



Universidade Federal da Paraíba
Centro de Informática
Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional

MODELO DE BALANÇO ENERGÉTICO HÍBRIDO BASEADO EM
PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL ESTOCÁSTICA

Jefferson Bezerra dos Santos

João Pessoa
Janeiro de 2021

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional da Universidade Federal da Paraíba, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Modelagem Matemática e Computacional.

Orientadores: Camila Mara Vital Barros
Sérgio de Carvalho Bezerra

João Pessoa
Janeiro de 2021

Catálogo na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

S237m Santos, Jefferson Bezerra dos.

Modelo de balanço energético híbrido baseado em
Programação Dinâmica Dual Estocástica / Jefferson
Bezerra dos Santos. - João Pessoa, 2021.

86f. : il.

Orientação: Camila Mara Vital Barros.

Coorientação: Sérgio de Carvalho Bezerra.

Dissertação (Mestrado) - UFPB/CI.

1. Matemática computacional. 2. Geração eólica. 3.
Geração de energia. 4. Modelo hidrotérmico. I. Barros,
Camila Mara Vital. II. Bezerra, Sérgio de Carvalho.
III. Título.

UFPB/BC

CDU 519.6:621.548(043)

MODELO DE BALANÇO ENERGÉTICO HÍBRIDO BASEADO EM
PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL ESTOCÁSTICA

Jefferson Bezerra dos Santos

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
EM MODELAGEM MATEMÁTICA E COMPUTACIONAL (PPGMMC) DO
CENTRO DE INFORMÁTICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO
GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM MODELAGEM MATEMÁTICA E
COMPUTACIONAL.

Examinada por:



Profa. Camila Mara Vital Barros, D.Sc.



Prof. Claudio Javier Tablada, D.Sc.



Prof. Sérgio de Carvalho Bezerra, Ph.D.



Prof. Luciano Sales Barros, D.Sc.

JOÃO PESSOA, PB – BRASIL

JANEIRO DE 2021

Agradecimentos

Agradeço primeiro a Deus por ter me mantido na trilha certa durante este projeto de pesquisa com saúde e forças para chegar até o final.

Sou grato à minha família pelo apoio que sempre me deram durante toda a minha vida.

Deixo um agradecimento especial a minha orientadora Camila e meu coorientador Sérgio, ambos pelo incentivo e pela dedicação do seu escasso tempo ao meu projeto de pesquisa.

Também quero agradecer à Universidade Federal da Paraíba e a todos os professores do meu curso pela elevada qualidade do ensino oferecido.

Resumo da dissertação apresentada ao PPGMMC/CI/UFPB como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

MODELO DE BALANÇO ENERGÉTICO HÍBRIDO BASEADO EM PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL ESTOCÁSTICA

Jefferson Bezerra dos Santos

Janeiro/2021

Orientadores: Camila Mara Vital Barros
Sérgio de Carvalho Bezerra

Programa: Modelagem Matemática e Computacional

Com o aumento da demanda por energia elétrica, grandes avanços tecnológicos são indispensáveis para um crescimento eficiente. No Brasil, a hidrelétrica é a principal fonte de geração de energia, no entanto, devido ao aumento desproporcional da demanda e à escassez de chuvas, tem sido necessário a ativação de termelétricas para suprir a demanda, tendo como principais desvantagens o dano ambiental ser maior que outras fontes como as hidrelétricas e o custo associado que dependendo do combustível utilizado ocasionar um aumento do preço. Vislumbrando a necessidade de realizar um gerenciamento adequado do despacho de energia, de modo a minimizar os custos da geração e uma diminuição do impacto ambiental, neste trabalho foi proposto um modelo composto de três componentes: hidrelétricas, termelétricas e geração eólica complementar. E a análise das implicações da variação do índice de produtibilidade e da probabilidade dos cenários de planejamento, pois, não foi observado nos métodos existentes de modelagem de despacho um modelo onde é feita essa análise. Na modelagem foi utilizada Programação Dinâmica Dual Estocástica onde para simular o comportamento aleatório do vento utiliza-se o movimento Browniano, admitindo-se que a velocidade do vento ao longo do tempo é um processo gaussiano contínuo. Para a análise numérica dos resultados utilizou-se dados reais de curva de carga e uma amostra de curva de vento. No final os resultados da pesquisa identificaram que a variação do índice de produtibilidade e geração eólica complementar trouxeram diminuição no custo. E o aumento probabilidade associada aos cenários trouxeram aumento do custo indicando que os cenários utilizados não foram favoráveis para o planejamento.

Palavras-chave: Matemática computacional, Geração eólica, Geração de energia, Modelo hidrotérmico .

Abstract of Dissertation presented to PPGMMC/CI/UFPB as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

HYBRID ENERGY BALANCE MODEL BASED ON STOCHASTIC DUAL DYNAMIC PROGRAMMING

Jefferson Bezerra dos Santos

January/2021

Advisors: Camila Mara Vital Barros
Sérgio de Carvalho Bezerra

Program: Computational Mathematical Modelling

With the increase in demand for electric energy, major technological advances they are indispensable for efficient growth. In Brazil, hydroelectric is the main source generation, however, due to the disproportionate increase in demand and the scarcity of rainfall, activation of thermoelectric plants has been necessary to supply the demand, having as main disadvantages the environmental damage is greater than other sources such as hydroelectric and the associated cost depending on the fuel used cause a price increase. Glimpsing the need to perform an adequate management of the energy dispatch, in order to minimize the generation costs and a reduction of the environmental impact, in this work a model composed of three components: hydroelectric, thermoelectric and complementary wind generation. And the analysis of the implications of the variation in the productivity index and the probability of the planning scenarios, because it was not observed in the existing dispatch modeling methods a model where this analysis is done. In modeling, Dual Stochastic Dynamic Programming where to simulate the random behavior of the wind movement is used Brownian, assuming that the wind speed over time it is a continuous Gaussian process. For the numerical analysis of the results, we used actual load curve data and a sample wind curve. At the end the search results identified that the variation in the index of productivity and complementary wind generation brought decrease in cost. And the increased probability associated with the scenarios brought an increase in cost indicating that the scenarios used were not favorable for planning.

Keywords: Computational mathematics, Wind generation, Power generation, Hydrothermal model.

Sumário

| | |
|---|-------------|
| Lista de Figuras | xi |
| Lista de Tabelas | xii |
| Lista de Símbolos | xiii |
| Lista de Abreviaturas | xv |
| 1 Introdução | 1 |
| 1.1 Contextualização | 1 |
| 1.2 Objetivos | 3 |
| 1.2.1 Objetivos Gerais | 3 |
| 1.2.2 Objetivos Específicos | 3 |
| 1.3 Metodologia | 3 |
| 1.4 Estrutura da dissertação | 4 |
| 2 Estado da Arte | 5 |
| 2.1 Introdução | 5 |
| 2.2 Revisão bibliográfica | 5 |
| 2.3 Considerações finais | 8 |
| 3 Fundamentação Teórica | 9 |
| 3.1 Introdução | 9 |
| 3.2 Despacho hidrotérmico de energia | 9 |
| 3.3 Programação Estocástica | 12 |
| 3.3.1 Programação Dinâmica Dual Estocástica | 12 |
| 3.3.2 Movimento Browniano | 20 |
| 3.4 Considerações finais | 23 |
| 4 Modelagem | 24 |
| 4.1 Introdução | 24 |
| 4.1.1 Modelo otimização determinístico com componente estocástico | 24 |
| 4.1.2 Modelo de otimização estocástico | 33 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 4.2 | Considerações finais | 38 |
| 5 | Algoritmo do despacho hidrotérmico-eólico | 39 |
| 5.1 | Introdução | 39 |
| 5.2 | Algoritmo determinístico | 39 |
| 5.3 | Algoritmo estocástico | 42 |
| 5.4 | Considerações finais | 45 |
| 6 | Resultados numéricos | 46 |
| 6.1 | Introdução | 46 |
| 6.2 | Modelagem numérica | 46 |
| 6.2.1 | Curva de carga | 46 |
| 6.2.2 | Modelagem eólica | 47 |
| 6.2.3 | Análise para o caso hidrotérmico | 48 |
| 6.2.4 | Análise para o caso hidrotérmico-eólico | 52 |
| 6.3 | Considerações finais | 55 |
| 7 | Conclusões e trabalhos futuros | 56 |
| 7.1 | Conclusões | 56 |
| 7.2 | Trabalhos futuros | 57 |
| A | Tabelas das simulações | 58 |
| A.0.1 | Dados do caso hidrotérmico | 58 |
| A.0.2 | Dados do caso hidrotérmico-eólico | 63 |
| | Referências Bibliográficas | 68 |

Lista de Figuras

| | | |
|------|--|----|
| 3.1 | Representação do acoplamento espacial e temporal. | 11 |
| 3.2 | Dilema do operador. | 11 |
| 3.3 | Representação dos estágios. | 13 |
| 3.4 | Exemplo de um conjunto poliedral no \mathbb{R}^3 | 14 |
| 3.5 | Relação entre o domínio e o conjunto viável D | 14 |
| 3.6 | Representação dos estágios para o caso estocástico. | 18 |
| 4.1 | Representação do sistema hidrotérmico-eólico. | 38 |
| 6.1 | Curva de carga diária, 01 de janeiro de 2020. | 47 |
| 6.2 | Curva do vento. | 47 |
| 6.3 | Curva da geração. | 48 |
| 6.4 | Simulação da geração com $p = 0,1$ e $\rho_2 = 0,1$ | 48 |
| 6.5 | Simulação do custo com $p = 0,1$ e $\rho_2 = 0,1$ | 49 |
| 6.6 | Simulação da geração com $p = 0,1$ e $\rho_2 = 0,5$ | 50 |
| 6.7 | Simulação do custo com $p = 0,1$ e $\rho_2 = 0,5$ | 50 |
| 6.8 | Relação entre custo, produtividade e cenários para caso hidrotérmico. | 51 |
| 6.9 | Simulação da geração com $p = 0,1$ e $\rho_2 = 0,1$ | 52 |
| 6.10 | Simulação do custo com $p = 0,1$ e $\rho_2 = 0,1$ | 53 |
| 6.11 | Simulação da geração com $p = 0,1$ e $\rho_2 = 0,5$ | 53 |
| 6.12 | Simulação do custo com $p = 0,1$ e $\rho_2 = 0,5$ | 54 |
| 6.13 | Relação entre custo, produtividade e cenários para caso hidrotérmico-eólico. | 54 |

Lista de Tabelas

| | | |
|------|--|----|
| A.1 | Curva de carga de 01 de Janeiro de 2020. | 58 |
| A.2 | Simulação da geração com $p = 0,1$ e $\rho_2 = 0,1$ | 59 |
| A.3 | Simulação do custo esperado com $p = 0,1$ e $\rho_2 = 0,1$ | 60 |
| A.4 | Simulação da geração com $p = 0,1$ e $\rho_2 = 0,5$ | 61 |
| A.5 | Simulação do custo esperado com $p = 0,1$ e $\rho_2 = 0,5$ | 62 |
| A.6 | Curva da geração eólica. | 63 |
| A.7 | Simulação da geração com $p = 0,1$ e $\rho_2 = 0,1$ | 64 |
| A.8 | Simulação do custo esperado com $p = 0,1$ e $\rho_2 = 0,1$ | 65 |
| A.9 | Simulação da geração com $p = 0,1$ e $\rho_2 = 0,5$ | 66 |
| A.10 | Simulação do custo esperado com $p = 0,1$ e $\rho_2 = 0,5$ | 67 |

Lista de Símbolos

| | |
|----------------------------|--|
| E_1 | Matriz de acoplamento espacial, p. 12 |
| A_1, A_2 | Matrizes de acoplamento temporal, p. 12 |
| D | Conjunto viável pertencendo ao \mathbb{R}^n , p. 13 |
| $R(m, n)$ | Espaço da matrizes (m,n), p. 15 |
| α | Variável auxiliar para o problema mestre, p. 16 |
| \geq | Maior ou igual que, p. 12 |
| \in | Pertence, p. 13 |
| $\langle c_1, x_1 \rangle$ | Produto Interno Euclidiano, p. 12 |
| \leq | Menor ou igual que, p. 13 |
| max | Maximização, p. 15 |
| min | Minimização, p. 12 |
| π_i | Vetor de variável dual, p. 15 |
| b_1 | Vetor de recursos do primeiro estágio, p. 12 |
| b_2 | Vetor de recursos do segundo estágio, p. 12 |
| c_1 | Vetor de custo do primeiro estágio, p. 12 |
| c_2 | Vetor de custo do segundo estágio, p. 12 |
| $f(x)$ | Função objetivo , p. 13 |
| x_1 | Vetor de variáveis de interesse do primeiro estágio, p. 12 |
| x_2 | Vetor de variáveis de interesse do segundo estágio, p. 12 |
| α_i | Variável auxiliar para o problema escravo, p. 15 |

| | |
|----------------|---------------------------------------|
| E_X | Valor esperado, p. 17 |
| \mathbb{R}^n | Espaço Euclidiano, p. 13 |
| ω_{ij} | Cenários de probabilidade, p. 17 |
| $p(x)$ | Função de probabilidade, p. 17 |
| g_i | Hiperplanos do \mathbb{R}^n , p. 13 |
| h_i | Semiespaços do \mathbb{R}^n , p. 13 |

Lista de Abreviaturas

| | |
|---------------------|--|
| $G1$ | Geração da termelétrica 1, p. 25 |
| $G2$ | Geração da termelétrica 2, p. 25 |
| $G_{m\acute{a}x}$ | Geração máxima das termelétricas, p. 25 |
| VA | Volume afluyente ou incremental, p. 25 |
| $VH1_{m\acute{a}x}$ | Volume turbinado máximo da hidrelétrica 1, p. 25 |
| $VH2_{m\acute{a}x}$ | Volume turbinado máximo da hidrelétrica 2, p. 25 |
| VI | Volume inicial, p. 25 |
| $VTH1$ | Volume turbinado da hidrelétrica 1, p. 25 |
| $VTH2$ | Volume turbinado da hidrelétrica 2, p. 25 |
| $VVH1$ | Volume vertido da hidrelétrica 1, p. 25 |
| $VVH2$ | Volume vertido da hidrelétrica 2, p. 25 |
| ONS | Operador Nacional do Sistema Elétrico, p. 9 |
| PDDD | Programação Dinâmica Dual Determinística, p. 12 |
| PDDE | Programação Dinâmica Dual Estocástica, p. 2 |
| SIN | Sistema Interligado Nacional, p. 9 |

Capítulo 1

Introdução

Neste capítulo é abordada a contextualização do problema de planejamento energético, objetivos da pesquisa, a metodologia utilizada e por fim a estrutura do trabalho.

1.1 Contextualização

A crescente necessidade pelo atendimento à demanda tem ocasionado um aumento da complexidade dos sistemas de geração de energia elétrica. Em contrapartida, a pesquisa por uma geração de energia que contribua para o desenvolvimento sustentável tornou-se um dos principais temas debatidos no cenário internacional. O sistema elétrico brasileiro é predominantemente hidrotérmico, tendo como características o intercâmbio de energia entre regiões e a possibilidade de complementaridade entre as hidrelétricas e as termelétricas [1] e [32].

Em um planejamento hidrotérmico os aspectos de relevância são: acoplamento espacial, acoplamento temporal, componente estocástico dos reservatórios e o custo associado aos componentes do sistema. Em cada estágio do planejamento são necessárias tomadas de decisões fazendo-se a escolha pela quantidade gerada de energia proveniente das termelétricas e das hidrelétricas. Devido ao apelo mundial por instalações de fontes de energia renováveis, estão sendo instaladas no sistema elétrico brasileiro geradores do tipo eólico e fotovoltaico, principalmente. O Brasil é favorecido na geração eólica pois a média de velocidade do vento é duas vezes maior que a média mundial, além de possui uma volatilidade de 5% sendo um índice baixo de variação do vento ao decorrer do tempo que é vantajoso para a geração eólica. Além disso, a velocidade do vento costuma ser maior em períodos de estiagem, possibilitando utilizar a geração eólica de forma complementar à hidrelétrica com o intuito de preservar os níveis dos reservatórios [1]. Os geradores eólicos podem ser classificados em : sistema isolados, sistemas híbridos e sistemas interligados à rede. Os sistemas isolados precisam da bateria para armazenar a energia excedente, este

tipo de configuração é utilizado para sistemas de pequeno porte [8]. Os sistemas híbridos são desconectados da rede elétrica convencional, apresentando mais de um tipo de geração de energia são utilizados para sistemas de médio ou grande porte. Por último, os geradores eólicos interligados à rede têm como principal característica a não utilização de nenhuma forma de armazenamento de energia, pois a geração é absorvida diretamente pela rede.

Em um problema de despacho de energia é importante o gerenciamento adequado de cada componente do sistema. Para um problema de despacho hídrico o operador do sistema deve planeja aspectos como o volume dos reservatórios que podem ser influenciados pelo clima, por exemplo, a mudança que ocorre nos volumes disponíveis dependendo da estação do ano e da região que está instalada a represa. Para um problema de despacho térmico se destacam dois aspectos relevantes: o custo do combustível e o impacto ambiental da geração. Em um problema de despacho eólico o operador deve gerenciar como deve será feita a transmissão e o armazenamento, pois, diferente de outras fontes de geração como hidrelétricas e as termelétricas na geração eólica existe uma variável relevante que é o vento disponível para a geração que dificulta o gerenciamento pela sua intermitência. No caso de sistemas híbridos, ou seja, sistemas que possuem dois ou mais componentes diferentes como o sistema do tipo hidrotérmico, além do gerenciamento de cada componente do sistema o operador deve coordenar como será feito o planejamento de forma que cada componente funcione em conjunto não acarretando problemas de custo como aumento do preço para o consumidor. Por fim, cada sistema tem suas próprias configurações de funcionamento que o operador deve assegurar no planejamento do despacho de energia.

No planejamento hidrotérmico destaca-se a Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE) que possibilita uma flexibilidade para a descrição do acoplamento temporal e espacial existente entre as usinas hidrelétricas, além de permitir o planejamento em vários cenários de aflúncias proporcionando a modelagem da incerteza dos reservatórios. Contudo, dependendo da quantidade de cenários para o planejamento nem sempre é possível que a técnica de PDDE obtenha uma configuração ótima para todos os cenários considerados, tornando-se sua principal desvantagem. A técnica da PDDE, pela sua flexibilidade, permite a inserção de outras fontes de energia elétrica no modelo hidrotérmico, nesse contexto o presente trabalho utiliza a técnica de PDDE para a construção de um modelo hidrotérmico-eólico, na qual a geração eólica é do tipo interligada a rede. Neste trabalho foi feita a construção de um modelo hidrotérmico-eólico para análise dos aspectos que afetam o sistema de geração híbrido (hidrelétrica, termelétrica e eólica). Utilizou-se variações de produtividade para análise da geração hidrelétrica, variações de probabilidade para análise do custo futuro e o movimento Browniano para modelagem eólica com base

nos dados em [2]. No final, foram obtidas configurações de despacho que ilustram a importância do estudo.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivos Gerais

O objetivo geral deste trabalho é:

- Construção de um algoritmo ótimo computacionalmente para o planejamento energético do tipo hidrotérmico-eólico.

1.2.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos deste trabalho são:

- Análise da variação da produtividade de um modelo hidrotérmico-eólico em relação aos cenários de planejamento em comparação à geração hidrelétrica;
- Análise do custo esperado do modelo de sistema hidrotérmico-eólico por meio de variações das probabilidades associadas aos cenários de planejamento;
- Verificar se o modelo representa de maneira adequada o problema de planejamento energético hidrotérmico-eólico.

1.3 Metodologia

Primeiramente realizou-se uma revisão bibliográfica sobre o setor energético brasileiro. Dessa revisão observou-se que o Brasil é constituído por um sistema energético do tipo hidrotérmico de grande porte, no qual a principal técnica utilizada para o planejamento energético é a Programação Dinâmica Dual Estocástica, pois, tal técnica possui a capacidade de realizar o planejamento sobre cenários de incerteza e sua implementação computacional é relativamente simples.

A segunda etapa do trabalho foi o entendimento da técnica PDDE e sua reprodução computacional, onde foi possível comprovar a eficácia para a modelagem de modelos do tipo hidrotérmico.

A terceira etapa é caracterizada pela adição da modelagem eólica de forma a complementar o modelo hidrotérmico e análise dos fatores que influenciaram o comportamento do modelo hidrotérmico-eólico como: variação do índice de produtividade e a variação de cenários de planejamento.

1.4 Estrutura da dissertação

Esta dissertação está estruturada da seguinte forma:

No Capítulo 1 é apresentado o contexto do problema, os objetivos gerais e específicos do trabalho, a metodologia e a estrutura do trabalho.

No Capítulo 2 é descrito o estado da arte com as atuais e principais pesquisas relevantes para o trabalho.

No Capítulo 3 é abordada a fundamentação teórica do trabalho.

No Capítulo 4 é tratado o problema para o despacho hidrotérmico-eólico e a estrutura do modelo de planejamento baseado em Programação Dinâmica Dual Estocástica.

No Capítulo 5 é descrito o algoritmo do modelo de despacho para o caso hidrotérmico-eólico.

No Capítulo 6 é apresentado os resultados numéricos do modelo de despacho para a curva de carga de janeiro, além da análise dos fatores que influenciaram nas simulações primeiramente para o caso hidrotérmico e posteriormente para o caso hidrotérmico-eólico.

No Capítulo 7 são apresentadas as conclusões da pesquisas e sugestões de trabalhos futuros.

Capítulo 2

Estado da Arte

2.1 Introdução

Neste capítulo é apresentado a revisão bibliográfica sobre o tema estudado.

2.2 Revisão bibliográfica

A técnica (PDDE) é baseada na decomposição de Benders [3]. Sua ideia principal é evitar o problema relacionado com a discretização do espaço de estados por meio da utilização da dualidade de um problema de otimização [5] e [17].

Em 2004 foi realizada uma análise da PDDE para malha aberta parcial em comparação com a malha fechada do sistema por [21]. Sua principal justificativa deveu-se ao fato de que a PDDE mesmo em sistemas simples demanda um esforço computacional não desprezível. A sua principal contribuição foi a modelagem por meio de um modelo auxiliar determinístico o qual tem como função a tomada de decisão para a mudança de cenários no modelo de PDDE.

No intuito de auxiliar o planejamento energético por meio da PDDE foi proposto por [16] em 2011, o método baseado em construções de cenários por meio de amostragem utilizando-se técnicas auxiliares tais como a simulação de Monte Carlo usual, hipercubo latino e Monte Carlo Randonizado. Os objetivos principais na utilização das técnicas mencionadas foram a construção de cenários e a determinação de critérios de parada para o algoritmo da PDDE.

No planejamento hidrotérmico as incertezas do ambiente possuem grande importância. Em 2012 foi proposto por [9] a modelagem do planejamento hidrotérmico por meio da PDDE para um conjunto não convexo. O seu intuito era o planejamento utilizando o modelo hidrotérmico para o caso do fenômeno de cabeça d'água de uma usina hidrelétrica. Devido o fenômeno ser de natureza não linear houve uma modificação no modelo de PDDE para a adequação do planejamento. Uma vez que

a modelagem para o caso que o conjunto viável é de natureza não convexa não é possível uma aplicação direta do método de relaxação de Benders. Portanto, a sua principal contribuição foi superar a dificuldade apresentada, utilizando-se a técnica de RL para o planejamento estocástico não linear.

O método de decisão do sistema possui característica importante para o problema do tipo PDDE. Nesse intuito foi formulado em 2012 um método para auxiliar a técnica de PDDE no processo decisivo [12]. O método utiliza a função denominada função de utilidade, com a qual é possível a análise de decisores para o planejamento permitindo obter informações sobre os riscos no planejamento. A metodologia utilizada nessa abordagem foi constituída por três formas para o planejamento. A primeira baseada em uma discretização, a segunda baseada em uma forma contínua e a terceira utilizando-se um modelo já desenvolvido como forma de apoio.

Na utilização da técnica da PDDE o problema relacionado aos cortes por hiperplanos para vários cenários pode ser necessário um grande esforço computacional. Nessa perspectiva foi proposto por [10] em 2015, melhorias da técnica de PDDE em relação à implementação computacional. A metodologia utilizada foi a utilização de uma medida para selecionar os cortes por hiperplanos para cada iteração. Como resultado foi obtido a diminuição do tempo computacional do modelo sem perdas significativas na qualidade da solução.

Na utilização da PDDE existem duas principais abordagens: a construção de cenários e a utilização de métodos de amostragem. Em 2016 foi proposto por [26] a unificação das técnicas no intuito da formulação de um modelo robusto de PDDE. Pois, os métodos por cenários possuem a desvantagem da necessidade de um grande número de cenários e os métodos de amostragem necessitam de uma escolha razoável da amostra que represente de maneira adequada o experimento com as características relevantes para o estudo. Desta forma, os principais resultados da abordagem foram: a construção de algoritmo robusto para o modelamento da incerteza por meio de cenários e amostragem. O modelo foi aplicado para um caso real do Panamá.

No problema da modelagem do sistema hidrotérmico pode-se utilizar técnicas de otimização com pontos interiores, contudo no problema do tipo hidrotérmico-eólico existe o problema da natureza intermitente do vento. Com o intuito de obter uma maior precisão para a modelagem eólica foi proposto em 2014 por [27] a utilização de intervalos para modelagem eólica. Isto é diferente da utilização de números aleatórios a técnica permite a construção de intervalos com os valores previstos no modelo determinístico refletindo a incerteza é permitindo a modelagem desempenho e previsão razoável.

Em 2016 foi proposto por [23] uma metodologia que utilizar a técnica do primal-dual e do preditor-corretor para a resolução do modelo de um sistema elétrico

hidrotérmico-eólico com três patamares de carga tendo como principal objetivo a análise da implementação do método de resolução em comparação a implementação disponível pelo Matlab. Os principais resultados da pesquisa foram que ambas as implementações obtiveram resultados semelhantes até quarta casa decimal, contudo o método abordado na pesquisa obteve um desempenho melhor quando comparado à implementação disponível no Matlab.

O sistema brasileiro de energia permite a inserção de outras formas de geração de energia, além das formas tradicionais hidrelétricas e termelétricas, nesse intuito surgiram pesquisas do planejamento elétrico brasileiro utilizando essas novas formas de geração mais especificamente a geração eólica. No intuito da incorporação da geração eólica ao sistema elétrico foi proposto por [14] em 2008, uma metodologia para a modelagem de uma turbina eólica utilizando a função de distribuição de probabilidade Weibull para o modelo da intermitência do vento. Com base no modelo de turbina eólico proposto em [14], em 2019 foi formulado por [22] um modelo térmico-eólico com a utilização da técnica de programação por metas, sendo o principal objetivo da pesquisa demonstrar como a inserção da geração eólica produz menos danos ambientais e custos de produção. Na tabela a seguir é apresentado o resumo do estado da arte com os autores mais relevantes para a pesquisar.

| RESUMO DO ESTADO DA ARTE | | | |
|--|--|------|--|
| Autor(s) | Título | Ano | Contribuição |
| Martinez, L., Soares, S. | Two-Point Correlations of Sound Pressure in the Far Field of a Jet: Experiment | 2004 | Modelo auxiliar para escolha de cenários. |
| Homem-de-mello, T., De Matos, V.L Finardi, E. C. | Sampling strategies and stopping criteria for stochastic dual dynamic programming: a case study in long-term hydrothermal scheduling | 2011 | Construção de critérios de parada robustos para PDDE. |
| Cerisola, S., Latorre, J., Ramos, A. | Stochastic dual dynamic programming applied to nonconvex hydrothermal | 2012 | Modelagem em conjunto não convexo. |
| Duarte, V. S. | Teoria da Decisão aplicada ao Planejamento Hidrotérmico | 2012 | Função auxiliar para o modelo de decisão. |
| De Matos, V. L., Philpott, A.B., Finardi, E. C. | Improving the performance of Stochastic Dual Dynamic Programming | 2015 | Diminuição do custo computacional. |
| Rebennack, S. | Partitioning procedures for solving mixed-variables programming problem | 2016 | União do método de amostragem com o método de criação de cenários. |
| Ren, K., Jihong, Q. | A Multiobjective Interval Programming Model for Wind-Hydrothermal Power System Dispatching Using 2-Step Optimization Algorithm. | 2014 | Utilização de modelo determinístico para a construção de valores aleatórios para PDDE. |
| Melo, R. N. | Métodos de Otimização para Resolução do Problema do Despacho Hidrotérmico Considerando a Geração Eólica em Três Patamares de Carga | 2016 | Melhoramento da técnica preditor-corretor para utilização em modelo hidrotérmico-eólico. |
| Hetzer, J., Yu, D.C and Bhattarai, K. | An Economic Dispatch Model Incorporating Wind Power. | 2008 | Modelagem de uma turbina eólica pela distribuição Weibull. |
| Martins, A.C.S., Balbo, A.R., Jones, D. | A modelagem matemática de um problema de despacho térmico e eólico e sua influência na redução da emissão de CO_2 | 2019 | Construção do modelo térmico-eólico. |

2.3 Considerações finais

Nesse capítulo foram abordados alguns dos trabalhos sobre o tema proposto. Vale destacar que o planejamento energético para o caso hidrotérmico-eólico possui características que o tornam bastante complexo, destacando-se: a demanda, as configurações do sistema, as configurações ambientais, intermitência do vento para a geração eólica, é custo associado a cada componente do sistema.

Capítulo 3

Fundamentação Teórica

3.1 Introdução

Neste capítulo será definido um modelo matemático para o problema de planejamento energético no caso hidrotérmico-eólico. A teoria usada é a da Programação Dinâmica Dual Estocástica. O embasamento teórico necessário para o entendimento dessa teoria passa por: otimização, programação linear, problema dual, conceitos de modelos probabilísticos finitos, decomposição de Bender e Movimento Browniano.

3.2 Despacho hidrotérmico de energia

No gerenciamento e transmissão da energia elétrica, o Brasil possui o Sistema Interligado Nacional (SIN) gerenciado pelo Operador Nacional de Energia (ONS) correspondendo as matrizes energéticas das Regiões Sul, Sudeste, Centro-Oeste, Nordeste e parte do Norte. O SIN é responsável por abrigar cerca de 96,6% de toda a capacidade de produção de energia do Brasil, seja por meio de fontes internas de energia ou pela importação de energia como ocorre na usina de Itaipu mediante o controle compartilhado com o Paraguai [1]. A adoção do SIN é justificada tendo por base: o intercâmbio energético, a complementaridade entre fontes de geração de energia e pela sua capacidade de expansão.

O intercâmbio energético permite que regiões que estejam vinculada ao SIN possam auxiliar no suprimento na demanda de outras de regiões que por algum fator interno ou externo não conseguem atender a demanda na sua localidade [1]. Por exemplo, considerando-se que determinadas regiões brasileiras podem sofrer com a escassez de chuva o que implica na baixa pluviosidade. Essa região corre o risco de enfrentar problemas de fornecimento caso sua fonte de geração de energia elétrica seja por meio de hidrelétricas. Nesse tipo de situação é possível que outra região

que não esteja enfrentando problemas de escassez, auxilie enviando energia elétrica para atender a localidade que esteja enfrentando problemas relacionados à demanda requerida. No que se refere a complementaridade entre fontes de energia essa possui o mesmo princípio do intercâmbio, contudo seu principal objetivo é permitir que uma ou mais regiões sejam abastecidas por diferentes tipos de energia no intuito do sistema funcionar da melhor forma possível [32]. As localidades que possuem como sua principal fonte de energia a hidrelétrica podem sofrer com os baixos índices de seus reservatórios. Nesse tipo de situação é comum a ativação de termelétricas para auxiliar e suprir a demanda requerida. Finalmente, a expansão permite a incorporação ao SIN de outras hidrelétricas ou fontes de energia permitindo que o sistema possua condições de garantir a demanda de energia elétrica.

Na análise dos fatores que envolvem a utilização do sistema de energia brasileiro, o custo associado à produção de energia é uma das variáveis que influenciam o planejamento, onde o preço varia conforme o tipo de energia a ser utilizada [1]. Desta forma, o planejamento energético depende do custo de produção para determinar o despacho de energia, sendo definido como a configuração que será adotada para o sistema de energia, ou seja, quais usinas devem ser mantidas ativas e quais precisam ser desativadas tomando-se em consideração a demanda, a oferta e o custo de produção.

Observando-se os fatores abordados, a produção de eletricidade no sistema brasileiro tem como objetivo principal minimizar os custos de operação e garantir o suprimento de energia em todo o país [32]. O SIN é constituído predominantemente por um sistema hidrotérmico, sendo a hidrelétrica afetada pela incerteza associada à pluviosidade das regiões [1]. Dessa forma, o sistema hidrotérmico brasileiro possui as seguintes características:

- *Sazonalidade intra natural.* Além da variabilidade natural, ocorre uma variação entre as estações do ano;
- *A diversidade regional e complementariedade.* As bacias brasileiras possuem características físicas e climáticas distintas. Além disso, a estriagem em uma região pode significar alto nível de pluviosidade em outra;
- *O acoplamento espacial.* Na estrutura de cascata as usinas que estão mais perto da jusante possuem dependência de usinas mais perto da montante;
- *O acoplamento temporal.* Na estrutura de cascata decisões sobre a utilização possuem consequências no futuro;
- *Custo termétrico.* Usinas termétricas possuem um custo que sofre influência do combustível utilizado;

- *Aspecto ambiental.* Usinas termelétricas possuem um alto impacto ambiental ocasionado pela queima de combustível.

As características mencionadas definem o problema de despacho de energia hidrotérmico. A Figura 3.1 exemplifica o acoplamento temporal e espacial entre as usinas em cascata.

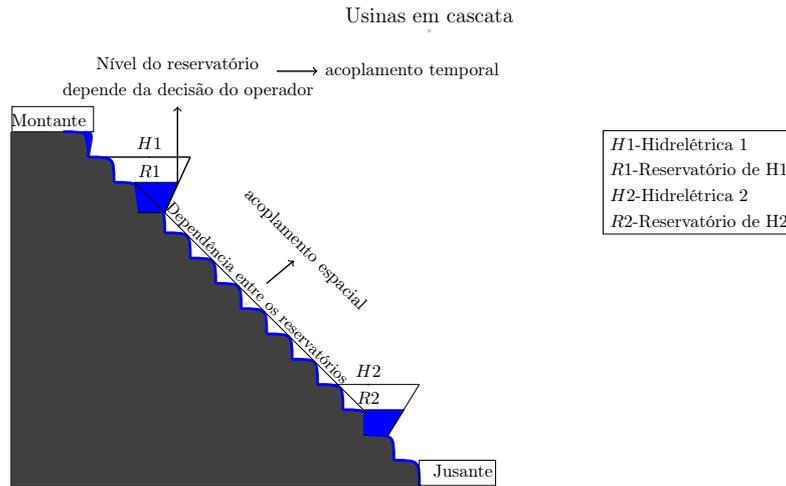


Figura 3.1: Representação do acoplamento espacial e temporal.

No planejamento do despacho hidrotérmico a demanda do sistema deve ser atendida de forma a não prejudicar o fornecimento de energia elétrica para os consumidores, sendo o nível dos reservatórios um dos principais fatores que influenciam o sistema hidrotérmico. Para que o nível do reservatório não diminua a níveis prejudiciais, as termelétricas tem que ser ativadas. Assim, para realizar um despacho de energia adequado tem-se que verificar: demanda, oferta, custo e configurações do sistema. Para sistemas hidrotérmicos as características do despacho podem ser resumidas no dilema do “operador” dado pelo diagrama na Figura 3.2.

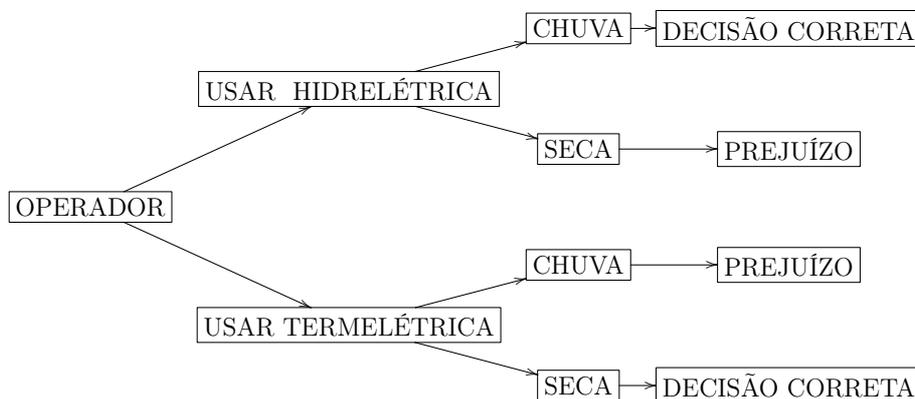


Figura 3.2: Dilema do operador.

Conforme o diagrama na Figura 3.2 o operador do sistema pode ter prejuízo associado a sua escolha, pois, a decisão da utilização da geração hidrelétrica ou ter-

melétrica depende de aspectos como: demanda, configurações do sistema e condições ambientais. Logo, o problema de despacho de energia pode ser definido como sendo a melhor configuração utilizada para o funcionamento do sistema. Uma vez que o problema de despacho de energia para o caso hidrotérmico foi definido, a próxima seção estabelece o modelo de programação dinâmica dual estocástica utilizado no planejamento energético para o caso hidrotérmico.

3.3 Programação Estocástica

3.3.1 Programação Dinâmica Dual Estocástica

Na construção do modelo considera-se primeiramente o caso determinístico, isto é um problema de Programação Dinâmica Dual Determinística (PDDD), supondo uma operação em dois estágios de tal forma que a afluência em cada usina hidrelétrica em qualquer estágio do tempo é conhecida [7]. Desta forma, pode-se modelar o problema por:

$$\begin{aligned} & \min \{ \langle c_1, x_1 \rangle + \langle c_2, x_2 \rangle \} \\ & \text{tal que: } A_1 x_1 \geq b_1 \\ & E_1 x_1 + A_2 x_2 \geq b_2 \end{aligned} \tag{3.1}$$

- c_1 e c_2 são vetores que representam os custos relacionados aos estágios 1 e 2, respectivamente;
- x_1 e x_2 são vetores que representam as decisões tomadas nos estágios 1 e 2, respectivamente;
- b_1 e b_2 são os vetores de recursos nos estágios 1 e 2, respectivamente;
- A_1 e A_2 são matrizes que representam o acoplamento espacial;
- E_1 é uma matriz que descreve o acoplamento temporal.

Observando-se o modelo 3.1 nota-se que a função a ser minimizada é o custo em cada estágio do sistema. O período de tempo do estágio a ser analisado depende do operador do sistema podendo ser dado por dia, semana, mês e ano. No planejamento do despacho hidrotérmico para um período de tempo suficientemente longo ocorre perdas de informações advindas das mudanças naturais ou artificiais que ocorrem no ambiente [32]. As usinas em cascata possuem o acoplamento temporal e o acoplamento espacial para a viabilidade do planejamento. Tais características devem ser consideradas no modelo 3.1. Dessa forma, as matrizes A_1 , A_2 e E_1 caracterizam o

comportamento natural das usinas no planejamento. O problema descrito no modelo 3.1 pode ser interpretado como uma decisão em dois estágios, sendo representado pelo diagrama na Figura 3.3.

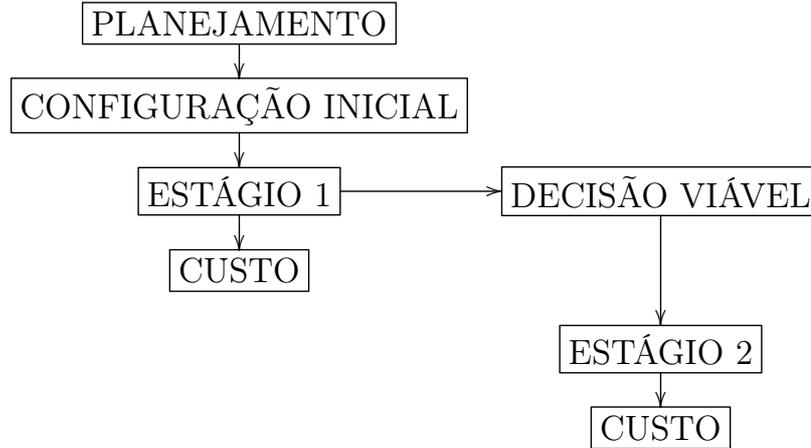


Figura 3.3: Representação dos estágios.

O problema abordado pelo modelo 3.1 é um problema de programação linear [17]. Portanto, para a resolução e interpretação correta do modelo são necessários os principais conceitos de otimização. O problema de otimização é definido por: dado o subconjunto $D \subset \mathbb{R}^n$ e uma função $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ o objetivo é encontrar um minimizador de f no conjunto D [17]. Isto é,

$$\min_{x \in D} f(x), \quad (3.2)$$

define-se o conjunto D como o conjunto viável do problema, os pontos de D serão chamados pontos viáveis e f será chamada de função objetivo. Nota-se que para o modelo 3.1 tem-se que:

$$f(x) = \langle c_1, x_1 \rangle + \langle c_2, x_2 \rangle. \quad (3.3)$$

A função objetivo dada por 3.3 é linear. O conjunto viável D é constituído por todos os pontos x_1 e x_2 que satisfazem as inequações do modelo 3.1. O conjunto viável possui fundamental importância para a caracterização adequada do problema representado no modelo 3.1. Basicamente será considerado somente o caso do conjunto D ser um conjunto poliedral em \mathbb{R}^n , particularmente sendo convexo [17]. Isto é, o conjunto D pode ser definido pela intersecção de semi-espacos e hiperplanos em \mathbb{R}^n ou de forma equivalente,

$$D = \left\{ x \in \mathbb{R}^n : \begin{array}{l} h_i(x) = 0, i = 1, \dots, l \\ g_j(x) \leq 0, j = 1, \dots, m \end{array} \right\}. \quad (3.4)$$

Portanto, as inequações no modelo 3.1 representam alguns hiperplanos no \mathbb{R}^n . A Figura(3.4) ilustra a definição 3.4.

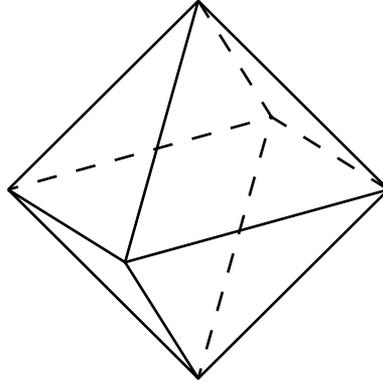


Figura 3.4: Exemplo de um conjunto poliedral no \mathbb{R}^3 .

Finalmente para a caracterização completa do problema do modelo 3.1 a função objetivo $f(x)$, na qual se procura o ponto de mínimo pode apresentar restrições em seu domínio por meio do conjunto viável D caracterizando os problemas com e sem restrições. No problema descrito pelo modelo 3.1 o conjunto viável D é caracterizado pelas inequações ou hiperplanos, logo, trata-se de um problema com restrições no domínio da função objetivo 3.3. Portanto, quando a função objetivo $f(x)$ do problema 3.2 é linear e o conjunto viável é poliedral, particularmente convexo essa caracterização recebe a denominação de problema de programação linear. A Figura (3.5) a seguir ilustra as duas situações para problemas do tipo 3.2.

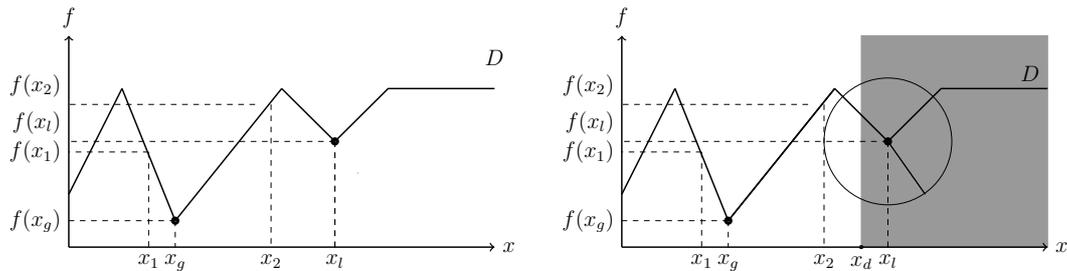


Figura 3.5: Relação entre o domínio e o conjunto viável D .

A esquerda da Figura (3.5) representa o domínio sem restrições, portanto o conjunto viável é todo o domínio, por sua vez a direita da Figura (3.5) representa restrições ao domínio, logo, o conjunto viável D é um subconjunto do domínio. O ponto de mínimo de $f(x)$ que é a solução do problema 3.2 é denominado ponto de ótimo, possuindo como nomenclatura x^* . Para a resolução do problema descrito em 3.1 é escolhida uma decisão viável x_1 para o estágio 1, sendo denotada por x_1^* , de tal forma que $A_1 x_1^* \geq b_1$. Nota-se que a priori não é possível obter nenhuma informação futura do sistema. Portanto, o operador do sistema somente possui condições para a escolha de uma configuração viável x_1 , nesse caso supondo-se que a decisão é ótima.

Assim, o problema para decisão do estágio 2 pode ser reescrito como,

$$\begin{aligned} & \min \langle c_2, x_2 \rangle \\ & \text{tal que: } A_2 x_2 \geq b_2 - E_1 x_1^*. \end{aligned} \tag{3.5}$$

O problema (3.5) é um problema de programação linear e x_1^* é conhecido como decisão viável do primeiro estágio [17]. Uma vez representadas as decisões viáveis tomadas no estágio 1 do problema o intuito é minimizar o custo da função objetivo para o estágio 2. Dado que x_1^* é viável procura-se uma solução ótima para x_2 , representado por x_2^* . A solução do estágio 2 depende das decisões tomadas no estágio 1. Portanto, o problema do estágio 2 pode ser visto como uma função do estágio 1 [7], isto é,

$$\begin{aligned} \alpha_1(x_1) &= \min \langle c_2, x_2 \rangle \\ & \text{tal que: } A_2 x_2 \geq b_2 - E_1 x_1^* \end{aligned} \tag{3.6}$$

onde α_1 representa o valor ótimo para o estágio 2. O problema 3.1 pode ser reescrito como segue,

$$\begin{aligned} & \min \{ \langle c_1, x_1 \rangle + \alpha_1(x_1) \} \\ & \text{tal que: } A_1 x_1 \geq b_1. \end{aligned} \tag{3.7}$$

No problema 3.7 o conjunto viável possui uma dependência tanto da decisão viável do estágio 1 como também das decisões do estágio 2. Para o planejamento esse tipo de dependência não é interessante, pois o ideal seria encontrar uma forma de minimizar o custo sem a dependência das decisões do estágio 2. Nesse intuito pode-se aplicar uma transformação no problema 3.7 para remover a dependência das decisões dos estágios, representadas pelo vetor x_1 e x_2 . A técnica de transformação é denominada dualidade [5], sendo definida a seguir.

Definição 3.3.1. Considerando-se o seguinte problema de programação de linear que será denominado de problema primal,

$$\min \langle c, x \rangle \text{ sujeito a } x \in D = \{x \in R^n; Bx \geq b\}, \tag{3.8}$$

onde $b \in R^m$, $c \in R^n$ e $B \in R(m, n)$.

O problema dual de 3.8 é definido como,

$$\max \langle b, \mu \rangle \text{ sujeito a } \mu \in \Delta = \{\mu \in R_+^m; B^T \mu \leq c\} \tag{3.9}$$

onde μ é o vetor dual do problema.

Aplicando-se a dualidade 3.3.1 no problema (3.5) é imediato que,

$$\begin{aligned}\alpha_1(x_1) &= \max \langle \pi, (b_2 - E_1 x_1) \rangle \\ \text{tal que: } &\pi A_2 \leq c_2.\end{aligned}\tag{3.10}$$

Nas circunstâncias do problema, a solução de (3.10) é equivalente à solução de (3.5). De fato, assumindo-se que o problema (3.5) possui solução, portando, o seu dual descrito por (3.10) admite o mesmo conjunto de pontos ótimos como solução [17]. Nota-se que o conjunto viável $\pi A_2 \leq c_2$ do problema (3.10) não depende da decisão x_1 e x_2 . Desta forma, os pontos extremos ou vértices do conjunto viável podem ser caracterizados por $\pi = \{\pi^1, \pi^2, \dots, \pi^P\}$ [7]. Uma vez que o problema de programação linear descrito por (3.10) possua uma solução, a sua solução será um dos vértices do conjunto viável [17]. Portanto, o problema descrito por (3.10) pode ser reescrito como se segue,

$$\begin{aligned}\alpha_1(x_1) &= \max \langle \pi^i, (b_2 - E_1 x_1) \rangle \\ \pi^i &\in D_1 = \{\pi^1, \pi^2, \dots, \pi^P\}.\end{aligned}$$

O conjunto D_1 representa o conjunto de vértices do conjunto viável D. Finalmente, o problema (3.10) pode ser reescrito para,

$$\begin{aligned}\alpha_1(x_1) &= \min \alpha \\ \text{tal que: } &\alpha \geq \langle \pi^i, (b_2 - E_1 x_1) \rangle \\ &\text{com } i = 1, 2, \dots, P\end{aligned}\tag{3.11}$$

onde α é uma variável escalar. Por fim, fazendo-se a substituição (3.11) em (3.7) o problema dado por 3.1 torna-se,

$$\begin{aligned}\min &\{\langle c_1, x_1 \rangle + \alpha\} \\ \text{tal que: } &A_1 x_1 \geq b_1 \\ &\langle \pi^i, (b_2 - E_1 x_1) \rangle - \alpha \leq 0 \\ \text{parar } &i = 1, 2, \dots, P.\end{aligned}\tag{3.12}$$

A técnica para problemas determinísticos utilizada para a formulação do problema 3.12 é conhecida na literatura como a decomposição de Benders [3] ou cortes por hiperplanos. A ideia da técnica é decompor o problema original permitindo que esse seja resolvido de forma iterativa por meio da resolução de problemas auxiliares. Outro fator importante da utilização da técnica de decomposição de Benders é evidenciado na formulação dada em 3.12, observa-se que nenhum dos termos

depende de x_2 , ou seja, o planejamento pela utilização da técnica de Benders independe das decisões tomadas no estágio 2. A importância desse fator deve-se que o operador do sistema não necessita tomar decisões no estágio 2 para o planejamento, o que diminui a complexidade do processo de planejamento.

A Programação Dinâmica Dual Estocástica consiste em uma aplicação da decomposição de Benders em um problema cuja natureza é estocástica. Portanto, para a modelagem serão apresentados a seguir os conceitos básicos da teoria das probabilidades utilizados na formulação do modelo estocástico. Com o intuito de simplificar a teoria das probabilidades sem perder as condições do problema que está sendo modelado, consideremos que uma certa variável do modelo tem um comportamento estatístico, chamada de X , se ela pode assumir os valores: x_1, x_2, \dots, x_r , com probabilidades, p_1, p_2, \dots, p_r , respectivamente onde cada $p_i \geq 0$ para todo $i = 1, 2, \dots, r$ e $\sum_i p_i = 1$.

Outro importante conceito utilizado na modelagem probabilística é o de valor esperado. Considerando a variável estocástica acima o valor esperado é definido como sendo uma média ponderada dos valores x_1, x_2, \dots, x_r e p_1, p_2, \dots, p_r , ou seja,

$$E_X = \sum_i x_i p_i.$$

Por exemplo, considerando-se o lançamento de um dado onde a variável X representar a face do dado, desta forma, X é uma variável discreta e assume valores no conjunto $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, onde Ω é o conjunto de todos os resultados possíveis para o evento de interesse [18]. Portanto, o valor esperado de X é dado por,

$$E_X = \frac{1}{6}(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) = \frac{21}{6} = \frac{7}{2}$$

Nota-se que E_X nesse caso não pertence ao conjunto Ω . De fato, o valor esperado representa o valor aproximado da média dos valores obtidos na repetição de um número grande de vezes da variável X . Com conceitos de probabilidade estabelecidos, seja o problema de dois estágios similar ao caso determinístico, contudo, o estágio 2 depende dos valores que uma ou mais variáveis aleatórias discretas podem assumir. Por exemplo, supondo-se que o vetor b pode assumir dois valores b_1 e b_2 , com probabilidades p_1 e p_2 respectivamente ($p_1 + p_2 = 1, p_i \geq 0, i = 1, 2$) [7]. O objetivo é encontrar a estratégia que minimiza o valor do custo esperado. Portanto,

o problema fica modelado por:

$$\begin{aligned}
 z &= \min\{\langle c_1, x_1 \rangle + p_1\langle c_2, x_{21} \rangle + p_2\langle c_2, x_{22} \rangle\} \\
 \text{tal que: } &A_1x_1 \geq b_1 \\
 &E_1x_1 + A_2x_{21} \geq b_{21} \\
 &E_1x_1 + A_2x_{22} \geq b_{22}
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

O modelo descrito por 3.13 possui considerações distintas do caso determinístico. Primeiramente, o termo dado por $p_1\langle c_2, x_{21} \rangle + p_2\langle c_2, x_{22} \rangle$ é igual a E_{X_2} , isto é, para a minimização da função objetivo do modelo 3.13 utiliza-se o valor esperado do custo no estágio 2, considerando-se que o estágio 2 é descrito por dois cenários com configurações distintas. Em cada um dos cenários deve-se considerar o acoplamento temporal e o acoplamento espacial existente entre as usinas hidrelétricas no estágio 2. Nota-se que a condição $A_1x_1 \geq b_1$ permanece inalterada, pois, semelhantemente ao caso determinístico, para o caso estocástico o estágio 1 ainda depende somente da decisão do operador do sistema dadas as condições do ambiente.

O objetivo do modelo no planejamento é encontrar o custo esperado. O custo esperado é calculado levando-se em consideração dois custos parciais. Primeiramente é calculado o custo do primeiro estágio dada a escolha viável tomada pelo operador do sistema. No segundo momento é calculado um custo parcial levando-se em consideração as decisões do operador do sistema tomadas no estágio 1 e as condições ambientais como o volume dos reservatórios e questões relacionadas à demanda do sistema. A partir da obtenção dos custos dos estágios 1 e 2 é possível estipular o custo esperado para o planejamento do sistema no período observado. O diagrama na Figura 3.6 a seguir, representa o problema de planejamento de dois estágios para o caso estocástico de dois cenários.

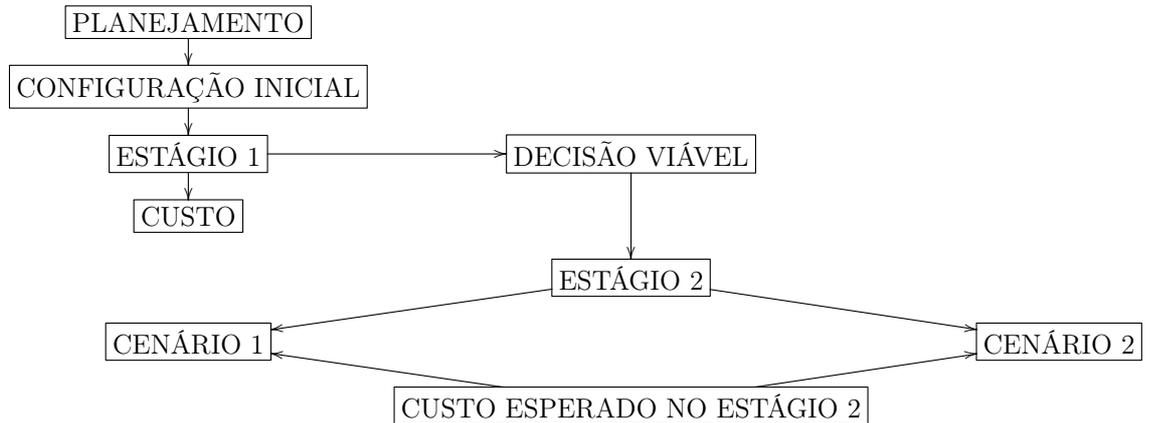


Figura 3.6: Representação dos estágios para o caso estocástico.

Pelo diagrama na Figura 3.6 e levando-se em consideração a decisão viável x_1^* tomada pelo operador do sistema no estágio 1 o problema 3.13 pode ser reescrito

como,

$$\begin{aligned}
z &= \min\{\langle c_1, x_1 \rangle + p_1\omega_{21} + p_2\omega_{22}\} \\
A_1x_1 &\geq b_1 \\
\omega_{21}(x_1) &= \min\langle c_2, x_{21} \rangle \\
A_2x_{21} &\geq b_{21} - E_1x_1^* \\
\omega_{22}(x_1) &= \min\langle c_2, x_{22} \rangle \\
A_2x_{22} &\geq b_{22} - E_1x_1^*.
\end{aligned} \tag{3.14}$$

A formulação do problema dado em 3.14 decompõe o problema principal em um problema derivado com dois subproblemas auxiliares. O problema principal derivado é dado por,

$$\begin{aligned}
z &= \min\{\langle c_1, x_1 \rangle + p_1\omega_{21} + p_2\omega_{22}\} \\
A_1x_1 &\geq b_1 \quad ,
\end{aligned} \tag{3.15}$$

os problemas auxiliares são:

$$\begin{aligned}
\omega_{21}(x_1) &= \min\langle c_2, x_{21} \rangle \\
A_2x_{21} &\geq b_{21} - E_1x_1^*
\end{aligned} \tag{3.16}$$

$$\begin{aligned}
\omega_{22}(x_1) &= \min\langle c_2, x_{22} \rangle \\
A_2x_{22} &\geq b_{22} - E_1x_1^*.
\end{aligned} \tag{3.17}$$

Os subproblemas 3.16 e 3.17 representam os cenários 1 e 2 considerados no planejamento respectivamente. Nota-se que os problemas 3.15, 3.16 e 3.17 são todos problemas de programação linear. De modo análogo ao caso determinístico, aplica-se a dualidade nos problemas 3.16 e 3.17, obtendo-se:

$$\begin{aligned}
\omega_{21}(x_1) &= \max\langle \pi_1, (b_{21} - E_1x_1) \rangle \\
\text{tal que: } &\pi_1 A_2 \leq c_2.
\end{aligned} \tag{3.18}$$

$$\begin{aligned}
\omega_{22}(x_1) &= \max\langle \pi_2, (b_{22} - E_1x_1) \rangle \\
\text{tal que: } &\pi_2 A_2 \leq c_2,
\end{aligned} \tag{3.19}$$

em seguida, aplicando a decomposição de Benders nos problemas 3.18 e 3.19 tem-se:

$$\begin{aligned}
\omega_{21}(x_1) &= \min \beta_1 \\
\text{tal que: } &\beta_1 \geq \langle \pi_1^i, (b_{21} - E_1x_1) \rangle \\
\text{para } &i = 1, 2, \dots, P
\end{aligned} \tag{3.20}$$

$$\begin{aligned}
\omega_{22}(x_1) &= \min \beta_2 \\
\text{tal que: } \beta_2 &\geq \langle \pi_2^j, (b_{22} - E_1 x_1) \rangle \\
\text{para } j &= 1, 2, \dots, P
\end{aligned} \tag{3.21}$$

de maneira semelhante ao caso determinístico aplica-se a substituição 3.20 e 3.21 no problema principal dado por 3.14. Portanto, o problema original estocástico é formulado como,

$$\begin{aligned}
\min_{s \setminus a} \{ &\langle c_1, x_1 \rangle + p_1 \beta_1 + p_2 \beta_2 \} \\
A_1 x_1 &\geq b_1 \\
\langle \pi_1^i, (b_{21} - E_1 x_1) - \beta_1 \rangle &\leq 0 \\
\langle \pi_2^j, (b_{22} - E_1 x_1) - \beta_2 \rangle &\leq 0 \\
i &= 1, 2, \dots, P \\
j &= 1, 2, \dots, P.
\end{aligned} \tag{3.22}$$

A técnica de decomposição de Benders aplicada a problemas de planejamento estocástico de vários cenários é conhecida na literatura como Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE). A PDDE faz uma decomposição no problema original utilizando-se os princípios de dualidade e a decomposição de Benders. Isto permite a resolução do problema original, a partir da solução de outro problema. Contudo, este último possui um melhor tratamento computacional permitindo uma implementação menos complexa. Além de permitir o planejamento pelo operador do sistema sem a necessidade de considerações sobre as decisões tomadas no estágio 2, de maneira semelhante ao caso determinístico, não se observa na formulação final do problema dado por 3.22, qualquer dependência com o vetor das decisões do estágio 2 (representado por x_2). A modelagem por meio da PDDE permite a modelagem mista, isto é, a formulação final do problema, dada por 3.22 permitindo descrever as características de um sistema hidrotérmico (hidrelétricas e termelétricas associadas). Contudo, caso seja necessário adicionar uma geração auxiliar proveniente de uma fonte diferente como a geração eólica, é preciso uma modelagem auxiliar na construção do modelo que utilizar a PDDE. Neste trabalho, para a modelagem da intermitência do vento, utiliza-se o movimento Browniano apresentado a seguir.

3.3.2 Movimento Browniano

Em 1785, Jan Ingenhousz, descobriu o processo da fotossíntese sendo relatado o movimento em zigzag das partículas em suspensão de pó de carvão na superfície do álcool que posteriormente seria chamado movimento Browniano,

devido ao relatório de Robert Brown feito em 1827 observando partículas de pólen na superfície da água que exibem incessantes movimentos irregulares [13]. O tratamento rigoroso do movimento Browniano foi dado 1923 por Norbert Wiener, por essa razão o movimento Browniano é também conhecido por processo de Wiener. O movimento Browniano é um processo estocástico para (detalhes consulte [13],[24] e [29]), satisfazendo as seguinte definição:

Definição 3.3.2. Um movimento Browniano $(B_t)_{t \geq 0}$ é um processo estocástico tal que:

1. Para quase todo $\omega \in \Omega$ (espaço amostral) temos que $B(\omega, t) = B_t$ é uma função contínua em \mathbb{R} e $B(\omega, 0) = B_0 = 0$;
2. Os incrementos $B_{t_2} - B_{t_1}$, com $0 \leq t_1 < t_2$, são variáveis aleatórias normais de média zero e variância $t_2 - t_1$, ou seja, $B_{t_2} - B_{t_1} \sim N(0, t_2 - t_1)$;
3. Os incrementos em intervalos de tempo disjuntos são independentes, isto é, as variáveis aleatórias $B_{t_4} - B_{t_3}$ e $B_{t_2} - B_{t_1}$ são independentes desde que $0 \leq t_1 < t_2 \leq t_3 < t_4$, sendo também válido para n intervalos disjuntos.

Como um processo estocástico, o movimento Browniano é um conjunto de variáveis aleatórias

$$(B_t)_{t \geq 0}$$

em que o índice t pode ser interpretado como o tempo. Assim, a cada instante de tempo t temos uma variável aleatória gaussiana de média zero e variância t , isto é, $B_t \sim N(0, t)$. O grande detalhe é que os incrementos são independentes, ou seja, dados dois instantes de tempo $t_1 < t_2$ temos que

$$B_{t_2} - B_{t_1} \text{ é independente de } B_{t_1}.$$

Pelo terceiro item na definição 3.3.2, essa independência possui como significado que conhecendo B_{t_1} ou B_{t_2} , não podemos concluir nada a respeito do incremento $B_{t_2} - B_{t_1}$ garantindo a aleatoriedade para a simulação do fenômeno desejado. Além disso, pelo segundo item da definição 3.3.2, nota-se que a distribuição de probabilidade de

$$B_{t_2} - B_{t_1} \text{ é igual a distribuição de } B_{t_2-t_1}.$$

Para simular o Browniano temos que discretizar o tempo (t assume os valores $1, 2, \dots, n$ e a cada instante de tempo simula-se uma variável gaussiana de média zero e variância 1 (a chamada normal zero-um ou $N(0, 1)$). O objetivo é utilizar o Browniano para modelar a velocidade do vento. Observe que as velocidades do

vento ao longo do tempo formam outro processo estocástico dada a aleatoriedade do vento. Contudo, esse novo processo só assume valores não negativos. Neste trabalho foi utilizado o movimento Browniano com deriva, descrito em [11], dado a seguir.

Definição 3.3.3. O processo definido por

$$X_t = \mu t + \sigma B_t, t \geq 0$$

com parâmetro μ real e variância $\sigma^2 > 0$ é chamado de Browniano com deriva.

Para a modelagem vamos admitir que temos um amostra de vento de determinado período de tempo (minuto, hora, dia, semana ou mês) e o período de tempo será igualmente espaçado, ou seja, para $0 \leq t_1 < t_2 < \dots < t_{n-1} < t_n$ temos que

$$t_2 - t_1 = t_3 - t_2 \dots = t_n - t_{n-1} = h.$$

As estatísticas fundamentais obtidas da amostra são: \bar{v} média das velocidades dos ventos dos dados e s desvio-padrão dos incrementos das velocidades dos ventos dos dados (vale ressaltar que nesse momento usamos o fato de olharmos para os incrementos que são independentes e tem mesma distribuição). Uma primeira ideia com base na definição 3.3.3 é modelar a velocidade do vento por:

$$M_t = \bar{v}h + sB_t,$$

tomando $h = 1$ temos que

$$M_t = \bar{v} + sB_t. \tag{3.23}$$

Modelar esse processo $(M_t)_{t \geq 0}$ é basicamente simular o Browniano. De fato, para obtermos as condições mínimas de modelagem a velocidade do vento é representada por:

$$V_t = |M_t|, t \geq 0$$

Assim, com o intuito de simular as velocidades do vento (vamos denotá-las por: $\hat{V}_1, \hat{V}_2, \dots, \hat{V}_n$) ao longo tempo de um intervalo $[0, n]$ com $n \in \mathbb{N}$, simulamos variáveis gaussianas independentes de média nula e variância 1 (vamos denotá-las por: $\hat{B}_1, \hat{B}_2, \dots, \hat{B}_n$). Pelo primeiro item da definição 3.3.2 tomamos $\hat{B}_0 = 0$ no primeiro instante, obtendo $\hat{V}_0 = \bar{v}$. No instante $t = 1$ a simulação nos fornece $\hat{V}_1 = |\bar{v} + s\hat{B}_1|$, para o instante $t = 2$ obtemos $\hat{V}_2 = |\bar{v} + s\hat{B}_1 + s\hat{B}_2|$, e assim por diante, dessa forma permitindo uma modelagem da intermitência do vento.

3.4 Considerações finais

Nesse capítulo foi estruturado o problema de despacho hidrotérmico, isto é, quais os principais aspectos que o operador do sistema deve considerar para o planejamento: custo, usinas em cascata, reservatórios, etc. Além disso, foi apresentada a teoria matemática de interesse para a modelagem do despacho abordando conceitos de otimização: variáveis de interesse, dualidade e conjunto viável. Por último, a teoria matemática necessária para a formulação da técnica PDDE e o movimento Browniano, que permite a modelagem da intermitência do vento.

Capítulo 4

Modelagem

4.1 Introdução

Neste capítulo será abordada a estrutura do modelo e as variáveis de interesse para a modelagem do despacho de energia elétrica para um sistema hidrotérmico-eólico.

4.1.1 Modelo otimização determinístico com componente estocástico

Foi formulado o modelo para o caso determinístico para um cenário com sistema hidrotérmico associado a um sistema eólico complementar (componente estocástico do modelo). Para a formulação do problema foram adotadas as seguintes convenções que facilitam a compreensão do modelo:

- Produtibilidade é o índice que indica quanto de volume de água realmente pode ser aproveitado para a geração de energia;
- Volume vertido é o volume que atravessa o vertedouro da usina hidrelétrica não sendo utilizado para a geração de energia;
- Volume turbinado é o volume que atravessa a turbina, isto é, o volume que é utilizado para a geração de energia;
- Volume afluyente ou incremental corresponde ao volume de entrada na usina desconsiderando-se o volume vertido e o volume turbinado;
- Potência de saída ou geração de saída é a quantidade de energia gerada pela turbina eólica.

Conforme apresentado no capítulo anterior o modelo hidrotérmico determinístico para o planejamento em dois estágios é dado por:

$$\begin{aligned}
 z &= \{ \min \langle c_1, x_1 \rangle + \langle c_2, x_2 \rangle \} \\
 \text{tal que: } &A_1 x_1 \geq b_1 \\
 &E_1 x_1 + A_2 x_2 \geq b_2
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

As variáveis de interesse no modelo (4.1) são os vetores de decisão x_1 e x_2 . Considerando-se duas usinas hidrelétricas com duas termelétricas auxiliares deseja-se obter a melhor configuração para o funcionamento do sistema, isto é, os volumes vertidos e turbinados dos reservatórios das hidrelétricas e as gerações das termelétricas. Dessa forma, o vetor x_1 é definido por:

$$x_1 = \begin{bmatrix} VTH1_1 \\ VTH2_1 \\ VVH1_1 \\ VVH2_1 \\ G1_1 \\ G2_1 \end{bmatrix},$$

em que,

- $VTH1_1$ e $VTH2_1$ são os volumes turbinados no estágio 1 para as hidrelétricas 1 e 2, respectivamente;
- $VVH1_1$ e $VVH2_1$ são os volumes vertidos no estágio 1 para as hidrelétricas 1 e 2, respectivamente;
- $G1_1$ é a geração da termelétrica 1 no estágio 1;
- $G2_1$ é a geração da termelétrica 2 no estágio 1.

De maneira análoga define-se o vetor x_2 do estágio 2 por

$$x_2 = \begin{bmatrix} VTH1_2 \\ VTH2_2 \\ VVH1_2 \\ VVH2_2 \\ G1_2 \\ G2_2 \end{bmatrix}.$$

As restrições para o planejamento são descritas pelos vetores b_1 e b_2 para o estágio 1 e 2, respectivamente. Para o planejamento no estágio 1, um dos componentes do

vetor b_1 é o volume de água disponível no período de tempo de planejamento, sendo modelado pela equação de balanço hídrico formulado em [7] e dada por,

$$V_t = VI + VA - (VT + VV), \quad (4.2)$$

em que :

- V_t representa o volume em qualquer instante de tempo;
- VI é o volume inicial;
- VA é o volume afluyente ou incremental;
- VV é o volume vertido;
- VT é o volume turbinado.

Outro componente do vetor b_1 é a demanda do sistema no estágio 1, dado por,

$$\rho_1 \cdot VTH1_1 + \rho_2 \cdot VTH2_1 + G1_1 + G2_1 \geq D_1, \quad (4.3)$$

em que:

- ρ_1 e ρ_2 são os índices de produtibilidade das usinas 1 e 2, respectivamente;
- D_1 demanda para o estágio 1.

Para a inclusão da complementaridade do sistema eólico no sistema hidro-térmico considera-se o abatimento de carga, isto é, a inequação 4.3 torna-se,

$$\rho_1 \cdot VTH1_1 + \rho_2 \cdot VTH2_1 + G1_1 + G2_1 \geq D_1 - GE_{1_w}, \quad (4.4)$$

em que,

- GE_{1_w} é a geração de saída do sistema eólico no estágio 1.

De maneira geral, a geração de saída em qualquer estágio é definida como,

$$GE_{w_m} = \sum_{i=1}^n w_i \quad (4.5)$$

em que,

- GE_{w_m} é a geração no m -ésimo estágio;

- w_i é a potência da i -ésima turbina;
- n é o número de turbinas do sistema eólico no m -ésimo estágio.

Para a modelagem da potência da turbina eólica admite-se que o vento é uma variável aleatória contínua [14] e [22]. Dessa forma, a potência de saída é modelada como,

$$w = \begin{cases} 0, & \text{para } v < v_i \text{ ou } v > v_{m\acute{a}x} \\ w_r \frac{(v - v_i)}{(v_r - v_i)}, & \text{para } v_i \leq v \leq v_r \\ w_r & \text{para } v_r < v \leq v_{m\acute{a}x} \end{cases} \quad (4.6)$$

onde:

- w é potência de saída da turbina eólica (W);
- v é velocidade de vento ($m \setminus s$);
- v_i é a velocidade inicial do vento para a geração ($m \setminus s$);
- v_r é a velocidade nominal do vento para a geração ($m \setminus s$);
- $v_{m\acute{a}x}$ é a velocidade máxima do vento para a geração ($m \setminus s$);
- w_r é a potência nominal de geração (W).

Conforme 4.6, para valores de velocidade do vento menores que a velocidade v_i e maiores que a velocidade $v_{m\acute{a}x}$ possui potência de saída é nula, enquanto que para valores de v no intervalo $[v_i, v_r]$ a potência de saída w possui crescimento linear e para os valores no intervalo definido por v_r e $v_{m\acute{a}x}$ a potência é mantida constante. Na modelagem da intermitência do vento utilizamos a equação 3.23 com $\hat{B}_0 = 0$ e admitindo-se uma amostra M de velocidade do vento para um determinado período de tempo. Dessa forma, a modelagem do vento em cada instante de tempo t (segundos) é dado por:

$$\begin{aligned} \hat{V}_0 &= |\bar{v}| \\ \hat{V}_1 &= |\hat{V}_0 + s\hat{B}_1| \\ \hat{V}_2 &= |\hat{V}_1 + s\hat{B}_2| \\ \hat{V}_3 &= |\hat{V}_2 + s\hat{B}_3| \\ &\vdots \\ \hat{V}_n &= |\hat{V}_{n-1} + s\hat{B}_n|, \text{ para } n \in [0 : t] \end{aligned} \quad (4.7)$$

onde:

- $\hat{V}_0, \hat{V}_1, \dots, \hat{V}_n$ são variáveis aleatórias que representam a velocidade do vento nos instante tempo $1, 2, 3, \dots, n$;
- $\hat{B}_0, \hat{B}_1, \dots, \hat{B}_n$ são variáveis aleatórias que seguem distribuição normal zero-um, ou seja, $\hat{B}_n \sim N(0, 1)$;
- \bar{v} é a média da amostra M de velocidade do vento;
- s é o desvio-padrão da amostra M de velocidade do vento.

Por fim, as restrições de funcionamento do sistema, isto é, os limites máximos de volume turbinado das hidrelétricas e o limite máximo de geração das termelétricas são dados por,

$$\begin{aligned} 0 &\leq VTH1_1 \leq VH1_{máx} \\ 0 &\leq VTH2_1 \leq VH2_{máx} \end{aligned} \quad (4.8)$$

$$\begin{aligned} G1_1 &\geq 0 \\ G2_1 &\geq 0 \\ G1_1 + G2_1 &\leq G_{máx} \end{aligned} \quad (4.9)$$

em que :

- $VH1_{máx}$ é o volume turbinado máximo liberado da hidrelétrica 1;
- $VH2_{máx}$ é o volume turbinado máximo liberado da hidrelétrica 2;
- $G_{máx}$ é a geração máxima das termelétricas.

Considerados os parâmetros abordados, o vetor b_1 pode ser definido como:

$$b_1 = \begin{bmatrix} D_1 - GE1_w \\ -G_{máx} \\ -VH1_{máx} \\ -VH2_{máx} \\ -(VIH1_1 + VAH1_1) \\ -(VIH2_1 + VAH2_1) \end{bmatrix}$$

em que:

- $VIH1_1$ e $VIH2_1$ são os volumes iniciais para as hidrelétricas 1 e 2 no estágio 1, respectivamente;
- $VAH1_1$ e $VAH2_1$ são os volumes afluentes para hidrelétricas 1 e 2 no estágio 1, respectivamente.

De maneira análoga pode-se definir o vetor b_2 ,

$$b_2 = \begin{bmatrix} D_2 - GE2_w \\ -G_{m\acute{a}x} \\ -VH1_{m\acute{a}x} \\ -VH2_{m\acute{a}x} \\ -(VIH1_2 + VAH1_2) \\ -(VIH2_2 + VAH2_2) \end{bmatrix}$$

Na formulação descreve-se o estado do sistema para o período planejado por meio de matrizes A_1 e A_2 nas quais é modelado o acomplamento temporal, que são definidas de acordo com as variáveis de interesse e as restrições do problema. Considerando-se os aspectos abordados: demanda, balanço hídrico e as restrições de operação, as matrizes A_1 e A_2 são definidas por,

$$A_1 = \begin{bmatrix} \rho_1 & 0 & \rho_2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

e

$$A_2 = \begin{bmatrix} \rho_1 & 0 & \rho_2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

De maneira geral não existe um lei de formação para as matrizes A_1 e A_2 , a construção das matrizes é tem como objetivo representar o problema de otimização de despacho na forma matricial, pois, permite a representação do conjunto viável formado pelas restrições do problema e facilitar a implementação do modelo de despacho em linguagem de programação. Na construção da matriz A_1 a 1^o linha representar a restrição de demanda dada pela inequação (4.3), a 2^o linha representa as restrições de limites máximos das gerações termelétricas dadas pelas inequações em (4.9), a 3^o e 4^o linhas representam os volumes máximos dados pelas inequações em (4.8), por último a 5^o e 6^o linhas representam o volume atual disponível dado pela equação de balanço hídrico em (4.2), sendo a construção da matriz A_2 de forma análoga. Como o sistema é constituído por usinas em cascata, deve-se considerar

o acoplamento espacial entre as usinas, sendo modelado pela matriz E_1 e definida como:

$$E_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

A matriz E_1 indica a relação entre as usinas em cascata e sua definição tem como objetivo a atualização dos níveis dos reservatórios para o planejamento. Por esse motivo todas as linhas exceto a 5ª e 6ª linhas são constituídas por zeros. As duas últimas representam o volume de saída da hidrelétrica 1 em direção a hidrelétrica 2, sendo utilizado o balanço hídrico na equação (4.2) para representar o incremento e decremento de volume. Os custos para a operação são dados pelos vetores c_1 e c_2 , sendo definidos de acordo com as características do sistema, portanto tem-se,

$$c_1 = \left[CVTH1_1 \quad CVVH1_1 \quad CVTH2_1 \quad CVVH2_1 \quad CG1_1 \quad CG2_1 \right]$$

em que:

- $CVTH1_1$ e $CVTH2_1$ são os custos relacionados aos volumes turbinados das hidrelétricas 1 e 2 para o estágio 1, respectivamente;
- $CVVH1_1$ e $CVVH2_1$ são os custos relacionados aos volumes vertidos das hidrelétricas 1 e 2 para o estágio 1, respectivamente;
- $CG1_1$ e $CG2_1$ são os custos relacionados a geração das termelétricas no estágio 1.

De maneira análoga define-se o vetor c_2 ,

$$c_2 = \left[CVTH1_2 \quad CVVH1_2 \quad CVTH2_2 \quad CVVH2_2 \quad CG1_2 \quad CG2_2 \right]$$

uma vez que as características do modelo determinístico foram definidas, pode-se representar o modelo (4.1) como

$$\begin{aligned}
z = \min & \left\{ \underbrace{\begin{bmatrix} CVTH1_1 & CVVH1_1 & CVTH2_1 & CVVH2_1 & CG1_1 & CG2_1 \end{bmatrix}}_{c_1} \underbrace{\begin{bmatrix} VTH1_1 \\ VVH1_1 \\ VTH2_1 \\ VVH2_1 \\ G1_1 \\ G2_1 \end{bmatrix}}_{x_1} \right. \\
& + \left. \underbrace{\begin{bmatrix} CVTH1_2 & CVVH1_2 & CVTH2_2 & CVVH2_2 & CG1_2 & CG2_2 \end{bmatrix}}_{c_2} \underbrace{\begin{bmatrix} VTH1_2 \\ VVH1_2 \\ VTH2_2 \\ VVH2_2 \\ G1_2 \\ G2_2 \end{bmatrix}}_{x_2} \right\},
\end{aligned}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \rho_1 & 0 & \rho_2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{A_1} \underbrace{\begin{bmatrix} VTH1_1 \\ VVH1_1 \\ VTH2_1 \\ VVH2_1 \\ G1_1 \\ G2_1 \end{bmatrix}}_{x_1} \geq \underbrace{\begin{bmatrix} D_1 - GE1_w \\ -G_{m\acute{a}x} \\ -VH1_{m\acute{a}x} \\ -VH2_{m\acute{a}x} \\ -(VIH1_1 + VAH1_1) \\ -(VIH2_1 + VAH2_1) \end{bmatrix}}_{b_1} e$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{E_1} \underbrace{\begin{bmatrix} VTH1_1 \\ VVH1_1 \\ VTH2_1 \\ VVH2_1 \\ G1_1 \\ G2_1 \end{bmatrix}}_{x_1} + \underbrace{\begin{bmatrix} \rho_1 & 0 & \rho_2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{A_2} \underbrace{\begin{bmatrix} VTH1_2 \\ VVH1_2 \\ VTH2_2 \\ VVH2_2 \\ G1_2 \\ G2_2 \end{bmatrix}}_{x_2}$$

$$\geq \underbrace{\begin{bmatrix} D_2 - GE2_w \\ -G_{m\acute{a}x} \\ -VH1_{m\acute{a}x} \\ -VH2_{m\acute{a}x} \\ -(VIH1_2 + VAH1_2) \\ -(VIH2_2 + VAH2_2) \end{bmatrix}}_{b_2}.$$

O modelo apresentado na Equação 4.1 representa dois estágios para o caso determinístico. Aplicando a decomposição de Benders, tem-se o modelo equivalente dado por

$$\begin{aligned} z &= \min \langle c_1, x_1 \rangle + \alpha \\ \text{tal que: } &A_1 x_1 \geq b_1 \\ &\langle \pi^i, (b_1 - E_1 x_1) \rangle - \alpha \leq 0 \\ &\text{parar } i = 1, 2, \dots, P. \end{aligned} \tag{4.10}$$

onde α é um escalar que será atualizado pelo problema auxiliar,

$$\begin{aligned} \alpha_1(x_1) &= \max \langle \pi, (b_2 - E_1 x_1) \rangle \\ \text{tal que: } &\pi A_2 \leq c_2, \end{aligned} \tag{4.11}$$

e π  o vetor de variáveis duais do problema derivado do modelo original (4.1), definido como,

$$\pi = \left[\pi_1 \quad \pi_2 \quad \pi_3 \quad \pi_4 \quad \pi_5 \quad \pi_6 \right].$$

Nota-se que no modelo (4.10) não há necessidade de cáculo do vetor x_2 , isto é, para o planejamento em dois estágios, as variáveis de interesse são o vetor x_1 e o escalar α . Contudo, é introduzido no novo modelo as variáveis duais armazenadas no vetor π , que permitem que o modelo seja decomposto em dois problemas no intuito de diminuir a complexidade e facilitar a resolução. Definindo-se z como o custo ótimo do sistema, tem-se que o custo total do sistema hidrotérmico-eólico é dado pela soma do custo ótimo com o custo de geração eólica em cada estágio, ou seja,

$$CT = z + CGE1_w + CGE2_w.$$

4.1.2 Modelo de otimização estocástico

As ideias utilizadas no modelo determinístico são extendidas para o caso estocástico, isto é, a formulação de atendimento à demanda, o balanço hídrico do sistema e as restrições de funcionamento do sistema. A principal diferença do modelo determinístico para o modelo estocástico deve-se à decomposição do estágio 2 em vários cenários de planejamento. Considere o modelo estocástico para o caso hidrotérmico, formulado como

$$\begin{aligned}
 z &= \min\{\langle c_1, x_1 \rangle + p_1 \langle c_2, x_{21} \rangle + p_2 \langle c_2, x_{22} \rangle\} \\
 \text{tal que: } &A_1 x_1 \geq b_1 \\
 &E_1 x_1 + A_2 x_{21} \geq b_{21} \\
 &E_1 x_1 + A_2 x_{22} \geq b_{22}.
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

Observa-se que, na função objetivo a ser minimizada do modelo (4.12), o estágio 2 é decomposto em dois cenários de probabilidade p_1 e p_2 ($p_1 + p_2 = 1$), isto é,

$$z = \min\{\langle c_1, x_1 \rangle + \underbrace{p_1 \langle c_2, x_{21} \rangle + p_2 \langle c_2, x_{22} \rangle}_{\text{decomposição em dois cenários}}\}.$$

Para essa formulação supõe-se que o vetor das restrições b_2 agora admite dois cenários de configuração, b_{21} e b_{22} . Dessa forma, as variáveis de interesse são o vetor x_1 referente ao estágio 1 e os vetores de decisão para o estágio 2 para os dois cenários possíveis, x_{21} e x_{22} . Os vetores b_{21} e b_{22} são definidos de maneira análoga ao caso determinístico, ou seja,

$$b_{21} = \begin{bmatrix} D_{21} - GE2_w \\ -G_{máx} \\ -VH1_{máx} \\ -VH2_{máx} \\ -(VIH1_{21} + VAH1_{21}) \\ -(VIH2_{21} + VAH2_{21}) \end{bmatrix} \text{ e}$$

$$b_{22} = \begin{bmatrix} D_{22} - GE_{2w} \\ -G_{m\acute{a}x} \\ -VH1_{m\acute{a}x} \\ -VH2_{m\acute{a}x} \\ -(VIH1_{22} + VAH1_{22}) \\ -(VIH2_{22} + VAH2_{22}) \end{bmatrix}$$

onde:

- D_{21} e D_{22} são as demandas no estágio 2, cenários 1 e 2, respectivamente;
- $VIH1_{21}$ e $VIH1_{22}$ são os volumes iniciais para a hidrelétrica 1 no estágio 2, cenários 1 e 2, respectivamente;
- $VIH2_{21}$ e $VIH2_{22}$ são os volumes iniciais para a hidrelétrica 2 no estágio 2, cenários 1 e 2, respectivamente;
- $VAH1_{21}$ e $VAH1_{22}$ são os volumes afluentes para hidrelétrica 1 no estágio 2, cenários 1 e 2, respectivamente;
- $VAH2_{21}$ e $VAH2_{22}$ são os volumes afluentes para hidrelétrica 2 no estágio 2, cenários 1 e 2, respectivamente.

De maneira equivalente ao caso determinístico são definidos os vetores x_{21} e x_{22} formulados como

$$x_{21} = \begin{bmatrix} VTH1_{21} \\ VVH1_{21} \\ VTH2_{21} \\ VVH2_{21} \\ G1_{21} \\ G2_{21} \end{bmatrix},$$

$$x_{22} = \begin{bmatrix} VTH1_{22} \\ VVH1_{22} \\ VTH2_{22} \\ VVH2_{22} \\ G1_{22} \\ G2_{22} \end{bmatrix}$$

em que:

- $VTH1_{21}$ e $VTH1_{22}$ são os volumes turbinados para hidrelétrica 1 no estágio 2, cenários 1 e 2, respectivamente;

- VTH_{221} e VTH_{222} são os volumes turbinados para hidrelétrica 2 no estágio 2, cenários 1 e 2, respectivamente;
- VVH_{121} e VVH_{122} são os volumes vertidos para hidrelétrica 1, cenários 1 e 2, respectivamente;
- VVH_{221} e VVH_{222} são os volumes vertidos para hidrelétrica 2, cenários 1 e 2, respectivamente;
- G_{121} e G_{122} são as gerações da termelétrica 1 no estágio 2, cenários 1 e 2, respectivamente;
- G_{221} e G_{222} são as geração da termelétrica 2 no estágio 2, cenários 1 e 2, respectivamente.

A formulação das matrizes E_1 , A_1 e A_2 e dos vetores c_1 e c_2 é semelhante ao caso determinístico. Uma vez que as principais mudanças para o caso estocástico foram apresentadas o modelo (4.12) é representado como

$$\begin{aligned}
 z = \min & \left\{ \underbrace{\begin{bmatrix} CVTH_{11} & CVVH_{11} & CVTH_{21} & CVVH_{21} & CG_{11} & CG_{21} \end{bmatrix}}_{c_1} \underbrace{\begin{bmatrix} VTH_{11} \\ VVH_{21} \\ VTH_{11} \\ VVH_{21} \\ G_{11} \\ G_{21} \end{bmatrix}}_{x_1} \right. \\
 & + p_1 \bullet \left. \underbrace{\begin{bmatrix} CVTH_{12} & CVVH_{12} & CVTH_{22} & CVVH_{22} & CG_{12} & CG_{22} \end{bmatrix}}_{c_2} \underbrace{\begin{bmatrix} VTH_{121} \\ VVH_{121} \\ VTH_{121} \\ VVH_{221} \\ G_{121} \\ G_{221} \end{bmatrix}}_{x_{21}} \right.
 \end{aligned}$$

$$+ p_2 \bullet \underbrace{\begin{bmatrix} CVTH1_2 & CVVH1_2 & CVTH2_2 & CVVH2_2 & CG1_2 & CG2_2 \end{bmatrix}}_{c_2} \underbrace{\begin{bmatrix} VTH1_{22} \\ VVH2_{22} \\ VTH1_{22} \\ VVH2_{22} \\ G1_{22} \\ G2_{22} \end{bmatrix}}_{x_{22}},$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \rho_1 & 0 & \rho_2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{A_1} \underbrace{\begin{bmatrix} VTH1_1 \\ VVH1_1 \\ VTH2_1 \\ VVH2_1 \\ G1_1 \\ G2_1 \end{bmatrix}}_{x_1} \geq \underbrace{\begin{bmatrix} D_1 - GE1_w \\ -G_{m\acute{a}x} \\ -VH1_{m\acute{a}x} \\ -VH2_{m\acute{a}x} \\ -(VIH1_1 + VAH1_1) \\ -(VIH2_1 + VAH2_1) \end{bmatrix}}_{b_1}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{E_1} \underbrace{\begin{bmatrix} VTH1_1 \\ VVH1_1 \\ VTH2_1 \\ VVH2_1 \\ G1_1 \\ G2_1 \end{bmatrix}}_{x_1} + \underbrace{\begin{bmatrix} \rho_1 & 0 & \rho_2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{A_2} \underbrace{\begin{bmatrix} VTH1_{21} \\ VVH1_{21} \\ VTH2_{21} \\ VVH2_{21} \\ G1_{21} \\ G2_{21} \end{bmatrix}}_{x_{21}},$$

$$\geq \underbrace{\begin{bmatrix} D_{21} - GE2_w \\ -G_{m\acute{a}x} \\ -VH1_{m\acute{a}x} \\ -VH2_{m\acute{a}x} \\ -(VIH1_{21} + VAH1_{21}) \\ -(VIH2_{21} + VAH2_{21}) \end{bmatrix}}_{b_{21}},$$

$$\begin{array}{c}
\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} VTH1_1 \\ VVH1_1 \\ VTH2_1 \\ VVH2_1 \\ G1_1 \\ G2_1 \end{bmatrix}}_{x_1} + \underbrace{\begin{bmatrix} \rho_1 & 0 & \rho_2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{A_2} \underbrace{\begin{bmatrix} VTH1_{22} \\ VVH1_{22} \\ VTH2_{22} \\ VVH2_{22} \\ G1_{22} \\ G2_{22} \end{bmatrix}}_{x_{22}} \\
\geq \underbrace{\begin{bmatrix} D_{22} - GE2_w \\ -G_{m\acute{a}x} \\ -VH1_{m\acute{a}x} \\ -VH2_{m\acute{a}x} \\ -(VIH1_{22} + VAH1_{22}) \\ -(VIH2_{22} + VAH2_{22}) \end{bmatrix}}_{b_{22}}.
\end{array}$$

Conforme descrito no capítulo anterior, pode-se aplicar a técnica de PDDE para o modelo (4.12), obtendo-se,

$$\begin{aligned}
& \min_{s \setminus \alpha} \{ \langle c_1, x_1 \rangle + p_1 \omega_{21} + p_2 \omega_{22} \} \\
& A_1 x_1 \geq b_1 \\
& \langle \pi_1^i, (b_{21} - E_1 x_1) \rangle - \omega_{21} \leq 0, i = 1, 2, \dots, P \\
& \langle \pi_2^j, (b_{22} - E_1 x_1) \rangle - \omega_{22} \leq 0, j = 1, 2, \dots, P
\end{aligned}$$

onde ω_{21} e ω_{22} são escalares que serão atualizados pelos problemas auxiliares,

$$\begin{aligned}
\omega_{21}(x_1) &= \max \langle \pi_1, (b_{21} - E_1 x_1) \rangle \\
&\text{tal que: } \pi_1 A_2 \leq c_2, \\
\omega_{22}(x_1) &= \max \langle \pi_2, (b_{22} - E_1 x_1) \rangle \\
&\text{tal que: } \pi_2 A_2 \leq c_2.
\end{aligned}$$

nota-se que no novo modelo as variáveis de interesse são o vetor x_1 e os escalares ω_{21} e ω_{22} não, sendo necessário o cálculo do vetor x_2 . Contudo, de maneira semelhante ao caso determinístico, são introduzidos os vetores de variáveis duais π_1 e π_2 para que o modelo original (4.12) seja transformado em um novo modelo com uma solução equivalente e com menor complexidade. Definindo-se z como o custo ótimo do sistema, tem-se que o custo total do sistema hidrotérmico-eólico é dado pela soma do custo ótimo com o custo de geração eólica em cada estágio para cada cenário considerado, ou seja,

$$CT = z + CGE1_w + CGE2_{w_1} + CGE2_{w_2}.$$

A seguir é ilustrado o sistema hidrotérmico-eólico pelo diagrama na Figura 4.1.

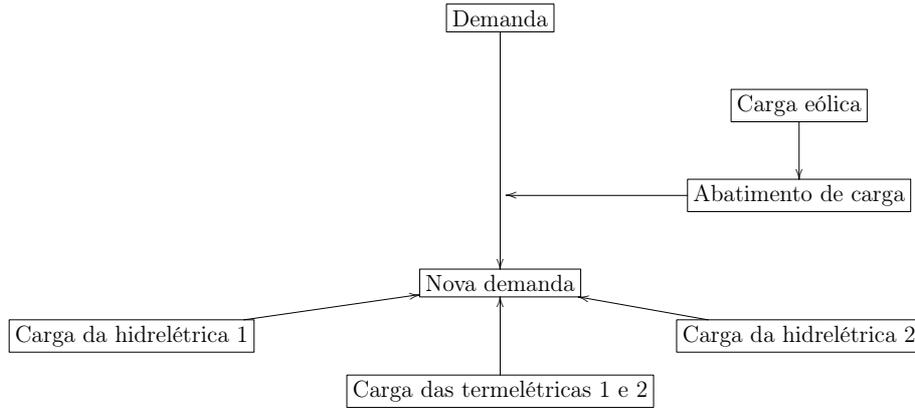


Figura 4.1: Representação do sistema hidrotérmico-eólico.

4.2 Considerações finais

Nesse capítulo foi formulado a estrutura do modelo estocástico, isto é, as variáveis de interesse para o problema de planejamento em dois estágios, as restrições do problema tais como: demanda, balanço hídrico e as configurações do funcionamento, além da estrutura em cascata das usinas descritas pelas matrizes de acoplamento espacial e as configurações para o período de estudo descrito pelas matrizes de acoplamento temporal. Por fim, foi considerado a complementaridade do sistema eólico no sistema hidrotérmico utilizando-se o abatimento de carga e suas implicações no custo total.

Capítulo 5

Algoritmo do despacho hidrotérmico-eólico

5.1 Introdução

Neste capítulo será apresentado o algoritmo de resolução do problema do despacho hidrotérmico. Utilizando-se a estrutura apresentada no capítulo sobre modelagem. Será construído o algoritmo para o caso determinístico e posteriormente para o caso estocástico.

5.2 Algoritmo determinístico

Como abordado nos capítulos anteriores, a PDDD é fundamentada na transformação do problema original em um segundo problema, com a vantagem que esse novo problema pode ser dividido em subproblemas de menor grau de complexidade. Primeiramente, é necessário a indicação do problema mestre e do problema escravo. Para a construção desses problemas obtêm-se o vetor x_1 e o escalar α , que são as variáveis de interesse para a execução do algoritmo. A obtenção dessas variáveis é feita por meio do problema principal 5.1 dado a seguir:

$$\begin{aligned} & \min\{\langle c_1, x_1 \rangle + \alpha\} \\ & \text{tal que: } A_1 x_1 \geq b_1. \end{aligned} \tag{5.1}$$

No problema 5.1, os vetores c_1, b_1 e a matriz A_1 são conhecidos, portanto, tem-se como determinar as variáveis de interesse x_1 e α . Uma vez obtidas as variáveis de interesse, o próximo passo do algoritmo determinístico é melhorar os valores encontrados utilizando-se o método iterativo. Para o melhoramento dos valores das variáveis utiliza-se os chamados subproblemas escravos que são originados da

transformação do problema original por meio da PDDD, sendo representado por:

$$\begin{aligned} \alpha_1(x_1) &= \max \langle \pi, (b_2 - E_1 x_1) \rangle \\ \text{tal que: } &\pi A_2 \leq c_2. \end{aligned} \tag{5.2}$$

No problema escravo 5.2 é calculado o α_1 e o vetor de variáveis duais π . Nota-se que os vetores b_2, c_2 e a matriz E_1 são conhecidos. Na técnica de PDDD o melhoramento dos valores das variáveis de interesse é feita por uma comparação entre o valor de α e α_1 , onde esses escalares devem ser suficientemente próximos para a obtenção do valor ótimo para as variáveis de interesse x_1 e α , isto é, $|\alpha - \alpha_1| <$ tolerância. A escolha da tolerância é com base no sistema e o grau de precisão que é possível ser atingido. Caso a comparação de convergência não seja atingida é necessário adicionar uma restrição ao problema original. A seguir é apresentada a restrição de atualização 5.3.

$$\langle \pi, (b_2 - E_1 x_1) \rangle - \alpha \leq 0 \tag{5.3}$$

A restrição de atualização 5.3 é calculada com base no vetor x_1 , o escalar α (obtidos por meio do problema principal 5.1) e o vetor dual π calculado por meio do problema escravo. Uma vez obtida a restrição 5.3 é possível a construção do problema mestre, no qual é feita a atualização dos valores das variáveis de interesse x_1 e α para obtenção de valores melhores para o planejamento do despacho hidrotérmico. A seguir é apresentado o problema mestre 5.4 :

$$\begin{aligned} \min \{ &\langle c_1, x_1 \rangle + \alpha_2 \} \\ \text{tal que: } &A_1 x_1 \geq b_1 \\ &\langle \pi, (b_2 - E_1 x_1) \rangle - \alpha_1 \leq 0. \end{aligned} \tag{5.4}$$

Observa-se que o problema mestre 5.4 é uma atualização do problema principal, onde α_2 é a nova variável escalar a ser determinada. Todo o processo é repetido até a obtenção dos melhores valores para o vetor x_1 e para o escalar α_2 . A descrição completa do algoritmo determinístico é dada a seguir.

Algoritmo do problema determinístico:

Resolve problema principal:

Entrada para problema principal:

Escolher x_1 e α viáveis para o problema principal

$$\begin{aligned} & \min\{\langle c_1, x_1 \rangle + \alpha\} \\ & \text{tal que: } A_1 x_1 \geq b_1 \end{aligned}$$

Repetição:

Passo 1;

Resolver o problema escravo:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \max\langle \pi, (b_2 - E_1 x_1) \rangle \\ & \text{tal que: } \pi A_2 \leq c_2. \end{aligned}$$

Saída = π, α_1 .

Comparação de convergência:

Se:

$$\begin{aligned} & |\alpha - \alpha_1| < \text{tolerância} \\ & \text{para;} \\ & \text{Sair da repetição;} \\ & \text{Saída ótima} = x_1, \alpha_1. \end{aligned}$$

Caso contrário:

Acrescente ao problema principal a condição:

$$\langle \pi, (b_2 - E_1 x_1) \rangle - \alpha_1 \leq 0$$

Resolver problema mestre:

$$\begin{aligned} & \min\{\langle c_1, x_1 \rangle + \alpha_2\} \\ & \text{tal que: } A_1 x_1 \geq b_1 \\ & \langle \pi, (b_2 - E_1 x_1) \rangle - \alpha_1 \leq 0 \end{aligned}$$

Voltar ao passo 1.

No algoritmo para o caso determinístico tem-se uma atualização dos valores da variável escalar para a obtenção de melhores valores para o vetor x_1 , por exemplo,

para a segunda interação tem-se como problema mestre:

$$\begin{aligned} & \min\{\langle c_1, x_1 \rangle + \alpha_3\} \\ & \text{tal que: } A_1 x_1 \geq b_1 \\ & \langle \pi, (b_2 - E_1 x_1) \rangle - \alpha_1 \leq 0 \\ & \langle \pi, (b_2 - E_1 x_1) \rangle - \alpha_2 \leq 0, \end{aligned}$$

com o problema escravo dado por,

$$\begin{aligned} \alpha_4 &= \max\langle \pi, (b_2 - E_1 x_1) \rangle \\ & \text{tal que: } \pi A_2 \leq c_2. \end{aligned}$$

Uma vez que o algoritmo para o caso determinístico foi apresentado, as principais ideias de sua construção serão aproveitadas para o caso estocástico abordado em seguida.

5.3 Algoritmo estocástico

O algoritmo para o caso estocástico possui semelhanças com o determinístico na sua estrutura, a principal diferença da PDDE para a PDDD é o componente estocástico do problema o que ocasiona o aparecimento de novas variáveis e novos subproblemas. Para a construção do algoritmo necessita-se do problema principal 5.5 dado por:

$$\begin{aligned} & \min\{\langle c_1, x_1 \rangle + p_1 \alpha + p_2 \beta\} \\ & \text{tal que: } A_1 x_1 \geq b_1. \end{aligned} \tag{5.5}$$

Observa-se que o algoritmo do caso estocástico possui como variáveis de interesse o vetor x_1 , os escalares α e β que estão relacionados com os cenários. Os outros componentes importantes do problema são : os vetores c_1 e b_1 , a matriz A_1 e os pesos de probabilidade p_1 e p_2 . Para o caso estocástico o número de cenários indica a quantidade de subproblemas escravos que será considerado para a construção do algoritmo, dessa forma, para o caso de dois cenários tem-se dois subproblemas escravos 5.6 e 5.7 dados por:

$$\begin{aligned} \lambda &= \max\langle \pi_1, (b_{21} - E_1 x_1) \rangle \\ & \text{tal que: } \pi_1 A_2 \leq c_2 \end{aligned} \tag{5.6}$$

$$\begin{aligned}\omega &= \max \langle \pi_2, (b_{22} - E_1 x_1) \rangle \\ \text{tal que: } &\pi_2 A_2 \leq c_2.\end{aligned}\tag{5.7}$$

De forma semelhante ao caso determinístico são calculados os escalares λ e ω e os vetores duais π_1 e π_2 , sendo conhecidos os vetores b_{21} , b_{22} e c_2 e as matrizes E_1 e A_2 . O próximo passo é análise da convergência que, na técnica de PDDE para dois cenários, é dada por

$$|\alpha - \lambda| \text{ e } |\beta - \omega| < \text{tolerância}$$

o critério de tolerância segue a mesma ideia do caso determinístico. Caso a tolerância não seja atingida é necessário adicionar as restrições de atualização do problema. Para o caso de dois cenários tem-se duas restrições de atualização, para o caso de três cenários seriam da mesma forma três restrições de atualização e para n cenários teria-se n restrições de atualização. Para esse algoritmo está supondo-se dois cenários, sendo assim tem-se duas restrições de atualização 5.8 do problema dadas por:

$$\begin{aligned}\langle \pi_1, (b_{21} - E_1 x_1) \rangle - \lambda &\leq 0 \\ \text{e} & \\ \langle \pi_2, (b_{22} - E_1 x_1) \rangle - \omega &\leq 0.\end{aligned}\tag{5.8}$$

Com as restrições de atualização 5.8 pode-se construir o problema mestre 5.9 dado por:

$$\begin{aligned}\min \{ \langle c_1, x_1 \rangle + p_1 \alpha_1 + p_2 \beta_1 \} \\ \text{tal que: } A_1 x_1 &\geq b_1 \\ \langle \pi_1, (b_{21} - E_1 x_1) \rangle - \lambda &\leq 0 \\ \langle \pi_2, (b_{22} - E_1 x_1) \rangle - \omega &\leq 0.\end{aligned}\tag{5.9}$$

De forma semelhante ao caso determinístico, o problema mestre 5.9 é uma atualização do problema principal, onde α_1 e β_1 são as novas variáveis escalares a serem determinadas. Todo o processo é repetido até a obtenção dos melhores valores para o vetor x_1 e para os escalares. A descrição completo do algoritmo estocástico é dada a seguir.

Algoritmo para programação dual estocástica:

Resolve problema principal:

Entrada para problema principal:

Escolher x_1 , α e β viáveis para o problema principal

$$\begin{aligned} & \min\{\langle c_1, x_1 \rangle + p_1\alpha + p_2\beta\} \\ & \text{tal que: } A_1x_1 \geq b_1 \end{aligned}$$

Repetir:

Passo 1;

Resolver os problemas escravos:

$$\begin{aligned} \lambda &= \max\langle \pi_1, (b_{21} - E_1x_1) \rangle \\ & \text{tal que: } \pi_1A_2 \leq c_2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \omega &= \max\langle \pi_2, (b_{22} - E_1x_1) \rangle \\ & \text{tal que: } \pi_2A_2 \leq c_2; \end{aligned}$$

Comparação de convergência:

Se:

$$\begin{aligned} & |\alpha - \lambda| \text{ e } |\beta - \omega| < \text{tolerância} \\ & \text{parar;} \\ & \text{Sair da repetição;} \\ & \text{Saída ótima} = x_1, \alpha, \beta. \end{aligned}$$

Caso contrário:

Acrecente ao problema principal a condição:

$$\begin{aligned} & \langle \pi_1, (b_{21} - E_1x_1) \rangle - \lambda \leq 0 \\ & \langle \pi_2, (b_{22} - E_1x_1) \rangle - \omega \leq 0 \end{aligned}$$

Resolver o problema mestre:

$$\begin{aligned} & \min\{\langle c_1, x_1 \rangle + p_1\alpha_1 + p_2\beta_1\} \\ & \text{tal que: } A_1x_1 \geq b_1 \\ & \langle \pi_1, (b_{21} - E_1x_1) \rangle - \lambda \leq 0 \\ & \langle \pi_2, (b_{22} - E_1x_1) \rangle - \omega \leq 0 \end{aligned}$$

Voltar ao passo 1.

Atingido o número de iterações parar.

No algoritmo estocástico, assim como no determinístico, tem-se uma atualização iterativa do problema mestre com base nas restrições de atualização, por exemplo, para a segunda iteração tem-se como problema mestre:

$$\begin{aligned} & \min\{\langle c_1, x_1 \rangle + p_1\alpha_2 + p_2\beta_2\} \\ & \text{tal que: } A_1x_1 \geq b_1 \\ & \langle \pi_1, (b_{21} - E_1x_1) \rangle - \lambda \leq 0 \\ & \langle \pi_2, (b_{22} - E_1x_1) \rangle - \omega \leq 0 \\ & \langle \pi_1, (b_{21} - E_1x_1) \rangle - \lambda_1 \leq 0 \\ & \langle \pi_2, (b_{22} - E_1x_1) \rangle - \omega_1 \leq 0, \end{aligned}$$

com os subproblemas escravos dados por,

$$\begin{aligned} \lambda_2 &= \max\langle \pi_1, (b_{21} - E_1x_1) \rangle \\ & \text{tal que: } \pi_1A_2 \leq c_2 \\ \omega_2 &= \max\langle \pi_2, (b_{22} - E_1x_1) \rangle \\ & \text{tal que: } \pi_2A_2 \leq c_2. \end{aligned}$$

5.4 Considerações finais

Neste capítulo foi abordada a estrutura do algoritmo de programação determinística e estocástica com PDDD e PDDE onde foram abordados a construção do problema mestre e dos problemas escravos, como é feita a atualização das restrições, e por fim o método iterativo pelo qual os algoritmos PDDD e PDDE encontram o planejamento ótimo para o despacho hidrotérmico. No próximo capítulo serão abordados os resultados numéricos da técnica de PDDE aplicada em um sistema hidrotérmico-eólico para dois cenários de planejamento.

Capítulo 6

Resultados numéricos

6.1 Introdução

Neste capítulo serão apresentados testes do método proposto. A simulação foi implementada para um sistema hidrotérmico de duas usinas hidrelétricas em cascata com duas termelétricas associadas e considerando-se dois cenários com probabilidade p e $1 - p$, respectivamente, com uma turbina eólica complementar.

6.2 Modelagem numérica

A seguir são apresentados os parâmetros utilizados para a modelagem hidrotérmica-eólica e os testes mais relevantes.

6.2.1 Curva de carga

No modelo foi utilizada a curva de carga (ver Figura 6.1) para a modelagem da demanda formulada em [7], dada por,

$$\rho_1 \cdot VTH1_1 + \rho_2 \cdot VTH2_1 + G1_1 + G2_1 \geq D_1. \quad (6.1)$$

Neste trabalho, a desigualdade anterior foi substituída por,

$$\rho_1 \cdot VTH1_1 + \rho_2 \cdot VTH2_1 + G1_1 + G2_1 \geq CV, \quad (6.2)$$

em que:

- CV é a curva de carga diária para período de estudo.

Para os resultados numéricos do modelo de planejamento em dois estágios foi considerado o planejamento diário dado em horas (h), tomando-se como referência 00:00h do primeiro dia do mês de estudo com geração dada em Megawatt-hora

(MWh). Os dados para a construção da curva de carga estão disponíveis no Operador Nacional do Sistema - ONS. Para efeito de estudo foi escolhido o subsistema Nordeste [25]. Nas simulações foi adotado o ρ_1 fixo com variação de ρ_2 , pois, foi necessário fixar um dos parâmetros para diminuir a quantidade de simulações analisadas. Na Figura 6.1 é dada a curva de carga de 01 de janeiro de 2020.

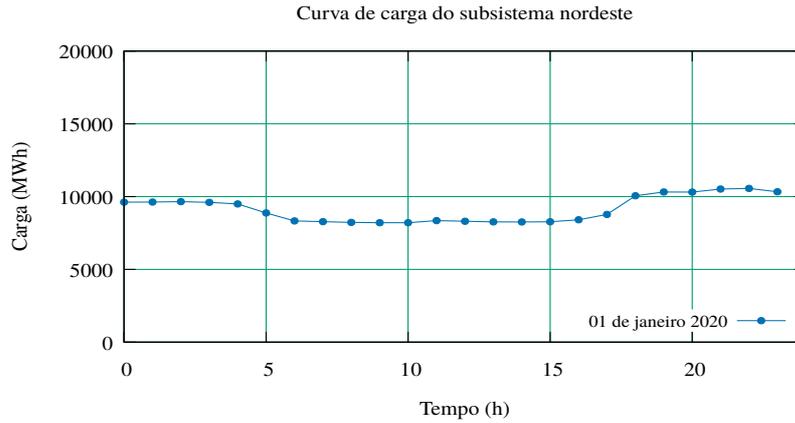


Figura 6.1: Curva de carga diária, 01 de janeiro de 2020.

6.2.2 Modelagem eólica

Para simular o comportamento aleatório do vento foi utilizado o movimento Browniano. Considerando-se uma simulação diária, adotou-se os seguintes parâmetros: velocidade inicial para iniciar a geração ($v_i = 6,0 \text{ m/s}$), velocidade máxima ($v_{máx} = 25 \text{ m/s}$), velocidade nominal ($v_{nom} = 15 \text{ m/s}$) [2]. Na Figura 6.2 é ilustrada a curva do vento que foi utilizada no modelo.

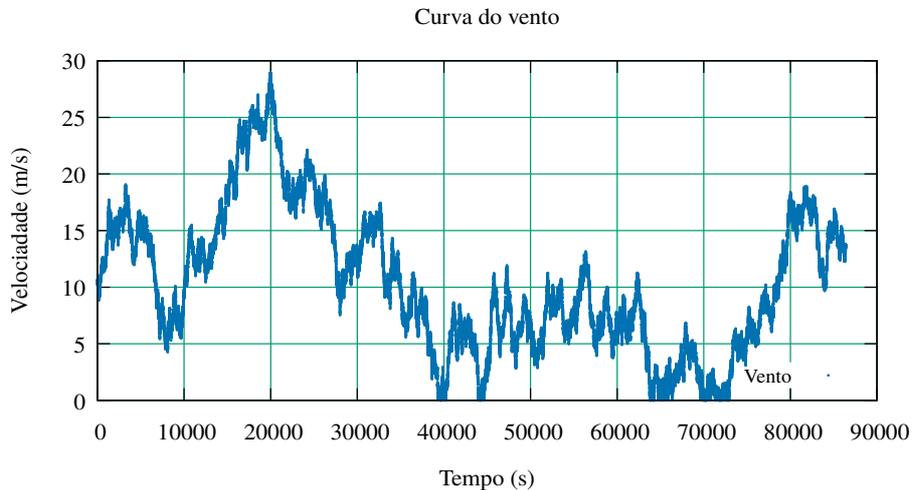


Figura 6.2: Curva do vento.

Com base na curva de vento na Figura 6.2 e utilizando (4.6) foi gerada a curva da potência para o gerador eólico na Figura 6.3.

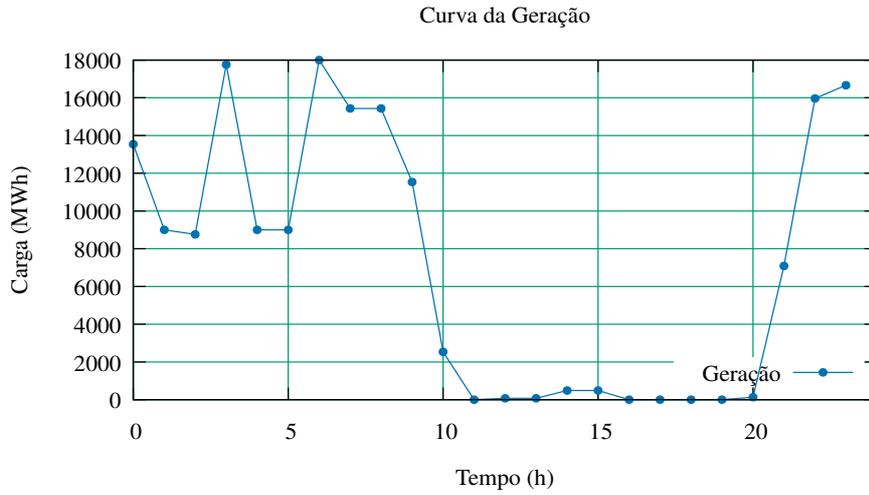


Figura 6.3: Curva da geração.

Com os dados necessários obtidos da curva de carga na Figura 6.1 e da curva de geração na Figura 6.3 foram construídas as simulações do modelo. Primeiramente será abordada a análise para o caso hidrotérmico e posteriormente para o caso hidrotérmico-eólico.

6.2.3 Análise para o caso hidrotérmico

A seguir são apresentados os gráficos mais relevantes para análise.

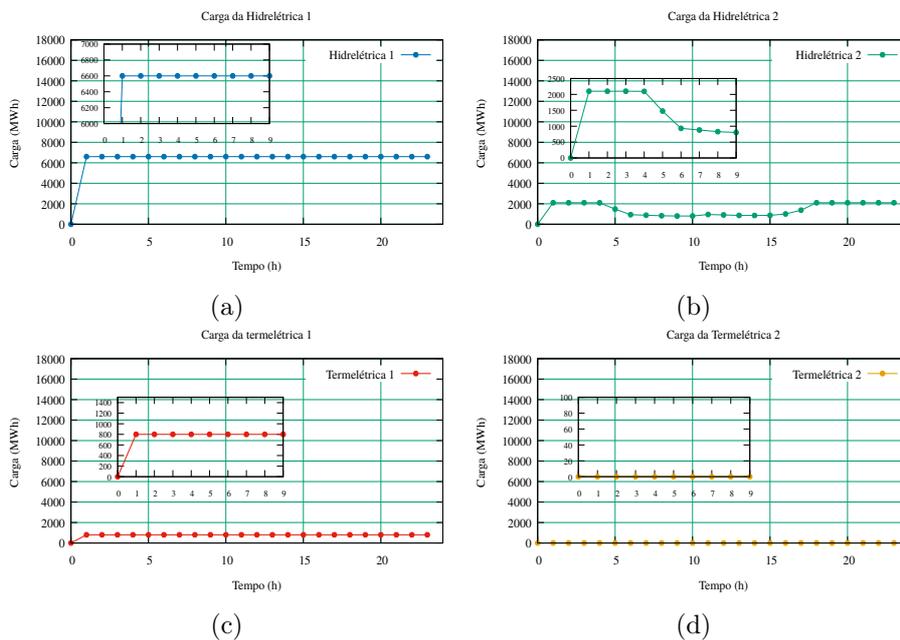


Figura 6.4: Simulação da geração com $p = 0, 1$ e $\rho_2 = 0, 1$.

Nas Figuras 6.4(a) - 6.4(d) são observadas as gerações da hidrelétrica 1, hidrelétrica 2, termelétrica 1 e termelétrica 2 para o cenário de planejamento ($p = 0, 1$) onde o índice de produtibilidade da hidrelétrica 2 é $\rho_2 = 0, 1$. Na Figura 6.4(a) é dada a geração da hidrelétrica 1 em relação ao tempo. Nota-se que analisando o instante $t \in [0 : 9]$ houve ativação da hidrelétrica 1 quando $t = 1$, sendo que a sua geração mantém-se constante para o período de estudo, ou seja, para $t \in [0 : 23]$ como ilustra a Figura 6.4(a). Na Figura 6.4(b) é dada a geração da hidrelétrica 2, para $t \in [0 : 9]$ percebe-se que a hidrelétrica 2 é ativada simultaneamente com a hidrelétrica 1 ($t = 1$). Além disso, sua geração sofre uma oscilação no intervalo de tempo $t \in [0 : 23]$. Na Figura 6.4(c) é dada a geração da termelétrica 1 ativada no instante $t = 1$, na sua geração não é observada nenhuma oscilação, permanecendo constante durante o período de estudo. Nesta simulação é dada prioridade à geração da hidrelétrica 1 em comparação às outras gerações. Em ordem de maior geração obtêm-se $GH_1(t) \geq GH_2(t) \geq GT_1(t) \geq GT_2(t)$ onde:

- $GH_1(t)$ e $GH_2(t)$ são as gerações das hidrelétricas no instante de tempo t ;
- $GT_1(t)$ e $G_2(t)$ são as gerações das termelétricas no instante de tempo t .

Observando-se que a termelétrica 2 não é ativada, como ilustra a Figura 6.4(d). A seguir é realizada a análise do custo da energia, ilustrada na Figura 6.5.

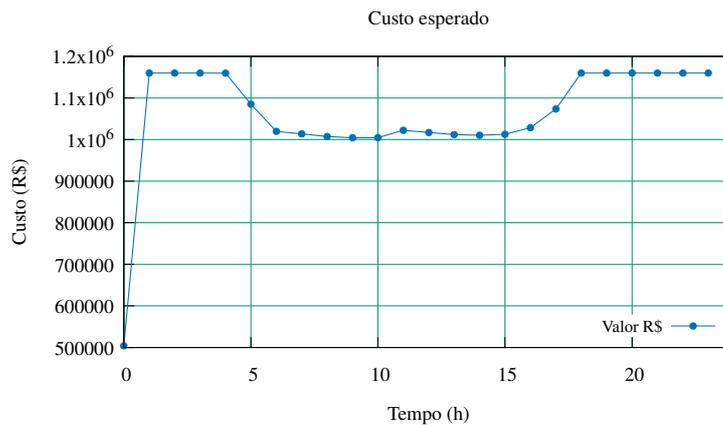


Figura 6.5: Simulação do custo com $p = 0, 1$ e $\rho_2 = 0, 1$.

O fator observado de relevância nessa simulação foi a variação da geração da hidrelétrica 2 e a influência dessa variação no custo esperado. Por essa variação ter ocorrido somente na hidrelétrica 2, a princípio foi considerado como uma consequência da diminuição da demanda nesse período.

A seguir será analisado o mesmo cenário de planejamento, mas, com uma alteração do índice de produtibilidade da hidrelétrica 2 ($\rho_2 = 0, 5$) no intuito de observar qual será o comportamento do sistema hidrotérmico simulado em relação

ao custo esperado e quais as possíveis mudanças nas gerações das hidrelétricas e termelétricas associadas. A simulação das gerações das hidrelétricas e termelétricas estão ilustradas nas Figuras 6.6(a) - 6.6(d) a seguir.

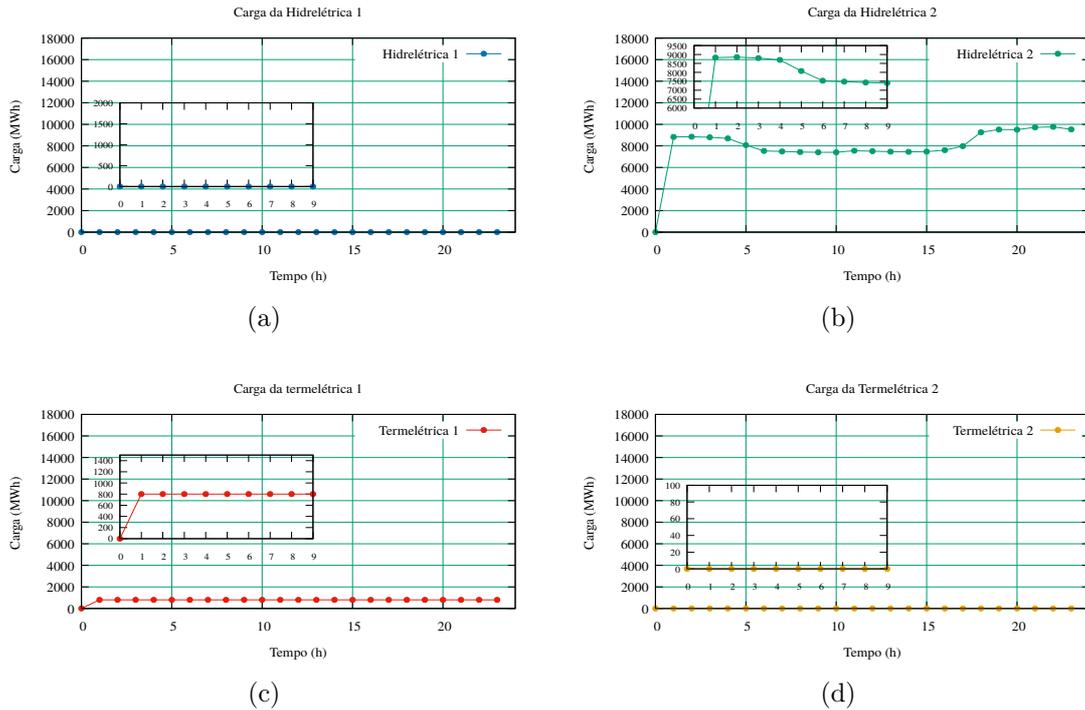


Figura 6.6: Simulação da geração com $p = 0, 1$ e $\rho_2 = 0, 5$.

Nas Figuras 6.6(a) - 6.6(d) observa-se a não ativação da hidrelétrica 1 e da termelétrica 2 no período do estudo ($t \in [0 : 23]$). Tal mudança tem como significado que o aumento do índice de produtividade da hidrelétrica 2 (ρ_2) ocasionou uma mudança na prioridade na geração da hidrelétrica 1 para a hidrelétrica 2, sendo que a termelétrica 1 permanece com sua geração constante durante o mesmo período.

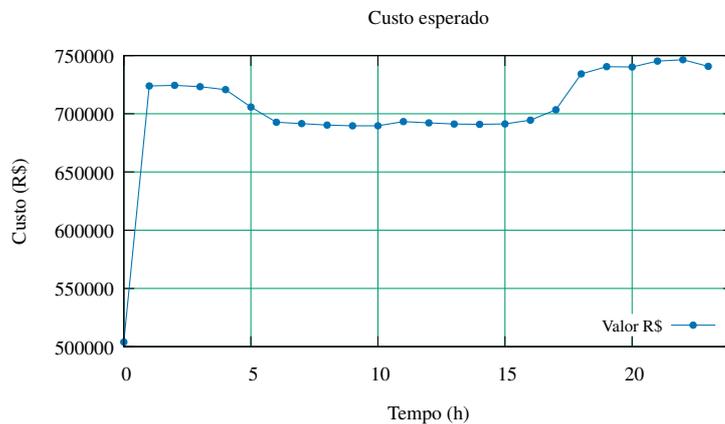


Figura 6.7: Simulação do custo com $p = 0, 1$ e $\rho_2 = 0, 5$.

Na Figura 6.7 é dada a curva do custo para a simulação anterior. Observa-se que comparando-se com a curva de custo ilustrada na Figura 6.5, ocorreu uma diminuição uniforme do custo esperado, observando-se que a demanda para o instante t é igual para ambas as simulações. Nota-se também que a curva de custo tende a seguir o mesmo padrão da hidrelétrica 2. O padrão da geração constante da termelétrica 1 também foi observado nessa simulação. Por fim, foi observado que na análise do modelo hidrotérmico o aumento do índice de produtibilidade da hidrelétrica 2 (ρ_2) teve como principal consequência a desativação da hidrelétrica 1 e a diminuição do custo. Na Figura 6.8 e a seguir é apresentado o resumo da relação entre o custo, o índice de produtibilidade e a probabilidade dos cenários onde foi utilizada a média do custo esperado para facilitar a visualização.

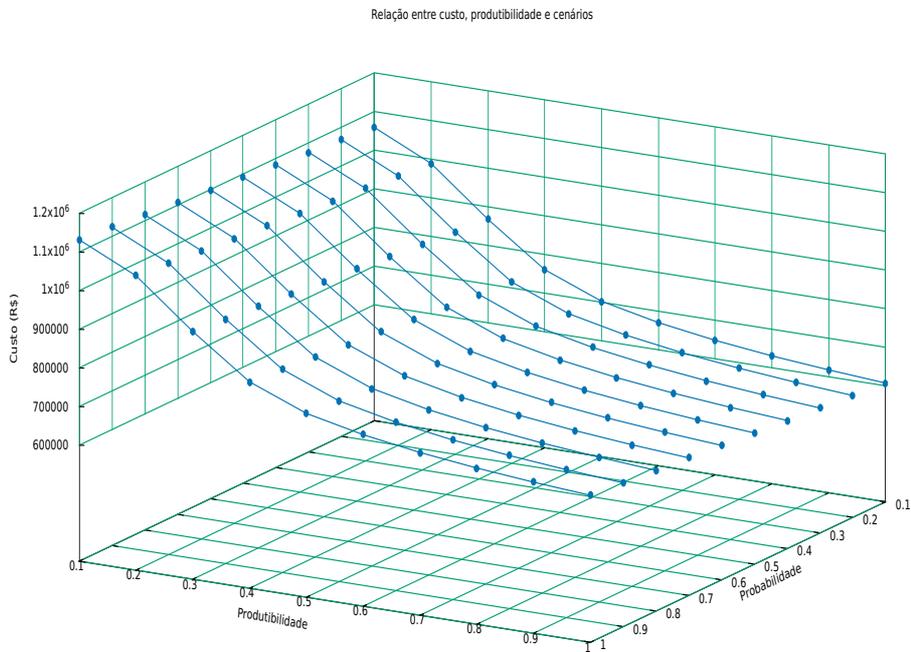


Figura 6.8: Relação entre custo, produtibilidade e cenários para caso hidrotérmico.

De maneira geral para o caso hidrotérmico o aumento da produtibilidade trouxe como consequência uma diminuição uniforme do custo em cada cenário de planejamento. E o aumento da probabilidade associada aos cenários teve como consequência o aumento de custo em todos os pontos da curva de custo não dependendo do índice de produtibilidade associado. Na seção a seguir é apresentada a análise para o caso hidrotérmico-eólico.

6.2.4 Análise para o caso hidrotérmico-eólico

A seguir são apresentados os gráficos mais relevantes para análise.

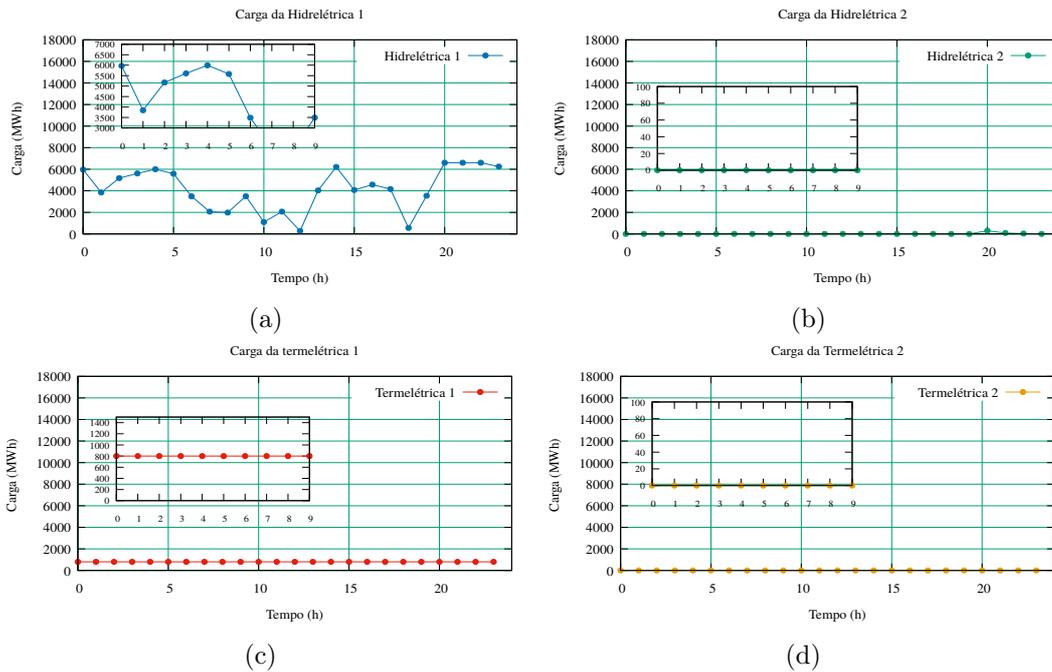


Figura 6.9: Simulação da geração com $p = 0, 1$ e $\rho_2 = 0, 1$.

Nos gráficos nas Figuras 6.9(a) - 6.9(d) são apresentadas as gerações com a introdução da geração eólica por meio de abatimento de carga. Pela análise dos gráficos nota-se que a a hidrelétrica 1 não possui uma geração constante como ocorreu para caso hidrotérmico no mesmo cenário, além disso, a hidrelétrica 2 e termelétrica 2 permanecem desativadas em todo o período de estudo. No caso da termelétrica 1 observa-se que permanece ativa durante todo período de tempo e com uma geração constante, sendo que a sua geração mantém-se menor que a geração da hidrelétrica 1. Pela introdução da geração eólica nessa simulação observa-se como consequências mais relevantes a desativação da hidrelétrica 2. A seguir é apresentada a análise do custo para essa simulação discutida (ver Figura 6.10).

Nota-se que comparando-se com a curva de custo ilustrada na Figura 6.5, a adição da geração eólica na simulação ocasionou uma diminuição do custo esperado no intervalo $t \in [0 : 20]$, observando que a demanda para o instante t é igual para ambas as simulações. Foi observado que o custo sofre oscilações no instante de tempo t , isto é, não há um custo constante em nenhum intervalo de tempo, além disso, nota-se que pela desativação da hidrelétrica 2 em todo intervalo $t \in [0 : 23]$ e pela geração constante da termelétrica 1 no mesmo período tempo tem-se como consequência que a curva de custo tende a seguir o mesmo comportamento da curva da geração da hidrelétrica 1 que está ilustrada na Figura 6.9(a). Nas Figuras 6.11(a) - 6.11(d) são apresentadas as curvas para a simulação com o índice de produtividade $\rho_2 = 0, 5$.



Figura 6.10: Simulação do custo com $p = 0,1$ e $\rho_2 = 0,1$.

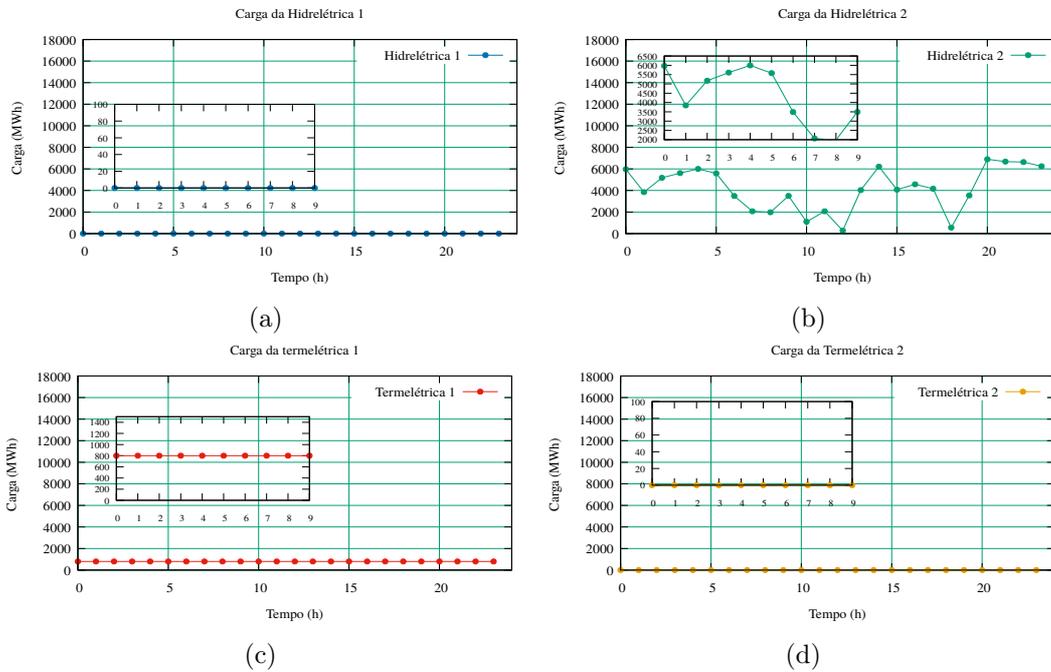


Figura 6.11: Simulação da geração com $p = 0,1$ e $\rho_2 = 0,5$.

O aumento do índice de produtividade ($\rho_2 = 0,5$) da hidrelétrica 2 ocasionou a desativação da hidrelétrica 1 e o comportamento das termelétricas é análogo à simulação ilustrada na Figura 6.9(c). Com a introdução da geração eólica na simulação por abatimento de carga é esperada uma diminuição em alguns dos componentes do sistema, neste caso, a diminuição da geração é observada na geração da hidrelétrica 2, comparando-se com a geração da Figura 6.6(b). O aumento do índice de produtividade (ρ_2) acarretou em uma mudança na prioridade da geração de hidrelétrica 1 para hidrelétrica 2. Essa alteração também é observada no caso hidrotérmico na Figura 6.6(a). A seguir é apresentada a análise do custo esperado.

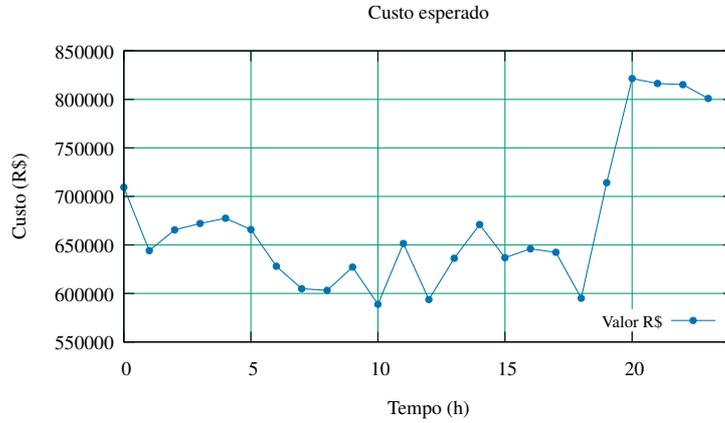


Figura 6.12: Simulação do custo com $p = 0,1$ e $\rho_2 = 0,5$.

Nota-se que a adição da geração eólica e o aumento do nível de produtividade da hidrelétrica 2 ocasionou uma diminuição do custo em comparação com a simulação de custo para o caso hidrotérmico dada na Figura 6.10. O custo é mantido no intervalo $[0 : 720000]$, mas observa-se que no intervalo de tempo $t \in [20 : 23]$ há um aumento no valor do custo. Esse aumento é observado nas simulações de custo anteriores tanto para o caso hidrotérmico como para o caso hidrotérmico-eólico, independente do índice de produtividade adotado, dessa forma, o único fator que está sendo responsável pelo aumento é a demanda no instante $t \in [20 : 23]$. Na Figura é apresentada o resumo da relação entre produtividade, probabilidade e custo.

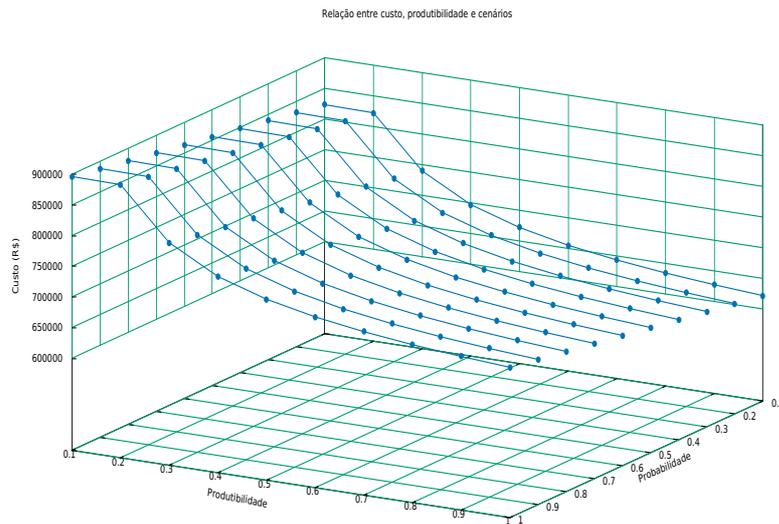


Figura 6.13: Relação entre custo, produtividade e cenários para caso hidrotérmico-eólico.

De maneira geral também foi observado que para o caso hidrotérmico-eólico o aumento da produtividade trouxe como consequência uma diminuição uniforme do

custo em cada cenário de planejamento. E o aumento da probabilidade associada aos cenários teve como consequência o aumento de custo em todos os pontos da curva de custo não dependo o índice de produtividade associado. Os arquivos do sistema hidrotérmico-eólico e as simulações feitas estão disponíveis em [30]. A seguir são dadas as considerações do capítulo.

6.3 Considerações finais

Neste capítulo foram abordados os resultados numéricos e feita a análise do modelo de despacho hidrotérmico e hidrotérmico-eólico para curva de carga de 01 de janeiro de 2020. Pelas simulações feitas foram observadas mudanças nas configurações de planejamento para o caso hidrotérmico e o caso hidrotérmico-eólico pela variação da produtividade e probabilidade dos cenários. Para a análise do modelo foram utilizadas 1000 simulações com variação de probabilidade e produtividade como as configurações apresentadas não foram modificadas optou-se por abordar apenas as principais simulações.

Capítulo 7

Conclusões e trabalhos futuros

7.1 Conclusões

Nesse trabalho foi utilizada a técnica de Programação Dinâmica Dual Estocástica para a formulação do modelo híbrido para despacho de energia elétrica do tipo hidrotérmico-eólico, sendo a geração eólica uma complementação para geração hidrotérmica. Na modelagem hidrotérmica a técnica de PDDE é a mais utilizada segundo a literatura para a modelagem dos componentes de incertezas relacionadas ao planejamento de despacho hidrotérmico. Na modelagem da geração eólica utilizou-se o movimento Browniano. Por meio de testes verificou-se que o movimento Browniano representou de maneira adequada a intermitência do vento em comparação a amostra curva de vento M. A vantagem da utilização do processo de Wiener é que esta técnica permite utilizar a média e o desvio padrão de uma amostra real. Como consequência na sua formulação a curva criada a partir da amostragem tende a ter um aspecto realístico.

No presente trabalho estudou-se o comportamento do modelo com variações de demanda por meio de uma curva de carga de 01 de janeiro de 2020, que será denominada de CARGA012020 e variações do índice de produtibilidade da hidrelétrica 2 (ρ_2) para uma certa quantidade de cenários de planejamento, como o objetivo de verificar quais as consequências que essas mudanças ocasionaram na geração e no custo esperado do modelo hidrotérmico-eólico. Para comparação utilizou-se primeiramente a análise do caso hidrotérmico e posteriormente o caso hidrotérmico-eólico.

No modelo hidrotérmico verificou-se que utilizando-se CARGA012020 com o índice de produtibilidade ($\rho_2 = 0, 1$) no modelo de otimização foi dada prioridade a geração da hidrelétrica 1, sendo a geração da hidrelétrica 1 maior que as gerações da hidrelétrica 2 e das termelétricas. Com o aumento do índice de produtibilidade para $\rho_2 = 0, 5$ foi observado uma mudança na ordem de geração, dando-se prioridade a geração da hidrelétrica 2 e desativando-se a geração da hidrelétrica 1. Em relação

ao aspecto do custo esperado o aumento do índice de produtividade teve como consequência a diminuição do custo.

A utilização da geração eólica no modelo ocasionou aspectos positivos tais como: maior diversidade da geração do sistema e diminuição do custo esperado. De fato, comparando-se o modelo hidrotérmico com o modelo hidrotérmico-eólico, nota-se que o segundo teve melhores condições de adaptação, uma vez que para o mesmo cenário com mesmo índice de produtividade percebe-se uma menor utilização da hidrelétrica 1 e uma menor geração das hidrelétricas no geral, dessa forma, diminuindo a dependência da geração hidrelétrica do modelo. Em relação ao custo esperado, como foi assumido que a geração eólica é a geração mais barata, em consequência a sua utilização no modelo hidrotérmico-eólico ocasionou uma diminuição do custo em todas as simulações em comparação com o modelo hidrotérmico e tendo melhores resultados com índice de produtividade maior.

Por fim, nessa dissertação foi construído um modelo hidrotérmico-eólico com a finalidade de estudar as implicações do despacho de energia com diferentes gerações (hidrelétrica, termelétrica e eólica) de forma complementar. Na análise das simulações foram verificadas que aumento do índice de produtividade acarretou uma diminuição uniforme do custo independente do cenário de planejamento. E o aumento do probabilidade do cenário acarretou em aumento do custo independente do índice de produtividade associado admitindo-se que as configurações dos cenários não foram favoráveis para o planejamento. A consulta das simulações e arquivos do modelo hidrotérmico-eólico estão disponíveis em [30].

7.2 Trabalhos futuros

Se sugerem as seguintes pesquisas futuras:

- Aumento do número de cenários para análise do comportamento do modelo;
- Estudo de possíveis problemas de convergência relacionados ao aumento de cenários;
- Estudo de métodos eficientes para escolher de cenários;
- A introdução na modelagem hidrotérmica da distância entre a disponibilidade do volume de água até a sua utilização para a geração de energia elétrica.

Apêndice A

Tabelas das simulações

A.0.1 Dados do caso hidrotérmico

| Horas (h) | Carga (MWh) |
|-----------|----------------|
| 0 | 9617,975 |
| 1 | 9628,517 |
| 2 | 9652,756 |
| 3 | 9600,859 |
| 4 | 9496,766 |
| 5 | 8875,656 |
| 6 | 8331,65599999 |
| 7 | 8280,96899999 |
| 8 | 8227,92399999 |
| 9 | 8203,37799999 |
| 10 | 8203,91499999 |
| 11 | 8351,319 |
| 12 | 8307,78999999 |
| 13 | 8264,712 |
| 14 | 8253,226 |
| 15 | 8271,73 |
| 16 | 8405,14 |
| 17 | 8777,40499999 |
| 18 | 10059,241 |
| 19 | 10317,968 |
| 20 | 10307,492 |
| 21 | 10518,92199999 |
| 22 | 10565,126 |
| 23 | 10328,824 |

Tabela A.1: Curva de carga de 01 de Janeiro de 2020.

| Carga (MWh) | | | | |
|-------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| Horas (h) | Hidrelétrica H1 | Hidrelétrica H2 | Termelétrica T1 | Termelétrica T2 |
| 0 | 0,000000 | 0,000000 | 0,000000 | 0,000000 |
| 1 | 6600,000000 | 2100,000000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 2 | 6600,000000 | 2100,000000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 3 | 6600,000000 | 2100,000000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 4 | 6600,000000 | 2096,766000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 5 | 6600,000000 | 1475,656000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 6 | 6600,000000 | 931,656000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 7 | 6600,000000 | 880,969000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 8 | 6600,000000 | 827,924000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 9 | 6600,000000 | 803,378000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 10 | 6600,000000 | 803,915000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 11 | 6600,000000 | 951,319000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 12 | 6600,000000 | 907,790000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 13 | 6600,000000 | 864,712000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 14 | 6600,000000 | 853,226000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 15 | 6600,000000 | 871,730000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 16 | 6600,000000 | 1005,140000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 17 | 6600,000000 | 1377,405000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 18 | 6600,000000 | 2100,000000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 19 | 6600,000000 | 2100,000000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 20 | 6600,000000 | 2100,000000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 21 | 6600,000000 | 2100,000000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 22 | 6600,000000 | 2100,000000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 23 | 6600,000000 | 2100,000000 | 800,000000 | 0,000000 |

Tabela A.2: Simulação da geração com $p = 0, 1$ e $\rho_2 = 0, 1$.

| Horas (h) | Custo esperado (R\$) |
|-----------|----------------------|
| 0 | 504002,298000 |
| 1 | 1160002,298000 |
| 2 | 1160002,298000 |
| 3 | 1160002,298000 |
| 4 | 1159614,218000 |
| 5 | 1085081,018000 |
| 6 | 1019801,017999 |
| 7 | 1013718,577999 |
| 8 | 1007353,177999 |
| 9 | 1004407,657999 |
| 10 | 1004472,097999 |
| 11 | 1022160,578000 |
| 12 | 1016937,097999 |
| 13 | 1011767,738000 |
| 14 | 1010389,418000 |
| 15 | 1012609,898000 |
| 16 | 1028619,098000 |
| 17 | 1073290,897999 |
| 18 | 1160002,298000 |
| 19 | 1160002,298000 |
| 20 | 1160002,298000 |
| 21 | 1160002,298000 |
| 22 | 1160002,298000 |
| 23 | 1160002,298000 |

Tabela A.3: Simulação do custo esperado com $p = 0,1$ e $\rho_2 = 0,1$.

| Carga (MWh) | | | | |
|-------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| Horas (h) | Hidrelétrica H1 | Hidrelétrica H2 | Termelétrica T1 | Termelétrica T2 |
| 0 | 0,000000 | 0,000000 | 0,000000 | 0,000000 |
| 1 | 0,000000 | 8828,517000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 2 | 0,000000 | 8852,756000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 3 | 0,000000 | 8800,859000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 4 | 0,000000 | 8696,766000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 5 | 0,000000 | 8075,656000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 6 | 0,000000 | 7531,656000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 7 | 0,000000 | 7480,969000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 8 | 0,000000 | 7427,924000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 9 | 0,000000 | 7403,378000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 10 | 0,000000 | 7403,915000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 11 | 0,000000 | 7551,319000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 12 | 0,000000 | 7507,790000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 13 | 0,000000 | 7464,712000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 14 | 0,000000 | 7453,226000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 15 | 0,000000 | 7471,730000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 16 | 0,000000 | 7605,140000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 17 | 0,000000 | 7977,405000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 18 | 0,000000 | 9259,241000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 19 | 0,000000 | 9517,968000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 20 | 0,000000 | 9507,492000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 21 | 0,000000 | 9718,922000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 22 | 0,000000 | 9765,126000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 23 | 0,000000 | 9528,824000 | 800,000000 | 0,000000 |

Tabela A.4: Simulação da geração com $p = 0,1$ e $\rho_2 = 0,5$.

| Horas (h) | Custo esperado (R\$) |
|-----------|----------------------|
| 0 | 504002,298000 |
| 1 | 723886,706000 |
| 2 | 724468,442000 |
| 3 | 723222,914000 |
| 4 | 720724,682000 |
| 5 | 705818,042000 |
| 6 | 692762,042000 |
| 7 | 691545,554000 |
| 8 | 690272,474000 |
| 9 | 689683,370000 |
| 10 | 689696,258000 |
| 11 | 693233,954000 |
| 12 | 692189,258000 |
| 13 | 691155,386000 |
| 14 | 690879,722000 |
| 15 | 691323,818000 |
| 16 | 694525,658000 |
| 17 | 703460,018000 |
| 18 | 734224,082000 |
| 19 | 740433,530000 |
| 20 | 740182,106000 |
| 21 | 745256,426000 |
| 22 | 746365,322000 |
| 23 | 740694,074000 |

Tabela A.5: Simulação do custo esperado com $p = 0,1$ e $\rho_2 = 0,5$.

A.0.2 Dados do caso hidrotérmico-eólico

| Horas (h) | Geração (MWh) |
|-----------|------------------|
| 0 | 13537,41 |
| 1 | 9000 |
| 2 | 8760,53123157655 |
| 3 | 17760,5312315766 |
| 4 | 9000 |
| 5 | 9000 |
| 6 | 18000 |
| 7 | 15430,8909546723 |
| 8 | 15430,8909546723 |
| 9 | 11537,9778254963 |
| 10 | 2537,97782549629 |
| 11 | 0 |
| 12 | 68,8758410316606 |
| 13 | 68,8758410316606 |
| 14 | 487,889203520277 |
| 15 | 487,889203520277 |
| 16 | 0 |
| 17 | 0 |
| 18 | 0 |
| 19 | 0 |
| 20 | 128,158097780178 |
| 21 | 7090,388215735 |
| 22 | 15962,2301179548 |
| 23 | 16662,4783317116 |

Tabela A.6: Curva da geração eólica.

| Carga (MWh) | | | | |
|-------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| Horas (h) | Hidrelétrica H1 | Hidrelétrica H2 | Termelétrica T1 | Termelétrica T2 |
| 0 | 5968,138385 | 0,000000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 1 | 3846,548404 | 0,000000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 2 | 5171,995829 | 0,000000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 3 | 5608,140097 | 0,000000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 4 | 5995,195100 | 0,000000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 5 | 5579,737473 | 0,000000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 6 | 3488,107098 | 0,000000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 7 | 2068,561769 | 0,000000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 8 | 1980,882268 | 0,000000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 9 | 3492,895733 | 0,000000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 10 | 1096,201540 | 0,000000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 11 | 2071,457643 | 0,000000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 12 | 279,583457 | 0,000000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 13 | 4033,604601 | 0,000000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 14 | 6213,086672 | 0,000000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 15 | 4071,347825 | 0,000000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 16 | 4568,626203 | 0,000000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 17 | 4163,792337 | 0,000000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 18 | 560,482064 | 0,000000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 19 | 3538,749064 | 0,000000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 20 | 6600,000000 | 292,508000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 21 | 6600,000000 | 81,078000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 22 | 6600,000000 | 34,874000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 23 | 6246,224532 | 0,000000 | 800,000000 | 0,000000 |

Tabela A.7: Simulação da geração com $p = 0,1$ e $\rho_2 = 0,1$.

| Horas (h) | Custo esperado (R\$) |
|-----------|----------------------|
| 0 | 504002,298000 |
| 1 | 1160002,298000 |
| 2 | 1160002,298000 |
| 3 | 1160002,298000 |
| 4 | 1159614,218000 |
| 5 | 1085081,018000 |
| 6 | 1019801,017999 |
| 7 | 1013718,577999 |
| 8 | 1007353,177999 |
| 9 | 1004407,657999 |
| 10 | 1004472,097999 |
| 11 | 1022160,578000 |
| 12 | 1016937,097999 |
| 13 | 1011767,738000 |
| 14 | 1010389,418000 |
| 15 | 1012609,898000 |
| 16 | 1028619,098000 |
| 17 | 1073290,897999 |
| 18 | 1160002,298000 |
| 19 | 1160002,298000 |
| 20 | 1160002,298000 |
| 21 | 1160002,298000 |
| 22 | 1160002,298000 |
| 23 | 1160002,298000 |

Tabela A.8: Simulação do custo esperado com $p = 0,1$ e $\rho_2 = 0,1$.

| Carga (MWh) | | | | |
|-------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| Horas (h) | Hidrelétrica H1 | Hidrelétrica H2 | Termelétrica T1 | Termelétrica T2 |
| 0 | 0,000000 | 5968,138385 | 800,000000 | 0,000000 |
| 1 | 0,000000 | 3846,548404 | 800,000000 | 0,000000 |
| 2 | 0,000000 | 5171,995829 | 800,000000 | 0,000000 |
| 3 | 0,000000 | 5608,140097 | 800,000000 | 0,000000 |
| 4 | 0,000000 | 5995,195100 | 800,000000 | 0,000000 |
| 5 | 0,000000 | 5579,737473 | 800,000000 | 0,000000 |
| 6 | 0,000000 | 3488,107098 | 800,000000 | 0,000000 |
| 7 | 0,000000 | 2068,561769 | 800,000000 | 0,000000 |
| 8 | 0,000000 | 1980,882268 | 800,000000 | 0,000000 |
| 9 | 0,000000 | 3492,895733 | 800,000000 | 0,000000 |
| 10 | 0,000000 | 1096,201540 | 800,000000 | 0,000000 |
| 11 | 0,000000 | 2071,457643 | 800,000000 | 0,000000 |
| 12 | 0,000000 | 279,583457 | 800,000000 | 0,000000 |
| 13 | 0,000000 | 4033,604601 | 800,000000 | 0,000000 |
| 14 | 0,000000 | 6213,086672 | 800,000000 | 0,000000 |
| 15 | 0,000000 | 4071,347825 | 800,000000 | 0,000000 |
| 16 | 0,000000 | 4568,626203 | 800,000000 | 0,000000 |
| 17 | 0,000000 | 4163,792337 | 800,000000 | 0,000000 |
| 18 | 0,000000 | 560,482064 | 800,000000 | 0,000000 |
| 19 | 0,000000 | 3538,749064 | 800,000000 | 0,000000 |
| 20 | 0,000000 | 6892,508000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 21 | 0,000000 | 6681,078000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 22 | 0,000000 | 6634,874000 | 800,000000 | 0,000000 |
| 23 | 0,000000 | 6246,224532 | 800,000000 | 0,000000 |

Tabela A.9: Simulação da geração com $p = 0,1$ e $\rho_2 = 0,5$.

| Horas (h) | Custo esperado (R\$) |
|-----------|----------------------|
| 0 | 504002,298000 |
| 1 | 723886,706000 |
| 2 | 724468,442000 |
| 3 | 723222,914000 |
| 4 | 720724,682000 |
| 5 | 705818,042000 |
| 6 | 692762,042000 |
| 7 | 691545,554000 |
| 8 | 690272,474000 |
| 9 | 689683,370000 |
| 10 | 689696,258000 |
| 11 | 693233,954000 |
| 12 | 692189,258000 |
| 13 | 691155,386000 |
| 14 | 690879,722000 |
| 15 | 691323,818000 |
| 16 | 694525,658000 |
| 17 | 703460,018000 |
| 18 | 734224,082000 |
| 19 | 740433,530000 |
| 20 | 740182,106000 |
| 21 | 745256,426000 |
| 22 | 746365,322000 |
| 23 | 740694,074000 |

Tabela A.10: Simulação do custo esperado com $p = 0,1$ e $\rho_2 = 0,5$.

Referências Bibliográficas

- [1] AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA, 2008, *Atlas de Energia Elétrica*, 3 ed. Brasília.
- [2] BARROS, C. M. V., 2015, *Estratégia de Controle para Melhoramento do Comportamento Dinâmico de Turbinas Eólicas Baseadas em PMSC ligadas à Rede Elétrica*. tese de d.sc., UFCG, Campina Grande, pb, brasil.
- [3] BENDERS, J. F., 1962, “Partitioning procedures for solving mixed-variables programming problems.” *Numerische mathematik*, v. 4, pp. 238–252.
- [4] BOGUSLAVSKAYA, E., VOSTRIKOVA, L., 2020, “Revisiting integral functionals of geometric Brownian motion”, *Statistics Probability Letters*, v. 165, pp. 108834.
- [5] BOYD, S. P., 2009, *Convex Optimization*. New York, Cambridge University.
- [6] CELIK, A. N., 2003, “Energy output estimation for small-scale wind power generators using Weibull-representative wind data”, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v. 91, n. 5, pp. 693 – 707.
- [7] CENTRO DE PESQUISAS DE ENERGIA ELÉTRICA, 2001, *Modelo DE-COMP CEPEL: Manual de referência*.
- [8] CENTRO DE REFERÊNCIA PARA A ENERGIA SOLAR E EÓLICA SÉRGIO DE SALVO BRITO. “Energia Eólica Princípios e Tecnologias”. Disponível em: http://www.cresesb.cepel.br/download/tutorial/tutorial_eolica_2008_e-book.pdf. Acessado em: 17 de Julho, 2020.
- [9] CERISOLA, S., LATORRE, J., RAMOS, A., 2012, “Stochastic dual dynamic programming applied to nonconvex hydrothermal models.” *European Journal of Operational Research*, v. 218, pp. 687–697.
- [10] DE MATOS, V. L., PHILPOTT, A. B., FINARDI, E. C., 2015, “Improving the performance of Stochastic Dual Dynamic Programming”, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, v. 290, pp. 196 – 208. ISSN: 0377-0427.

- [11] DOBROW, R. P., 2016, *Introduction to stochastic processes with R*. Hoboken, New Jersey, John Wiley & Sons.
- [12] DUARTE, V. S., 2012, *teoria da decisão aplicada ao planejamento hidrotérmico brasileiro*. tese de d.sc., coppe/ufrj, Rio de janeiro, RJ, Brasil.
- [13] DUQUE, M. L. O., 2014, *Uma breve análise do movimento Browniano*. Tese de D.Sc., UFES, Vitória, ES, Brasil.
- [14] HETZER, J., YU, D., BHATTARAI, K., 2008, “An Economic Dispatch Model Incorporating Wind Power”, *IEEE Transactions on Energy Conversion*, v. 23, pp. 603–611.
- [15] HIGMAN, D. J., 2001, “An Algorithmic Introduction to Numerical Simulation of Stochastic Differential Equations”, *Statistics Probability Letters*, v. 43, pp. 525 – 546.
- [16] HOMEM-DE MELLO, T., DE MATOS, V. L., FINARDI, E. C., 2011, “Sampling strategies and stopping criteria for stochastic dual dynamic programming: a case study in long-term hydrothermal scheduling”, *Energy Systems*, v. 2, n. 1 (Mar), pp. 1–31.
- [17] IZMAILOV, A., SOLOV, M., 2014, *Otimização volume 1. Condições de Otimalidade, Elementos de Análise Convexa e de Dualidade*. 3 ed. Rio de janeiro, IMPA.
- [18] JAMES, B. R., 1981, *Probabilidade: um curso em nível intermediário*. 4 ed. Rio de janeiro, IMPA.
- [19] LI, H., WANG, J., LU, H., et al., 2018, “Research and application of a combined model based on variable weight for short term wind speed forecasting”, *Renewable Energy*, v. 116, pp. 669 – 684.
- [20] LOUKATOU, A., HOWELL, S., JOHNSON, P., et al., 2018, “Stochastic wind speed modelling for estimation of expected wind power output”, *Applied Energy*, v. 228, pp. 1328 – 1340.
- [21] MARTINEZ, L., SOARES, S., 2004, *Two-Point Correlations of Sound Pressure in the Far Field of a Jet: Experiment*. IEEE PES Power Systems Conference and Exposition.
- [22] MARTINS, A., BALBO, A., JONES, D., 2019, “A modelagem matemática de um problema de despacho térmico e eólico e sua influência na redução da emissão de CO_2 ”, *Revista Eletrônica Paulista de Matemática*, v. 14.

- [23] MELO, R. N., 2016, *Métodos de Otimização para Resolução do Problema do Despacho Hidrotérmico Considerando a Geração Eólica em Três Patamares de Carga*. Tese de D.Sc., UFPE, Recife, Brasil.
- [24] MISTURINI, R., 2010, *Movimento Browniano, Integral de Itô e Introdução às Equações Diferenciais Estocásticas*. tese de d.sc., UFCG, Porto Alegre, Brasil.
- [25] OPERADOR NACIONAL DO SISTEMA ELÉTRICO. “Curva de carga”. Disponível em: http://www.ons.org.br/Paginas/resultados-da-operacao/historico-da-operacao/curva_carga_horaria.aspx. Acessado em: 01 de Julho, 2020.
- [26] REBENNACK, S., 2016, “Partitioning procedures for solving mixed-variables programming problem. numerische mathematik”, *Mathematical Programming*, v. 156, pp. 343–389.
- [27] REN, K., JIHONG, Q., 2014, “A Multiobjective Interval Programming Model for Wind-Hydrothermal Power System Dispatching Using 2-Step Optimization Algorithm.” *The Scientific World Journal*.
- [28] ROSS, S. M., 1983, *Introduction to Stochastic dynamic programming*. New York, Academic Press.
- [29] ROSS, S. M., 1992, *Applied Probability Models with Optimization Applications*. New York, Dover Publications.
- [30] SANTOS, J. B. “Modelagem”. Disponível em: <https://github.com/Jeffreypir/Modelagem.git>. Acessado em: 24 de Fevereiro, 2021.
- [31] STRBAC, G., SHAKOOR, A., BLACK, M., et al., 2007, “Impact of wind generation on the operation and development of the UK electricity systems”, *Electric Power Systems Research*, v. 77, n. 9, pp. 1214 – 1227. ISSN: 0378-7796. Distributed Generation.
- [32] TOLMASQUIM, M., 2016, *Energia Termelétrica: Gás Natural, Biomassa, Carvão, Nuclear*. Rio de Janeiro, EPE.
- [33] VERDEJO, H., AWERKIN, A., SAAVEDRA, E., et al., 2016, “Stochastic modeling to represent wind power generation and demand in electric power system based on real data”, *Applied Energy*, v. 173, pp. 283 – 295.
- [34] VILLANUEVA, D., FEIJÓO, A., 2010, “Wind power distributions: A review of their applications”, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, v. 14, n. 5, pp. 1490 – 1495.

- [35] WANG, J., NIU, T., LU, H., et al., 2018, “An analysis-forecast system for uncertainty modeling of wind speed: A case study of large-scale wind farms”, *Applied Energy*, v. 211, pp. 492 – 512.