

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

**CONTEÚDO PROGRAMÁTICO FUNÇÃO À LUZ DE UMA PERSPECTIVA DE
ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA**

THIAGO ALEXANDRE AGUSTINHO DOS SANTOS

**João Pessoa- Paraíba
Dezembro de 2020**

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

**CONTEÚDO PROGRAMÁTICO FUNÇÃO À LUZ DE UMA PERSPECTIVA DE
ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA
THIAGO ALEXANDRE AGUSTINHO DOS SANTOS**

O Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Coordenação do Curso de Licenciatura em
Matemática da Universidade Federal Da Paraíba
como requisito parcial para obtenção do título de
licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Ms. Edison Thadeu Bichara
Dantas

**João Pessoa- Paraíba
Dezembro de 2020**

Catálogo na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

S237c Santos, Thiago Alexandre Agostinho dos.

Conteúdo programático função à luz de uma perspectiva
de análise do livro didático de Matemática / Thiago
Alexandre Agostinho dos Santos. - João Pessoa, 2020.
42f. : il.

Orientação: Edison Thadeu Bichara Dantas.
TCC (Graduação) - UFPB/CCEN.

1. Análise do livro didático - Funções. 2. Funções. I.
Dantas, Edison Thadeu Bichara. II. Título.

UFPB/CCEN

CDU 517.51(043.2)

THIAGO ALEXANDRE AGUSTINHO DOS SANTOS

**CONTEÚDO PROGRAMÁTICO FUNÇÃO À LUZ DE UMA PERSPECTIVA DE
ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba Como requisito parcial para obtenção do título de licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Ms. Edison Thadeu Bichara Dantas

Aprovado(a) em: _/_/2020.

BANCA EXAMINADORA:

Prof.Ms. Edison Thadeu Bichara Dantas - UFPB
(orientador)

Prof.Dr. Roosevelt Imperiano Da Silva - UFPB
(Avaliador)

Prof.Dr. Vinícius Varella Ferreira - UFPB
(Avaliador)



**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA**

ATA Nº 24 / 2020 - CCEN-CGM (11.01.14.44)

Nº do Protocolo: 23074.105642/2020-21

João Pessoa-PB, 11 de Dezembro de 2020

ATA DA SESSÃO PÚBLICA DE DEFESA DO TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO DO ALUNO THIAGO ALEXANDRE AGUSTINHO DOS SANTOS, MATRÍCULA , DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA.

Ao nono dia do mês de dezembro de dois mil e vinte (09/12/2020), às 14:00 horas, por videoconferência via plataforma Google Meet, através do link, em conformidade com a portaria nº 231/GR/REITORIA de 22 de julho de 2020, que dispõe sobre a regulamentação, em caráter excepcional e temporário, das atividades da graduação da Universidade Federal da Paraíba durante o período de isolamento social imposto pela pandemia de coronavírus (COVID-19), reuniram-se em caráter de solenidade pública, os membros da comissão designada para avaliar Thiago Alexandre Agostinho dos Santos. Foram componentes da Banca Examinadora, os professores: Ms Edison Thadeu Bichara Dantas (UFPB), Dr. Vinícius Varella Ferreira (UFPB) e Dr. Roosevelt Imperiano da Silva (UFPB) Dando início aos trabalhos, o Presidente da Banca, Dr. Edison Thadeu Bichara Dantas, após declarar os objetivos da reunião, apresentou o candidato a quem concedeu a palavra para que dissertasse, oral e sucintamente, sobre o tema apresentado, intitulado "CONTEÚDO PROGRAMÁTICO FUNÇÃO À LUZ DE UMA PERSPECTIVA DE ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA". Após discorrer sobre o referido tema, o candidato foi arguido pelos examinadores na forma regimental. Ato contínuo passou a comissão, em caráter secreto, a proceder à avaliação e julgamento do trabalho, concluindo por atribuir-lhe a nota 9,0 (nove) e, portanto, o conceito Aprovado.

João Pessoa, 11 de dezembro de 2020.

(Assinado digitalmente em 14/12/2020 18:16) (Assinado digitalmente em 17/12/2020 13:49)

EDISON THADEU BICHARA DANTAS
PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR
Matrícula: 1030411

MIRIAM DA SILVA PEREIRA
COORDENADOR DE CURSO
Matrícula: 1818769

(Assinado digitalmente em 17/12/2020 11:51) (Assinado digitalmente em 17/12/2020 00:05)

ROOSEVELT IMPERIANO DA SILVA
PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR
Matrícula: 337361

VINICIUS MARTINS VARELLA
PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR
Matrícula: 2424301

Para verificar a autenticidade deste documento entre em <https://sipac.ufpb.br/documentos/> informando seu número: **24**, ano: **2020**, documento (espécie): **ATA**, data de emissão: **11/12/2020** e o código de verificação: **aa8935f8a5**

Menu Principal

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer a Deus pela oportunidade de viver nesse mundo e usufruir da sabedoria humana.

Aos meus pais Hélio Agostinho Dos Santos e Francisca Alexandre Dos Santos que me deram educação e sabedoria.

Ao meu Irmão que convive comigo todos os dias.

Aos meus colegas que conviveram comigo durante a Escola e durante período universitário.

Aos professores que muito me ensinaram e sempre deram o máximo para passar os conhecimentos necessários para minha formação.

E por fim ao meu orientador que fez ser possível a realização desse Trabalho e a Banca por ter aceitado o convite.

RESUMO

Este Trabalho se trata da análise de três unidades, sobre conteúdo programático de função, integrante do livro didático de Matemática do 1º ano de ensino médio, intitulado Contexto e Aplicações do autor Luiz Roberto Dante. A referida análise foi realizada com base em critérios pré-estabelecidos. O objetivo foi o de nortear uma provável escolha do referido texto pelo docente, além de verificar se o conteúdo em apreço é consonante com o pensamento de alguns dos teóricos pesquisadores do processo de instrução. No procedimento de análise realizado constatamos que o autor obteve sucesso no que diz respeito à estruturação do conteúdo de interesse, pois o material possui uma grande quantidade e variedade de exercícios, uma linguagem simples e objetiva, ilustrações e representações simbólicas bastante eficazes que fazem com que o aluno tenha interesse na leitura, podendo assim potencializar o seu conhecimento.

Palavras-chaves: Análise do livro didático – Funções; Funções.

ABSTRACT

This work is about the analysis of three units, about the programmatic content of function, part of the Mathematics textbook from the 1st year of high school, entitled Context and Applications of the author Luiz Roberto Dante. An analysis was carried out based on pre-selected criteria. The objective was to guide a likely choice of said text by the teacher, in addition to verifying whether the content in question is in line with the thinking of some of the research theorists of the execution process. In the analysis procedure performed, we found that the author was successful in structuring the content of interest, as the material has a large number and variety of exercises, a simple and objective language, descriptions and symbolic representations that are very effective, which make the student has an interest in reading, thus being able to enhance his knowledge.

Keywords: Analysis of the textbook - Functions; Functions.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	8
1.1. Objetivos.....	10
1.1.1. <i>Objetivo Geral</i>	10
1.1.2. <i>Objetivos específicos</i>	10
1.2. Critérios adotados para análise das unidades selecionadas do Livro	11
2. UM POUCO DA HISTÓRIA E DA LEGISLAÇÃO DOS LIVROS DIDÁTICOS NO BRASIL	12
2.1 Breve relato histórico dos livros didáticos no Brasil	12
2.2 Breve Histórico da legislação dos livros didáticos no Brasil	13
3. O LIVRO DIDÁTICO COMO FERRAMENTA DE APOIO PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA	14
4. A IMPORTÂNCIA DA ANÁLISE NA ESCOLHA DO LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA	16
5. INTERFACES TEÓRICAS APLICADAS DURANTE ANÁLISE DO TEXTO	18
6. ANÁLISE PROPRIAMENTE DITA.....	26
7. CONCLUSÃO.....	38
REFERÊNCIAS	40

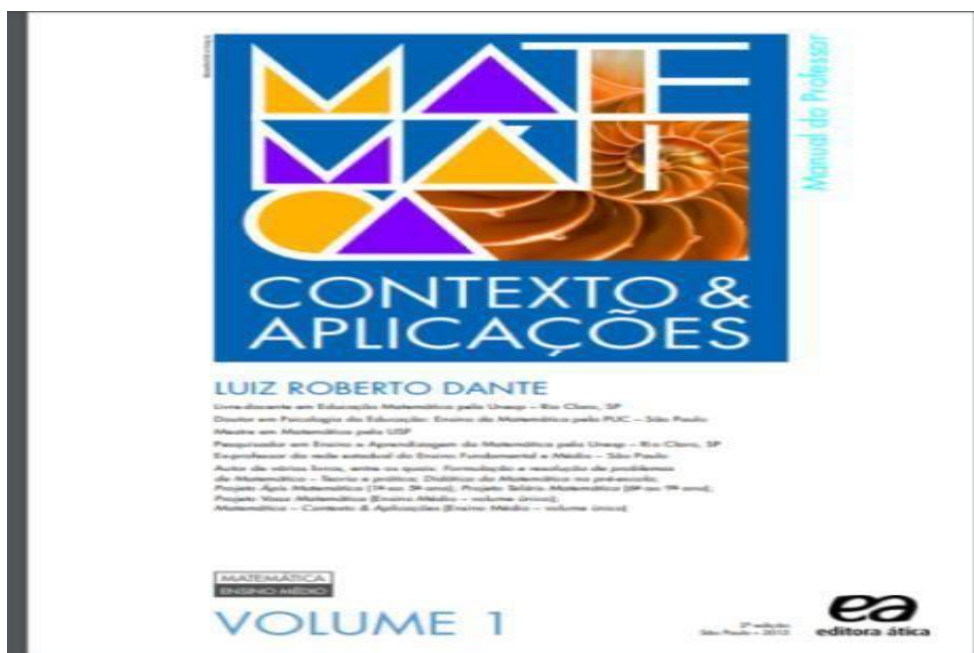
1. INTRODUÇÃO

Um dos principais objetivos da Análise de livro didático é verificar se ele pode ser um instrumento realmente eficaz, podendo colaborar para melhorar o processo de ensino-aprendizagem da disciplina a que o mesmo se propõe.

O livro didático, atualmente, é um dos principais instrumentos do ensino, e um estudo de como esse recurso está sendo utilizado, poderá servir para identificar pontos a serem melhorados na sua utilização pelos nossos professores em suas aulas. É inegável a importância do livro didático para o processo ensino-aprendizagem no contexto atual da escola brasileira. O livro didático no Brasil constitui um dos recursos mais utilizados pelos professores em todos os níveis de ensino.

Este trabalho terá como objetivo analisar as três primeiras unidades do livro didático de Matemática do 1º ano do ensino médio, do Autor Luiz Roberto Dante, editado pela Ática. Os Capítulos que tem como tema Funções. Este conteúdo começa a ser trabalhado no final do ensino fundamental e é retomado no 1º ano do ensino médio. Constitui um conteúdo de muita relevância para vida escolar do aluno.

Figura 1- Ilustração do livro analisado



Fonte: Livro Contexto e Aplicações (2013) Vol.1. Dante; L.R. Pág.1.

O Livro de Matemática intitulado Contexto e aplicações é organizado em unidades e Capítulos, sendo o sumário bastante detalhado, com o capítulo inicial abordando o tema de conjuntos. Este constitui um dos requisitos para os assuntos que virão posteriormente. A partir do segundo capítulo é abordado o conteúdo de funções, se estendendo até o final do sexto capítulo. Vejamos a seguir uma ilustração do sumário mencionado:

Figura 2- Sumário do livro didático

Sumário	
UNIDADE 1 Números e funções	
CAPÍTULO 1 Conjuntos numéricos	
1 Números	13
2 A noção de conjunto	14
3 Conjunto dos números naturais ($\mathbb{N}$)	15
4 Conjunto dos números inteiros ($\mathbb{Z}$)	16
5 Conjunto dos números racionais ($\mathbb{Q}$)	17
Representação decimal dos números racionais	18
Números racionais e medidas de grandezas	19
Os números racionais na reta numerada	19
6 Números irracionais	20
π (π) é irracional	21
O número de ouro dos gregos, ϕ (ϕ), é irracional	21
7 Conjunto dos números reais ($\mathbb{R}$)	23
Desigualdades entre números reais	23
Módulo de um número real	24
Distância entre dois pontos na reta real	24
8 A linguagem de conjuntos	26
Relação de inclusão entre conjuntos	26
Propriedades	26
Complementar de um conjunto	26
Propriedades	27
Operações entre conjuntos	27
Reunião ou união de conjuntos	27
Interseção de conjuntos	27
Propriedades da união e da interseção	28
Diferença entre conjuntos	28
Número de elementos da união de conjuntos	31
9 Intervalos reais	32
CAPÍTULO 2 Funções	
1 Um pouco da história das funções	41
2 Explorando intuitivamente a noção de função	42
3 A noção de função por meio de conjuntos	45
Definição e notação	46
4 Domínio, contradomínio e conjunto imagem	47
5 Estudo do domínio de uma função real	48
6 Coordenadas cartesianas	49
Sistema de eixos ortogonais	49
Distância entre dois pontos	50
Equação de uma circunferência	51
7 Gráfico de uma função	52
Determinando se um conjunto de pontos é gráfico de uma função	52
Construção de gráficos de funções	53
Determinação do domínio e da imagem de uma função, conhecendo o gráfico	54
8 Função crescente e função decrescente: analisando gráficos	55
9 Taxa de variação média de uma função	59
10 Função injetiva, sobrejetiva e bijetiva	60
Função injetiva ou injetora	60
Função sobrejetiva ou sobrejetora	61
Função bijetiva ou correspondência biunívoca	62
11 Função e sequências	64
Progressão aritmética	64
Progressão geométrica	64

Fonte: Livro Contexto e Aplicações (2013) Vol.1. Dante; L.R. Pág.6.

É importante destacar que o livro do autor Luiz Roberto Dante, um dos grandes autores de livro didático de matemática da atualidade, é bastante utilizado nas escolas de nosso país, sendo estes fatos, motivadores para escolha dessa obra como fonte de análise para produção desse trabalho.

É notório destacarmos, que o intuito dessa monografia não foi de analisar apenas aspectos técnicos dos capítulos selecionados do livro, mas também verificar como o conteúdo é apresentado para o aluno, logo alguns critérios secundários foram

deixados em segundo plano, evidenciando principalmente o que alguns dos Educadores citados julgam importantes, visando o aprendizado. Com isso é possível mostrar a importância da análise na escolha do material que vai ser usado pelos educadores. É fundamental que o professor seja criterioso e tenha em mente que o livro didático é uma de suas ferramentas fundamentais para auxiliá-lo no ensino da Matemática.

1.1. Objetivos

1.1.1. Objetivo Geral

O Trabalho aqui descrito teve como objetivo analisar as três primeiras unidades do livro didático de matemática do 1º ano do ensino médio, do autor Luiz Roberto Dante, os capítulos que abordam o conteúdo de funções.

1.1.2. Objetivos específicos

- Analisar se os capítulos abordados estão em conformidade com os critérios estabelecidos previamente para avaliação;
- Apontar a organização do conteúdo de função no livro didático analisado;
- Relacionar os pensamentos de Duval, Ausubel e Bruner na análise do livro didático pesquisado;
- Analisar o manual do professor constante na coleção pesquisada.

1.2. Critérios adotados para análise das unidades selecionadas do Livro

A análise dos capítulos selecionados do livro didático em apreço se caracterizou por uma abordagem qualitativa, onde o objetivo não é somente pontuar erros e acertos, mas sim verificar se os capítulos em análise estão em conformidade com os critérios previamente estabelecidos para avaliação. Enfim, a análise tem por objetivo de seguir, principalmente, as diretrizes estabelecidas, pelo professor, quando do planejamento do seu curso. Os critérios são os seguintes:

- 1-O conteúdo de interesse deve está em conformidade com os pensamentos dos Teóricos estabelecidos para análise do texto, a saber: Ausubel, Bruner e Duval;
- 2- Apresentar representações simbólicas com clareza e objetividade;
- 3- O conteúdo proposto deve apresentar uma sequência lógica de temas;
- 4- Apresentar contextualização do conteúdo, além de situações-problemas com aspectos da realidade de proximidade do aluno;
- 5- Conter uma diversificação de exercícios, sendo eles de níveis fácil, médio e difícil, e que abranjam o conteúdo da melhor maneira possível;
- 6-A linguagem do conteúdo analisado deve ser acessível ao Público-Alvo;
- 7- Apresentar gráficos, tabelas legíveis, de fácil compreensão, e que faça com que o aluno reflita e interprete os dados;
- 8- Instigar a curiosidade dos alunos quanto a utilização de outras ferramentas de aprendizado;
- 9- Presença do Manual do Professor contendo a proposta didático-pedagógica em relação ao conteúdo de interesse.

2. UM POUCO DA HISTÓRIA E DA LEGISLAÇÃO DOS LIVROS DIDÁTICOS NO BRASIL

Neste capítulo será abordado brevemente a história e um pouco do processo de legislação dos livros didáticos no Brasil. Entender o processo histórico evolutivo do livro didático no Brasil é fundamental para compreender a importância e a necessidade que tal instrumento exerce em vários segmentos da nossa sociedade.

2.1 Breve relato histórico dos livros didáticos no Brasil

Registros apontam que o Livro Didático surgiu no Brasil aproximadamente no ano de 1820 durante o período do Brasil império, como instrumento de reprodução Ideológica de classes dominantes, e como mercadoria que visava o lucro (CASTRO; ZACHEU, 2015).

O livro didático passou por diversas mudanças ao longo das décadas, durante o século XIX mudanças ocorreram principalmente devido ao período de crescimento da rede escolar, em razão da urbanização, imigração, do esfacelamento do trabalho escravo e modernização da tecnologia nos meios de comunicação (BITTENCOUT, 1993, P.20).

O livro do mestre, serviria, sobretudo, para suprir as deficiências dos docentes mal preparados, recrutados de maneira pouco rigorosa devido a ausência de cursos especializados em sua formação (BITTENCOUT, 1993, P.22).

Segundo Silva (2012), foi durante o período imperial, o registro da maneira mais sistemática pela qual o livro didático passou a ser utilizado em nosso país, sendo de acesso quase que restrito à elite, manuais didáticos eram importados da França e traduzidos para o português.

Antes manual didático, a transformação em livro didático se deu no período de 1960, mudanças caracterizadas no aspecto visual da capa e no formato do livro, as características do livro foram se adaptando à nova realidade escolar da época, com a democratização do ensino (FREITAS; RODRIGUES, 2008, P.305).

É notório que ao analisar as mudanças nos livros didáticos em determinadas épocas é perceptível a consequência direta do pensamento e da realidade vivada no

período em que o livro está inserido, e a maneira como esse instrumento de ensino foi transformado ao longo das décadas é deveras interessante.

Segundo Freitas e Rodrigues (2008), várias foram as mudanças ocorridas no modelo de livro didático a partir da criação do PNLD, no ano de 1985, por exemplo, houve a mudança para o livro durável substituindo o modelo descartável, além de posteriores mudanças no fim da década de 1990 no modelo de avaliação dos livros, resultando em diversas melhorias, destaca-se a qualidade gráfica, o conteúdo, e a linguagem.

2.2 Breve Histórico da legislação dos livros didáticos no Brasil

O livro didático no Brasil ao longo das décadas passou por inúmeras mudanças, e um dos motivos para tais mudanças foi justamente as modificações ocorridas no processo legislativo de regulamentação de utilização e produção dos livros didáticos.

Em 1930 Foi criado o Ministério da Educação e Saúde Pública, além disso o Estado criou uma legislação específica para o livro didático, o INL- Instituto Nacional Do Livro, além da comissão nacional do Livro didático- CNLD, que cuidava das regras para produção, compra ou uso dos livros didáticos (FILGUEIRAS, 2013).

No ano de 1961 houve uma grande mudança no cenário da Educação Brasileira, com a criação Da L.D.B- Leis de diretrizes e bases da Educação Nacional, Lei de nº 4.024 (BRASIL, 1961).

Posteriormente foi criada, em 1967, a Fename- Fundação Nacional do material escolar, ela ficou responsável pela produção e distribuição dos livros ao redor do Brasil à um preço acessível, visando o público com menor renda. (FILGUEIRAS, 2015).

Em 1971 foi criado o Plifed- Programa do livro didático para o ensino fundamental, ele ficou responsável pelos recursos e trabalhos que eram de responsabilidade do COLTED- Comissão Do Livro Técnico e Livro Didático (FILGUEIRAS, 2015).

No ano de 1976 foi extinto o INL, com isso, a Fename ficou responsável pelo programa do livro didático- PLD. Em 1985 foi criado o PNLD- Programa Nacional do livro didático, sendo este vigente até os dias atuais (CASTRO; ZACHEU, 2015).

3. O LIVRO DIDÁTICO COMO FERRAMENTA DE APOIO PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA

Mesmo com os inúmeros avanços tecnológicos na área da educação, é inegável a importância do livro didático como instrumento de ensino da Matemática, todavia o professor deve tê-lo não como dependência, mas sim como apoio ao ministrar suas aulas.

Notoriamente a Educação Brasileira está longe do ideal. De acordo com Moran (2000, Pág.15) “Temos um ensino que predominam a fala massiva e massificante, um número excessivo de alunos por sala, professores mal preparados, mal pagos, pouco motivados e evoluídos como pessoas”. além disso, a Matemática ainda é vista pelos alunos como algo “assombroso” e o desempenho na Disciplina deixa a desejar. Um dos fatores que corroboram com essa constatação é a maneira de como o livro didático é trabalhado em sala de aula.

É importante que o professor não vire refém do livro didático, usando-o excessivamente e com o simples intuito de cumprir o planejamento escolar e consequentemente deixando a aprendizagem dos alunos em segundo plano. O Professor deve variar as ferramentas de ensino para que obtenha melhores resultados no processo de Ensino-Aprendizagem.

O livro didático constitui uma das mais utilizadas ferramentas de ensino. Segundo Dante (1996, Pág.84), “o livro didático de Matemática é tão necessário quanto um dicionário ou uma enciclopédia, pois ele contém definições, propriedades, tabelas e explicações, cujas referências são frequentemente feitas pelo Professor”. Vale destacar que o livro didático constitui um recurso que facilita a aprendizagem, mas não se pode pretender que por si só ele garanta o desenvolvimento das competências dos alunos.

O livro didático de Matemática quando aproveitado da melhor maneira pelo Docente desempenha um papel fundamental no processo de ensino-aprendizagem, sendo possível destacar a ajuda com a complementação das aulas, um roteiro do que o docente irá ministrar ao longo dos semestres, sugestões e dicas de atividades podem ser seguidos a partir do conteúdo presente nos livros, dentre várias outras funções a depender do livro escolhido.

De acordo com Tardif e Raymond (2000), o saber docente se caracteriza no conjunto de “saberes” que fundamentam as práticas pedagógicas do Professor em

sala de aula, englobando os conhecimentos, as atitudes e as Habilidades dos Professores, visto isso, os saberes construídos pelo Professor podem influenciar suas ações, uma delas, nos processos de escolha e utilização do Livro didático.

O Professor de matemática tem um papel fundamental no auxílio do processo de interação entre o aluno e o livro didático de matemática. Segundo Libâneo (1994, pág.88), o papel do professor no processo de ensino-aprendizagem é fundamental, pois é ele o responsável pelo processo de transmissão e assimilação do conhecimento, sendo mediador na relação cognitiva entre o aluno e os materiais de estudo.

A maneira como o livro é utilizado pelo professor, principalmente na sala de aula, contribui para atrair o interesse do aluno na busca pela leitura, visto que o professor é o principal mediador e possui como um dos seus deveres instigar o aluno na busca por conhecimento. Isso fica evidenciado nas palavras de LOPES (2000, Pág. 39):

Portanto, por si só, o livro não se presta para a obtenção de uma aprendizagem que possa ser considerado eficaz: a ação do professor perante esse instrumento é fundamental, um bom livro, nas mãos de um professor despreparado, pode ser um desastre, assim como um livro de baixa qualidade, nas mãos de um professor competente, pode resultar numa ótima aprendizagem.

4. A IMPORTÂNCIA DA ANÁLISE NA ESCOLHA DO LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA

É notório que o Educador no processo de escolha do material didático a ser adotado deve levar em consideração diversos critérios, ao fazer isso o professor poderá trabalhar da melhor maneira possível com o material escolhido. Pois além de conhecer o livro, ele terá noção se o livro está em conformidade do que ele pensa sobre Matemática e seu ensino.

De acordo com Alvares (1991), a escolha de um livro em turmas de 1º e 2º ano é algo bastante comum nas escolas Brasileiras e que a sugestão do professor é essencial, pois influi na sua seleção, portanto a análise e a escolha desses livros estão entre as atividades que todo professor deve participar.

Ao selecionar o Livro didático de Matemática é fundamental que o professor leve em consideração o nível da turma em que o mesmo será trabalhado e se ele está adequado à proposta pedagógica da escola.

O Professor ao conhecer melhor a turma em que irá utilizar o livro didático poderá optar por um material com uma linguagem acessível aos seus alunos, fazendo com que eles tenham menos dificuldade de leitura e aprendizado, visto que a Matemática a depender da obra escolhida pode vir com uma linguagem um pouco mais complexa, dificultando assim o entendimento.

Tendo em vista as dificuldades de escolha do livro didático pelos professores, o MEC juntamente ao Programa Nacional Do livro didático (PNLD) passou a disponibilizar um guia de livros didáticos.

O Guia de Livros didáticos é uma peça fundamental da PNLD e tem funções de suma importância no processo da educação em nosso País. Dentre essas funções, venho a destacar, a primeira que é orientar os Docentes da Educação Básica para que possam melhor realizar o processo de escolha das obras que serão utilizadas nas escolas do Brasil, apresentar reflexões fundamentais à formação docente no tocante aos processos de mediação pedagógica, facilitar o debate público e social acerca dessa importante política pública, além da função de apresentar os parâmetros de efetivação legal do programa, contendo os elementos que norteiam a procedimentos de aquisição e distribuição de obras às escolas do País (BRASIL, 2018).

Embora o guia de livros didáticos já citado anteriormente, seja uma ferramenta muito importante, nem sempre o mesmo é utilizado como critério para escolha dos livros nas escolas, conforme constatado por BOTON (2014, Pág.36):

O que se percebe é que o guia não são os principais instrumentos utilizados para escolha do livro, na maioria das vezes o Guia é empregado para o fechamento da escolha, ou seja, para confirmar se a coleção escolhida está na relação oferecida pelo MEC.

É importante destacar as dificuldades dos professores no processo de escolha do livro didático, visto que nem sempre o livro por ele pedido é escolhido pela direção escolar, por diversos motivos, dentre os quais se destaca a Gestão escolar autoritária, que acaba impondo um material sem antes consultar o docente, seja pela falta de diálogo, ou visões distintas. Tal fato dificulta o trabalho do professor que terá que trabalhar com um material que possa vir atrapalhar seu planejamento de curso.

5. INTERFACES TEÓRICAS APLICADAS DURANTE ANÁLISE DO TEXTO

Esse Trabalho terá como um dos critérios de avaliação os pensamentos dos seguintes teóricos: Duval, Bruner e Ausubel e do que eles entendem que seja necessário para que haja o aprendizado. Alguns dos Pensamentos de Ausubel e Bruner foram interpretados e resumidos por Marco Antônio Moreira, e será usado como base durante o procedimento de análise dos capítulos verificados.

Foram escolhidos tais Teóricos/Psicólogos da Educação, pois suas teorias focam no processo de aprendizagem, e o livro didático é um instrumento que tem como função primordial proporcionar a aprendizagem.

Segundo teoria de Ausubel(1978 apud MOREIRA 1999, Pág.156) em relação a aprendizagem significativa, o mesmo afirma a importância de um material que possua estruturação lógica inerente e que pode ser aprendido de modo significativo.

Tal pensamento está claramente presente no livro, pois somente a partir do conteúdo de conjuntos, lembrado e trabalhado no capítulo 2, o aluno poderá compreender os assuntos posteriores, no caso, o de funções.

Observamos, ao ler as unidades verificadas do livro, a presença clara de uma aprendizagem receptiva, que segundo Ausubel(1978), trata-se de que os conteúdos e a estrutura do material a ser aprendido são estabelecidos pelo responsável pela instrução, neste caso, o autor do livro. Ausubel(1978) cita que tal aprendizagem pode ser efetiva, pois, economiza o tempo do aluno e ser mais tecnicamente organizada.

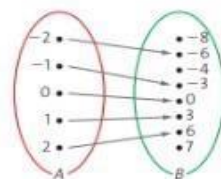
Ainda, segundo Ausubel (1978 apud MOREIRA 1999, Pág.156), para que o aluno aprenda, a partir de um sentido lógico, é preciso que o conteúdo proposto tenha as seguintes características: não arbitrariedade, lucidez e plausibilidade. Ao analisar a disposição lógica dos conteúdos adotados das unidades escolhidas do livro em apreço, percebemos que está de acordo com a proposta de Ausubel, além de que o conteúdo apresentado é trabalhado de forma muito bem representada com gráficos e imagens, dando maior lucidez e plausibilidade aos assuntos referidos. Vejamos a seguir uma ilustração retirada do livro que retrata tal fato:

Figura 3- Teoria de Ausubel em prática no livro

3 A noção de função por meio de conjuntos

Vamos, agora, estudar essa mesma noção de função usando a nomenclatura de conjuntos. Considere os exemplos a seguir.

- a) Observe os conjuntos A e B relacionados da seguinte forma: em A estão alguns números inteiros e em B , outros.
Devemos associar cada elemento de A a seu triplo em B .



$x \in A$	$y \in B$
-2	-6
-1	-3
0	0
1	3
2	6

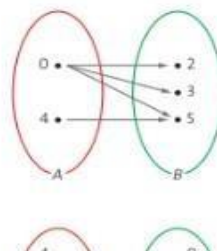
Note que:

- todos os elementos de A têm correspondente em B ;
- a cada elemento de A corresponde um único elemento de B .

Nesse caso, temos uma função de A em B , expressa pela fórmula $y = 3x$.

- b) Dados $A = \{0, 4\}$ e $B = \{2, 3, 5\}$, relacionamos A e B da seguinte forma: cada elemento de A é menor do que um elemento de B :

Nesse caso, não temos uma função de A em B , pois ao elemento 0 de A correspondem três elementos de B (2, 3 e 5, pois $0 < 2$, $0 < 3$ e $0 < 5$), e não apenas um único elemento de B .



Fonte: Livro Contexto e Aplicações (2013) Vol.1. Dante; L.R. Pág.45.

Percebemos que o autor, na imagem acima, trabalha o conceito de conjuntos, para que em seguida possa chegar na definição do que é uma função. Isso é feito de modo gradual, mostrando o que representa ou não uma função. É representado tanto a linguagem escrita, quanto a visual, o que faz com que o assunto trabalhado tenha maior lucidez e conseqüentemente haverá uma melhoria no processo de aprendizagem.

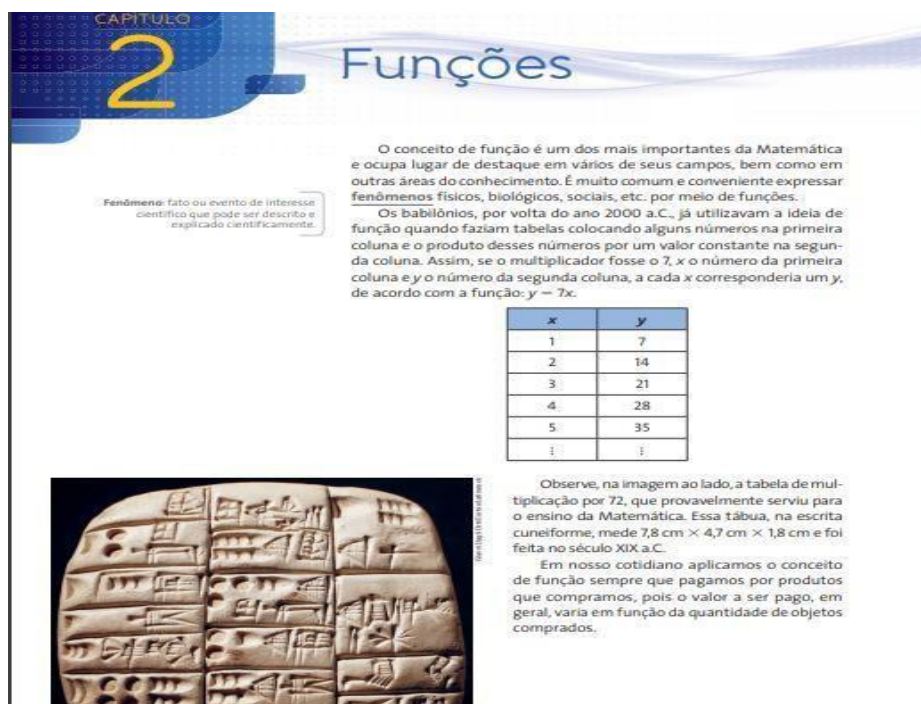
Ausubel (1978, pág.190) cita que “é menos difícil, para seres humanos diferenciar aspectos de um todo previamente aprendido, mais inclusivo, do que formular esse todo inclusivo a partir de partes previamente aprendidas”.

Observamos que os assuntos ao longo da abordagem do autor são separados de forma lógica e que estão conectados em uma cadeia lógica, em que o aluno ao se deparar com um novo assunto já esteja preparado para o mesmo. Esse fato é de suma importância, pois se o aluno não compreender o capítulo anterior, ao se deparar com

conceito mais avançados a respeito de funções, é possível que ele tenha uma grande dificuldade, visto isso, ver-se a importância do professor, junto a ferramenta do livro didático, para a melhor aprendizagem possível, é necessário que a sequência de aprendizagem seja respeitada.

Notamos que os conteúdos apresentados nos capítulos analisados, são precedentes de contextualização e bem trabalhados, para posteriormente serem feitos exercícios. Esse fato está em consonância com a ideia de “conteúdos com sentido” apresentado por Ausubel (1978) como não arbitrários e substancialmente relacionados com a estrutura do conhecimento do aluno. Podemos notar isso logo ao iniciar o capítulo de função, conforme imagem a seguir:

Figura 4- Conteúdo contextualizado com a história Matemática



Capítulo 2 **Funções**

O conceito de função é um dos mais importantes da Matemática e ocupa lugar de destaque em vários de seus campos, bem como em outras áreas do conhecimento. É muito comum e conveniente expressar fenômenos físicos, biológicos, sociais, etc. por meio de funções.

Os babilônios, por volta do ano 2000 a.C., já utilizavam a ideia de função quando faziam tabelas colocando alguns números na primeira coluna e o produto desses números por um valor constante na segunda coluna. Assim, se o multiplicador fosse o 7, x o número da primeira coluna e y o número da segunda coluna, a cada x corresponderia um y , de acordo com a função: $y = 7x$.

x	y
1	7
2	14
3	21
4	28
5	35
$\vdots$	$\vdots$

Observe, na imagem ao lado, a tabela de multiplicação por 72, que provavelmente serviu para o ensino da Matemática. Essa tábua, na escrita cuneiforme, mede 7,8 cm $\times$ 4,7 cm $\times$ 1,8 cm e foi feita no século XIX a.C.

Em nosso cotidiano aplicamos o conceito de função sempre que pagamos por produtos que compramos, pois o valor a ser pago, em geral, varia em função da quantidade de objetos comprados.

Fonte: Livro Contexto e Aplicações (2013) Vol.1. Dante; L.R. Pág.40.

Observarmos que o autor, antes de falar do assunto de função propriamente dito, traz um breve relato da história matemática por trás do surgimento desse termo.

De acordo com o pensamento de Bruner (1969, apud MOREIRA 1999, Pág.90), o aluno é motivado a aprender por natureza, todavia o papel do Professor como agente responsável da Instrução é fundamental, pois é ele que vai motivar o aluno na busca de informações. Visto isso, o livro didático pode ser tido como material de suma importância, pois é uma das principais fontes de conhecimento para o estudante.

É interessante citar, que para Bruner (1969), para que o aluno chegue à solução de uma questão, é necessário que ele seja desafiado e motivado a resolvê-la, vejamos um exercício proposto pelo livro, e analisemos se de fato está em consonância com esse pensamento:

Figura 5- Exercícios resolvidos e em seguida propostos, presentes no livro

52 / 425

- construir uma tabela com valores de x escolhidos convenientemente no domínio D e com valores correspondentes para $y = f(x)$;
- associar um ponto do plano cartesiano a cada par ordenado (x, y) da tabela;
- marcar um número suficiente de pontos até que seja possível esboçar o gráfico da função.

Acompanhe alguns exemplos de construção de gráficos de função.

a) Gráfico da função dada por $f(x) = 2x + 1$, sendo o domínio $D = \{0, 1, 2\}$.

x	$y = f(x) = 2x + 1$
0	1
1	3
2	5



Nesse caso, o gráfico da função é o conjunto dos pontos A, B e C.

b) Gráfico da função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = 2x + 1$. Certo, nesse caso, $D = \mathbb{R}$, vamos escolher alguns valores arbitrários de x e determinar y .

x	$y = f(x) = 2x + 1$
-1	-1
0	1
1	3



O gráfico é o conjunto de todos os pontos (x, y) , com x real e $y = 2x + 1$, resultando na reta da figura ao lado.

c) Gráfico da função $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = -x^2$.

x	$y = f(x) = -x^2$	(x, y)
-1,5	-2,25	$(-1,5; -2,25)$
-1	-1	$(-1; -1)$
0	0	$(0; 0)$
1	-1	$(1; -1)$
1,5	-2,25	$(1,5; -2,25)$



A curva que contém todos os pontos obtidos com $y = -x^2$ é o gráfico da função dada. Essa curva se chama parábola.

Pique atenção!
Você verá no próximo capítulo que, quando temos y igual a um polinômio do 1º grau da forma $ax + b$, o gráfico é sempre uma reta. Como dois pontos determinam uma reta, basta marcar apenas dois pontos para traçá-la.

Porque, no exemplo a, $D(f) = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ e, na b, $D(f) = \mathbb{R}$.

Para refletir
• Por que os gráficos dos exemplos a e b são diferentes se a lei das duas funções é $f(x) = 2x + 1$?
• Como saber que é uma curva, e não um segmento de reta, que liga esses pontos? Os matemáticos já provaram que, quando temos y igual a um polinômio do 2º grau da forma $ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, o gráfico é uma curva chamada parábola. Veremos isso mais adiante, no capítulo 4, sobre função quadrática.

Comente com os alunos que uma função pode ser representada por uma tabela, pela lei da função ou por um gráfico.

Exercício

31. Construa o gráfico de cada uma das seguintes funções $y = f(x)$, $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$: *veja os gráficos no Manual do Professor*

a) $f(x) = x - 2$

c) $y = 2x$

e) $f(x) = x^2$

g) $f(x) = \frac{1}{x}, x \neq 0$

b) $f(x) = x$

d) $y = -2x$

f) $f(x) = 2^x$

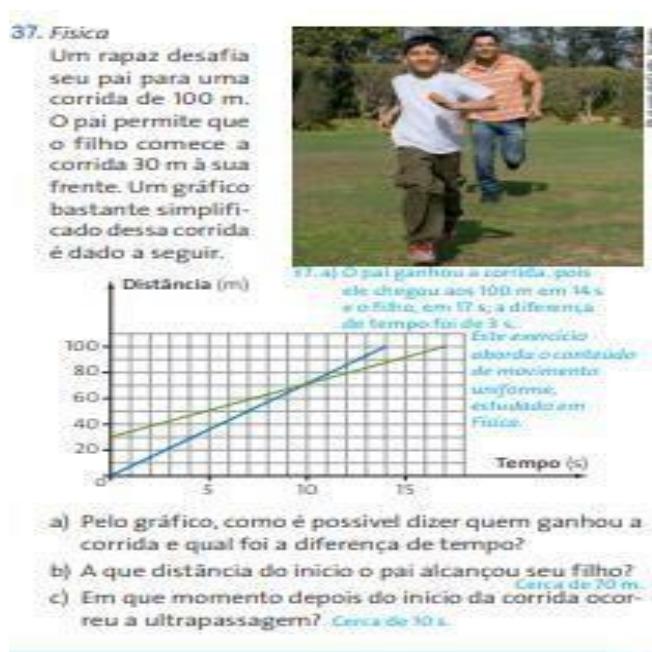
Fonte: Livro Contexto e Aplicações (2013) Vol.1. Dante; L.R. Pág.53.

Podemos verificar que assim como nesse exercício, o livro, nos capítulos analisados, traz exemplos de exercícios com uma solução já demonstrada e posteriormente faz com que o aluno reflita sobre eles para que em seguida haja a motivação para que os alunos possam resolver novos exercícios similares ao já mencionados. Vale ressaltar a vasta gama de exercícios com essa premissa.

Para Bruner (1973, apud MOREIRA 1999, Pág.84) três aspectos são essenciais para aprendizagem são eles, a ação, a imagem e a linguagem simbólica. Ele deduz que é fundamental passar progressivamente de um pensamento concreto para um estágio de representação conceitual simbólico mais adequado ao pensamento. Ao verificar os capítulos, é possível perceber que o autor a todo momento busca sempre a contextualização do assunto, a resolução progressiva de questões, a representação gráfica e visual do que é uma função, e a transição da linguagem matemática para a linguagem usual.

Bruner (1973) cita que é mais importante induzir o aluno ao raciocínio do que simplesmente implantar conteúdos, ou seja, para ele é necessário promover o desenvolvimento cognitivo da lógica, para ele resolver problemas que retratam o cotidiano e possibilita os alunos maior capacidade de resolver desafios propostos em outras situações; vejamos um exemplo presente no livro, que retrata tal situação:

Figura 6-Exercício interdisciplinar com uma situação do cotidiano



Fonte: Livro Contexto e Aplicações (2013) Vol.1. Dante; L.R. Pág.58.

Além disso, Bruner (1973, apud MOREIRA 1999, Pág.89) cita que o objetivo da aprendizagem é a descoberta. Segundo ele, para chegarmos nessa meta é necessário realizar o máximo de exercícios, visto que, quanto mais se pratica, mais

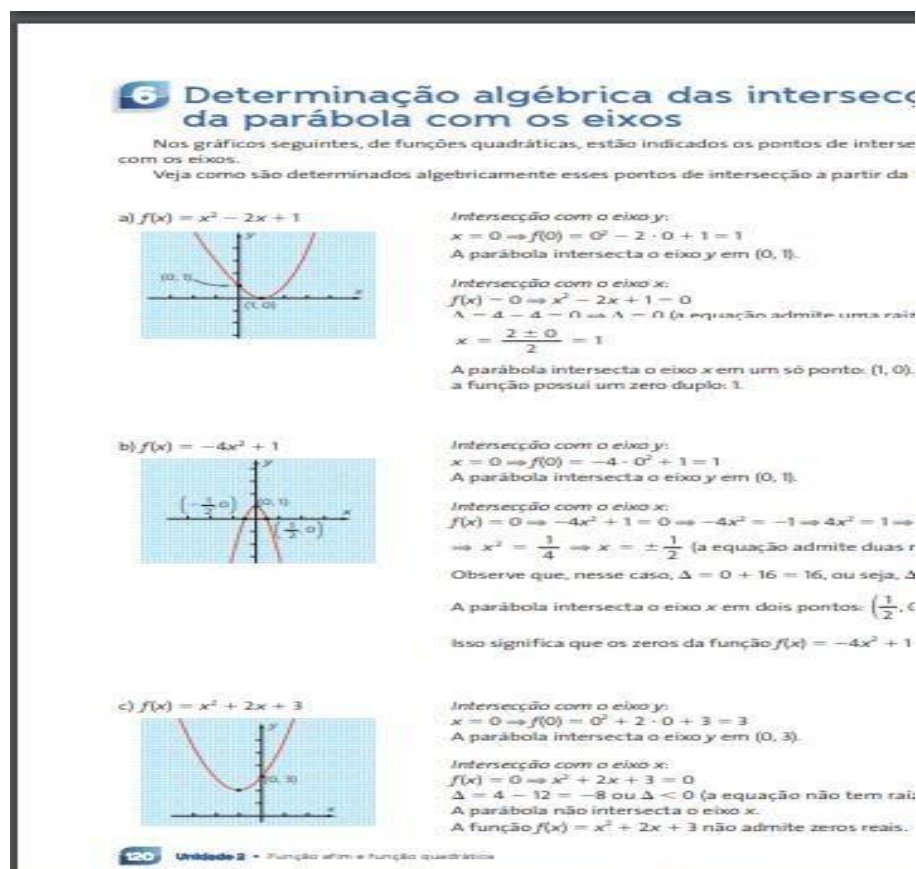
conhecimentos novos são adquiridos. E nesse aspecto, o livro didático, nos capítulos analisados está cumprindo tal meta, pois o mesmo propõe além de diversificação, uma quantidade muito grande de exercícios e problemas para os alunos resolverem.

Já Duval (2003) aborda o conceito de representação, para ele, é um dos pontos mais importantes para o aprendizado, a distinção entre objetos é sua representação, esta que é fundamental para compreensão da matemática.

As representações semióticas desempenham um papel fundamental no que diz respeito ao entendimento da Matemática; elas são necessárias para fins de comunicação e para assimilação da atividade cognitiva do pensamento.

De maneira geral, de acordo com o pensamento de Duval (2003), para a assimilação do saber matemático, as representações semióticas se fazem necessárias e devem estar presentes por meio da utilização de Gráficos, imagens, Símbolos. Podemos concluir que tal recurso está fortemente presente, e é constantemente utilizado pelo autor ao longo dos capítulos analisados para auxiliar os alunos na compreensão dos temas, vejamos exemplos disso:

Figura 7- Representação gráfica e simbólica de funções



Fonte: Livro Contexto e Aplicações (2013) Vol.1. Dante; L.R. Pág.120.

Observarmos nos exercícios de nº 3 e de nº 6, da figura abaixo, a teoria de Duval na prática, onde ambas questões tratam do mesmo assunto, porém é apresentado ao aluno duas situações distintas em que para ele resolver uma questão é necessário que tenha conhecimento suficiente para resolver a outra e vice-versa. Duval (2003) denomina tal situação de ponto de partida e de chegada.

Figura 9- Representação da Teoria de Duval na relação dos exercícios 3 e 6

3. Determine, se existirem, os zeros da função quadrática $f(x) = 2x^2 - 3x + 5$.

Resolução:
 $2x^2 - 3x + 5 = 0$
 $a = 2, b = -3$ e $c = 5$
 $\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4(2)(5) = 9 - 40 = -31 \Rightarrow \Delta < 0$
 Logo, a equação não tem raízes reais; consequentemente a função $f(x) = 2x^2 - 3x + 5$ não tem zeros reais.

4. Para que valores de k a função $f(x) = x^2 - 2x + k$ tem zeros reais e diferentes?

Resolução:
 • Condição: $\Delta > 0$
 • $\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4(1)(k) = 4 - 4k$
 Assim:
 $4 - 4k > 0 \Leftrightarrow -4k > -4 \Leftrightarrow 4k < 4 \Leftrightarrow k < 1$
 Portanto, a função $f(x) = x^2 - 2x + k$ terá zeros reais e diferentes para quaisquer $k \in \mathbb{R}$ tal que $k < 1$.

5. Escreva na forma fatorada as funções:
 a) $f(x) = x^2 - 5x + 6$
 b) $g(x) = 5x^2 + 10x + 5$

Resolução:
 a) A forma fatorada é $f(x) = a(x - x')(x - x'')$, em que x' e x'' são as raízes da equação $f(x) = 0$.
 Assim:
 $x^2 - 5x + 6 = 0$
 $\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 1$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm 1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x' = 3 \text{ e } x'' = 2$$

Então:
 $f(x) = (x - 3)(x - 2)$
 (Note que $a = 1$ não precisa ser escrito.)

b) Fazendo $g(x) = 0$, vem: $5x^2 + 10x + 5 = 0$
 $\Delta = b^2 - 4ac = 10^2 - 4 \cdot 5 \cdot 5 = 0$
 $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-10 \pm \sqrt{0}}{2 \cdot 5} =$
 $= \frac{-10}{10} \Rightarrow x' = -1 \text{ e } x'' = -1$

Então:
 $g(x) = 5(x + 1)(x + 1) = 5(x + 1)^2$

Fique atento!
 Se $\Delta = 0$, a função quadrática é um trinômio quadrado perfeito.

6. Escreva a função quadrática que tem como zeros os números 2 e 5 e cujo gráfico passa pelo ponto (1, 4).

Resolução:
 Usando a forma fatorada, podemos escrever $f(x) = a(x - 2)(x - 5)$. E, se (1, 4) pertence à função, então $f(1) = 4$, portanto:
 $f(1) = a(1 - 2)(1 - 5) \Rightarrow 4 = a \cdot (-1) \cdot (-4) \Rightarrow$
 $\Rightarrow 4 = a \cdot 4 \Rightarrow a = 1$
 Dessa forma:
 $f(x) = 1 \cdot (x - 2)(x - 5) = x^2 - 7x + 10$

Fonte: Livro Contexto e Aplicações (2013) Vol.1. Dante; L.R. Pág.109.

6. ANÁLISE PROPRIAMENTE DITA

O material didático, nos capítulos analisados, possui uma vasta gama de exercícios, de dificuldade gradual, abrangendo, praticamente, todas as possibilidades possíveis no que se trata do conteúdo de função. Notamos a preocupação do autor na contextualização, pois sempre o mesmo buscou antes de iniciar o assunto, mostrar como o mesmo surgiu ou como é aplicado no cotidiano do estudante. É possível destacar não só a quantidade, mas também a importância e a variedade dos exercícios. A linguagem utilizada nos exercícios é simples e detalhada, facilitando assim o entendimento dos alunos.

Figura 10- Exercícios propostos para os alunos

b) Eixo x: $\{3, 0\}$ e $\{-7, 0\}$; eixo y: $\{0, -21\}$.
 c) Eixo x: $\{6, 0\}$ e $\{-6, 0\}$; eixo y: $\{0, -36\}$.
 d) Eixo x: $\{\frac{1}{3}, 0\}$ e $\{\frac{1}{2}, 0\}$; eixo y: $\{0, 1\}$.

Exercícios

41. Esboce o gráfico da função quadrática f cuja parábola passa pelos pontos $(3, -2)$ e $(0, 4)$ e tem vértice no ponto $(2, -4)$; em seguida, verifique qual das seguintes sentenças corresponde a essa função:

a) $f(x) = -2x^2 - 8x + 4$

☒ b) $f(x) = 2x^2 - 8x + 4$

c) $f(x) = 2x^2 + 8x + 4$

Veja o gráfico no Manual do Professor.

42. Verifique quais dos seguintes pontos pertencem à parábola que representa graficamente a função $f(x) = x^2 - 5x + 6$:

☒ a) $A(2, 0)$

☒ b) $B(4, 2)$

c) $C(-1, 10)$

43. Determine o valor de m para que o ponto $A(2, 1)$ pertença à parábola que representa graficamente a função dada por $f(x) = (m + 1)x^2 - 1$. $m = -\frac{1}{2}$

44. Determine os zeros das seguintes funções quadráticas:

a) $f(x) = x^2 - 11x + 30$
 $x' = 6$ e $x'' = 5$

b) $f(x) = x^2 + 4x - 21$
 $x' = 3$ e $x'' = -7$

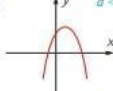
c) $f(x) = x^2 - 36$
 $x' = 6$ e $x'' = -6$

d) $f(x) = 6x^2 - 5x + 1$ e $x' = \frac{1}{2}$ e $x'' = \frac{1}{3}$

45. Em que pontos a parábola de cada função do exercício anterior intersecta os eixos x e y ?

46. Em cada gráfico da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $\Delta = b^2 - 4ac$, descubra se $a < 0$ ou $a > 0$ e se $\Delta > 0$, $\Delta < 0$ ou $\Delta = 0$.

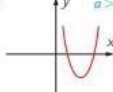
a) $a < 0, \Delta > 0$



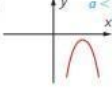
d) $a < 0, \Delta = 0$



b) $a > 0, \Delta > 0$



e) $a < 0, \Delta < 0$



c) $a > 0, \Delta < 0$



f) $a = 0, \Delta = 0$



47. O gráfico abaixo representa uma função do tipo $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$. Então, podemos afirmar que:

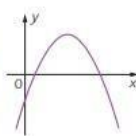
a) $a > 0$, $b^2 = 4ac$, $c > 0$ e $b < 0$.

☒ b) $a < 0$, $b^2 > 4ac$, $c < 0$ e $b > 0$.

c) $a < 0$, $b^2 < 4ac$, $c < 0$ e $b > 0$.

d) $a < 0$, $b^2 > 4ac$, $c > 0$ e $b > 0$.

e) $a < 0$, $b^2 < 4ac$, $c < 0$ e $b < 0$.



Capítulo 4 • Função quadrática

121



Fonte: Livro Contexto e Aplicações (2013) Vol.1. Dante; L.R. Pág.121.

Figura 11- Exercício contextualizado

2 Explorando intuitivamente a noção de função

A ideia de função está presente quando relacionamos duas grandezas variáveis. Acompanhe alguns exemplos.

a) Número de litros de gasolina e preço a pagar

A tabela abaixo relaciona o número de litros de gasolina comprados e o preço a pagar por eles (em janeiro de 2013).

Número de litros	Preço a pagar (R\$)
1	2,70
2	5,40
3	8,10
4	10,80
⋮	⋮
40	108,00
x	$2,70x$

Observe que o preço a pagar é dado **em função** do número de litros comprados, ou seja, o preço a pagar **depende** do número de litros comprados.

preço a pagar (p) = R\$ 2,70 vezes o número de litros (x) comprados
ou

$p = 2,70x \rightarrow$ **lei da função** ou **fórmula matemática da função** ou
regra da função ou ainda representação analítica da função

Fique atento!

Podemos usar a notação $f(x)$ no lugar de p . Assim, teríamos $f(x) = 2,70x$.

➤ Agora, responda:

- Qual é o preço de 10 litros de gasolina? **R\$ 27,00**
- Quantos litros de gasolina podem ser comprados com R\$ 35,10? **13 litros**

Fonte: Livro Contexto e Aplicações (2013) Vol.1. Dante; L.R. Pág.42.

Conforme mencionado anteriormente e ilustrado na figura acima, notamos que o autor trata do tema de função, fazendo um paralelo com o preço da gasolina, deixando assim claro a importância do aprendizado do conceito desse assunto, visto que pode ser utilizado em momentos do cotidiano.

O Livro didático, como ferramenta de suma importância para a aprendizagem dos alunos precisa ser claro e possuir uma linguagem acessível ao público a qual se destina, e o material, aqui analisado, nos capítulos verificados, cumpre esse objetivo, possuindo gráficos, exercícios, ilustrações e situações-problemas que contemplam o conteúdo apresentado.

Figura 12- Paralelo de uma situação-problema para posterior definição de função afim

2 Definição de função afim

Comente com os alunos que uma função afim também pode ser chamada de função polinomial do 1º grau.

Uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ chama-se **função afim** quando existem dois números reais a e b tal que $f(x) = ax + b$, para todo $x \in \mathbb{R}$.

Por exemplo:

- a) $f(x) = 2x + 1$ ($a = 2$ e $b = 1$)
 b) $f(x) = -x + 4$ ($a = -1$ e $b = 4$)
 c) $f(x) = \frac{1}{3}x + 5$ ($a = \frac{1}{3}$ e $b = 5$)
 d) $f(x) = 4x$ ($a = 4$ e $b = 0$)

Acompanhe a seguinte situação:

Em certa cidade um motorista de táxi comum cobra uma taxa fixa de R\$ 4,10 pela "bandeirada" mais R\$ 2,50 por quilômetro rodado. Assim, o preço de uma corrida de x quilômetros é dado, em reais, por:

$$f(x) = 2,50x + 4,10$$

De modo geral, se o preço da bandeirada fosse b reais e o preço do quilômetro rodado a reais, então o preço de uma corrida de x quilômetros seria dado, em reais, por $f(x) = ax + b$, que é uma função afim.



Fonte: Livro Contexto e Aplicações (2013) Vol.1. Dante; L.R. Pág.74.

Figura 13- Exemplo de construção de gráficos bem detalhado

Traçado de gráficos de funções afins

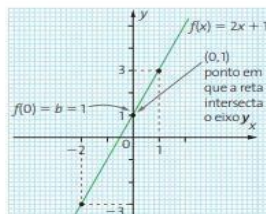
Vamos construir os gráficos de algumas funções afins $f(x) = ax + b$ no plano cartesiano.

Como o gráfico da função afim $f(x) = ax + b$ é uma reta e para traçar uma reta basta conhecermos dois pontos distintos pertencentes a ela, então determinamos dois pontos distintos da função e traçamos a reta.

Veja alguns exemplos:

a) $f(x) = 2x + 1$

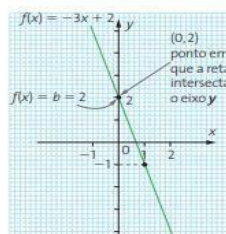
x	$f(x)$
-2	-3
1	3



Nesse caso, temos $a = 2$ ($a > 0$), então a reta é **ascendente** (quando se caminha da esquerda para a direita).

b) $f(x) = -3x + 2$

x	$f(x)$
0	2
1	-1



Nesse caso, temos $a = -3$ ($a < 0$), então a reta é **descendente** (quando se caminha da esquerda para a direita).

Ativar
Acesse i

Fonte: Livro Contexto e Aplicações (2013) Vol.1. Dante; L.R. Pág.78.

É possível destacar a preocupação do autor do livro em fazer a conexão do conteúdo proposto com outras disciplinas, notamos que a interdisciplinaridade aparece com frequência no decorrer das unidades analisadas. Sendo este um fator positivo e essencial para promover a aprendizagem, conforme cita BRASIL (1999, P.89):

A interdisciplinaridade não dilui as disciplinas, ao contrário, mantém sua individualidade. Mas integra as disciplinas a partir da compreensão das múltiplas causas ou fatores que intervêm sobre a realidade e trabalha todas as linguagens necessárias para a constituição de conhecimentos, comunicação e negociação de significados e registro sistemático dos resultados.

Figura 14- interdisciplinaridade presente no livro

9

Conexão entre função quadrática e Física

Movimento uniformemente variado (MUV)

O movimento uniformemente variado (MUV) é caracterizado pela função quadrática:

$$f(t) = \frac{1}{2}at^2 + bt + c$$

que fornece a posição de um objeto em um certo instante t .

Nesse caso, a é a **aceleração**, b é a **velocidade inicial** (quando $t = 0$) e c é a **posição inicial** do objeto.

A representação gráfica do movimento uniformemente variado é uma parábola. Se a aceleração for positiva, a concavidade da parábola é voltada para cima e, se a aceleração for negativa, a concavidade é voltada para baixo.

Sabemos que velocidade escalar média (v) em um intervalo de tempo é igual a:

$$\frac{\text{variação do espaço } (\Delta s)}{\text{tempo de percurso } (\Delta t)}$$

No caso do movimento de um objeto dado por uma função f , temos que sua velocidade média no intervalo $[t, t + h]$ é dada por:

$$v = \frac{f(t + h) - f(t)}{h}$$

Para $f(t) = \frac{1}{2}at^2 + bt + c$, temos:

$$f(t + h) = \frac{1}{2}a(t + h)^2 + b(t + h) + c = \frac{1}{2}at^2 + ath + \frac{1}{2}ah^2 + bt + bh + c$$

e

$$f(t + h) - f(t) = \cancel{\frac{1}{2}at^2} + ath + \frac{1}{2}ah^2 + \cancel{bt} + bh + \cancel{c} - \cancel{\frac{1}{2}at^2} - \cancel{bt} - \cancel{c} = ath + \frac{1}{2}ah^2 + bh$$

Assim:

Ativar
Acesse

Fonte: Livro Contexto e Aplicações (2013) Vol.1. Dante; L.R. Pág.132.

Figura 16- Seção Matemática e Tecnologia do livro didático

Matemática e tecnologia

Gráfico da função quadrática no computador

Agora, vamos aprender a construir gráficos de funções quadráticas usando outro *software* livre, o **Geogebra**.

Este é um *software* matemático, criado por Markus Hohenwarter, que reúne Álgebra e Geometria. Ele pode ser utilizado em todos os níveis de ensino e já recebeu diversos prêmios na Europa e nos Estados Unidos.

A instalação desse *software* é simples:

- Acesse o site <www.geogebra.org/cms/pt_BR> e clique em "Download".

Veja a reprodução da tela a seguir:

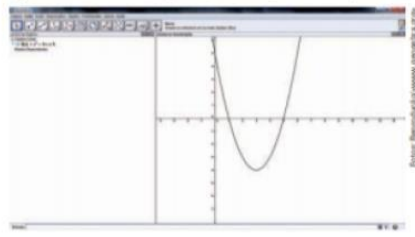


- Clique em "Webstart", faça o download e siga os passos automáticos de instalação do programa. Depois disso, você já pode usá-lo. Ao abrir o *software* você verá a seguinte tela:

Agora, faça as atividades a seguir.

1. Construa o gráfico da função quadrática $f(x) = x^2 - 6x + 5$ e destaque alguns pontos importantes. Para isso, siga os passos abaixo.

1º passo: No campo **Entrada** (situado na parte inferior da tela) escreva a função $f(x) = x^2 - 6x + 5$ e tecla "Enter". Observe que "^" indica a operação de potenciação.



2º passo: Para obter as raízes da função f , ainda no campo de entrada, digite **raiz[f]** e tecla "Enter". Veja que foram criados os pontos $A = (1, 0)$ e $B = (5, 0)$, que são as raízes da função.

3º passo: Para obter o vértice da parábola, digite **Extremo[f]** e tecla "Enter". Assim, foi criado o ponto $C = (3, -4)$, que corresponde ao vértice da parábola.

4º passo: Agora, vamos determinar o ponto em que a parábola intersecta o eixo das ordenadas

Fonte: Livro Contexto e Aplicações (2013) Vol.1. Dante; L.R. Pág.126.

Tal proposta é realmente interessante pois faz com que os alunos e até mesmo o professor não fiquem presos somente a uma ferramenta durante as aulas, deixando as aulas menos monótonas e consequentemente instigando a curiosidade dos alunos.

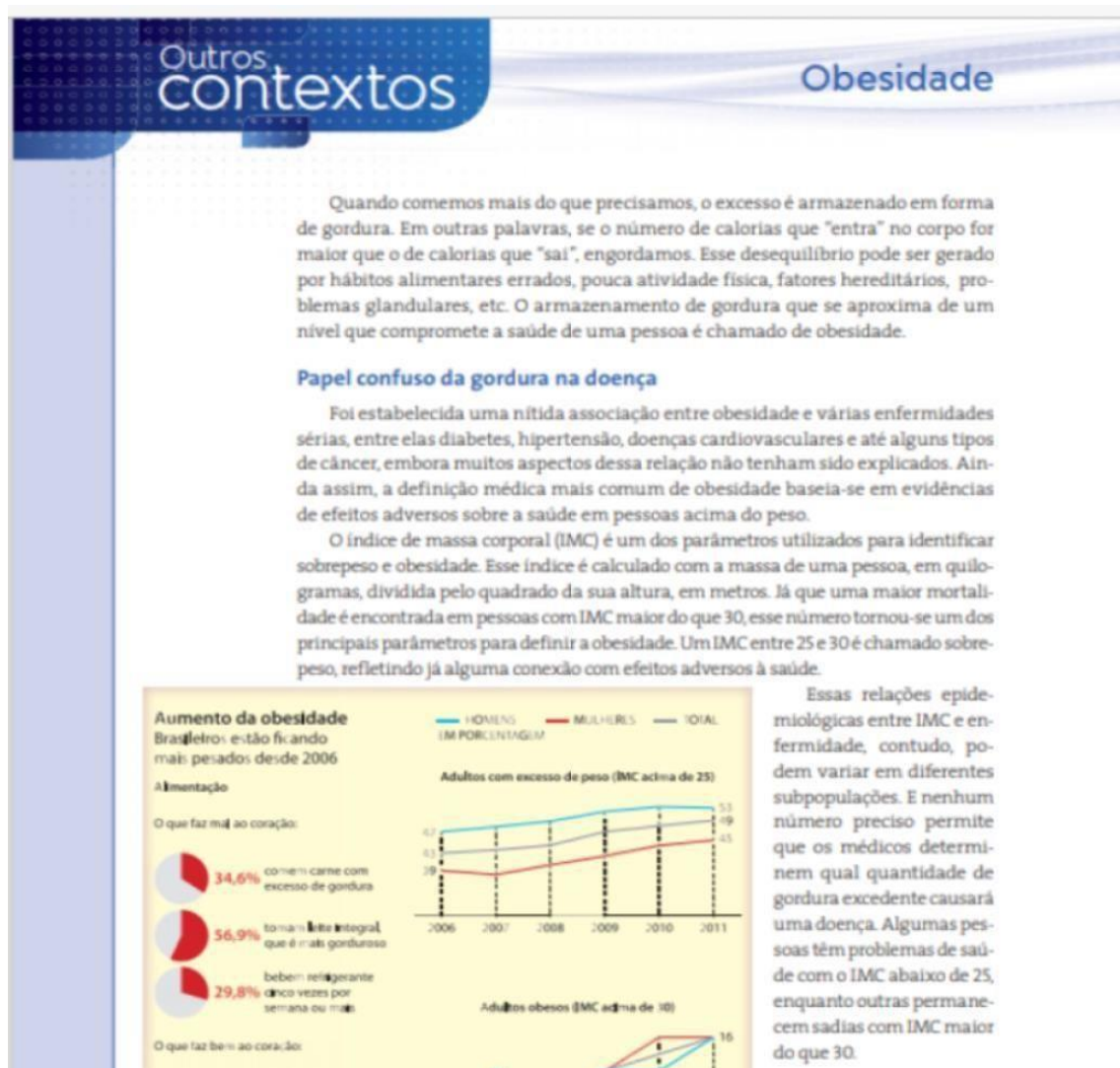
Entretanto, algo que possa vir incomodar os Professores que venham a trabalhar com o Material, é de que a depender do ambiente escolar em que ele seja utilizado, a proposta do livro de usar algumas ferramentas tecnológicas se torne inviável, por uma série de fatores, principalmente o lado financeiro, podendo causar uma certa frustração aos alunos de menor renda.

Outra seção presente no decorrer dos capítulos analisados e bastante interessante é a de "Outros Contextos", onde é possível perceber uma relação clara da Matemática e o cotidiano. Nessa seção o autor ilustra temas bastante interessantes e discutidos no cotidiano, em seguida é proposto aos alunos exercícios que envolvem o texto, posteriormente é sugerido ao aluno pesquisar e discutir a respeito do tema

trabalhado, por fim é mostrado fontes para os estudantes que ficaram interessados no tema e quiserem se aprofundar.

Embora interessante, um fato a destacar é que foi possível verificar aspectos presentes nessa seção que não tem como foco o ensino da matemática.

Figura 17- Seção outros contextos



Fonte: Livro Contexto e Aplicações (2013) Vol.1. Dante; L.R. Pág.66.

Figura 18- Exercícios propostos na seção Outros Contextos

Trabalhando com o texto

1. Há palavras no texto que você desconhece? Se sim, procure-as em um dicionário. *Resposta pessoal.*

2. O índice de massa corporal (IMC) é dado pela fórmula $IMC = \frac{p}{a^2}$, em que p é a massa, em quilogramas, e a é a altura, em metros, do indivíduo. A avaliação de um peso, se está normal, abaixo ou acima do peso ideal, é feita de acordo com a seguinte tabela:

Categoria	IMC
Abaixo do peso	Abaixo de 18,5
Peso normal	18,5 - 24,9
Sobrepeso	25,0 - 29,9
Obesidade Grau I	30,0 - 34,9
Obesidade Grau II	35,0 - 39,9
Obesidade Grau III	40,0 e acima

a) Determine o IMC de Amanda, que tem 1,60 m de altura e 51,2 kg de massa. *IMC = 20*

b) Classifique o IMC de Amanda segundo a tabela ao lado. *Peso normal*

c) Qual é a altura mínima para que uma pessoa de massa 108,3 kg seja considerada com sobrepeso? *1,9 m*

Fonte: Abeso (Associação Brasileira para o Estudo da Obesidade e da Síndrome Metabólica). Disponível em: <http://www.abeso.org.br/calcule-seu-imc.shtml>. Acesso em: 5 nov. 2012.

Pesquisando e discutindo

3. Muitas pessoas acreditam que um bebê ou uma criança “gordinha” é sinônimo de boa saúde. Você concorda com isso?

4. Quais medidas podem ser tomadas para evitar a obesidade?

5. Uma dieta equilibrada não significa eliminar o consumo total de gordura. Pesquise quais são os benefícios da ingestão de alguns tipos de gordura para o nosso organismo.

Veja mais sobre o assunto

Procure mais informações em jornais, revistas e nos sites:

- Artigo *Cinturas avantajadas* do Dr. Dráuzio Varella: <http://drauziovarella.com.br/doencas-e-sintomas/obesidade/cinturas-avantajadas/>;
- Associação Brasileira para o Estudo da Obesidade e da Síndrome Metabólica: www.abeso.org.br.

3. Espera-se que o aluno não concorde com essa afirmação, pois na verdade essa “crença” é equivocada. A obesidade tem se apresentado como um fator prejudicial à saúde.

4. Alimentação balanceada e prática de atividades físicas. Pode ser necessário eventualmente o tratamento de possíveis distúrbios metabólicos, como o hipotireoidismo.

5. As gorduras, ou lipídeos, estão relacionadas ao crescimento, ajudam a dissolver vitaminas, agem na produção de espermatozoides e atuam como reserva de energia.

Capítulo 2 • Funções 67

Fonte: Livro Contexto e Aplicações (2013) Vol.1. Dante; L.R. Pág.67.

Pensando nos alunos que visam posteriormente realizar o ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio) e outros vestibulares, o livro traz duas seções, a “pensando no Enem” e a “caiu no Enem”. Na primeira é trabalhado os mais variados exercícios, abordando o tema das unidades trabalhadas, com a presença de interdisciplinaridade, característica do exame. Já a segunda traz questões para os alunos desenvolverem habilidades a partir da resolução de exercícios que já estiveram presentes no ENEM, sendo trabalhados temas que foram abordados durante as Unidades do Livro.

Essa seção além de interessante, é importante, pois vários estudantes do ensino médio pretendem realizar o vestibular, para assim ingressar nas universidades. Logo, ser trabalhado exercícios que já estiveram presentes em vestibulares anteriores, servirá para melhor preparar esses alunos para os futuros.

Figura 19- Seção Pensando no ENEM; Questões interdisciplinares retiradas do Exame

Pensando no ENEM Veja a seção Caiu no Enem no final do livro.

1. Biologia
Quando se praticam exercícios físicos, deve-se tomar cuidado com os excessos. Uma das maneiras de monitorar a intensidade do esforço aeróbico é medindo a frequência cardíaca (número de batimentos do coração por minuto) e cuidando para que esse valor fique sempre dentro do recomendado para cada tipo de treinamento, para cada indivíduo. Esses valores devem ser determinados por um médico, mas, como curiosidade, saiba que existem algumas fórmulas empíricas utilizadas para isso. Por exemplo, a frequência cardíaca de treino (FC_{treino}) para quem deseja queimar calorias pode ser dada por: $FC_{\text{treino}} = FC_{\text{rep}} + 0,7 \cdot (FC_{\text{máx}} - FC_{\text{rep}})$, em que $FC_{\text{máx}}$ é a frequência cardíaca máxima e FC_{rep} é a frequência cardíaca em repouso do indivíduo. Para homens, a frequência cardíaca máxima é determinada empiricamente subtraindo-se de 220 a idade do indivíduo: $FC_{\text{máx}} = 220 - \text{idade}$.
Suponha que um homem de 40 anos deseje perder peso. Em repouso, sentado, ele pressiona o pulso durante 15 segundos e conta 20 batimentos cardíacos. De acordo com o texto, qual seria a frequência cardíaca de treino para essa pessoa?
a) 126 bpm b) 144 bpm ☒ c) 150 bpm d) 154 bpm e) 160 bpm

2. Física
Dois irmãos, João e Pedro, desejam visitar a mãe deles em São Carlos, SP. João está saindo de carro de São José do Rio Preto, SP, distante 447 km de São Paulo, SP, e Pedro está saindo de ônibus, de São Paulo. João conclui, de acordo com os dados de seu GPS, que a função que define o espaço percorrido (em km) por seu carro em função do tempo (em horas de viagem) é $S(t) = 100t$. Pedro, por sua vez, consultando o GPS de seu celular, conclui que a velocidade média do ônibus em que viaja é de 86 km/h. Considere as três cidades perfeitamente alinhadas, e que João e Pedro iniciaram suas viagens exatamente no mesmo horário.
De acordo com os dados do enunciado, a distância entre eles após 1,5h de viagem será de:
a) 129 km. b) 165 km. ☒ c) 168 km. d) 294 km. e) 299 km.

3. (Enem) A figura ao lado apresenta dois gráficos com informações sobre as reclamações diárias recebidas e resolvidas pelo Setor de Atendimento ao Cliente (SAC) de uma empresa, em uma dada semana. O gráfico de linha tracejada informa o número de reclamações recebidas no dia, o de linha contínua é o número de reclamações resolvidas no dia. As reclamações podem ser resolvidas no mesmo dia ou demoram mais de um dia para serem resolvidas.

Adaptado de: IBGE. Atlas geográfico escolar Rio de Janeiro, 2009.

Fonte: Livro Contexto e Aplicações (2013) Vol.1. Dante; L.R. Pág.65.

Figura 20- Seção Caiu no ENEM; Exercícios retirados do ENEM

Com base no gráfico e nas informações do texto, é possível inferir que houve maior aquecimento global em:
a) 1995.
b) 1998.
c) 2000.
d) 2005.
☒ e) 2007.

19. (Enem) O gráfico fornece os valores das ações da empresa XPN, no período das 10 às 17 horas, num dia em que elas oscilaram acentuadamente em curtos intervalos de tempo.

Neste dia, cinco investidores compraram e venderam o mesmo volume de ações, porém em horários diferentes, de acordo com a seguinte tabela.

Investidor	Hora da compra	Hora da venda
1	10:00	15:00
2	10:00	17:00
3	13:00	15:00
4	15:00	16:00
5	16:00	17:00

Com relação ao capital adquirido na compra e vendido...

Unidade 2

20. (Enem) Acompanhando o crescimento do filho, um casal constatou que, de 0 a 10 anos, a variação da sua altura se dava de forma mais rápida do que dos 10 aos 17 anos e, a partir de 17 anos, essa variação passava a ser cada vez menor, até se tornar imperceptível. Para ilustrar essa situação, esse casal fez um gráfico relacionando as alturas do filho nas idades consideradas. Que gráfico melhor representa a altura do filho desse casal em função da idade?

☒ a)

b)

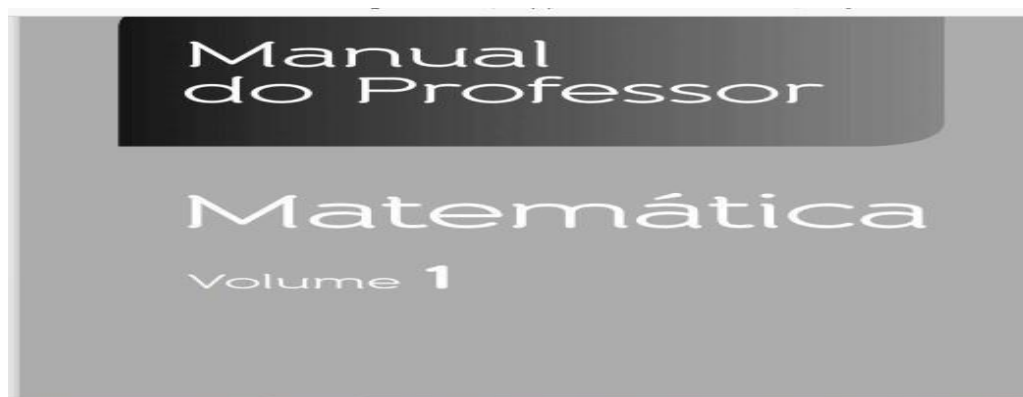
c)

d)

Fonte: Livro Contexto e Aplicações (2013) Vol.1. Dante; L.R. Pág.269.

Destacamos a presença do Manual do Professor bastante completo e detalhado, servindo de guia para o professor, contendo a resolução dos exercícios e dando diversas orientações de como proceder com a utilização do livro.

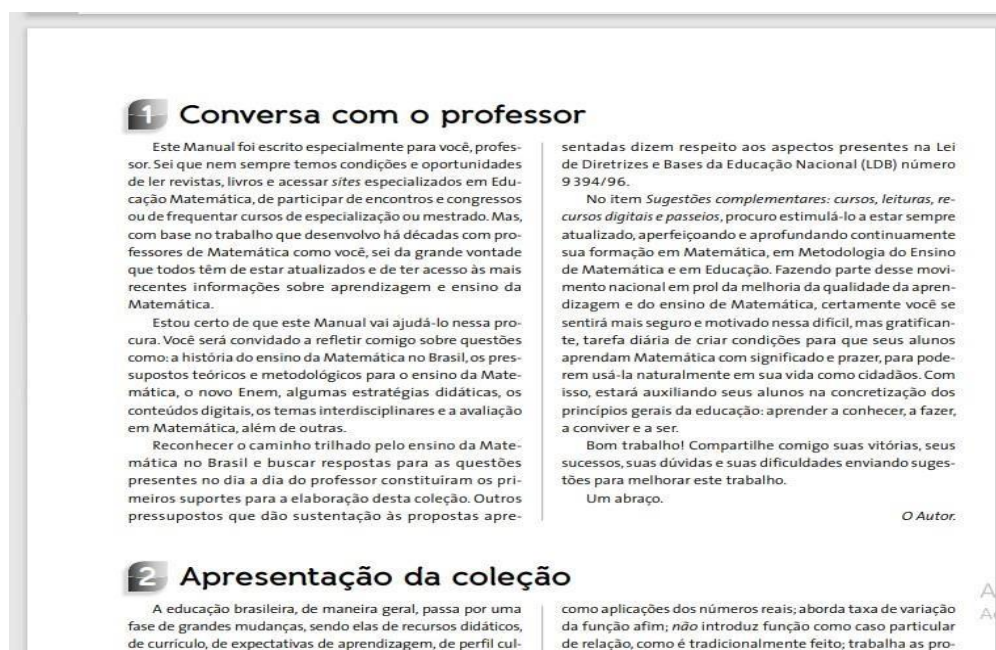
Figura 21- Ilustração do Manual do Professor Presente no Livro



Fonte: Manual do Professor; Livro Contexto e Aplicações (2013) Vol.1. Dante; L.R. Pág.1.

Ao verificar o manual do professor contido no livro é constatado que o mesmo abrange respostas e soluções de praticamente todos os exercícios propostos contidos no livro, além de apresentar reflexões e informações que acrescentam na formação e prática pedagógica do docente.

Figura 22- Informações presentes no Manual do Professor



Fonte: Manual do Professor; Livro Contexto e Aplicações (2013) Vol.1. Dante; L.R. Pág.3.

O sumário presente no Manual do Professor é organizado e detalhado, sendo um importante item para auxiliar o docente na busca pelo que se procura.

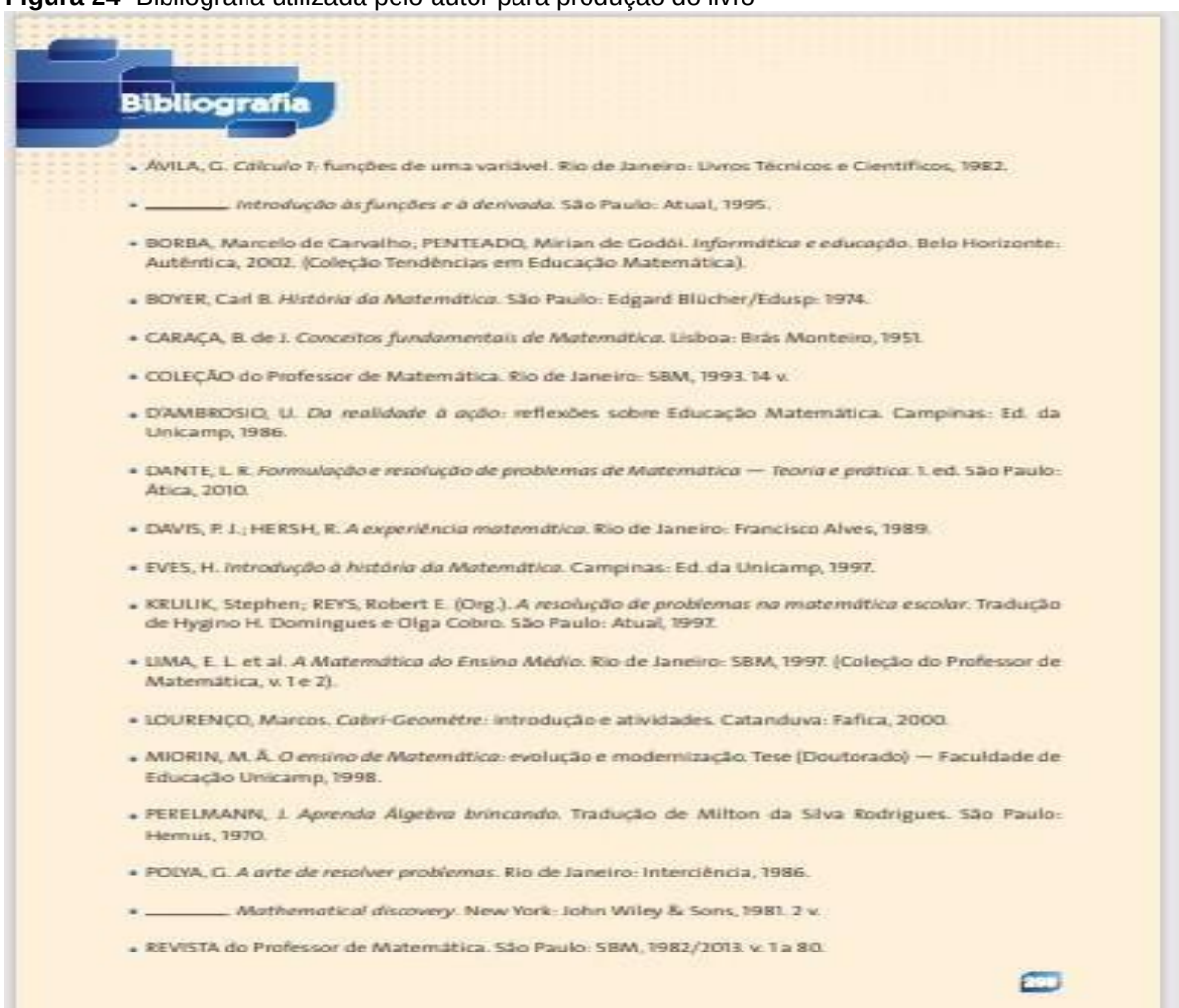
Figura 23- Sumário do Manual do Professor contido no livro

Sumário	
1	Conversa com o professor 3
2	Apresentação da coleção 3
3	Um pouco da história do ensino da Matemática no Brasil 4
4	Pressupostos teóricos e metodológicos para o ensino da Matemática 7
5	Características da coleção 13
6	Orientações metodológicas e o conteúdo digital na prática pedagógica 17
7	O novo Enem 23
8	Avaliação em Matemática 25
9	Texto complementar: Leitura e Matemática no Ensino Médio 29
10	Sugestões complementares: cursos, leituras, recursos digitais e passeios 32
11	Observações e sugestões para as unidades e os capítulos
	Unidade 1 – Números e funções 42
	Capítulo 1 • Conjuntos numéricos 42
	Capítulo 2 • Funções 45
	Atividades complementares à Unidade 1 47
	Unidade 2 – Função afim e função quadrática 49
	Capítulo 3 • Função afim e função modular 50
	Capítulo 4 • Função quadrática 53
	Atividades complementares à Unidade 2 55
	Unidade 3 – Função exponencial e função logarítmica 60

Fonte Manual do Professor; Livro Contexto e Aplicações (2013) Vol.1. Dante; L.R. Pág.2.

Por fim, é importante citar as referências utilizadas pelo autor do livro para produção do livro didático, Visto que é na bibliografia que está contido outros autores que serviram como base para produção deste material.

Figura 24- Bibliografia utilizada pelo autor para produção do livro



Bibliografia

- ÁVILA, G. *Cálculo I: funções de uma variável*. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1982.
- ———. *Introdução às funções e à derivada*. São Paulo: Atual, 1995.
- BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Mirian de Godói. *Informática e educação*. Belo Horizonte: Autêntica, 2002. (Coleção Tendências em Educação Matemática).
- BOYER, Carl B. *História da Matemática*. São Paulo: Edgard Blücher/Edusp, 1974.
- CARAÇA, B. de J. *Conceitos fundamentais de Matemática*. Lisboa: Brás Monteiros, 1951.
- COLEÇÃO do Professor de Matemática. Rio de Janeiro: SBM, 1993. 14 v.
- D'AMBROSIO, U. *Da realidade à ação: reflexões sobre Educação Matemática*. Campinas: Ed. da Unicamp, 1986.
- DANTE, L. R. *Formulação e resolução de problemas de Matemática — Teoria e prática*. 1. ed. São Paulo: Ática, 2010.
- DAVIS, P. J.; HERSH, R. *A experiência matemática*. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1989.
- EVES, H. *Introdução à história da Matemática*. Campinas: Ed. da Unicamp, 1997.
- KRULIK, Stephen; REYS, Robert E. (Org.). *A resolução de problemas na matemática escolar*. Tradução de Hygino H. Domingues e Olga Cobre. São Paulo: Atual, 1997.
- LIMA, E. L. et al. *A Matemática do Ensino Médio*. Rio de Janeiro: SBM, 1997. (Coleção do Professor de Matemática, v. 1 e 2).
- LOURENÇO, Marcos. *Cabri-Geomètre: introdução e atividades*. Catanduva: Fafica, 2000.
- MIORIN, M. Â. *O ensino de Matemática: evolução e modernização*. Tese (Doutorado) — Faculdade de Educação Unicamp, 1998.
- PERELMANN, J. *Aprenda Álgebra brincando*. Tradução de Milton da Silva Rodrigues. São Paulo: Hemus, 1970.
- POLYA, G. *A arte de resolver problemas*. Rio de Janeiro: Interciência, 1986.
- ———. *Mathematical discovery*. New York: John Wiley & Sons, 1981. 2 v.
- REVISTA do Professor de Matemática. São Paulo: SBM, 1982/2013. v. 1 a 80.

Fonte: Livro Contexto e Aplicações (2013) Vol.1. Dante; L.R. Pág.293.

7. CONCLUSÃO

Ao realizarmos a leitura das unidades escolhidas para análise do livro, percebemos que o autor obteve êxito no que diz respeito às especificidades que um livro didático deve possuir, observamos que o material está em conformidade com todos os critérios adotados para análise, sendo difícil identificar erros e aspectos que possam vir a desqualificá-lo.

É possível destacar desde a linguagem clara e objetiva que faz uma “ponte” entre o professor, o livro e o aluno, a quantidade e variedade de exercícios, seguindo um progresso gradual de dificuldade, até mesmo a sugestão proposta de utilização de outros recursos para maximizar ainda mais o conhecimento do aluno.

Levando em consideração o que dizem grandes educadores, em especial os utilizados como base para essa análise, a respeito de como se aprender Matemática, o livro, nos capítulos analisados, a todo momento é fiel a proposta de como o material didático deve ser elaborado para potencializar o ensino-aprendizagem.

O livro traz nos capítulos que abordam o tema de funções, paralelos com a história bastante interessante, além de também trazer questões contextualizadas e que contemplam de maneira satisfatória o assunto, trazendo assim um conhecimento ainda maior para os alunos.

No que diz respeito ao desenvolvimento dos assuntos o autor retira o foco na memorização de fórmulas e propõe que os alunos usem mais o raciocínio e a lógica para construção de conhecimentos.

A Matemática é apresentada, nas unidades de interesse, de forma clara e sucinta, com aspectos históricos bastante interessantes e que geram no aluno a curiosidade de aprender, além de questões contextualizadas com temas do cotidiano do aluno.

A presença de gráficos, tabelas e imagens com representações claras e objetivas faz com que o aprendizado seja facilitado e os conteúdos sejam melhores aprendidos pelos estudantes.

É notório a preocupação do autor do livro para que o aluno se interesse pelo conteúdo de função trabalhado ao longo dos capítulos, como é um assunto sequencial, em que determinado conceito depende de outro previamente visto, ser muito bem trabalhado, de maneira detalhada e simplificada, é fundamental para uma

melhor compreensão, e isso fica evidente ao realizar a leitura dos capítulos selecionados.

Concluimos, portanto, ao elencar os aspectos positivos, que o livro do autor Luiz Roberto Dante é uma excelente opção para ser utilizado pelos professores do 1º ano de ensino médio para trabalhar o assunto de função. Esse tema que é bastante importante para a vida estudantil dos alunos. Logo a obra é uma excelente escolha para ser utilizada como ferramenta de auxílio para o ensino, pois facilitará o trabalho dos professores e maximizará o aprendizado dos alunos.

8. REFERÊNCIAS

ALVARES, B. A. **Livro didático: análise e seleção**. In: MOREIRA, M. A.; AXT, R. Tópicos em ensino de ciências. Porto Alegre: Sagra, 1991.

AUSUBEL, D.P., NOVACK, J.D. and HANESIAN.H, **Educational Psychology a cognitive view**, (2ºed) Nova York, Holt, Rinehart and Winston, 1978.

AUSUBEL, D.P; NOVAK, J. D; HANESIAN, H. **Psicologia educacional**. Rio de janeiro: Interamericana, 1980.

BITTENCOURT, C.M.F. **Livro didático e conhecimento histórico: uma história do saber escolar**. Tese (Doutorado)- FFLCH, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1993.

BOTON, J.M. **O processo de escolha do livro didático por professores: a evolução do PNLD e seus efeitos no ensino de ciências**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Santa Maria. 2014.

BRASIL. Constituição Da República Do Brasil. Diário Oficial da União - Seção 1, Página 11429. Lei de Diretrizes e Base da Educação, Lei nº4024, Brasília-DF, 1961. Disponível em: <<https://www2.camara.leg.br/legin/fed/lei/1960-1969/lei-4024-20-dezembro-1961-353722-publicacaooriginal-1-pl.html>>. Acesso em 14/01/2021.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio. Brasília: Ministério da Educação, 1999.

BRASIL. Secretária de Educação Básica. Guias do Programa Nacional Do Livro Didáticos: PNLD. 2018. Disponível em: < <http://portal.mec.gov.br/secretaria-de-educacao-basica/publicacoes/195-secretarias-112877938/seb-educacao-basica-2007048997/12637-guias-do-programa-nacional-do-livro-didatico>>. Acesso em 10 nov 2020.

BRUNER, J.S. **Uma Nova Teoria De Aprendizagem**. Rio de Janeiro, Bloch.1969(1ºed.),1976(2ºed).

BRUNER, J.S. **O Processo da Educação**. 3ºed. São Paulo. São Paulo, Nacional,1973.

CASTRO, L. L; ZACHEU, A.A.P. O. **Dos tempos imperiais ao PNLD: a problemática do livro didático no Brasil**. In: 14ª Jornada do Núcleo de Ensino de Marília, 2015.

DANTE, L. R. **Livro Didático de Matemática: uso ou abuso?** *Em Aberto*, Brasília, n. 69, jan./mar. 1996.

DANTE, L.R. **Matemática Contexto e Aplicações Dante**. Vol.1, 2. Ed. São Paulo:ática,2013.

DUVAL, R. **Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática**. In: **Aprendizagem em Matemática**. MACHADO, S. D. A. (org.). 2. Ed. Campinas: Papirus, 2003. Cap.1, p.11-33.

FILGUEIRAS, J.M. **As avaliações dos livros didáticos na Comissão Nacional do Livro Didático: a conformação dos saberes escolares nos anos de 1940**. *Revista Brasileira de História da Educação*, v. 13, n. 1 [31], jan./abril de 2013, p.159-192.

FILGUEIRAS, J. M. **As políticas para o livro didático durante a ditadura militar: a COLTED e a FENAME**. *Revista História da Educação*, Porto Alegre, v. 12, n. 45, p. 85-102, jan./abr. 2015.

FREITAS, Neli Klix; RODRIGUES, M. H. **O livro didático ao longo do tempo: a forma do conteúdo**. *DAPesquisa*, v. 3 n.5, P.300-307, 2008.

LIBÂNEO, J. C. **Didática**. 1. ed. São Paulo: Cortez, 1994.

LOPES, J.A. **Livro didático de matemática: concepção, seleção e possibilidade frente a descritores de análise e tendências em educação matemática**. Tese de Doutorado. Universidade Federal de Campinas- Faculdade de Educação. 2000.

MORAN, J.M. **Ensino e aprendizagem inovadores com tecnologias audiovisuais e telemáticas**. In: MORAN, J.; MASETTO, M.; BEHRENS, M. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. São Paulo: Editora Papirus, 2000. P.11-65.

MOREIRA, M.A. **Teorias de Aprendizagem**. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária Ltda.,1999.

SILVA, Marco Antônio. **A fetichização do livro didático**. **Educação e Realidade**, v. 37, n. 3, set./dez. de 2012, p. 803-821.

TARDIF, M.; RAYMOND, D. Saberes, **Tempo e Aprendizagem do trabalho no magistério**. São Paulo: Revista Educação e Sociedade, no 73, pp. 209-244, 2000.