer escala cosmológica de interesse físico poderia estar confinada em regiões tão pequenas quanto a escala de Planck, $(1.22 \times 10^{19})^{-1}$ GeV⁻¹. Em vez disso, iremos definir o momento em que a escala k^{-1} cruza o horizonte de Hubble H^{-1} como o início do que chamaremos inflação observável. k^{-1} é chamada de escala pivô e é escolhida de acordo com a formação de estruturas do universo. $k^{-1} \sim 10^{-3}$ Mpc é a menor escala na qual perturbações de densidade podem ser observadas (48). Essa escala corresponde ao primeiro objeto gravitacionalmente ligado do universo. O experimento Planck por sua vez escolhe para escala pivô $k = 0.002$ Mpc⁻¹, equivalente à constante de Hubble H_0 (6).

Dessa forma, definiremos a quantidade de inflação observável como,

$$N_k = \ln \frac{a_{fin}}{a_k}, \quad (\text{B.2})$$

onde a_{fin} representa o fator de escala no fim da inflação e a_k o fator de escala para o momento que a escala pivô cruza o horizonte de Hubble.

Assim como o Planck, consideraremos como escala pivô o horizonte comóvel de Hubble atual $k = a_0 H_0$. Na figura (20) temos a evolução de $(aH)^{-1}$ para diversas eras do universo, desde a saída da escala pivô do horizonte ($k = a_k H_k$) até sua reentrada no tempo presente ($k = a_0 H_0$). Iremos supor que a expansão inflacionária se deu de forma majoritariamente exponencial e que no período de reaquecimento o universo foi composto predominantemente por matéria fria (8).

Dado que as distâncias comóveis não se alteram com o tempo, podemos escrever

$$1 = \frac{k}{a_0 H_0} = \frac{a_k H_k}{a_0 H_0} = e^{-N_k} \frac{a_{fin}}{a_{reh}} \frac{a_{reh}}{a_{eq}} \frac{H_k}{H_{eq}} \frac{a_{eq} H_{eq}}{a_0 H_0}, \quad (\text{B.3})$$

onde a_{fin} , a_{reh} e a_{eq} representam o fator de escala para o fim da inflação, fim do reaquecimento e o tempo de equidade matéria-radiação, respectivamente. Liddle e Leach na referência (8)

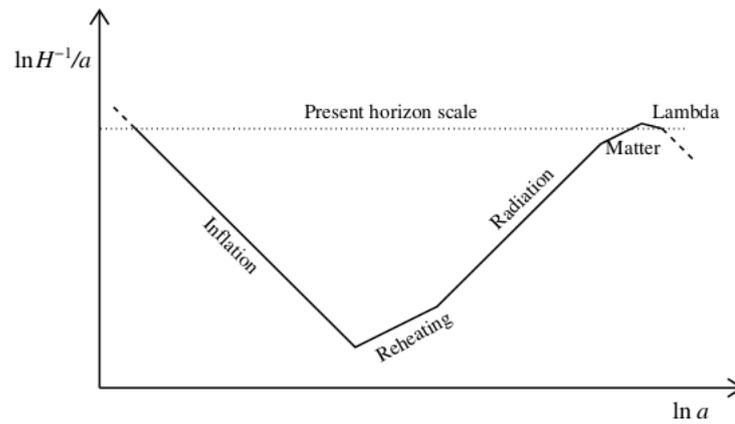


Figura 20 – Evolução do horizonte comóvel de Hubble para os diversos períodos do universo. A linha pontilhada representa o horizonte atual $(a_0 H_0)^{-1}$. Figura retirada de (8).

reescreveram a expressão acima como,

$$N_k = \frac{1}{3} \ln \frac{\rho_{reh}}{\rho_{fin}} + \frac{1}{4} \ln \frac{\rho_{eq}}{\rho_{reh}} + \ln \sqrt{\frac{8\pi V_k}{3m_{Pl}^2} \frac{1}{H_{eq}}} + \ln 219\Omega_0 h. \quad (\text{B.4})$$

Aqui ρ_{fin} , ρ_{reh} e ρ_{eq} representam as densidades de energias para os períodos de fim da inflação, fim do reaquecimento e o tempo de equidade matéria-radiação, respectivamente. V_k avalia a energia potencial do inflaton no início da inflação observável. Note que o número de e-folds depende de toda a evolução pós-inflacionária do universo.

Apesar de Liddle e Leach estimarem o número de e-folds entre 50 e 60 (8) para o período inflacionário, a expressão (B.4) contém algumas incertezas teóricas e experimentais. Em particular, (B.4) é obtido considerando o período de reaquecimento dominado por matéria fria, o que não é verdade para todos os modelos inflacionários. Outro grande fator de incerteza está em V_k . A energia potencial do inflaton no início da inflação ainda é desconhecida, possuindo apenas vínculos superiores. Vimos na seção [3.5.9] como a detecção do espectro de ondas gravitacionais primordiais pode vir a determinar o valor de V_k .

C MODELO 3-3-1 COM 3 NEUTRINOS ESTÉREIS E 1 ESCALAR SINGLETO

A primeira modificação feita ao modelo (3) ocorre no setor leptônico. Adicionamos três neutrinos singletos de gauge, de modo a obter o seguinte conteúdo leptônico,

$$f_L^a = \begin{pmatrix} \nu_L^a \\ e_L^a \\ (\nu_R^c)^a \end{pmatrix} \sim (1, 3, -1/3), \quad e_{aR} \sim (1, 1, -1), \quad N_{aR} \sim (1, 1, 0) \quad (\text{C.1})$$

com $a = 1, 2, 3$ representando as três gerações conhecidas. A forma que cada campo transforma segundo a simetria de gauge $3 - 3 - 1$ é indicada após o sinal de similaridade “ \sim ”.

O setor de quarks é mantido intacto, com uma geração escrita na representação fundamental da simetria $SU(3)_L$ enquanto as outras duas gerações são dadas na representação conjugada,

$$Q_{iL} = \begin{pmatrix} d_{iL} \\ -u_{iL} \\ d'_{iL} \end{pmatrix} \sim (3, \bar{3}, 0), \quad Q_{3L} = \begin{pmatrix} u_{3L} \\ d_{3L} \\ u'_{3L} \end{pmatrix} \sim (3, 3, 1/3). \quad (\text{C.2})$$

Já para os quarks de mão-direita temos,

$$\begin{aligned} u_{iR} &\sim (3, 1, 2/3), \quad d_{iR} \sim (3, 1, -1/3), \quad d'_{iR} \sim (3, 1, -1/3) \\ u_{3R} &\sim (3, 1, 2/3), \quad d_{3R} \sim (3, 1, -1/3), \quad u'_{3R} \sim (3, 1, 2/3), \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

onde $i = 1, 2$.

O setor escalar convencional dos modelos $3 - 3 - 1$ possuem três tripletos de $SU(3)_L$, os quais geram massa para os bósons de gauge e férmions. A fim de solucionar o problema de cp-forte e gerar massa para os neutrinos, adicionamos um escalar singlete em nosso modelo,

$$\begin{aligned} \chi &= \begin{pmatrix} \chi^0 \\ \chi^- \\ \chi'^0 \end{pmatrix} \sim (1, 3, -1/3), \quad \eta = \begin{pmatrix} \eta^0 \\ \eta^- \\ \eta'^0 \end{pmatrix} \sim (1, 3, -1/3), \\ \rho &= \begin{pmatrix} \rho^+ \\ \rho^0 \\ \rho'^+ \end{pmatrix} \sim (1, 3, 2/3), \quad \phi \sim (1, 1, 0). \end{aligned} \quad (\text{C.4})$$

A menos dos bósons de gauge que são irrelevantes para nossa discussão, esse é todo o conteúdo de partículas do modelo. Em relação aos modelos $3 - 3 - 1$ convencionais, adicionamos três férmions singletos de gauge N_{aR} e um escalar ϕ também singlete.

Após impor as simetrias discretas $Z_{11} \otimes Z_2$, com as cargas especificadas em (1), as interações de Yukawa permitidas são representadas na lagrangeana da seguinte forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^Y &= G_1 \bar{Q}_{3L} u'_{3R} \chi + G_2^{ij} \bar{Q}_{iL} d'_{jR} \chi^* + G_3^{3a} \bar{Q}_{3L} u_{aR} \eta + G_4^{ia} \bar{Q}_{iL} d_{aR} \eta^* \\ &+ G_5^{3a} \bar{Q}_{3L} d_{aR} \rho + G_6^{ia} \bar{Q}_{iL} u_{aR} \rho^* + g_{ab} \bar{f}_{aL} e_{bR} \rho \\ &+ h_{ab} \bar{f}_{aL} \eta N_{bR} + h'_{ab} \phi \bar{N}_{aR}^C N_{bR} + \text{H.c.} \end{aligned} \quad (\text{C.5})$$

As cargas das simetrias $Z_{11} \otimes Z_2$ são definidas de forma a permitir os dois últimos termos da lagrangeana acima. Esses termos possuem um papel fundamental, tanto na realização de inflação quanto para a geração das massas dos neutrinos.

A forma mais completa do potencial escalar permitida pelas simetrias do modelo e renormalizável, é dada por

$$\begin{aligned} V_H &= \mu_\phi^2 \phi^2 + \mu_\chi^2 \chi^2 + \mu_\eta^2 \eta^2 + \mu_\rho^2 \rho^2 + \lambda_1 \chi^4 + \lambda_2 \eta^4 + \lambda_3 \rho^4 + \lambda_4 (\chi^\dagger \chi) (\eta^\dagger \eta) + \lambda_5 (\chi^\dagger \chi) (\rho^\dagger \rho) \\ &+ \lambda_6 (\eta^\dagger \eta) (\rho^\dagger \rho) + \lambda_7 (\chi^\dagger \eta) (\eta^\dagger \chi) + \lambda_8 (\chi^\dagger \rho) (\rho^\dagger \chi) + \lambda_9 (\eta^\dagger \rho) (\rho^\dagger \eta) + \lambda_{10} (\phi \phi^*)^2 \\ &+ \lambda_{11} (\phi \phi^*) (\chi^\dagger \chi) + \lambda_{12} (\phi \phi^*) (\rho^\dagger \rho) + \lambda_{13} (\phi \phi^*) (\eta^\dagger \eta) + \lambda_\phi \epsilon^{ijk} \eta_i \rho_j \chi_k \phi + \text{H.c.}, \end{aligned} \quad (\text{C.6})$$

Os termos cinéticos não influenciam na discussão do modelo portanto, não os apresentaremos. Os termos na lagrangeana de Yukawa e no potencial escalar possuem a forma mais geral permitida pelas simetrias $Z_{11} \otimes Z_2$, e pela simetria de Peccei-Quin $U_{PQ}(1)$, segundo as cargas apresentadas em (1).

A fim de quebrar as simetrias do modelo e gerar massa para as partículas, as componentes reais dos campos escalares devem assumir valores esperados do vácuo não-nulos. Deslocando os campos de modo convencional,

$$\begin{aligned} \chi^0 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (v_{\chi'} + R_{\chi'} + iI_{\chi'}), & \eta^0 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (v_\eta + R_\eta + iI_\eta), \\ \rho^0 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (v_\rho + R_\rho + iI_\rho), & \phi &= \frac{1}{\sqrt{2}} (v_\phi + R_\phi + iI_\phi), \end{aligned} \quad (\text{C.7})$$

obtemos as condições que garantem um mínimo global ao potencial,

$$\begin{aligned} \mu_\chi^2 + \lambda_1 v_{\chi'}^2 + \frac{\lambda_4}{2} v_\eta^2 + \frac{\lambda_5}{2} v_\rho^2 + \frac{\lambda_{11}}{2} v_\phi^2 + \frac{A}{v_{\chi'}^2} &= 0, \\ \mu_\eta^2 + \lambda_2 v_\eta^2 + \frac{\lambda_4}{2} v_{\chi'}^2 + \frac{\lambda_6}{2} v_\rho^2 + \frac{\lambda_{13}}{2} v_\phi^2 + \frac{A}{v_\eta^2} &= 0, \\ \mu_\rho^2 + \lambda_3 v_\rho^2 + \frac{\lambda_5}{2} v_{\chi'}^2 + \frac{\lambda_6}{2} v_\eta^2 + \frac{\lambda_{12}}{2} v_\phi^2 + \frac{A}{v_\rho^2} &= 0, \\ \mu_\phi^2 + \lambda_{10} v_\phi^2 + \frac{\lambda_{11}}{2} v_{\chi'}^2 + \frac{\lambda_{12}}{2} v_\rho^2 + \frac{\lambda_{13}}{2} v_\eta^2 + \frac{A}{v_\phi^2} &= 0, \end{aligned} \quad (\text{C.8})$$

onde definimos $A \equiv \lambda_\phi v_\eta v_\rho v_{\chi'} v_\phi$. Ao aplicar as condições de mínimo à derivada segunda do potencial, obtemos as massas dos escalares segundo os vev's. Para o setor cp-ímpar, a matriz de

massa dos escalares na base $(I_{\chi'}, I_\eta, I_\rho, I_\phi)$ é dada por,

$$M_I^2 = -\frac{A}{2} \begin{pmatrix} \frac{1}{v_{\chi'}^2} & \frac{1}{v_\eta v_{\chi'}} & \frac{1}{v_\rho v_{\chi'}} & \frac{1}{v_{\chi'} v_\phi} \\ \frac{1}{v_\eta v_{\chi'}} & \frac{1}{v_\eta^2} & \frac{1}{v_\eta v_\rho} & \frac{1}{v_\eta v_\phi} \\ \frac{1}{v_\rho v_{\chi'}} & \frac{1}{v_\eta v_\rho} & \frac{1}{v_\rho^2} & \frac{1}{v_\eta v_\rho} \\ \frac{1}{v_{\chi'} v_\phi} & \frac{1}{v_\eta v_\phi} & \frac{1}{v_\eta v_\rho} & \frac{1}{v_\phi^2} \end{pmatrix} \quad (\text{C.9})$$

Após a diagonalização de (C.9), obtemos o axion do modelo, $a = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{v_{\chi'}^2}{v_\phi^2}}} \left(I_\phi - \frac{v_{\chi'}}{v_\phi} I_{\chi'} \right)$. Note que para $v_\phi \gg v_{\chi'}$ temos $a \sim I_\phi$. Nesse regime o axion é formado basicamente pela componente cp-ímpar do campo ϕ . A solução do problema de cp-forte impõe um vínculo superior ao vev de ϕ , $v_\phi \leq 10^{10}$ GeV (3). Tomaremos $v_\phi = 10^{10}$ GeV.

Nosso candidato a inflaton surge do setor escalar cp-par. Na base $(R_{\chi'}, R_\eta, R_\rho, R_\phi)$, temos a matriz de massa quadrática,

$$M_R^2 = \begin{pmatrix} 2\lambda_1 v_{\chi'}^2 - \frac{A}{2v_{\chi'}^2} & \frac{\lambda_4 v_{\chi'} v_\eta}{2} + \frac{A}{2v_\eta v_{\chi'}} & \frac{\lambda_5 v_{\chi'} v_\rho}{2} + \frac{A}{2v_\rho v_{\chi'}} & \frac{A}{2v_\phi v_{\chi'}} \\ \frac{\lambda_4 v_{\chi'} v_\eta}{2} + \frac{A}{2v_\eta v_{\chi'}} & 2\lambda_2 v_\eta^2 - \frac{A}{2v_\eta^2} & \frac{\lambda_6 v_\eta v_\rho}{2} + \frac{A}{2v_\rho v_\eta} & \frac{A}{2v_\eta v_\phi} \\ \frac{\lambda_5 v_{\chi'} v_\rho}{2} + \frac{A}{2v_\rho v_{\chi'}} & \frac{\lambda_6 v_\eta v_\rho}{2} + \frac{A}{2v_\rho v_\eta} & 2\lambda_3 v_\rho^2 - \frac{A}{2v_\rho^2} & \frac{A}{2v_\rho v_\phi} \\ \frac{A}{2v_\phi v_{\chi'}} & \frac{A}{2v_\eta v_\phi} & \frac{A}{2v_\rho v_\phi} & 2\lambda_{10} v_\phi^2 - \frac{A}{2v_\phi^2} \end{pmatrix}. \quad (\text{C.10})$$

Para $v_\phi \gg v_\rho, v_\eta, v_{\chi'}$, temos que R_ϕ desacopla dos outros escalares, obtendo uma massa aproximada de $m_{R_\phi}^2 \sim 2\lambda_{10} v_\phi^2$. Esse será nosso candidato a inflaton.

D MECANISMO SEESAW

Das partículas do modelo padrão, os neutrinos estão entre as mais intrigantes. Experimentos de oscilações sugerem massa para neutrinos numa escala muito inferior à eletrofraca. Por outro lado, o padrão de mistura desses neutrinos também difere ao dos quarks, apontando pouca, ou nenhuma, hierarquia nos elementos da matriz U_{PMNS} . Tais estranhezas motivaram os físicos de partículas a criarem extensões do MP. Em particular, por não carregarem nenhuma carga de cor ou elétrica, há uma boa chance dos neutrinos da interação fraca serem as únicas partículas de majorana do MP. Estabelecer a natureza da massa dos neutrinos, assim como os mecanismos pelos quais são gerados essas massas, são de extrema importância para a física experimental e teórica.

D.1 MECANISMO SEESAW TIPO-I

Entre os mecanismos criados para gerar massa de neutrinos o mais conhecidos é o mecanismo de *seesaw*. Em particular, o mecanismo *seesaw* canônico, chamado tipo-I, adiciona três neutrinos de mão-direita (ν_R) ao MP (97, 126, 95). O modelo mais simples inclui dois termos de massa à lagrangeana,

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{MP} + m_D \bar{\nu}_L N_R + m_N \bar{N}_R^c N_R, \quad (\text{D.1})$$

onde \mathcal{L}_{MP} representa a lagrangeana usual do MP e $\bar{\nu}_L$ os neutrinos padrões. Por questão de simplicidade, omitimos o índice de família dos campos. Note que o último termo da lagrangeana quebra a simetria de número leptônico. A escala de energia m_N caracteriza essa quebra. No regime $m_N \gg m_D$, a diagonalização da matriz de massa de neutrinos fornece os autovalores $m_\nu \sim m_D^2/m_N$ e $M_N \sim m_N$. Veja que para $m_N \sim 10^{14}$ GeV e $m_D \sim 10^2$ GeV temos neutrinos com massa $m_\nu \sim 10^{-1}$ eV. Variações do mecanismo seesaw podem incluir um escalar tripleto por $SU(2)_L$, como é o caso do seesaw tipo-II (127). Já no seesaw inverso, seis neutrinos de mão-direita adicionais são incluídos ao MP (128, 129). Modelos com conteúdo de partículas ainda mais exóticos podem ser citados (130, 131).

Para nosso modelo (1), descrito no capítulo 4 e apêndice C, temos uma situação análoga ao *seesaw* tipo-I. Quando η^0 e ϕ desenvolvem vevs, os últimos dois termos da lagrangeana em C.5 geram termos de massa de Dirac e Majorana para ν_L e N_R ,

$$\mathcal{L} \supset M_D \bar{\nu}_L N_R + M \bar{N}_R^c N_R + H.c., \quad (\text{D.2})$$

onde $M_D = h \frac{v_\eta}{\sqrt{2}}$ e $M = \frac{h' v_\phi}{\sqrt{2}}$. Esses termos fornecem a seguinte matriz de massa para os seis neutrinos do modelo,

$$M_\nu = \begin{pmatrix} 0 & M_D \\ M_D^T & M \end{pmatrix}. \quad (\text{D.3})$$

Esta é uma matriz de massa típica do mecanismo *seesaw* tipo-I. Para $M \gg M_D$, a diagonalização da matriz em (D.3) leva à,

$$m_{\nu_L} \simeq \frac{M_D^2}{M} \quad \text{and} \quad , M_R \simeq M. \quad (\text{D.4})$$

Aqui estamos interessados apenas em obter uma estimativa para as massas dos neutrinos. A amplitude de perturbação escalar exige $\lambda' \sim 10^{-14}$. Como $a' \approx \frac{a}{32\pi^2\lambda'}$ e $a = -16h'^4$, para a' na ordem de -10 obtemos $h' \sim 10^{-3}$, o que nos leva à $M_R \sim 10^7 \text{ GeV}$. A fim de obter neutrinos pesados com essa massa e neutrinos padrões na escala de eV , de acordo com os dados dos neutrinos solares e atmosféricos, precisamos que $M_D \sim (10^{-1} - 10^{-2}) \text{ GeV}$. Isso é obtido para h na ordem $\sim (10^{-3} - 10^{-4})$, para $v_\eta \sim 10^2 \text{ GeV}$. Em média, essa é a mesma ordem dos acoplamentos de Yukawa do modelo padrão (setor leptônico).

D.2 MECANISMO SEESAW TIPO-II NA ESCALA DE TEV

Vamos considerar o modelo padrão de partículas estendido por um escalar tripleto Δ ,

$$\Delta \equiv \begin{pmatrix} \frac{\delta^+}{\sqrt{2}} & \delta^{++} \\ \delta^0 & \frac{-\delta^+}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \sim (1, 3, 2), \quad (\text{D.5})$$

o qual possui hipercarga $Y = 2$ e número leptônico $L = -2$. O potencial resultante desse modelo pode ser escrito na forma,

$$\begin{aligned} V(H, \Delta) = & m_H^2 H^\dagger H + \frac{\lambda}{4} (H^\dagger H)^2 + M_\Delta^2 \text{Tr}[(\Delta^\dagger \Delta)] + [\mu (H^T i\sigma^2 \Delta^\dagger H) + H.c] \\ & + \lambda_1 (H^\dagger H) \text{Tr}[(\Delta^\dagger \Delta)] + \lambda_2 (\text{Tr}[(\Delta^\dagger \Delta)])^2 + \lambda_3 \text{Tr}[(\Delta^\dagger \Delta)^2] \\ & + \lambda_4 H^\dagger \Delta^\dagger \Delta H + \lambda_5 H^\dagger \Delta \Delta^\dagger H, \end{aligned} \quad (\text{D.6})$$

onde $H = (H^+ \ H^0)^T \sim (1, 2, 1)$ é o bóson de Higgs padrão. O termo trilinear em (D.6) quebra explicitamente a simetria de número leptônico do modelo padrão, sendo μ a escala de energia associada a essa quebra. Embora μ possa assumir qualquer valor, seguiremos aqui a abordagem de t' Hooft onde μ assume naturalmente valores pequenos, pois a simetria é aumentada para $\mu \rightarrow 0$ (132).

Deslocando as componentes neutras dos campos de modo convencional $H^0, \Delta^0 \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (v_h + h + iI_h, v_\delta + \delta + iI_\delta)$ e exigindo que diagramas tipo *tadpoles* desapareçam, obtemos as condições de mínimo do potencial,

$$\begin{aligned} \frac{m_H^2}{2} v_h + \lambda v_h^3 + \frac{\lambda_1 + \lambda_5}{2} v_\delta^2 v_h - \sqrt{2} \mu v_\delta v_h &= 0, \\ \frac{M_\Delta^2}{2} v_\delta + (\lambda_2 + \lambda_3) v_\delta^3 + \frac{\lambda_1 + \lambda_5}{2} v_\delta v_h^2 - \frac{\mu}{\sqrt{2}} v_h^2 &= 0. \end{aligned} \quad (\text{D.7})$$

No que se refere à física de neutrinos, a massa dos neutrinos padrões é gerada pelo termo de Yukawa $Y_{ij} \bar{f}_i^c i\sigma_2 \Delta f_j$, onde $f = (\nu, e)_L^T$. Quando δ^0 desenvolve valor esperado do vácuo

diferente de zero os neutrinos adquirem massa de majorana $m_\nu = \frac{1}{\sqrt{2}} Y v_\delta$ (133). Das condições de mínimo em (D.7), quando v_δ pequeno a segunda condição simplifica para $v_\delta \simeq \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{v_h^2}{M_\Delta^2} \mu$. O interessante aqui é que para termos neutrinos padrões com massa na escala de eV precisamos que $M_\Delta \sim \text{TeV}$, $\mu \sim \text{keV}$ e $v_h \sim 10^2 \text{ GeV}$. Em outras palavras, o modelo prevê massa de neutrinos na escala de eV com física nova na escala de TeV (122, 134).

Por outro lado, o termo trilinear do potencial contribui com a massa de δ^0 de modo a obtermos $m_\delta^2 \sim (\frac{\lambda}{4} + \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\mu}{v_\delta}) v_h^2 \sim \text{TeV}^2$. Assim sendo, se de alguma forma o potencial acima conseguir realizar inflação, podemos dizer que o modelo consegue conectar inflação à física de baixas energias.

E A INCOMPATIBILIDADE ENTRE N E A_S

Para analisar o problema mais a fundo vamos considerar a expressão do número de e-folds,

$$N = \int_{\delta_f}^{\delta_i} \frac{1}{\sqrt{2\epsilon}} d\delta. \quad (\text{E.1})$$

Note que para termos valores mensuráveis de N precisamos que ϵ assuma valores pequenos no decorrer da inflação ($\epsilon_i \ll 1$). Esse é basicamente o regime de *slow roll* estudado no capítulo 3. Por outro lado, a amplitude de perturbação escalar é obtida de

$$A_s = \frac{V}{24\pi^2 M_P^4 \Omega^4 \epsilon} \Big|_{\delta_i}. \quad (\text{E.2})$$

Veja que quanto menor o parâmetro ϵ , maior será a amplitude. Porém, ao contrário do que é esperado para o número de e-folds ($50 \leq N \leq 60$), o valor medido para A_S pela colaboração Planck, $A_S \simeq 2.20 \times 10^{-9}$, desfavorece valores muito pequenos para ϵ . A fim de alinhar os valores de N e A_S , assume-se usualmente valores pequenos para o auto-acoplamento do inflaton, $\lambda \rightarrow 0$, de modo obter valores relativamente pequenos de V . Essa não é uma alternativa válida para nosso caso, dado que para $\lambda_2 + \lambda_3 \rightarrow 0$,

$$V \simeq \left(\frac{3(g^4 + g'^4)}{32\pi^2} \ln \frac{\delta}{M_P} \right) \delta^4. \quad (\text{E.3})$$

Em outras palavras, as contribuições dos bósons de gauge impedem o potencial de assumir valores mais baixos de energia, mesmo para $\lambda_2 + \lambda_3 \rightarrow 0$.

REFERÊNCIAS

- 1 FERREIRA, J. G. et al. Embedding cosmological inflation, axion dark matter and seesaw mechanism in a 3-3-1 gauge model. *Phys. Lett.*, B771, p. 199–205, 2017. Citado 10 vezes nas páginas 7, 8, 3, 45, 46, 47, 55, 66, 72 e 74.
- 2 FERREIRA, J. G. et al. Inflation scenario driven by a low energy physics inflaton. *Phys. Rev.*, D96, n. 10, p. 103504, 2017. Citado 11 vezes nas páginas 7, 8, 3, 45, 54, 56, 59, 60, 62, 65 e 66.
- 3 DIAS, A. G.; PIRES, C. A. de S.; SILVA, P. S. Rodrigues da. Discrete symmetries, invisible axion and lepton number symmetry in an economic 3 3 1 model. *Phys. Rev.*, D68, p. 115009, 2003. Citado 5 vezes nas páginas 7, 8, 47, 71 e 73.
- 4 PIERONI, M. *Classification of inflationary models and constraints on fundamental physics*. Tese (Doutorado) — APC, Paris, 2016. Citado 6 vezes nas páginas 9, 5, 8, 13, 17 e 23.
- 5 BAUMANN, D. Inflation. In: *Physics of the large and the small, TASI 09, proceedings of the Theoretical Advanced Study Institute in Elementary Particle Physics, Boulder, Colorado, USA, 1-26 June 2009*. [S.l.: s.n.], 2011. p. 523–686. Citado 13 vezes nas páginas 9, 13, 16, 23, 27, 28, 31, 35, 36, 37, 38, 40 e 41.
- 6 ADE, P. A. R. et al. Planck 2015 results. XX. Constraints on inflation. *Astron. Astrophys.*, v. 594, p. A20, 2016. Citado 18 vezes nas páginas 9, 10, 1, 3, 7, 14, 19, 42, 43, 45, 46, 48, 50, 52, 54, 61, 66 e 69.
- 7 BEZRUKOV, F. L.; SHAPOSHNIKOV, M. The Standard Model Higgs boson as the inflaton. *Phys. Lett.*, B659, p. 703–706, 2008. Citado 4 vezes nas páginas 9, 55, 57 e 58.
- 8 LIDDLE, A. R.; LEACH, S. M. How long before the end of inflation were observable perturbations produced? *Phys. Rev.*, D68, p. 103503, 2003. Citado 4 vezes nas páginas 10, 54, 69 e 70.
- 9 HUBBLE, E. A relation between distance and radial velocity among extra-galactic nebulae. *Proc. Nat. Acad. Sci.*, v. 15, p. 168–173, 1929. Citado na página 1.
- 10 PENZIAS, A. A.; WILSON, R. W. A Measurement of excess antenna temperature at 4080-Mc/s. *Astrophys. J.*, v. 142, p. 419–421, 1965. Citado na página 1.
- 11 SMOOT, G. F. et al. Structure in the COBE differential microwave radiometer first year maps. *Astrophys. J.*, v. 396, p. L1–L5, 1992. Citado 2 vezes nas páginas 1 e 7.
- 12 BENNETT, C. L. et al. First year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: Preliminary maps and basic results. *Astrophys. J. Suppl.*, v. 148, p. 1–27, 2003. Citado na página 1.
- 13 BENNETT, C. et al. Nine-year wilkinson microwave anisotropy probe (wmap) observations: final maps and results. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, IOP Publishing, v. 208, n. 2, p. 20, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 1 e 13.
- 14 ADE, P. A. R. et al. Planck Early Results XVIII: The power spectrum of cosmic infrared background anisotropies. *Astron. Astrophys.*, v. 536, p. A18, 2011. Citado na página 1.

- 15 ADE, P. A. R. et al. Planck 2013 results. XVI. Cosmological parameters. *Astron. Astrophys.*, v. 571, p. A16, 2014. Citado 5 vezes nas páginas 1, 21, 22, 42 e 43.
- 16 AGHANIM, N. et al. Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters. 2018. Citado 2 vezes nas páginas 1 e 9.
- 17 ADE, P. et al. Planck 2015 results-xx. constraints on inflation. *Astronomy & Astrophysics*, EDP Sciences, v. 594, p. A20, 2016. Citado na página 1.
- 18 FERMI, E. Tentativo di una teoria dell'emissione dei raggi beta. *Ric. Sci.*, v. 4, p. 491–495, 1933. Citado na página 2.
- 19 YANG, C.-N.; MILLS, R. L. Conservation of Isotopic Spin and Isotopic Gauge Invariance. *Phys. Rev.*, v. 96, p. 191–195, 1954. [,150(1954)]. Citado na página 2.
- 20 GLASHOW, S. L. Partial Symmetries of Weak Interactions. *Nucl. Phys.*, v. 22, p. 579–588, 1961. Citado na página 2.
- 21 HOOFT, G. 't. Renormalizable Lagrangians for Massive Yang-Mills Fields. *Nucl. Phys.*, B35, p. 167–188, 1971. [,201(1971)]. Citado na página 2.
- 22 SMITH, C. H. L. High-Energy Behavior and Gauge Symmetry. *Phys. Lett.*, v. 46B, p. 233–236, 1973. Citado na página 2.
- 23 WEINBERG, S. A Model of Leptons. *Phys. Rev. Lett.*, v. 19, p. 1264–1266, 1967. Citado na página 2.
- 24 HIGGS, P. W. Pw higgs, phys. lett. 12, 132 (1964). *Phys. Lett.*, v. 12, p. 132, 1964. Citado na página 2.
- 25 HIGGS, P. W. Spontaneous symmetry breakdown without massless bosons. *Physical Review*, APS, v. 145, n. 4, p. 1156, 1966. Citado na página 2.
- 26 WEINBERG, S. Physical Processes in a Convergent Theory of the Weak and Electromagnetic Interactions. *Phys. Rev. Lett.*, v. 27, p. 1688–1691, 1971. Citado na página 2.
- 27 AUBERT, J. J. et al. Experimental Observation of a Heavy Particle *J. Phys. Rev. Lett.*, v. 33, p. 1404–1406, 1974. Citado na página 2.
- 28 AUGUSTIN, J. J.-e. augustin et al., *ibid.* 33, 1406 (1974). *Phys. Rev. Lett.*, v. 33, p. 1406, 1974. Citado na página 2.
- 29 HASERT, F. J. et al. Search for Elastic ν_μ Electron Scattering. *Phys. Lett.*, B46, p. 121–124, 1973. [,5.11(1973)]. Citado na página 2.
- 30 BENVENUTI, A. et al. Observation of Muonless Neutrino Induced Inelastic Interactions. *Phys. Rev. Lett.*, v. 32, p. 800–803, 1974. [,5.19(1974)]. Citado na página 2.
- 31 AAD, G. et al. Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC. *Phys. Lett.*, B716, p. 1–29, 2012. Citado na página 2.
- 32 CHATRCHYAN, S. et al. Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC. *Phys. Lett.*, B716, p. 30–61, 2012. Citado na página 2.

- 33 BERTONE, G.; HOOPER, D.; SILK, J. Particle dark matter: Evidence, candidates and constraints. *Phys. Rept.*, v. 405, p. 279–390, 2005. Citado na página 2.
- 34 JEGERLEHNER, F. The hierarchy problem of the electroweak Standard Model revisited. 2013. Citado na página 2.
- 35 PAL, P. B. The Strong CP question in $SU(3)(C) \times SU(3)(L) \times U(1)(N)$ models. *Phys. Rev.*, D52, p. 1659–1662, 1995. Citado 2 vezes nas páginas 2 e 47.
- 36 WILCZEK, F. Problem of Strong P and T Invariance in the Presence of Instantons. *Phys. Rev. Lett.*, v. 40, p. 279–282, 1978. Citado 2 vezes nas páginas 2 e 47.
- 37 KIM, J. E. Weak Interaction Singlet and Strong CP Invariance. *Phys. Rev. Lett.*, v. 43, p. 103, 1979. Citado 3 vezes nas páginas 2, 47 e 54.
- 38 HIRATA, K. S. et al. Observation of $b \bar{\nu}_e$ solar neutrinos in the kamiokande-ii detector. *Physical Review Letters*, APS, v. 63, n. 1, p. 16, 1989. Citado na página 3.
- 39 FUKUDA, Y. et al. Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos. *Phys. Rev. Lett.*, v. 81, p. 1562–1567, 1998. Citado na página 3.
- 40 MOHAPATRA, R. N.; PAL, P. B. Massive neutrinos in physics and astrophysics. *World Sci. Lect. Notes Phys.*, v. 60, p. 1–451, 1998. Citado na página 3.
- 41 VIEIRA, C. L.; VIDEIRA, A. A. P. Carried by history: Cesar lattes, nuclear emulsions, and the discovery of the pi-meson. *Physics in Perspective*, Springer, v. 16, n. 1, p. 3–36, 2014. Citado na página 3.
- 42 GUTH, A. H. The Inflationary Universe: A Possible Solution to the Horizon and Flatness Problems. *Phys. Rev.*, D23, p. 347–356, 1981. [Adv. Ser. Astrophys. Cosmol.3,139(1987)]. Citado 4 vezes nas páginas 3, 23, 28 e 44.
- 43 LINDE, A. D. A New Inflationary Universe Scenario: A Possible Solution of the Horizon, Flatness, Homogeneity, Isotropy and Primordial Monopole Problems. *Phys. Lett.*, v. 108B, p. 389–393, 1982. [Adv. Ser. Astrophys. Cosmol.3,149(1987)]. Citado 3 vezes nas páginas 3, 23 e 44.
- 44 ALBRECHT, A.; STEINHARDT, P. J. Cosmology for Grand Unified Theories with Radiatively Induced Symmetry Breaking. *Phys. Rev. Lett.*, v. 48, p. 1220–1223, 1982. [Adv. Ser. Astrophys. Cosmol.3,158(1987)]. Citado 3 vezes nas páginas 3, 23 e 44.
- 45 LIDDLE, A. R. *An introduction to modern cosmology*. [S.l.: s.n.], 1998. Citado 2 vezes nas páginas 5 e 23.
- 46 DODELSON, S. *Modern Cosmology*. Amsterdam: Academic Press, 2003. ISBN 9780122191411. Disponível em: <<http://www.slac.stanford.edu/spires/find/books/www?cl=QB981:D62:2003>>. Citado 3 vezes nas páginas 5, 16 e 18.
- 47 WEINBERG, S. *Cosmology*. [s.n.], 2008. ISBN 9780198526827. Disponível em: <<http://www.oup.com/uk/catalogue/?ci=9780198526827>>. Citado na página 5.
- 48 LYTH, D. H.; LIDDLE, A. R. *The primordial density perturbation: Cosmology, inflation and the origin of structure*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2009. Citado 9 vezes nas páginas 5, 11, 23, 33, 35, 45, 48, 50 e 69.

- 49 BENETTI, M.; GRAEF, L. L.; ALCANIZ, J. S. The H_0 and σ_8 tensions and the scale invariant spectrum. *JCAP*, v. 1807, n. 07, p. 066, 2018. Citado na página 7.
- 50 GRAEF, L. L.; BENETTI, M.; ALCANIZ, J. S. Primordial gravitational waves and the H_0 -tension problem. 2018. Citado na página 7.
- 51 MATHER, J. C.; FIXSEN, D. J.; SHAFER, R. A. Design for the COBE far infrared absolute spectrophotometer (FIRAS). In: *SPIE's 1993 International Symposium on Optics, Imaging and Instrumentation San Diego, California, July 11-16, 1993*. [s.n.], 1993. Disponível em: <<http://ss.fnal.gov/archive/other/cobe-preprint-no-93-10d.pdf>>. Citado na página 9.
- 52 BAUMANN, D. et al. CMBPol Mission Concept Study: Probing Inflation with CMB Polarization. *AIP Conf. Proc.*, v. 1141, p. 10–120, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 16.
- 53 ZALDARRIAGA, M.; SELJAK, U. An all sky analysis of polarization in the microwave background. *Phys. Rev.*, D55, p. 1830–1840, 1997. Citado 4 vezes nas páginas 15, 17, 18 e 19.
- 54 BUCHER, M. Physics of the cosmic microwave background anisotropy. In: *One Hundred Years of General Relativity: From Genesis and Empirical Foundations to Gravitational Waves, Cosmology and Quantum Gravity (Volume 2)*. [S.l.: s.n.], 2017. Volume 2, p. 43–149. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 37.
- 55 MANDL, F.; SHAW, G. *Quantum field theory*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2010. Citado na página 16.
- 56 BORN, M. et al. *Principles of optics: electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light*. [S.l.]: Pergamon press Oxford, 1970. v. 4. Citado na página 16.
- 57 KAMIONKOWSKI, M.; KOSOWSKY, A.; STEBBINS, A. Statistics of cosmic microwave background polarization. *Phys. Rev.*, D55, p. 7368–7388, 1997. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 19.
- 58 MUKHANOV, V. F.; CHIBISOV, G. V. Quantum Fluctuations and a Nonsingular Universe. *JETP Lett.*, v. 33, p. 532–535, 1981. [Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz.33,549(1981)]. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 33.
- 59 GUTH, A. H.; PI, S. Y. Fluctuations in the New Inflationary Universe. *Phys. Rev. Lett.*, v. 49, p. 1110–1113, 1982. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 33.
- 60 STAROBINSKY, A. A. Dynamics of Phase Transition in the New Inflationary Universe Scenario and Generation of Perturbations. *Phys. Lett.*, v. 117B, p. 175–178, 1982. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 33.
- 61 HAWKING, S. W. The Development of Irregularities in a Single Bubble Inflationary Universe. *Phys. Lett.*, v. 115B, p. 295, 1982. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 33.
- 62 SENATORE, L. Lectures on Inflation. In: *Proceedings, Theoretical Advanced Study Institute in Elementary Particle Physics: New Frontiers in Fields and Strings (TASI 2015): Boulder, CO, USA, June 1-26, 2015*. [S.l.: s.n.], 2017. p. 447–543. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 41.
- 63 LINDE, A. D. Particle physics and inflationary cosmology. *Contemp. Concepts Phys.*, v. 5, p. 1–362, 1990. Citado 4 vezes nas páginas 23, 44, 45 e 54.

- 64 CREMINELLI, P. et al. The Phase Transition to Slow-roll Eternal Inflation. *JHEP*, v. 09, p. 036, 2008. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 45.
- 65 LINDE, A. D. Chaotic Inflation. *Phys. Lett.*, v. 129B, p. 177–181, 1983. Citado 4 vezes nas páginas 24, 45, 46 e 52.
- 66 LIDDLE, A. R.; PARSONS, P.; BARROW, J. D. Formalizing the slow roll approximation in inflation. *Phys. Rev.*, D50, p. 7222–7232, 1994. Citado na página 31.
- 67 FELDER, G. N. et al. Dynamics of symmetry breaking and tachyonic preheating. *Phys. Rev. Lett.*, v. 87, p. 011601, 2001. Citado na página 32.
- 68 GARCIA-BELLIDO, J.; FIGUEROA, D. G.; RUBIO, J. Preheating in the Standard Model with the Higgs-Inflaton coupled to gravity. *Phys. Rev.*, D79, p. 063531, 2009. Citado 3 vezes nas páginas 32, 62 e 64.
- 69 BARDEEN, J. M. Gauge Invariant Cosmological Perturbations. *Phys. Rev.*, D22, p. 1882–1905, 1980. Citado 2 vezes nas páginas 37 e 38.
- 70 BARDEEN, J. M.; STEINHARDT, P. J.; TURNER, M. S. Spontaneous Creation of Almost Scale - Free Density Perturbations in an Inflationary Universe. *Phys. Rev.*, D28, p. 679, 1983. Citado na página 37.
- 71 ACQUAVIVA, V. et al. Second order cosmological perturbations from inflation. *Nucl. Phys.*, B667, p. 119–148, 2003. Citado na página 39.
- 72 MALDACENA, J. M. Non-Gaussian features of primordial fluctuations in single field inflationary models. *JHEP*, v. 05, p. 013, 2003. Citado 2 vezes nas páginas 39 e 41.
- 73 JACOBSON, T. Introduction to quantum fields in curved spacetime and the hawking effect (2003). *arXiv preprint gr-qc/0308048*, v. 3, n. 5. Citado na página 41.
- 74 LINDE, A. D. CHAOTIC INFLATING UNIVERSE. *JETP Lett.*, v. 38, p. 176–179, 1983. [Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz.38,149(1983)]. Citado na página 45.
- 75 RODRIGUES, J. G. et al. Neutrino masses, cosmological inflation and dark matter in a $U(1)_{B-L}$ model with type II seesaw mechanism. 2018. Citado 4 vezes nas páginas 45, 54, 62 e 66.
- 76 LINDE, A. D. Eternally Existing Selfreproducing Chaotic Inflationary Universe. *Phys. Lett.*, B175, p. 395–400, 1986. Citado na página 45.
- 77 MARTIN, J.; RINGEVAL, C.; VENNIN, V. Encyclopædia Inflationaris. *Phys. Dark Univ.*, v. 5-6, p. 75–235, 2014. Citado na página 46.
- 78 FRAMPTON, P. H. Chiral dilepton model and the flavor question. *Phys. Rev. Lett.*, v. 69, p. 2889–2891, 1992. Citado na página 47.
- 79 PIRES, C. A. de S.; RAVINEZ, O. P. Charge quantization in a chiral bilepton gauge model. *Phys. Rev.*, D58, p. 035008, 1998. [Phys. Rev.D58,35008(1998)]. Citado na página 47.
- 80 PIRES, C. A. de S. Remark on the vector - like nature of the electromagnetism and the electric charge quantization. *Phys. Rev.*, D60, p. 075013, 1999. Citado na página 47.

- 81 MONTERO, J. C.; PIRES, C. A. D. S.; PLEITEZ, V. Neutrino masses through the seesaw mechanism in 3-3-1 models. *Phys. Rev.*, D65, p. 095001, 2002. Citado na página 47.
- 82 DIAS, A. G. et al. A Simple Realization of the Inverse Seesaw Mechanism. *Phys. Rev.*, D86, p. 035007, 2012. Citado na página 47.
- 83 DONG, P. V.; LONG, H. N. Neutrino masses and lepton flavor violation in the 3-3-1 model with right-handed neutrinos. *Phys. Rev.*, D77, p. 057302, 2008. Citado na página 47.
- 84 BOUCENNA, S. M.; VALLE, J. W. F.; VICENTE, A. Predicting charged lepton flavor violation from 3-3-1 gauge symmetry. *Phys. Rev.*, D92, n. 5, p. 053001, 2015. Citado na página 47.
- 85 ASAKA, T.; BLANCHET, S.; SHAPOSHNIKOV, M. The nuMSM, dark matter and neutrino masses. *Phys. Lett.*, B631, p. 151–156, 2005. Citado na página 47.
- 86 LOPEZ-FOGLIANI, D.; MUNOZ, C. Proposal for a supersymmetric standard model. *Physical review letters*, APS, v. 97, n. 4, p. 041801, 2006. Citado na página 47.
- 87 BALLESTEROS, G. et al. Unifying inflation with the axion, dark matter, baryogenesis, and the seesaw mechanism. *Physical review letters*, APS, v. 118, n. 7, p. 071802, 2017. Citado 2 vezes nas páginas 47 e 66.
- 88 WEINBERG, S. A New Light Boson? *Phys. Rev. Lett.*, v. 40, p. 223–226, 1978. Citado na página 47.
- 89 SHIFMAN, M. A.; VAINSHTEIN, A. I.; ZAKHAROV, V. I. Can Confinement Ensure Natural CP Invariance of Strong Interactions? *Nucl. Phys.*, B166, p. 493–506, 1980. Citado 2 vezes nas páginas 47 e 54.
- 90 DINE, M.; FISCHLER, W.; SREDNICKI, M. A Simple Solution to the Strong CP Problem with a Harmless Axion. *Phys. Lett.*, v. 104B, p. 199–202, 1981. Citado 2 vezes nas páginas 47 e 54.
- 91 COLEMAN, S. R.; WEINBERG, E. J. Radiative Corrections as the Origin of Spontaneous Symmetry Breaking. *Phys. Rev.*, D7, p. 1888–1910, 1973. Citado na página 49.
- 92 SHER, M. Electroweak Higgs Potentials and Vacuum Stability. *Phys. Rept.*, v. 179, p. 273–418, 1989. Citado na página 49.
- 93 SENOGUZ, V. N.; SHAFI, Q. Chaotic inflation, radiative corrections and precision cosmology. *Phys. Lett.*, B668, p. 6–10, 2008. Citado na página 49.
- 94 BOUCENNA, S. M. et al. Inflation and majoron dark matter in the seesaw mechanism. *Phys. Rev.*, D90, n. 5, p. 055023, 2014. Citado na página 49.
- 95 MOHAPATRA, R. N.; SENJANOVIC, G. Neutrino Mass and Spontaneous Parity Violation. *Phys. Rev. Lett.*, v. 44, p. 912, 1980. [,231(1979)]. Citado 2 vezes nas páginas 52 e 74.
- 96 CHIKASHIGE, Y.; MOHAPATRA, R. N.; PECCEI, R. D. Spontaneously Broken Lepton Number and Cosmological Constraints on the Neutrino Mass Spectrum. *Phys. Rev. Lett.*, v. 45, p. 1926, 1980. [,921(1980)]. Citado na página 52.
- 97 GELL, M.; MANN, P. Ramond and r. slansky. *Supergravity*, ed. P. van Nieuwenhuizen and DZ Freedman, North–Holland, Amsterdam, p. 79–18, 1979. Citado 2 vezes nas páginas 52 e 74.

- 98 VALLE, J. W. F. Neutrino masses: From fantasy to facts. *Springer Tracts Mod. Phys.*, v. 163, p. 35–68, 2000. Citado na página 52.
- 99 BEREZINSKY, V. Oscillation solutions to solar neutrino problem. *Nucl. Phys. Proc. Suppl.*, v. 80, p. 17–32, 2000. Citado na página 52.
- 100 LAHANAS, A. B.; NANOPOULOS, D. V. The road to no-scale supergravity. *Physics Reports*, Elsevier, v. 145, n. 1-2, p. 1–139, 1987. Citado na página 54.
- 101 ABBOTT, L. F.; FARHI, E.; WISE, M. B. Particle Production in the New Inflationary Cosmology. *Phys. Lett.*, v. 117B, p. 29, 1982. Citado na página 54.
- 102 ELLIS, J. Time to move on? *Int. J. Mod. Phys.*, D25, n. 13, p. 1645014, 2016. [137(2017)]. Citado na página 55.
- 103 MAKINO, N.; SASAKI, M. The Density perturbation in the chaotic inflation with nonminimal coupling. *Prog. Theor. Phys.*, v. 86, p. 103–118, 1991. Citado 2 vezes nas páginas 55 e 57.
- 104 BARBON, J. L. F.; ESPINOSA, J. R. On the Naturalness of Higgs Inflation. *Phys. Rev.*, D79, p. 081302, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 56 e 59.
- 105 ESCRIVÀ, A.; GERMANI, C. Beyond dimensional analysis: Higgs and new Higgs inflations do not violate unitarity. *Phys. Rev.*, D95, n. 12, p. 123526, 2017. Citado na página 56.
- 106 BIN, P.; BINETRUY, P. et al. *Supersymmetry: theory, experiment, and cosmology*. [S.l.]: Oxford University Press on Demand, 2006. Citado na página 56.
- 107 LEIGH, R. G. Dirac-born-infeld action from dirichlet σ -model. *Modern Physics Letters A*, World Scientific, v. 4, n. 28, p. 2767–2772, 1989. Citado na página 56.
- 108 BIRRELL, N. D.; BIRRELL, N. D.; DAVIES, P. *Quantum fields in curved space*. [S.l.]: Cambridge university press, 1984. Citado na página 56.
- 109 ZEE, A. A Broken Symmetric Theory of Gravity. *Phys. Rev. Lett.*, v. 42, p. 417, 1979. Citado na página 57.
- 110 SMOLIN, L. Towards a Theory of Space-Time Structure at Very Short Distances. *Nucl. Phys.*, B160, p. 253–268, 1979. Citado na página 57.
- 111 SPOKOINY, B. L. INFLATION AND GENERATION OF PERTURBATIONS IN BROKEN SYMMETRIC THEORY OF GRAVITY. *Phys. Lett.*, v. 147B, p. 39–43, 1984. Citado na página 57.
- 112 FAKIR, R.; UNRUH, W. G. Induced gravity inflation. *Phys. Rev.*, D41, p. 1792–1795, 1990. Citado na página 57.
- 113 SALOPEK, D. S.; BOND, J. R.; BARDEEN, J. M. Designing Density Fluctuation Spectra in Inflation. *Phys. Rev.*, D40, p. 1753, 1989. Citado na página 57.
- 114 FARAONI, V.; GUNZIG, E.; NARDONE, P. Conformal transformations in classical gravitational theories and in cosmology. *Fund. Cosmic Phys.*, v. 20, p. 121, 1999. Citado na página 57.

- 115 ACCIOLY, A. J. et al. Classical equivalence of lambda R phi**2 theories. *Class. Quant. Grav.*, v. 10, p. L215–L220, 1993. Citado 2 vezes nas páginas 57 e 58.
- 116 LERNER, R. N.; MCDONALD, J. Gauge singlet scalar as inflaton and thermal relic dark matter. *Phys. Rev.*, D80, p. 123507, 2009. Citado 3 vezes nas páginas 57, 62 e 66.
- 117 FAKIR, R.; HABIB, S.; UNRUH, W. Cosmological density perturbations with modified gravity. *Astrophys. J.*, v. 394, p. 396, 1992. Citado na página 57.
- 118 FAIRBAIRN, M.; HOGAN, R.; MARSH, D. J. E. Unifying inflation and dark matter with the Peccei-Quinn field: observable axions and observable tensors. *Phys. Rev.*, D91, n. 2, p. 023509, 2015. Citado na página 60.
- 119 OKADA, N.; REHMAN, M. U.; SHAFI, Q. Non-Minimal B-L Inflation with Observable Gravity Waves. *Phys. Lett.*, B701, p. 520–525, 2011. Citado 2 vezes nas páginas 62 e 66.
- 120 BARVINSKY, A. O.; KAMENSHCHIK, A. Yu.; STAROBINSKY, A. A. Inflation scenario via the Standard Model Higgs boson and LHC. *JCAP*, v. 0811, p. 021, 2008. Citado na página 62.
- 121 KOFMAN, L.; LINDE, A. D.; STAROBINSKY, A. A. Towards the theory of reheating after inflation. *Phys. Rev.*, D56, p. 3258–3295, 1997. Citado na página 64.
- 122 FREITAS, F. F.; PIRES, C. A. de S.; SILVA, P. S. Rodrigues da. Inverse type II seesaw mechanism and its signature at the LHC and ILC. *Phys. Lett.*, B769, p. 48–56, 2017. Citado 3 vezes nas páginas 65, 66 e 76.
- 123 MANGANO, M. et al. Future Circular Collider. 2018. Citado 2 vezes nas páginas 65 e 66.
- 124 COLOMA, P. et al. Precision on leptonic mixing parameters at future neutrino oscillation experiments. *Journal of High Energy Physics*, Springer, v. 2012, n. 6, p. 73, 2012. Citado na página 66.
- 125 KALLOSH, R.; LINDE, A.; ROEST, D. Superconformal Inflationary α -Attractors. *JHEP*, v. 11, p. 198, 2013. Citado na página 66.
- 126 YANAGIDA, T. Kek lectures, ed. *O. Sawada and A. Sugamoto, Tsukuba, Japan*, 1979. Citado na página 74.
- 127 SCHECHTER, J.; VALLE, J. W. Neutrino decay and spontaneous violation of lepton number. *Physical Review D*, APS, v. 25, n. 3, p. 774, 1982. Citado na página 74.
- 128 MOHAPATRA, R. N. Mechanism for Understanding Small Neutrino Mass in Superstring Theories. *Phys. Rev. Lett.*, v. 56, p. 561–563, 1986. Citado na página 74.
- 129 MOHAPATRA, R. N.; VALLE, J. W. F. Neutrino Mass and Baryon Number Nonconservation in Superstring Models. *Phys. Rev.*, D34, p. 1642, 1986. [235(1986)]. Citado na página 74.
- 130 CAI, Y. et al. Lepton Number Violation: Seesaw Models and Their Collider Tests. *Front.in Phys.*, v. 6, p. 40, 2018. Citado na página 74.
- 131 FREITAS, F. F.; PIRES, C. A. de S.; VASCONCELOS, P. Resonant production of Z' and signature of right-handed neutrinos within a 3-3-1 model. 2018. Citado na página 74.

-
- 132 HOOFT, G. 't. Naturalness, chiral symmetry, and spontaneous chiral symmetry breaking. *NATO Sci. Ser. B*, v. 59, p. 135–157, 1980. Citado na página [75](#).
- 133 CHENG, T. P.; LI, L.-F. Neutrino Masses, Mixings and Oscillations in $SU(2) \times U(1)$ Models of Electroweak Interactions. *Phys. Rev.*, D22, p. 2860, 1980. Citado na página [76](#).
- 134 ARHRIB, A. et al. The Higgs Potential in the Type II Seesaw Model. *Phys. Rev.*, D84, p. 095005, 2011. Citado na página [76](#).