

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

**Maria Inajara dos Santos Lima**

**Estudo do círculo através da construção de mandalas**

João Pessoa – PB

2019

**Maria Inajara dos Santos Lima**

**Estudo do círculo através da construção de mandalas**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à  
Coordenação do Curso de Licenciatura em  
Matemática da Universidade Federal da Paraíba  
como requisito parcial para obtenção do título de  
licenciada em Matemática.

**Orientadora:** Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Elisandra de Fátima  
Gloss de Moraes

João Pessoa – PB

2019

**Catálogo na publicação**  
**Seção de Catalogação e Classificação**

L732e Lima, Maria Inajara Dos Santos.

Estudo do círculo através da construção de mandalas /  
Maria Inajara Dos Santos Lima. - João Pessoa, 2019.  
52 f. : il.

Orientação: Elisandra de Fátima Gloss de Moraes.  
TCC (Graduação/Licenciatura em Matemática) -  
UFPB/CCEN.

1. Geometria. 2. Círculos. 3. Mandalas - Ensino de  
matemática. I. Moraes, Elisandra de Fátima Gloss de.  
II. Título.

UFPB/CCEN

CDU 514.1(043.2)

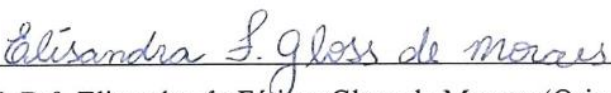
## **Estudo do círculo através da construção de mandalas**

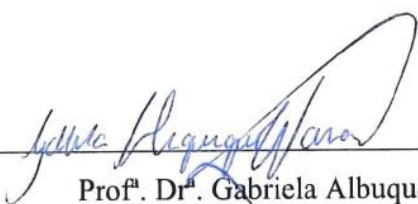
Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba como requisito parcial para obtenção do título de licenciada em Matemática.

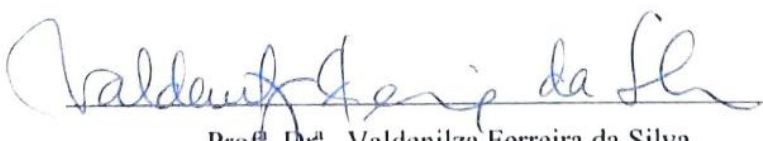
**Orientadora:** Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Elisandra de Fátima Gloss de Moraes

**Aprovado em:** 04/10/2019

### **COMISSÃO EXAMINADORA**

  
\_\_\_\_\_  
Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Elisandra de Fátima Gloss de Moraes (Orientadora)

  
\_\_\_\_\_  
Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Gabriela Albuquerque Wanderley

  
\_\_\_\_\_  
Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Valdenilza Ferreira da Silva

## **Dedicatória**

Às pessoas que são os pilares da minha vida: A minha mãe Lourdes, ao meu filho Glauco Winycius. Ao meu pai Virgílio José “em memória.”

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, pelo dom da vida e todas as vitórias a mim proporcionadas ao longo dessa trajetória!

As duas pessoas que mais amo nessa vida: Minha mãe Maria de Lourdes pelo carinho e apoio irrestrito, por ser um exemplo de força, coragem e responsabilidade. E ao meu filho Glauco Winycius que é meu bem precioso, por todo amor e compreensão da minha ausência, nos momentos de estudos.

A minha orientadora, professora Elisandra Gloss, pela paciência, incentivo e colaboração para que este trabalho fosse realizado com êxito;

Aos meus queridos alunos que participaram das atividades, os quais foram de grande importância na realização deste trabalho;

Ao meu colega Pedro Igor, pelas trocas de experiências durante toda graduação, enfrentando os desafios de cada disciplina e de cada período, e a todos os demais colegas que estiveram comigo durante toda essa jornada.

**Epígrafe:**

A matemática é o alfabeto pelo qual Deus escreveu  
o universo

Galileu Galilei

## RESUMO

Este trabalho apresenta uma proposta para estudar círculos, sua área e comprimento, através do desenho e construção de mandalas. Apresentamos uma fundamentação teórica sobre estes temas e posteriormente relatamos uma experiência didática com estudantes do sétimo ano do ensino fundamental II na disciplina de Matemática de uma escola pública, localizada na cidade de Bayeux - PB. Primeiramente foi aplicado um questionário com os estudantes para avaliar os prévios conhecimentos sobre: ponto, reta, plano, figuras planas, simetria além de outros conceitos relacionados. Posteriormente, após exposição do conteúdo necessário, focou-se então na exploração de estruturas geométricas inscritas na circunferência com a geração de modelos de mandala. Houve atividades individuais e em grupos, com o desenho de mandalas e construção das mesmas utilizando-se papel crepom na formação dos círculos.

**Palavras-chaves:** Geometria. Círculos. Mandala.

## **ABSTRACT**

This work presents a proposal to study circles, their area and length, through the design and construction of mandalas. We present a theoretical grounding on these themes and report a didactic experience with students of the 7th grade in the Mathematics discipline of an elementary school located in the city of Bayeux - PB. First, we applied a questionnaire with the students to evaluate their previous knowledge about: point, line, plane, flat figures, symmetry and other related concepts. Subsequently, after exposing the necessary content, we focused on the exploration of geometric structures inscribed on the circumference with the generation of mandala models. There were individual and group activities, with mandala design and construction using crepe paper. The results show that this approach enriches the learning of geometry because it makes clear its relationship with everyday objects.

**Keywords:** Geometry. Circles. Mandala.

## LISTA DE FIGURAS

|                                                            |    |
|------------------------------------------------------------|----|
| Figura 1: O Problema da Quadratura do Círculo.....         | 17 |
| Figura 2: Duplicação do Cubo.....                          | 18 |
| Figura 3: Trisseção de um ângulo.....                      | 19 |
| Figura 4: Circunferência.....                              | 20 |
| Figura 5: Corda e diâmetro.....                            | 20 |
| Figura 6: Círculo (região colorida).....                   | 30 |
| Figura 7: Área de um polígono regular .....                | 31 |
| Figura 8: Área de um polígono regular .....                | 32 |
| Figura 9: Simetria do círculo .....                        | 23 |
| Figura 10: Mandala geométrica.....                         | 24 |
| Figura 11: Mandala linear.....                             | 24 |
| Figura 12: Mandala Circular.....                           | 25 |
| Figura 13: Materiais para construção de mandalas .....     | 32 |
| Figura 14: Mandalas com polígonos e círculos .....         | 33 |
| Figura 15: Mandalas com figura plana, triângulo.....       | 34 |
| Figura 16: Mandalas com linhas mistas .....                | 35 |
| Figura 17: Mandalas com linhas sinuosas .....              | 36 |
| Figura 18: Mandalas com linhas curvas e mistas .....       | 37 |
| Figura 19: Mandalas floral simétrica.....                  | 38 |
| Figura 20: Mandalas com diferentes tipos de elementos..... | 39 |
| Figura 21: Mandalas com linhas mistas .....                | 40 |
| Figura 22: Criando uma mandala .....                       | 41 |
| Figura 23: Mandalas abordando círculos e triângulos.....   | 42 |
| Figura 24: Mandalas floral e simétrica .....               | 43 |
| Figura 25: Mandalas abordando a arte .....                 | 44 |
| Figura 26: Medidas dos círculos.....                       | 45 |
| Figura 27: Estudo do círculo .....                         | 46 |
| Figura 28: Mandalas coletiva .....                         | 47 |
| Figura 29: Mandalas coletiva medindo o diâmetro .....      | 48 |
| Figura 30: Círculos erguidos formando uma mandala .....    | 49 |

# SUMÁRIO

|          |                                                                   |           |
|----------|-------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>INTRODUÇÃO .....</b>                                           | <b>11</b> |
| 1.1      | Justificativa do tema .....                                       | 12        |
| 1.2      | Objetivos da pesquisa .....                                       | 13        |
| 1.3      | Metodologia .....                                                 | 14        |
| 1.4      | Problema ou objeto de estudo .....                                | 15        |
| 1.5      | Estrutura do trabalho.....                                        | 15        |
| <b>2</b> | <b>REFERENCIAL TEÓRICO.....</b>                                   | <b>16</b> |
| 2.1      | Geometria e sua construção .....                                  | 19        |
| 2.2      | Circunferências e círculos .....                                  | 19        |
| 2.2.1    | Propriedades básicas do círculo e da circunferência .....         | 21        |
| 2.2.2    | Calculando o perímetro da circunferência e a área do círculo..... | 22        |
| 2.3      | Simetria.....                                                     | 23        |
| 2.4      | Mandala .....                                                     | 23        |
| 2.4.1    | O que podemos explorar com a criação de mandalas? .....           | 27        |
| <b>3</b> | <b>ATIVIDADES DESENVOLVIDAS .....</b>                             | <b>29</b> |
| 3.1      | Análise das respostas ao questionário prévio.....                 | 29        |
| 3.2      | Construção individual das mandalas .....                          | 31        |
| 3.3      | Atividades em grupos .....                                        | 40        |
| 3.4      | Atividade coletiva .....                                          | 44        |
|          | <b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>                                 | <b>50</b> |
|          | <b>REFERÊNCIAS.....</b>                                           | <b>51</b> |

## 1 INTRODUÇÃO

Vivemos num mundo de formas e imagens, presentes na natureza, nas construções, nas artes. Por isso acreditamos ser inquestionável o quão importante e necessário se faz o ensino da Geometria na formação do sujeito crítico e transformador do mundo em que vive. O estudo das formas se configura como um dos mais importantes tópicos de um não menos importante ramo da Matemática, a Geometria.

A disciplina de Matemática que é algo fundamental para a formação de qualquer pessoa, também é uma disciplina vista por alguns estudantes como difícil, inalcançável, é até causadora de pânico, devido ao fato de que eles não conseguem relacioná-la ao seu cotidiano. Muitas vezes os próprios professores não incentivam esse aspecto, dificultando ainda mais a compreensão da disciplina. Portanto, o presente trabalho tem o objetivo de mostrar a geometria de forma criativa e divertida. Nosso trabalho foi inspirado em algumas dissertações a exemplo de RAMOS, A. P. (2016) e ROCHA, P. A. (2007). Abordaremos como tornar o ensino da Matemática mais palpável para esses alunos, envolvendo apenas as figuras geométricas. Optamos por elaborar atividades exploratórias e investigativas que possibilitem a construção bem como a ressignificação de alguns conceitos geométricos básicos que podem ser observados no desenho de mandalas.

Uma Mandala é composta por círculos, quadrados e outras formas concêntricas, ou seja, com um centro comum, além de muitas possuírem simetria, repetição de desenhos de cada lado a partir de um eixo (linha). Muitas são desenhadas utilizando compasso e régua. Assim como arcos e retas que partem de pontos correspondentes a divisão igualitária da circunferência YAMADA (2013, p. 4).

Com a manipulação de materiais diversificados nas construções geométricas tanto com os instrumentos do desenho assim como da própria imaginação, deixamos a geometria se configurar como um facilitador de processos mentais, pois ao prestigiar o processo de construção do próprio conhecimento, valoriza-se o descobrir, o conjecturar e o experimentar.

O objetivo da construção de Mandalas, articulando conteúdos da Matemática, é fazer com que o estudante venha a produzir e expressar suas ideias e interpretações, de forma generalizada, utilizando a linguagem plástica, e com a construção apresentar grande potencial para explorar conceitos e relações geométricas a partir da sua estrutura, assim como a melhoria da percepção visual. Deste ponto de vista, a construção de mandalas torna-se um excelente apoio à disciplina, desempenhando importante papel na aprendizagem. O lado místico das mandalas se constitui

como uma atividade lúdica para os estudantes, contribui para uma motivação mais espontânea de compreensão, e a criação da figura desenvolve capacidades importantes como: a imaginação, a percepção e atenção, promovendo um avanço na aprendizagem do conteúdo. Abordagem apresentada e discutida por NASCIMENTO, BENUTTI E NEVES (2007) e aplicada por SOUSA (2012) como uma alternativa eficiente para o desenvolvimento da percepção e da criatividade, como um facilitador da apreensão de conteúdos da disciplina.

Neste trabalho abordou-se alguns conceitos de geometria plana através das mandalas. Trabalhou-se a simetria na criação de mandalas, que envolvem figuras geométricas planas como círculo, quadrado, triângulo e retângulo. Investigou-se as dificuldades dos alunos das três turmas do 7º ano do ensino fundamental, com relação à obtenção dos conceitos abordados em sala e tentou-se fazer a relação destes conteúdos com o cotidiano dos alunos e mostrar que a matemática está presente em tudo o que nos cerca.

## 1.1 Justificativa do tema

A escolha partiu da ideia de que lidamos com a geometria o tempo todo, e muitas vezes não percebemos o quanto ela está ao nosso redor, e que podemos trabalhar com esse conteúdo de forma simples e bastante divertida, usando diferentes tipos de mandalas. Surgiu da necessidade de compreender melhor como os alunos do ensino fundamental relacionam e aplicam o conceito da geometria que são aprendidos nas escolas com o seu cotidiano. A matemática é a arte de criar padrões, simplificar e solucionar problemas.

E por que é importante ensinar Geometria? SHERARD (1993) enumera as contribuições dessa disciplina: na resolução de problemas que reflete a realidade; na conexão com álgebra, aritmética e estatística; no desenvolvimento da percepção espacial, da criatividade, da abstração e da imaginação; e como forma de ensino de valores estéticos.

A Geometria é um campo fértil para trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa. Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada o mundo que vive. Parâmetros Curriculares Nacionais BRASIL (2000, p.55).

Alguns professores muitas vezes não se preocupam como os alunos relacionam o conteúdo dado com sua vida prática. Muitos são os fatores que atrapalham para que o professor de uma escola pública possa fazer um projeto de pesquisa, ficando limitado à sala de aula e ao livro didático. Um destes fatores, talvez o mais corriqueiro, é a falta de material para trabalhar de forma diferenciada. Outro fator é a limitação do tempo, aulas de 45 minutos, o que dificulta um projeto de pesquisa dos conteúdos que possibilitem contribuir em sala de aula para o progresso de seus alunos.

No presente trabalho focaremos no estudo do círculo, seus elementos (centro, raio), seu comprimento e sua área, através da construção de mandalas com materiais concretos e de fácil acesso aos alunos. O intuito é tornar o ensino da Matemática mais palpável para os alunos, envolvendo apenas as figuras geométricas.

Muitos alunos têm algum tipo de deficiência no que se refere ao estudo de figuras geométricas planas. Às vezes decoram apenas fórmulas (ou definições) e constroem determinadas figuras de forma mecânica, sem fazer a conexão entre os registros que envolvem o meio que os cercam. O ensino de desenho geométrico ocorre geralmente no Ensino Fundamental I e contempla o estudo e desenho das formas geométricas planas. Como docente dessa disciplina pude observar entre os estudantes, pouco conhecimento geométrico adquirido durante esta etapa, assim como pouca familiaridade com instrumentos de expressão gráfica (compasso, jogo de esquadros), apresentando também limitada percepção visual e empatia relacionado a construção de desenho.

## 1.2 Objetivos da pesquisa

Apresentamos o objetivo geral e os objetivos específicos deste trabalho.



### Objetivo geral

- Construir alternativas para promover a abordagem do conteúdo de forma criativa, visando o melhor entendimento das figuras geométricas através das mandalas.



### Objetivos específicos

- Criar diferentes tipos de mandalas para explorar a matemática na compreensão de situações do cotidiano em que são utilizadas em logomarcas, slogan, pingentes etc.

- Trabalhar os desafios propostos, englobando as figuras planas mais abordadas gerando a integração do conhecimento e da semiótica para um melhor entendimento na geometria básica.
- Desenvolver o espírito participativo como atitude positiva e enriquecedora, expandindo o processo de aprendizagem, articulando os aspectos cognitivos do estudante.
- Promover uma relação lúdica na produção do conhecimento.
- Desenvolver a imaginação nos mais variados tipos de expressões, no pensar, fazer e transcender, promovendo a aprendizagem

### 1.3 Metodologia

A nossa pesquisa é de natureza qualitativa, que segue uma metodologia de aplicação de questionário com o intuito de mensurar o conhecimento prévio dos alunos para em seguida preencher as lacunas nos assuntos onde havia maior deficiência e posteriormente realizar as atividades em sala de aula. Visamos explorar alguns temas da geometria através das figuras de mandalas. O embasamento teórico deste trabalho foi feito através de pesquisa bibliográfica e em acervos digitais e educacionais, por meio dos seus portais disponíveis na internet.

Uma pesquisa de abordagem qualitativa possui algumas características, tais como: o estudo é realizado no seu ambiente natural, pois os fatos sociais tem que ser observados e analisados inseridos no contexto ao qual pertencem, consolidando e analisando os dados gerados, o pesquisador realiza entrevistas, reúne desenhos, fotografias, depoimentos e outros dados que ajudam na descrição do fato; realizando o trabalho com base na perspectiva que os pesquisados tem sobre o objeto de estudo. GODOY (1995, p.62-63)

Durante esta pesquisa foi aplicado um questionário para análise do entendimento dos alunos no que se refere a alguns elementos relacionados a geometria, após o qual foram ministradas cinco aulas expositivas para implementar um melhor entendimento do nosso objetivo principal: o estudo do círculo através de figuras de mandalas. Os alunos foram orientados a criar com lápis, individualmente, um círculo em folha de papel ofício, com diâmetro de aproximadamente dez centímetros de comprimento, e no seu interior construir figuras planas ou linhas contínuas, formando uma simetria entre si preenchendo, toda área. Com aceitação imediata e muita empolgação, os alunos buscaram materiais para que fosse possível tal criação. Não encontrando nenhum compasso, criaram recursos para criação do círculo utilizando cd, o porta lápis da biblioteca que é reciclado de lata de leite, xícaras da cantina, pedaços de cartão recortados em forma circular. Fazendo linhas: mista, quebradas, onduladas, curvas, retas inclinadas, vertical e

horizontal, abordando na composição, triângulos, retângulos, arco, semicírculo. Assim, cada aluno construiu uma mandala finalizando com a pintura, usando cores distintas e de sua escolha. Em outra etapa foram formados grupos de quatro ou cinco alunos, que deveriam construir em cartolina um círculo de diâmetro com aproximadamente trinta centímetros de comprimento e nele fazer uma mandala usando os mesmos critérios daquela construída individualmente. O diferencial é que esta devia ser colorida utilizando tinta guache, glitter, sementes, ou outros materiais. Depois de construir a mandala, o grupo, analisando a figura, deveria responder às seguintes perguntas: quais figuras geométricas compõem a mandala? A mandala é simétrica? Qual a medida do raio? Qual a medida do diâmetro? Qual a medida do comprimento da circunferência? Por não ter material específico para essa construção os alunos buscaram auxílio na cantina da escola pegando panelas e pratos para construir o círculo, e de forma criativa foi desenvolvida a atividade. Na última etapa, o mesmo grupo formado foi orientado a construir uma mandala com diâmetro de aproximadamente cem centímetros. Cada grupo escolheu uma cor para representar. Para essa atividade os componentes trouxeram folhas de papel crepom da cor escolhida pelo grupo, fazendo dobraduras com o papel cada aluno criou um círculo. Posicionando todos em um único local da sala e unindo os círculos no chão foi formada uma mandala, calculando em seguida o raio, diâmetro e comprimento da circunferência.

#### **1.4 Problema ou objeto de estudo**

Como os alunos do 7º ano do ensino fundamental interpretam o conceito da geometria, construído em figuras de mandalas? É possível usar as mandalas de modo interdisciplinar?

#### **1.5 Estrutura do trabalho**

Este trabalho está dividido em três capítulos. O primeiro capítulo contém toda a estrutura do trabalho, onde explicamos o motivo da escolha do tema, os objetivos a serem atingidos e o método escolhido para a execução do mesmo. No segundo está contida a fundamentação teórica, onde foram apresentadas as ideias dos teóricos a respeito dos temas que precedem a construção da sequência abordada. Em seguida são apresentadas algumas das atividades desenvolvidas em sala de aula.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

Para que a aprendizagem da geometria ocorra efetivamente, um dos maiores desafios dos docentes dessa disciplina é elaborar metodologias e utilizar abordagens diferentes das convencionais, a fim de estimular o estudo e a compreensão dos conteúdos apresentados. Deve-se levar em consideração como o conteúdo é percebido pelo aluno, utilizando o conhecimento matemático em outros contextos, construindo relações e tornando o aprendizado mais excitante à medida que é observado no cotidiano.

A geometria surgiu independentemente em várias culturas antigas, como um conjunto de conhecimentos práticos sobre comprimento, área e volume. É fundamentada sobre objetos primitivos e sem definição, mas que possuem características que possibilitam a identificação, o uso desses objetos a exemplo de: ponto, reta, entre outros, definem as primeiras formas geométricas do plano. A geometria estuda as formas dos objetos presentes na natureza, das posições ocupadas por eles, as relações e propriedades relativas a essas formas, assim como também é responsável pelas propriedades das figuras geométricas. Na natureza estruturou-se o conhecimento científico, tanto a palavra geometria ter a origem grega geo “terra” associada a metria “medida”, traduzindo-se literalmente em: “medir a terra”, ora em grandezas astronômicas, anos-luz, a diminutas, a exemplo das partículas subatômicas.

Desde a antiguidade até os dias atuais o homem convive em meio às inúmeras formas geométricas presentes na natureza, e as utiliza na criação de objetos e arquiteturas. O conhecimento básico da geometria é considerado fundamental para o indivíduo compreender conceitos relacionados ao cotidiano. LORENZATO (1995, p.6) afirma que:

A Geometria é a mais eficiente conexão didática pedagógica que a Matemática possui, ela se interliga com a Aritmética e com a Álgebra porque os objetos e relações dela correspondem aos das outras; assim sendo, conceitos, propriedades e questões aritméticas ou algébricas podem ser clarificados pela Geometria, que realiza uma verdadeira tradução para o aprendiz.

Por ser uma área da matemática mais intuitiva, concreta e ligada a realidade, a geometria torna-se uma ferramenta importante para a inter-relação com o espaço em que vivemos. A geometria plana fará parte do nosso trabalho no estudo da figura do círculo, por uma visão sistêmica da mandala possibilitando a compreensão do aluno sobre conceitos geométricos por meio da identificação e representação

A evolução intelectual nos possibilitou mensurar o abstrato pelas diversas formas geométricas do cosmos, e a dominação do espaço circundante, a germinação da sociedade. Desde o antigo Egito fórmulas empíricas possibilitavam prever e calcular regiões alagáveis para

produção de víveres dos povos sediados próximos ao Rio Nilo, momento onde a religião e a ciência convergiam para a resolução de dificuldades na tarefa de subsistência comunitária. Percebe-se que a geometria, nos ajuda de alguma forma, a prosseguir com nossas atividades cotidianas. Como descreve bem BULOS (2011)

A geometria pode ser o caminho para desenvolvermos habilidades e competências necessárias para a resolução de problemas do nosso cotidiano, visto que o seu entendimento nos proporciona o desenvolvimento da capacidade de olhar, comparar, medir, adivinhar, generalizar e abstrair. BULOS (2011, p. 5)

Não sabemos ao certo a origem da geometria, porém ao longo da história, teve três problemas que se tornaram clássicos:

- A quadratura do círculo: construir um quadrado da mesma área que um círculo dado.
- A duplicação do cubo: construir um cubo de volume duplo ao de um cubo dado;
- A trissecção de um ângulo: construir um ângulo igual ao terço de um ângulo dado.

**Problema 1:** A quadratura do círculo.

Proposto por Anaxágoras (499-428 a.C.), o problema da quadratura do círculo consiste em construir, usando apenas régua e compasso, um quadrado com a mesma área que a de um círculo dado.

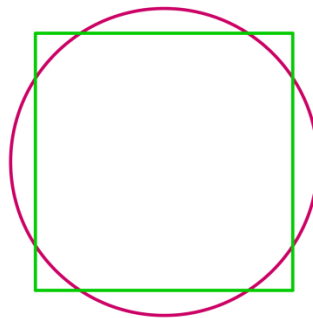


Figura 1: O Problema da Quadratura do Círculo  
Fonte: Acervo da autora

**Problema 2:** A duplicação do cubo

Dado um cubo de aresta conhecida, qual deve ser a aresta do cubo que tem o dobro do volume do primeiro? De acordo com SANTOS A R.; VIGLIONI, H. H (2011; p.178), o problema da duplicação do cubo foi amplamente discutido pelos matemáticos gregos. Desde meados do século V a.C. Por existir vários relatos a respeito, não sabemos precisamente quando e por quem este problema foi formulado pela primeira vez. Uma das versões diz que como os délios haviam sido atingidos por uma praga, uma delegação foi enviada ao oráculo de Apolo

em Delos para perguntar como a peste poderia ser combatida. Este respondeu que para tanto o altar de Apolo, cuja forma era cúbica, deveria ser dobrado. Uma outra versão diz que o rei Minos insatisfeito com o tamanho do túmulo de seu filho Glaucos ordenou que o túmulo fosse dobrado, porém sem que perdesse a forma original. Apesar da aparente simplicidade do problema, os gregos não conseguiram resolvê-lo utilizando apenas suas técnicas de construção com compasso e régua não-graduada.

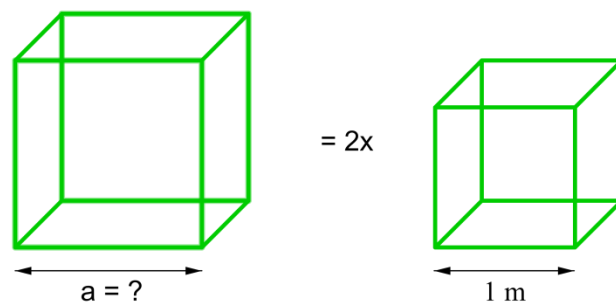


Figura 2: Duplicação do Cubo  
Fonte: Acervo da autora

Apenas no século XIX, com o desenvolvimento da álgebra, foi demonstrado que é impossível fazer tal construção com esses instrumentos! Soluções incluindo diferentes recursos foram apresentadas. Entre elas, se destacam a de Arquitas (cerca de 400 a.C.), de Platão (340 a.C.), de Eratóstenes (cerca de 230 a.C.), de Viète (1593) e de Descartes (1637). Em 1837, Pierre L. Wantzel, um jovem professor e matemático francês de apenas 23 anos, demonstra que os dois problemas citados anteriormente não podem ser resolvidos utilizando-se apenas régua e compasso.

### **Problema 3:** A trissecção de um ângulo.

Dado um ângulo qualquer, construir um outro com um terço de sua amplitude. Pretendia-se trissecar um ângulo, isto é, dividi-lo em três partes perfeitamente iguais usando apenas uma régua não graduada e um compasso. Porém, assim como na quadratura do círculo e na duplicação de um cubo isto não é possível.

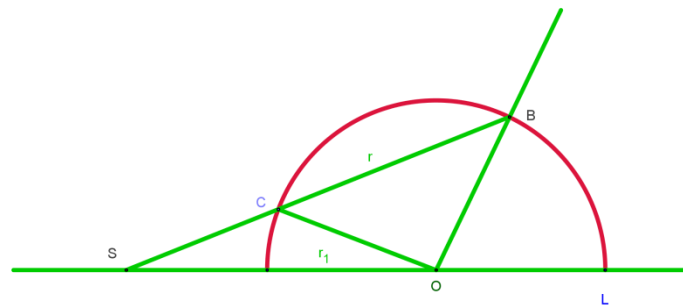


Figura 3: Trisseção de um ângulo  
Fonte: Acervo da autora

## 2.1 Geometria e sua construção

A geometria é construída sobre objetos primitivos: ponto, reta, plano, espaço, entre outros. Esses objetos não possuem definição, mas possuem características que possibilitam sua identificação. Fazendo uso desses objetos primitivos é que são definidas as primeiras formas geométricas do plano: segmentos de reta, polígonos e ângulos. A partir delas, é feita a definição de distância entre dois pontos, da qual depende a definição de círculo. A geometria também é responsável por propriedades das figuras geométricas. Essas propriedades nada mais são do que resultados de relações analisadas nos objetos e figuras geométricas. Uma propriedade das circunferências, por exemplo, é a seguinte: o resultado da divisão entre o perímetro de um círculo e seu diâmetro sempre será igual a  $\pi$  (aproximadamente 3,14). Desse modo, a geometria é construída relacionando objetos básicos a fim de obter objetos mais elaborados.

A Geometria plana é uma das três subáreas da geometria Euclidiana, onde todas as figuras, formas e definições são feitas para objetos pertencentes ao plano, isto é, que possuem apenas largura e comprimento, mas não possuem profundidade. Os conceitos discutidos pela geometria plana são de ponto, reta, plano, posições relativas, distância entre dois pontos, ângulos, polígonos, áreas e trigonometria. Estuda o conceito e a construção das figuras planas e suas propriedades, formas tamanhos e estudo de suas áreas e perímetro SANTOS A R.; VIGLIONI, H. H (2011, p. 20)

## 2.2 Circunferências e círculos

Embora seja comum usarmos estas duas palavras para designar o mesmo objeto, neste texto, assim como na maioria dos livros didáticos do ensino fundamental e médio, círculo e circunferência têm definições distintas. Vamos entender o que faz a diferenciação entre essas duas figuras.

A *circunferência* é o conjunto de todos os pontos que são equidistantes, ou seja, estão a uma mesma distância, de um ponto fixado. A essa distância damos o nome de raio da circunferência, o qual denotamos por  $r$ . O ponto C fixado é chamado de centro da circunferência.

Matematicamente, podemos representar essa relação por

$$d_{AC} = r,$$

onde  $d_{AC}$  representa a distância entre os pontos A e C.

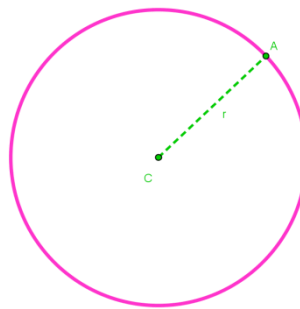


Figura 4: Circunferência  
Fonte: Acervo da autora

Tendo em vista a distância entre dois pontos obtida na Geometria Analítica, considerando as coordenadas de  $A=(x,y)$  e de  $C=(a,b)$ , podemos reescrever a relação acima da seguinte forma:

$$[(a - x)^2 + (b - y)^2]^{1/2} = r \quad \text{ou seja,} \quad (a - x)^2 + (b - y)^2 = r^2.$$

Podemos destacar alguns dos elementos da circunferência, tais como:

- Raio: segmento de reta que une o centro a um ponto qualquer da circunferência.
- Corda: segmento de reta que une dois pontos distintos da circunferência.
- Diâmetro: corda que contém o centro da circunferência.
- Arco: cada uma das partes em que a corda divide a circunferência.

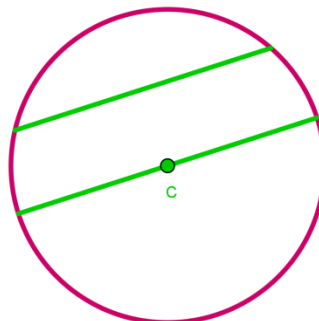


Figura 5: Corda e diâmetro  
Fonte: Acervo da autora

O *círculo*, por sua vez, é uma figura geométrica plana que é definida como o conjunto de pontos resultantes da união entre uma circunferência e seus pontos internos. Ou seja, o círculo é região limitada do plano cuja fronteira é a circunferência.

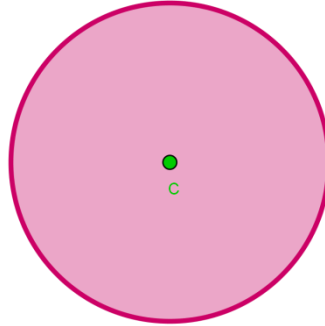


Figura 6: Círculo (região colorida)  
Fonte: Acervo da autora

Considerando os conhecimentos vindos da Geometria Analítica, a equação do círculo é praticamente igual à equação da circunferência. O diferencial está no fato de o círculo ser um conjunto de pontos cuja distância ao centro é menor ou igual ao raio. A partir disso, temos a seguinte equação:

$$d_{AC} \leq r,$$

e analiticamente,

$$[(a - x)^2 + (b - y)^2]^{1/2} \leq r, \text{ ou } (a - x)^2 + (b - y)^2 \leq r^2.$$

### 2.2.1 Propriedades básicas do círculo e da circunferência

O ponto C, centro da circunferência, não pertence a ela, mas pertence ao círculo. Dessa maneira, dado um ponto A qualquer (lembrando que  $d_{AC}$  é a distância entre A e C) as posições relativas entre A e uma circunferência são:

- A é um ponto da circunferência, se  $d_{AC} = r$ ;
- A é ponto externo à circunferência, se  $d_{AC} > r$ ;
- A é ponto interno à circunferência, se  $d_{AC} < r$ .

As posições relativas entre A e o círculo são:

- A é ponto do círculo se  $d_{AC} \leq r$ ;
- A é ponto externo ao círculo, se  $d_{AC} > r$ .

### 2.2.2 Calculando o perímetro da circunferência e a área do círculo

Dividindo o comprimento  $C$  de uma circunferência pelo comprimento  $2r$  de seu diâmetro encontramos uma constante, que é um número irracional cujo valor aproximado é 3,14. Sendo uma razão tão importante para o estudo da circunferência, e não podendo representá-la com todas as suas infinitas casas decimais, é atribuída a letra grega  $\pi$  em dado momento histórico, denominada por *pi*. Em símbolos, temos

$$\frac{C}{2r} = \pi \Rightarrow C = 2r \cdot \pi \Rightarrow C = 2\pi r.$$

Então podemos calcular o comprimento de qualquer circunferência através da fórmula

$$C = 2\pi r.$$

Para a área do círculo de raio  $r$ , imaginamos um polígono regular com  $2n$  lados, inscrito na circunferência, formando  $2n$  triângulos iguais ao traçarmos  $n$  diâmetros. Podemos decompor tal polígono regular e formar um paralelogramo, cuja base tem medida igual à metade do perímetro do polígono regular ( $p=na/2$  onde  $a$  é a medida do lado do polígono) e cuja altura é a altura comum aos triângulos formados, denotada por  $h$ .

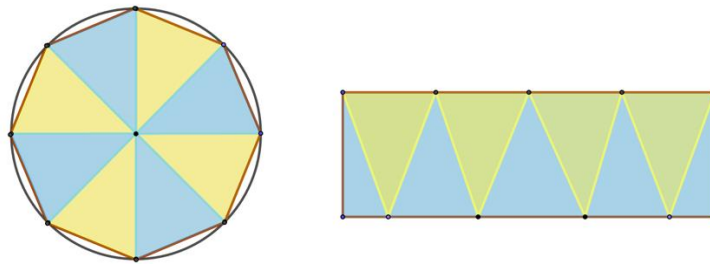


Figura 7: Área de um polígono regular  
Fonte: Acervo da autora

Sabemos que a área do paralelogramo,  $A(P)$ , é dada pelo produto da base pela altura, ou seja,

$$A(P) = ph.$$

Logo, a área do polígono regular é dada por  $ph$ . Note que, à medida que aumentamos o número de lados do polígono,  $2n$ , o perímetro do polígono se aproxima do comprimento da circunferência e a altura de cada triângulo formado se aproxima do raio desta circunferência.

Usando esta estratégia, podemos decompor um círculo, dando uma ideia aproximada de um paralelogramo em que a medida da base é aproximadamente a metade do comprimento da circunferência,  $\pi r$ , e a altura correspondente é aproximadamente a medida do raio,  $r$ .

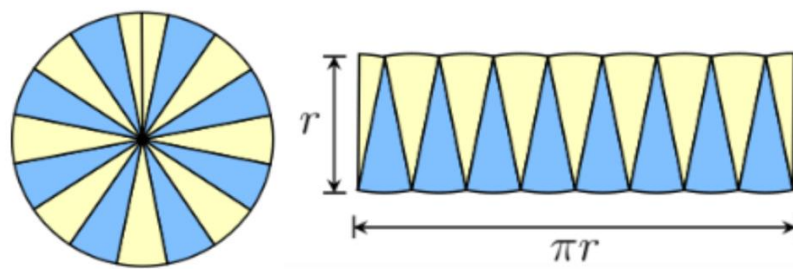


Figura 8: Área de um polígono regular  
 Fonte: <gestaoeducacional.com.br > Acesso em: 22/06/2019

Com isso podemos concluir que **a área do círculo** é dada por

$$A = (\pi r) \cdot r = \pi r^2.$$

## 2.3 Simetria

Os tipos de simetria em um plano são: rotação, translação e reflexão. Simetria matemática consiste na regra da posição de duas figuras idênticas que se correspondem ponto a ponto. No campo estético a simetria é responsável por proporcionar a imagem harmônica e sua beleza está presente em nosso cotidiano, tanto na natureza como em objetos produzidos pelo ser humano. Algumas figuras planas possuem mais de um eixo de simetria. Podemos perceber que o círculo possui perfeita simetria.

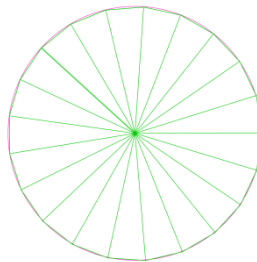


Figura 9: Simetria do círculo  
 Fonte: Acervo da autora

## 2.4 Mandala

Mandala (“círculo” em sânscrito, língua clássica da Índia) é um diagrama sagrado tradicionalmente usado para meditação em religiões como o hinduísmo e o budismo. Simbolizando o ser humano ou o universo puro e perfeito, a mandala tem uma estrutura visual que representa a concentração dos sentimentos de paz, bem-estar e integridade. Quase todas as mandalas são representadas em um plano bidimensional.

O desenho de uma mandala está constituído de figuras e formas geométricas concêntricas que representam as características mais importantes do universo e de seus conteúdos.

Geralmente o quadrado, que representa a terra, é envolto por círculos e circunferências, que representam o tempo, o movimento, a eternidade e o universo.



Figura 10: Mandala geométrica  
Fonte: < Zazzle.com.br > Acesso em: 15/07/2019

O nosso objetivo é caracterizar as mandalas como espaço geométrico, explorar os elementos que as compõem, ou levar, o aluno a identificar círculo e circunferência, reconhecer as posições relativas, os elementos que a compõem, calcular as medidas de comprimento da circunferência e área do círculo.

As mandalas podem ser lineares ou circulares. As mandalas lineares tem em sua composição traços contínuos definido por linhas: Mista ou poligonal, onduladas, curva ou inclinações horizontal, vertical ou diagonal.

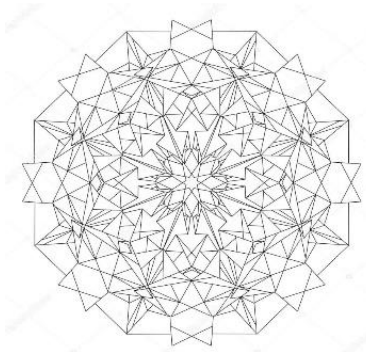


Figura 11: Mandala linear  
Fonte: <<https://www.urbanarts.com.br> >> Acesso em: 03/08/2019

As mandalas circulares tem em sua composição círculos, semicírculos e arcos, formando em sua maioria rosas.

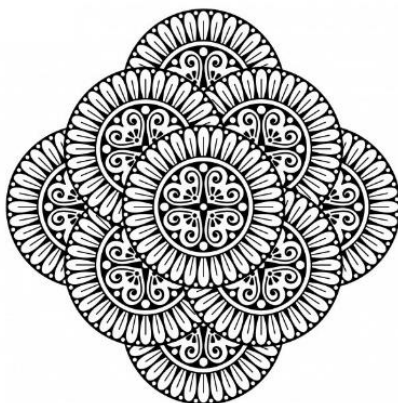


Figura 12: Mandala Circular  
 Fonte: <<https://www.elo7.com.br>> Acesso em: 03/08/2019

Para fundamentar nossa pesquisa, usaremos a teoria de registros de representação semiótica de Raymond Duval. Segundo DUVAL (2015 objetos matemáticos), os são abstratos e para serem apreendidos devem ser evocados através de representações semióticas, não se pode confundir o objeto matemático com sua representação, conseqüentemente deve haver coordenação entre pelo menos dois registros.

A contribuição de Duval para o processo de ensino/aprendizagem em matemática está em apontar a restrição de se usar um único registro semiótico para representar um mesmo objeto matemático. Isso porque uma única via não garante a compreensão, ou seja, a aprendizagem em matemática. Permanecer num único registro de representação significa tomar a representação como sendo de fato o objeto matemático – por exemplo,  $f(x) = x$  seria a função, e não uma representação do objeto matemático. Logo, para não confundir o objeto e o conteúdo de sua representação é necessário dispor de, ao menos, duas representações, de modo que estas duas devam ser percebidas como representando o mesmo objeto. Interagir nas diversas formas produzidas, diminui o hiato entre a expectativa e efetividade no aprendizado do conteúdo, lançando luz sobre possíveis medidas lúdicas, para conquistar experiências prazerosas em matéria tão importante, a ciência decifradora da natureza

Cabe ao professor ter em mente que a teoria e a prática precisam estar conectadas, no sentido de que os objetivos matemáticos devem estar bem claros quando ele propuser a resolução de uma situação-problema, ao aluno. Só assim, o aluno poderá tomar as suas próprias decisões e fazer uso dos dispositivos didáticos fornecidos pelo professor. O ideal seria que todas as situações fossem um processo de construção entre os alunos e o professor: a formulação e escrita do problema (linguagem verbalizada versus linguagem matemática da situação), a

discussão em grupos para obter a resolução e por fim a descoberta de novos conhecimentos matemáticos.

A coleta e análise dos dados obtidos com a aplicação do questionário foi um meio eficaz para identificar as dificuldades que um certo tema relacionado a geometria traz, para então poder formular e implementar melhorias na aprendizagem por meio do desenho da figura de mandala. Pesquisas de teóricos renomados em 1990 demonstraram que um tipo de dificuldade corriqueira no cotidiano de uma sala de aula é caracterizado pela inabilidade com relação às representações do objeto matemático. Nesse projeto de pesquisa temos como fazer uma análise, no nível de apresentação lúdica e representação semiótica para verificar se há simples memorização sobre plano, reta, ponto, círculo, circunferência, com respostas mecânicas. Portanto, devemos saber se existe um nível adequado de coordenação entre os diversos registros, pois como vimos, segundo Duval, o aluno deve identificar instantaneamente um registro dentre um conjunto para que haja aquisição de conceito e ao menos dois registros para que ocorra coordenação, e apenas nesse momento pode-se observar que o aluno domina minimamente os conceitos geométricos (estudados nas figuras de mandalas), o que garante que não está fazendo representações mecânicas com base em métodos mecânicos e memorizações de figuras. Sob este ponto de vista, se faz necessário confrontar os alunos com algumas possibilidades de figuras geométricas planas (construídas em um círculo formando as mandalas estudadas), que proporcionam distinguir o objetivo e a importância de estudar a geometria. Estamos imersos em fundamentos matemáticos, seja no espaço em nossa volta, ou algoritmos das produções digitais, e com a crescente revolução tecnológica, faz-se mister despertar o interesse e necessidade em aprofundar conhecimentos na matéria.

Direcionamos o ensinamento à forma circular, exemplificando seu uso na demarcação temporal realizada nos relógios analógicos, movimento: rodas em veículos terrestres ou hélices embarcações e aeronaves, ondas produzidas em superfícies líquidas, e similaridades da esfera da bola e forma do Sol, Terra e Lua, e movimentos produzidos por percursos quase circulares, que delimitam o dia, as fases da lua e as estações.

O engajamento da classe colabora, as tendências das gerações atuais em interagir dinamicamente na resolução de problemas em grupo, e apesar da não inexistência de recursos computacionais, entusiasmar-se no contorno de figuras e pinturas realizadas nas mandalas.

Com relação à situações-problema, temos

“situações-problema são problemas de aplicação que retratam situações reais do dia a dia e que exigem o uso da Matemática para serem resolvidos. Através de conceitos, técnicas e procedimentos matemáticos procura-se matematizar uma situação real, organizando os dados em tabelas, traçando

gráficos, fazendo operações, etc. Em geral, são problemas que exigem pesquisa e levantamento de dados. Podem ser apresentados em forma de projetos a serem desenvolvidos usando conhecimentos e princípios de outras áreas que não a Matemática, desde que a resposta se relacione a algo que desperte interesse” DANTE (2003, p. 20).

Cabe ao professor ter em mente que a teoria e a prática precisam estar conectadas, no sentido de que os objetivos matemáticos devem estar bem claros quando ele propuser a resolução de uma situação-problema ao aluno. Só assim, o aluno poderá tomar as suas próprias decisões e fazer uso dos dispositivos didáticos fornecidos pelo professor. O ideal seria que todas as situações-problema fossem um processo de construção entre os alunos e o professor: a formulação e escrita do problema (linguagem verbalizada versus linguagem matemática da situação), a discussão do grupo para obter a resolução e por fim a descoberta de novos conhecimentos matemáticos. Centrados na missão, visão e valores “vetoriais” no caminho que conduzirá a excelência na abordagem matemática em sala de aula, despertando a curiosidade e criatividade dos formandos nos conceitos geométricos presentes nos algoritmos presentes nos aplicativos de smartphone: ponto, reta e o plano, e infinitudes de utilizações, seja na entrega de localizações, distâncias, delivery, utilizam-se de noções de distância e localização.

#### 2.4.1 O que podemos explorar com a criação de mandalas?

Um dos desafios mais urgentes do ensino da matemática é estabelecer a sua conexão com as demais áreas de conhecimento que contribua para compreensão proporcionando uma ampliação dos saberes.

Observa-se que a construção de Mandalas apresenta grande potencial de exploração e fixação de conceitos geométricos podendo melhorar a percepção visual dos estudantes que são atraídos pela arte da criação da construção da figura. Analisando a figura de mandalas, é possível relacionar elementos:

- Ponto;
- Segmentos de retas consecutivos e colineares;
- Plano;
- Polígonos;
- Círculo;
- Circunferência;
- Raio e diâmetro;
- Medidas de comprimento de arco;

- Retas paralelas e perpendiculares;
- Ângulo;
- Triângulos;
- Área;
- Perímetro de figuras planas;
- Polígonos inscritos na circunferência;
- Circuncentro de um triângulo;
- Simetria;

Estes elementos podem ser trabalhados observando e extraindo da mandala construída pelo próprio aluno em sala. Neste trabalho tivemos a oportunidade de explorar com essa construção: área do círculo, circunferência, raio, diâmetro e comprimento da circunferência, levando os alunos a refletir sobre o processo de construção utilizando o próprio desenho para exploração do conteúdo a ser estudado.

### 3 ATIVIDADES DESENVOLVIDAS

O ensino da matemática precisa desenvolver não apenas a capacidade de calcular, como também habilidades de comunicação de representar, falar, escutar, criar, expor seus pontos de vista, explicar suas estratégias, confrontar e argumentar. Percebemos que dessa forma os alunos poderão tomar decisões, agindo com propriedade de conhecimento e não apenas como executoras de instruções.

Como forma de avaliar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre determinados termos geométricos a serem usados na construção de Mandalas, foi aplicado um questionário. Com essa análise foi possível observar que a maioria dos alunos tinha uma noção básica sobre os conteúdos abordados pois as respostas se assemelham entre a maioria.

#### 3.1 Análise das respostas ao questionário prévio

Seguem as respostas mais comuns dos alunos a alguns dos itens presentes nos questionários de análise.

*Entes geométricos e entendimento preliminar:*

1) Ponto:

- “Centro da circunferência”.
- “Alguma coisa que não possui forma nem dimensão”.
- “Objeto adimensional”.
- “Algo que finaliza uma frase”.

2) Reta:

- “São conjuntos de pontos”
- “Uma pista sem curvas.”
- “São linhas que se cruzam”
- “Linha sem curvatura”

3) Paralelo

- “Retas que não se cruzam”
- “Ao lado”
- “Retas que possuem a mesma distância.”
- “Linhas simétricas”

## 4) Perpendicular

- “Quando duas retas concorrentes formam entre si quatro ângulo reto”.
- “Parte da mandala”
- “Quando um objeto forma um ângulo de noventa graus.”
- “Linhas que formam um x”.

## 5) Plano

- “Conjunto de retas alinhadas”

## 6) Circunferência

- “Linha que envolve o círculo”.
- “Linha que circula o círculo”
- “Lado externo do círculo”
- “Perímetro do círculo”

## 7) Raio

- “Distância da origem a circunferência”
- “Metade de um diâmetro”
- “Pedaço de corda menor em uma circunferência”
- “Alinha que toca o ponto central”

## 8) Diâmetro

- “Duas vezes o raio”
- “União de dois raios, cortando a circunferência”
- “Uma reta que corta o ponto de origem em um círculo”
- “Comprimento de uma ponta a outra na circunferência”

## 9) Arco

- “Metade de um círculo inclinado”
- “Posição compreendida entre dois pontos numa curva”
- “Linha inclinada”
- “Inclinação de uma parte do círculo”

## 10) Triângulo

- “Uma forma geométrica plana com três lados”
- “Três retas que se cruzam”
- “Figura geométrica que ocupa espaço interno limitado, por três seguimentos de retas”
- “Um polígono de três lados”

## 11) Figuras geométricas planas

- “Figuras que não tem volume”
- “São regiões de um plano, fechadas por retas”
- “Figuras sem elevação”
- “Quadrados, círculos, triângulos, losangos, trapézio”

#### 12) Simetria

- “Uma semelhança entre duas ou mais situações”
- “Quando é possível observar partes iguais”
- “Fenômenos correspondentes”
- “Partes de objetos, que têm mesmo comprimento ou uma semelhança”

#### 13) Como calculamos o comprimento da circunferência e a área do círculo?

- “Medindo com uma régua, fita métrica ou trena”
- “Sabendo o raio e aplicando as fórmulas”
- “Fazendo uma multiplicação”
- “Usando as fórmulas  $C=2\pi r$  /  $A = \pi r^2$ ”

#### 14) O que é uma mandala?

- “Uma figura com várias formas geométricas”
- “Círculo composto por figuras geométricas ou símbolos”
- “Círculos cheio de detalhes simétricos”
- “Uma representação da relação entre o homem e cósmico”.

Após a análise dos conhecimentos prévios dos estudantes, foram realizadas cinco aulas expositivas nas quais foram trabalhados os conceitos citados a fim de um melhor entendimento.

### 3.2 Construção individual das mandalas

Aos estudantes, alunos das três turmas do sétimo ano, foi proposto um desafio: construir individualmente um círculo em uma folha branca de papel ofício com os seguintes critérios: ter aproximadamente 10cm de diâmetro, preencher todo interior do círculo com elementos ou figuras geométricas planas usando os critérios de simetria construindo uma mandala. O intuito era de que cada aluno pudesse idealizar sua mandala, criando suas próprias estratégias, desenvolvendo o raciocínio, para que o mesmo adquira mais segurança e até mesmo fazendo descobertas do próprio potencial. Feito o desenho, cada aluno deveria colorir usando cores distintas.

Os alunos já tinham uma certa familiaridade com a figura de mandalas pois os professores de educação física e artes em conjunto trabalharam sobre os quatros elementos da natureza:

terra, ar, água e fogo. E construir, seria mesmo um desafio para disciplina de matemática? A priori, sim! Na escola não tinha disponibilidade de material suficiente para todos os alunos. Por exemplo, poucas réguas e nenhum compasso. Os alunos criaram estratégias para execução da atividade usando materiais da escola que possuem forma circular onde podia se observar aproximadamente a medida especificada para atividade, dentre eles foram CDs, porta lápis, prato e cartão recortado em forma circular. Os resultados foram positivos.



*Figura 13: Materiais para construção de mandalas*

Fonte: Acervo da autora

Veremos nas imagens a seguir as criações de alguns alunos e os elementos geométricos abordados.



Figura 14: Mandalas com polígonos e círculos  
Fonte: Acervo da autora

Nestas figuras os estudantes abordaram na composição das mandalas as figuras geométricas planas de triângulo, quadrado e círculo.



Figura 15: Mandalas com figura plana, triângulo  
Fonte: Acervo da autora

Nestas figuras os estudantes abordaram no interior do círculo as figuras geométricas planas de triângulo, quadrado, retângulo, pentágono, hexágono e octógono.



Figura 16: Mandalas com linhas mistas  
Fonte: Acervo da autora

Nestas figuras os alunos abordaram no círculo elementos da geometria, linhas curvas, mistas, arcos.



Figura 17: Mandalas com linhas sinuosas  
Fonte: Acervo da autora

Nas seguintes mandalas os estudantes abordaram elementos como linhas retas, linhas sinuosas e o símbolo do yin yang em pequenos círculos.



Figura 18: Mandalas com linhas curvas e mistas  
Fonte: Acervo da autora

Nas figuras os estudantes usaram elementos como: círculos, triângulos, arco, linhas curvas e mistas, apresentando a parte artística nas mandalas.



Figura 19: Mandalas floral simétrica  
Fonte: Acervo da autora

Já estes desenhos mostram a parte mais artística das mandalas florais. Abordaram a simetria nas figuras.



Figura 20: Mandalas com diferentes tipos de elementos  
Fonte: Acervo da autora

Nestas figuras foram abordados elementos como: triângulo, arco e a simetria.



Figura 21: Mandalas com linhas mistas  
Fonte: Acervo da autora

Nestas figuras os estudantes usaram elementos como: linhas curvas e mistas, também triângulo apresentando mais a parte artística nas mandalas.

### 3.3 Atividades em grupos

Para essa parte da atividade foram formados grupos com quatro ou cinco alunos. Estes deveriam construir em uma cartolina um círculo com diâmetro de aproximadamente 30cm de comprimento e nele fazer uma mandala usando os mesmos critérios da construída individualmente. O diferencial devia ser a forma de colorir.

Como construir um círculo com essa dimensão sem material específico? Os alunos buscaram auxílio na cantina da escola pegando panelas e pratos para construir o círculo, e de forma

criativa foi desenvolvida a atividade. É claro que os círculos desenhados tinham raios variados. Após a construção da mandala o grupo analisou a figura respondendo as seguintes perguntas: quais figuras geométricas compõem a mandala? A mandala é simétrica? Qual a medida do raio? Qual a medida do diâmetro? Qual a medida do comprimento da circunferência?

Na figura a seguir, o aluno abordou na composição da mandala triângulos e círculos. Para execução da atividade, utilizou, cartolina, pratos de tamanhos distintos para fazer os círculos e um anel para fazer os pequenos círculos.

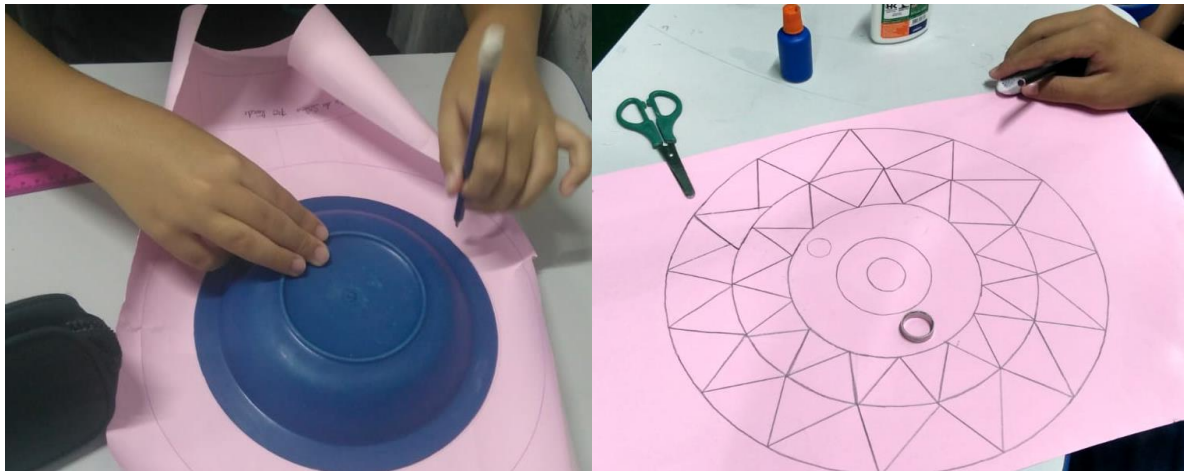


Figura 22: Criando uma mandala  
Fonte: Acervo da autora

Os alunos construíram as mandalas em folhas de cartolina, usaram tinta guache e glitter. Abordaram no interior do círculo as figuras geométricas de triângulos, círculos e pentágono.



Figura 23: Mandalas abordando círculos e triângulos  
Fonte: Acervo da autora

Foi abordado nas figuras a parte mais artística e simétrica.



Figura 24: Mandalas floral e simétrica  
Fonte: Acervo da autora

Nas mandalas os alunos abordaram triângulos, losango, e a parte artística na figura.



Figura 25: Mandalas abordando a arte  
Fonte: Acervo da autora

Após a construção das mandalas, com a uma fita métrica cada grupo fez a medida na figura construída estudando os elementos da circunferência e a área do círculo.

### 3.4 Atividade coletiva

Para esta atividade, o mesmo grupo formado na atividade anterior foi orientado a construir uma mandala com diâmetro de aproximadamente 100cm. Cada grupo escolheu uma cor para representar, com folhas de papel crepom e foram feitas dobraduras com o papel formando vários círculos coloridos.



Figura 26: Medidas dos círculos  
Fonte: Acervo da autora

Em seguida alguns elementos destas circunferências foram estudados: com fita métrica foi medida a figura e especificados raio, diâmetro e comprimento da circunferência.



Figura 27: Estudo do círculo

Fonte: Acervo da autora

Finalmente, unindo os círculos no chão foi formada uma mandala circular.



Figura 28: Mandalas coletiva  
Fonte: Acervo da autora

Mandalas circulares construídas em sala:



Figura 29: Mandalas coletiva medindo o diâmetro  
Fonte: Acervo da autora

A imagem a seguir mostra os estudantes tentando criar uma mandala circular erguendo os círculos ao alto.



Figura 30: Círculos erguidos formando uma mandala  
Fonte: Acervo da autora

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A essência da nossa proposta foi apresentar uma parte da Matemática que é considerada de grande importância no cotidiano, mostrando que podemos quebrar alguns paradigmas a respeito da resistência que a maioria dos alunos trazem quando se fala em Matemática. Encontramos nas figuras das mandalas uma maneira eficaz de abordar alguns elementos da geometria, sendo o nosso foco principal o estudo do círculo objetivando uma aprendizagem significativa.

A proposta centrou-se em abordar a Matemática com uma atividade criativa. Os discentes foram orientados a trabalhar com elementos geométricos inscritos em um círculo, formando diversas figuras de mandalas, sugeridas para o nosso estudo.

As atividades foram projetadas de maneira simples para que fossem aplicadas no ambiente da sala de aula. A maior dificuldade que foi encontrada ao realizar a proposta foi a falta de equipamentos específicos. Porém, os alunos não se deixaram desmotivar por esse fator, que foi superado com o esforço de cada um, saindo do clima das aulas tradicionais que funcionam de forma mecânica, foram criativos e participativos em todas etapas apresentadas. Exploraram a capacidade intelectual mostrando na construção os elementos da proposta, interagiram nas atividades em grupo compartilhando os conhecimentos relativos.

Para mim, enquanto professora de Matemática, foi uma experiência nova, com resultados satisfatório e até surpreendentes. Foi um desafio, pois por conhecer a turma cheguei a pensar que não daria certo, não atingiria o objetivo. Porém, não me deixei bloquear por medo ou insegurança.

Utilizando a figura da mandala para o estudo do círculo percebi que estava abrindo um leque de subsídios, mecanismos e estratégias capazes de promover uma aprendizagem significativa, sendo assim consegui de forma dinâmica, levar a esses alunos o conteúdo, fazendo-os perceber e resgatar conhecimentos anteriores no ramo da geometria e ter uma visão mais aberta em relação ao ensino da matemática.

Este trabalho expressa apenas uma das formas de abordar o estudo do círculo e seus elementos, transmitindo de uma maneira sutil e divertida o conteúdo, onde o cotidiano é utilizado como referência na geometria, fazendo com que o aluno possa assimilar e se interessar de fato pela disciplina. Assim, espera-se que esse trabalho seja fonte de inspiração para professores que tenham o desejo de fazer a diferença, quebrar os paradigmas vigentes a respeito da Matemática, criando mecanismos e estratégias capazes de promover uma aprendizagem inovadora e significativa.

## REFERÊNCIAS

- BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**, 2000. Acesso em: 02/08/2019
- BULOS, <https://docplayer.com.br/15437783-O-ensino-de-geometria-nos-anos-iniciais-da-educacao-basica.html> 2011. Acesso em: 05/12/2019
- DANTE, L. R. Projeto Teláris: **Matemática: Ensino fundamental 2**. 2. Ed. São Paulo: Ática, 2015.
- DANTE, Luiz Roberto. **Didática da Resolução de problemas de matemática**. 1ª a 5ª séries. Para estudantes do curso Magistério e professores do 1º grau. 12ª ed. São Paulo: Ática, 2003.
- DUVAL, R. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática**. In: MACHADO, S.D.A. (Org). Registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2003. p.11-33.
- GAMBOA, S.S. **Tendências epistemológicas: dos tecnicismos e outros “ismos” aos paradigmas científicos**. In: SANTOS FILHO, J. C. GAMBOA, S. S. Pesquisa Educacional: Quantidade Qualidade. São Paulo: Cortez, 2000. p. 60-83. Disponível em: <http://gepeto.ced.ufsc.br/files/2015/03/capitulo-angela.pdf>; acesso em: 08/09/2019
- GODOY, Arilda Schmidt. **Pesquisa Qualitativa - tipos fundamentais**. Revista de Administração de Empresas. São Paulo: RAE, v. 35, p. 20-29, maio/jun. 1995. Disponível em: [seer.pucgoias.edu.br > index.php > mosaico > article > acesso em: 20/11/2019](http://seer.pucgoias.edu.br/index.php/mosaico/article/view/20/11/2019).
- LORENZATO, S. Laboratório de ensino de Matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: \_\_\_\_\_. **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas – SP: Autores Associados, 2006. Disponível em: [www.sbemrasil.org.br > enem2016 > anais > pdf](http://www.sbemrasil.org.br/enem2016/anais/pdf) . >. Acesso em: 20/11/2019
- LORENZATO, S. Por que não ensinar geometria? **A Educação Matemática em Revista – Geometria**, Blumenau, SC: SBEM – Sociedade Brasileira de Educação Matemática, ano III, n.4, p.3-13, 1º semestre 1995. Disponível em: <https://pt.scribd.com> >. Acesso em: 21/11/2019
- NEVES, A. F.; BENUTTI, M. A.; NASCIMENTO, R. A. **Mandalas e Rosáceas: Em busca de novas abordagens para antigos conteúdos**. Disponível em: [http://www.exatas.ufpr.br/portal/docs\\_degraf/artigos\\_graphica/MANDALAS.pdf](http://www.exatas.ufpr.br/portal/docs_degraf/artigos_graphica/MANDALAS.pdf). Acesso em: 02/08/2019
- ROCHA, P A. A. **construção de mandalas geométricas como recurso didático**. 68 f. 2017. MG, Artigo pdf disponível em: [http://www1.pucminas.br/imagedb/documento/DOC\\_DSC\\_NOME\\_ARQUI20180320141358.pdf](http://www1.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20180320141358.pdf)> Acesso em: 02/08/2019
- SHERARD, W. **Porque a Geometria é uma competência básica?** In: FONSECA, M.C.F.R., GOMES, M.L.M., Matemática e Escola, UFMG, 1993.

SANTOS A. R. S. VIGLIONI, H. H. B. **Geometria Euclidiana Plana**. UFS 2011. Disponível em: <[http://professor.ufop.br/sites/default/files/santostf/files/geometria\\_euclidiana\\_plana.pdf](http://professor.ufop.br/sites/default/files/santostf/files/geometria_euclidiana_plana.pdf)> Acesso em: 11/12/2019

YAMADA, T. R. U. **A abordagem com Mandalas na formação do professor de Matemática**. Disponível em: <<http://wright.ava.ufsc.br/~grupohipermidia/graphica2013/trabalhos/.pdf>>. Acesso em: 21/11/2019