



Universidade Federal da Paraíba
Centro de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica
Mestrado - Doutorado

**DESENVOLVIMENTO E CONSTRUÇÃO DE APARATO
EXPERIMENTAL PARA CARACTERIZAÇÃO DA
CAMADA LIMITE TÉRMICA LAMINAR COM BASE
EM MODELAGEM VIA GITT**

Por

Fábio Araújo de Lima

*Tese submetida à Universidade Federal da Paraíba para
obtenção do título de Doutor*

FÁBIO ARAÚJO DE LIMA

**DESENVOLVIMENTO E CONSTRUÇÃO DE APARATO
EXPERIMENTAL PARA CARACTERIZAÇÃO DA
CAMADA LIMITE TÉRMICA LAMINAR COM BASE
EM MODELAGEM VIA GITT**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal da Paraíba, em cumprimento às exigências para obtenção do Título de Doutor.

Orientador: Professor Dr. Francisco Antônio Belo

Catálogo na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

L732d Lima, Fábio Araújo de.

DESENVOLVIMENTO E CONSTRUÇÃO DE APARATO EXPERIMENTAL
PARA CARACTERIZAÇÃO DA CAMADA LIMITE TÉRMICA LAMINAR
COM BASE EM MODELAGEM VIA GITT / Fábio Araújo de Lima.

- João Pessoa, 2019.

110 f.

Orientação: Francisco Antônio Belo.

Tese (Doutorado) - UFPB/Tecnologia.

1. Camada Limite Térmica. 2. Sensor Capacitivo. 3.
Método Não Invasivo. 4. GITT. 5. PID. I. Antônio Belo,
Francisco. II. Título.

UFPB/BC

**DESENVOLVIMENTO E CONSTRUÇÃO DE APARATO
EXPERIMENTAL PARA CARACTERIZAÇÃO DA
CAMADA LIMITE TÉRMICA LAMINAR COM BASE
EM MODELAGEM VIA GITT**

Por

Fábio Araújo de Lima

Tese de Doutorado apresentada em 01 de novembro de 2019

Período letivo 2019.2



Prof. Dr. FRANCISCO ANTONIO BELO
Orientador - UFPB



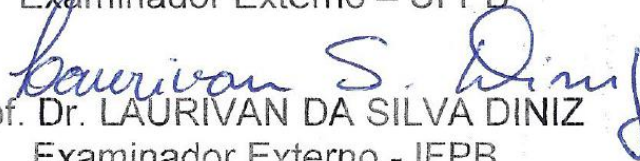
Prof. Dr. ABEL CAVALCANTE LIMA FILHO
Examinador Interno - UFPB



Prof. Dr. CARLOS ANTONIO GABRAL DOS SANTOS
Examinador Interno - UFPB



Prof. Dr. JEAN PIERRE VERONESE
Examinador Externo - UFPB



Prof. Dr. LAURIVAN DA SILVA DINIZ
Examinador Externo - IFPB

DEDICATÓRIA

Dedico o presente trabalho a minha querida mãe, Francisca Arlete, minha principal incentivadora e razão de eu ter chegado até aqui, a sua força de vontade e carinho sempre foram meus impulsionadores.

À minha avó *in memoriam*, Dona Chiquinha, sempre orgulhosa da batalha do neto.

À Minha noiva, Sayonara Maria, que me acompanhou lado a lado durante este percurso, ouvindo os desabafos diários e apontando caminhos e soluções.

Ao Meu querido pai, sempre em sua correria, lembrando aquela velha pergunta: E a máquina?

À Minha irmã Marcela Lima, aos meus tios Antônio, Maria e França e aos meus sogros Vilian e Miraci, presentes diariamente em minha vida apoiando minhas decisões e acreditando no meu trabalho.

Vá em busca do seu sonho. Se tropeçar,
não pare nem perca de vista sua meta.
Continue subindo. Só do alto podemos
apreciar toda a paisagem.

Autor desconhecido

AGRADECIMENTOS

Agradeço imensamente a Deus pela concretização deste sonho, pela saúde que me foi concedida durante este caminho, e pela sabedoria para avançar dia após dia.

Agradeço ao professor Francisco Antônio Belo, pela paciência e orientação durante estes 3 anos e meio.

Ao amigo, professor Dr. Jobson Francisco da Silva, grande engenheiro mecânico e exemplo diário de competência e amor pelo que faz.

Aos amigos Diógenes Montenegro e Tássio Borges, que estiveram presentes durante todo o desenvolvimento experimental do trabalho, auxiliando dia e noite, sábados domingos e feriados, meu muito obrigado.

Ao amigo Júlio César, exemplo de dedicação e empenho, sempre detalhista em seus desenhos e em suas ideias.

Ao amigo José Anselmo por seus conselhos sábios e por ser um exemplo ímpar de filho e pai.

Ao amigo José Kléber pelo acolhimento ao chegar em João Pessoa.

Aos meus orientadores de graduação e mestrado, professores Me. Samuel Alves da Silva e Dr. André Laurindo Maitelli, grandes incentivadores e grandes mestres.

Aos amigos que fiz durante o Doutorado, sempre presentes e disponíveis a contribuir tanto nas disciplinas quanto no projeto em si: Hugo Pimentel, Frank César, Thyago Vasconcelos, Dhiego Veloso, Gustavo Assad, Allan Giuseppe, Pedro Granville, Rennan Secundo, Everton Luna, Anderson Fortes, Vinícius Mafra, Eduardo Mendes, Eduardo (Dudão), Fabrício, Rafael, Kerolayne, Aline, Nayara, Fabiana, Ângelo Emiliavaca, Alan Gonçalves, Danyelson Barros, Alysson Silvestre, Renato de Souza, Kenny Rogers, Marlio, Francisco Jarbson, Márcio Rocha, Marciano Marinho e sua esposa Laura.

Aos professores, que durante as disciplinas transmitiram sempre da melhor forma o conhecimento para o avanço das nossas atividades, em nome dos professores Simplício Arnaud e Moisés Dantas agradeço a todos vocês.

Ao pessoal da equipe terceirizada, responsáveis pela limpeza diária dos nossos ambientes de atividades, em especial ao grande amigo Seu Nildo que sempre me divertia com suas histórias de pássaros e de times de futebol.

Aos amigos do IFPB, sempre preocupados com o encaminhamento das atividades e oferecendo ajuda e incentivo: Raphaell Maciel, Raphael Falcão, Joab Sobreira, Austriclínio, Martiliano Soares, Romeu Nunes, Valnyr Lira, Jailton Ferreira, Kléber Afonso, Francimar Barbosa, Gastão Coêlho, Henrique Alencar, Hugo Eduardo, Wilza Carla e George Cruz.

À diretora do IFPB Campus Cajazeiras, Lucrecia Petrucci, minha querida amiga e pessoa na qual me espelho diariamente.

Ao amigo e ex professor Juan Medeiros, que por diversas vezes me fez companhia durante suas viagens a João Pessoa.

Agradeço a cada amigo que fiz no dia a dia durante o período que estive em João Pessoa, no qual gostaria de citar o nome do vigilante do prédio em que moro, Antônio Santos.

Aos professores que compõem a banca examinadora, Dr. Abel Cavalcante, Dr. Laurivan Diniz, Dr. Jean Pierre e Dr. Carlos Antônio Cabral, agradeço de coração pelas contribuições.

Enfim, a todos que de forma direta ou indireta contribuíram para a conclusão deste trabalho.

A amizade desenvolve a felicidade e reduz o sofrimento, duplicando a nossa alegria e dividindo a nossa dor. A alegria de fazer o bem é a única felicidade verdadeira.”

Leon Tolstoi

DESENVOLVIMENTO E CONSTRUÇÃO DE APARATO EXPERIMENTAL PARA CARACTERIZAÇÃO DA CAMADA LIMITE TÉRMICA LAMINAR COM BASE EM MODELAGEM VIA GITT

RESUMO

O presente trabalho, tem por objetivo resolver o modelo matemático para caracterização da camada limite térmica laminar utilizando GITT (Técnica da Transformada Integral Generalizada) e a partir dos resultados obtidos dessa modelagem desenvolver e construir um aparato experimental capaz de realizar esta caracterização. A camada limite térmica, corresponde a uma variação no campo de temperatura, que ocorre numa estreita região junto à parede de um corpo sólido, quando o mesmo é exposto a um escoamento de um fluido a uma temperatura distinta da sua. Seu estudo é importante para diversas aplicações industriais, como em projeto de sistemas de arrefecimento para componentes eletrônicos, na captação de energia solar, reservatórios geotérmicos e recuperação avançada de petróleo. Os resultados de simulação apresentados serão confrontados com resultados encontrados na literatura especializada. Atualmente, as técnicas utilizadas para a verificação da camada limite térmica têm sido aplicadas por métodos invasivos. O protótipo desenvolvido para caracterização da camada limite térmica laminar será feito com base em um método não invasivo a partir do modelo do campo eletromagnético de um sensor capacitivo. Este sensor é constituído de duas placas semicilíndricas de cobre em posições opostas de um tubo de vidro borossilicato. O líquido que preenche o interior de um tubo em formato circular em conjunto com o tubo de vidro borossilicato, torna-se o dielétrico do capacitor constituído pelas placas, fazendo com que a resposta do sensor seja variável de acordo com as características do líquido que está presente no seu interior. Utilizou-se módulos termoeletrônicos para resfriamento do líquido no tubo e sensores do tipo PT-1000 para verificação da temperatura que foi controlada por controladores PID (Proporcional, Integral e Derivativo) sintonizados utilizando a técnica de Ziegler-Nichols.

Palavras – chave: Camada Limite Térmica. Sensor Capacitivo. Método Não Invasivo. GITT, PID.

DEVELOPMENT AND CONSTRUCTION OF EXPERIMENTAL APPARATUS FOR CHARACTERIZATION OF THE LAMINAR THERMAL BOUNDARY LAYER BASED ON MODELING VIA GITT

ABSTRACT

The present work aims to solve the mathematical model for characterization of the laminar thermal boundary layer using GITT (Generalized Integral Transform Technique) and with the results obtained from the modeling, to develop and build an experimental apparatus able to perform this characterization. A thermal boundary layer corresponds to a variation of the temperature field that occurs in a region near the wall of a solid body when it is exposed to fluid flow at a different temperature from its own. Studying it is important for many industrial applications, such as cooling system design for electronic components, solar energy capture, geothermal reservoirs, and advanced oil recovery. The simulation results presented will be confronted with the results existing in the specialized literature. Currently, the techniques used to verify the thermal boundary layer apply invasive methods. The prototype developed to characterize the thermal boundary layer will be built based on a non-invasive method from the electromagnetic field model of a capacitive sensor. This sensor consists of two semi-cylindrical copper plates in opposite positions of a borosilicate glass tube. The liquid that fills the interior of the circular tube together with the borosilicate glass tube becomes the dielectric of the capacitor made up of the plates, making the sensor's response vary according to the characteristics of the liquid that is present inside the tube. Thermoelectric modules for liquid cooling in the tube and PT-1000 sensors were used to check the temperature that was controlled by PID controllers (Proportional, Integral and Derivative) tuned using the Ziegler-Nichols technique.

Keywords: Thermal Boundary Layer. Capacitive Sensor. Mixture Analyzer. Non-Invasive Method. GITT.

SUMÁRIO

CAPÍTULO I	1
1. INTRODUÇÃO	1
1.1 MOTIVAÇÃO	1
1.2 OBJETIVO PRINCIPAL	2
1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	2
1.4 METODOLOGIA DE DESENVOLVIMENTO DA TESE	3
1.5 ESTRUTURA DA TESE	3
CAPÍTULO II.....	5
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	5
2.1 INTRODUÇÃO AO CAPÍTULO.....	5
2.2 CAMADA LIMITE HIDRODINÂMICA.....	5
2.3 O PROBLEMA HIDRONÂMICO E SEU MODELAMENTO MATEMÁTICO.....	7
2.3.1 MODELAMENTO MATEMÁTICO DO PROBLEMA TÉRMICO	10
2.3.2 ADIMENSIONALIZAÇÃO DO PROBLEMA.....	10
2.4 TRANSFORMADA INTEGRAL CLÁSSICA E TRANSFORMADA INTEGRAL GENERALIZADA.....	12
2.5 PROBLEMA DE AUTOVALOR AUXILIAR.....	15
2.5.1 DETERMINAÇÃO DO PAR DE FÓRMULAS TRANSFORMADA- INVERSA	15
2.5.2 TRANSFORMAÇÃO INTEGRAL DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS PARCIAIS.....	15
2.6 MÉTODO DA CONTAGEM DE SINAL EM PROBLEMAS DE DIFUSÃO DE CALOR E MASSA	16
2.7 CONSIDERAÇÕES DO CAPÍTULO.....	20
CAPÍTULO III	21
3. ESTADO DA ARTE	21
3.1 INTRODUÇÃO	21
3.2 CAMADA LIMITE TÉRMICA	21

3.2 CONTROLADOR PID	28
3.2.1 SINTONIA DO CONTROLADOR PID	29
3.3 CONSIDERAÇÕES DO CAPÍTULO	30
CAPÍTULO IV	31
4. SIMULAÇÕES E METODOLOGIA	31
4.1 INTRODUÇÃO	31
4.2 RESULTADOS TEÓRICOS (SIMULAÇÕES)	31
4.3 VALIDAÇÃO A PARTIR DA TEMPERATURA MÉDIA	38
4.4 CONSIDERAÇÕES DO CAPÍTULO	39
CAPÍTULO V	40
5. DESENVOLVIMENTO DE APARATO EXPERIMENTAL	40
5.1 INTRODUÇÃO	40
5.2 O ANALISADOR DE MISTURAS PELA POLARIZAÇÃO DIPOLAR	40
5.2.1 PEÇA PRINCIPAL COMPLETA E NÚCLEO DO ANALISADOR	41
5.2.2 PEÇA SECUNDÁRIA – BLOCO AJUSTADOR DE TEMPERATURA	43
5.2.3 CONTROLADOR DE TEMPERATURA DO BLOCO AJUSTADOR	45
5.3 CONTROLE DE FLUXO DO FLUIDO, CIRCUITO HIDRÁULICO PARA REFRIGERAÇÃO DO SISTEMA (CIRCUITO HIDRÁULICO 1)	46
5.4 CONTROLE DE FLUXO DO FLUIDO, CIRCUITO DO FLUIDO A SER ANALISADO (CIRCUITO HIDRÁULICO 2)	48
5.5 CONTROLE DO PROCESSO (ELETRÔNICA DO ANALISADOR)	49
5.5.1 SENSOR CAPACITIVO	51
5.5.2 TERMORESISTÊNCIA PT 1000	55
5.6 ALOCAÇÃO DE SENSORES NO ANALISADOR	56
5.7 ANALISADOR DE MISTURAS PELA POLARIZAÇÃO DIPOLAR PARA CARACTERIZAÇÃO DA CAMADA LIMITE TÉRMICA LAMINAR	58
5.8 IMPLEMENTAÇÃO DE SOFTWARE PARA CONTROLE DO PROCESSO EM <i>LABVIEW</i>	59
5.9 RESULTADOS EXPERIMENTAIS E SUAS DEFINIÇÕES	61
5.10 CALIBRAÇÃO DOS PTs-1000	61
5.11 APLICAÇÃO DOS CONTROLADORES PIDS NO SISTEMA	63
5.11.1 PIDS NO BLOCO AJUSTADOR	63
5.11.2 PIDS DO NÚCLEO DO ANALISADOR	65

5.12 CONSIDERAÇÕES DO CAPÍTULO	68
CAPÍTULO VI	69
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS	69
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	71
APÊNDICE 1.....	77
APÊNDICE 2.....	87

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 Efeito de uma superfície sólida sobre o perfil de velocidades. A camada limite aparece sombreada.	6
Figura 2.2 Camadas limite laminar e turbulenta (1: Camada limite laminar; 2: transição; 3: Camada limite laminar; 4: Ponto de separação; 5: Camada limite separada; 6: Camada limite turbulenta).	7
Figura 2.3 Escoamento unidimensional em regime permanente num duto circular. Fonte: GHIAASIAAN (2011).	8
Figura 3.1 Desenvolvimento da Camada Limite Térmica.....	21
Figura 3.2 Diagrama do Sistema de Controle Térmico.	28
Figura 4.1a. Camada Limite Térmica - Vazão 0,5L/min – Temperatura de 23°C	31
Figura 4.1b. Camada Limite Térmica - Vazão 0,5L/min – Temperatura de 24°C.....	32
Figura 4.1c. Camada Limite Térmica - Vazão 0,5L/min – Temperatura de 25°C.....	32
Figura 4.2a. Camada Limite Térmica - Vazão 1,0L/min – Temperatura de 23°C	33
Figura 4.2b. Camada Limite Térmica - Vazão 1,0L/min – Temperatura de 24°C	33
Figura 4.2c. Camada Limite Térmica - Vazão 1,0L/min – Temperatura de 25°C	33
Figura 4.3a. Camada Limite Térmica - Vazão 1,64L/min – Temperatura de 23°C	34
Figura 4.3b. Camada Limite Térmica - Vazão 1,64L/min – Temperatura de 24°C.....	35
Figura 4.3c. Camada Limite Térmica - Vazão 1,64L/min – Temperatura de 25°C.....	35
Figura 4.4a. Valores para evolução do campo de temperatura para vazão de 1,64L/min, considerando temperatura de 20°C na parede e 23°C para o fluido de entrada.	37
Figura 4.4b. Valores para evolução do campo de temperatura para vazão de 1,64L/min, considerando temperatura de 20°C na parede e 23°C para o fluido de entrada.....	37
Figura 4.4c. Valores para evolução do campo de temperatura para vazão de 1,64L/min, considerando temperatura de 20°C na parede e 23°C para o fluido de entrada.....	38
Figura 5.1. Peça Principal Completa e Núcleo do Analisador	42
Figura 5.2. Serpentina Helicoidal (10 metros de comprimento, alocados em uma peça com 310mm de diâmetro por 11mm de altura.....	43
Figura 5.3. Peça secundária - Ajustador de Temperatura com Serpentinhas Helicoidais.	44

Figura 5.4. Equação característica de evolução teórica da temperatura no Bloco Ajustador	45
Figura 5.5. Controlador de Temperatura do Bloco Ajustador	46
Figura 5.6. Reservatório de Armazenamento do Fluido de Resfriamento	47
Figura 5.7. Diagrama Hidráulico do Circuito de Refrigeração do Analisador	47
Figura 5.8. Circuito Hidráulico desenvolvido para o Fluido de Análise	48
Figura 5.9. Medidor Digital de Vazão e Verificador de Temperatura do Fluido	49
Figura 5.10. Diagrama Elétrico.	50
Figura 5.11 Sensor Capacitivo.	52
Figura 5.12 Posicionamento do sensor capacitivo na peça principal. a) Corte com visão do sensor, b) Peça Principal com Sensor.	52
Figura 5.13 Representação de corte transversal do sensor com escoamento e seus elementos de polarização e de escoamento e elétrico.....	53
Figura 5.14 Túneis de Vento para resfriamento dos circuitos de potência.....	55
Figura 5.15 PT 1000.	56
Figura 5.16. Detalhamento de Entradas e Saídas dos posicionadas no analisador de misturas a) Posicionamento das Pastilhas Peltier na Peça Principal, b) Posicionamento dos PTs-1000 na Peça Principal, c) Posicionamento dos PTs-1000 e Pastilhas Peltier no Bloco Ajustador de Temperatura das Serpentinhas, d) Posicionamento dos PTs-1000 e Peltier no Controlador de Temperatura do Bloco Ajustador.	57
Figura 5.17. Analisador de Misturas Pela Polarização Dipolar para Caracterização da Camada Limite Térmica Laminar.....	58
Figura 5.18. Distribuição dos componentes pela estrutura.....	59
Figura 5.19a. Painel Frontal <i>LabVIEW</i>	60
Figura 5.19b. Painel Frontal <i>LabVIEW</i>	60
Figura 5.20. Calibração dos PTs.....	62
Figura 5.21. Disposição dos TEMs conforme aplicação dos PIDs, a) Bloco Ajustador, b) Núcleo do Analisador.	63
Figura 5.22. Temperatura na Parte Superior do Bloco Ajustador	64
Figura 5.23. Temperatura na Parte Inferior do Bloco Ajustador.....	64
Figura 5.24. Funcionamento dos PIDs do Bloco Ajustador simultaneamente.....	65
Figura 5.25. Temperatura no Meio do Núcleo Analisador.....	66
Figura 5.26. Temperatura na Saída do Núcleo Analisador.....	66

Figura 5.27. Funcionamento dos PIDs do Núcleo Analisador funcionando
simultaneamente.....67

Figura 5.28. Funcionamento dos PIDs do Núcleo Analisador simultaneamente.....68

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1. Resumo dos principais pontos considerados em trabalhos anteriores e no presente trabalho.....	26
Tabela 3.2. Sintonia Ziegler-Nichols Malha Fechada	30
Tabela 4.1. Valores para evolução do campo de temperatura para vazão de 0,5L/min ..	32
Tabela 4.2. Valores para evolução do campo de temperatura para vazão de 1,0L/min .	34
Tabela 4.3. Valores para evolução do campo de temperatura para vazão de 1,64 L/min	35
Tabela 4.4 Comparação dos valores de $1,0 - \Theta(\xi)$ médio para o fluido newtoniano com temperatura constante na parede e excluindo a condução axial.	38
Tabela 5.1. Constantes obtidas na Calibração	62
Tabela 5.2. Sintonia dos PIDs do Bloco Ajustador	65
Tabela 5.3. Sintonia dos PIDs do Núcleo Analisador	67

LISTA DE SÍMBOLOS

<i>A</i>	Área
<i>c_p</i>	Calor Específico (a pressão constante)
<i>D_h</i>	Diâmetro Hidráulico do Tubo
<i>k</i>	Condutividade Térmica [W/mK]
<i>K_d</i>	Ganho derivativo
<i>K_i</i>	Ganho integrativo
<i>K_p</i>	Ganho proporcional
<i>L/min</i>	Litros por Minuto
<i>m</i>	Metro
<i>mm</i>	Milímetro
<i>NPO</i>	Não Polarizado
<i>P</i>	Pressão
<i>P_{cr}</i>	Período Crítico
<i>Pr</i>	Número de Prandtl Adimensional
<i>Q_c</i>	Taxa de remoção de calor da junção fria
<i>r</i>	Raio
<i>R</i>	Raio Adimensional
<i>Re_d</i>	Número de Reynolds Adimensional
<i>R_p</i>	Resistência elétrica dos materiais semicondutores
<i>S</i>	Coefficiente de Seebeck

t_d	Tempo Derivativo
t_i	Tempo Integral
T	Temperatura
T_0	Temperatura de Entrada do Fluido
T_w	Temperatura na Parede do Tubo
U	Velocidade Longitudinal Adimensional
u	Velocidade Longitudinal de Escoamento do Fluido [m/s]
u_m	Velocidade Média de Escoamento [m/s]
v	Componente Radial da Velocidade
v_{sc}	Tensão no Sensor Capacitivo
ν	Viscosidade Cinemática do Fluido
α	Difusividade Térmica
τ_d	constante de tempo derivativo
τ_i	constante de tempo integrativo
Π	Coefficiente de Peltier
θ	Temperatura Adimensional
ξ	Direção Axial Adimensional
ρ	Massa Específica [kg/m ³]
μ	Viscosidade Dinâmica [Ns/m ²]
°C	Graus Celsius

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

AMPD	Analisador de Misturas pela Polarização Dipolar
AI	Abreviatura do Inglês <i>Analog Input</i> [= Entrada Analógica]
AO	Abreviatura do Inglês <i>Analog Output</i> [= Saída Analógica]
CAPsensor	Sensor Capacitivo
CAPfixo	Entrada Fixa do sensor Capacitivo
CCP	Condição de Contorno na Parede
CLP	Controlador Lógico Programável
CLT	Camada Limite Térmica
CPU	Abreviatura do Inglês <i>Central Processing Unit</i> [= Unidade Central de Processamento]
Daq	Dispositivo de Aquisição de Dados
DEV	Abreviatura do Inglês <i>Development</i> [= Desenvolvimento]
ESP	Espessura
EXP	Experimental
FEBRAN	Feira Brasileira de Negócios
FORTTRAN	<i>Formula Translation System</i>
GITT	Abreviatura do Inglês <i>Generalized Integral Transform Technique</i> [= Técnica da Transformada Integral Generalizada]
GPICEEMA	Grupo de Pesquisa em Instrumentação e Controle em Estudo de Energia e Meio Ambiente
GT	Gerador de Turbulência

I	Integral
LabVIEW	<i>Laboratory Virtual Instrument Engineering Workbench</i>
MDF	Método de Diferenças Finitas
MEF	Método dos Elementos Finitos
MM	Modelamento Matemático
P	Proporcional
PCS	Abreviatura do Inglês <i>Process Control System</i> [= Sistema de Controle de Processo]
PD	Proporcional Derivativo
PI	Proporcional Integral
PID	Proporcional Integral Derivativo
PIV	Abreviatura do Inglês <i>Particle Image Velocimetry</i> [= Imagem das Velocidades das Partículas]
PPGEM	Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica
PPM	Partes Por Milhão
PT	Abreviatura do Inglês <i>Platinum Thin</i> [= Platina Fina]
PTcav	PT da cavidade da câmara do Sensor Capacitivo
PTin	PT da cavidade da entrada da peça principal do analisador
PTout	PT da cavidade da saída da peça principal do analisador
PTsen	PT próximo ao sensor Capacitivo
PWM	Abreviatura do Inglês <i>Pulse Width Modulation</i> [= Modulação por Largura de Pulso]
P1 a P7	Peltier 1 a Peltier 7
SAE	Abreviatura do Inglês <i>Society of Automotive Engineers</i> [= Sociedade de Engenharia Automotiva]
SINST/PADCT	Seminário de Instrumentação e Exposição de Protótipos

TEM	Abreviatura do Inglês <i>Thermoelectric Module</i> [= Módulo Termoelétrico]
USB	Abreviatura do Inglês <i>Universal Serial Bus</i> [= Porta Universal]

CAPÍTULO I

1. INTRODUÇÃO

1.1 MOTIVAÇÃO

A mecânica dos fluidos sempre despertou interesse entre os físicos e os matemáticos, devido a sua variedade de aplicações no campo de engenharia. Baseado nas equações de Euler para um fluido ideal surgiu a teoria da hidrodinâmica, no entanto, em muitos casos haviam contradições entre os resultados teóricos e experimentais, em especial, em casos relacionados a previsão do arrasto.

Devido essas contradições, os engenheiros da época criaram a ciência de hidráulica, baseando-se em um grande número de dados experimentais, diferenciando-se assim da teoria clássica da hidrodinâmica. Porém, percebeu-se, que muitos experimentos falhavam devido a não consideração das teorias das forças viscosas. Devido à complexidade imposta pelas equações de Navier-Stokes, que regem o movimento de um fluido. Descrever um escoamento só era realmente possível desconsiderando a influência dos termos viscosos. Assim, o motivo de se obter bons resultados utilizando essas equações, é que os dois fluidos de maior importância tecnológica, água e ar, possuem viscosidade muito baixa.

Em 1904 Ludwig Prandtl mostrou através de diversos experimentos teóricos e práticos que o escoamento de um corpo pode ser dividido em duas regiões: uma camada fina ao redor do corpo denominada de camada limite, local onde as forças viscosas são importantes e devem ser consideradas e, uma região externa ao corpo, onde as forças viscosas podem ser desprezadas. Partindo deste princípio, Prandtl pôde deduzir as chamadas equações de camada limite, capazes de demonstrar bem os efeitos viscosos de maneira mais simples que as equações de Navier-Stokes.

Devido à tamanha importância citada, o presente trabalho anseia caracterizar a camada limite térmica laminar de forma teórica e a partir dos resultados obtidos dessa caracterização, desenvolver e construir um aparato experimental capaz de controlar as temperaturas de tubos circulares de aço inox permitindo, a partir deste controle, realizar experimentos para a caracterização da camada limite térmica laminar utilizando um sensor capacitivo desenvolvido pelo GPICEEMA.

Para solução do modelo matemático será utilizada a Técnica da Transformada Integral Generalizada (GITT) e sua implementação será feita em linguagem *FORTTRAN*. No controle de temperatura do fluido em escoamento no aparato experimental construído serão utilizados microtermopares e pastilhas Peltier com base em circuitos desenvolvidos pelo GPICEEMA. Será desenvolvida uma interface em ambiente *LabVIEW*, onde serão calculados e lançados os ganhos para controladores PID (Proporcional, Integral e Derivativo), que ajustarão as temperaturas do processo uniformizando-as nas paredes dos tubos de aço inox e aproximando-se do modelo teórico para verificação de dados.

1.2 OBJETIVO PRINCIPAL

- Utilizar a Técnica da Transformada Integral Generalizada (GITT) para realizar estudo detalhado do campo de temperatura em tubos circulares considerando a camada limite térmica, comparar os resultados com a literatura especializada e com base neste estudo teórico desenvolver e construir aparato experimental com controle de temperatura utilizando controlador Proporcional, Integral e Derivativo (PID).

1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Realizar um estudo detalhado sobre camada limite térmica;
- Mostrar aplicações da GITT detalhando o porquê de sua escolha no desenvolvimento do trabalho;
- Apresentar simulações com dados numéricos e gráficos dos campos de temperatura;
- Fazer o controle PID de temperatura do hardware desenvolvido;
- Desenvolver Interface em ambiente *LabVIEW* para controle de temperatura do hardware;

1.4 METODOLOGIA DE DESENVOLVIMENTO DA TESE

- Realizar o levantamento do estado da arte no contexto da mecânica dos fluidos e transferência de calor por convecção;
- Estudar as principais concepções teóricas para caracterização da camada limite térmica laminar;
- Mostrar a metodologia da GITT e algumas de suas aplicações;
- Mostrar resultados obtidos a partir de simulações realizadas em linguagem *FORTRAN*;
- Mostrar os resultados teóricos com características obtidas para a camada limite térmica laminar;
- Descrever a mecânica do hardware desenvolvido com detalhes, demonstrando o seu desenvolvimento e construção;
- Detalhar funcionamento do aparato experimental e comparar, quando possível, os resultados obtidos com os apresentados teoricamente.

1.5 ESTRUTURA DA TESE

Esta tese está organizada do seguinte modo:

- O capítulo I comenta a motivação do trabalho, seus objetivos, geral e específicos, e a metodologia proposta ao seu desenvolvimento.
- No capítulo II, consta a fundamentação teórica com conceitos sobre camada limite hidrodinâmica e térmica, sua importância na indústria atual, as suas diversas aplicações em trabalhos científicos e a solução matemática com GITT para resolução do problema proposto.
- O capítulo III, trata da estratégia de controle que se pretende utilizar para o controle de temperatura ao longo do tubo circular, explicando o porquê desta escolha. Conceitua-se e detalha-se a camada limite térmica, além de apresentar o estado da arte sobre a mesma com base nos artigos científicos da literatura especializada.
- No capítulo IV, são apresentados os resultados teóricos obtidos a partir das simulações desenvolvidas em linguagem *FORTRAN*, apresentando comentários detalhados sobre a eficiência do modelo proposto e comparando com resultados

apresentados em artigos científicos e livros que tratam cuidadosamente do tema estudado.

- O capítulo V, apresenta uma descrição detalhada do projeto e desenvolvimento (mecânico, elétrico e computacional), da montagem do *hardware*, e da utilização de *softwares* de controle elaborados para o devido funcionamento do sistema;
- Por fim, no capítulo VI, são apresentadas as considerações finais e perspectivas futuras para o trabalho.

No apêndice 1 apresenta-se os detalhes a adimensionalização do problema utilizando o método da GITT e o apêndice 2 traz gráficos extras que detalham a caracterização da camada limite térmica laminar.

CAPÍTULO II

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 INTRODUÇÃO AO CAPÍTULO

Neste capítulo será apresentada a fundamentação teórica sobre a camada limite hidrodinâmica e seu modelo matemático. Em seguida, será desenvolvido o modelo matemático para o problema térmico. Por fim, será analisado o modelo proposto neste trabalho por meio da Técnica da Transformada Integral Generalizada (GITT).

2.2 CAMADA LIMITE HIDRODINÂMICA

De acordo com FOX (2006), a ciência da hidrodinâmica teórica evoluiu a partir das equações de Euler, isso para fluidos não viscosos, no entanto, muitos resultados obtidos contradiziam os resultados experimentais, engenheiros práticos desenvolveram suas próprias artes empíricas dando origem à hidráulica. Partindo das contribuições realizadas por Ludwig Prandtl em 1904, o conceito de camada limite foi originalmente introduzido, alterando os caminhos da mecânica dos fluidos que antes considerava duas direções, a hidrodinâmica teórica e a hidráulica. Tratando-se da teoria da camada limite, existe uma pequena região próxima a parede em que o efeito viscoso é preponderante, e na parede a velocidade é nula. Fora da camada limite, o fluido se comporta como ideal (sem efeito viscoso). A teoria da camada limite foi inicialmente observada em placas planas e isotérmicas, e com a variação do número de Reynolds percebia-se que o comprimento da camada limite não era o mesmo.

Devido à pequena espessura da camada limite, qualquer medida intrusiva iria modificar o campo de escoamento e impossibilitar a validação experimental. O estudo

avançou para a teoria da camada limite em dutos e ainda para situações mais complexas, aquelas que levam em conta a convecção (SILVA, 2016).

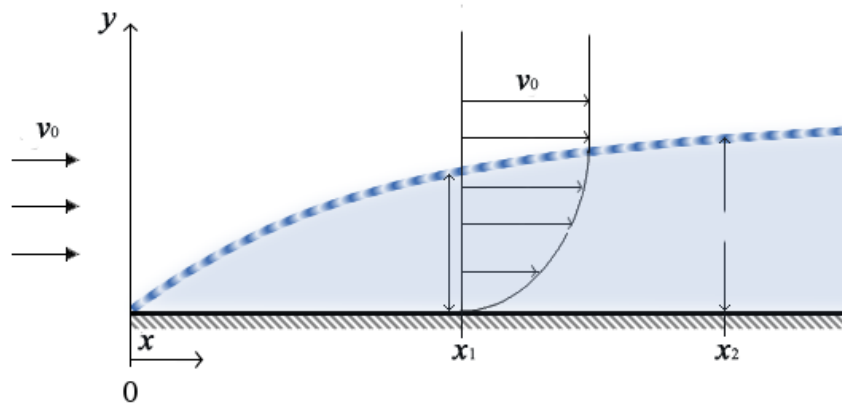


Figura 2.1. Efeito de uma superfície sólida sobre o perfil de velocidades. A camada limite aparece sombreada. Fonte: ÇENGEL e GHAJAR (2012).

O elo entre teoria e prática que faltava e impedia os resultados simulados e experimentais de convergirem foi a descoberta da camada limite, marcando assim o começo da era moderna da mecânica dos fluidos.

A troca de calor entre um corpo sólido e um fluido é um fenômeno físico que se relaciona intimamente à ciência da mecânica dos fluidos. Sobre o campo do escoamento ocorre um fluxo de calor, fazendo com que a completa descrição do fenômeno seja demonstrada pelas equações do movimento de um fluido e da energia. É fato comum que existe uma analogia entre os processos de troca de quantidade de movimento e de calor, de modo que a distribuição geométrica dos campos de velocidade e de temperatura apresentam semelhanças.

ÇENGEL e GHAJAR (2012), esclarecem que são três os mecanismos básicos de transferência de calor: condução, convecção e radiação. Concluem ainda que, condução e convecção são semelhantes, no fato de que requerem a presença do meio material, entretanto, são diferentes, pois a convecção exige a presença de movimento de fluido. O que dificulta a transferência de calor por convecção é o fato de que a mesma envolve movimento do fluido e condução de calor.

A camada limite pode ser laminar ou turbulenta. Os coeficientes de convecção são em geral maiores para o escoamento turbulento do que para o escoamento laminar. Num mesmo escoamento podem existir os dois tipos de camada limite, sendo necessário contabilizar ambos para o cálculo do coeficiente de convecção médio. O comprimento da

zona laminar pode ser, ou não, desprezado, consoante à geometria e à velocidade do escoamento (SILVA, 2016).

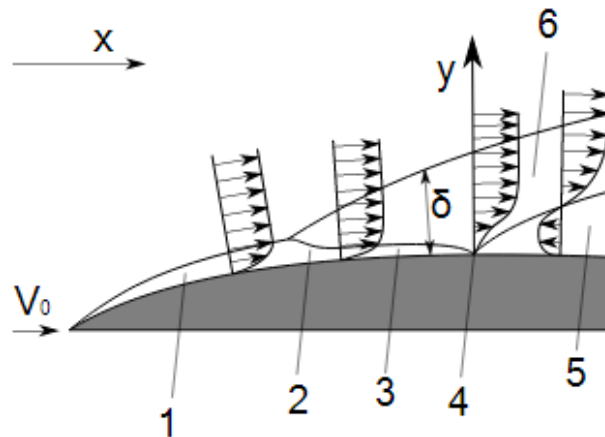


Figura 2.2. Camadas limite laminar e turbulenta (1: Camada limite laminar; 2: transição; 3: Camada limite laminar; 4: Ponto de separação; 5: Camada limite separada; 6: Camada limite turbulenta). Fonte: ÇENGEL e GHAJAR (2012).

Neste trabalho será analisada a camada limite térmica laminar conceituada e detalhada em seção posterior. Um ponto importante a ser frisado é que não é possível analisar ao mesmo tempo a camada limite térmica e a hidrodinâmica (apesar de ser necessário verificar o modelamento hidrodinâmico para apresentação de resultados), existem muitos métodos para avaliar a camada limite hidrodinâmica como laser, por exemplo, ou mesmo por fotografias da camada ao longo de seu desenvolvimento, como a camada está se desenvolvendo em um tubo, ou seja, internamente, não é possível verificar. Para se analisar a camada limite hidrodinâmica no processo abordado nesse trabalho, seriam necessárias inserções de medidores de velocidade na entrada do tubo e também em locais específicos entre as conexões das serpentinas helicoidais que serão tratadas no próximo capítulo, não sendo esse o objetivo desta tese.

2.3 O PROBLEMA HIDRONÂMICO E SEU MODELAMENTO MATEMÁTICO

A movimentação de um fluido por uma superfície, ou seja, o seu escoamento e a transferência de calor entre este e a superfície, dependem de diversos fatores, como por exemplo, o modo como se define o escoamento (regime transiente ou permanente), as condições de contorno, o meio de propagação do calor, conforme citado por ÇENGEL e GHAJAR (2012), condução, convecção ou radiação. Como trataremos de camada limite

térmica é de fundamental importância a verificação do modelo matemático do problema hidrodinâmico.

Considerando o escoamento de Hagen-Poiseuille, conforme pode-se observar na Figura 2.3.

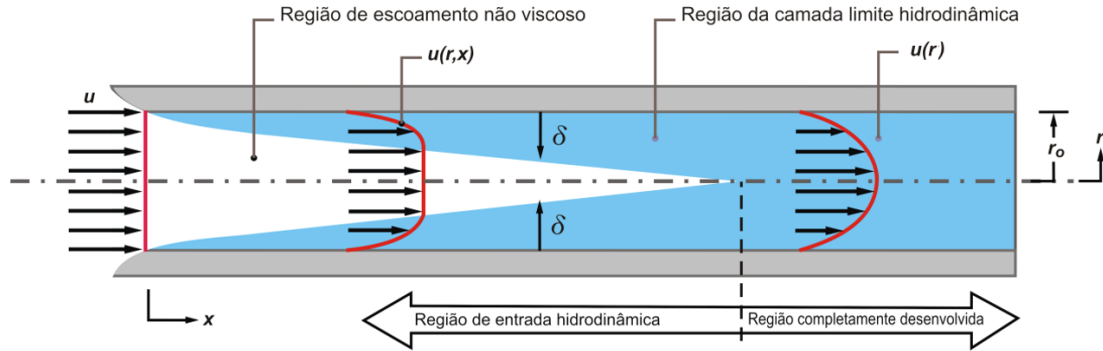


Figura 2.3. Escoamento unidimensional em regime permanente num duto circular.

Fonte: GHIAASIAAN (2011).

Para que o problema seja formulado algumas considerações devem ser realizadas: Desprezam-se os efeitos de radiação; Escoamento laminar e completamente desenvolvido; Condução unidirecional em regime permanente; sem geração interna de energia; Temperatura inicial uniforme e Sistema de coordenadas cilíndricas com simetria radial.

Segundo DEWITT *et al.* (2008) a forma do perfil de velocidade pode ser determinada, pois a componente radial da velocidade (v) e o gradiente da componente axial da velocidade ($\frac{\partial u}{\partial x}$) são iguais a zero. Assim, a equação para conservação do momento na direção longitudinal x é:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{du}{dr} \right) - \frac{1}{\mu} \frac{dP}{dx} = 0, \quad \text{com } 0 < r < r_0 \quad (2.1)$$

Onde x e r são as coordenadas na direção do eixo x e na direção radial, respectivamente. A variável u representa a velocidade de escoamento do fluido, em função da direção radial, e P é a pressão em que se encontra o fluido em função do comprimento do duto, ou seja, da direção x .

As condições de contorno para a Equação (2.1) são as seguintes:

$$\frac{\partial u}{\partial r} = 0 \quad \text{em } r = 0 \quad (2.2a)$$

$$u = 0 \quad \text{em } r = r_0 \quad (2.2b)$$

A condição de contorno (2.2a) é devido a velocidade u , ser máxima no centro do tubo e a condição (2.2b) é devido a condição de não deslizamento na superfície interna do tubo. A solução da equação (2.1) sujeita as condições de contorno (2.2a) e (2.2b), após algumas manipulações matemáticas é dada por:

$$u(r) = \frac{r^2}{4\mu} \frac{dP}{dx} - \frac{r_0^2}{4\mu} \frac{dP}{dx} \quad (2.3)$$

Reorganizando os termos, tem-se a equação (2.3) da seguinte forma:

$$u(r) = -\frac{dP}{dx} \frac{r_0^2}{4\mu} \left[1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right] \quad (2.4)$$

Da equação (2.4) pode-se perceber que o perfil de velocidade é parabólico e que o gradiente de pressão é sempre negativo. Além disso, ela pode ser usada para determinar a velocidade média do escoamento.

A velocidade média é dada por:

$$u_m = \frac{1}{A} \int_A u(r) dA \quad (2.5)$$

Onde A é a área da seção transversal do tubo circular. Agora, substituindo a equação (2.4) na equação (2.5), resulta: (BORGES *et al.*, 2017).

$$u_m = -\frac{r_0^2}{8\mu} \frac{dP}{dx} \quad (2.6)$$

Dividindo-se a equação (2.4) pela equação (2.6) resulta:

$$\frac{u(r)}{u_m} = 2 \left[1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right] \quad (2.7)$$

2.3.1 MODELAMENTO MATEMÁTICO DO PROBLEMA TÉRMICO

O problema físico consiste no escoamento de um fluido em um duto circular como representado na Figura 2.3. Considerando que o regime de escoamento é laminar e permanente, e que o fluido é incompressível com propriedades termofísicas constantes, pode-se escrever a equação da energia, as condições de contorno e de entrada para o sistema de coordenadas cilíndricas respectivamente por:

Equação da Energia:

$$\rho c_p u(r) \frac{\partial T(x, r)}{\partial x} = k \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T(x, r)}{\partial r} \right) \right]; \quad 0 < r < r_0, \quad x > 0 \quad (2.8a)$$

Condições de contorno:

$$\frac{\partial T(x, r)}{\partial r} = 0, \quad r = 0, \quad x > 0 \quad (2.8b)$$

$$k \frac{\partial T}{\partial r} + h(T(x, r) - T_\infty) = 0, \quad r = r_0, \quad x > 0 \quad (2.8c)$$

Condição de entrada:

$$T(x, r) = T_0, \quad x = 0 \quad (2.8d)$$

Onde ρ , c_p e k representam respectivamente para o fluido: a massa específica, o calor específico a pressão constante e a condutividade térmica. O perfil de velocidade do escoamento laminar completamente desenvolvido é representado por $u(r)$.

2.3.2 ADIMENSIONALIZAÇÃO DO PROBLEMA

Com o objetivo de resolver uma família de problemas que sejam definidas pelo modelo proposto, serão utilizados os seguintes parâmetros e grupos adimensionais (GHIAASIAAN, 2011):

$$R = \frac{r}{r_0} \quad \text{Raio adimensional} \quad (2.9a)$$

$$U(R) = \frac{u(r)}{u_m} \quad \text{Velocidade adimensional} \quad (2.9b)$$

$$\theta(R, \xi) = \frac{T(x, r) - T_\infty}{T_0 - T_\infty} \quad \text{Temperatura adimensional} \quad (2.9c)$$

$$\xi = \frac{2x}{D_h Re_a Pr} \quad \text{Direção axial adimensionalizada} \quad (2.10d)$$

Onde T_∞ e T_0 representam respectivamente a temperatura na parede do tubo e a temperatura de entrada do fluido, Re_D e Pr são números adimensionais, chamados respectivamente de número de Reynolds e número de Prandtl, consideram-se ainda números de Biot (Bi) e Nusselt (Nu), cujas definições são representadas por:

$$Bi = \frac{hr_0}{k} \quad \text{Número de Biot} \quad (2.10e)$$

$$Re_D = \frac{u_m D_h}{\nu} \quad \text{Número de Reynolds} \quad (2.10f)$$

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad \text{Número de Prandtl} \quad (2.10g)$$

$$Nu = f(Re, Pr) \quad \text{Número de Nusselt} \quad (2.10h)$$

$$\alpha = \frac{k}{\rho c_p} \quad \text{Difusividade Térmica} \quad (2.10i)$$

Com u_m representando a velocidade média do escoamento, D o diâmetro interno do tubo, ν , a viscosidade cinemática do fluido e α sua difusividade térmica.

O coeficiente, número ou módulo de Reynolds é uma grandeza adimensional usada em mecânica dos fluidos para definir se o tipo de escoamento é laminar ou turbulento.

O número de Nusselt representa a razão entre a transferência de calor de um fluido por convecção (ou seja, a transferência do fluido em movimento) e a condução (que pode ser considerada um caso extremo de convecção, ou seja, a convecção de um fluido em repouso). Considerando uma camada de fluido de espessura L e com uma diferença de temperatura ΔT entre suas superfícies: $Nu = \frac{hL}{K_f}$, onde L é o comprimento característico, h é o coeficiente de transferência térmica e K_f é a condutividade térmica do fluido (ÇENGEL; GHAJAR, 2012).

O número de Biot (Bi) é um parâmetro adimensional que fornece um índice da razão entre o coeficiente de transferência convectiva de calor na superfície do sólido e a condutância específica do sólido, a razão das resistências dentro de um corpo e na sua superfície.

Fazendo uso dos parâmetros e grupos adimensionais definidos anteriormente, após algumas manipulações matemáticas (devidamente demonstradas no apêndice deste trabalho), a equação da energia, condições de contorno e de entrada vão assumir as seguintes formas adimensionais:

Equação da energia adimensionalizada:

$$U(R) \frac{\partial \theta(\xi, R)}{\partial \xi} = \frac{2}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left[R \frac{\partial \theta(\xi, R)}{\partial R} \right]; 0 < R < 1, \xi > 0 \quad (2.11a)$$

Condições de contorno adimensionalizadas:

$$\left. \frac{\partial \theta(\xi, R)}{\partial R} \right|_{R=0} = 0, R = 0; \xi > 0 \quad (2.11b)$$

$$\frac{\partial \theta(\xi, R)}{\partial R} + Bi \theta(\xi, R) = 0 \quad R = 1, \xi > 0 \quad (2.11c)$$

Condição de entrada adimensionalizada:

$$\theta = 1; \xi = 0, 0 \leq R \leq 1 \quad (2.11d)$$

O perfil de velocidade adimensional torna-se:

$$U(R) = 2[1 - R^2] \quad (2.12)$$

2.4 TRANSFORMADA INTEGRAL CLÁSSICA E TRANSFORMADA INTEGRAL GENERALIZADA

Devido ao avanço da tecnologia nos últimos anos, surgem problemas cada vez mais complexos nas engenharias, as soluções destes problemas exigem cada vez mais precisão e tempos de resolução menores, objetivando o aproveitamento máximo dos recursos utilizados para determinado fim. Para resolver e analisar melhor estes problemas, o surgimento de computadores com processamento de grande capacidade tem se

mostrado uma excelente solução. Porém a maioria destes problemas são resolvidos utilizando métodos numéricos específicos, já que não apresentam solução analítica.

A Técnica da Transformada Integral Clássica tem sido empregada para resolver analiticamente e numericamente problemas de difusão de calor e massa, transformando equações diferenciais parciais em equações diferenciais ordinárias não acopladas, tornando assim uma alternativa viável.

M. D. MIKHAILOV (1984) apresenta sete classes de problemas de difusão de calor e massa que podem ser resolvidos com a utilização de Transformadas Integrais, no entanto, é necessário observar que esta técnica tem uso restrito a sistemas lineares que apresentam a possibilidade de serem transformados em sistemas não acoplados.

Em aplicações práticas da engenharia, a GITT apresenta soluções bem sucedidas na análise de equipamentos termo hidráulicos, aerodinâmica de veículos espaciais, processos de secagem, resfriamento de equipamentos eletrônicos, reservatórios de petróleo, entre outros.

COTTA (1993), explica em seu livro que é necessário seguir alguns passos para a resolução de problemas utilizando GITT; os passos em sua sequência de projeto são listados a seguir:

1. Escolha de um problema de autovalor auxiliar apropriado, o qual deve conter o máximo de informações possíveis sobre o problema original, no que diz respeito à geometria e operadores a serem eliminados pela transformada integral. Quanto maior o número de informações contidas no problema auxiliar mais desacoplado será o sistema de equações diferenciais resultantes e menor o número de termos necessários ao truncamento do sistema.
2. Desenvolvimento de um par transformada-inversa, a partir da propriedade da ortogonalidade das autofunções para transformação do problema original e posterior inversão dos campos transformados obtidos, pode-se observar ainda esta afirmativa em M. D. MIKHAILOV (1984).
3. Transformação integral da equação diferencial parcial, reduzindo o problema original num sistema infinito e acoplado de equações diferenciais ordinárias;
4. Resolução do sistema de equações diferenciais ordinárias, após o truncamento desse sistema infinito, encontrando-se os potenciais transformados. O truncamento deve ser feito de tal forma a garantir que a solução do sistema convirja dentro de um determinado critério pré-estabelecido, para este tipo de

solução normalmente se utilizam rotinas computacionais que podem ser desenvolvidas em programas a exemplo do *FORTRAN*.

5. Utilização da fórmula de inversão para recuperar os potenciais originais, por meio dos potenciais transformados que já foram calculados no passo anterior. Então, a solução final é analítica ou híbrida analítico-numérica, se alguma das variáveis foi resolvida numericamente.

Vários pesquisadores têm utilizado a GITT nas soluções dos mais diversos tipos de problemas de difusão de calor e massa.

SILVA *et al.* (1992), utilizou a GITT no problema de desenvolvimento simultâneo da velocidade e temperatura em escoamento laminar de fluido Newtoniano, em um canal de placas paralelas.

SERFATY (1997), estudou com o auxílio da GITT, o problema difusivo não linear em regime transiente com propriedades térmicas dependentes da temperatura em geometrias uni, bi e tridimensionais cartesianas. O autor conclui que para o problema em questão a GITT apresenta melhores resultados que o método dos elementos finitos (MEF).

OLIVEIRA (2001), aplicou o Método Projeção para a solução aproximada das equações de Navier-Stokes bidimensionais em escoamento incompressível em variáveis primitivas e com o auxílio da GITT, utilizou a transformada integral em apenas um eixo, resolvendo o que restou pelos Métodos de Elementos Finitos e Volumes Finitos.

GUIGON (2007) propôs uma otimização computacional utilizando a GITT nas equações de Navier-Stokes bidimensionais através da formulação de função corrente, foram analisadas algumas configurações do escoamento de acordo com as combinações das condições de contorno para diferentes números de Reynolds, obtendo resultados representativos com uma boa convergência computacional da transformada integral.

GHAASIAAN (2011) apresenta uma solução teórica, na qual o autor despreza a transferência de calor no sentido axial e aplica Hagen-Poiseuille no problema da camada limite térmica, enquanto que SILVA (2016), considera o sentido axial e utiliza GITT para o modelamento matemático. Um dos principais diferenciais da utilização desta técnica, é que aplicando-a para o escoamento em tubo circular para temperatura constante na superfície, é possível caracterizar a camada limite térmica para qualquer valor de distância x , sendo este um dos pontos principais levados em consideração para utilização da GITT nesta proposta.

2.5 PROBLEMA DE AUTOVALOR AUXILIAR

A partir das equações comentadas nas seções anteriores deste trabalho, seguiremos os passos para resolução do modelo utilizando a GITT, o problema de autovalor auxiliar escolhido, está relacionado ao problema clássico de autovalor de Sturm Liouville (MIKHAILOV, 1984) é dado por:

$$\frac{\partial}{\partial R} \left[R \frac{\partial \psi_i(\mu_i, R)}{\partial R} \right] + [\mu_i^2 R U(R) \psi_i(\mu_i, R)] = 0, \quad 0 < R < 1 \quad (2.13a)$$

$$\frac{\partial \psi_i(\mu_i, R)}{\partial R} = 0, \quad R = 0, \quad \mu_i > 0 \quad (2.13b)$$

$$\frac{\partial \psi_i(\mu_i, R)}{\partial R} + B_i \psi_i(\mu_i, R) = 0, \quad R = 1, \quad \mu_i > 0 \quad (2.13c)$$

O problema descrito pelas equações (2.13 a – c) será resolvido pelo Método da Contagem de Sinal, que permite determinar as autofunções, as normas e os autovalores, toda metodologia da GITT demonstrado a partir de agora neste capítulo contará apenas com algumas das principais equações, o detalhamento do modelo com desenvolvimento de cada equação e comentários pode ser observado no apêndice deste trabalho.

2.5.1 DETERMINAÇÃO DO PAR DE FÓRMULAS TRANSFORMADA-INVERSA

De acordo com as propriedades de ortogonalidade das autofunções têm-se:

$$\bar{\theta}_i(\xi) = \frac{1}{N_i^{1/2}} \int_0^1 R U(R) \psi_i(\mu_i, R) \theta(R, \xi) dR, \quad \text{Transformada} \quad (2.14a)$$

$$\theta(R, \xi) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{N_i^{1/2}} \psi_i(\mu_i, R) \bar{\theta}_i(\xi), \quad \text{Inversa} \quad (2.14b)$$

2.5.2 TRANSFORMAÇÃO INTEGRAL DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS PARCIAIS

Aplicando o operador $\frac{1}{N_i^{1/2}} \int_0^1 R \psi_i(\mu_i, R) dR$ na equação (2.11 a) obtêm-se (2.15):

$$\frac{1}{N_i^{1/2}} \int_0^1 R U(R) \psi_i(\mu_i, R) \frac{\partial \theta(R, \xi)}{\partial \xi} dR = \frac{1}{N_i^{1/2}} \int_0^1 R \psi_i(\mu_i, R) \frac{\partial}{\partial R} \left[R \frac{\partial \theta(R, \xi)}{\partial R} \right] dR \quad (2.15)$$

Após algumas manipulações matemáticas, tem-se:

$$\frac{1}{2} \frac{d\bar{\theta}_i(\xi)}{d\xi} = \frac{1}{N_i^{1/2}} \int_0^1 \psi_i(\mu_i, R) \frac{\partial}{\partial R} \left[R \frac{\partial \theta(R, \xi)}{\partial R} \right] dR \quad (2.16)$$

Agora, aplicando o operador $\int_0^1 \theta(R, \xi) dR$ na equação (2.16) obtêm-se:

$$\mu_i^2 \bar{\theta}_i(\xi) = - \frac{1}{N_i^{1/2}} \int_0^1 \theta(R, \xi) \frac{\partial}{\partial R} \left[R \frac{\psi_i(\mu_i, R)}{\partial R} \right] dR \quad (2.17)$$

Agora, somando-se as equações (2.16) e (2.17) chega-se:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{d\bar{\theta}_i(\xi)}{d\xi} + \mu_i^2 \bar{\theta}_i(\xi) &= \frac{1}{N_i^{1/2}} \int_0^1 \psi_i(\mu_i, R) \frac{\partial}{\partial R} \left[R \frac{\partial \theta(R, \xi)}{\partial R} \right] dR - \\ \frac{1}{N_i^{1/2}} \int_0^1 \theta(R, \xi) \frac{\partial}{\partial R} \left[R \frac{\partial \psi_i(\mu_i, R)}{\partial R} \right] dR & \end{aligned} \quad (2.18)$$

Utilizando o segundo teorema de Green, conclui-se que o lado direito da igualdade da equação (2.17) se torna nulo, logo:

$$\frac{1}{2} \frac{d\bar{\theta}_i(\xi)}{d\xi} + \mu_i^2 \bar{\theta}_i(\xi) = 0 \quad (2.18)$$

O sistema de equações diferenciais ordinárias, definido pela equação (2.18) deve estar sujeito a condição inicial transformada.

$$\bar{\theta}_i(0) = \frac{B_i \psi_i(\mu_i, 1)}{N_i^{1/2} \mu_i^2} \quad (2.19)$$

Note que a solução do problema, ao invés de ser obtida a partir da solução de um sistema de equações diferenciais parciais, nas variáveis R e ξ , é obtida a partir de um sistema de equações diferenciais ordinárias, na variável ξ , cuja solução é do tipo:

$$\bar{\theta}_i(\xi) = \frac{B_i \psi_i(\mu_i, 1)}{N_i^{1/2} \mu_i^2} e^{-2\mu_i^2 \xi} \quad (2.20)$$

2.6 MÉTODO DA CONTAGEM DE SINAL EM PROBLEMAS DE DIFUSÃO DE CALOR E MASSA

Para se tratar analiticamente problemas de difusão de calor e/ ou massa, geralmente é necessária a solução de um problema correspondente de autovalor, como o descrito pelas equações (2.13 a - c). COTTA (1993) desenvolve o método da contagem de sinal que será descrito a seguir. Este método permite calcular quantos autovalores sejam necessários para a convergência de sua solução, sem perda de nenhum deles, quer seja de baixa ordem ou de ordem superior.

Para análise, considere-se o problema de Sturm-Liouville dado por:

$$\frac{d}{dx} \left[k(x) \frac{d\psi_i(\mu, x)}{dx} \right] + [\mu^2 w(x) - d(x)] \psi_i(\mu, x) = 0, x_0 < x < x_1 \quad (2.21a)$$

$$\alpha_0 \psi_i(\mu, x) - \beta_0 k(x) \frac{d\psi_i(\mu, x)}{dx} = 0, x = x_0 \quad (2.21b)$$

$$\alpha_1 \psi_i(\mu, x) - \beta_1 k(x) \frac{d\psi_i(\mu, x)}{dx} = 0, x = x_1 \quad (2.21c)$$

Onde α_0 , β_0 , α_1 e β_1 , são constantes reais e independentes do parâmetro μ . Para um subintervalo muito pequeno pode-se considerar que:

$$k(x) = k_k \quad w(x) = w_k \quad d(x) = d_k, \quad x_{k-1} < x < x_k, k = 1, 2, \dots, n \quad (2.21d)$$

Logo as equações (2.21a), (2.21b) e (2.21c), tornam-se:

$$\frac{d^2\psi_k(\mu, x)}{dx^2} + w_k^2\psi_k(\mu, x) = 0, \quad x_{k-1} < x < x_k \quad (2.22a)$$

$$\alpha_0\psi_1(\mu, x) - \beta_0k_1\frac{d\psi_1(\mu, x)}{dx} = 0, \quad x = x_0 \quad (2.22b)$$

$$\alpha_n\psi_1(\mu, x) - \beta_nk_n(x)\frac{d\psi_n(\mu, x)}{dx} = 0, \quad x = x_n \quad (2.22c)$$

A equação (2.21c) obedece à condição de contorno do último subintervalo. Onde:

$$w_k^2 = \frac{(\mu^2 - d_k)}{k_k}, \quad k = 1, 2, 3, \dots, n \quad (2.23a)$$

Desde que a função original, $\psi(\mu, x)$ tem primeira derivada contínua em todo o domínio, então as funções $\psi_k(\mu, x)$ e suas primeiras derivadas nos pontos finais dos correspondentes subintervalos deve satisfazer as seguintes condições:

$$\psi_k(\mu, x) = \psi_{k+1}(\mu, x), \quad x = x_k, \quad k = 1, 2, \dots, n - 1 \quad (2.23a)$$

$$k_k\frac{d\psi_k(\mu, x)}{dx} = k_{k+1}\frac{d\psi_{k+1}(\mu, x)}{dx}, \quad x = x_k, \quad k = 1, 2, \dots, n - 1 \quad (2.23b)$$

Deste modo, o problema original definido nas equações (2.21a), (2.21b) e (2.21c) é substituído pelas equações (2.22a), (2.22b) e (2.22c) e os autovalores deste problema vão representar os do problema original se forem escolhidos subintervalos suficientemente pequenos.

Vamos considerar nesta análise os problemas para os quais $w_k^2 > 0$. Para este caso particular a solução da equação (2.22a) é dada por:

$$\psi_k(\mu, x) = C_1\text{sen}(w_k x) + C_2\text{cos}(w_k x) \quad (2.23a)$$

No entanto, tem-se que:

$$\psi_k(\mu, x) = \psi_k(\mu, x_{k-1}), \quad x = x_{k-1} \quad (2.23b)$$

$$\psi_k(\mu, x) = \psi_k(\mu, x_k), \quad x = x_k \quad (2.23c)$$

Logo:

$$\psi_k(\mu, x_{k-1}) = C_1\text{sen}(w_k x_{k-1}) + C_2\text{cos}(w_k x_{k-1}) \quad (2.23d)$$

$$\psi_k(\mu, x_k) = C_1\text{sen}(w_k x_k) + C_2\text{cos}(w_k x_k) \quad (2.23e)$$

Após algumas manipulações matemáticas, obtêm-se as constantes C_1 e C_2 da seguinte forma:

$$C_1 = \frac{1}{\text{sen}(w_k l_k)} [\text{cos}(w_k x_{k-1}) \psi_k(\mu, x_k) - \text{cos}(w_k x_k) \psi_k(\mu, x_{k-1})] \quad (2.23f)$$

e

$$C_2 = \frac{1}{\text{sen}(w_k l_k)} [\text{sen}(w_k x_k) \psi_k(\mu, x_{k-1}) - \text{sen}(w_k x_{k-1}) \psi_k(\mu, x_k)] \quad (2.23g)$$

Substituindo as constantes C_1 e C_2 na equação (2.23a) vai resultar que:

$$\psi_k(\mu, x) = \psi_k(\mu, x_{k-1}) \frac{\text{sen}[w_k(x_k - x)]}{\text{sen}(w_k l_k)} + \psi_k(\mu, x_k) \frac{\text{sen}[w_k(x - x_{k-1})]}{\text{sen}(w_k l_k)} \quad (2.24)$$

A equação (2.24) é submetida às condições (2.23b, c, d, e, f) para obter respectivamente:

$$\left(\frac{\alpha_0}{\beta_0} + A_1\right) \psi_0^*(\mu) - B_1 \psi_1^*(\mu) = 0 \quad (2.25a)$$

$$-B_n \psi_{n-1}^*(\mu) + \left(A_n + \frac{\alpha_n}{\beta_n}\right) \psi_n^*(\mu) = 0 \quad (2.25b)$$

$$\psi_k(\mu, x_k) = \psi_{k+1}(\mu, x_k) = \psi_k^*(\mu), \quad k = 1, 2, \dots, n-1 \quad (2.25c)$$

$$-B_k \psi_{k-1}^*(\mu) + (A_k + A_{k+1}) \psi_k^*(\mu) - B_{k+1} \psi_{k+1}^*(\mu) = 0, \quad k = 1, 2, \dots, n-1 \quad (2.25d)$$

Onde:

$$B_k = \frac{k_k w_k}{\text{sen}(w_k l_k)} \quad (2.26a)$$

$$A_k = B_k \cos(w_k l_k) \quad (2.26b)$$

e

$$\psi_k^*(\mu) \equiv \psi_k^*(\mu, x_k), \quad \psi_k^*(\mu) \equiv \psi_{k-1}^*(\mu, x_{k-1}), \quad \psi_{k+1}^*(\mu) \equiv \psi_k^*(\mu, x_{k+1}) \quad (2.26c)$$

As equações (2.25a), (2.25b), (2.25c) e (2.25d), formam um sistema de equações lineares homogêneas, que pode ser representado em forma de matriz, da seguinte forma:

$$[K(\mu)]\{\psi^*(\mu)\} = 0 \quad (2.27a)$$

Onde:

$$[K(\mu)] = \begin{bmatrix} a_1 & -b_1 & 0 & 0 & \cdot & \cdot \\ -b_1 & a_2 & -b_2 & 0 & \cdot & \cdot \\ 0 & -b_2 & a_3 & -b_3 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \cdot & \cdot & -b_{n-1} & a_n & -b_n \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -b_n & a_{n+1} \end{bmatrix} \quad (2.27b)$$

e temos que:

$$a_k = A_{k-1} + A_{k+1} \quad (2.27c)$$

$$b_k = B_k \quad (2.27d)$$

$$A_0 = \frac{\alpha_0}{\beta_0} \quad (2.27e)$$

$$A_{n+1} = \frac{\alpha_n}{\beta_n} \quad (2.27f)$$

Para que o sistema de equações definido por (2.27a), tenha solução não trivial é necessário que:

$$\det[K(\mu)] = 0 \quad (2.28)$$

O número infinito, de raízes reais deste sistema de equações transcendentais, representa os autovalores do problema de autovalor. Este procedimento é geralmente usado para determinar os autovalores do sistema. Porém corre-se o risco de faltar alguns dos autovalores, especialmente os de 1ª ordem, e é praticamente impossível computar os de alta ordem.

No método da contagem de sinais, o número de autovalores positivos existentes entre zero e algum valor prescrito de $\mu = \tilde{\mu}$ é igual a:

$$N(\tilde{\mu}) = N_0(\tilde{\mu}) + S([K(\tilde{\mu})]) \quad (2.29)$$

Onde $N_0(\tilde{\mu})$ é o número de autovalores positivos que não excede $\tilde{\mu}$, quando todos os componentes do vetor $\{[\psi^*(\mu)]\}$ correspondentes à $[K(\tilde{\mu})]$ são zero, o sistema é desacoplado.

$$S[K(\mu)] = \text{contador de sinal de } [K(\tilde{\mu})].$$

O contador de sinal é igual ao número de elementos negativos ao longo da diagonal principal da matriz $[K^\Delta(\mu)]$, que representa a matriz triangular de $[K(\tilde{\mu})]$.

Para achar o número de autovalores, $N_0(\tilde{\mu})$, assume-se que os componentes do vetor $\{[\psi^*(\mu)]\}$ são todos nulos. Com isso, o sistema é transformado num conjunto de equações desacopladas:

$$\frac{d^2\psi_k(\tilde{\mu}, x)}{dx^2} + \tilde{w}_k^2\psi_k(\tilde{\mu}, x) = 0, \quad x_{k-1} < x < x_k, \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (2.30a)$$

$$\psi_k(\tilde{\mu}, x_{k-1}) = 0 \quad (2.30b)$$

$$\psi_k(\tilde{\mu}, x_k) = 0 \quad (2.30c)$$

A auto condição para o problema é:

$$\text{sen}(\tilde{w}_k l_k) = 0 \Leftrightarrow \tilde{w}_k l_k = j\pi, \quad j = 1, 2, 3, \dots \quad (2.31)$$

Logo:

$$N_0(\tilde{\mu}) = \sum_{k=1}^{\infty} \text{int} \left[\frac{\tilde{w}_k l_k}{\pi} \right] \quad (2.32)$$

O contador de sinal é igual ao número de elementos negativos ao longo da diagonal principal da matriz triangularizada. Usando-se o processo de eliminação de Gauss, obtêm-se os elementos d_k da matriz triangular como:

$$d_k = a_k - \frac{b_{k-1}^2}{d_{k-1}}, \quad k = 1, 2, \dots, n + 1 \quad (2.33a)$$

Com $b_0 = 0$, ou:

$$d_k = A_{k-1} + A_K - \frac{B_{k-1}^2}{d_{k-1}}, \quad k = 1, 2, \dots, n + 1 \quad (2.33b)$$

Conhecendo-se o número de autovalores existentes no intervalo, por intermédio da fórmula assintótica, o valor inicial para μ_i será dado por:

$$\mu_i = \frac{\pi_i + \varepsilon}{\int_{x_0}^{x_n} \sqrt{\frac{w(x)}{k(x)}} dx} \quad (2.34a)$$

Onde a constante ε depende de α_0 , β_0 , α_1 e β_1 . Neste caso, o intervalo entre os autovalores será dado por:

$$\delta = \mu_{i+1} - \mu_i = \frac{\pi}{\int_{x_0}^{x_n} \sqrt{\frac{w(x)}{k(x)}} dx} \quad (2.34b)$$

Uma vez que os autovalores são conhecidos, as autofunções $\psi_k(\mu_i, x)$, em qualquer localização serão computadas através da equação (2.24).

A norma N_i das autofunções $\psi_k(\mu_i, x)$ é definida como:

$$N_i = \sum_{k=1}^n w_k \int_{x_{k-1}}^{x_k} \psi_k^2(\mu_i, x) dx \quad (2.35)$$

A função $\psi_k(\mu_i, x)$, definida pela equação (2.23a), é introduzida na equação (2.35), e após realização da integração e algumas manipulações matemáticas, resulta que:

$$N_i = \sum_{k=1}^n w_k \left\{ (\psi_{k-1}^{*2} + \psi_k^{*2}) \left[B_k^2 \frac{l_k}{k_k} - A_k \right] + \right. \\ \left. 2\psi_{k-1}^* \psi_k^* B_k \left[1 - A_k \frac{l_k}{k_k} \right] \right\} / (2w_k^2 k_k) \quad (2.36)$$

Onde:

$$B_k^2 = A_k^2 + w_k^2 k_k^2 \quad (2.37)$$

2.7 CONSIDERAÇÕES DO CAPÍTULO

Neste capítulo, comentou-se sobre os conceitos de camada limite hidrodinâmica, mostrando com detalhes diversas aplicações e trabalhos que justificam a importância deste estudo. Foi ainda demonstrado o modelamento do problema hidrodinâmico e térmico que serão resolvidos utilizando GITT.

CAPÍTULO III

3. ESTADO DA ARTE

3.1 INTRODUÇÃO

De acordo com DEWITT *et al.* (2008), o conceito de camada limite é crucial para o entendimento das transferências de calor e massa por convecção entre uma superfície e um fluido em escoamento em contato com esta superfície. DEWITT *et al.* (2008), complementa que, as camadas limite podem ser de velocidade, térmica e de concentração. Neste capítulo, será abordada a camada limite térmica, que é o principal objeto de estudo desta tese. Também será detalhado o controlador PID e sua sintonia, utilizado para controle de temperatura do hardware.

3.2 CAMADA LIMITE TÉRMICA

Em um corpo sólido exposto a um escoamento de um fluido a uma temperatura distinta da sua, a variação do campo de temperatura se dará numa estreita região junto à parede, exatamente como ocorre com o campo de velocidade. Esta região, por analogia ao processo dinâmico, é normalmente chamada de camada limite térmica (PANTALEÃO e FREIRE, 1990).

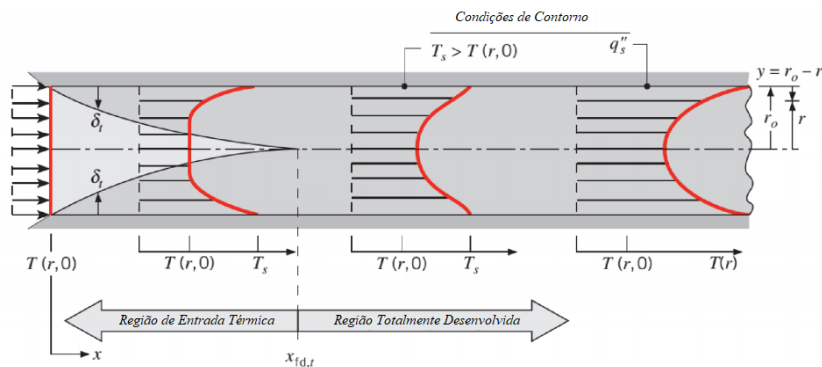


Figura 3.1. Desenvolvimento da Camada Limite Térmica. Fonte: PANTALEÃO e FREIRE (1990)

Onde: T – Temperatura, r – Raio do tubo, q_s'' – Fluxo Térmico na superfície.

Em um escoamento de um fluido em um duto, quando o campo de escoamento é completamente desenvolvido e a camada limite térmica é completamente desenvolvida, o escoamento é denominado totalmente desenvolvido (DEWITT *et al.*, 2008).

Nos pontos mais distantes da superfície de contato do líquido com a parede, o perfil de velocidade na camada limite varia muito, tornando difícil a medição e determinação de onde termina a camada e começa a região de fluxo livre. Um controle eficaz de vazão na entrada do analisador auxilia na verificação da camada, pois a mudança de vazão muda os valores da espessura da camada limite térmica, conforme será demonstrado no capítulo V.

A relevância e importância da proposta da tese está também nos principais produtos que podem ser analisados, como por exemplo: o álcool, o biodiesel e os óleos derivados do petróleo. Para complementação conceitual, são dispostos alguns trabalhos que consideram diversas aplicações que envolvem a camada limite térmica:

CAREY e MOLLENDORF (1978) realizaram experimentos para verificar a variação de medida da camada limite térmica para convecção natural em escoamento vertical com fluxo uniforme na superfície, eles utilizaram termopares de 0,025mm de diâmetros, MUJUMDAR (1989) realizou estudos teóricos com intuito semelhante.

BELO (2002) propôs um analisador de misturas para processos com o intuito de verificar a qualidade do álcool produzido pelas indústrias sucroalcooleiras, com o registro de patente de um medidor de concentração eletrônico capaz de medir, registrar e controlar os dados para essa análise. Para tal fim, é necessário o emprego de elementos para aquisição de dados e controle de maneira dedicada, dessa forma, é sugerido o desenvolvimento de um sistema embarcado capaz de adquirir os sinais dos sensores utilizados, processar os dados e determinar a atuação dos elementos de controle para garantir a estabilidade da qualidade da mistura.

SLANGEN (2009) e PUTTKAMMER (2013) realizaram pesquisas experimentais da camada limite térmica, utilizando um anemômetro térmico para quantificar a intensidade de turbulência e o PIV (*Particle Image Velocimetry* – Imagem das Velocidades das Partículas), para visualização das estruturas no escoamento.

ISHAK (2010), estudou os efeitos da radiação no fluxo da camada limite térmica em um fluido incompressível com temperatura constante na superfície, comprovando experimentalmente que a taxa de transferência de calor na superfície diminui à medida que o parâmetro de radiação em questão aumenta.

ISHAK *et al.* (2011), realizaram um estudo teórico do fluxo estável de camada limite e transferência de calor sobre uma superfície plana em movimento. Concluindo que a taxa de transferência de calor na superfície diminui na presença de radiação térmica e condição de contorno convectiva.

LYUBIMOV *et al.* (2011), realizaram experimentos para analisar a desestabilização da camada limite térmica quando um fluido que percorre um duto com velocidade constante é sujeito a uma vibração harmônica. Os cálculos mostraram que a instabilidade se desenvolve quando a espessura da camada limite térmica atinge um valor crítico, o comprimento de onda das perturbações é cerca de duas vezes a espessura da camada limite térmica.

KOBORI e OHMORI (2011), analisaram a camada limite térmica na parede da câmara de um motor de combustão interna, a medição de distribuição de temperatura foi realizada utilizando um termômetro de resistência com fio de tungstênio, eles concluíram que a espessura da camada limite térmica no curso de compressão, dependendo da velocidade de movimento do êmbolo, aumenta com maior velocidade.

AZEMAN e ISHAK (2012), utilizaram o método de Runge-Kutta-Fehlberg para analisar a camada limite térmica em uma placa com fluido viscoso incompressível, concluíram que a taxa de transferência de calor na superfície diminui à medida que o parâmetro de radiação aumenta, observando isso para diferentes números de Prandtl.

MAKINDE (2012), investigou os efeitos combinados de radiação, viscosidade dependente da temperatura, sucção e injeção na camada limite térmica sobre uma placa plana permeável com uma troca de calor convectiva na superfície. Os resultados numéricos obtidos mostram os efeitos desses parâmetros na camada limite térmica. Como por exemplo: Um aumento no número de Prandtl e no parâmetro de radiação podem provocar uma diminuição da temperatura do fluido e conseqüentemente reduzir a espessura da camada limite térmica ao longo da placa; O número local de Nusselt aumenta com uma diminuição na viscosidade fluido.

De acordo com ÇENGEL e GHAJAR (2012) o conceito de camada limite térmica é uma extensão do conceito de camada limite dinâmica ao campo de temperatura num escoamento.

BOUSSOUKAIA *et al.* (2014), realizaram um estudo baseado no design e utilização de uma instalação experimental dedicada à visualização e tratamento de camada limite térmica através de um disco com ranhuras horizontais, eles utilizaram uma

técnica conhecida como *shadowgraph*, onde é possível visualizar o fluxo e obter dados quantitativos.

SHISHKINA *et al.* (2015), propuseram uma equação para análise de camada limite térmica em casos de escoamento turbulento para número de Prandtl $Pr > 1$ que leva em consideração o efeito de flutuações turbulentas. Essas flutuações são negligenciadas nas equações existentes, que se baseiam em pressupostos estáveis e laminares.

MEHRVAND e PUTNAM (2016) utilizaram uma sonda óptica para verificar o coeficiente de transferência de calor na camada limite térmica em um duto retângular, tendo assim um método invasivo de medição.

BELLEÇ *et al.* (2016), desenvolveram um trabalho para análise do desenvolvimento da camada limite térmica em um canal com fluxo turbulento submetido a um aquecimento assimétrico. Como resultado, perceberam que uma vez que o fluido está em um ambiente fechado com uma alta convecção forçada, o impacto da gravidade pode ser desconsiderado independente do lado em que a parede esteja mais quente.

BHATTACHARYYA *et al.* (2016), realizaram uma análise da camada limite térmica no fluxo do fluido de Casson sobre uma placa plana. Concluíram que a espessura da camada limite térmica reduz quando se possui maior radiação e que a taxa de transferência de calor é menor em certos casos.

WEYBURN (2017), propôs em seu artigo a utilização de integrais simples para verificação da espessura da camada limite térmica laminar e turbulenta de forma teórica o mesmo mostrou que o seu método permite acompanhar a espessura dos perfis térmicos, moldar e ao mesmo tempo acompanhar a espessura e a forma da região próxima da parede onde a difusividade térmica desempenha um papel importante no processo de transferência de calor, o estudo do mesmo não acompanhou demonstração experimental.

ASHRAF (2017), utilizou método de diferenças finitas implícitas para analisar teoricamente a camada limite térmica laminar em uma superfície de uma esfera aquecida na presença de dissipação viscosa, concluiu-se ao final do trabalho que para diferentes números de Prandtl e a depender da temperatura nos diversos pontos da esfera, existe alteração considerável na espessura da camada limite térmica, tendo sido demonstrados estes resultados graficamente.

CASTILLO (2017), estudou os comportamentos da lei logarítmica e de potência para aplicações onde se possa verificar a camada limite térmica de forma acelerada e

turbulenta, o estudo do mesmo foi teórico utilizando softwares de simulações matemáticas.

BELHOCINE (2018a), realizou uma análise numérica via Runge Kutta do problema generalizado de Levêque para prever a camada limite térmica. O mesmo considerou tubo circular e realizou a análise no sentido axial do eixo, em seu trabalho pôde obter resultados satisfatórios para a espessura teórica da camada limite térmica para diferentes números de Nusselt e Peclet.

BELHOCINE (2018b), utilizou Runge Kutta de quarta ordem para comparar os resultados obtidos em Belhocine 2018a, os resultados permitiram ao mesmo comprovar que o método anterior tinha excelente aproximação teórica.

Os conceitos abordados por CAREY; MOLLENDORF, 1978; MUJUMDAR, 1989; SLANGEN, 2009; GHIAASIAAN (2011); PUTTKAMMER, 2013 e SILVA, 2016;) são as principais bases para este trabalho.

Tabela 3.1. Resumo dos principais pontos considerados em trabalhos anteriores e no presente trabalho

Trabalho	Escoamento	CCP	RMM	Fluido	CLT/ Esp.	Exp.
CAREY e MOLLENDORF (1978)	Uniforme	Temperatura Uniforme	Métodos Numéricos	Água	Sim/ Não	Sim
SILVA et al. (1992)	Laminar	Temperatura uniforme	GITT	Água	Não/ Não	Sim
SERFATY (1997)	Turbulento	Temperatura Variável	GITT	Água	Não/ Não	Não
OLIVEIRA (2001)	Laminar	Temperatura uniforme	GITT	Ar	Não/ Não	Não
GUIGON (2007)	Uniforme	Temperatura uniforme	GITT	Água	Não/ Não	Não
GHIAASIAAN (2011)	Laminar	Temperatura uniforme	Hagen- Poiseuille	Água	Sim/ Não	Não
SLANGEN (2009) e PUTTKAMMER (2013)	Uniforme	Temperatura Uniforme	PIV	Água	Sim/ Não	Sim
ISHAK (2010)	Uniforme	Temperatura Uniforme	Métodos Numéricos	Fluidos Incompressí- veis	Sim/ Não	Não
ISHAK et al. (2011)	Uniforme	Temperatura Uniforme	Métodos Numéricos	Fluidos Incompressí- veis	Sim/ Não	Não
LYUBIMOV et al. (2011)	Uniforme	Temperatura Uniforme	MEF	Água	Sim/ Não	Sim
KOBORI e OHMORI (2011)	Uniforme	Temperatura Uniforme	MEF	Água	Sim/ Não	Sim

Legenda: CCP – Condição de Contorno na Parede, RMM – Resolução do Modelamento

Matemático, CLT – Camada Limite Térmica, Esp – Espessura, Exp – Experimental

MDF – Método das Diferenças Finitas, MEF – Método dos Elementos Finitos

PIV (*Particle Image Velocimetry* – Imagem das Velocidades das Partículas)

Tabela 3.1. Resumo dos principais pontos considerados em trabalhos anteriores e no presente trabalho (Continuação)

Trabalho	Escoamento	CCP	RMM	Fluido	CLT/Esp.	Exp.
AZEMAN e ISHAK (2012)	Uniforme	Temperatura Variável	Runge-Kutta	Fluidos Incompressíveis	Sim/Não	Não
MAKINDE (2012)	Uniforme	Temperatura Variável	MEF	Água	Sim/Não	Não
BOUSSOUKAIA et al. (2014)	Uniforme	Temperatura Variável	MEF	Água	Sim/Não	Sim
SHISHKINA et al. (2015)	Turbulento	Temperatura Variável	MEF	Água	Sim/Não	Não
MEHRVAND e PUTNAM (2016)	Uniforme	Temperatura Variável	MEF	Água	Sim/Não	Sim
BELLEC et al. (2016)	Turbulento	Temperatura Variável	MEF	Água	Sim/Não	Não
BHATTACHARYYA et al. (2016)	Uniforme	Temperatura uniforme	MEF	Fluido de Casson	Sim/Não	Não
WEYBURNE (2017)	Laminar e Turbulento	Temperatura uniforme	Integrais Simples	Água	Sim/Sim	Não
SILVA (2016)	Turbulento	Temperatura uniforme	GITT	Água Destilada	Sim/Não	Sim
ASHRAF (2017)	Laminar	Temperatura uniforme	MDF	Água	Sim/Sim	Não
CASTILLO (2017)	Turbulento	Temperatura uniforme	Lei de Potência	Água	Sim/Não	Não
BELHOCINE (2018a)	Laminar	Temperatura uniforme	Runge-Kutta	Água	Sim/Sim	Não
BELHOCINE (2018b)	Laminar	Temperatura uniforme	Runge-Kutta	Água	Sim/Sim	Não
Lima (2019) Presente Trabalho	Laminar	Temperatura uniforme	GITT	Água	Sim/Sim	Sim

Legenda: CCP – Condição de Contorno na Parede, RMM – Resolução do Modelamento Matemático, CLT – Camada Limite Térmica, Esp – Espessura, Exp – Experimental
MDF – Método das Diferenças Finitas, MEF – Método dos Elementos Finitos

A Tabela 3.1 mostra que o principal diferencial do trabalho é propor uma estratégia de caracterização da camada limite térmica laminar de forma teórica com a complementação de obtenção de dados a partir do desenvolvimento de um aparato experimental baseado no modelo teórico obtido.

3.2 CONTROLADOR PID

Os controladores mais comuns são dos tipos proporcional (P), integral (I), proporcional-integral (PI), proporcional-derivativo (PD) e proporcional-integral-derivativo (PID).

De acordo com ARAÚJO (2007), apesar de todo o avanço tecnológico dos últimos anos, com o surgimento de soluções avançadas, tanto em termos de algoritmos de controle quanto de hardware, os controladores PID, e suas variações, ainda são, com larga vantagem, os mais usados na indústria. Os argumentos, para sua massiva predominância, vão desde a simplicidade, à facilidade de implementação e manutenção. A maioria desses argumentos se justifica pelo número reduzido de parâmetros sintonizáveis necessários. Embora, algumas versões deste controlador, trazidas em CLPs e instrumentos de redes industriais, apresentem um número elevado de parâmetros a serem ajustados, a estrutura básica de um PID contém apenas três parâmetros: O ganho proporcional – K_p , a constante de tempo integrativo τ_i (ou o ganho integrativo K_i), e, a constante de tempo derivativo τ_d (ou o ganho derivativo K_d).

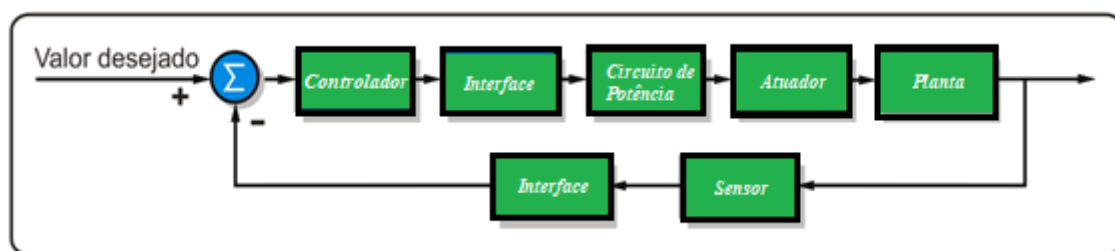


Figura 3.2. Diagrama do Sistema de Controle Térmico. Fonte: Autoria Própria

A combinação das ações de controle proporcional, integral e derivativo gera o controlador proporcional-integral-derivativo. A equação do controlador PID é dada na Eq. (3.1) (NISE, 2002).

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt + K_p T_d \frac{d e(t)}{dt} \quad (3.1)$$

Segundo SILVA (2014), no controlador proporcional, sua saída é proporcional ao sinal de erro atuante. Ele pode ser descrito como um amplificador com ganho ajustável. No controlador proporcional-integral a saída do controlador é modificada a uma taxa de variação proporcional ao sinal de erro atuante. A ação derivativa no controlador proporcional-derivativo corresponde a aplicação de um sinal de controle proporcional a derivada do sinal de erro.

A equação do controlador possui três termos, o primeiro termo representa a parte proporcional ao sinal do erro, já o segundo termo faz referência à ação integral, e o último termo é referente à ação derivativa. O projeto do controlador PID consiste em determinar as três constantes: K_p (ganho proporcional), T_i (tempo integrativo) e T_d (tempo derivativo) (NISE, 2002).

3.2.1 SINTONIA DO CONTROLADOR PID

O ajuste dos parâmetros de um controlador é chamado de sintonia (*tuning*). Quando se tem um modelo matemático, representativo, do sistema, a escolha dos parâmetros do controlador recai no desenvolvimento de um projeto, que pode ser feito com base no método do lugar geométrico das raízes, dentre outros. Como nem sempre é possível se obter um modelo, que represente, adequadamente, a dinâmica que se deseja controlar, se fez necessário o surgimento de técnicas, que não dependessem de modelo, para sintonia do controlador. Neste sentido, Ziegler e Nichols propuseram dois métodos para sintonia de controladores PID baseadas em experimentação e, conseqüentemente, independentes da existência de um modelo matemático do sistema. Ambas visam, basicamente, a obtenção de 25% de sobressinal máximo, na resposta ao degrau (ARAÚJO, 2007).

Como os métodos de Ziegler e Nichols são, essencialmente, experimentais, aplicados a sistemas para os quais não se dispõe de modelos matemáticos, a obtenção, na prática, do ganho crítico, consiste em uma vez implementado um controlador PID, ele é configurado para funcionar como um controlador P ($\tau_i = \infty$ e $\tau_d = 0$). O ganho proporcional é aumentado até que a saída do sistema apresente oscilações mantidas. Tal valor de ganho será o ganho crítico, K_{cr} , e o período de tais oscilações será chamado de período crítico, P_{cr} (OGATA, 1985). Uma vez determinadas estas constantes, elas são usadas para determinação dos parâmetros do controlador, na Tabela 3.2 é possível observar os valores das constantes.

Tabela 3.2. Sintonia Ziegler-Nichols Malha Fechada

Tipo de Controlador	K_P	τ_i	τ_d
P	$0,5K_{cr}$	∞	0
PI	$0,45K_{cr}$	$\frac{0,5P_{cr}}{1,2}$	0
PID	$0,6K_{cr}$	$0,5P_{cr}$	$0,125P_{cr}$

SILVA (2016) e GONÇALVES (2015) utilizaram Ziegler-Nichols para malha fechada. Aplicando somente o ganho proporcional (K_p), ou seja, T_i e T_d foram zerados, observaram inicialmente que o sistema tende a estabilizar em um valor constante e com a presença de erro de estado estacionário, então o valor de K_p é incrementado até que se atinja uma oscilação com amplitude constante. Pretende-se manter a metodologia já utilizada, refazendo os cálculos conforme nova planta construída.

3.3 CONSIDERAÇÕES DO CAPÍTULO

Neste capítulo, foi abordada a estratégia de controle que se pretende utilizar no intuito de ajustar a temperatura do hardware detalhado no capítulo V.

Foi detalhada a camada limite térmica e também aplicações que envolvem seu estudo. Realizou-se uma revisão bibliográfica, onde foi possível notar o diferencial do presente estudo a partir da análise da Tabela 3.1.

CAPÍTULO IV

4. SIMULAÇÕES E METODOLOGIA

4.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo, serão vistos os resultados obtidos através de simulações em ambiente Matlab® e linguagem *FORTRAN*, onde é possível observar com detalhes o desenvolvimento do campo de temperatura para caracterização da camada limite térmica

4.2 RESULTADOS TEÓRICOS (SIMULAÇÕES)

O modelo matemático atual do sistema foi simulado utilizando linguagem *FORTRAN*, obtendo-se o resultado numérico. A temperatura considerada na parede foi de 20°C e foram simulados diversos casos para a temperatura de entrada, de 23 a 25°C.

As vazões estabelecidas em simulação foram, 0,5 L/min, 1 L/min e 1,64 L/min.

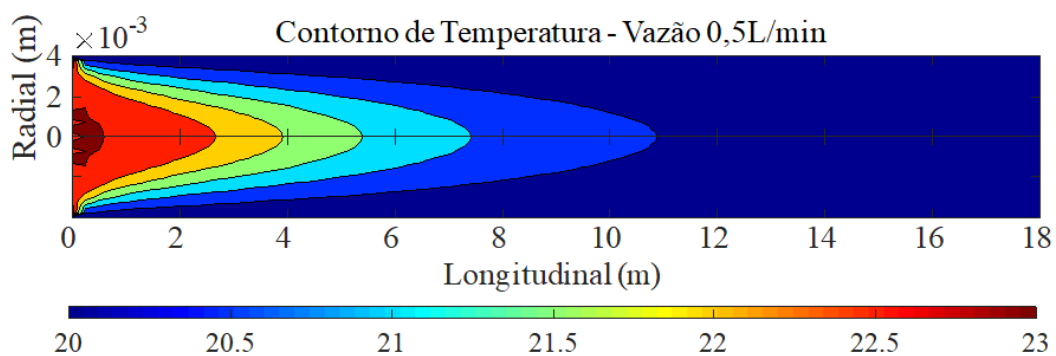


Figura 4.1a. Camada Limite Térmica - Vazão 0,5L/min – Temperatura de 23°C

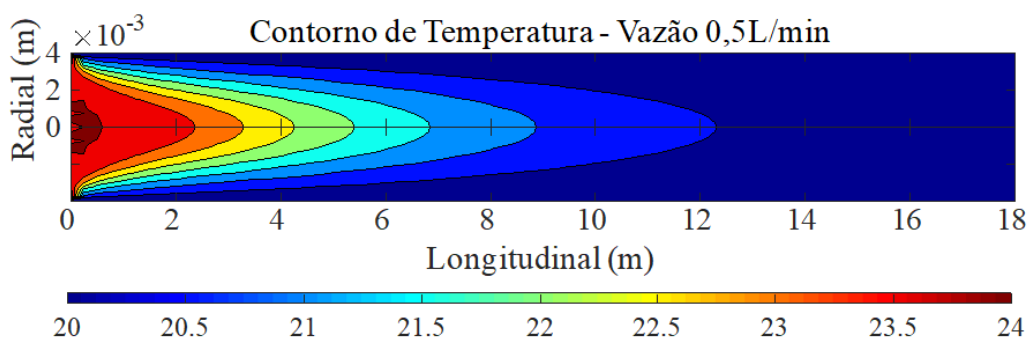


Figura 4.1b. Camada Limite Térmica - Vazão 0,5L/min – Temperatura de 24°C

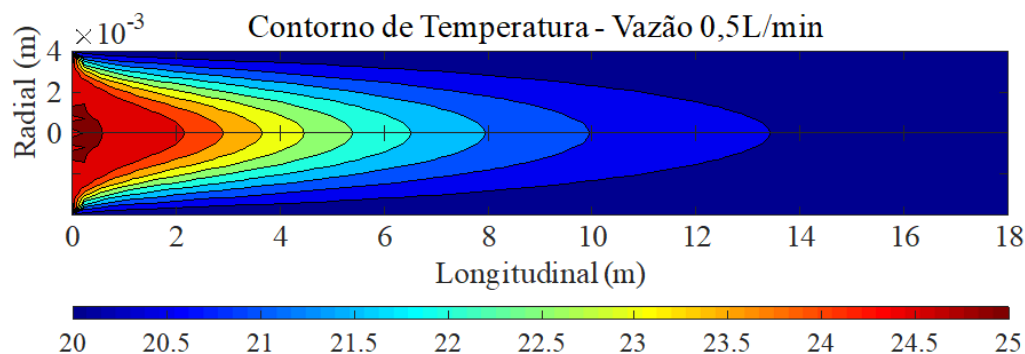


Figura 4.1c. Camada Limite Térmica - Vazão 0,5L/min – Temperatura de 25°C

Nas Figuras 4.1 a-c é possível observar a partir do eixo longitudinal, que a camada limite térmica apresenta total desenvolvimento na faixa de 11 a 15 metros, considerando vazão de 0,5L/min e temperaturas de entrada de 23 a 25°C, com 20°C na parede. Isso significa dizer, que ajustando a vazão do reservatório de controle no qual estará o líquido em escoamento serão necessários no mínimo 11 metros de serpentinas helicoidais para que possamos observar experimentalmente o total desenvolvimento da camada limite térmica, é importante salientar, que as serpentinas do hardware do trabalho desenvolvido por SILVA (2016) possuíam 2,4 metros no total, sendo uma das suas principais sugestões para trabalhos futuros, realizar a ampliação das mesmas, recalculando os parâmetros de controle do PID, podendo-se assim, observar o que mostram as simulações das Figuras 4.1. A tabela 4.1 apresenta os valores para o campo de temperatura apresentado nas figuras 4.1 a-c.

Tabela 4.1. Valores para evolução do campo de temperatura para vazão de 0,5L/min

Temperatura	Distância do Tubo em Metros						
	0	1	2	3	4	5	6
23	0,00400	0,00360	0,00341	0,00328	0,00312	0,00294	0,00272
24	0,00400	0,00370	0,00357	0,00345	0,00324	0,00318	0,00302
25	0,00400	0,00375	0,00365	0,00355	0,00345	0,00333	0,00320

	Distância do Tubo em Metros						
Temperatura	7	8	9	10	11	12	13
23	0,00247	0,00216	0,00177	0,00123	0,00000	0,00000	0,00000
24	0,00282	0,00259	0,00231	0,00196	0,00150	0,00075	0,00000
25	0,00304	0,00284	0,00262	0,00234	0,00200	0,00156	0,00086

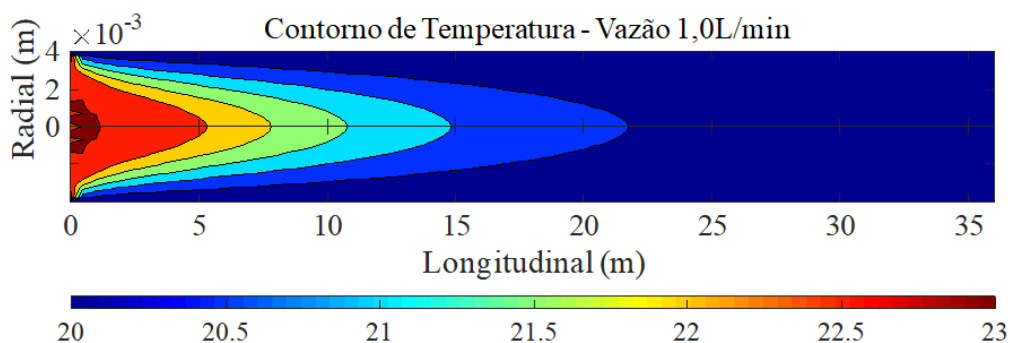


Figura 4.2a. Camada Limite Térmica - Vazão 1,0L/min – Temperatura de 23°C

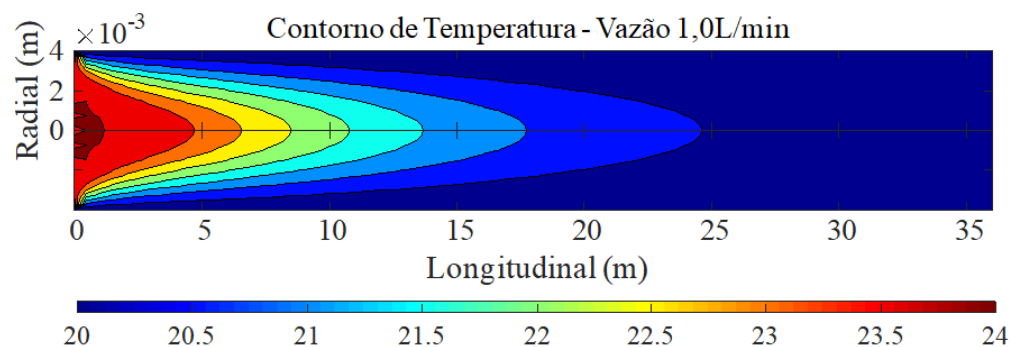


Figura 4.2b. Camada Limite Térmica - Vazão 1,0L/min – Temperatura de 24°C

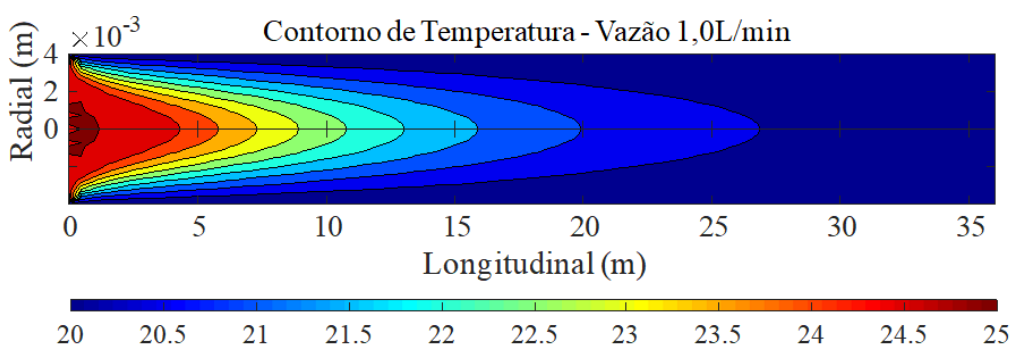


Figura 4.2c. Camada Limite Térmica - Vazão 1,0L/min – Temperatura de 25°C

Das Figuras 4.2 observa-se o comportamento da camada limite térmica ao longo do tubo para uma vazão de 1L/min, é possível perceber, de acordo com a simulação, que a camada limite térmica apresenta total desenvolvimento na faixa de 24 a 31 metros, no trabalho desenvolvido por SILVA (2016) a resolução da simulação era apresentada para cada 800mm do tubo no sentido do eixo longitudinal, nesta simulação a resolução foi

diminuída para 500mm, sendo possível com esta resolução, observar o comportamento da temperatura em um maior número de pontos. A tabela 4.2 apresenta os valores para o campo de temperatura apresentado nas figuras 4.2 a-c.

Tabela 4.2. Valores para evolução do campo de temperatura para vazão de 1,0L/min

	Distância do Tubo em Metros						
Temperatura	0	1	2	3	4	5	6
23	0,00400	0,00371	0,00360	0,00351	0,00343	0,00336	0,00328
24	0,00400	0,00378	0,00370	0,00363	0,00357	0,00351	0,00345
25	0,00400	0,00382	0,00376	0,00370	0,00365	0,00360	0,00356
	Distância do Tubo em Metros						
Temperatura	7	8	9	10	11	12	13
23	0,00320	0,00312	0,00303	0,00294	0,00284	0,00273	0,00260
24	0,00339	0,00332	0,00326	0,00318	0,00310	0,00302	0,00292
25	0,00350	0,00345	0,00340	0,00333	0,00327	0,00320	0,00312
	Distância do Tubo em Metros						
Temperatura	14	15	16	17	18	19	20
23	0,00247	0,00233	0,00217	0,00198	0,00178	0,00153	0,00124
24	0,00282	0,00271	0,00259	0,00245	0,00231	0,00214	0,00196
25	0,00304	0,00294	0,00284	0,00274	0,00262	0,00249	0,00234
	Distância do Tubo em Metros						
Temperatura	21	22	23	24	25	26	26,88
23	0,00082	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
24	0,00175	0,00150	0,00119	0,00075	0,00000	0,00000	0,00000
25	0,00218	0,00200	0,00180	0,00156	0,00127	0,00086	0,00000

Para a vazão de 1,64L/min, observa-se o desenvolvimento total da camada limite térmica na faixa de 35 a 50 metros, dependendo da temperatura de entrada. Conforme Figuras 4.3 de a até e.

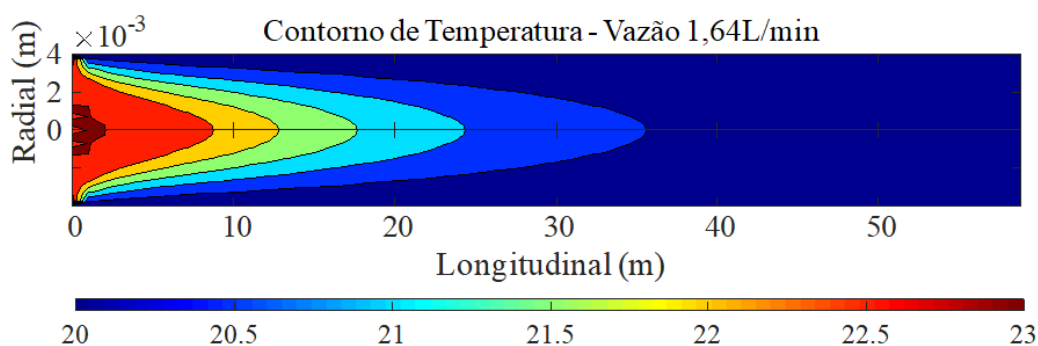


Figura 4.3a. Camada Limite Térmica - Vazão 1,64L/min – Temperatura de 23°C

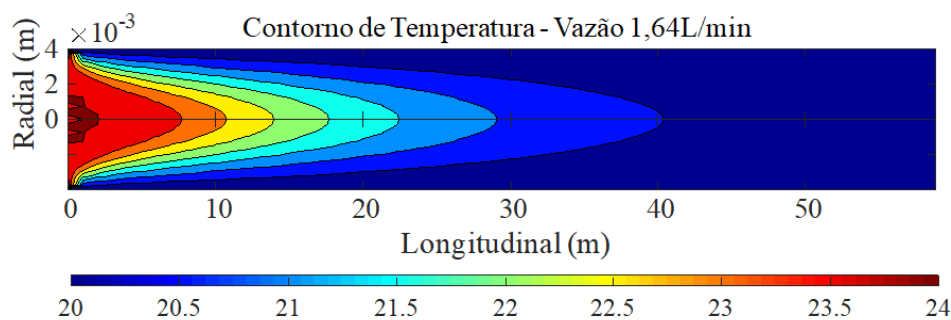


Figura 4.3b. Camada Limite Térmica - Vazão 1,64L/min – Temperatura de 24°C

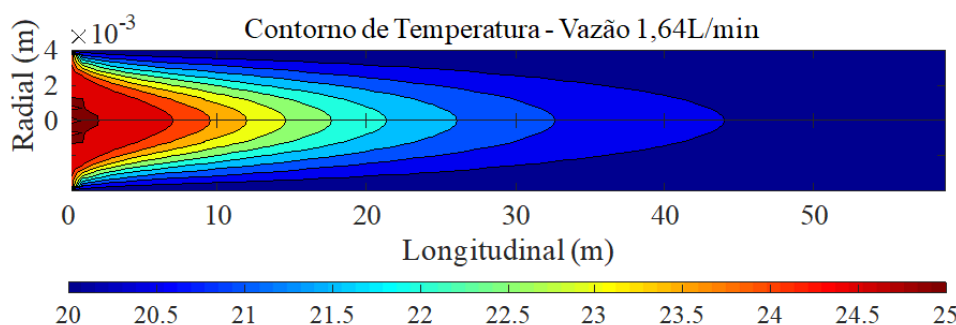


Figura 4.3c. Camada Limite Térmica - Vazão 1,64L/min – Temperatura de 25°C

Na tabela 4.3 observamos os valores para o campo de temperatura correspondentes às Figuras 4.3 a-c.

Tabela 4.3. Valores para evolução do campo de temperatura para vazão de 1,64 L/min

	Distância do Tubo em Metros						
Temperatura	0	1	2	3	4	5	6
23	0,00400	0,00376	0,00367	0,00362	0,00357	0,00351	0,00346
24	0,00400	0,00384	0,00375	0,00374	0,00367	0,00363	0,00360
25	0,00400	0,00386	0,00381	0,00377	0,00373	0,00370	0,00367
	Distância do Tubo em Metros						
Temperatura	7	8	9	10	11	12	13
23	0,00342	0,00337	0,00332	0,00327	0,00323	0,00318	0,00313
24	0,00358	0,00350	0,00347	0,00344	0,00344	0,00337	0,00333
25	0,00364	0,00361	0,00358	0,00355	0,00352	0,00349	0,00346
	Distância do Tubo em Metros						
Temperatura	14	15	16	17	18	19	20
23	0,00308	0,00302	0,00296	0,00290	0,00284	0,00271	0,00270
24	0,00329	0,00325	0,00320	0,00316	0,00311	0,00301	0,00300
25	0,00342	0,00339	0,00335	0,00331	0,00327	0,00323	0,00318
	Distância do Tubo em Metros						
Temperatura	21	22	23	24	25	26	27
23	0,00263	0,00256	0,00247	0,00238	0,00229	0,00219	0,00208
24	0,00296	0,00288	0,00282	0,00276	0,00268	0,00261	0,00253
25	0,00314	0,00309	0,00303	0,00300	0,00292	0,00286	0,00280
	Distância do Tubo em Metros						

Temperatura	28	29	30	31	32	33	34
23	0,00197	0,00184	0,00171	0,00156	0,00139	0,00118	0,00095
24	0,00245	0,00235	0,00227	0,00217	0,00205	0,00193	0,00182
25	0,00273	0,00266	0,00258	0,00250	0,00241	0,00233	0,00223
	Distância do Tubo em Metros						
Temperatura	35	36	37	38	39	40	41
23	0,00061	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
24	0,00167	0,00151	0,00133	0,00112	0,00086	0,00048	0,00000
25	0,00212	0,00201	0,00190	0,00176	0,00161	0,00145	0,00127
	Distância do Tubo em Metros						
Temperatura	42	43	44	44,091			
23	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000			
24	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000			
25	0,00104	0,00076	0,00019	0,00000			

A partir da análise dos gráficos apresentados nas Figuras 4.1, 4.2 e 4.3 (de a até e), foi possível verificar, que para uma vazão de 0,5L/min, com temperatura de 20°C na parede do tubo e temperaturas ambiente variando de 23 a 25°C, a camada limite térmica apresenta desenvolvimento mais rápido, estando o mesmo calculado em torno de 11 metros. Como existirá controle de vazão, é possível realizar alterações nesses valores, ajustando-se os parâmetros para verificar experimentalmente para qual valor a camada limite térmica apresentará melhor comportamento para sua caracterização.

De acordo com (DEWITT et al., 2008), longe da superfície do tubo o perfil de temperatura é uniforme $T(y) = T_{\infty}$, no entanto, à medida que as partículas do fluido entram em contato com a superfície do tubo, elas entram em equilíbrio térmico com a superfície e desenvolvem-se gradientes de temperatura. A região do fluido no qual esses gradientes de temperatura existem é a camada limite térmica e sua espessura δt é tipicamente definida como o valor de y para o qual a razão:

$$\theta = \frac{T - T_s}{T_{\infty} - T_s} = 0.9 \quad (4.1)$$

Analisar a espessura da camada limite térmica é um dos principais pontos de sua caracterização, considerando a equação (4.1) para temperaturas de superfície de 23°C e considerando 20 °C na parede do tubo, foram realizadas as simulações mostradas nas Figuras 4.4 a-c.

Detalhamento do Campo de Temperatura

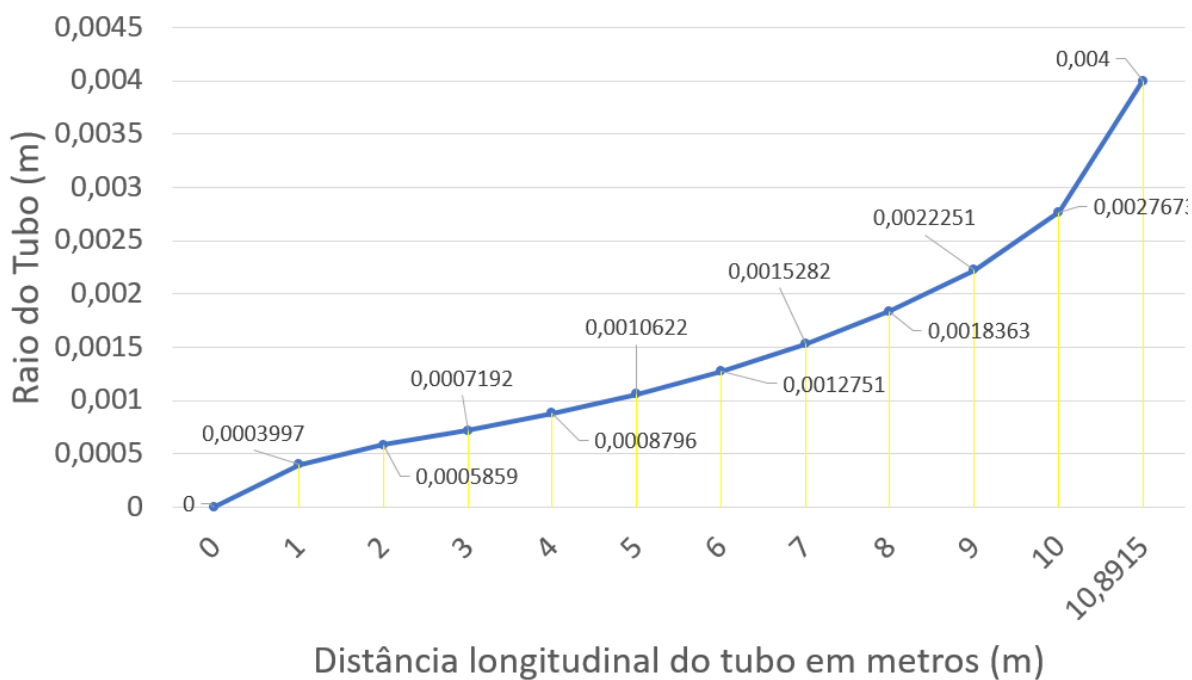


Figura 4.4a. Valores para evolução do campo de temperatura para vazão de 0,5L/min, considerando temperatura de 20°C na parede e 23°C para o fluido de entrada.

Detalhamento do Campo de Temperatura

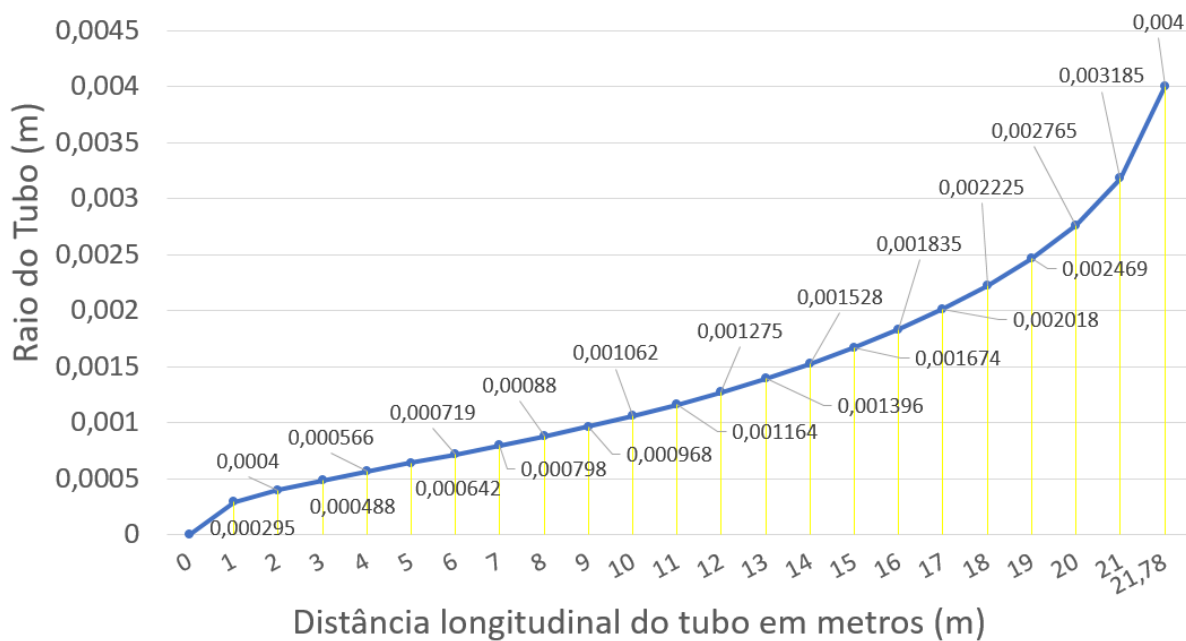


Figura 4.4 b. Valores para evolução do campo de temperatura para vazão de 1,0L/min, considerando temperatura de 20°C na parede e 23°C para o fluido de entrada.

Detalhamento do Campo de Temperatura

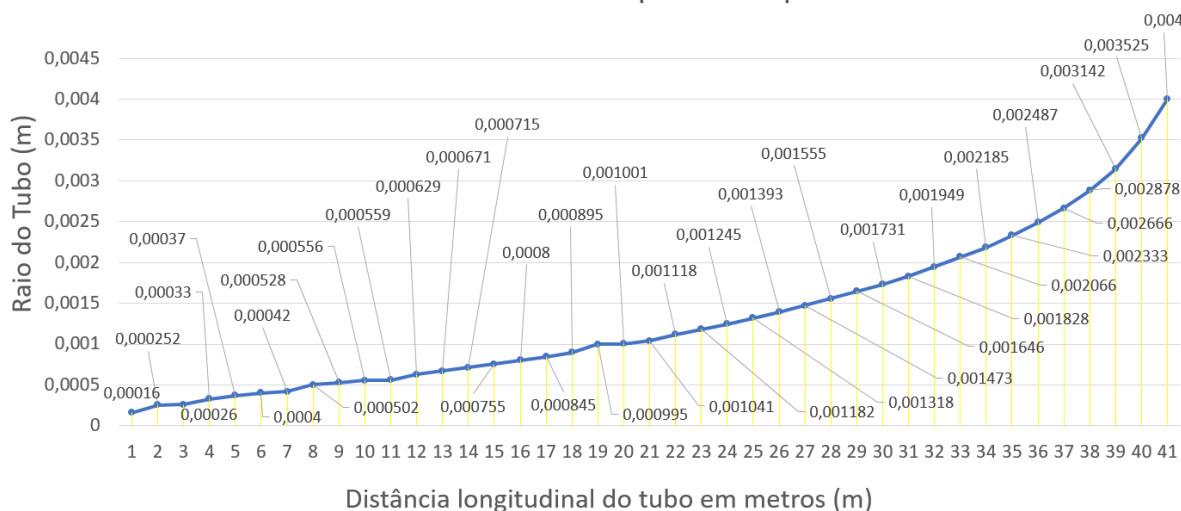


Figura 4.4c. Valores para evolução do campo de temperatura para vazão de 1,64L/min, considerando temperatura de 20°C na parede e 23°C para o fluido de entrada.

No apêndice 2 deste trabalho, para constar como dados complementares, pode-se observar gráficos com o detalhamento da evolução do campo de temperatura ponto a ponto.

4.3 VALIDAÇÃO A PARTIR DA TEMPERATURA MÉDIA

Para fins de validação dos resultados obtidos no presente trabalho, comparamos os resultados com a literatura especializada (Brown, 1960; Shah, 1975; Shih, 1978; Gottifredi, 1983 e Johnston 1994), a tabela 1 apresenta os valores obtidos para a relação $1,0 - \Theta(\xi)$ médio.

Tabela 4.4 Comparação dos valores de $1,0 - \Theta(\xi)$ médio para o fluido newtoniano com temperatura constante na parede e excluindo a condução axial.

$\xi = \frac{2x}{D_h Re_D Pr}$	Brown (1960)	Shah (1975)	Shih (1978)	Gottifredi (1983)	Johnston (1994)	Presente Trabalho
0,001	0,038715	0,03825	0,038251	0,038247	0,03825	0,03825
0,002	0,059736	0,05968	0,059683	0,059659	0,05968	0,05968
0,005	0,106572	-	0,10658	0,106451	0,10657	0,10657
0,01	0,163781	0,16378	0,163814	0,163482	0,16378	0,16378

$\xi = \frac{2x}{D_h Re_D Pr}$	Brown (1960)	Shah (1975)	Shih (1978)	Gottifredi (1983)	Johnston (1994)	Presente Trabalho
0,02	0,248894	0,24889	0,249035	0,248405	0,24889	0,24889
0,05	0,421213	-	0,422248	0,42135	0,42121	0,42121
0,1	0,604701	0,6047	0,610085	0,605891	0,6047	0,6047
0,2	0,81029	0,81029	0,840523	0,81031	0,81029	0,81029

Ao analisarmos a tabela 4.4, é possível notar que os valores apresentam boa concordância com os publicados por Brown, 1960; Shah, 1975; Shih, 1978; Gottifredi, 1983 e Johnston, 1994, estando portanto, o modelo validado, permitindo-se o prosseguimento do projeto para a sua parte experimental.

4.4 CONSIDERAÇÕES DO CAPÍTULO

O capítulo atual detalhou as simulações realizadas para diversos valores de vazões e variações de temperatura que se pretendem analisar experimentalmente.

Foram comentadas as características da camada limite térmica dentro do modelo apresentado na seção 2 desta tese, e analisados os seus resultados conforme metodologia proposta.

Conclui-se com este capítulo a possibilidade de se caracterizar a camada limite térmica experimentalmente com a utilização do sensor capacitivo pelo método não invasivo a partir da construção de um hardware detalhado no capítulo V.

CAPÍTULO V

5. DESENVOLVIMENTO DE APARATO EXPERIMENTAL

5.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo, serão apresentados os passos utilizados para construção do AMPD e os materiais utilizados para sua construção.

Será ainda mostrada uma visão geral do sistema e o detalhamento dos funcionamentos dos seus componentes, por fim, serão esclarecidos os métodos que se pretendem utilizar para controlar a temperatura no mesmo, com o objetivo de caracterizar a camada limite térmica laminar ao longo do tubo presente no hardware desenvolvido.

5.2 O ANALISADOR DE MISTURAS PELA POLARIZAÇÃO DIPOLAR

O hardware utilizado neste trabalho foi construído com base no AMPD (Analisador de Misturas pela Polarização Dipolar) desenvolvido por Silva (2016), o mesmo, ao concluir e analisar os dados apresentados, ressaltou que o método proposto em sua tese indicou a possibilidade de caracterizar a camada limite térmica laminar de um líquido em desenvolvimento, pois as respostas da água destilada em escoamento completamente desenvolvido mostraram-se significativamente diferentes dos resultados onde há uma camada limite térmica.

O AMPD desenvolvido por Silva (2016) se baseia na medida da polarização dipolar da matéria em diferentes frequências eletrônicas a uma determinada temperatura. A polarização dipolar é determinada para misturas dipolares pela permissividade elétrica, frequência eletrônica dos eletrodos (a mistura está entre eles) e a temperatura da amostra. Os equipamentos desenvolvidos medem, com elevada precisão, medidas da temperatura

e da polarização de uma mistura em condições estáticas e dinâmicas e as transformam, utilizando correlações de calibração, em concentração.

A validação da polarização para análise da mistura em regime estático ou para laboratório vem sendo estudada desde o início da década de oitenta, foi apresentado seu primeiro pedido de patente em Belo *et al.* (1982a) e em feiras (II FEBRAN (Belo, 2002b) e no SINST-PADCT (Belo, 1988)). Foi apresentado ainda na SAE (Belo, 1982b) com uma precisão adequada para análise de laboratório do etanol (precisão de 0.025 0°C) e, na feira internacional de petróleo (Belo, 1993). A alta precisão e robustez somente aconteceram em 2012 com uma eletrônica embarcada (Belo, 2009) e aplicada para todos biocombustíveis e óleo de transformador, com precisão da ordem de PPM (partes por milhão). Estes circuitos de precisão não serão detalhados no presente trabalho, considerando que o intuito final é a análise da camada limite térmica laminar.

Para melhor compreensão do AMPD desenvolvido neste trabalho e suas características, serão detalhadas as suas partes físicas e funcionamento de cada componente individualmente.

5.2.1 PEÇA PRINCIPAL COMPLETA E NÚCLEO DO ANALISADOR

A partir desta seção serão detalhadas individualmente as peças que compõem o analisador de misturas, ao final do capítulo objetiva-se que todo o aparato fundamental ao seu pleno funcionamento tenha sido descrito.

Para iniciar este detalhamento, optou-se pela peça principal do analisador e sua composição, que podem ser vistas nas Figuras 5.1 a-e, o sensor capacitivo fica no interior desta peça que é fabricada utilizando alumínio, dentro dela também existe um tubo pelo qual o fluido de trabalho escoará (5-1b). No exterior da peça são dispostos 2 dissipadores (1 de cada lado, 5.1c) e 6 ventiladores (*coolers*) (5-1a e 5.1d), com o objetivo de dissipar a temperatura em uma superfície do módulo termoelétrico (TEM) (5-1b), os dissipadores que podem ser observados em 5.1c suportam um volume considerável (aproximadamente 300 ml de fluido em seu interior) que auxilia na troca de calor entre a peça principal do analisador e os TEMs (5.1b). O fluido de trabalho é depositado em um tubo de vidro borossilicato que fica disposto na parte interna do bloco de alumínio, o mesmo possui uma cavidade para encaixe do tubo (5.1e). Em cavidades específicas são colocados os sensores responsáveis pela medição da temperatura e transdução da polarização. Os eletrodos para formar o sensor da polarização (capacitivo) são colados ao vidro que juntamente com as partes do sistema de instrumentação estão imersos em óleo de alta

isolação que complementam os ambientes das cavidades. As cavidades com estes óleos contribuem para o aumento da precisão, proteção de ponto de orvalho e proteção de quebra.

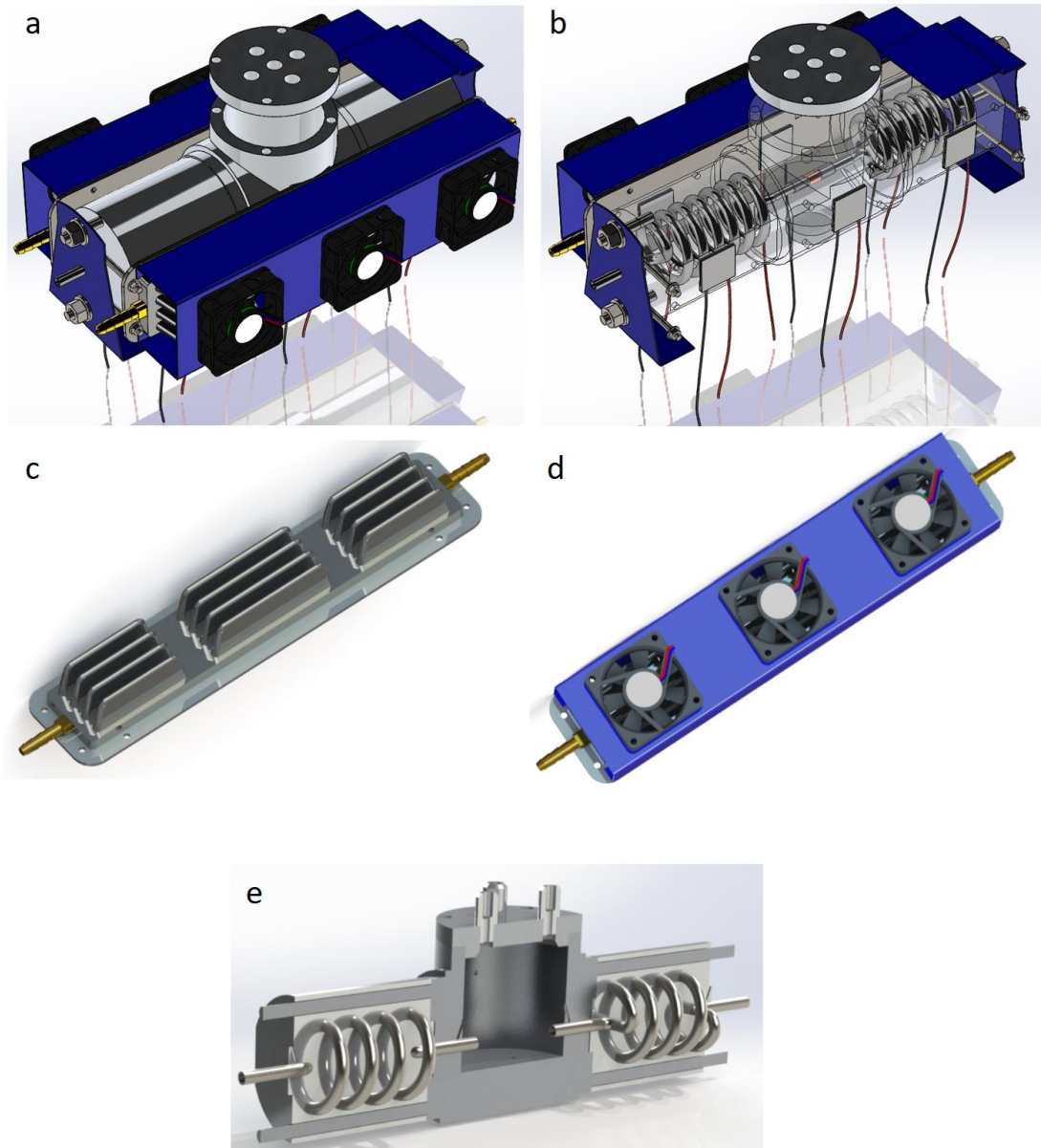


Figura 5.1. Peça Principal Completa e Núcleo do Analisador

a) Peça Principal Completa, b) Peça principal em vista transparente para observação de posicionamento dos TEMs, c) Dissipadores de calor, d) Coolers sobre os dissipadores, e) Corte para observação de posicionamento do sensor capacitivo. Fonte: Autoria Própria

Ainda sobre 5.1e, o tubo interno utilizado para circulação do fluido é construído no formato de serpentina helicoidal, a serpentina mostrada em 5.1b tem aproximadamente

2 metros de comprimento dispostos em uma peça de menos de 50cm, percebendo-se que este tipo de construção é capaz de maximizar o comprimento dos tubos em espaços menores. Nos testes simulados em SILVA (2016) para verificar o desenvolvimento da camada limite térmica, observou-se que as serpentinas deveriam ter no mínimo 11 metros de comprimento para vazão de 0,5 L/min e temperatura de 20 °C na parede do tubo, com temperatura do fluido podendo ser controlada entre 23 e 27°C. O objetivo do aparato experimental desenvolvido, é poder realizar na prática as situações que em simulação apresentaram resultados que possibilitaram a Silva (2016) sugerir a aplicação do presente trabalho como análise futura.

O material utilizado para confecção da serpentina helicoidal é o aço inox 316-L, devido a sua alta resistência à corrosão, comumente empregado na área médica cirúrgica, os fabricantes o indicam para utilização em indústria sucroalcooleira, sendo assim, o material mais indicado para esta tese, permitindo o uso dos mais diversos líquidos sem comprometer a integridade das amostras. A Figura 5.2 exibe a serpentina helicoidal desenvolvida para complementação da serpentina disposta na peça principal do analisador (que pôde ser observada em 5.1b), essa serpentina foi alocada em uma peça denominada bloco ajustador de temperatura que será apresentado na seção 5.2.2.



Figura 5.2. Serpentina Helicoidal (10 metros de comprimento, alocados em uma peça com 310mm de diâmetro por 11mm de altura. Fonte: Autoria Própria

5.2.2 PEÇA SECUNDÁRIA – BLOCO AJUSTADOR DE TEMPERATURA

Para que haja adequação da temperatura do líquido e paredes do tubo circular, é confeccionada uma peça secundária, semelhante à peça principal, também desenvolvida

em alumínio. A peça secundária (denominada de bloco ajustador de temperatura) é exibida na Figura 5.3.

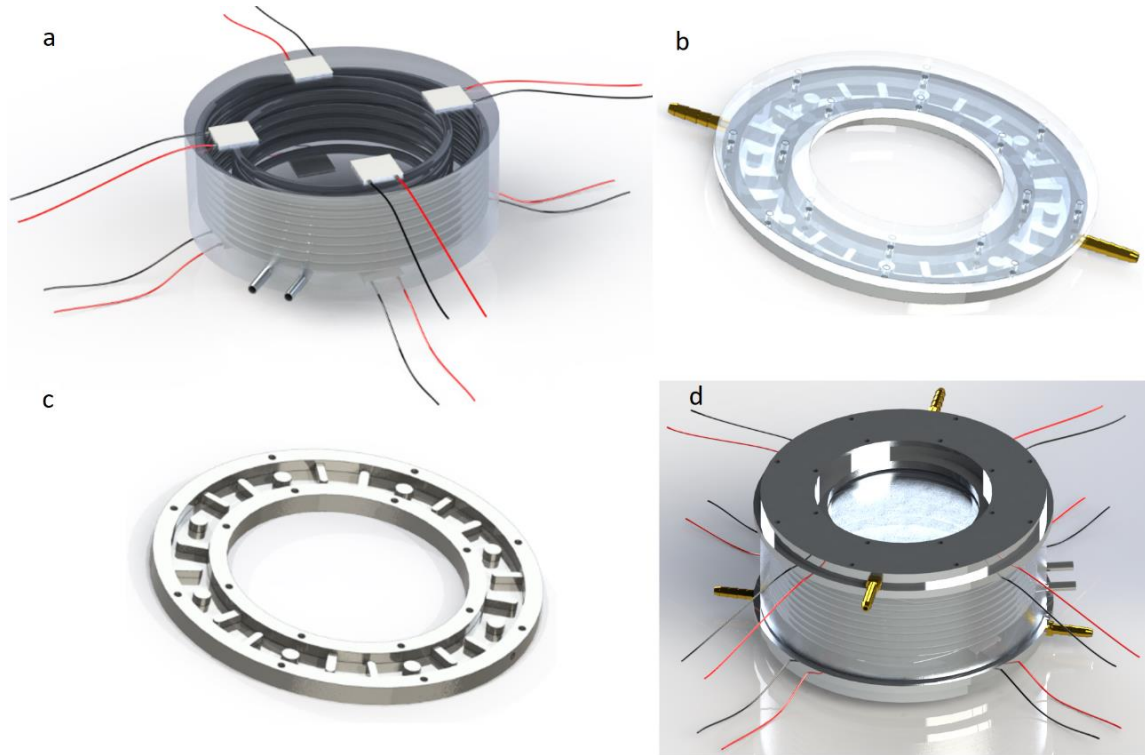


Figura 5.3. Peça secundária - Ajustador de Temperatura com Serpentina Helicoidais.

- a) Bloco de alumínio com serpentina internamente e pastilhas de Peltier externamente, b) Trocador de calor Completo, c) Parte Interna do Trocador de Calor d) Ajustador completo com trocadores montados na parte superior e inferior. Fonte:

Autoria Própria

Como o principal objetivo da peça secundária é manter a temperatura constante nas paredes dos tubos de aço inox, foram feitas duas serpentina e interligadas, a de diâmetro maior com 30 cm e a de diâmetro menor com 21cm, conforme apresentado na Figura 5.2. O intuito de se interligar duas serpentina com diâmetros diferentes foi diminuir o volume da peça de alumínio quando fundida com as serpentina em seu interior. Ao interligar a serpentina da peça principal apresentada na seção 5.2.1 e a serpentina apresentada no bloco ajustador da seção 5.2.2, temos a extensão sugerida por Silva (2016), pouco mais de 11 metros.

Considerando o cálculo de volume do cilindro e as características concernentes ao alumínio, após pronta, a peça pesou um total de 25kg, onde, para obtenção da temperatura desejada nas paredes dos tubos de aço inox foram colocados à disposição do ajustador de temperatura 8 pastilhas Peltier, 4 em sua parte superior e 4 em sua parte inferior, conforme

pode ser melhor observado na Figura 5.3a. O modelamento teórico realizado que mostra a curva de comportamento da temperatura no bloco justificando a utilização de 8 pastilhas Peltier segue detalhado abaixo.

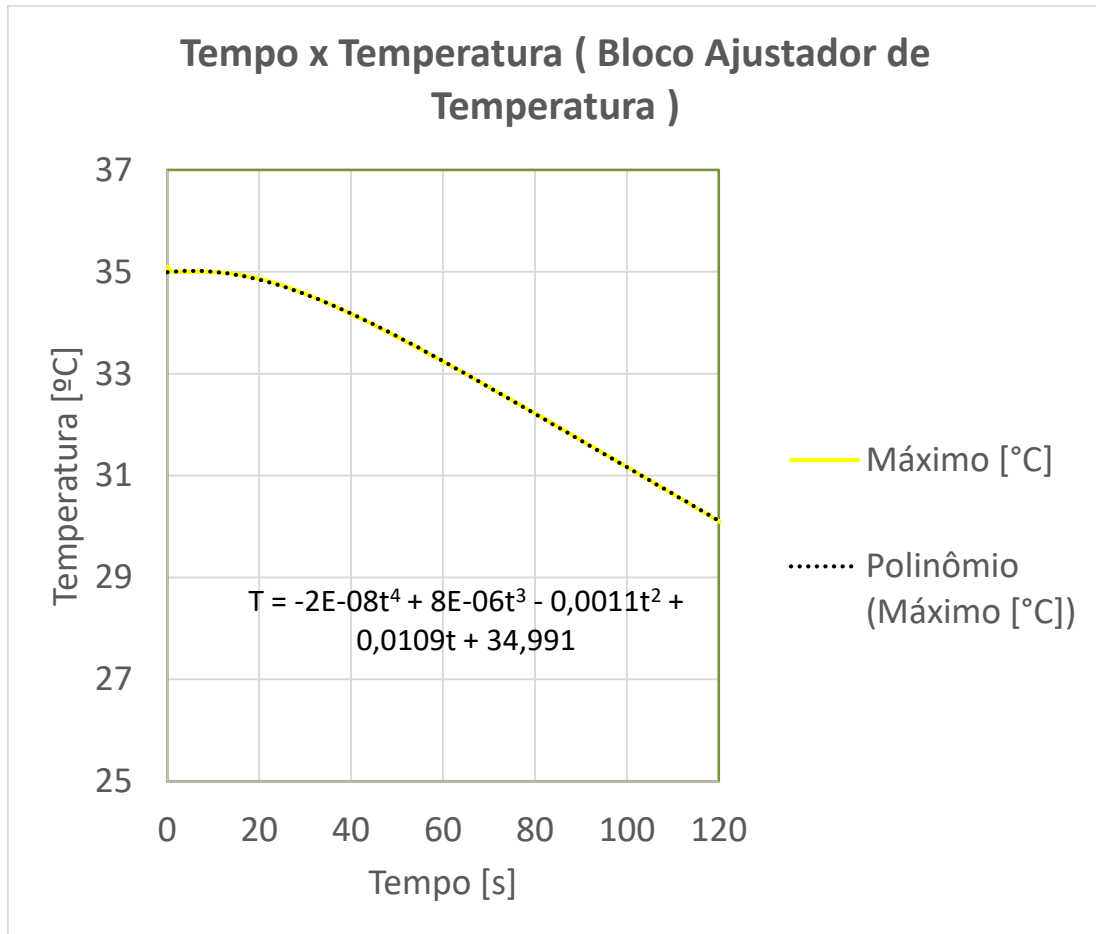


Figura 5.4. Equação característica de evolução teórica da temperatura no Bloco Ajustador

5.2.3 CONTROLADOR DE TEMPERATURA DO BLOCO AJUSTADOR

Para obter as mesmas condições de análise realizadas no bloco principal do analisador, foi desenvolvido um controlador em separado para utilização junto ao bloco ajustador de temperatura, pode-se observá-lo na Figura 5.5.

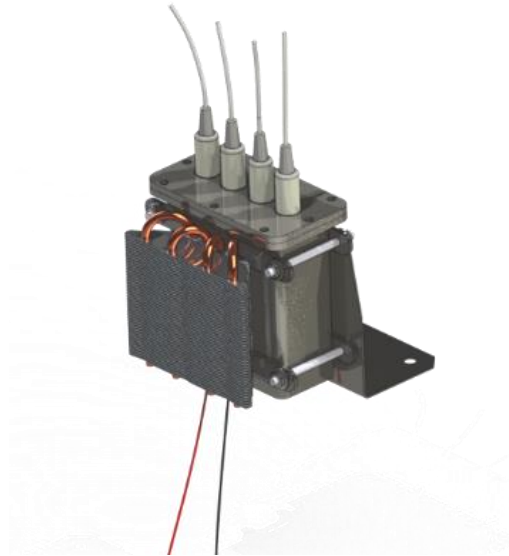


Figura 5.5. Controlador de Temperatura do Bloco Ajustador. Fonte: Autoria Própria

O Controlador foi desenvolvido em aço inox e internamente contém uma placa com 4 sensores de temperatura, PT-1000, melhor detalhados na seção 5.5.2, seguindo o princípio do bloco principal, este bloco é preenchido com óleo de transformador para melhor uniformização da temperatura e isolamento elétrica para o caso de ruídos, este controlador apresenta funcionamento semelhante ao que ocorre na câmara onde fica alocado o sensor capacitivo e a placa dos PTs-1000 da peça principal mostrada na Figura 5.1a, possuindo o mesmo objetivo.

5.3 CONTROLE DE FLUXO DO FLUIDO, CIRCUITO HIDRÁULICO PARA REFRIGERAÇÃO DO SISTEMA (CIRCUITO HIDRÁULICO 1)

Para controlar a quantidade de líquido que entra no tubo será acrescido à entrada do sistema um reservatório, que tem por objetivos substituir o gerador de turbulência utilizado no trabalho de SILVA (2016) e também permitir que haja uma maior estabilidade na velocidade do líquido no decorrer do tubo. O circuito hidráulico completo para o resfriamento apresenta um volume de fluido de aproximadamente 1,5 litros, o reservatório tem um volume total de 25,4 litros, o que permite uma boa troca de calor com aumento de temperatura lento, o que auxilia de forma significativa no controle da temperatura no circuito hidráulico completo.

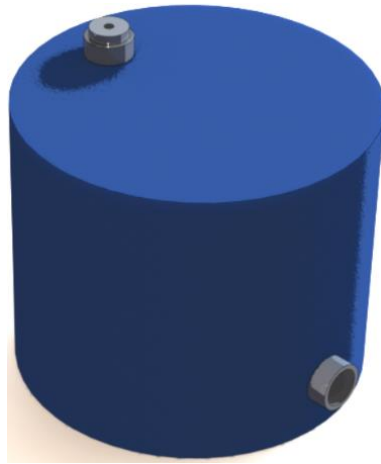


Figura 5.6. Reservatório de Armazenamento do Fluido de Resfriamento. Fonte: Autoria Própria

A Figura 5.7 apresenta o diagrama hidráulico para o fluido presente no reservatório.

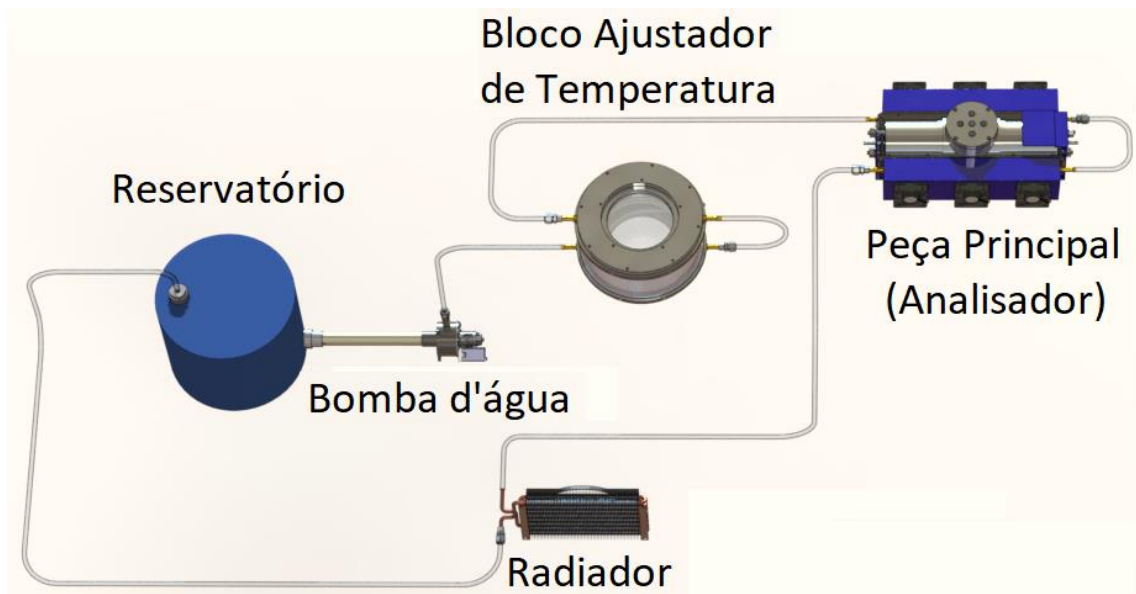


Figura 5.7. Diagrama Hidráulico do Circuito de Refrigeração do Analisador. Fonte: Autoria Própria

Conforme é possível observar no diagrama hidráulico da Figura 5.7, o reservatório apresentado na Figura 5.6 alimenta uma bomba d'água que por sua vez faz com que o fluido (água) percorra todo o analisador auxiliando na queda de temperatura dos componentes que o compõem. Ao sair da bomba d'água o fluido passa pelos trocadores de calor montados sobre e sob o bloco ajustador de temperatura das serpentinas (Figura 5.3b), passando por eles o fluido segue para os dissipadores alocados na peça principal (Figura 5.1c), logo após passam por um radiador (exaustor) e retornam ao reservatório

reiniciando o ciclo. O fluido utilizado no resfriamento é uma mistura de água e aditivo automotivo, um dos principais objetivos dos aditivos em automóveis é auxiliar para que o motor permaneça funcionando em uma faixa de temperatura que o permita trabalhar em plenas condições, sem correr o risco do fluido que o percorre congele ou mesmo entre em ebulição, no sistema proposto o mesmo é utilizado para manter os canais limpos e evitar possíveis corrosões (já evitadas pelo aço inox)

5.4 CONTROLE DE FLUXO DO FLUIDO, CIRCUITO DO FLUIDO A SER ANALISADO (CIRCUITO HIDRÁULICO 2)

Sistemas de fluxo de líquidos são importantes em diversas aplicações, como na indústria química, petroquímica, nuclear e de celulose.

Para o fluido que será devidamente analisado é desenvolvido um segundo circuito hidráulico, esse fluido é água destilada, seguindo parâmetros já definidos em Silva (2016). A Figura 5.8 apresenta o circuito hidráulico para o fluido de análise.

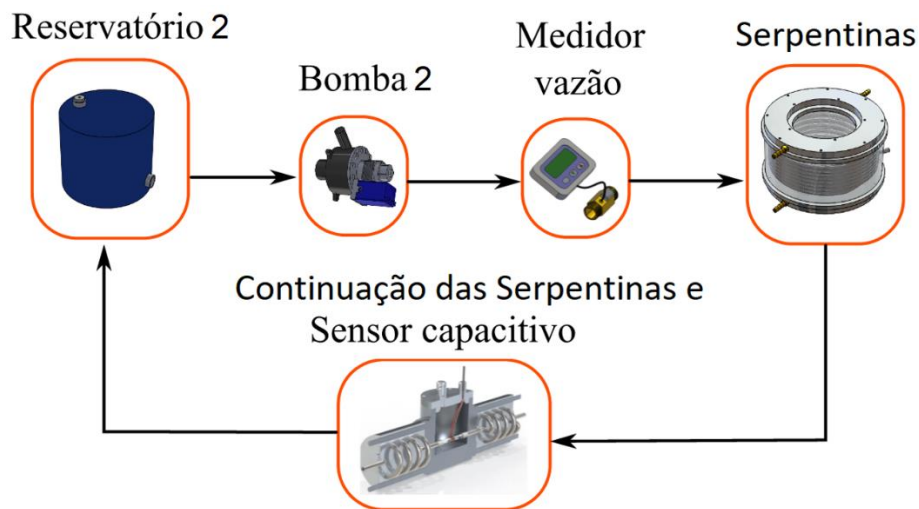


Figura 5.8. Circuito Hidráulico desenvolvido para o Fluido de Análise. Fonte: Autoria Própria

O circuito que será responsável pelo fluido de análise funciona da seguinte forma: O fluido de análise encontra-se em um reservatório, um motor bomba envia o fluido ao medidor de vazão que permite controlar os valores entre 0,5L/min e 25L/min, ao passar pelo medidor o fluido é encaminhado à serpentina que se encontra no bloco ajustador de temperatura apresentado na seção 5.2.2, ao percorrer os 11 metros de serpentinas o fluido entra no bloco principal do analisador onde está o sensor capacitivo, ao passar pelo sensor capacitivo o fluido retorna ao reservatório e o ciclo é reiniciado.

No caso explicado, supomos que o circuito funciona de forma dinâmica, caso haja necessidade de análise estática é possível fechar o retorno do fluido ao reservatório. Uma análise estática permitiria análise pontual do fluido, no entanto, como o trabalho sugere a análise do fluido em regime laminar, as demonstrações serão realizadas de forma dinâmica, porém controlada para manter o valor da vazão.

Para controlar o fluxo e verificar a temperatura do fluido na saída bomba foi acrescentado ao sistema um medidor digital de vazão e temperatura, o mesmo é capaz de monitorar fluxo laminar de um fluido a partir de 0,5L/min até 25L/min e analisar sua temperatura com a utilização de um termopar interno ao medidor, pode-se observar o medidor na Figura 5.9.



Figura 5.9. Medidor Digital de Vazão e Verificador de Temperatura do Fluido

5.5 CONTROLE DO PROCESSO (ELETRÔNICA DO ANALISADOR)

Componentes como sensores de temperatura, sensor capacitivo, fontes de alimentação, entre outros, são utilizados para colocar o sistema em funcionamento. Mas, para realizar o controle do sistema e a aquisição de dados são necessários vários componentes, todos conectados a um dispositivo que possa ser programado previamente,

onde conste toda a lógica do sistema e modelo matemático necessário ao seu pleno funcionamento.

O digrama elétrico do sistema é exibido na Figura 5.10, é possível observar que os equipamentos principais, responsáveis por toda interface, são os Daqs (dispositivo de aquisição de dados) 6215 e 6211, que estão conectados ao computador. Estes módulos conversores possuem terminais para comunicação com computador, controlador lógico programável (CLP) ou outro sistema de controle similar, incrementando assim, uma função de leitura e análise dos dados adquiridos (BORGES, 2015). O National Instruments™ NI USB-6215 comunica-se ao computador por meio do software *LabVIEW™*, onde foi implementado o software de controle do sistema comentado em seção posterior.

Os circuitos de transdução e suas respectivas alimentações podem ser observados, assim como os TEMs e suas placas de potência.

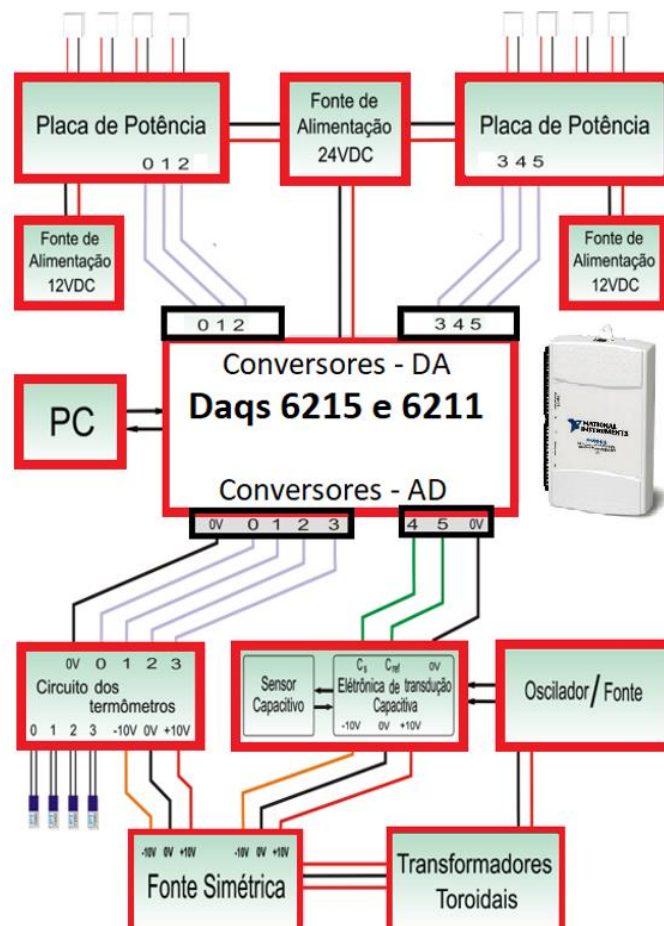


Figura 5.10. Diagrama Elétrico. Fonte: Adaptado de GONÇALVES (2015)

Nos processos modernos um dos fatores mais importantes a se considerar é a precisão dos dados obtidos, portanto, pode-se afirmar, que para melhor desempenho

econômico e qualidade dos produtos desenvolvidos, se faz necessário um bom Sistema de Controle de Processo (PCS – *Process Control System*). Portanto, estes sistemas são a parte mais relevante no sistema de produção, pois a sua finalidade é controlar todo o processo de produção, em processos químicos onde a quantidade dos reagentes medida é primordial a sua implementação.

Um bom PCS permite precisão nos resultados obtidos, no entanto, um dos grandes gargalos que por muitas vezes dificulta o seu funcionamento é ruído, o que faz-se presente desde as fontes de alimentação até os circuitos transdutores, o ruído derivado da fonte pode se propagar por todo o sistema, interferindo nas medições realizadas. BELO *et al.* (2009), propôs técnicas de compensação de ruídos de baixas frequências. Resultados experimentais desta técnica também foram apresentados em BELO *et al.* (2010), LIMA FILHO (2009), LIMA FILHO *et al.* (2010a), LIMA FILHO *et al.* (2010b), LIMA FILHO *et al.* (2008a), LIMA FILHO *et al.* (2008b). Para a redução dos ruídos, um dos fatores que mais influencia é o desenvolvimento de um *layout* de placa adequado e a inserção de filtros para os sinais elétricos.

Dissipação térmica, desvio e desacoplamento de sinal para acoplamento são formas de redução de ruídos muito utilizadas. Além da redução de ruídos aleatórios, (BELO *et al.*, 2009), e a eletrônica embarcada em óleo (BELO *et al.*, 2015) demonstram a redução de ruídos sistemáticos obtida na medida de temperatura de alta precisão.

5.5.1 SENSOR CAPACITIVO

Quando uma molécula apresenta um dipolo ela é chamada de molécula polar. Para que isso ocorra existem dois critérios: primeiro deve apresentar ligações polares e em segundo lugar, os dipolos criados por estas ligações não devem se anular como resultado da simetria criada na molécula. Na maioria dos capacitores, existe um material isolante tal como papel ou plástico entre suas placas. Tal material é chamado dielétrico que pode ser usado para manter a separação física entre as placas (GONÇALVES, 2015). Os materiais dielétricos consistem de muitos dipolos permanentes ou induzidos. Um dos conceitos fundamentais para a compreensão dos dielétricos é a média do campo elétrico produzido por uma grande quantidade de pequenos dipolos elétricos alinhados. Com este princípio foi desenvolvido o sensor capacitivo utilizado neste trabalho.

Esse sensor foi desenvolvido pelo grupo de pesquisa, GPICEEMA. Ele é constituído de duas placas semicilíndricas de cobre em posições opostas de um tubo de vidro borossilicato, conforme a Figura 5.11.

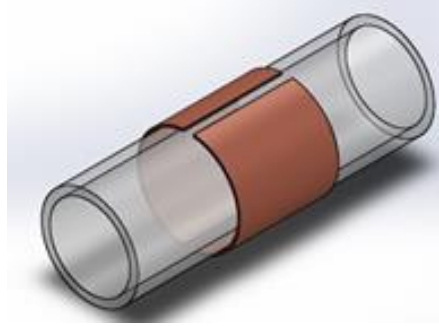


Figura 5.11. Sensor Capacitivo. Fonte: GONÇALVES (2015)

O líquido que preenche o interior do tubo em conjunto com o tubo de vidro borossilicato, torna-se o dielétrico do capacitor constituído pelas placas, fazendo com que a resposta do sensor seja variável de acordo com as características do líquido que está presente no interior do tubo.

O posicionamento do sensor pode ser visto na Figura 5.12a, em vista de corte, e em vista transparente em 5.12b.

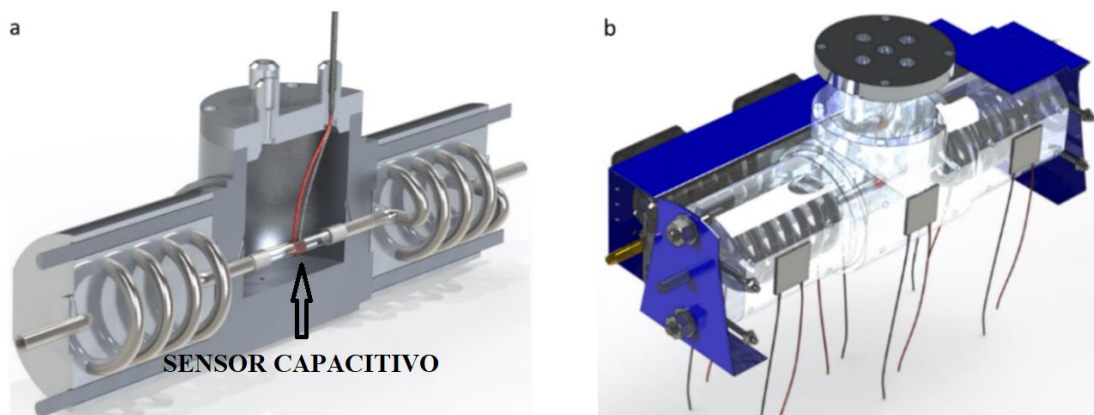


Figura 5.12. Posicionamento do sensor capacitivo na peça principal. a) Corte com visão do sensor, b) Peça Principal com Sensor. Adaptado de SILVA (2016).

O circuito transdutor fornecerá diferentes valores de tensão, dependendo das características do material dielétrico no interior do tubo, portanto, tem-se um valor de tensão diferente para cada mudança no dielétrico presente no interior do tubo.

Durante a polarização as cargas ligadas as moléculas são levadas a um deslocamento, porém, sem deixar os limites das moléculas (diferente da condução elétrica). A polarização acontece em todas as moléculas do dielétrico, sendo uma propriedade de todo seu volume. Cada material tem sua polarização característica. Cada líquido dipolar tem sua polarização característica para um mesmo campo externo que varia com o campo térmico (campo de

temperatura) na mesma. Diferentes materiais dipolares têm diferentes polarizações em mesmos campos térmicos correspondentes.

A água é um dos materiais que tem maior variação da polarização e, portanto, da permissividade com a temperatura (Fink, 1982). Amostras de águas em temperaturas diferentes se comportam como materiais dipolares diferentes, dito de outra forma, respondem como materiais diferentes devido ao campo externo. Este comportamento permite aplicar o modelo de escoamento anular, conforme Belo (1995) e Belo (1999).

A resolução da medida das variações do comprimento da camada limite térmica será dada pelo comprimento dos eletrodos. Para obtenção dos raios da parede correspondente a largura da camada térmica do escoamento, estes elementos deverão ser relacionados com o equacionamento do campo elétrico. Considerando a geometria do sensor, os eletrodos estão externamente ao material isolante. Desta maneira, pode-se considerar que os campos elétricos devidos aos potenciais dos eletrodos, se propagarão em três materiais: o vidro, a camada limite térmica e a região externa a camada limite térmica. Com a Figura 5.13 pretende-se mostrar algumas representações visuais em duas posições de um corte transversal do sensor de escoamento que é representado pelos eletrodos, duto de escoamento, parede de escoamento ou raio interno do duto e raio da camada limite.

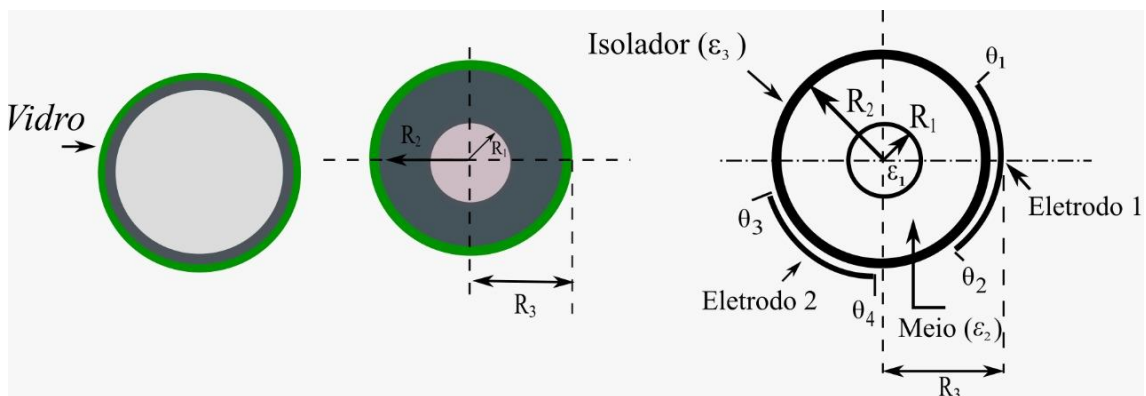


Figura 5.13. Representação de corte transversal do sensor e seus elementos de polarização, de escoamento e modelo para o campo elétrico.

Esta é sua aplicação que de forma generalizada é designada de célula não invasiva e não intrusiva. Em (a) e (b), as regiões verdes são do tubo de vidro. As regiões mais escuras de (a) e (b) correspondem às espessuras da camada limite em posições mais próxima a entrada e mais afastada da entrada respectivamente. Em (b), tem-se R_2 , o raio

da parede de escoamento, ou raio interno do vidro. As regiões centrais de (a) e (b) correspondem a região fora da camada limite. Em (c) tem-se acrescentado os eletrodos posicionados em posições genéricas com os ângulos dos eletrodos dados por θ_1 , θ_2 , θ_3 e θ_4 . ε_1 , ε_2 e ε_3 são permissividades elétricas dos meios correspondentes.

ε_1 → Permissividade Relativa fora da camada limite

ε_2 → Permissividade Relativa dentro da camada limite

ε_3 → Permissividade Relativa do vidro

A solução para este problema aplicado ao escoamento corresponde a determinar a impedância dos dois eletrodos formando ângulos quaisquer, externamente ao duto cilíndrico. Belo (1995) propôs e desenvolveu o modelo do sensor apresentado na equação 5.1.

$$Cap = \frac{2 \varepsilon_0 \varepsilon_2}{\pi} \left\{ \ln \left[\frac{\text{sen} \left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2} \right)}{\text{sen} \left(\frac{\theta_1 - \theta_2}{2} \right)} \right] - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4(ACF_1^n + BD) \text{sen}(n\theta_1) \text{sen}(n\theta_2)}{n(CDF_2^n + ABF_3^n + ACF_1^n + BD)} \right\} \quad (5.1)$$

Onde: $A = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$, $B = \varepsilon_2 + \varepsilon_3$ $C = \varepsilon_3 - \varepsilon_2$, $D = \varepsilon_2 - \varepsilon_1$

$$F_1 = \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^2, \quad F_2 = \left(\frac{R_3}{R_2} \right)^2, \quad F_3 = \left(\frac{R_3}{R_1} \right)^2$$

Os materiais escolhidos para efeito Peltier deverão ter grande coeficiente Seebeck, grande condutividade elétrica e pequena condutividade térmica.

Para o controle de tensão dos Peltier o GPICEEMA desenvolveu um circuito de potência que possui um mosfet para cada Peltier acionado, o que gera uma dissipação de calor excessiva ao componente eletrônico. Para resolver este problema foi desenvolvido um túnel de vento capaz de realizar essa dissipação. Para o presente trabalho, foram desenvolvidos túneis de vento para adaptação e resfriamento dos Mosfets, conforme pode-se observar na Figura 5.14.

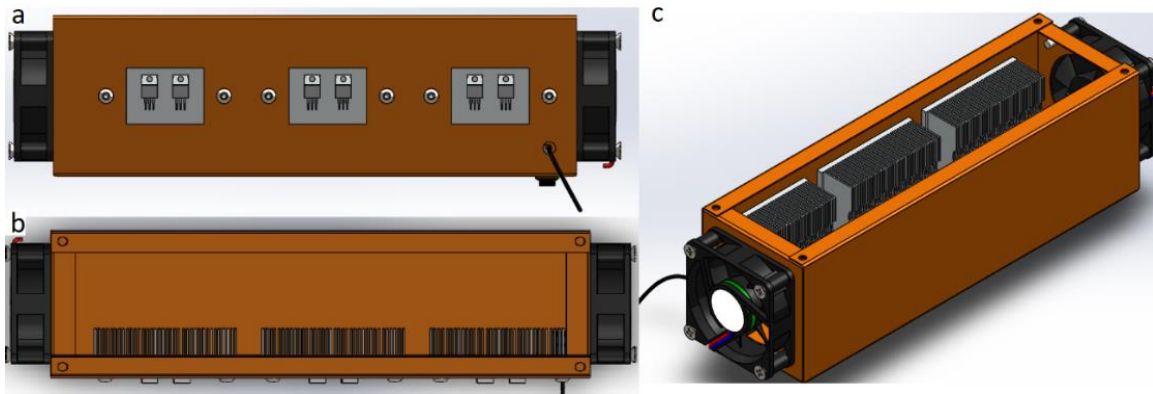


Figura 5.14. Túneis de Vento para resfriamento dos circuitos de potência
 a) Vista Lateral Esquerda, b) Vista Inferior, c) Vista Isométrica. Fonte: Autoria Própria

5.5.2 TERMORESISTÊNCIA PT 1000

As Termoresistências ou Termopares são sensores de temperatura que alteram seu valor de resistência elétrica em função da temperatura. Eles possuem uma alta precisão, estabilidade e repetibilidade, sendo por este motivo, utilizado em diversas aplicações industriais.

Existem diversos trabalhos que utilizam termopares na medição da camada limite, no entanto, é possível notar, que eles utilizam métodos invasivos, o que altera os valores a serem observados na medição da camada.

(SEO; HAN, 2014), focaram sua pesquisa na concepção de um termopar apropriado para medição da camada limite térmica com um grande gradiente de temperatura. Para isso construíram uma máquina de cinco eixos capaz de fabricar termopares com junção de $79,9 \mu\text{m}$, com este método conseguiram verificar a camada limite térmica na superfície de uma turbina, no entanto, suas medições foram realizadas de maneira invasiva.

(HOUSHMAND; PELES, 2014), estudaram experimentalmente o efeito da camada limite térmica em um processo de transferência de calor. Utilizaram um tubo de $1,5\text{mm}$ e um termopar de $210 \mu\text{m}$ para verificação de espessura da camada limite térmica de maneira invasiva, concluindo que quanto mais espessa a camada limite térmica maior é o coeficiente de transferência de calor.

O principal diferencial da proposta deste trabalho é utilizar os termopares de maneira não invasiva, não interferindo dessa maneira, na medição da camada limite térmica, obtendo assim valores mais precisos e estáveis. Escolhe-se ainda o PT 1000, devido a sua qualidade de resposta linear, sua excelente repetibilidade a sua maior

precisão quando comparado ao PT 100, pois por possuir uma faixa maior para variação de resistência (0 a 1000Ω), possui respostas mais sensíveis às variações de temperatura. O sensor opera em uma faixa de -200°C a 800°C .

Para efeitos de precisão algumas equações características podem ser utilizadas para verificação da resistência deste tipo de termopar, é possível observá-los nas equações 5.2 e 5.3.

$$R = R_0(1 + \alpha T) \quad (5.2)$$

$$R = R_0(1 + \alpha T + \beta T^2) \quad (5.3)$$

Onde: R_0 é o valor da resistência quando a temperatura é 0°C ;

α é o coeficiente de variação da resistência elétrica com a temperatura;

β é o coeficiente de variação da resistência elétrica com a temperatura ao quadrado;

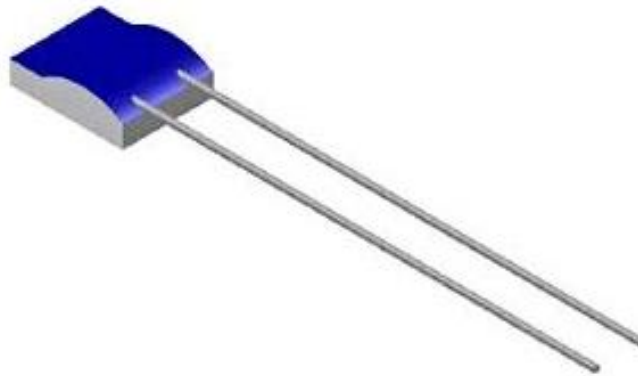


Figura 5.15. PT 1000. Fonte: SILVA (2014)

5.6 ALOCAÇÃO DE SENSORES NO ANALISADOR

Após detalhamento dos principais componentes do analisador é possível verificar o posicionamento de cada sensor pela Figura 5.16.

SAÍDAS
 P1, P2: USB-6215/DEV3/AO0
 P3, P4: USB-6215/DEV3/AO1
 P5, P6: USB-6215/DEV2/AO1

ENTRADAS
 CAP SENSOR:
 USB-6215/DEV3/AI1
 CAP FIXO
 USB-6215/DEV3/AI2
 PTin: USB-6215/DEV3/AI3
 PTsen: USB-6215/DEV3/AI4
 PTout: USB-6215/DEV3/AI6
 PTcav: USB-6215/DEV3/AI7

SAÍDAS
 P1,P2,P3,P4 (INFERIOR)

USB-6211/DEV1/AO1

P1,P2,P3,P4 (SUPERIOR)

USB-6211/DEV1/AO0

P7 USB-6215/DEV2/AO0

ENTRADAS

PT1: USB-6215/DEV2/AI1

PT2: USB-6215/DEV2/AI2

PT3: USB-6215/DEV2/AI3

PT4: USB-6215/DEV2/AI4

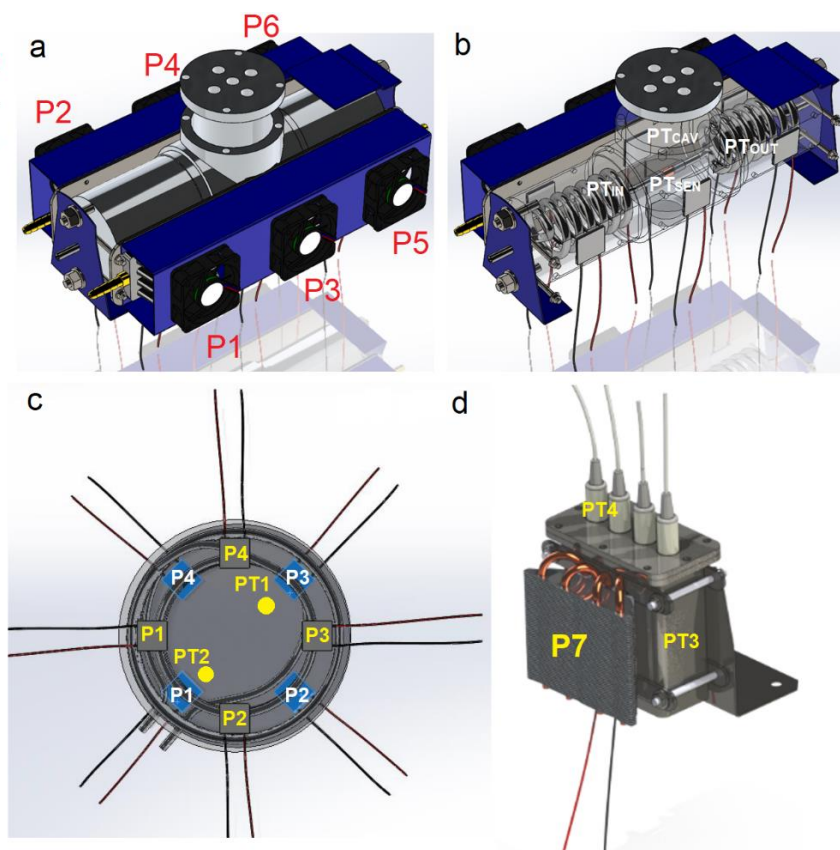


Figura 5.16. Detalhamento de Entradas e Saídas dos posicionadas no analisador de misturas a) Posicionamento das Pastilhas Peltier na Peça Principal, b) Posicionamento dos PTs-1000 na Peça Principal, c) Posicionamento dos PTs-1000 e Pastilhas Peltier no Bloco Ajustador de Temperatura das Serpentinas, d) Posicionamento dos PTs-1000 e Peltier no Controlador de Temperatura do Bloco Ajustador. Fonte: Autoria Própria

O controle de temperatura da peça principal visto em 5.16a é feito por partes; são ligados P1 e P2 (respectivamente Peltier 1 e Peltier 2) na entrada de fluido da peça, P3 e P4 no meio e P5 e P6 em sua saída de fluido. A Figura 5.16 mostra em sua legenda, à esquerda, como cada saída foi alocada no dispositivo de aquisição de dados 6215. Em 5.16d podemos verificar o Peltier, P7, responsável pelo controle de temperatura do bloco ajustar verificado em 5.16c. No bloco ajustador de temperatura (5.16c) são alocados oito Peltier, quatro em sua parte inferior, e quatro em sua parte superior, conectados ao dispositivo de aquisição de dados 6211.

No dispositivo 6215 estão conectadas as entradas, primeiro as associadas ao sensor capacitivo, CAPsen (Sensor Capacitivo) e CAPfixo (entrada fixa do sensor Capacitivo) no bloco transparente visto em 5.16b. Em seguida, pode-se observar em amarelo os posicionamentos dos PTs que fazem as leituras de temperatura na entrada e saída da peça principal e também dentro da câmara onde fica o sensor capacitivo, PTin

(PT de entrada), PTout (PT de saída), PTcav (PT da cavidade localizada na câmara do sensor capacitivo) e PTsen (PT posicionado próximo ao sensor capacitivo).

Em 5.16c, no bloco ajustador, vemos PT1 e PT2, que são os dois PTs localizados em pontos estratégicos da serpentina do bloco ajustador para verificação de sua temperatura. Em 5.16d, os PTs, PT3 e PT4, são respectivamente, para verificar e controlar a temperatura da caixa controladora e para analisar a temperatura ambiente.

5.7 ANALISADOR DE MISTURAS PELA POLARIZAÇÃO DIPOLAR PARA CARACTERIZAÇÃO DA CAMADA LIMITE TÉRMICA LAMINAR

Após detalhamento das funções de cada parte que compõem o analisador e pelas funções que o mesmo vai desempenhar o mesmo foi nomeado por: Analisador de Misturas Pela Polarização Dipolar Para Caracterização da Camada Limite Térmica Laminar. A Figura 5.17 exhibe a sua estrutura finalizada e, a Figura 5.18 detalha cada componente em seu devido lugar.



Figura 5.17. Analisador de Misturas Pela Polarização Dipolar para Caracterização da Camada Limite Térmica Laminar. Fonte: Autoria Própria

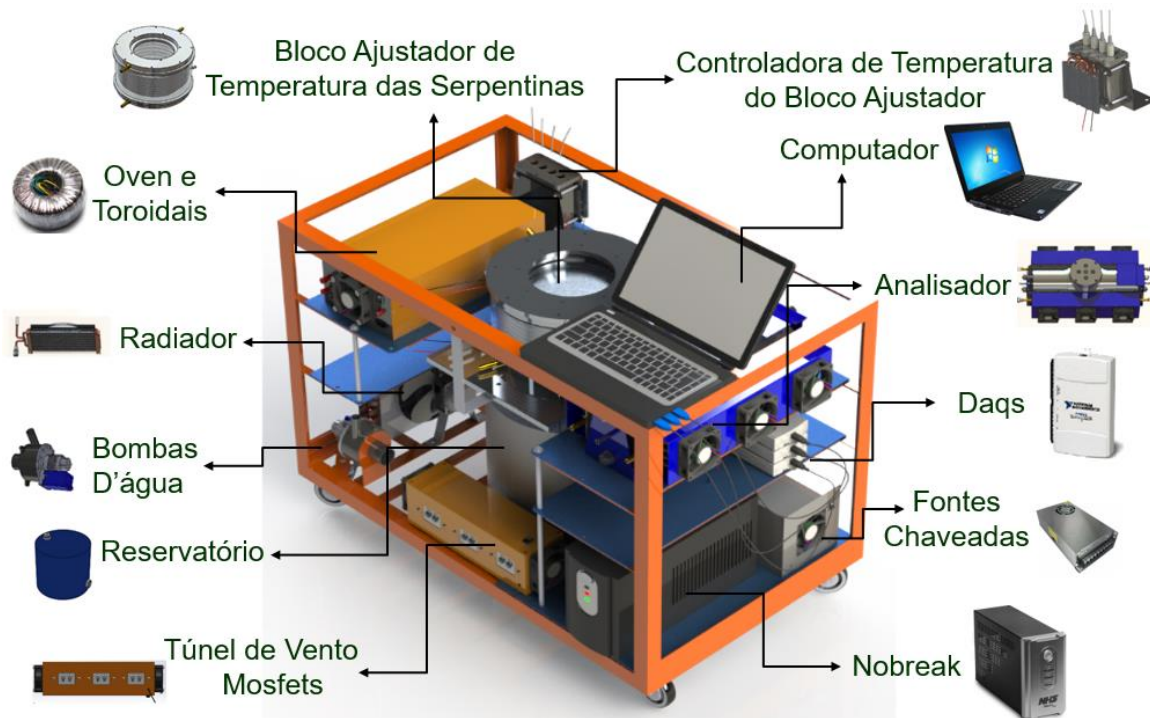


Figura 5.18. Distribuição dos componentes pela estrutura. Fonte: Autoria Própria

5.8 IMPLEMENTAÇÃO DE SOFTWARE PARA CONTROLE DO PROCESSO EM LABVIEW

O *LabVIEW* é um software de engenharia de sistemas criado especificamente para aplicações que envolvam teste, medição e controle, com rápido acesso ao hardware e a informações obtidas a partir dos dados. Com a integração da plataforma com equipamentos do mesmo fabricante (*National Instruments*) o seu uso cresceu rapidamente em ambientes industriais e em laboratórios.

A principal diferença entre essa plataforma e as tradicionais, é a execução paralela das instruções no programa, tornando possível o uso de controladores em paralelo, como desejado nessa aplicação. Dessa forma, toda a instrumentação e controle do instrumento são realizados nessa plataforma. Nas Figuras 5.19 a-b é exibido o painel frontal da aplicação desenvolvida nesta tese.

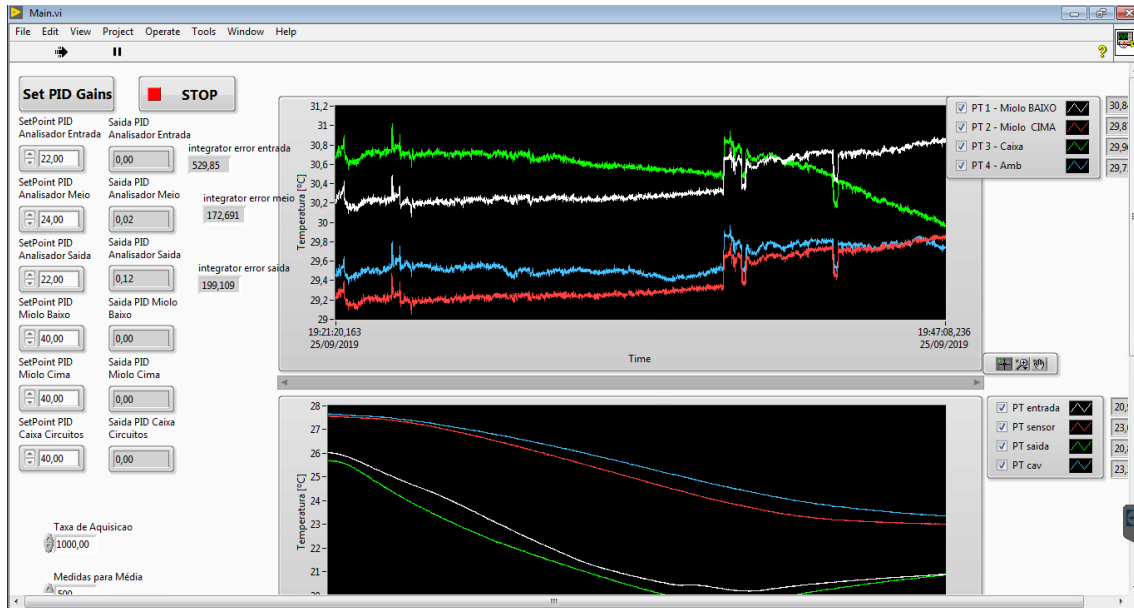


Figura 5.19a. Painel Frontal *LabVIEW*.

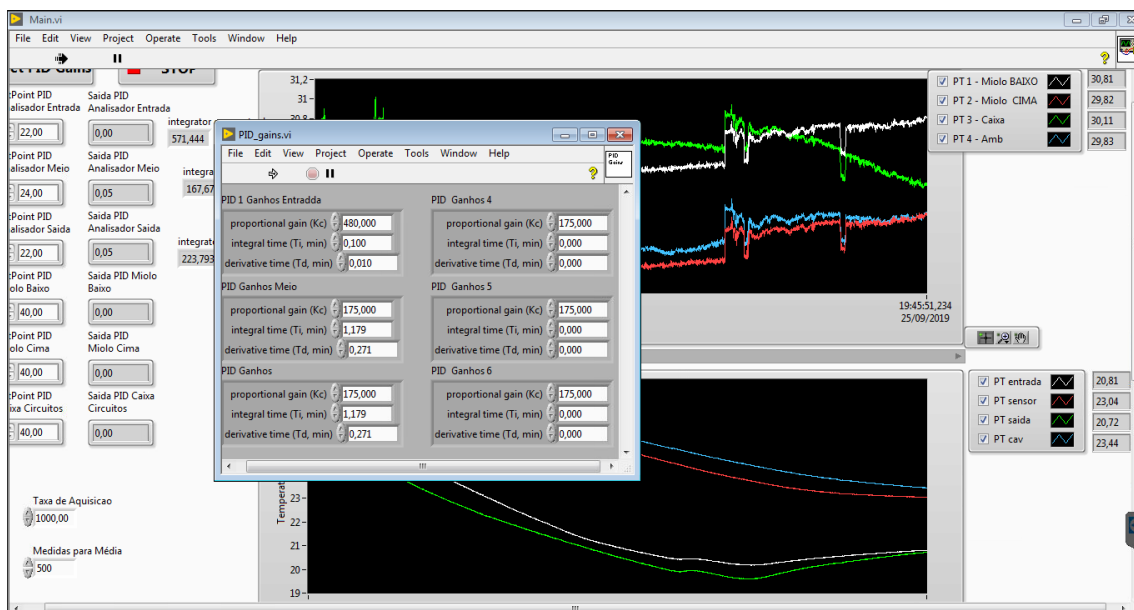


Figura 5.19b. Painel Frontal *LabVIEW*.

É possível verificar pelas Figuras 5.19a e 5.19b os locais configurados para digitar os parâmetros do controlador PID, os valores das temperaturas medidos pelos PTs (destacando-se na parte superior o bloco ajustador de temperatura das serpentinas e no inferior o analisador), verificando-se em tempo real o funcionamento dos controladores a partir dos parâmetros calculados. As equações do controlador PID já tem blocos específicos dentro do próprio *LabVIEW*, portanto, entrando com os parâmetros, *setpoint* (referência) e aplicando a técnica de Ziegler Nichols, conforme citado na seção 3.1.1 do presente estudo, o que será detalhado posteriormente de forma experimental.

5.9 RESULTADOS EXPERIMENTAIS E SUAS DEFINIÇÕES

Para obtenção dos resultados experimentais de controle da temperatura no analisador desenvolvido, foram necessárias algumas considerações. Durante as simulações, a temperatura considerada nas paredes foi de 20°C, no entanto, ao iniciar o processo experimental optou-se pela temperatura de 22°C. A influência da temperatura ambiente no desempenho do analisador, a influência do ambiente em que o experimento foi desenvolvido e outros fatores concernentes ao desenvolvimento do hardware levaram a esta escolha.

Na implementação do controle de temperatura, percebeu-se a dificuldade de se trabalhar com determinadas temperaturas para as paredes, 25°C por exemplo, em dias mais frios devido a característica de unidirecionalidade do controlador (ou seja, o sistema tem controle apenas para seu resfriamento, o aquecimento depende da troca de calor com o ambiente externo) caso o sistema resfriasse mais que o desejado, o mesmo apresentava dificuldades para retornar a temperatura anterior. Quando a temperatura nas paredes era muito baixa com relação a temperatura ambiente, o sistema entrava em processo de condensação, impedindo a leitura dos dados e colocando em risco a integridade eletrônica do equipamento mediante a possibilidade de respingos de água sobre os circuitos.

A partir dos comentários realizados acima, o detalhamento dos resultados experimentais apresentará apenas os resultados obtidos para os controladores PIDs em cada parte do analisador, desconsiderando as medições para o sensor capacitivo. As justificativas ora apresentadas mostram a necessidade da implementação de um processo de controle mais robusto, como por exemplo, um controlador inteligente em conjunto com os PIDs, ou mesmo o desenvolvimento de algum processo de identificação off-line que permita melhor definição dos parâmetros de controle.

5.10 CALIBRAÇÃO DOS PTS-1000

Para iniciar o procedimento experimental o primeiro passo a ser realizado é a calibração dos PTS-1000, a partir de sua calibração calculam-se as constantes que serão definidas na programação e que futuramente permitirão o estabelecimento do controle de temperatura do bloco ajustador de temperatura e da peça principal do analisador.

A temperatura é controlada por banho térmico em degraus igualmente espaçados que representam a região de operação do sensor. Os dados obtidos são utilizados para realizar a calibração após aplicação da média. A média é realizada para cada conjunto de

dados após atingir o estado estacionário em cada degrau. Com os valores das tensões do sensor e as temperaturas do banho térmico, a calibração é realizada.

O gráfico apresentado na Figura 5.20 apresenta a calibração realizada para os 6 PTs-1000 que foram utilizados no controle do processo.

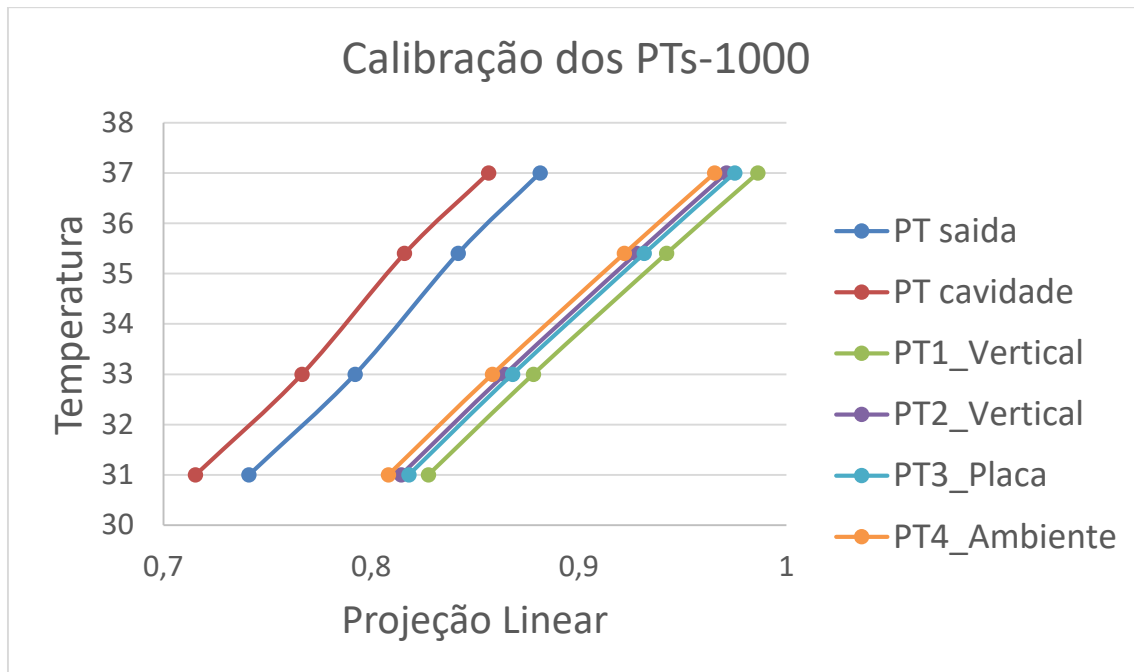


Figura 5.20. Calibração dos PTs

A calibração é feita via regressão linear, dada a linearidade do pt-1000 e do circuito de transdução. Na equação 5.4, A é o coeficiente de inclinação e B a intercepção, como pode-se observar na Tabela 5.1.

Tabela 5.1. Constantes obtidas na Calibração

	A	B
PT saída (PTout)	43,39237	-1,23241
PT cavidade (PTcav)	43,13269	0,078612
PT1_Vertical (PT1)	37,75934	-0,20872
PT2_Vertical (PT2)	38,26025	-0,12467
PT3_Placa (PTin)	38,20161	-0,21612
PT4_Ambiente (PT4)	38,14142	0,207381

Os valores de tensão em cada PT podem ser calculados utilizando a equação 5.4:

$$T = A * v_{sc} + B \quad (5.4)$$

Onde: T é a temperatura, e v_{sc} é a Tensão no Sensor Capacitivo.

5.11 APLICAÇÃO DOS CONTROLADORES PIDS NO SISTEMA

A implementação dos controladores PIDs foi realizada de forma parcial e simultânea, parcialmente pela necessidade de verificação de parâmetros de forma individual e simultaneamente para colocar todo o conjunto analisador para realizar a uniformização de temperatura das serpentinas e permitir as medições com o sensor capacitivo.

Conforme justificado, serão apresentados os resultados dos PIDs de forma individual (cada PID funcionando isoladamente).

Os PIDs foram divididos de acordo com as disposições dos TEMs no hardware da seguinte forma:

- Parte inferior do Bloco ajustador de temperatura das serpentinas;
- Parte superior do Bloco ajustador de temperatura das serpentinas;
- Entrada do Bloco principal núcleo do analisador;
- Meio do Núcleo do analisador;
- Saída do Núcleo do analisador

No intuito de facilitar a compreensão a Figura 5.21, apresenta essas disposições.

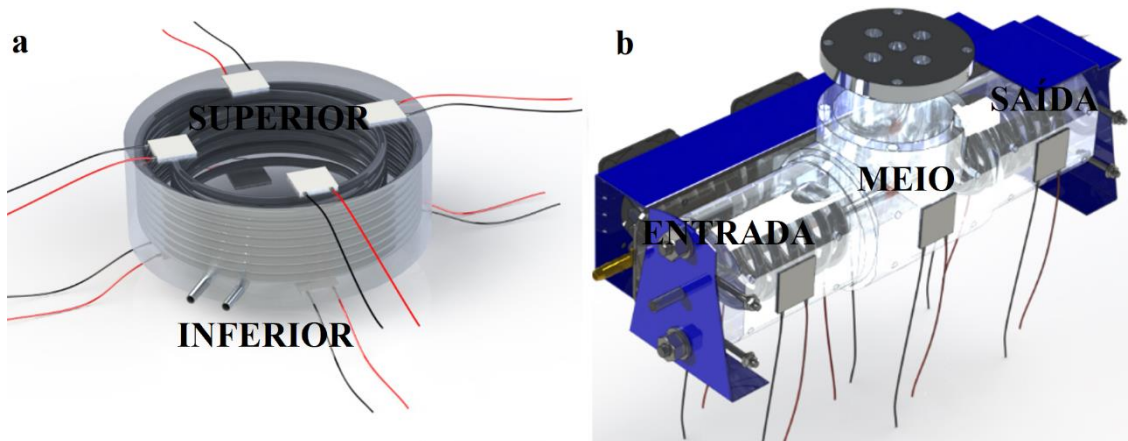


Figura 5.21. Disposição dos TEMs conforme aplicação dos PIDs, a) Bloco Ajustador, b) Núcleo do Analisador.

5.11.1 PIDS NO BLOCO AJUSTADOR

O bloco ajustador da temperatura das serpentinas é uma das peças mais importantes do hardware desenvolvido, as simulações mostraram a necessidade de construção de uma peça capaz de alocar alguns metros de tubos que permitisse a

uniformização da temperatura das paredes desses tubos. O gráfico apresentado em 5.22 mostra o comportamento do PID para a parte superior do ajustador e a figura 5.23 mostra a parte inferior.

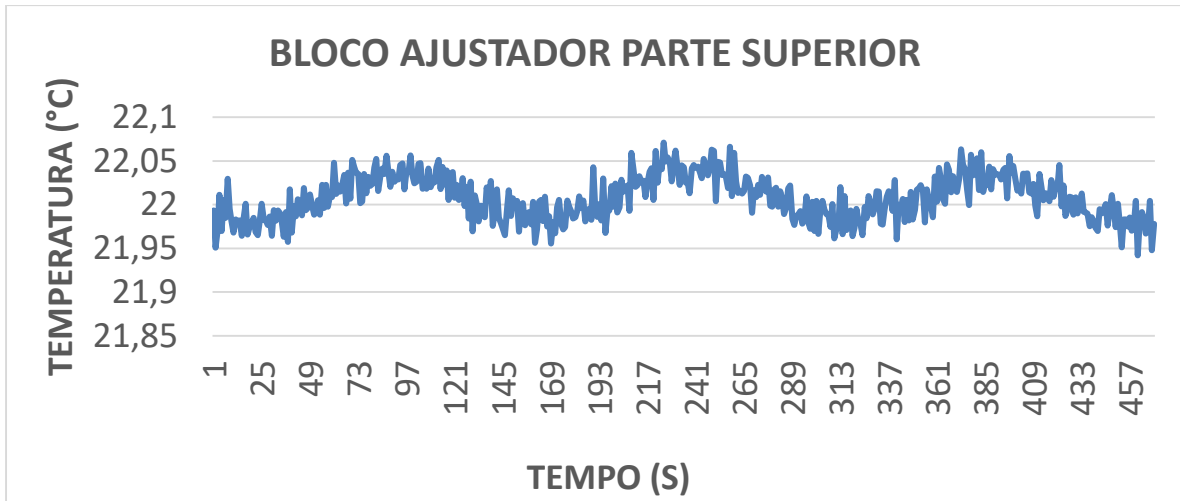


Figura 5.22. Temperatura na Parte Superior do Bloco Ajustador

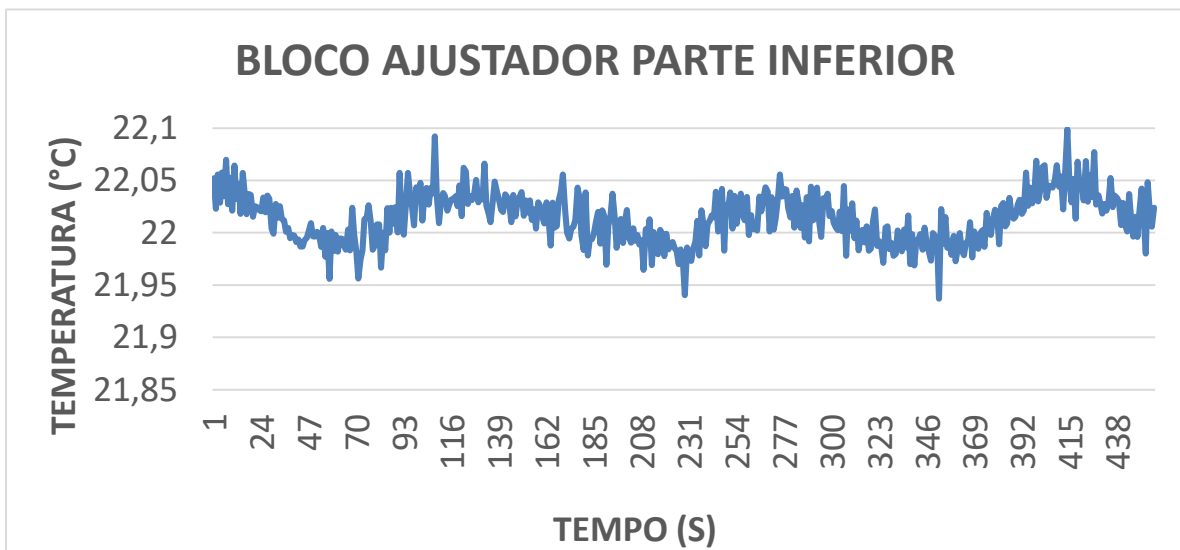


Figura 5.23. Temperatura na Parte Inferior do Bloco Ajustador

A partir dos gráficos é possível observar que o controlador se apresenta de forma efetiva no controle de temperatura do bloco ajustador, pela constante térmica do bloco ajustador ser significativamente grande, devido a massa do bloco, o controlador P já apresentou bons resultados, acrescentando-se as constantes referentes aos ganhos integral e derivativo apenas para ajuste fino, conforme pode-se verificar nos parâmetros de sintonia apresentados na tabela 5.2.

Tabela 5.2. Sintonia dos PIDs do Bloco Ajustador

	K_p	T_i	T_d	K_{cr}	P_{cr}
Parte Superior	7200	35,25	8,81	12000	70,5s
Parte Inferior	1500	51,25	12,81	2500	102,5s

A sintonia dos parâmetros do controlador PID foi realizada conforme técnica detalhada na seção 3.2.1 do presente estudo, para oscilação estável da parte superior o ganho crítico foi $K_{cr} = 12000$, na parte inferior $K_{cr} = 2500$, a partir da determinação desses valores foi possível se observar uma oscilação estável dos gráficos. Observando o ganho crítico e período crítico (P_{cr}), que foi de 70,5s para a parte superior e 102,5s para a parte inferior foram definidos os demais parâmetros.

Com os parâmetros definidos, o bloco ajustador foi ligado com os dois PIDs atuando de forma simultânea, o gráfico é apresentado na figura 5.24.

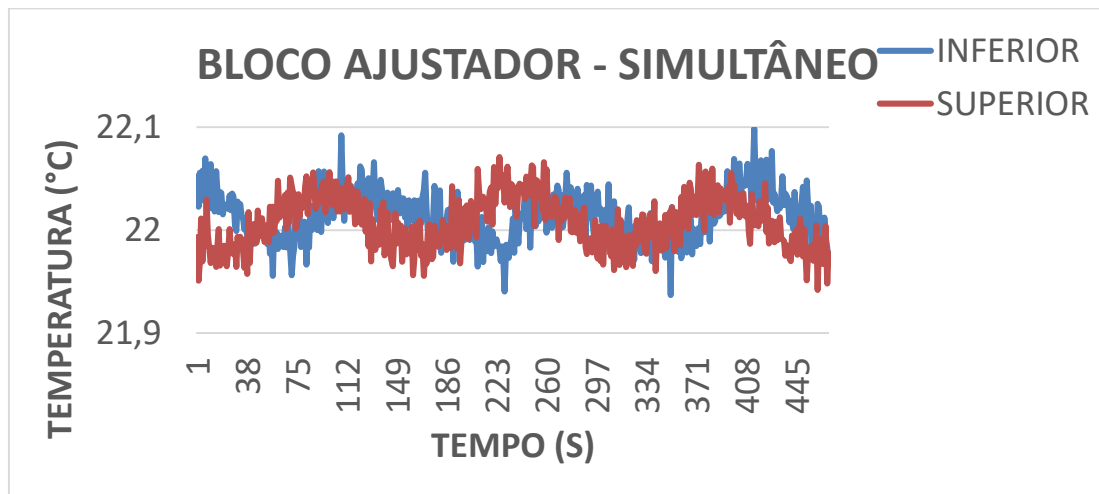


Figura 5.24. Funcionamento dos PIDs do Bloco Ajustador simultaneamente

É possível verificar pela análise do gráfico, que os PIDs foram capazes de manter o bloco ajustador com temperatura uniforme, garantido tal uniformidade de temperatura nas paredes dos tubos circulares contidos no bloco.

5.11.2 PIDS DO NÚCLEO DO ANALISADOR

De forma semelhante ao que foi trabalhado no bloco ajustador, os PIDs do núcleo do analisador foram calculados, a sistemática para cada PID foi dividida em 3 partes

conforme a Figura 5.21b, sendo um PID para entrada, outro para o meio e por fim, um para a sua saída.

Os gráficos apresentados nas Figuras 5.25, 5.26 e 5.27 mostram a resposta do núcleo quando aplicados os valores de sintonia mostrados na Tabela 5.3.

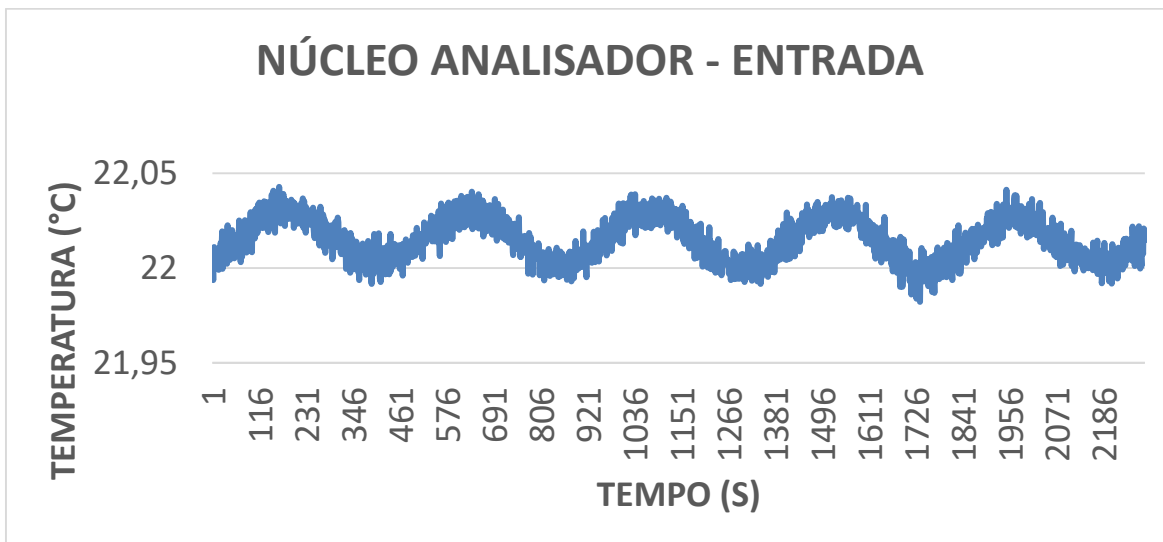


Figura 5.25. Temperatura na Entrada do Núcleo Analisador

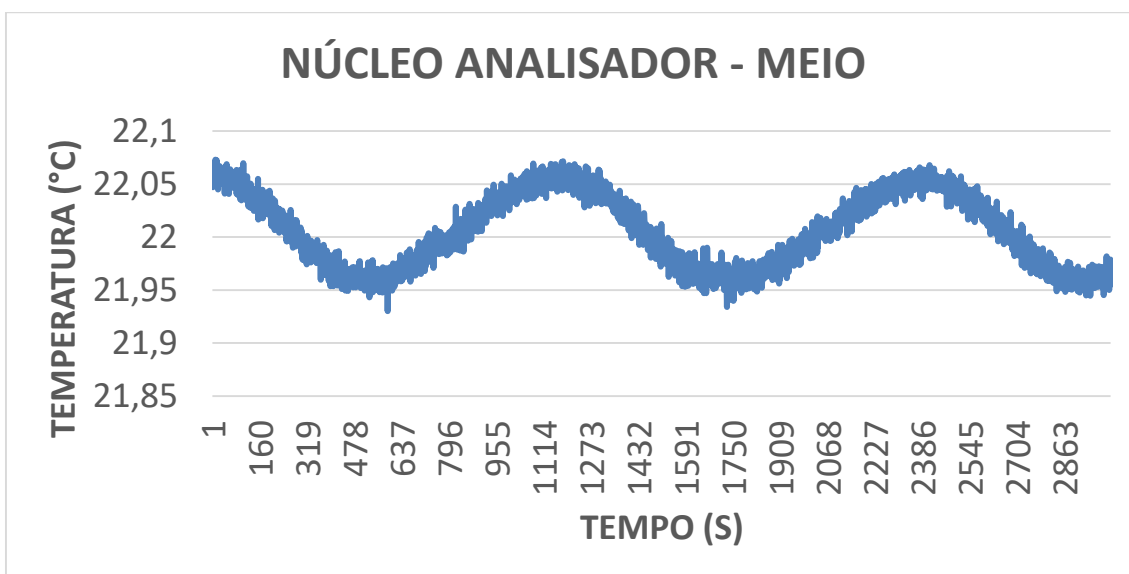


Figura 5.26. Temperatura no Meio do Núcleo Analisador

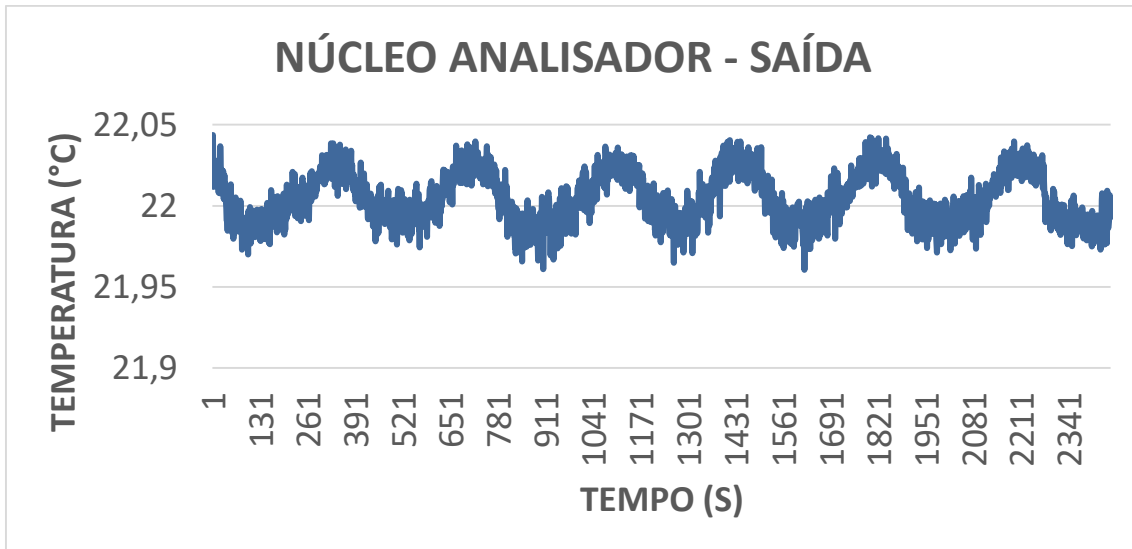


Figura 5.27. Temperatura na Saída do Núcleo Analisador

Tabela 5.3. Sintonia dos PIDs do Núcleo Analisador

	K_p	T_i	T_d	K_{cr}	P_{cr}
Entrada	480	110,5	27,62	800	221s
Meio	240	299,5	74,87	400	599s
Saída	1350	97,5	24,37	2250	195s

No Núcleo analisador houve êxito na implementação dos PIDs de forma individual, conforme pode-se observar nas figuras apresentadas, no entanto, ao colocar os controladores para atuarem de forma simultânea o processo apresenta dados inconsistentes no que tange a necessidade de uniformização, podendo-se verificar o comportamento do Núcleo analisador com os três controladores atuando na Figura 5.28.

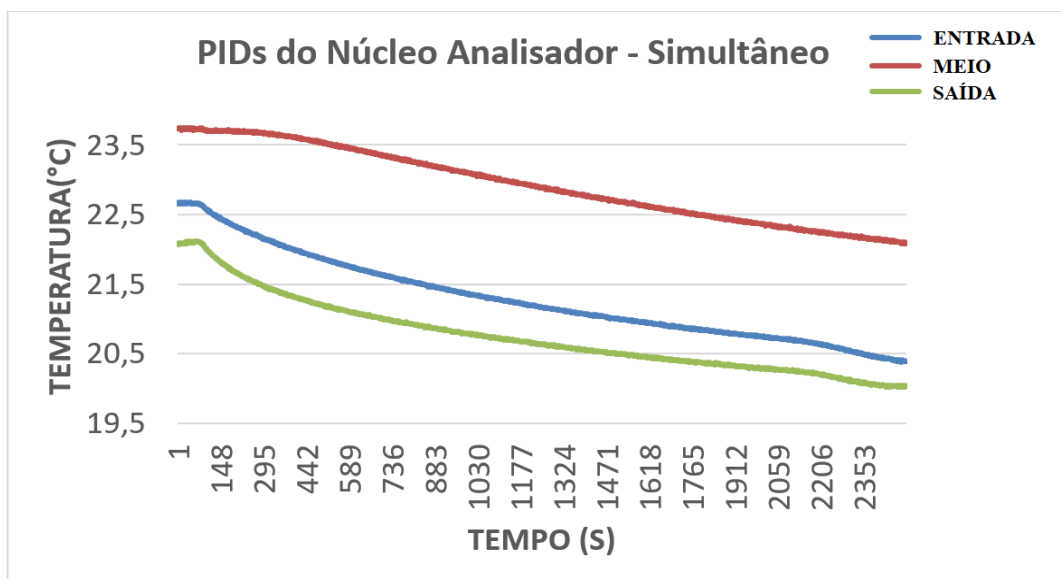


Figura 5.28. Funcionamento dos PIDs do Núcleo Analisador simultaneamente

A análise do gráfico apresentado em 5.28 e a tentativa de ajustes de parâmetros de sintonia, mostram a necessidade de aplicação de uma estratégia de controle diferente para realização do ajuste de temperatura do Núcleo analisador.

Com todos os parâmetros definidos e demonstrados anteriormente, observou-se que o funcionamento simultâneo de ambos os blocos (ajustador e núcleo) necessita de uma estratégia de controle diferente para uniformização da temperatura, outra alternativa pode ser alguma modificação de hardware que simplifique a utilização da estratégia já programada e aplicada, isso é detalhado nas considerações finais do trabalho.

5.12 CONSIDERAÇÕES DO CAPÍTULO

Neste capítulo foram abordados os principais materiais utilizados na confecção do analisador de misturas, detalhou-se o funcionamento de cada componente do analisador de misturas, desde a parte mecânica, até a parte elétrica e lógica.

Foi abordado o diagrama geral de funcionamento do sistema e explicado o funcionamento do sensor capacitivo, dos módulos Peltier que foram utilizados no controle de temperatura dos blocos ajustador e núcleo do analisador.

Detalhou-se também o posicionamento de cada sensor no analisador e o porquê de suas alocações em cada ponto, abrindo assim caminho para a obtenção dos resultados experimentais.

Por fim, explicou detalhadamente como os controladores PIDs foram sintonizados, apresentando gráficos e tabelas obtidos experimentalmente.

CAPÍTULO VI

6. CONCLUSÕES

A partir do estudo realizado no presente trabalho, foi possível validar a distribuição do campo de temperatura média com dados da literatura especializada, sendo possível analisar e caracterizar a camada limite térmica laminar considerando valores pré-determinados de vazões, temperatura prescrita nas paredes dos tubos e detalhamento de espessura, sendo uma das principais contribuições do trabalho.

A Técnica da Transformada Integral Generalizada apresentou-se como uma excelente solução ao problema proposto.

A robustez do sistema apresentou relevante grau de complexidade, mostrando em determinados momentos, diferenças de temperatura entre os blocos de serpentinas mesmo estando todo o aparato desligado, sendo necessária a realização da padronização dessas temperaturas para efetivação de medidas com o sensor capacitivo.

O *Hardware* desenvolvido se apresenta como relevante contribuição, as dificuldades para caracterizar a camada limite térmica com a utilização de controladores PID convencionais no mesmo foram apresentadas, sendo detalhados os gráficos de temperaturas extraídos e calibração de sensores, permitindo com a sua conclusão, que outros estudantes realizem aplicações de outras estratégias (Identificação *off-line*, controle inteligente) que visem, da melhor forma, realizar a caracterização proposta.

O Controlador PID se mostrou eficiente para partes do controle de temperatura de do sistema, funcionando parcialmente, permitindo o controle do bloco ajustador de temperatura das serpentinas e da caixa controladora do bloco. No entanto, ao tentar aplicar simultaneamente os 6 controladores PIDs ao sistema (um correspondente a caixa controladora do bloco ajustador, dois do bloco ajustador de temperatura e três do bloco analisador) o controlador apresentou dificuldades na uniformização de temperatura das serpentinas, o que não permitiu a caracterização experimental.

A Interface desenvolvida em *LabVIEW*, simplifica o acompanhamento em tempo real do que ocorre com o Analisador, permitindo inclusive, modificações de parâmetros, no intuito de se observar as condições de temperatura no hardware como um todo.

Como sugestões para trabalhos futuros podemos pontuar:

- Realizar cálculos termodinâmicos detalhados do Bloco Ajustador de Temperatura das Serpentinhas e do Núcleo do analisador, permitindo possíveis redimensionamentos, obtendo-se assim, um melhor rendimento do analisador e possivelmente verificando os detalhes na caracterização da Camada Limite Térmica.
- Substituir os Controladores NI Daq 6211 e 6215 por outro equipamento de automação mais robusto e menos susceptível a ruídos eletrônicos.
- Verificar a possibilidade de estabelecimento de uma curva característica para os TEMs no analisador, permitindo também melhora no rendimento.
- Analisar a viabilidade de substituição das fontes de corrente alternada que alimentam os TEMs por fontes de corrente contínua que geram menos ruído e consequentemente melhorem as leituras obtidas.
- Realizar a implementação de outras estratégias de controle para ajustar a temperatura do analisador de maneira uniforme, permitindo testes com fluido para verificação do comportamento do sensor capacitivo.
- Realizar ajustes de hardware que visem a diminuição do processo e por consequência facilitem a implementação de novas estratégias de controle para a temperatura nas paredes dos tubos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ARAÚJO, F. M. U. **Sistemas de Controle** Natal - RN Departamento de Engenharia de Computação e Automação - DCA. Disponível em: <https://www.dca.ufrn.br/~meneghet/FTP/Controle/scv20071.pdf> , 2007.
- ASHRAF, MUHAMMAD. **Periodic momentum and thermal boundary layer mixed convection flow around the surface of a sphere in the presence of viscous dissipation**. Canadian Journal of Physics, 95(10), 976-987, 2017.
- AZEMAN, S. N. A.; ISHAK, A. **Heat transfer in thermal boundary layer flow over a stretching plate with radiation effect**. BEIAC 2012 - 2012 IEEE Business, Engineering and Industrial Applications Colloquium, p. 420–424, 2012.
- BELHOCINE, A., & ABDULLAH, O. **Similarity and numerical analysis of the generalized Levêque problem to predict the thermal boundary layer**. International Journal on Interactive Design and Manufacturing (IJIDeM), 12(3), 1015-1025, 2018a.
- BELHOCINE, A. **Similarity solution and Runge Kutta method to a thermal boundary layer model at the entrance region of a circular tube**. World Journal of Engineering, 15(4), 468-477, 2018b.
- BELLEÇ, M.; TOUTANT, A.; OLALDE, G. **Large Eddy Simulations of thermal boundary layer developments in a turbulent channel flow under asymmetrical heating**. Computers & Fluids, v. 151, p. 159–176, 2016.
- BELO, F. A. ; LEITE, J. T. F. **“Electronic Analyzer of quality”**. SAE Data Book, São Paulo, Brasil, 1993.
- BELO, F. A., 1982, **“Medidor de Concentração Eletrônico”**, Patente Requerida, Brasil.
- BELO, F. A. **“Protótipo Medidor de Concentração Eletrônica”**, Apresentação no II FEBRAN (Feira Brasileira de Negócios), São Paulo, Brasil, 1982.
- BELO, F. A., **“Etilômetro Eletrônico”**, Seminário de Instrumentação e Feira de Exposição de Protótipos, SINST/PADCT/CNPQ, USP, São Paulo, Brasil, 1988.
- BELO, F. A. **“Protótipo do Analisador de Mistura pela Polarização Dipolar”**, Apresentação na Feira Mundial Rio Oil & Gas, Rio de Janeiro, Brasil, 2002.

- BELO, F. A., LIMA FILHO, A. C., DE BRITO, D. M. G., “**Instrumento de Transdução Eletrônica Resistiva Múltipla com Compensação da Deriva Térmica e Ruído de Baixa Frequência.**” Patente: Privilégio de Inovação. Número do registro: PI09027483, data de depósito: 30/07/2009. Instituição (ões) financiadora(s): Universidade Federal da Paraíba, Brasil, 2009.
- BELO, F. A., LIMA FILHO, A. C., GOMES, R. D., DOS SANTOS, J. L. A., ANJOS, E. G., PASQUETTI, A., “**Dispositivo para Medir Torque Dinâmico em Eixos**” Patente: Privilégio de Inovação. Número do registro: PI10056050, Data de depósito: 28/12/2010, Instituição(ões) financiadora(s): PETROBRAS/CNPQ/UFPB, 2010.
- BELO, F. A.; LIMA FILHO, A. C.; SILVA, F. A.; SILVA, T. A. B., “**Analisador Eletrônico De Componentes De Mistura Pela Polarização Dipolar Para Laboratório E Controle De Processos**” Patente Requerida, 2015.
- BHATTACHARYYA, K.; UDDIN, M. S.; LAYEK, G. C. **Exact solution for thermal boundary layer in Casson fluid flow over permeable shrinking sheet with variable wall temperature and thermal radiation.** Alexandria Engineering Journal, v. 55, n. 2, p. 1703–1712, 2016.
- BORGES, J. C. S. et al. **New Contactless Torque Sensor Based on the Hall Effect.** IEEE Sensors Journal, v. 1748, n. c, p. 1–1, 2017.
- BOUSSOUKAIA, T. et al. **An Experimental Approach for a Fine Analysis of the Thermal Boundary Layer over the Top of a Grooved Disc.** Arabian Journal for Science and Engineering, v. 39, n. 10, p. 7397–7410, 2014.
- BROWN, G.M., 1960, “**Heat or Mass Transfer in a Fluid in Laminar Flow in a Circular or Flat Conduit**”, A.I.Ch.E. Journal, Vol. 6, pp. 179-183.
- CAREY, V. P.; MOLLENDORF, J. C. **Measured variation of thermal boundary-layer thickness with prandtl number for laminar natural convection from a vertical uniform-heat-flux surface.** International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 21, n. 4, p. 481–488, 1978.
- CASTILLO, L., & HUSSAIN, F. **The logarithmic and power law behaviors of the accelerating, turbulent thermal boundary layer.** Physics of Fluids, 29(2), <xocs:firstpage xmlns:xocs=""/>, 2017.
- ÇENGEL, Y.; GHAJAR, A. **Livro Transferência de Calor - Çengel.pdf.** 4ª ed. Porto Alegre - RS: Mc Graw Hill, 2012.
- COTTA, R. **Integral Transform in Computational Heat and Fluid Flows.** 1ª Edição ed. Flórida: CRC Press, Inc., 1993.

- DEWITT, D. P. et al. **Fundamentos de Transferência de Calor e Massa**. 6^a ed. Rio de Janeiro - RJ: LTC, 2008.
- FOX, R. W.; MCDONALD, A. T.; PRITCHARD, P. J. **Introdução à Mecânica dos Fluidos**. 6^a ed. Rio de Janeiro - RJ: LTC, 2006.
- GHIAASIAAN, S. M. **Convective Heat and Mass Transfer**. 1^a ed. Los Angeles: Cambridge University Press, 2011.
- GONÇALVES, P. G. **Estudo Teórico e Experimental de um Analisador de Misturas pela Polarização Dipolar**, 2015.
- GOTTIFREDI, J.C., Quiroga, O.D. and Floree, A.F., 1983, **Heat transfer to Newtonian and non-Newtonian fluids flowing in a laminar regime**, Int. J. Heat Mass Transfer 26 (8), 1215-1220.
- HOUSHMAND, F.; PELES, Y. **Heat transfer enhancement with liquid-gas flow in microchannels and the effect of thermal boundary layer**. International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 70, p. 725–733, 2014.
- ISHAK, A. **Thermal boundary layer flow over a stretching sheet in a micropolar fluid with radiation effect**. Meccanica, v. 45, n. 3, p. 367–373, 2010.
- ISHAK, A.; YACOB, N. A.; BACHOK, N. **Radiation effects on the thermal boundary layer flow over a moving plate with convective boundary condition**. Meccanica, v. 46, n. 4, p. 795–801, 2011.
- J.M.B.S. GUIGON, J.S. PÉREZ GUERRERO, R. M. C. **Computacional Optimization for Integral Transform Algorithms Applied to the Lid-Driven Cavity Flow Problem**, 2007.
- JOHNSTON, P.R., 1994, **A Solution Method for the Graetz Problem for Non-Newtonian Fluids with Dirichlet and Neumann Boundary Conditions**, Mathl. Compvt. Modelling Vol. 19, No. 2, pp. 1-19.
- KOBORI, S.; OHMORI, T. **Measurements of Temperature Distribution in Thermal Boundary Layer and Quenching Distance at Combustion Chamber of Internal Combustion Engine**. TRANSACTIONS OF THE JAPAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS Series B, v. 77, n. 784, p. 2468–2477, 2011.
- LIMA FILHO, A. C. ; Belo, F. A. ; GOMES, R.D.; SANTOS, J L. S. ; ANJOS, E. G., , **“Torquímetro Dinâmico Telemétrico Autoalimentado para Prevenção de**

- Quebra de Redutores de Unidades de Bombeio Mecânico**". *Boletim técnico da produção de petróleo*, v. 4, p. 125-145, 2008a.
- LIMA FILHO, A. C. ; Belo, F. A. ; GOMES, R.D.; SANTOS, J L. S. ; ANJOS, E. G., , **"Experimental and theoretical study of a telemetric dynamic torque meter"**. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering* (Impresso), v. 32, p. 241-249, 2010b.
- LIMA FILHO, A. C. ; BELO, F. A.; GOMES, R.D., 2008b, **"Tests prove out self-powered, wireless, pump torque meter"**. *Oil and Gas Journal*, v. 106, p. 43-49.
- LIMA FILHO, A. C.; BELO, F. A. ; SANTOS, J L. S.; ANJOS, E. G.E., **"Self-Powered Telemetric Torque Meter"**. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, v. 133, p. 1-7, 201, 2010a.
- LIMA FILHO, A.C., **"Estudo e desenvolvimento de soluções para determinação do torque em unidades de bombeio mecânico utilizadas na extração de petróleo"**. Tese de doutorado, PPGEM, UFPB. 2009.
- LYUBIMOV, D. et al. **Stability of a thermal boundary layer in the presence of vibration in weightlessness environment**. *European Physical Journal: Special Topics*, v. 192, n. 1, p. 129–134, 2011.
- M. D. MIKHAILOV, M. N. O. **Unified Analysis and Solutions of Heat and Mass Diffusion**. New York: [s.n.], 1984.
- MAKINDE, O. D. **Effect of variable viscosity on thermal boundary layer over a permeable flat plate with radiation and a convective surface boundary condition**. *Journal of Mechanical Science and Technology*, v. 26, n. 5, p. 1615–1622, 2012.
- MEHRVAND, M.; PUTNAM, S. A. **Heat transfer coefficient measurements in the thermal boundary layer of microchannel heat sinks** 15th IEEE Intersociety Conference on Thermal and Thermomechanical Phenomena in Electronic Systems (ITherm), p. 487–494, 2016.
- MUJUMDAR, A. S. **Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer Drying Technology**, 1989. Disponível em: <<http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/07373938908916581>>
- NASCIMENTO, L. J. L. DO. **Controle Térmico de Alta Exatidão e sua Aplicação na Determinação de Propriedades Térmicas de Materiais**. [s.l.] UFPB, 2012.
- NISE, N. **Engenharia de Sistemas de Controle**. 3. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2002.

- OGATA, K. **Engenharia de controle moderno**. 3. ed. Rio de Janeiro: Pearson Prentice Hall, 1985.
- OLIVEIRA, MAURO COSTA DE; HERNÁNDEZ, JOSÉ EDUARDO RANGEL; SPHAIER, S. H. **Validation of an Hybrid Numerical-Analytical Method for the Navier-Stokes Equations in a Parallel Channel Flow**. 2001
- PANTALEÃO, A.; FREIRE, S. **Teoria de Camada Limite**, Rio de Janeiro, 1990.
Disponível em:
<http://www.turbulencia.coppe.ufrj.br/notas_aulas/CursoCamadaLimite_APSF.pdf>
- PUTTKAMMER, P. P. **Boundary layer over a flat plate**. BSc Report, v. 17, n. June, p. 331–355, 2013.
- SEO, J.; HAN, S. **Development of Thermocouple Sensor for Thermal Boundary Layer Measurement**. v. 38, n. 12, 2014.
- SERFATY, R. **Problemas Não Lineares Multidimensionais em Difusão e Convecção-Difusão: Benchmarks Via Transformada Integral**. [s.l.] UFRJ, 1997.
- SHAH, R.K., 1975, **Thermal entry length solutions for the circular tube and parallel plates**. Proc.Natl. Heat Mass Transfer Conf., 3rd, Indian Inst. Technol., Bombay, Vol. I, Pap. No. HMT-11-75.
- SHIH, Y.P. and Tsou J.D., 1978, **Extended Lev&que solutions for heat transfer to power-law fluids in laminar flow in a pipe**, Chem. Eng. J. 15, 55-62.
- SHISHKINA, O. et al. **Thermal boundary layer equation for turbulent rayleigh-b??nard convection**. Physical Review Letters, v. 114, n. 11, p. 1–5, 2015.
- SILVA, J. B. C.; COTTA, R. M.; APARECIDO, J. B. **Analytical solutions to simultaneously developing laminar flow inside parallel-plate channels**. International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 35, n. 4, p. 887–895, 1992.
- SILVA, T. A. B. **O Gerador Térmico como Analisador de Propriedades Térmicas a Partir da Harmônica Pura**. João Pessoa - PB, 2014.
- SILVA, J. F. DA. **Método não invasivo de determinação da camada limite térmica em escoamento em duto e sua aplicação em controle de processo**. 2016.
- SLANGEN, R. A. C. M. **Experimental investigation of artificial boundary layer transition**. [s.l.] Delft University Technology, 2009.

WEYBURNE, D. **New thickness and shape parameters for describing the thermal boundary layer**, 2017.

APÊNDICE 1

**DESENVOLVIMENTO DAS EQUAÇÕES DEMONSTRADAS NO CAPÍTULO
2.**

A partir da equação da energia que chamaremos de (A1) que pode ser observada no capítulo 2 deste trabalho como (2.8a), serão demonstrados os cálculos de adimensionalização do problema.

$$\rho c_p u(r) \frac{\partial T_{(x,r)}}{\partial x} = k \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_{(x,r)}}{\partial r} \right) \right]; \quad 0 < r < r_0, \quad x > 0 \quad (\text{A1})$$

A partir das equações comentadas na seção 2.3.2, realizaremos a adimensionalização da equação (A1).

$$\frac{\rho c_p}{k} u_m U(R) \frac{\partial [(T_0 - T_\infty)\theta(\xi, R) + T_\infty]}{\frac{\partial (\xi D_h Re_d Pr)}{2}} = \frac{1}{Rr_0} \frac{\partial \left\{ Rr_0 \frac{[(T_0 - T_\infty)\theta(\xi, R) + T_\infty]}{\partial (Rr_0)} \right\}}{\partial (Rr_0)} \quad (\text{A2})$$

$$\frac{\rho c_p}{k} u_m U(R) \frac{\partial [(T_0 - T_\infty)\theta(\xi, R) + T_\infty]}{\frac{\partial (\xi D_h Re_d Pr)}{2}} = \frac{1}{Rr_0^2} \frac{\partial \left\{ Rr_0 \frac{[(T_0 - T_\infty)\theta(\xi, R) + T_\infty]}{\partial (Rr_0)} \right\}}{\partial (R)} \quad (\text{A3})$$

Sabemos que:

$$\frac{\rho c_p}{k} = \frac{1}{\alpha}$$

Portanto,

$$\frac{u_m}{\alpha} U(R) \frac{(T_0 - T_\infty)}{\frac{(D_h Re_d Pr)}{2}} \frac{\partial \theta(\xi, R)}{\partial \xi} = \frac{1}{Rr_0^2} \frac{\partial \left[Rr_0 \frac{(T_0 - T_\infty)}{r_0} \frac{\partial \theta(\xi, R)}{\partial (R)} \right]}{\partial (R)} \quad (\text{A4})$$

$$\frac{2}{(D_h Re_d Pr)} \frac{u_m}{\alpha} U(R) (T_0 - T_\infty) \frac{\partial \theta(\xi, R)}{\partial \xi} = \frac{(T_0 - T_\infty)}{r_0^2} \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \theta(\xi, R)}{\partial R} \right) \quad (\text{A5})$$

Dividindo tudo por $(T_0 - T_\infty)$,

$$\frac{2}{(D_h Re_d Pr)} \frac{u_m}{\alpha} U(R) \frac{\partial \theta(\xi, R)}{\partial \xi} = \frac{1}{r_0^2 R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \theta(\xi, R)}{\partial R} \right) \quad (\text{A6})$$

Substituindo os valores conhecidos para Reynolds e Prandtl

$$Re_D = \frac{u_m D_h}{\nu} \quad \text{Número de Reynolds}$$

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad \text{Número de Prandtl}$$

$$\frac{2}{D_h^2} U(R) \frac{\partial \theta(\xi, R)}{\partial \xi} = \frac{1}{r_0^2 R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \theta(\xi, R)}{\partial R} \right) \quad (\text{A7})$$

E considerando $D_h = 2r_0$, temos a equação da energia adimensionalizada (2.11a) ou (A8).

$$U(R) \frac{\partial \theta(\xi, R)}{\partial \xi} = \frac{2}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \theta(\xi, R)}{\partial R} \right); 0 < R < 1, \xi > 0 \quad (\text{A8})$$

Agora vamos adimensionalizar a condição de contorno e de entrada do problema:

1ª Condição de Contorno, equação (2.8b).

$$\frac{\partial T_{(x,r)}}{\partial r} = 0, \quad r = 0, \quad x > 0 \quad (\text{A9})$$

Substituindo devidamente $T_{(x,r)}$ e r

$$\frac{\partial [(T_0 - T_\infty)\theta(\xi, R) + T_\infty]}{\partial (Rr_0)} = 0 \quad (\text{A10})$$

$$\frac{(T_0 - T_\infty)}{r_0} \frac{\partial \theta(\xi, R)}{\partial \xi} = 0 \quad (\text{A11})$$

Como: $\frac{(T_0 - T_\infty)}{r_0} \neq 0$

Então, chegamos a equação adimensionalizada (2.11b) ou (A12)

$$\frac{\partial \theta(\xi, R)}{\partial R} = 0 \text{ em } R = 0; \xi > 0 \quad (\text{A12})$$

Agora vamos adimensionalizar a 2ª Condição de Contorno equação (2.8c) ou (A13)

$$k \frac{\partial T_{(x,r)}}{\partial r} + h(T_{(x,r)} - T_\infty) = 0, \quad r = r_0, \quad x > 0 \quad (\text{A13})$$

Substituindo devidamente os valores, temos:

$$k \frac{\partial [(T_0 - T_\infty)\theta(\xi, R) + T_\infty]}{\partial (Rr_0)} + h[(T_0 - T_\infty)\theta(\xi, R) + T_\infty - T_\infty] = 0 \quad (\text{A14})$$

Organizando a equação a partir da aplicação da derivada, temos:

$$(T_0 - T_\infty) \frac{k}{r_0} \frac{\partial \theta(\xi, R)}{\partial R} + h[(T_0 - T_\infty)\theta(\xi, R)] = 0 \quad (\text{A15})$$

Multiplicando tudo por $\frac{r_0}{k(T_0 - T_\infty)}$.

$$\frac{\partial \theta(R, \xi)}{\partial R} + \frac{hr_0}{k} \theta(R, \xi) = 0 \quad R = 1, \quad \xi > 0 \quad (\text{A16})$$

Sabendo que o número de Biot é $Bi = \frac{hr_0}{k}$, obtemos a equação (2.11c) ou (A17).

$$\frac{\partial \theta(R, \xi)}{\partial R} + Bi \theta(R, \xi) = 0 \quad R = 1, \quad \xi > 0 \quad (\text{A17})$$

A partir da equação da energia adimensionalizada (A8), aplicaremos o método de separação de variáveis para chegarmos ao problema de autovalor auxiliar:

$$U(R) \frac{\partial \theta(\xi, R)}{\partial \xi} = \frac{2}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \theta(\xi, R)}{\partial R} \right); \quad 0 < R < 1, \quad \xi > 0 \quad (\text{A8})$$

Temos que:

$$\theta(\xi, R) = \bar{\theta}(\xi) \psi_i(\mu_i, R) \quad (\text{A18})$$

Aplicando (A18) em (A8)

$$U(R) \psi_i(\mu_i, R) \frac{d\bar{\theta}(\xi)}{d\xi} = \bar{\theta}(\xi) \frac{2}{R} \frac{d}{dR} \left(R \frac{d\psi_i(\mu_i, R)}{dR} \right) \quad (\text{A19})$$

Organizando a equação, multiplicaremos por: $\frac{1}{2U(R)\psi_i(\mu_i, R)\bar{\theta}(\xi)}$.

$$\frac{1}{2\bar{\theta}(\xi)} \frac{d\bar{\theta}(\xi)}{d\xi} = \frac{1}{RU(R)\psi_i(\mu_i, R)} \frac{d}{dR} \left(R \frac{d\psi_i(\mu_i, R)}{dR} \right) = -\mu^2 \quad (\text{A20})$$

$$\frac{d}{dR} \left(R \frac{d\psi_i(\mu_i, R)}{dR} \right) = -\mu^2 RU(R)\psi_i(\mu_i, R) \quad (\text{A21})$$

Obtemos a equação para o problema de autovalor auxiliar

$$\frac{d}{dR} \left(R \frac{d\psi_i(\mu_i, R)}{dR} \right) + \mu_i^2 R U(R)\psi_i(\mu_i, R) = 0, \quad 0 < R < 1 \quad (\text{A22})$$

Agora para as condições de contorno, temos para a primeira condição a equação adimensionalizada (A12):

$$\frac{\partial \theta(\xi, R)}{\partial R} = 0 \text{ em } R = 0; \quad \xi > 0 \quad (\text{A12})$$

Lembrando que:

$$\theta(\xi, R) = \bar{\theta}(\xi)\psi_i(\mu_i, R) \quad (\text{A18})$$

$$\bar{\theta}(\xi) \frac{\partial \psi_i(\mu_i, R)}{\partial R} = 0 \quad (\text{A23})$$

Como $\bar{\theta}(\xi) \neq 0$, tem-se (2.13b) ou (A24) :

$$\frac{\partial \psi_i(\mu_i, R)}{\partial R} = 0, \quad R = 0, \quad \mu_i > 0 \quad (\text{A24})$$

Para a segunda condição a equação adimensionalizada é:

$$\frac{\partial \theta(R, \xi)}{\partial R} + Bi \theta(R, \xi) = 0 \quad R = 1, \quad \xi > 0 \quad (\text{A17})$$

Lembrando que:

$$\theta(\xi, R) = \bar{\theta}(\xi)\psi_i(\mu_i, R) \quad (\text{A18})$$

$$\bar{\theta}(\xi) \frac{\partial \psi_i(\mu_i, R)}{\partial R} + Bi \bar{\theta}(\xi)\psi_i(\mu_i, R) = 0 \quad (\text{A25})$$

$$\bar{\theta}(\xi) \left(\frac{\partial \psi_i(\mu_i, R)}{\partial R} + Bi \psi_i(\mu_i, R) \right) = 0 \quad (\text{A26})$$

Como $\bar{\theta}(\xi) \neq 0$, tem-se (2.13c) ou (A27):

$$\frac{\partial \psi_i(\mu_i, R)}{\partial R} + Bi \psi_i(\mu_i, R) = 0, \quad R = 1, \quad \mu_i > 0 \quad (\text{A27})$$

DETERMINAÇÃO DO PAR DE FÓRMULAS TRANSFORMADA-INVERSA

Sabe-se que o par transformada-inversa pode ser escrito conforme desenvolvimento dos problemas de Classe I. Nesta parte do apêndice serão abordadas com detalhe as equações do modelo da GITT demonstradas no capítulo 3 deste trabalho.

As equações abaixo mostram de acordo com Cotta (1993), como se dá o modelo padrão:

$$\bar{T}_i(t) = \frac{1}{N_i^{1/2}} \int_V w(\tilde{x}) \widetilde{\Psi}_1(\tilde{x}) T(\tilde{x}, t) dv, \quad \text{Transformada} \quad (\text{A28})$$

$$T(\tilde{x}, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{N_i^{1/2}} \bar{T}_i(t) \widetilde{\psi}_i(\tilde{x}), \quad \text{Inversa} \quad (\text{A29})$$

De acordo com as propriedades de ortogonalidade, de forma análoga às variáveis obtidas no modelamento matemático do processo em questão das autofunções têm-se:

$$\bar{\theta}_i(\xi) = \frac{1}{N_i^{1/2}} \int_0^1 R U(R) \psi_i(\mu_i, R) \theta(R, \xi) dR, \quad \text{Transformada} \quad (\text{A30})$$

$$\theta(R, \xi) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{N_i^{1/2}} \psi_i(\mu_i, R) \bar{\theta}_i(\xi), \quad \text{Inversa} \quad (\text{A31})$$

Agora será realizado o terceiro passo da GITT: Transformação integral da equação diferencial parcial, reduzindo o problema original num sistema infinito e acoplado de equações diferenciais ordinárias.

Partindo da equação da energia adimensionalizada (A8)

$$U(R) \frac{\partial \theta(\xi, R)}{\partial \xi} = \frac{2}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \theta(\xi, R)}{\partial R} \right); \quad 0 < R < 1, \xi > 0 \quad (\text{A8})$$

Multiplicaremos a mesma por um fator integrativo: $\frac{1}{2N_i^{1/2}} \int_0^1 R \psi_i(\mu_i, R) dR$

Obtemos a seguinte expressão:

$$\frac{1}{2N_i^{1/2}} \int_0^1 R U(R) \psi_i(\mu_i, R) \frac{\partial \theta(\xi, R)}{\partial \xi} dR = \frac{1}{N_i^{1/2}} \int_0^1 \psi_i(\mu_i, R) \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \theta(\xi, R)}{\partial R} \right) dR \quad (\text{A32})$$

Aplicando a regra de Leibniz

$$\frac{1}{2} \frac{d}{d\xi} \left[\frac{1}{N_i^{1/2}} \int_0^1 R U(R) \psi_i(\mu_i, R) \theta(\xi, R) dR \right] = \frac{1}{N_i^{1/2}} \int_0^1 \psi_i(\mu_i, R) \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \theta(\xi, R)}{\partial R} \right) dR \quad (\text{A33})$$

Pela definição de transformada, percebe-se que o que está entre colchetes do lado esquerdo da igualdade é $\bar{\theta}_i(\xi)$, definido como (A30).

$$\bar{\theta}_i(\xi) = \frac{1}{N_i^{1/2}} \int_0^1 R U(R) \psi_i(\mu_i, R) \theta(R, \xi) dR \quad (\text{A30})$$

Temos, portanto, que:

$$\frac{1}{2} \frac{d\bar{\theta}_i(\xi)}{d\xi} = \frac{1}{N_i^{1/2}} \int_0^1 \psi_i(\mu_i, R) \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \theta(\xi, R)}{\partial R} \right) dR \quad (\text{A34})$$

Voltaremos ao problema auxiliar (A22) para ajustarmos o lado direito da equação:

$$\frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \psi_i(\mu_i, R)}{\partial R} \right) + \mu_i^2 R U(R) \psi_i(\mu_i, R) = 0, \quad 0 < R < 1 \quad (\text{A22})$$

Multiplicando por um operador integral $\frac{1}{N_i^{1/2}} \int_0^1 \theta(\xi, R) dR$, temos:

$$\frac{1}{N_i^{1/2}} \int_0^1 \theta(\xi, R) \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \psi_i(\mu_i, R)}{\partial R} \right) dR + \mu_i^2 \frac{1}{N_i^{1/2}} \int_0^1 R U(R) \psi_i(\mu_i, R) \theta(\xi, R) dR = \quad (\text{A35})$$

0

$$\frac{1}{N_i^{1/2}} \int_0^1 \theta(\xi, R) \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \psi_i(\mu_i, R)}{\partial R} \right) dR + \mu_i^2 \bar{\theta}_i(\xi) = 0 \quad (\text{A36})$$

Somando as equações (A34) e (A36), temos que:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{d\bar{\theta}_i(\xi)}{d\xi} + \mu_i^2 \bar{\theta}_i(\xi) &= \frac{1}{N_i^{1/2}} \int_0^1 \psi_i(\mu_i, R) \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \theta(\xi, R)}{\partial R} \right) dR - \\ &\frac{1}{N_i^{1/2}} \int_0^1 \theta(\xi, R) \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \psi_i(\mu_i, R)}{\partial R} \right) dR \end{aligned} \quad (\text{A37})$$

Portanto:

$$\frac{1}{2} \frac{d\bar{\theta}_i(\xi)}{d\xi} + \mu_i^2 \bar{\theta}_i(\xi) = 0 \quad (\text{A38})$$

Mas para que esta afirmação seja verdadeira, é necessário que:

$$\begin{aligned} \frac{1}{N_i^{1/2}} \int_0^1 \psi_i(\mu_i, R) \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \theta(\xi, R)}{\partial R} \right) dR \\ - \frac{1}{N_i^{1/2}} \int_0^1 \theta(\xi, R) \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \psi_i(\mu_i, R)}{\partial R} \right) dR = 0 \end{aligned} \quad (\text{A39})$$

Portanto, verificaremos através da resolução das integrais utilizando o método de integração por partes:

Sabe-se que:

$$\int_a^b u dv = uv|_a^b - \int_a^b v du \quad (\text{A40})$$

Separaremos (A39) resolvendo pela diferença das integrais e desconsideraremos $\frac{1}{N_i^{1/2}}$, já que sabe-se que caso a subtração das duas integrais resulte em zero o produto pelos termos $\frac{1}{N_i^{1/2}}$ será zero. Então:

$$\psi_i(\mu_i, R) R \frac{\partial \theta(\xi, R)}{\partial R} \Big|_0^1 - \int_0^1 R \frac{\partial \theta(\xi, R)}{\partial R} \frac{\partial \psi_i(\mu_i, R)}{\partial R} dR \quad (\text{A41a})$$

$$\theta(\xi, R) R \frac{\partial \psi_i(\mu_i, R)}{\partial R} \Big|_0^1 - \int_0^1 R \frac{\partial \psi_i(\mu_i, R)}{\partial R} \frac{\partial \theta(\xi, R)}{\partial R} dR \quad (\text{A42a})$$

Resolvendo (A41a), temos:

$$\psi_i(\mu_i, 1) \frac{\partial \theta(\xi, 1)}{\partial R} - \int_0^1 R \frac{\partial \theta(\xi, R)}{\partial R} \frac{\partial \psi_i(\mu_i, R)}{\partial R} dR \quad (\text{A41b})$$

Resolvendo (A42a), temos:

$$\theta(\xi, 1) R \frac{\partial \psi_i(\mu_i, 1)}{\partial R} - \int_0^1 R \frac{\partial \psi_i(\mu_i, R)}{\partial R} \frac{\partial \theta(\xi, R)}{\partial R} dR \quad (\text{A42b})$$

Subtraindo (A41b) de (A42b), temos:

$$\psi_i(\mu_i, 1) \frac{\partial \theta(\xi, 1)}{\partial R} - \theta(\xi, 1) R \frac{\partial \psi_i(\mu_i, 1)}{\partial R} \quad (\text{A43})$$

Ainda do problema auxiliar, sabemos que:

$$\frac{\partial \psi_i(\mu_i, R)}{\partial R} + Bi \psi_i(\mu_i, R) = 0, \quad R = 1, \quad \mu_i > 0 \quad (\text{A27})$$

$$\frac{\partial \psi_i(\mu_i, 1)}{\partial R} + Bi \psi_i(\mu_i, 1) = 0 \quad (\text{A44a})$$

Isolando $\psi_i(\mu_i, 1)$, temos:

$$\psi_i(\mu_i, 1) = -\frac{1}{Bi} \frac{\partial \psi_i(\mu_i, 1)}{\partial R} \quad (\text{A44b})$$

Do problema original, lembramos que:

$$\frac{\partial \theta(\xi, R)}{\partial R} + Bi \theta(\xi, R) = 0 \quad R = 1, \quad \xi > 0 \quad (\text{A17})$$

$$\frac{\partial \theta(\xi, 1)}{\partial R} + Bi \theta(\xi, 1) = 0 \quad (\text{A45a})$$

Isolando $\theta(\xi, 1)$, temos:

$$\theta(\xi, 1) = -\frac{1}{Bi} \frac{\partial \theta(\xi, 1)}{\partial R} \quad (\text{A45b})$$

Substituiremos os valores em (A43) e faremos a devida subtração, conforme segundo Teorema de Green:

$$-\frac{1}{Bi} \frac{\partial \psi_i(\mu_i, 1)}{\partial R} \frac{\partial \theta(\xi, 1)}{\partial R} + \frac{1}{Bi} \frac{\partial \theta(\xi, 1)}{\partial R} \frac{\partial \psi_i(\mu_i, 1)}{\partial R} = 0 \quad (\text{A46})$$

Portanto, prova-se que (A38) é igual a zero:

$$\frac{1}{2} \frac{d\bar{\theta}_i(\xi)}{d\xi} + \mu_i^2 \bar{\theta}_i(\xi) = 0 \quad (\text{A38})$$

Para resolvermos a EDO, é necessário utilizar a condição de entrada considerada no modelamento matemático do problema térmico (2.8d) ou (A47).

$$T(x, t) = T_0 \quad (\text{A47})$$

Adimensionalizando a condição, temos que:

$$(T_0 - T_\infty)\theta(\xi, R) + T_\infty = T_0 \quad (\text{A48})$$

$$\theta(\xi, R) = 1 \text{ em } \xi = 0 \quad (\text{A49})$$

Agora utilizaremos um fator integral para organizarmos a equação:

$$\frac{1}{N_i^{1/2}} \int_0^1 RU(R) \psi_i(\mu_i, R) dR$$

$$\frac{1}{N_i^{1/2}} \int_0^1 RU(R) \psi_i(\mu_i, R) \theta(\xi, R) dR = \frac{1}{N_i^{1/2}} \int_0^1 RU(R) \psi_i(\mu_i, R) dR \quad (\text{A50})$$

$$\bar{\theta}_i(0) = \frac{1}{N_i^{1/2}} \int_0^1 RU(R) \psi_i(\mu_i, R) dR = \bar{f}_i \quad (\text{A51})$$

Pode-se então resolver a EDO analiticamente:

$$\frac{1}{2} \frac{d\bar{\theta}_i(\xi)}{d\xi} + \mu_i^2 \bar{\theta}_i(\xi) = 0 \quad (\text{A52a})$$

Como

$$\bar{\theta}_i(0) = \bar{f}_i \quad (\text{A51})$$

Temos:

$$\frac{d\bar{\theta}_i(\xi)}{\bar{\theta}_i(\xi)} = -2\mu_i^2 d\xi \quad (\text{A52b})$$

Integrando em ambos os lados.

$$\int_{\bar{\theta}_i(0)}^{\bar{\theta}_i(\xi)} \frac{d\bar{\theta}_i(\xi)}{\bar{\theta}_i(\xi)} = \int_0^\xi -2\mu_i^2 d\xi \quad (\text{A52c})$$

$$\ln(\bar{\theta}_i(\xi)) - \ln(\bar{\theta}_i(0)) = -2\mu_i^2 \xi \quad (\text{A52d})$$

$$\ln \frac{\bar{\theta}_i(\xi)}{\bar{\theta}_i(0)} = -2\mu_i^2 \xi \quad (\text{A52e})$$

$$\bar{\theta}_i(\xi) = \bar{\theta}_i(0) e^{-2\mu_i^2 \xi} \quad (\text{A52f})$$

$$\bar{\theta}_i(\xi) = \bar{f}_i e^{-2\mu_i^2 \xi}, \text{ onde } \bar{f}_i = \frac{B_i \psi_i(\mu_i, 1)}{N_i^{1/2} \mu_i^2} \quad (\text{A52g})$$

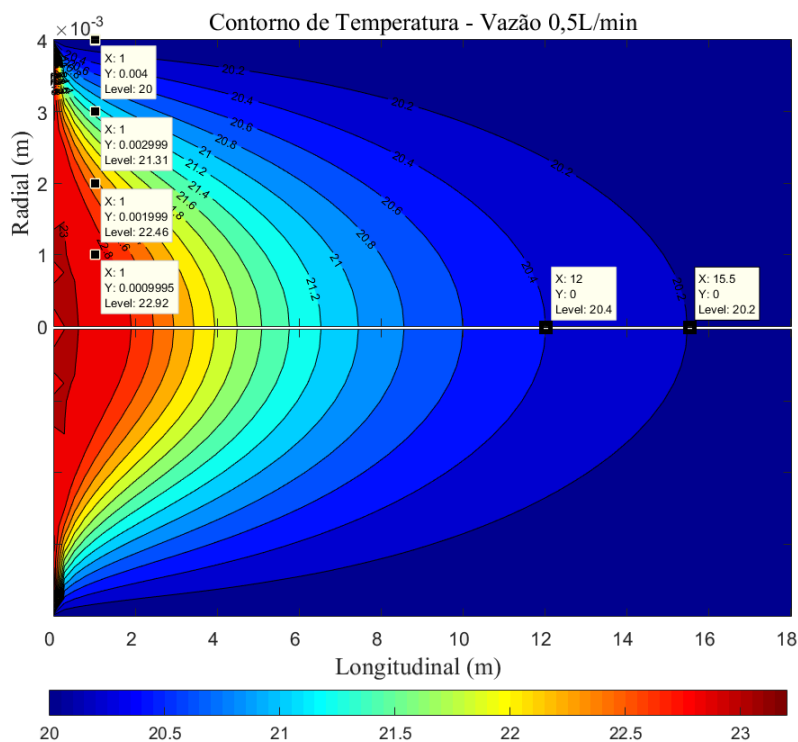
Portanto, temos (2.21) ou (A52h)

$$\bar{\theta}_i(\xi) = \frac{B_i \psi_i(\mu_i, 1)}{N_i^{1/2} \mu_i^2} e^{-2\mu_i^2 \xi} \quad (\text{A52h})$$

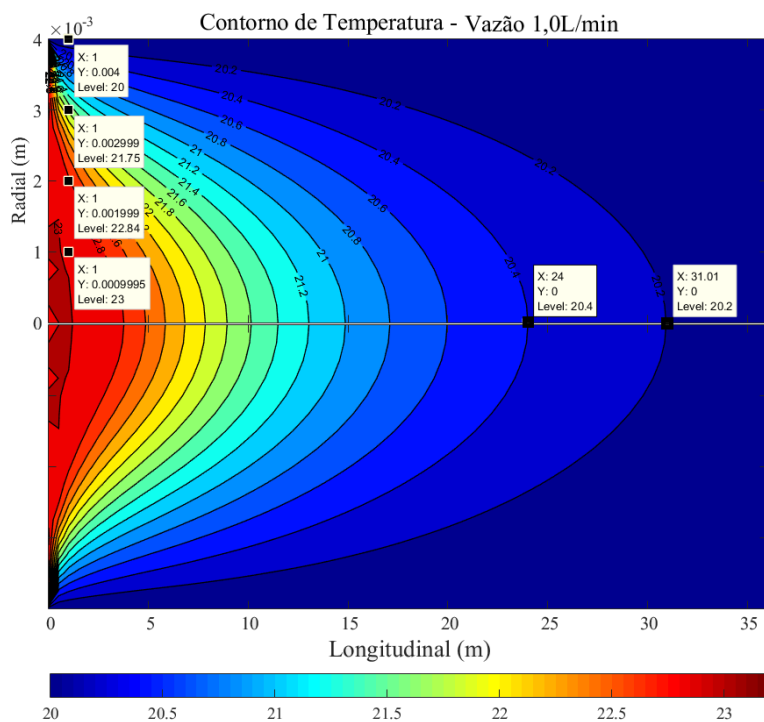
APÊNDICE 2

Gráficos complementares ao capítulo IV com detalhamento da evolução do campo de temperatura para cada metro nos tubos e para as vazões de 0,5, 1,0 e 1,64L/min, considerando temperatura de 20°C na parede no tubo e 23°C para o fluido de entrada.

Camada limite térmica na posição de 1 metro do duto e posição onde apresenta total desenvolvimento para vazão de 0,5L/min



Camada limite térmica na posição de 1 metro do duto e posição onde apresenta total desenvolvimento para vazão de 1,0L/min



Camada limite térmica na posição de 1 metro do duto e posição onde apresenta total desenvolvimento para vazão de 1,64L/min

