



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELOS DE DECISÃO E SAÚDE - DOUTORADO

Ana Cláudia Oliveira de Melo

MEDIDAS EPIDEMIOLÓGICAS DE FREQUÊNCIA E EFEITO *FUZZY*

JOÃO PESSOA-PB
2022

ANA CLÁUDIA OLIVEIRA DE MELO

MEDIDAS EPIDEMIOLÓGICAS DE FREQUÊNCIA E EFEITO *FUZZY*

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelos de Decisão e Saúde – Nível Doutorado, do Centro de Ciências Exatas e da Natureza da Universidade Federal da Paraíba, como requisito para obtenção do título de Doutora.

Linha de pesquisa: Modelos de Decisão

Orientadores:

Prof. Dr. Ronei Marcos de Moraes

Prof. Dr. Rodrigo Pinheiro de Toledo Vianna

JOÃO PESSOA-PB
2022

Catálogo na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

M528m Melo, Ana Cláudia Oliveira de.
Medidas epidemiológicas de frequência e efeito fuzzy
/ Ana Cláudia Oliveira de Melo. - João Pessoa, 2022.
68 f. : il.

Orientação: Ronei Marcos de Moraes, Rodrigo Pinheiro
de Toledo Vianna.
Tese (Doutorado) - UFPB/CCEN.

1. Medidas epidemiológicas. 2. Teoria dos conjuntos
fuzzy. 3. Teoria das probabilidades de eventos fuzzy.
4. Teoria de possibilidades. I. Moraes, Ronei Marcos
de. II. Vianna, Rodrigo Pinheiro de Toledo. III. Título.

UFPB/BC CDU 616-036.22(043)

ANA CLÁUDIA OLIVEIRA DE MELO

MEDIDAS EPIDEMIOLÓGICAS DE FREQUÊNCIA E EFEITO FUZZY

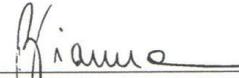
Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelos de Decisão e Saúde – Nível Doutorado, do Centro de Ciências Exatas e da Natureza da Universidade Federal da Paraíba, como requisito para obtenção do título de Doutora.

Aprovado em 14 de fevereiro de 2022.

BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Ronel Marcos de Moraes – UFPB
Orientador – DE/CCEN



Prof. Dr. Rodrigo Pinheiro de Toledo Vianna – UFPB
Orientador – DN/CCS

Profa. Dra. Rafaela Queiroga de Souto – UFPB
Membro Externo – DESC/CCS

Prof. Dr. José Carlos de Lacerda Leite – UFPB
Membro Interno PPGMDS – DE/CCEN

Prof. Dr. Benjamín René Callejas Bedregal – UFRN
Membro Externo – DIMAP/CCEN

Prof. Dr. Fernando Antonio Basile Colugnati – UFJF
Membro Externo – D. Internado/FM

“A menos que modifiquemos nossa maneira de pensar, não seremos capazes de resolver os problemas causados pela forma como nos acostumamos a ver o mundo”.

(Albert Einstein)

AGRADECIMENTOS

À consciência divina de luz, a energia criadora que tudo é, que nos concedeu o nosso maior poder “O livre arbítrio” para escolher a todo instante a trajetória da nossa realidade.

Aos meus pais João Batista (*in memoriam*) e Terezinha por terem se permitido me trazer a esta experiência terrena com amor, acreditando sempre no meu potencial possibilitando o provimento da minha educação.

Ao meu filho Gabriel por ter me escolhido como mãe e ser a alegria, o estímulo e o companheiro na minha busca para o aprimoramento, sob todos os aspectos, me ensinado sobre o amor incondicional.

Ao meu esposo Gustavo pelo companheirismo, estímulo, apoio incansável e a compreensão nos momentos de adversidade inerentes ao período desta experiência.

Aos meus irmãos e demais familiares que mesmo distantes, sempre me apoiam nas dificuldades, com o seu melhor e festejando junto cada conquista alcançada.

Aos meus orientadores, Ronei e Rodrigo, pela confiança depositada, ensinamento, atenção, paciência e apoio fraterno.

Aos Professores (as), Dr^a. Rafaella Queiroga Souto, Dr. Fernando Colugnati, Dr. Benjamín René e Dr. José Carlos Leite, por aceitarem fazer parte da banca examinadora e se permitirem contribuir para a melhoria deste estudo.

À chefia, (professores Elmiro e Ulisses) e colegas do Departamento de Estatística (DE), pelo apoio em todos os momentos que precisei da orientação e compressão em todo o processo de doutoramento. Em especial, aos professores José Carlos e Everlane; aos secretários Eider e Anderson e a Jaqueline (ex-suporte em informática do DE), por terem tornado o processo mais leve e gratificante.

Aos colegas e professores do Programa de Pós-Graduação em Modelos de Decisão e Saúde (PPGMDS), pelos momentos inesquecíveis que vivemos e por todo aprendizado compartilhado.

À todas as amigas, em especial, Anuska Sassoli e Rose Herbst, pela amizade, mensagens de perseverança e apoio incondicional principalmente nos momentos desafiadores.

Aos amigos do Laboratório de Estatística Aplicada ao Processamento de Imagens e Geoprocessamento (LEAPIG), em especial, a Prof^a. Liliane Machado e a Dr^a. Luciana por todo auxílio no desenvolvimento do estudo, o apoio e palavras de estímulo e carinho nos momentos difíceis.

RESUMO

As medidas epidemiológicas de frequência e efeito clássicas são obtidas a partir da informação frequentista, resultante da dicotomização dos indivíduos quando são categorizados quanto aos fenômenos estudados na população. Essa forma de categorizar despreza as subjetividades e incertezas inerentes ao processo de exposição/doença do indivíduo, gerando assim perdas nas informações desde o princípio da obtenção destas medidas. Apresenta-se neste estudo como alternativa às medidas epidemiológicas clássicas as medidas baseadas na Teoria das Probabilidades de Eventos *fuzzy*, que categoriza o indivíduo de forma flexível por meio da Teoria dos Conjuntos *Fuzzy*, incorporando subjetividades e incertezas, resultando em uma medida mais fidedigna à realidade. Objetivou-se propor um conjunto de medidas epidemiológicas de frequência e efeito *fuzzy* observando o ganho de informação frente às medidas clássicas, usando de forma inédita, a Teoria das Probabilidades de Eventos *Fuzzy*. Além disso propôs-se um estudo epidemiológico *fuzzy* e avançou-se na busca por novas medidas epidemiológicas *fuzzy* calculadas com base na Teoria de Possibilidades. Para avaliar as propostas teóricas partiu-se dos dados, já existentes, de um estudo de *coorte* prospectivo real do transtorno mental comum associado à insegurança alimentar em mães com filhos menores de um ano em duas maternidades públicas da cidade de João Pessoa no estado da Paraíba. Categorizou-se o indivíduo nos eventos do estudo segundo a Teoria dos Conjuntos *Fuzzy* e calculou-se as novas medidas segundo a metodologia proposta. Alguns valores calculados das medidas baseadas na Teoria das Probabilidades de Eventos *Fuzzy* corroboraram com as medidas clássicas e outras diferiram, entretanto, a *Razão de Risco de Eventos fuzzy* destaca em seu valor que a exposição à insegurança alimentar destes dados de fato expõe às mães ao risco do transtorno mental comum. A informação diferenciada das novas medidas de frequência e efeito propostas com base na Teoria de Possibilidades são capazes de descrever a evolução do agravamento do desfecho em estudo segundo o grau de exposição, indicando o momento da explosão de casos nos estudos observacionais, essa informação não é observável nas medidas clássicas. Os resultados das medidas epidemiológicas propostas de possibilidades *fuzzy* combinados com as medidas epidemiológicas de probabilidade de eventos *fuzzy* são capazes de auxiliar o desenvolvimento de modelos de suporte à tomada de decisão dos gestores de saúde para qualquer desfecho de interesse.

Palavras-chave: Medidas Epidemiológicas. Teoria dos Conjuntos *Fuzzy*. Teoria das Probabilidades de Eventos *Fuzzy*. Teoria de Possibilidades.

ABSTRACT

The classic epidemiological measures of frequency and effect are obtained from frequentist information, resulting from the dichotomization of individuals when they are categorized according to the phenomena studied in the population. This way of categorizing disregards the subjectivities and uncertainties inherent to the individual's exposure/disease process, thus generating losses in information from the beginning of obtaining these measures. This study presents as an alternative to classical epidemiological measures, measures based on the Theory of Probability of Fuzzy Events, which flexibly categorizes the individual through the Theory of Fuzzy Sets, incorporating subjectivities and uncertainties, resulting in a more reliable measure to reality. The objective was to propose a set of epidemiological measures of frequency and fuzzy effect observing the gain of information against the classic measures, using in an unprecedented way, the Theory of Probability of Fuzzy Events. In addition, a fuzzy epidemiological study was proposed, and progress was made in the search for new fuzzy epidemiological measures calculated based on the Theory of Possibilities. To evaluate the theoretical proposals, we started with existing data from a real prospective cohort study of common mental disorder associated with food insecurity in mothers with children under one year old in two public maternity hospitals in the city of João Pessoa in the state of Paraíba. The individual was categorized in the events of the study according to the Theory of Fuzzy Sets and the new measures were calculated according to the proposed methodology. Some calculated values of the measures based on the Theory of Probability of Fuzzy Events corroborated with the classic measures and others differed, however, the Risk Ratio of Fuzzy Events highlights in its value that the exposure to food insecurity of these data in fact exposes mothers to risk of common mental disorder. The differentiated information from the new measures of frequency and effect proposed based on the Theory of Possibilities are able to describe the evolution of the worsening of the outcome under study according to the degree of exposure, indicating the moment of the explosion of cases in observational studies, this information is not observable in classical measurements. The results of the proposed epidemiological measures of fuzzy possibilities combined with the epidemiological measures of probability of fuzzy events are capable of helping the development of models to support decision-making by health managers for any outcome of interest.

Keywords: Epidemiological Measures. Fuzzy Set Theory. Fuzzy Event Probability Theory. Theory of Possibilities.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 –	Transição entre os eventos no estudo epidemiológico fuzzy.....	41
Figura 2 –	Gráfico do estudo epidemiológico fuzzy do <i>TMC</i> associado a exposição de IA.....	48
Figura 3 –	FI_{AE} do <i>TMC</i> de acordo com a exposição à IA.....	50
Figura 4 –	FP do <i>TMC</i> de acordo com a exposição à IA.....	51
Figura 5 –	FO_E do <i>TMC</i> de acordo com a exposição à IA.....	51
Figura 6 –	FRR_{TMC} segundo a exposição a IA (gráfico - a) e FRR teórica segundo pertinência de exposição (gráfico - b).....	53
Figura 7 –	Corte na curva FRR_{TMC} segundo a exposição à IA.....	54

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 –	Frequências observadas para a base de cálculo das medidas.....	28
Tabela 2 –	Probabilidades condicionais observadas.....	30
Tabela 3 –	Heterogeneidade nas classes de risco.....	32
Tabela 4 –	Probabilidades condicionais de doença (D) do <i>TMC</i> segundo o nível de exposição (E) à IA do estudo real.....	55
Tabela 5 –	Pertinências de exposição ($\mu_E(x)$) dos eventos do estudo real.....	55
Tabela 6 –	Pertinências de doença ($\mu_D(x)$) dos eventos do estudo real.....	56

LISTA DE NOTAÇÕES

FPR	<i>Fuzzy Prevalence Ratio</i> (Razão de Prevalência Fuzzy)
FRR	<i>Fuzzy Risk Ratio</i> (Razão de Risco Fuzzy)
FOR	<i>Fuzzy Odds Ratio</i> (Razão de Chance Fuzzy)
E	Expostos
\bar{E}	Não Expostos
D	Doentes
\bar{D}	Não Doentes
RR	Razão de risco
RP	Razão de Prevalência
OR	<i>Odds Ratio</i>
P	Prevalência
I_{AE}	Incidência Acumulada nos Expostos
$I_{A\bar{E}}$	Incidência Acumulada nos “não Expostos “
O_E	<i>Odds</i> nos Expostos
$O_{\bar{E}}$	<i>Odds</i> nos “não Expostos “
B	Evento <i>fuzzy</i>
A	Evento <i>fuzzy</i>
\bar{A}	Complementar do evento A
μ_A	Pertinência do evento A
μ_D	Pertinência do evento Doente
μ_E	Pertinência do evento Exposto
$\mu_{\bar{D}}$	Pertinência do evento “não Doente “
$\mu_{\bar{E}}$	Pertinência do evento “não Exposto “
X	População universo em estudo
x	Elemento da população em estudo
\mathbb{R}^n	Reta real n -dimensional
$P(A)$	Probabilidade clássica do evento A qualquer
$F(X)$	Subconjuntos formando uma σ -álgebra de Borel
$\mathbf{P}(A)$	Probabilidade do evento <i>fuzzy</i> A
$\mathbf{F}(X)$	Conjunto de todos os subconjuntos <i>fuzzy</i> de X
Π	Medida de possibilidade
$\pi_u(u)$	Função distribuição de possibilidade associada ao valor u
$\Pi(A/B)$	Possibilidade de A dado que B ocorreu ou <i>poss</i> (A/B)
FP	<i>Fuzzy Prevalence</i>
FI_{AE}	<i>Fuzzy Incidence Accumulated in the Exposed</i>
$FI_{A\bar{E}}$	<i>Fuzzy Incidence Accumulated in Unexposed</i>
FO_E	<i>Fuzzy odds in exposed</i>
$FO_{\bar{E}}$	<i>Fuzzy Odds on Unexposed</i>
EE_{fuzzy}	Estudo Epidemiológico <i>fuzzy</i>
δ_E	Ponto de corte de exposição
$\delta_{\bar{E}}$	Ponto de corte de doença
$P(A/B)$	Probabilidade condicional do evento A dado que B ocorreu
$fprob(A/B)$	Probabilidade condicional do evento <i>fuzzy</i> A dado que o evento <i>fuzzy</i> B ocorreu
P_{FE}	<i>Prevalence_ Fuzzy Event</i>

I_{AE_FE}	<i>Incidence_ Accumulated on the exposed _ Fuzzy Event</i>
$I_{A\bar{E}_FE}$	<i>Incidence_ Accumulated in the unexposed _ Fuzzy Event</i>
O_{E_FE}	<i>Odds in exposed_ Fuzzy Event</i>
$O_{\bar{E}_FE}$	<i>Odds in the unexposed _ Fuzzy Event</i>
RR_{FE}	<i>Risk Ratio_ Fuzzy Event</i>
PR_{FE}	<i>Prevalence Ratio_ Fuzzy Event</i>
OR_{FE}	<i>Odds Ratio_ Fuzzy Event</i>
$EBIA$	Variável que mensura a o nível de exposição à IA do indivíduo
$RPERC$	Variável que mensura a renda per capita familiar do indivíduo
$SOMA$	Variável que mensura o nível de sintomas de TMC no indivíduo
$E1$	Nível de exposição de segurança alimentar
$E2$	Nível de exposição de insegurança alimentar leve
$E3$	Nível de exposição de insegurança alimentar moderado
$E4$	Nível de exposição de insegurança alimentar grave
E_j	Nível de insegurança alimentar do indivíduo $j = 1, \dots, 194$
β	Vetor de parâmetros do modelo logístico
FRR_TMC	<i>FRR</i> do TMC associado à IA

LISTA DE ABREVIATURAS

APPMS	Agenda de Prioridades de Pesquisa do Ministério da Saúde
COPD	<i>Chronic obstructive pulmonary disease</i>
EBIA	Escala Brasileira de Insegurança Alimentar
GEE	<i>Generalized Estimation Equations</i>
IA	Insegurança Alimentar
OMS	Organização Mundial de Saúde
SQR-20	<i>Self Response Questionnaire</i> (Questionário de autorrelato)
TMC	Transtorno Mental Comum

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
1.1	INCERTEZAS E SUBJETIVIDADES.....	16
1.2	JUSTIFICATIVA E INEDITISMO.....	19
1.3	CONTRIBUIÇÃO DA TESE.....	19
2	OBJETIVOS	21
2.1	GERAL.....	21
2.2	ESPECÍFICOS.....	21
3	REFERENCIAL TEÓRICO	22
3.1	ESTUDOS EPIDEMIOLÓGICOS E AS MEDIDAS ADEQUADAS.....	22
3.2	EPIDEMIOLOGIA E A TEORIA <i>FUZZY</i>	24
3.3	TRANSTORNO MENTAL COMUM E INSEGURANÇA ALIMENTAR.....	26
4	CONCEITOS METODOLÓGICOS	28
4.1	ESTUDOS EPIDEMIOLÓGICOS OBSERVACIONAIS.....	28
4.2	MEDIDAS DE FREQUÊNCIA CLÁSSICAS.....	29
4.3	MEDIDAS DE ASSOCIAÇÃO E RISCO CLÁSSICAS.....	31
4.4	TEORIA <i>FUZZY</i>	33
4.4.1	Teoria dos Conjuntos <i>Fuzzy</i>	33
4.4.2	Medida de Probabilidade Clássica	34
4.4.3	Medida de Probabilidade de Evento <i>Fuzzy</i>	35
4.4.4	Medida de Possibilidade	36
4.4.4.1	<i>Associando Possibilidade aos Subconjuntos <i>Fuzzy</i></i>	36
4.4.4.2	<i>Possibilidade de Eventos Condicionais</i>	36
4.5	EPIDEMIOLOGIA <i>FUZZY</i> USANDO TEORIA DE POSSIBILIDADES.....	37
4.5.1	Medidas de frequência <i>fuzzy</i> baseadas na Teoria de Possibilidades	37
4.5.2	Medidas de associação e risco <i>fuzzy</i> baseadas na Teoria de Possibilidades ...	39
4.6	O ESTUDO EPIDEMIOLÓGICO <i>FUZZY</i>	40
4.6.1	Categorizando os valores do estudo epidemiológico <i>fuzzy</i> na tabela 2x2	42
4.7	MEDIDAS EPIDEMIOLÓGICAS DE PROBABILIDADE DE EVENTOS <i>FUZZY</i>	42
4.7.1	As medidas de frequência baseadas na probabilidade de eventos <i>fuzzy</i>	43
4.7.2	As medidas de associação e risco baseadas na probabilidade de eventos <i>fuzzy</i>	44

4.8	CARACTERIZAÇÃO DO ESTUDO REAL.....	44
4.8.1	Pertinência de exposição	45
4.8.2	Pertinência de doença	46
4.8.2.1	<i>Vetor de parâmetros betha</i>	46
5	RESULTADOS	48
5.1	O ESTUDO EPIDEMIOLÓGICO <i>FUZZY</i> APLICADO AOS DADOS REAIS.	48
5.2	AS MEDIDAS EPIDEMIOLÓGICAS <i>FUZZY</i> BASEADAS NA TEORIA DE POSSIBILIDADES.....	49
5.2.1	Medidas de frequência <i>fuzzy</i>	49
5.2.2	Medida de risco <i>fuzzy</i>	52
5.3	AS MEDIDAS EPIDEMIOLÓGICAS BASEADAS NA TEORIA DAS PROBABILIDADES DE EVENTOS <i>FUZZY</i>	54
5.3.1	Medidas de frequência de probabilidade de eventos <i>fuzzy</i>	56
5.3.2	Medidas de associação e risco de probabilidade de eventos <i>fuzzy</i>	56
6	DISCUSSÃO	58
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	61
7.1	TRABALHOS FUTUROS.....	62
7.2	PRODUÇÃO ACADÊMICA.....	62
	REFERÊNCIAS	64

1 INTRODUÇÃO

Medidas epidemiológicas são informações indicadoras que alimentam o suporte à tomada de decisão dos gestores governamentais, ao priorizar os investimentos e otimizar o uso dos recursos no combate a doenças (SYED; TALBOT-SMITH; GEMMELL, 2012). Entender o comportamento das doenças que acometem à população e os fatores de risco a elas associados, por meio das medidas relativas clássicas de frequência e risco, é um desafio para os gestores responsáveis por políticas públicas de combate e/ou controle de tais doenças. De forma resumida a epidemiologia estuda onde e quando as doenças ocorrem e quais os seus determinantes na população humana (ROTHMAN *et al.*, 2008).

Desenvolver tecnologias para o combate/controlado eficiente destas doenças depende de informações mais apuradas, provenientes de medidas epidemiológicas de frequência e efeito, que revelem estimativas mais fidedignas das condições de risco em que a população se encontra. Assim a epidemiologia tem como objetivo identificar a causa e os fatores de risco relevantes para a disseminação das doenças na população (GORDIS, 2014). Portanto, construir uma informação menos imperfeita requer, além de um conhecimento mais preciso a respeito da etiologia da doença que se investiga e o tipo de estudo adequado, medidas epidemiológicas mais próximas da realidade dos fatos (DUBOIS; PRADE, 1988).

Logo fará parte desta construção que visa obter uma medida epidemiológica com informação mais fidedigna o entendimento do problema etiológico, dados que incorporam incertezas ligadas às subjetividades e imprecisão a respeito da real situação do indivíduo, o tipo de estudo adequado aos dados e o tipo de medida adequado ao estudo. Este trabalho de tese busca uma metodologia de cálculo das medidas epidemiológicas de frequência e efeito visando alcançar uma informação mais próxima da realidade da população investigada a partir da modelagem da informação incerta e/ou subjetiva que está presente na fonte de informações epidemiológicas.

1.1 INCERTEZAS E SUBJETIVIDADES

É constante nos estudos da saúde a presença das subjetividades e incertezas associadas às informações a respeito do indivíduo nos seus processos de exposição e adoecimento. Alguns autores (WALTER, 1988; BRENNER; SAVITZ; GEFELLER, 1993; VOGEL *et al.*, 2005) destacam em seus estudos o quanto erros de categorização derivados de subjetividades e incertezas são problemas generalizados nas medidas epidemiológicas.

Em termos estatísticos, ao se decidir realizar uma investigação epidemiológica, a característica de interesse do estudo (variável aleatória) deve ser comum aos indivíduos da população (conjunto universo) em estudo associada ao fenômeno epidemiológico investigado. Quando o indivíduo (elemento da população) é categorizado de forma dicotômica (clássica) nos eventos (subconjuntos do conjunto universo) doente, exposto (ao risco em estudo) e seus complementares, obtém-se uma categorização quantitativa final *crisp* (número de elementos associados ao evento). Essa quantidade ou valor *crisp* final descartou as verdades parciais da condição particular de cada indivíduo, desconsiderando por exemplo os diversos graus, dentro e entre, os possíveis níveis dicotômicos de severidade da doença (alto ou baixo) e os graus de intensidade, dentro e entre, os possíveis níveis de exposição (intenso ou sutil).

Palavras como alto, baixo, muito, pouco, intenso, sutil etc., que podem externar o grau de severidade da doença e exposição que o indivíduo sofreu são chamadas de subjetividades. Logo incertezas geradas a partir do descarte das subjetividades ao realizar a categorização dicotômica dos indivíduos, tornam-se um problema-chave na qualidade dos valores quantitativos (*crisp*) dos estudos epidemiológicos clássicos. Deste modo, medidas epidemiológicas geradas pelos estudos clássicos são valores exatos, que desconsideram as verdades parciais (subjetividades), ou transições suaves da condição particular dos indivíduos nos seus processos do não adoecimento para o adoecimento ou da não exposição para exposição.

A Teoria dos Conjuntos *Fuzzy* (ZADEH, 1965) aceita casos em que não é possível definir facilmente os sujeitos de acordo com sua situação de doente ou não doente ou ainda com relação à situação de exposto ou não exposto, mesmo considerando diferentes níveis de doença ou exposição (SADEGH-ZADEH, 2000). Por exemplo, nos casos de COVID-19, a carga viral à qual um paciente é exposto, tem relação direta com a natureza da gravidade da sua infecção, se esse paciente não for vacinado. O mesmo ocorre em casos de exposição à radiação. Além da incerteza atribuída às variáveis aleatórias, existe ainda na epidemiologia duas classes de incerteza que não podem ser esquecidas: a variabilidade devida à estocasticidade ou heterogeneidade da população e a subjetividade que resulta de erros sistemáticos de medida ou do desconhecimento de parte do processo considerado (FERSON; GINZBURG, 1996).

O problema da variabilidade é estudado pela Teoria de Probabilidade (estatística), já o problema da subjetividade sugere-se ser abordado por métodos mais apropriados como a Teoria dos Conjuntos *Fuzzy* (MASSAD *et al.*, 2008). A fronteira *fuzzy* permite uma transição suave entre os eventos e pode auxiliar a epidemiologia a resolver alguns problemas

epistemológicos quando se aborda a definição das doenças e todos os fatores que a envolvem (VINEIS, 2008).

A incerteza ligada à imprecisão pode ser vista como a falta de especificidade do conhecimento. Este tipo de incerteza gera conjuntos que não possuem fronteiras exatamente definidas, como por exemplo: conjunto dos indivíduos “muito” doentes e conjunto dos indivíduos “pouco” doentes. Nestes casos não é fácil determinar a relação de pertencimento do indivíduo a cada um dos conjuntos citados. Zadeh (1965) propôs tratar esse tipo de incerteza com a Teoria dos Conjuntos *Fuzzy*. Essa teoria propõe relaxar a relação de pertencimento que deixa de ser dicotômica (0: quando não pertence e 1: quando pertence) e passa a receber graus de pertencimento que variam no intervalo $[0,1]$ (quanto mais próximo de 1, maior o grau de pertencimento e quanto mais próximo de 0, menor o grau de pertencimento). Estes graus de pertencimento são entendidos como a compatibilidade do elemento com as propriedades e características do conjunto em questão (PEDRYCZ; GOMIDE, 1998). Lofti A. Zadeh (1965, 1968) uniu a Teoria de Probabilidade com a Teoria dos Conjuntos *Fuzzy* por meio da probabilidade de eventos *fuzzy*, permitindo enriquecer estudos que necessitem da incorporação de incertezas geradas por subjetividades antes desconsideradas.

A proposta desta tese é apresentar medidas epidemiológicas de frequência e efeito *fuzzy*. Para isso serão incorporadas as subjetividades e imprecisões inerentes aos processos de adoecimento e exposição permitindo, por meio da Teoria dos Conjuntos *Fuzzy*, uma categorização flexível dos indivíduos nos eventos de exposição, doença e seus complementares. O cálculo das medidas epidemiológicas *fuzzy* propostas nesta tese, será baseado na Teoria das Probabilidades de Eventos *Fuzzy* (ZADEH, 1968).

Para avaliar as medidas e metodologias de cálculo das medidas epidemiológicas propostas neste trabalho de tese usaremos os dados reais do estudo de Sousa *et al.* (2019) do transtorno mental comum (TMC) associado à insegurança alimentar (IA) de mães com filhos menores de um ano, cadastradas em duas maternidades públicas da cidade de João Pessoa no estado da Paraíba. Espera-se que os resultados aqui apresentados resultantes das metodologias de cálculo para as medidas epidemiológicas *fuzzy* complementem os resultados encontrados em Sousa *et al.* (2019), gerando uma informação mais completa. Mattos *et al.* (2020) destacam em seu estudo que se existe a possibilidade de disponibilizar medidas de insegurança alimentar com maior carga informacional, é importante que essa informação seja tratada adequadamente permitindo avançar no entendimento do fenômeno da forma mais completa possível. Sendo assim, obtém-se aqui uma oportunidade de avaliar se as medidas

epidemiológicas *fuzzy* aqui propostas podem melhorar a carga informacional das medidas para o estudo de Sousa *et al.* (2019).

1.2 JUSTIFICATIVA E INEDITISMO

O combate e prevenção à falta de saúde na população necessita de um suporte à tomada de decisão dos gestores, baseado em informações indicadoras, que reflitam a real condição da população em estudo. Então, estudos epidemiológicos que gerem informações mais fidedignas exigem metodologias de cálculo das medidas epidemiológicas que se aproximem ao máximo da realidade da população (SYED; TALBOT-SMITH; GEMMELL, 2012). Pensando assim, desenvolver medidas epidemiológicas que possuam maior capacidade de absorver as subjetividades e imprecisões inerentes à área de epidemiologia é de considerável relevância na saúde.

Por outro lado ressalta-se que, a epidemiologia é um tema prioritário da Agenda de Prioridades de Pesquisa do Ministério da Saúde (APPMS) e o desenvolvimento de novas metodologias e técnicas aplicadas ao contexto epidemiológico (BRASIL, 2018) é um dos pontos evidenciados nesta agenda que corrobora com o objetivo desse trabalho.

Assim, inspirada na busca por promover medidas capazes de revelar a informação dos estudos epidemiológicos de forma mais próxima da realidade, a proposta desta tese é melhorar a qualidade da informação das medidas epidemiológicas de frequência e efeito. Para isso a Teoria das Probabilidades de Eventos *Fuzzy* foi usada de forma inédita preenchendo a lacuna existente quanto ao desenvolvimento de novas medidas epidemiológicas de frequência e efeito *fuzzy*. Destaca-se que, após uma extensa pesquisa na literatura científica corrente, não foram encontrados quaisquer estudos propondo medidas epidemiológicas de frequência e efeito associando as teorias acima citadas.

1.3 CONTRIBUIÇÃO DA TESE

A proposta deste trabalho de tese é apresentar medidas epidemiológicas de frequência e efeito *fuzzy* e capazes de incorporar as subjetividades e incertezas inerentes aos processos de exposição e adoecimento naturais à área da saúde e usualmente desconsideradas no cálculo das medidas epidemiológicas clássicas. A principal contribuição está na obtenção de uma informação indicadora, que parte de dados mais verossímeis capazes de prover modelos mais fidedignos para o suporte à tomada de decisão dos gestores de saúde. Este trabalho traz

também a contribuição de um estudo epidemiológico *fuzzy*, construído com base nas pertinências dos eventos *fuzzy* do estudo.

Nesta tese foi possível ainda contribuir, complementando trabalhos anteriores, com as medidas *fuzzy* calculadas com base na teoria de possibilidade propondo novas medidas de frequência *fuzzy* e a caracterização de suas curvas gráficas e, por fim, a caracterização da medida de razão de risco *fuzzy* já existente. Este conhecimento das medidas usando a teoria de possibilidades assim como o estudo epidemiológico *fuzzy* permitem observar o grau de elevação do risco de adoecimento dentro e entre os níveis de exposição e desfecho sofrido pela população em estudo, oferecendo uma informação diferenciada, não encontrada nos estudos epidemiológicos ou medidas clássicas para o suporte à tomada de decisão.

2 OBJETIVOS

2.1 GERAL

- Desenvolver medidas epidemiológicas de frequência e efeito de Probabilidade de Eventos *Fuzzy* inéditas para os estudos epidemiológicos observacionais, capazes de incorporar as informações descartadas pelas respectivas medidas epidemiológicas clássicas.

2.2 ESPECÍFICOS

- Ampliar o conjunto de medidas epidemiológicas *fuzzy* baseadas na Teoria de Possibilidades propondo medidas inéditas;
- Avaliar ineditamente a medida de razão de risco baseada na Teoria de Possibilidades já existente, segundo os dados do estudo real de Sousa *et al.* (2019);
- Propor um estudo epidemiológico *fuzzy* que considera uma categorização flexível e permite observar simultaneamente a evolução dos graus de exposição e doença sofridos pela população e aplicar essa metodologia aos dados do estudo real de Sousa *et al.* (2019);
- Aplicar aos dois conjuntos de medidas propostas (segundo a Teoria das Probabilidades de Eventos *Fuzzy* e segundo a Teoria de Possibilidades) aos dados do estudo real de Sousa *et al.* (2019);

3 REFERENCIAL TEÓRICO

3.1 ESTUDOS EPIDEMIOLÓGICOS E AS MEDIDAS ADEQUADAS

Descreve-se neste capítulo estudos científicos, realizados nas últimas quatro décadas, propondo medidas epidemiológicas distintas utilizando diferentes metodologias. Além disso são abordados trabalhos que discutem a respeito da compatibilidade das medidas epidemiológicas aos diferentes tipos de delineamentos epidemiológicos. Por fim, aponta-se estudos que propõem medidas epidemiológicas utilizando a Teoria dos Conjuntos *Fuzzy* e os diferentes métodos associados a essa teoria.

Na busca por indicadores epidemiológicos mais fidedignos, pesquisadores movidos pela necessidade de minimizar os erros nas estimativas desses indicadores, se dedicam a estudar diferentes possibilidades metodológicas, principalmente quando o objetivo final é o combate à falta de saúde humana. Nas últimas quatro décadas destaca-se estudos como: Morgenstern, Kleinbaum e Kupper (1980) que apresentam procedimentos alternativos para estimar medidas epidemiológicas minimizando o uso de matemática superior. Wilcosky e Chambless (1985) fazem uma comparação de ajuste direto e ajuste de regressão de medidas epidemiológicas, quando os dados são escassos. Wacholder (1986) propõem a estimação da razão de risco e a diferença de risco de forma multivariada a partir de modelos lineares generalizados estruturados, escolhendo diferentes funções de link ou transformações binomiais ou dados binários. Robins, Breslow e Greenland (1986) sugerem estimadores da variância de Mantel-Haenszel, consistentes em dados epidemiológicos esparsos e modelos limitadores de grandes estratos.

Quanto às medidas de frequência Lee e Chia (1993) apresentam estimativas de razões de taxa de prevalência para dados seccionais transversais por regressão múltipla, usando um exemplo em epidemiologia ocupacional. Skove *et al.* (1998) comparam três métodos: 1) Um modelo linear generalizado multiplicativo log-binomial; 2) Um modelo GEE (*Generalized Estimation Equations*) - logístico, e 3) Um modelo de regressão de Cox, para estimar a proporção da razão de prevalência em estudos transversais. Moreno-Altamirano, Lopez-Moreno e Corcho-Berdugo (2000) destacam as principais medidas na epidemiologia. Barros e Hirakata (2003) sugerem estimar a razão de prevalência em estudos transversais por meio da regressão de Cox ou Poisson com variância robusta e regressão log-binomial. O estudo da Regional *COPD Working Group et al.* (2003) usa uma ferramenta informatizada e validada que utiliza relações epidemiológicas e a prevalência de fatores de risco para projetar a

prevalência de COPD (*Chronic Obstructive Pulmonary Disease*) em uma população de 30 anos ou mais. Saha *et al.* (2008) propõem uma modelagem das medidas de frequência na epidemiologia da esquizofrenia. Nacul *et al.* (2011) fazem uma comparação transversal das estimativas de prevalência de casos observados de COPD baseadas em modelos que usam dados de espirometria sem diagnóstico clínico da *Health Survey* na Inglaterra. Velasque (2011) propôs uma aplicação dos modelos de Cox e Poisson para obter medidas de efeito em um estudo de coorte. Souza (2011) sugere o uso de técnicas de análise estatística descritiva bivariada e regressão logística múltipla para estimar a prevalência de patologias de pregas vocais em professores. Leotti (2013) usa modelos Bayesianos para estimar risco relativo em desfechos binários e multiníveis. Barbieri (2016) propõe métodos de predição condicional e marginal para estimar prevalências ajustadas em pesquisas clínicas e epidemiológicas, por intervalos de confiança. Bekker-Nielsen *et al.* (2019) apresentam métodos para o cálculo da credibilidade de intervalos Bayesianos para a razão de Distribuições Beta com aplicações para o risco relativo de morte.

Observa-se dentre os estudos listados uma variedade de metodologias aplicadas a medidas distintas para tipos de dados diferenciados dentre os delineamentos epidemiológicos. Entretanto, para um estudo eficiente, decidir qual metodologia aplicar para obter o modelo e o estimador correto para as medidas epidemiológicas de interesse, não soluciona todas as circunstâncias problemáticas que envolvem um estudo epidemiológico.

Saber se o modelo e o estimador escolhido são adequados ao tipo de dado e delineamento epidemiológico é de grande importância, para não subestimar ou superestimar a medida epidemiológica de interesse. Por isso é importante destacar alguns estudos neste sentido: Breslow (1981) apresenta um estudo do estimador da *Odds Ratio* (*OR*) quando os dados são esparsos, verificando a condição da máxima verossimilhança incondicional e condicional. Greenland (1987) compara as interpretações e propriedades estatísticas das medidas comuns de efeito na tentativa de delinear claramente as vantagens e desvantagens de cada medida para inferência epidemiológica. Axelson, Fredriksson e Ekberg (1994) discutem o uso da *OR* de prevalência como medida quantificada de associação em estudos transversais mesmo quando a doença está longe de ser rara. Nurminen (1995) questiona o uso da *OR* nas análises epidemiológicas. Thompson, Myers e Kriebel (1998) revisam a adequação da razão de chances e a razão de prevalência como efeito das medidas na análise de dados seccionais transversais e avalia diferentes modelos para a estimativa multivariada da razão de prevalência.

Assim, os modelos, os tipos de estudos e as medidas epidemiológicas que analisam a frequência de ocorrência das doenças e a associação entre o desfecho e o fator ao qual a população se expõe, têm necessidade de estar cada vez mais de acordo com os fenômenos epidemiológicos em estudo. Pretende-se aqui buscar uma medida epidemiológica mais fidedigna à realidade da epidemiologia e as incertezas que a envolvem para estudos epidemiológicos observacionais.

Conceitos de doença, exposição, casualidade e desfechos de saúde são complexos e não são passíveis de uma definição simples e inequívoca (VINEIS, 2008). Os problemas epidemiológicos são ocorrências da vida real que envolvem subjetividades e não são solucionados com fórmulas exatas, como propõe as informações *crisp* resultantes das categorizações dicotômicas da epidemiologia moderna. Sharma e Singh (2019) afirmam que, na prática, as soluções exatas são difíceis de serem alcançadas e para superar este problema, pode-se introduzir as alternativas de soluções aproximadas, baseadas por exemplo, na Teoria dos Conjuntos *Fuzzy*.

3.2 EPIDEMIOLOGIA E A TEORIA *FUZZY*

Sobre o histórico das diferentes teorias que envolvem os conjuntos *fuzzy* usadas neste estudo até a aplicação destas na epidemiologia temos que, em 1965, Zadeh apresenta a Teoria dos Conjuntos *Fuzzy* (ZADEH, 1965) que serve como base de desenvolvimento das demais metodologias *fuzzy*. Três anos depois, Zadeh (1968) propõe a medida de probabilidade de eventos *fuzzy*. No ano seguinte, Zadeh (1969) publicou o artigo intitulado *Biological applications of the theory of fuzzy sets and systems* (Aplicações biológicas da Teoria dos Conjuntos e Sistemas *Fuzzy*), e esse foi o primeiro estudo aplicando a Teoria dos Conjuntos *Fuzzy* nas ciências da vida. Em 1978 é publicado um artigo usando Teoria dos Conjuntos *Fuzzy* como base para a Teoria de Possibilidades por Zadeh (1978). Massad *et al.* (2008) revelam, em um levantamento feito na MEDLINE importante base de dados da biomedicina, que até 1991, haviam apenas 15 artigos publicados nesta área usando essa teoria. Em 2006, esse número aumentou para 265 artigos. Neste mesmo estudo destacou-se que, o primeiro artigo usando a Teoria dos Conjuntos *Fuzzy* na epidemiologia, foi publicado em 1993 por Merilan e Roe (1993) e aplicava números *fuzzy* para avaliar a opinião em estudos epidemiológicos.

Desde então, nas últimas décadas, o número de trabalhos na área de saúde e epidemiologia, propondo estimadores e modelagens com base na Teoria dos Conjuntos *Fuzzy*,

associadas às mais diversas técnicas, aumentou em larga escala. Destaca-se aqui alguns destes artigos que buscam estimar ou modelar algumas medidas ligadas à epidemiologia: Massad *et al.* (2003) propõem o uso da lógica *fuzzy* para problemas epidêmicos, combinados com *modelos fuzzy linguísticos*, medida de possibilidade e técnicas de tomada de decisão *fuzzy*. Campisi *et al.* (2006) avaliam o desempenho da lógica *fuzzy* frente às estatísticas tradicionais para analisar o status do HPV e correlações entre as células envolvidas nesta doença. Davidson, Ryks e Fazil (2006) apresentam uma ferramenta de avaliação de risco *fuzzy* para avaliar o risco microbiano em sistemas alimentares. Savergnini (2009) sugere uma modelagem *fuzzy* transformando possibilidade-probabilidade para prever os riscos de recidiva de tumores na bexiga. Ciarapica e Giaccheta (2009) sugerem uma rede neural *fuzzy* para avaliar o risco em estudos da lesão ocupacional. Torres *et al.* (2014) estimam o número de casos de dengue, na Colômbia, a partir de um modelo *fuzzy* baseado em análise multiresolução. Buczak *et al.* (2014) usam regras *fuzzy* para estimar incidência de dengue. Lee, Yang e Kang (2015) indicam fatores de governança que influenciam na baixa prevalência do HIV-AIDS no país, usando análise comparativa quantitativa de conjunto *fuzzy*. Silveira e Barros (2015) propõem uma análise da evolução do risco de dengue, a partir de um modelo do tipo Takagi-Sugeno, no qual a consequência de cada regra *fuzzy* é uma equação diferencial parcial. Wilhelms *et al.* (2015) explicam erros de estimativa de risco do HIV-AIDS usando a teoria do traço *fuzzy*. Maselena *et al.* (2015) usam a teoria matemática das evidências combinada com a lógica *fuzzy* para detectar o risco da H5N1. Jamshidi, Karimi e Haghshenas (2018) propõem um sistema de inferência usando lógica *fuzzy* para estimar o risco de saúde de estudantes, provenientes da poeira suspensa nos processos de aprendizado nas escolas de odontologia. Nandi *et al.* (2018) calculam a taxa de transmissão da doença e de tratamento usando um modelo epidêmico *fuzzy*. Davoodi e Moradi (2018) prevêm a mortalidade na unidade de terapia intensiva utilizando um sistema *fuzzy* baseado em regras. Melo *et al.* (2020) apresentaram a equação da medida *Fuzzy Prevalence Ratio (FPR)* e o comportamento gráfico teórico das medidas de associação e risco *fuzzy* denominadas *Fuzzy Risk Ratio (FRR)* e *Fuzzy Odds Ratio (FOR)* e destacaram que: 1. Enquanto as medidas clássicas *RR* (Razão de Risco), *RP* (Razão de Prevalência) e *OR* resumem-se, cada uma, a um valor numérico as medidas de associação e risco *fuzzy* descrevem sua respectiva curva gráfica revelando o risco de desfecho da doença de acordo com a elevação da exposição sofrida pela população para um estudo caso-controle simulado; e 2. Confirmaram que teoricamente a *FOR* estima satisfatoriamente a *FRR* para este delineamento. Melo, Vianna e Moraes (2021)

revisam as medidas epidemiológicas *fuzzy* destacando seus pontos positivos e negativos na epidemiologia.

Portanto as medidas *FRR* e *FOR* propostas por Massad *et al.* (2003) incorporam, em suas curvas, as subjetividades e incertezas desprezadas pelas correspondentes medidas clássicas *RR* (Razão de Risco) e *OR*. Embora essas medidas *fuzzy* tenham se mostrado eficientes do ponto de vista do seu comportamento teórico, como foi mostrado por Melo *et al.* (2020), não houve estudos adicionais usando dados reais a respeito da categorização destas medidas epidemiológicas *fuzzy*, nem tão pouco estudos propondo novas medidas epidemiológicas usando essa metodologia.

Como visto neste breve histórico teórico, diferentes teorias foram utilizadas para o desenvolvimento e aprimoramento das medidas de frequência e efeito epidemiológicas e os estudos epidemiológicos apropriados a essas medidas. Entretanto não houve qualquer proposta científica, propondo o cálculo de medidas epidemiológicas de frequência e efeito usando a Teoria das Probabilidades de Eventos *Fuzzy* (ZADEH, 1968). A proposta é promover indicadores baseados em um dado (informação) que considera subjetividades e incertezas inerentes aos processos de exposição e adoecimento do indivíduo, incorporando ao máximo a informação da amostra para o cálculo da medida.

O primeiro desafio para aplicar essas metodologias foi buscar um conjunto de dados real e acessível, com resultados validados, que se ajustassem a aplicação de todas as metodologias propostas, onde se pudesse trabalhar com a informação inicial da categorização do indivíduo nos eventos de exposição, doença e seus complementares. Observou-se então que estudos que avaliam tanto a insegurança alimentar como o transtorno mental comum, se originam dos resultados de instrumentos validados que resultam da soma de *scores* que indicam a intensidade de exposição e doença. Estas informações podem ser transformadas para gerar pertinências dos conjuntos *fuzzy* e desta forma promover a categorização flexível do indivíduo.

3.3 TRANSTORNO MENTAL COMUM E INSEGURANÇA ALIMENTAR

Transtornos Mentais Comuns (TMC) são caracterizados por condições do tipo, depressão, transtorno do pânico, transtorno bipolar e o transtorno de ansiedade generalizada, essas condições provocam sintomas como insônia, fadiga, esquecimento, irritabilidade, dificuldade de concentração, queixas somáticas e sentimento de inutilidade (BRUNONI, 2008). O declínio da qualidade de vida e das relações sociais está diretamente associado por

estes tipos de transtornos. O risco de diagnóstico de TMC é mensurado mundialmente por meio do *Self Response Questionnaire* (SQR) elaborado pela Organização Mundial de Saúde (OMS) em 1994 (BEUSENBERG, 1994).

A Insegurança Alimentar (IA) é uma situação de falta de acesso ao direito social e econômico das pessoas, ao alimento, em quantidade e qualidade nutricional suficiente para garantir as necessidades de uma dieta básica e preferências alimentares para uma vida ativa e saudável (PEREIRA, ROSANGELA ALVES; SANTOS, 2008).

A exposição à insegurança alimentar é mensurada no Brasil pela Escala Brasileira de Insegurança Alimentar (EBIA) (CORRÊA, 2007). Essa escala é do tipo psicométrica e mensura a insegurança alimentar ao buscar captar o acesso domiciliar a alimentos e a dimensão psicossocial da falta destes.

Entender o comportamento da saúde mental das mães com baixos recursos financeiros expostas a IA nos países de renda média e baixa é especialmente importante para motivar o apoio social amenizando o impacto mental no sofrimento destas mães (PIPERATA *et al.*, 2016). No Brasil o número de trabalhos investigando a exposição à insegurança alimentar associado ao risco de transtorno mental comum em mães com crianças com até um ano de idade, está em descompasso com a ocorrência deste evento. Na literatura corrente, no Brasil, apenas Sousa *et al.* (2019), aborda essa problemática avaliando informações de mães cadastradas em duas maternidades públicas em João Pessoa (PB) no estado da Paraíba - Brasil. Este foi, portanto, o estudo escolhido para aplicar as metodologias propostas nesta tese, por ser um estudo real, já validado e permitir acessibilidade aos resultados e dados na sua íntegra.

4 CONCEITOS METODOLÓGICOS

4.1 ESTUDOS EPIDEMIOLÓGICOS OBSERVACIONAIS

Os estudos epidemiológicos observacionais individuais, tais como transversais, caso-controle e coorte, caracterizam-se pela observação direta da população em estudo pelo especialista. Neste caso o especialista não interfere nos fatores investigados durante a pesquisa. Rothman, Greenland e Timothy (2008) definem que: 1) No delineamento transversal a exposição e desfecho são observados em simultâneo na população em estudo no tempo “exato” do estudo; 2) Para o delineamento caso-controle, o ponto de partida é o desfecho e o especialista investiga se no passado (retrospectivo) houve exposição dos indivíduos segundo o desfecho e 3) No delineamento de coorte o ponto de partida é a exposição e o especialista observa, daquele ponto em diante (prospectivo), quais indivíduos desenvolverão a doença segundo a exposição ao fator em estudo. Destaca-se que é possível para os três tipos de estudo, o especialista identificar, tanto os níveis de exposição como o grau de severidade da doença do indivíduo ao longo do tempo ou no exato período investigado. Nos três tipos de estudo os dados dos indivíduos investigados são organizados numa tabela em dois grupos basicamente: o primeiro grupo formado por indivíduos que possuem a doença e o segundo grupo formado por indivíduos que não possuem a doença. Em cada grupo é identificado o número de indivíduos expostos e não expostos ao fator de risco investigado.

A tabela 1 de contingência, também chamada de tabela clássica 2x2, resume as informações destes tipos de estudos (GORDIS, 2014).

Tabela 1 – Frequências observadas para a base de cálculo das medidas

Fator	Desfecho		
	Doentes (D)	Não Doentes (\bar{D})	Total
Expostos (E)	a	b	$a + b$
Não Expostos (\bar{E})	c	d	$c + d$
Total	$a + c$	$b + d$	$a + b + c + d$

Fonte: Gordis (2014).

Nesta tabela exemplifica-se uma categorização (*crisp*) genérica de um conjunto de indivíduos como: doentes/não doentes (desfecho) e expostos/não expostos (fator de exposição) no estudo epidemiológico observacional.

4.2 MEDIDAS DE FREQUÊNCIA CLÁSSICAS

O estudo de qualquer doença na população parte do conhecimento do número de casos ocorridos e por conseguinte suas frequências relativas tais como: prevalência, incidência e *odds*. Rothman, Greenland e Timothy (2008) conceituam estas três medidas como:

1. Prevalência (P): estima a proporção de indivíduos doentes na população em um determinado momento no tempo, logo os indivíduos do numerador estão incluídos no denominador, assim é calculada por:

$$P = \frac{n^{\circ} \text{ total de casos no período } t}{n^{\circ} \text{ total de indivíduos observados no estudo}} = \frac{a + c}{a + b + c + d} \quad (1)$$

2. Incidência acumulada

2.a) Incidência acumulada nos expostos (I_{AE}): considera o número de casos novos no período “ t ” investigado, sob o número de indivíduos expostos no estudo, dada por:

$$I_{AE} = \frac{n^{\circ} \text{ de casos novos no tempo } t \text{ determinado}}{n^{\circ} \text{ de casos expostos no período}} = \frac{a}{a + b} \quad (2)$$

2.b) Incidência acumulada nos não expostos ($I_{A\bar{E}}$): considera o número de casos novos no período “ t ” investigado, sob o número de indivíduos não expostos no estudo, dada por:

$$I_{A\bar{E}} = \frac{n^{\circ} \text{ de casos novos no tempo } t \text{ determinado}}{n^{\circ} \text{ de casos não expostos no período}} = \frac{c}{c + d} \quad (3)$$

Tanto a I_{AE} como a $I_{A\bar{E}}$ são medidas dinâmicas que se referem a uma mudança de estado de saúde e mensura a frequência com que surgem novos casos de uma doença num intervalo de tempo (dia, semana, mês ou ano).

3. *Odss*

A *odds* é uma medida de frequência do tipo razão, onde o numerador (probabilidade de adoecer ou não adoecer) não está contida no denominador que será determinado pelo complemento da probabilidade (de adoecer ou não adoecer).

3.a) *Odds* nos expostos (O_E): calcula-se a chance (*odds*) de adoecimento entre os expostos, por:

$$O_E = \frac{\frac{a}{a+b}}{\frac{b}{a+b}} = \frac{a}{b}. \quad (4)$$

3.b) *Odds* nos indivíduos não expostos ($O_{\bar{E}}$):

$$O_{\bar{E}} = \frac{\frac{c}{c+d}}{\frac{d}{c+d}} = \frac{c}{d}. \quad (5)$$

Para a construção das medidas *fuzzy*, é importante entender aqui, a construção das probabilidades condicionais associadas às caselas da tabela de contingência. Tomando-se como base a Tabela 1, e reescrevendo as caselas como probabilidades condicionais em função do desfecho e exposição, construímos a tabela 2 que equivale à tabela 1 quando calculamos as probabilidades condicionais dos eventos das caselas:

Tabela 2 – Probabilidades condicionais observadas

Fator	Desfecho	
	Doentes (D)	Não Doentes (\bar{D})
Expostos (E)	$p(D/E)$	$p(\bar{D}/E)$
Não Expostos (\bar{E})	$p(D/\bar{E})$	$p(\bar{D}/\bar{E})$

Fonte: Proposta do autor.

As medidas de frequência em termos de probabilidades condicionais definidas por (MASSAD *et al.*, 2003):

1. Prevalência (P)

$$P = \frac{a + c}{a + b + c + d} \cong \frac{p(D/E) + p(D/\bar{E})}{p(D/E) + p(\bar{D}/E) + p(D/\bar{E}) + p(\bar{D}/\bar{E})}. \quad (6)$$

2. Incidência acumulada nos expostos (I_{AE}) e Incidência acumulada nos não expostos ($I_{A\bar{E}}$):

$$I_{AE} = \frac{a}{a+b} = \frac{p(D/E)}{p(D/E) + p(\bar{D}/E)}. \quad (7)$$

$$I_{A\bar{E}} = \frac{c}{c+d} = \frac{p(D/\bar{E})}{p(D/\bar{E}) + p(\bar{D}/\bar{E})}. \quad (8)$$

3. *Odds* nos expostos (O_E) e *odds* nos não expostos ($O_{\bar{E}}$) respectivamente:

$$O_E = \frac{a}{b} = \frac{p(D/E)}{p(\bar{D}/E)}. \quad (9)$$

$$O_{\bar{E}} = \frac{c}{d} = \frac{p(D/\bar{E})}{p(\bar{D}/\bar{E})}. \quad (10)$$

4.3 MEDIDAS DE ASSOCIAÇÃO E RISCO CLÁSSICAS

Na investigação epidemiológica, as medidas de associação e risco quantificam a força de associação entre o desfecho e exposição ao fator de risco investigado na população em estudo.

Denomina-se Razão de Risco (RR) a medida de associação que determina quantas vezes é maior o risco de desenvolver a doença entre os indivíduos expostos (E) em relação aos não expostos (\bar{E}) e essa medida também quantifica a associação da doença e o fator que a provoca (ROTHMAN; GREENLAND; TIMOTHY, 2008). Tomando-se como base as Tabelas 1 e 2, a RR é dada por (MASSAD *et al.*, 2003):

$$RR = \frac{\text{risco da doença nos expostos}}{\text{risco da doença nos não expostos}} = \frac{p(D/E)}{p(D/\bar{E})}. \quad (11)$$

A RR também é conhecida como o risco relativo e evidencia a associação ou não associação, entre o desfecho e o fator de exposição. O fator de exposição pode ser do tipo protetor (por exemplo, um medicamento) ou de exposição ao risco (por exemplo, uma *overdose* do medicamento), ou seja, a RR pode ser interpretado de três formas distintas, são elas: i) Se $RR = 1$; indica que não há associação entre o fator de exposição e o desfecho. ii) Se $RR < 1$; indica que a associação é negativa, ou seja, o efeito do fator de exposição é de proteção (exemplo: no caso de o fator de exposição ser uma vacina). iii) Se $RR > 1$; indica que a associação é positiva, ou seja, há efeito de risco do fator de exposição (exemplo, no caso de o fator de exposição ser o tabagismo, há mais casos de câncer entre os fumantes do que entre os não fumantes) (ROTHMAN; GREENLAND; TIMOTHY, 2008).

Em alguns estudos epidemiológicos é necessário saber quais indivíduos foram expostos ou não expostos, ao fator de risco em estudo. Como exemplo, no estudo tipo caso-controlado o ponto de partida é o desfecho, ou seja, sabe-se que o indivíduo está ou não doente, e a exposição deve ser investigada (ROTHMAN; GREENLAND; TIMOTHY, 2008). Assim,

considerando uma situação mais geral de categorização que assume elevado grau de heterogeneidade da população e envolve várias incertezas na definição de cada evento, Greenland (1987) propôs teoricamente as possibilidades de quatro tipos de indivíduos, são eles: 1) Os **fadados** são aqueles que desenvolvem uma determinada doença, quando expostos ou não ao fator de risco; 2) Os **resistentes**, são os que não adoecem, sejam eles expostos ou não ao fator de risco; 3) Os **protegidos**, para esses a exposição é um fator de proteção, ou seja, eles desenvolvem a doença, mas não pelas causas suspeitas; e 4) Os **sob risco**, são aqueles que desenvolvem a doença apenas se forem expostos à causa suspeita. A tabela 3 mostra os quatro tipos de indivíduos e suas respectivas categorias de risco ao observar-se as definições acima partindo do centro para as extremidades da tabela.

Tabela 3 – Heterogeneidade nas classes de risco

	D/\bar{E}	\bar{D}/\bar{E}
D/E	Fadados	Sob risco
\bar{D}/E	Protegidos	Resistentes

Fonte: Massad *et al.* (2003).

O estimador de risco que leva as heterogeneidades, acima descritas, em conta é a *Odds Ratio* (*OR*) que resulta da razão entre os indivíduos “sob risco” e os “protegidos”. Denominaremos aqui *OR* nos “doentes” definida com base nas Tabelas 1 e 2 respectivamente, como segue (MASSAD *et al.*, 2003):

$$OR_{doentes} = \frac{a \times d}{c \times b} = \frac{\text{sob risco}}{\text{protegidos}} = \frac{p(D/E) \times p(\bar{D}/\bar{E})}{p(D/\bar{E}) \times p(\bar{D}/E)}. \quad (12)$$

Analogamente obtém-se a *OR* nos “não doentes” calculada pela razão entre os “protegidos” e os “sob risco” como segue:

$$OR_{\text{não doentes}} = \frac{c \times b}{a \times d} = \frac{\text{protegidos}}{\text{sob risco}} = \frac{p(D/\bar{E}) \times p(\bar{D}/E)}{p(D/E) \times p(\bar{D}/\bar{E})}. \quad (13)$$

A *OR*, dada pela equação (12), estima a *RR* de forma satisfatória quando a doença em estudo é pouco frequente e o delineamento usado é do tipo caso-controle. Desta forma, para saber se a chance de desenvolver a doença entre os indivíduos expostos (*E*) é maior ou menor que a chance entre os indivíduos não expostos (\bar{E}), temos a $OR_{doentes}$. Assim se $OR_{doentes} = 1$ entende-se que a exposição não está associada com a doença; se $OR_{doentes} > 1$ indica o quanto a chance de adoecer aumenta entre os expostos (associação positiva) e por último se

$OR_{doentes} < 1$ indica o quanto a exposição diminui a chance de adoecer (associação negativa) (GORDIS, 2014).

Destaca-se que a *odds ratio* “doentes” e “não doentes” dadas pelas equações (12) e (13) respectivamente, podem ser usadas por estudos de caso-controle, mas também nos estudos de coorte e transversais, considerando a indicação da literatura (GORDIS, 2014). Para os estudos caso-controle a $RR \cong OR_{doentes}$ quando a doença é pouco frequente.

Por último temos a Razão de Prevalência (RP) indicada para os estudos do tipo transversal ou de corte-transversal e investigação de infecções ou doenças de longa duração ou crônicas (GORDIS, 2014), calculada por:

$$RP = \frac{\text{proporção de doentes nos expostos}}{\text{proporção de doentes nos não expostos}} = \frac{p(D/E)}{p(D/\bar{E})}. \quad (14)$$

Quando o estudo é do tipo coorte, onde a população em estudo é fechada e a doença é pouco frequente, os estimadores $RR \cong OR_{doentes} \cong RP$ (GORDIS, 2014).

4.4 TEORIA FUZZY

4.4.1 Teoria dos Conjuntos Fuzzy

A categorização de conjuntos segundo o valor *crisp* é bem aceito quando se trata de conjuntos exatos. Entretanto quando se fala da categorização em conjuntos que possuem fronteiras com a transição imprecisa (suave), a categorização *crisp* não satisfaz essa condição.

Para ajudar a solucionar esta dúvida de categorização Lofti A. Zadeh, em 1965, apresentou a Teoria dos Conjuntos *Fuzzy*, a qual tem como objetivo, associar aos elementos dos conjuntos funções de pertinência que atribuem um grau de pertinência para cada elemento, categorizando-o de forma mais adequada ao conjunto. Assim a Teoria dos Conjuntos *Fuzzy* consiste em:

Definição 1. Um conjunto *fuzzy* A de um universo X pode ser definido por uma função de pertinência (μ_A) para a qual (ZADEH, 1965):

$$\mu_A: X \rightarrow [0,1], \quad (15)$$

onde $\mu_A(x) = 1$: significa que $x \in X$ e $\mu_A(x) = 0$: significa que $x \notin X$; e é possível haver graus de pertinência parciais ao conjunto *fuzzy* A para elementos de $x \in X$.

A aplicação desta teoria na epidemiologia, sugere que: X é o conjunto universo de indivíduos que estão sendo estudados (população observada). O elemento “ x ” é cada indivíduo que está sendo observado. A função de pertinência (μ_A) aplicada a “ x ”, ou seja $\mu_A(x)$, indica o grau de pertinência do elemento “ x ” a um determinado conjunto *fuzzy* “ A ” (que pode ser um dos conjuntos: expostos, não expostos, doentes ou não doentes). Tem-se então o conjunto de pares ordenados: elemento do conjunto e seu respectivo valor ou grau de pertinência formando o conjunto *fuzzy*, matematicamente falando:

$$A = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in X\}. \quad (16)$$

De forma resumida, “ x ” é o indivíduo, “ A ” o evento *fuzzy* e $0 \leq \mu_A(x) \leq 1$ indicará o quanto o indivíduo “ x ” pertence ao evento *fuzzy* “ A ”. Lembrando que é possível haver pertinências parciais de “ x ” entre os dois conjuntos *fuzzy* “ A ” e \bar{A} (conjunto complementar de A).

4.4.2 Medida de Probabilidade Clássica

Definição 2. Seja \mathcal{A} um evento não vazio no espaço amostral $F(X)$ que forma uma σ -álgebra de Borel no \mathbb{R}^n . O trio $(\mathbb{R}^n, F(X), P)$ denota o espaço de probabilidade, onde P é uma medida de probabilidade no \mathbb{R}^n . Então a probabilidade clássica é definida por (MORAES, 2014):

$$P(\mathcal{A}) = \int_{\mathcal{A} \subseteq \mathbb{R}^n} P(x) dx. \quad (17)$$

onde P satisfaz os seguintes axiomas:

- (1) $P(\mathcal{A}) \geq 0$, $\mathcal{A} \in F(X)$;
- (2) $P(F(X)) = 1$;
- (3) Se $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \dots \in F(X)$ e são disjuntos, então P atende a σ -aditividade:

$$P\left(\bigcup_{n \in \mathbb{N}} \mathcal{A}_n\right) = \sum_{n=1}^{\infty} P(\mathcal{A}_n).$$

É preciso deixar claro a diferença básica entre a Teoria de Probabilidade e a Teoria dos Conjuntos *Fuzzy*. Na Teoria de Probabilidade o conjunto é bem definido, cada elemento tem a sua respectiva probabilidade e a dúvida será sobre a probabilidade de o conjunto ocorrer. Essa probabilidade é atribuída por meio da função de probabilidade que segue uma distribuição estatística. Já na Teoria dos Conjuntos *Fuzzy*, o conjunto não tem limites exatos, há

subjetividades a serem consideradas, ou seja, há incertezas sobre o conjunto ao qual o elemento pertence. Assim atribui-se graus de pertinência aos diferentes conjuntos através da função de pertinência, mas essa função de pertinência não segue uma distribuição estatística. A medida de probabilidade é um caso particular da medida *fuzzy* (KLIR, G.; YUAN, 1995; PEDRYCZ; GOMIDE, 1998).

4.4.3 Medida de Probabilidade de Evento *Fuzzy*

Zadeh (1968) definiu a probabilidade de evento *fuzzy* apresentada como:

Definição 3. Seja o trio $(\mathbb{R}^n, F(X)$ e \mathbf{P}), o espaço de probabilidade é definido pelo universo de conjunto de Borel $F(X)$ no \mathbb{R}^n e \mathbf{P} é uma medida de probabilidade sobre o \mathbb{R}^n . Considerando A em $F(X)$ um evento *fuzzy*, com função de pertinência definida por $\mu_A: \mathbb{R}^n \rightarrow [0,1]$. Então a integral de *Lebesgue-Sieltjes* define a probabilidade do evento *fuzzy* A como:

$$\mathbf{P}(A) = \int_A d\mathbf{P} = \int_{\mathbb{R}^n} \mu_A(x) d\mathbf{P} = E(\mu_A). \quad (18)$$

Desta forma, observa-se que a probabilidade de eventos *fuzzy* apresentada por Zadeh (1968) é igual à esperança da função de pertinência associada ao evento. Pode-se então reescrever esta probabilidade como (MORAES, 2014; ZADEH, 1968):

$$\mathbf{P}(A) = \int_{\mathbb{R}^n} \mu_A(x) P(x) dx. \quad (19)$$

Se é possível assumir que o evento A é do tipo clássico com função de pertinência igual 1 então temos que a equação (19) pode ser escrita por:

$$\mathbf{P}(A) = \int_{\mathbb{R}^n} P(x) dx. \quad (20)$$

Assim quando $\mu_A(x) = 1$, a equação (19) volta a ser a definição da probabilidade clássica, ou seja, é um caso especial da probabilidade de evento *fuzzy*. A medida de probabilidade é um caso particular da medida *fuzzy* (KLIR; YUAN, 1995; PEDRYCZ; GOMIDE, 1998).

4.4.4 Medida de Possibilidade

Definição 4. Seja $\mathbf{F}(X)$ o conjunto de todos os subconjuntos *fuzzy* de X . Uma medida de possibilidade Π é uma função de $\mathbf{F}(X)$ em $[0,1]$, a qual satisfaz os seguintes axiomas (DUBOIS; PRADE, 1980; MORAES; MACHADO, 2014):

- (1) $\Pi(\emptyset) = 0$;
- (2) $\Pi(X) = 1$;
- (3) Para qualquer família finita A_i de conjuntos de $\mathbf{F}(X)$, $\Pi(\cup_i A_i) = \sup_i \Pi(A_i)$.

Destaca-se que a distribuição de possibilidade não é equivalente a uma distribuição de probabilidade (MORAES; MACHADO, 2014). Isso pode ser mais bem observado na seção a seguir.

4.4.4.1 Associando Possibilidade à Subconjuntos Fuzzy

Definição 5. Seja A um subconjunto *fuzzy* de X , com funções de pertinência μ_A e seja U a variável que assume valores u em X . Então a função distribuição de possibilidades associada a U é definida como (ZADEH, 1978):

$$\pi_A(u) = \mu_A(u). \quad (21)$$

Para melhor entender a relação entre de possibilidade ($\pi_A(u)$) e pertinência *fuzzy* ($\mu_A(u)$) considera-se o seguinte exemplo: um indivíduo é considerado um “fumante pesado (u)” se ele fuma de 7 a 10 ($[7,10] = A$) cigarros por semana. Logo se o indivíduo fuma menos que 7 ($u < 7$) ou mais que dez cigarros ($u > 10$), “é impossível” ele ser considerado fumante contumaz. Os conjuntos *fuzzy* relaxam a informação de pertencimento dicotômica (pertence = 1 ou não pertence = 0) em vários graus de possibilidade de pertencimento. Desta forma se o indivíduo fuma 5 ($u = 5$) cigarros por semana a possibilidade de ele ser um fumante contumaz é 0,8 ($\pi_A(5) = \mu_A(5) = 0,8$), já se o indivíduo fuma 9 cigarros por semana a possibilidade é 1 ($\pi_A(9) = \mu_A(9) = 1$).

4.4.4.2 Possibilidade de Eventos Condicionais

Definição 6. Sejam A e B subconjuntos *fuzzy* de X , com funções de pertinência μ_A e μ_B , respectivamente. Seja U a variável que assume valores u em X . A partir da equação (21)

define-se a medida de possibilidade do evento condicional *fuzzy* A dado que B ocorreu como (DUBOIS; PRADE, 1988):

$$\Pi(A/B) = \max_{u \in X} [\min(\mu_A(u), \pi_B(u))]. \quad (22)$$

Para facilitar o entendimento, neste estudo, chama-se $\Pi(A/B)$ de possibilidade de A dado que B ocorreu ou $poss(A/B)$.

4.5 EPIDEMIOLOGIA FUZZY USANDO A TEORIA DE POSSIBILIDADES

As medidas epidemiológicas baseadas na Teoria de Possibilidades são escritas de acordo com suas respectivas equações clássicas e em termos de possibilidades dos eventos condicionais. Essas medidas epidemiológicas visam suavizar a rigidez (valor *crisp*) das medidas epidemiológicas clássicas, sujeita a erros, vieses e subjetividades. Assim os estimadores *fuzzy* propostos serão proporcionais aos reais valores na população e serão calculados pelas razões de possibilidades relativas dos eventos condicionais.

Todas as medidas epidemiológicas propostas podem ser aplicadas aos estudos epidemiológicos observacionais clássicos, desde que o pesquisador ou especialista também seja capaz de determinar os graus de exposição e doença sofridos pela população em estudo.

4.5.1 Medidas de frequência *fuzzy* baseadas na Teoria de Possibilidades

Propõe-se aqui, de forma inédita, as medidas de frequência *fuzzy* baseadas nas equações (6) a (10) respectivamente, baseadas na Teoria de Possibilidades dos eventos condicionais *fuzzy*, equação (22). Estes estimadores serão proporcionais aos reais valores na população e serão calculados pelas razões de possibilidades relativas dos eventos condicionais, definidos por:

1. Prevalência: denominada de *Fuzzy Prevalence* (FP):

$$FP = \frac{poss(D/E) + poss(D/\bar{E})}{poss(D/E) + poss(D/\bar{E}) + poss(\bar{D}/E) + poss(\bar{D}/\bar{E})}. \quad (23)$$

2. Incidência acumulada nos expostos: denominada de *Fuzzy Incidence Accumulated in the Exposed* (FI_{AE}):

$$FI_{AE} = \frac{poss(D/E)}{poss(D/E) + poss(\bar{D}/E)} . \quad (24)$$

3. Incidência acumulada nos não expostos: denominada como *Fuzzy Incidence Accumulated in Unexposed* ($FI_{A\bar{E}}$):

$$FI_{A\bar{E}} = \frac{poss(D/\bar{E})}{poss(D/\bar{E}) + poss(\bar{D}/\bar{E})} . \quad (25)$$

4. Odds nos expostos: denominada como *Fuzzy odds in exposed* (FO_E):

$$FO_E = \frac{poss(D/E)}{poss(\bar{D}/E)} . \quad (26)$$

5. Odds nos não expostos: denominada como *Fuzzy Odds on Unexposed* ($FO_{\bar{E}}$):

$$FO_{\bar{E}} = \frac{poss(D/\bar{E})}{poss(\bar{D}/\bar{E})} . \quad (27)$$

Desta forma as novas medidas aqui propostas, incorporam subjetividades e incertezas inerentes à epidemiologia, com mais fidedignidade, e podem ser aplicadas de acordo com o interesse da investigação e o tipo de estudo epidemiológico apropriado.

As medidas de frequência descrevem uma situação de prevalência (casos existentes) incidência (casos novos) e *odds* (chance de adoecer). As medidas clássicas de prevalência e incidência variam entre 0 e 1, visto que são proporções e o *odds* assume valores maiores ou iguais a 1.

Como visto as medidas de frequência *fuzzy* propostas resultam do cálculo entre possibilidades. Será visto no capítulo 5 que as curvas da prevalência (FP) e incidência acumulada nos expostos (FI_{AE}) apresentam uma mudança no espaço de resposta que varia entre 0,5 e 1. Já a *odds fuzzy* nos exposto (FO_E) assume valores maiores ou iguais a 1, como as medidas clássicas. Entretanto é preciso destacar que esta redução no espaço de resposta da FP e FI_{AE} não implica em perda de informação. Há na verdade um novo paradigma de resposta das medidas com a inclusão de duas informações diferenciadas: 1. A adição de informações como as incertezas e subjetividades descartadas nos cálculos das medidas clássicas, considerando assim os casos assintomáticos e 2. A informação observável dos graus de exposição na população avaliada conforme o aumento da medida *fuzzy*; essa informação não é observável nas medidas clássicas.

4.5.2 Medidas de associação e risco *fuzzy* baseadas na Teoria de Possibilidades

De acordo com a definição das medidas associação e risco clássicas *RR* e *OR* dadas por suas equações (11) e (12) respectivamente tem-se:

1. Para estimar a *RR* tem-se o estimador *Fuzzy Risk Ratio (FRR)* definido em termos das possibilidades relativas condicionais, e calculado pela seguinte razão já apresentada por Massad *et al.* (2003):

$$FRR = \frac{poss(D/E)}{poss(D/\bar{E})}. \quad (28)$$

No capítulo 5 deste estudo apresenta-se de forma inédita a caracterização desta medida aplicada estudo real de Sousa *et al.* (2019).

2. Para estimar a *OR* no grupo de doentes tem-se a *FOR (Fuzzy Odds Ratio)* para o grupo doentes) já apresentada por Massad *et al.* (2003):

$$FOR_{doentes} = \frac{poss(D/E) \wedge poss(\bar{D}/\bar{E})}{poss(D/\bar{E}) \wedge poss(\bar{D}/E)}, \quad (29)$$

onde o símbolo \wedge indica um operador de conjunção lógica “E”, considerando t-normas.

O *FOR* para o “doente” dado pela equação (12) é calculado como a razão entre os indivíduos sob risco e os indivíduos protegidos, fornecendo um bom estimador de risco. Os indivíduos *fadados* e *resistentes* não contribuem com informação sobre a relação causal (MASSAD *et al.*, 2003). A associação indicada pelo *FOR* para “doente” comporta-se como o *FRR*, ou seja, se o $FOR_{doente} > 1$ indicará associação positiva entre a causa e o efeito e se $FOR_{doente} < 1$ indicará associação negativa, o que revela um efeito de proteção do fator investigado.

3. Propõe-se neste trabalho a nova medida *Odds Ratio Fuzzy* para o grupo não doentes dada pela equação (13) por:

$$FOR_{n\tilde{a}o_doentes} = \frac{poss(D/\bar{E}) \wedge poss(\bar{D}/E)}{poss(D/E) \wedge poss(\bar{D}/\bar{E})}, \quad (30)$$

onde o símbolo \wedge indica um operador de conjunção lógica “E”, considerando t-normas.

O $FOR_{n\tilde{a}o_doentes}$ informa a chance de o indivíduo não adoecer quando ele não foi exposto.

4. Para estimar a *RP* tem-se o estimador *Fuzzy Prevalence Ratio (FPR)* proposto neste estudo e calculado pela seguinte razão:

$$FPR = \frac{poss(D/E)}{poss(D/\bar{E})}. \quad (31)$$

Da mesma forma que acontece nas medidas clássicas, para doenças raras, nas medidas de associação e risco *fuzzy*: $FRR \cong FOR$, como visto em Melo *et al.* (2020) e considerando t-normas como nas equações (29) e (30).

4.6 O ESTUDO EPIDEMIOLÓGICO FUZZY

Propõe-se neste trabalho um estudo denominado de Estudo Epidemiológico *Fuzzy* (EE_ *fuzzy*), que objetiva observar o comportamento gráfico estimado da evolução da doença e exposição sofrida pela população. Esse comportamento é resultante do cruzamento dos graus de pertinência associados aos eventos de exposição e doença oriundos da categorização flexível dos indivíduos por meio da Teoria dos Conjuntos *Fuzzy*, equação (15).

A premissa básica para o uso desta nova metodologia de estudo é que o especialista seja capaz de atribuir diferentes níveis de exposição e doença sofridos pelo indivíduo, por meio dos diferentes recursos (exames clínicos, histórico do paciente, anotações de cuidadores etc.). Quanto mais fragmentado forem estes níveis, maior será o número de informações referentes às interações cruzadas de doença e exposição, permitindo mais flexibilidade na categorização do indivíduo e maior fluidez nos resultados gráficos.

As funções de pertinência de doença e exposição podem ser estimadas a partir, por exemplo, dos modelos logístico e uniforme respectivamente como sugerido na literatura (MASSAD *et al.*, 2003; MELO *et al.*, 2020), ou adaptando conforme o comportamento dos dados a outros modelos.

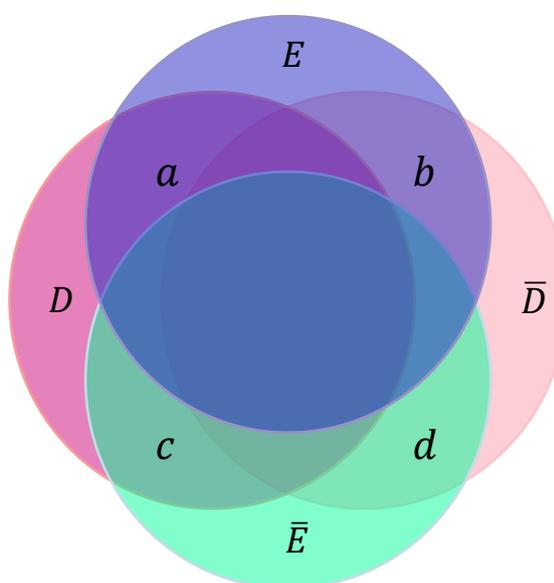
Exemplificando, a Teoria dos Conjuntos *Fuzzy* considera-se que: se “*D*” é o conjunto *fuzzy* dos doentes e “ \bar{D} ” o conjunto *fuzzy* dos não doentes, o grau de pertinência do indivíduo “*x*” ao conjunto dos doentes será determinado por $\mu_D(x)$ que pode assumir qualquer valor no intervalo [0,1]. O valor “zero” indica que o indivíduo não está doente e “um” indica que ele está completamente doente; logo se $\mu_D(x) = 0.3$ então $\mu_{\bar{D}}(x) = 0.7$.

Sendo assim, cada indivíduo “*x*”, receberá o conjunto de graus de pertinência ($\mu_D(x)$, $\mu_{\bar{D}}(x)$, $\mu_E(x)$ e $\mu_{\bar{E}}(x)$) referentes aos respectivos conjuntos *fuzzy* (doente, não doente, exposto e não exposto). Desta forma é possível quantificar a transição suave do indivíduo

entre os eventos, passando a considerar as incertezas e subjetividades antes descartadas na categorização do indivíduo no estudo epidemiológico clássico.

A Figura 1 apresenta uma animação dos eventos de um estudo epidemiológico observacional *fuzzy* e as possíveis transições entre eles, captadas pelas funções de pertinência. Cada círculo representa um evento: doente (D), não doente (\bar{D}), exposto (E) e não exposto (\bar{E}) no estudo. As sobreposições entre os círculos representam os processos de transição de adoecimento e exposição do indivíduo.

Figura 1 – Transição entre os eventos no estudo epidemiológico fuzzy



Fonte: Proposta do autor.

As sobreposições cruzadas entre cada dois círculos destacadas pelas letras “a”, “b”, “c” e “d”, são consideradas na categorização (dicotômica) como indicado na Tabela 1 no estudo epidemiológico clássico, entretanto as demais sobreposições cruzadas entre três e quatro círculos são descartadas. A proposta do *EE_fuzzy* é considerar todas as sobreposições por meio do vetor de informações das pertinências do indivíduo. Por exemplo o indivíduo “x” que está no centro da figura pode ter o seguinte vetor de informações de pertinências ($\mu_D(x) = 0,6$; $\mu_{\bar{D}}(x) = 0,4$; $\mu_E(x) = 0,3$ e $\mu_{\bar{E}}(x) = 0,7$).

A informação diferenciada no *EE_fuzzy* contribuiu para apresentar graficamente o comportamento das interações cruzadas para os diferentes graus de exposição e adoecimento sofrido pela população avaliada. Neste caso os casos assintomáticos, com ou sem exposição, estão sendo considerados. A nuvem gráfica resultante do estudo é formada por curvas que

representam o crescimento ou decréscimo das possibilidades dos graus de exposição e doença estimados, funcionando como uma situação de “dose-resposta” onde a dose é a exposição e a resposta é a doença.

Na seção 5.1 será possível observar o resultado da aplicação do EE_{fuzzy} aos dados do estudo de real de Sousa *et al.* (2019).

4.6.1 Categorizando os valores do estudo epidemiológico *fuzzy* na tabela 2x2

A ideia é simular uma categorização dicotômica dos indivíduos na tabela clássica 2x2 usada nos estudos observacionais segundo os graus de pertinência ($\mu_D(x)$ e $\mu_E(x)$) de cada indivíduo. Para isso, o pesquisador ou decisor deve escolher, de acordo com o interesse (no intervalo aberto de 0 a 1), os valores dos graus de exposição e doença, denominados: ponto de corte de exposição (δ_E) e ponto de corte de doença (δ_D). Os indivíduos que possuírem graus de exposição maiores que δ_E e graus de doença maiores que δ_D , serão considerados respectivamente, expostos e doentes. Assim, os indivíduos categorizados na casela "a" na tabela 2x2, por exemplo, seguem a seguinte regra:

$$a = n^{\circ} \text{ de indivíduos } (D/E) \rightarrow n^{\circ} \text{ de indivíduos } (\mu_D(x) \geq \delta_D, \mu_E(x) \geq \delta_E). \quad (32)$$

4.7 MEDIDAS EPIDEMIOLÓGICAS DE PROBABILIDADE DE EVENTOS *FUZZY*

Propomos neste trabalho dois conjuntos de medidas epidemiológicas calculadas em termos de probabilidades de eventos *fuzzy* (ZADEH, 1968), são eles: 1. As medidas epidemiológicas de frequência e 2. As medidas epidemiológicas de associação e risco. Essas medidas são calculadas a partir das probabilidade condicional dos eventos *fuzzy*.

Para facilitar o entendimento das equações das medidas propostas a seguir considera-se A e B eventos *fuzzy*; associa-se as informações das tabelas 1 e 2 com as respectivas equações das medidas clássicas e chama-se $fprob(A/B)$ a probabilidade do evento *fuzzy* A dado que o evento *fuzzy* B ocorreu.

Desta forma, por exemplo, para a casela “a” da Tabela 2 a probabilidade de evento *fuzzy* (ZADEH, 1968) do evento A dado que B ocorreu é obtida por: $fprob(A/B) = P(A/B) \cdot \mu_B$, onde μ_B é calculada pelo valor padronizado (pelo valor máximo) do evento B no histograma e $P(A/B) = \frac{\text{número de elementos em } A \text{ e } B}{\text{número de elementos em } B}$.

A indicação de aplicação de cada medida proposta nos estudos epidemiológicos, assim como a interpretação dos valores resultantes, segue a mesma indicação da literatura das respectivas medidas clássicas.

4.7.1 As medidas de frequência baseadas na probabilidade de eventos *fuzzy*

As medidas epidemiológicas de frequência segundo a probabilidade de evento *fuzzy* (ZADEH, 1968) são definidas com base nas equações das respectivas medidas clássicas (equações 6 a 10) como segue.

1. A medida de prevalência é denominada *Prevalence_Fuzzy Event* (P_{FE}) e definida por:

$$P_{FE} = \frac{fprob(D/E) + fprob(D/\bar{E})}{fprob(D/E) + fprob(\bar{D}/E) + fprob(D/\bar{E}) + fprob(\bar{D}/\bar{E})}. \quad (33)$$

2. As medidas de incidência são denominadas de *Incidence_Accumulated on the Exposed_Fuzzy Event* ($I_{AE_{FE}}$) e *Incidence_Accumulated in the unexposed_Fuzzy Event* ($I_{A\bar{E}_{FE}}$) e respectivamente definidas por:

$$I_{AE_{FE}} = \frac{fprob(D/E)}{fprob(D/E) + fprob(\bar{D}/E)}. \quad (34)$$

$$I_{A\bar{E}_{FE}} = \frac{fprob(D/\bar{E})}{fprob(D/\bar{E}) + fprob(\bar{D}/\bar{E})}. \quad (35)$$

3. As medidas de chance são denominadas de *Odds in Exposed_Fuzzy Event* ($O_{E_{FE}}$), *Odds in the unexposed_Fuzzy Event* ($O_{\bar{E}_{FE}}$) e respectivamente definidas por:

$$O_{E_{FE}} = \frac{fprob(D/E)}{fprob(\bar{D}/E)}. \quad (36)$$

$$O_{\bar{E}_{FE}} = \frac{fprob(D/\bar{E})}{fprob(\bar{D}/\bar{E})}. \quad (37)$$

4.7.2 As medidas de associação e risco baseadas na probabilidade de eventos *fuzzy*

Propõe-se neste estudo as medidas de associação e risco definidas em termos da probabilidade de evento *fuzzy* (ZADEH, 1968). As definições partem das equações das medidas de risco clássicas, equações (11) a (13).

1. Para calcular a razão de risco define-se a *Risk Ratio_Fuzzy Event* (RR_{FE}) calculada por:

$$RR_{FE} = \frac{fprob(D/E)}{fprob(D/\bar{E})}. \quad (38)$$

2. Analogamente para estimar a razão de prevalência tem-se o estimador *Prevalence Ratio_Fuzzy Event* (PR_{FE}) definida por:

$$PR_{FE} = \frac{fprob(D/E)}{fprob(D/\bar{E})}. \quad (39)$$

3. A medida de *odds ratio* é denominada de *Odds Ratio_Fuzzy Event* (OR_{FE}) e é definida como:

$$OR_{FE} = \frac{fprob(D/E) \cdot fprob(\bar{D}/\bar{E})}{fprob(D/\bar{E}) \cdot fprob(\bar{D}/E)}. \quad (40)$$

4.8 CARACTERIZAÇÃO DO ESTUDO REAL

O estudo *fuzzy* do TMC associado à IA em mães com filhos menores de um ano, partiu do estudo do tipo coorte prospectivo de Sousa *et al.* (2019). A amostra foi coletada entre os anos de 2013-2014 e composta por mães atendidos em duas maternidades públicas de João Pessoa no estado da Paraíba - Brasil. O estudo finalizou com 194 mães atendendo o valor mínimo da amostra estimado em 189 observações. As informações foram coletadas em três tempos: 1. No momento do parto; 2. Visita domiciliar no quarto mês de nascimento da criança e 3. Entrevista, por telefone, no primeiro ano após o nascimento do filho.

A insegurança alimentar foi mensurada a partir da Escala Brasileira de Insegurança Alimentar (EBIA) (CAFIERO; VIVIANI; NORD, 2018). O risco de diagnóstico de TMC foi mensurado por meio do *Self Response Questionnaire* (SQR-20) (BEUSENBERG, 1994).

O banco de dados deste estudo foi composto por três variáveis do estudo de Sousa *et al.* (2019): 1. EBIA que informa o score que mensura a intensidade da IA vivenciada pela mãe, variando de 0 a 14 definidos da seguinte forma: segurança (E1: EBIA = 0), insegurança leve (E2: $1 \leq EBIA \leq 5$), insegurança moderada (E3: $6 \leq EBIA \leq 9$) e insegurança grave

(E4: $10 \leq EBIA \leq 14$); 2. A renda familiar per capita (*RPERC*) influencia inversamente a IA (PIPERATA *et al.*, 2016); ou seja, quanto menor o valor de *RPERC* para um mesmo valor de *EBIA* maior será o grau de exposição a IA; 3. *SOMA* que informa a soma do score que mensura a intensidade do TMC no instrumento SQR-20, categorizando o indivíduo como “normal” (se *SOMA* = 0 a 6) e “alterado” (se *SOMA* = 7 a 20), indicando o nível de sintomas de TMC nos indivíduos.

Destaca-se que pertinências são valores que variam no intervalo [0, 1], logo as variáveis da exposição (*EBIA*) e doença (*SOMA*) seguirão algumas transformações para atender essa premissa no caso das metodologias baseadas em possibilidades. Essas transformações são detalhadas nas seções 4.8.1 e 4.8.2.

4.8.1 Pertinência de exposição

Para as pertinências de exposição ($\mu_E(x)$) considerou-se os seguintes pontos: 1. Ordenou-se na ordem crescente a exposição à IA segundo a variável *EBIA* para todos os níveis de exposição; 2. Cada valor da *EBIA* foi ordenado segundo a *RPERC*, na ordem decrescente, dentro de cada nível de IA, assim a variável *RPERC* calibra a ordem de intensidade de exposição para cada valor da *EBIA* dentro e entre níveis. Logo para mães com o mesmo valor de *EBIA* ou valor igual a zero, a intensidade de exposição seguirá a ordem da *RPERC*; 3. As pertinências foram calculadas para serem distribuídas proporcionalmente no intervalo [0, 1] considerando os níveis de exposição à IA sofridos, sem extrapolar o intervalo total; 4. Considerou-se intervalos de transição de 0,05 para garantir a transição do indivíduo entre os níveis de exposição; 5. O nível de exposição de segurança alimentar (E1) é composto por 79 mães, enquanto os níveis de insegurança: leve (E2), moderado (E3) e grave (E4) são compostos respectivamente por 89, 12 e 14 computando 115 mães e totalizando a amostra de 194 mães; 6. De acordo com o especialista, para o nível de segurança alimentar (E1) quando *EBIA* é igual a zero, é razoável considerar que as pertinências variem no intervalo [0, 0,1]. Assim as pertinências para o nível de segurança E1 foram calculadas por: $E_{j+1} = E_j + (0,1/79)$ para $j = 1, \dots, 79$; 7. Os níveis de insegurança E2, E3 e E4 as pertinências foram calculadas por: $E_{j+1} = E_j + EBIA_j \cdot (0,3/115)$ para $j = 80, 81, \dots, 194$.

Assim a pertinência de exposição varia no intervalo [0, 1], garantindo transição entre os níveis de exposição de 0,05 e resultando nos intervalos E1: [0,00, 0,098], E2: [0,048, 0,57], E3: [0,52, 0,72] e E4: [0,67, 1,00].

Considerando um exemplo onde os valores de “j” são $j = (78, 79, 80, 81)$ temos que os respectivos valores da variável *EBIA* para os valores considerados de “j” são $EBIA_j = (0, 0, 1, 1)$, os respectivos valores para a variável *RPERC* que calibra os valores de *EBIA* são $RPERC_j = (100,00; 90,00; 1666,67; 780,00)$. Note que os dois primeiros valores de *EBIA* estão no nível de segurança alimentar (E1) e os dois últimos no nível de insegurança alimentar leve (E2). Desta forma, considerando que há um decréscimo de 0,05 pontos nos valores de exposição ($j = (80, 81)$) que estão na região de transição entre os níveis de exposição E1 e E2, os valores calculados para a pertinência de exposição são $E_j = (0,09747; 0,09873; 0,04873; 0,05134)$.

4.8.2 Pertinência de doença

A função de pertinências da doença ($\mu_D(x)$) seguiu o modelo logístico (PRENTICE; PYKE, 1979) como sugerido na teoria (MASSAD *et al.*, 2003). Esse modelo requer a informação de exposição ($\mu_E(x)$) e do vetor de parâmetro Beta (β) que estimará o efeito dos sintomas da doença informado pela variável *SOMA*. Assim para calcular a pertinência do indivíduo x_i , $i = 1, 2, \dots, 194$, ter TMC ($\mu_D(x)$) quando se sabe a respeito da sua exposição ($\mu_E(x)$) à IA, estima-se:

$$\mu_D(x_i) = \frac{\exp(\mu_E(x_i)\beta)}{1 + \exp(\mu_E(x_i)\beta)}, \quad (41)$$

onde: $\beta = [\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k]$ é um vetor de parâmetros estimados com base nos dados observados. A quantidade $e^{\beta_i}, \forall i = 1, 2, \dots, k$, representa o *odds* de ocorrência do diagnóstico de TMC.

4.8.2.1 Vetor de parâmetros betha

A variável *SOMA* varia no intervalo 0 a 20. Entretanto valores elevados do vetor β provocam valores extremos na função exponencial, distorcendo a informação do TMC no modelo logístico. Considerou-se a transformação abaixo.

Para definir o intervalo de valores do vetor β considerou-se: 1. Para registrar a transição entre os estados “normal” e “alterado” do TMC contabilizado pela variável *SOMA*, de acordo com o especialista, é razoável considerar o vetor β variando entre os valores positivos e negativos, passando pelo zero; 2. Transformou-se os valores inteiros de 0 a 20 no

intervalo $[-5, 5]$ como sugerido na literatura (MELO *et al.*, 2020); 3. Os valores β_i seriam transformados e distribuídos proporcionalmente de acordo com os valores da variável *SOMA* no intervalo total $[-5, 5]$ da seguinte forma: se *SOMA* indica nível de sintomas do TMC “normal” ($0 \leq SOMA \leq 6$) então β_i para $i = 1, \dots, 194$, varia no intervalo $[-5, 0)$ com passo $1/6$; se *SOMA* indica nível de sintomas do TMC “alterado” ($7 \leq SOMA \leq 20$) então β_i para $i = 1, \dots, 194$, varia no intervalo $(0, 5]$ com passo $1/14$; 4. Assim associou-se a cada mãe observada, o valor da sua respectiva *SOMA* transformando-o segundo as seguintes condições: Se ($SOMA \leq 6$) $\rightarrow \beta_i = -5 + \left(SOMA_i \cdot \left(\frac{5}{6}\right)\right)$, caso contrário, ($SOMA > 6$) $\rightarrow \beta_i = (SOMA_i - 6) \cdot \left(\frac{5}{14}\right)$, $i = 1, \dots, 194$; 5. Para garantir a categorização flexível entre os níveis de sintomas do TMC “normal” e “alterado” considerou-se um intervalo de transição de 0,05 entre estes estados.

Os resultados das metodologias que usam as pertinências detalhadas nas seções 4.8.1 e 4.8.2 serão mostradas nas seções 5.2.1 e 5.2.2 a seguir. Todo o processamento computacional deste estudo foi realizado pelo *software* R (R CORE TEAM, 2020).

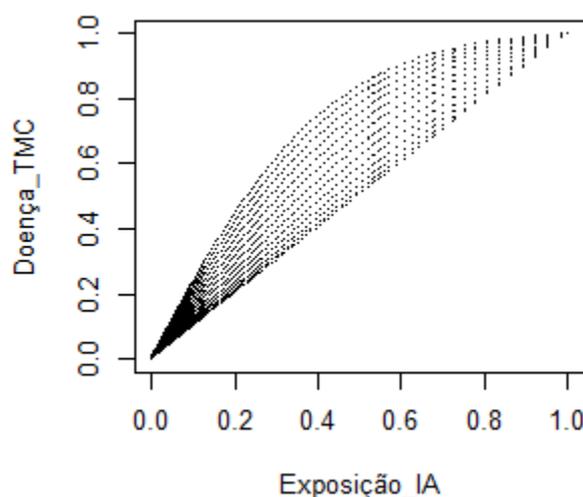
Para o exemplo visto na seção 4.8.1, onde os valores de “*j*” considerados são $j = (78, 79, 80, 81)$ os valores da variável $SOMA_j = (0, 4, 14, 6)$ e o respectivo vetor de valores para o parâmetro Beta será $\beta_j = (-5,000; -1,666; 2,850; 0,000)$. O vetor de pertinências de exposição calculado na seção 4.8.1 foi $E_j = (0,09747; 0,09873; 0,04873; 0,05134)$. Desta forma, os respectivos valores calculados para a pertinência de doença são $\mu_{Dj} = (0,4393; 0,4386; 0,4695; 0,4679)$, destaca-se que o cálculo da pertinência da doença considera a exposição e a estimativa do efeito do TMC nos seus cálculos.

5 RESULTADOS

5.1 O ESTUDO EPIDEMIOLÓGICO *FUZZY* APLICADO AOS DADOS REAIS

A Figura 2 apresenta o estudo epidemiológico *fuzzy* do TMC associado à IA em mães com filhos menores de um ano, descrevendo a evolução da nuvem gráfica do processo gradativo de exposição e agravamento da doença sofrido pela população.

Figura 2 – Gráfico do estudo epidemiológico *fuzzy* do TMC associado à exposição de IA



Fonte: Dados da pesquisa.

A nuvem é formada por curvas geradas para cada valor do vetor de parâmetros β (informação da variável *SOMA*), que evolui segundo os graus de exposição e doença de cada indivíduo observado na população.

Observa-se na nuvem gráfica (Figura 2) que existe uma concentração de mães com aproximadamente pertinência de exposição menor ou igual a 0,15 e pertinência de doença menor ou igual a 0,20. Estas mães em sua maioria estão categorizadas no nível de segurança alimentar (E1 com intervalo [0,00 0,098]). Há uma quantidade menor de mães transitando no nível de exposição leve de insegurança alimentar (E2: [0,048, 0,57]). A faixa da nuvem mais preocupante são as mães que se encontram com pertinências de exposição e doença acima de 0,7, pois estariam na transição entre os níveis de exposição à IA moderada mais elevados (E3: [0,2, 0,72]) e grave (E4: [0,67, 1,00]) e notadamente com nível alterado de TMC. Certamente estas seriam as mães que merecem uma atenção diferenciada dos gestores de saúde para evitar

desfechos indesejados. A informação da figura 2, pode ser complementada com os resultados das medidas de frequência e efeito *fuzzy* da seção 5.2.

5.2 AS MEDIDAS EPIDEMIOLÓGICAS *FUZZY* BASEADAS NA TEORIA DE POSSIBILIDADES

A medida epidemiológica *fuzzy* baseada na Teoria de Possibilidades consistem em uma curva gráfica que descreve a evolução da medida de acordo com a exposição sofrida pela população. Ela apresenta um novo paradigma de leitura e informação não observável na respectiva medida clássica.

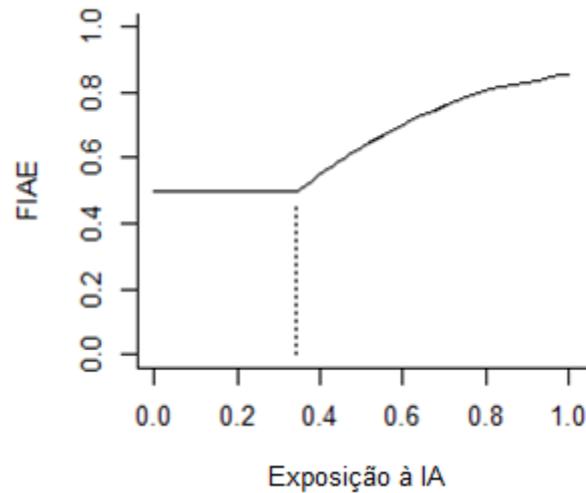
5.2.1 Medidas de frequência *fuzzy*

A prevalência é a medida mais adequada para indicar a ocorrência do desfecho neste estudo. Entretanto como a Incidência acumulada nos expostos pode ser considerada para o período total do estudo apresentou-se também a FI_{AE} para efeito de entendimento da caracterização desta medida.

A Figura 3 mostra que a pertinência da medida *fuzzy* FI_{AE} para o TMC associado à IA assume valores no intervalo $[0,5, 1]$. Verifica-se no desenho da curva que para valores de exposição menores que 0,3539 a FI_{AE} é constante e igual a 0,5, já para valores de exposição maiores ou igual a 0,3539 a FI_{AE} aumenta de 0,5 até 0,8564. Ou seja, existe um valor crítico de exposição ($\mu_E(x) = 0,3539$) indicada pela linha vertical pontilhada no gráfico, onde a possibilidade de adoecer entre os expostos é maior que a possibilidade de não adoecer entre expostos, indicando a entrada de valores incidentes na população.

De outra forma, há um valor de exposição ($\mu_E(x) = 0,3539$), a partir do qual, ocorre a entrada de casos incidentes provocando a elevação da medida de incidência *fuzzy* ($0,5 \leq FI_{AE} \leq 0,8564$).

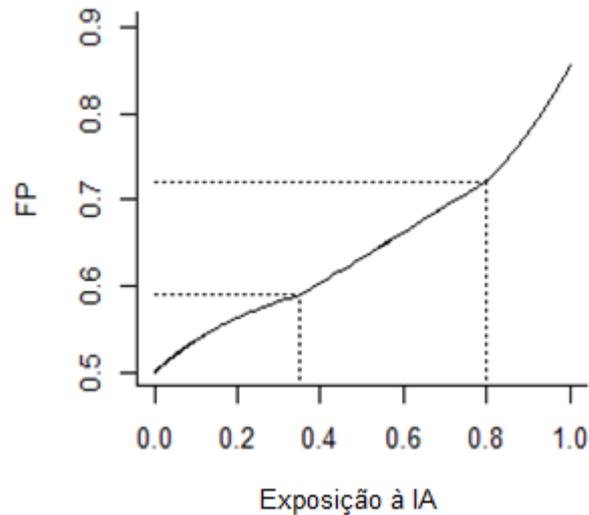
Figura 3 – FI_{AE} do TMC de acordo com a exposição à IA



Fonte: Dados da pesquisa.

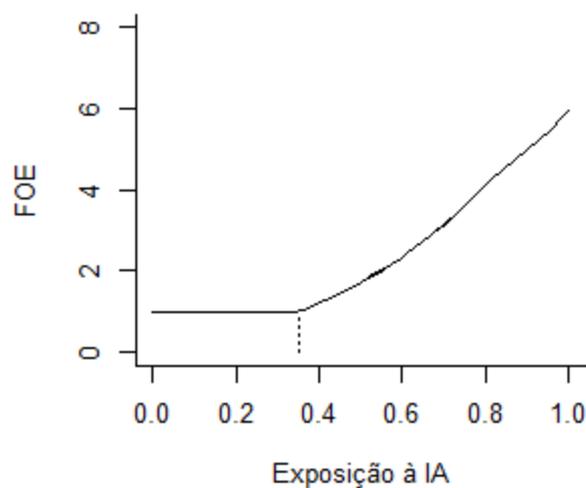
A medida de prevalência engloba a informação da medida de incidência, visto que, os casos prevalentes resultam do total de casos na população (novos ou pré-existentes). Assim o valor da pertinência de exposição ($\mu_E(x) = 0,3539$) também pode ser observado na curva da medida de prevalência *fuzzy*.

Na Figura 4 a prevalência *fuzzy* varia no intervalo $[0,5, 0,8564]$ iniciando o seu crescimento desde os primeiros valores da pertinência de exposição e cresce até 0,8564. As linhas pontilhadas destacam dois pontos no comportamento da *FP*: 1. O ponto onde a pertinência de exposição é igual a 0,3539 mostrando que a curva muda para um crescimento mais íngreme, este mesmo valor de exposição indicou, na figura 3, o início de crescimento da FI_{AE} ; 2. O ponto onde a exposição à IA é igual a 0,8, provocando um salto mais acentuado no crescimento da *FP*. Assim entende-se que a *FP* agrega na sua informação os valores de exposição onde há entrada de casos incidentes somando-se aos casos já existentes provocando a elevação da prevalência na população. Esse conjunto de informações não é possível ser obtido quando calculamos a medida clássica de prevalência.

Figura 4 – FP do TMC de acordo com a exposição à IA

Fonte: Dados da pesquisa.

A Figura 5 apresenta o gráfico da medida de *odds fuzzy* do TMC nos expostos segundo a pertinência de exposição à IA. A linha vertical pontilhada no gráfico indica o valor da exposição onde a curva da FOE muda de trajetória. Ou seja, a FOE mantém-se constante em 1 para valores da pertinência de exposição menores que 0,3539, indicando que a chance entre mães doentes expostas apresentarem agravos é igual às das mães não doentes expostas para exposição inferior a 0,3539. Entretanto para valores da pertinência de exposição à IA maiores ou iguais a 0,3539 e menores ou igual a 1 ($0,3539 \leq \mu_E(x) \leq 1$) a chance de agravos nas mães doentes expostas aumenta gradativamente de 1 até 6 vezes mais que nas mães não doentes expostas.

Figura 5 – FOE do TMC de acordo com a exposição à IA

Fonte: Dados da pesquisa.

Assim as curvas das medidas FI_{AE} , FP e FO_E indicaram que o valor da pertinência de exposição $\mu_E(x) = 0,3539$ é um ponto crítico comum indicando: 1. Um salto crescente na medida de prevalência; 2. O aumento da incidência e 3. O aumento da chance de adoecimento das mães doentes expostas em relação às mães não doentes expostas.

Outro ponto é que os casos assintomáticos estão sendo considerados em cada uma das medidas epidemiológicas *fuzzy*, visto que, as medidas consideraram em seus cálculos a transição dos indivíduos entre cada evento e seus complementares para a exposição e doença.

Os valores críticos de exposição nas curvas para as três medidas vão diferir conforme o conjunto de dados, pois eles são resultantes dos cálculos das possibilidades condicionais de doença e exposição. Pode-se afirmar que tanto para os dados de Sousa *et al.* (2019) como para os valores simulados em Melo *et al.* (2020), as medidas de frequência baseadas nas pertinências de doença seguindo o modelo logístico, destacam em suas curvas os valores de exposição que indicam a entrada de casos incidentes na população avaliada.

5.2.2 Medida de risco *fuzzy*

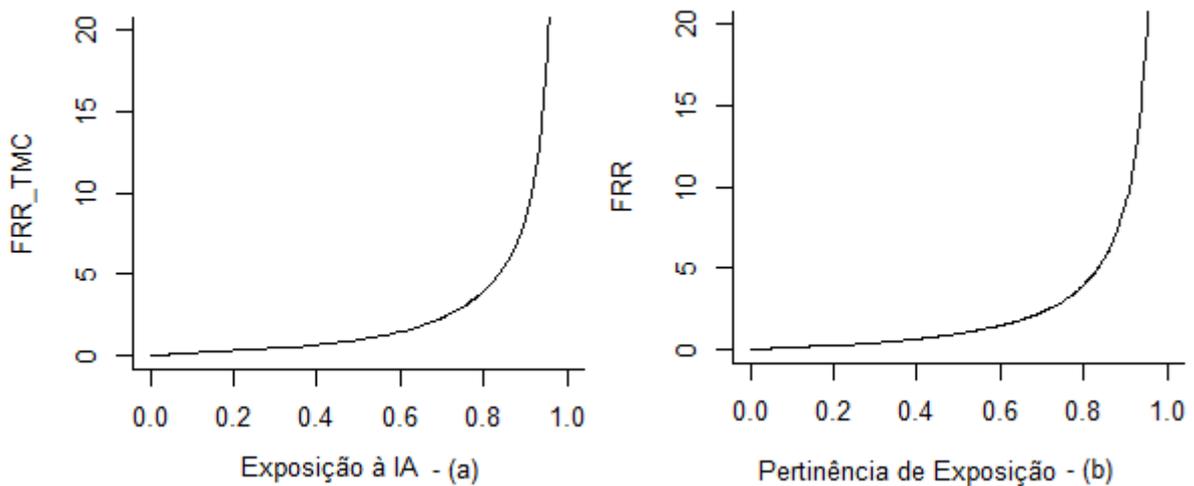
Apresenta-se nesta seção, de forma inédita, os resultados do comportamento gráfico da FRR , medida teórica definida por Massad *et al.* (2003), comparando-a ao comportamento teórico esperado apresentado em Melo *et al.* (2020) e ao valor da razão de risco (RR) em Sousa *et al.* (2019).

Na Figura 6 observa-se que o comportamento da FRR do TMC associado à IA denominado FRR_{TMC} (gráfico - a) segundo os valores de exposição à IA, segue o mesmo padrão de referência da FRR para o estudo teórico (gráfico - b). A importância da informação da FRR_{TMC} está no fato de sua curva ser capaz de informar para que intensidades do nível (leve, moderado ou grave) de exposição à IA a população de mães avaliada encontra-se.

Associando os sentimentos dos níveis de insegurança alimentar aos valores pertinências de exposição neste estudo tem-se que os intervalos dos níveis comportam-se da seguinte forma: 1. No nível de segurança alimentar E1: [0,0 a 0,098] há acesso regular do indivíduo em quantidade e qualidade do alimento no dia a dia; 2. No nível de exposição leve E2: [0,048 a 0,57] há o sentimento de incerteza de acesso ao alimento de qualidade e em quantidade suficiente no dia a dia; 3. Se o nível é moderado E3: [0,52 a 0,72] existe a incerteza de acesso a refeição regular dos adultos; 4. Se o nível é grave E4: [0,67 a 1,00] existe a angústia entre adultos e crianças de não ter o que comer um dia inteiro.

Em Sousa *et al.* (2019) considerando todas as mães avaliadas os valores da *RR* e intervalo de confiança para o TMC foram respectivamente 1,59 (IC 95%: 1,10 – 2,31). Estas mães possuem razão de risco de diagnóstico do TMC variando de 1,10 a 2,31 vezes mais que aquelas que não foram expostas com 95% de confiança. Entretanto não é possível saber, a partir destas informações, para quais níveis de exposição à IA teremos este risco de TMC. A medida clássica resume a informação do risco a estes números, não permitindo que se observe como este risco comporta-se para valores “mais ou menos” leves, moderados ou graves de insegurança alimentar.

Figura 6 – *FRR_TMC* segundo a exposição a IA (gráfico - a) e *FRR* teórica segundo pertinência de exposição (gráfico - b)



Fonte: Dados da pesquisa.

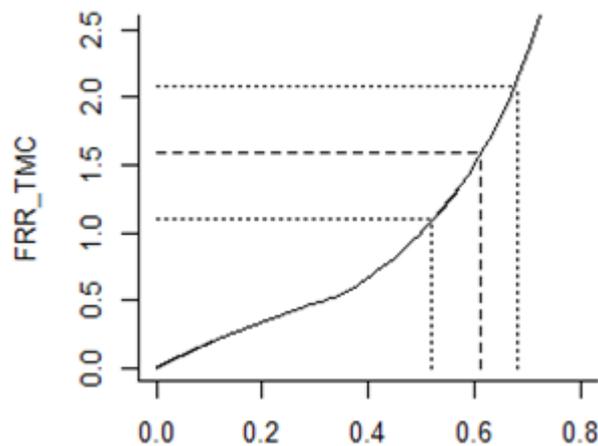
A Figura 7 apresenta um corte na informação da curva da *FRR_TMC* (gráfico - a) para facilitar a observação do valor da *RR* e seu respectivo intervalo de confiança indicados pelas linhas pontilhadas no gráfico, deixando claro como a curva da medida fuzzy complementa a informação final do risco do TMC associado a IA.

Assim, considerando a medida clássica ($RR = 1,59$) e intervalo de confiança (IC 95%: 1,10 – 2,31), o primeiro ponto a destacar na Figura 7 é que, para estes valores do *RR* e IC, as pertinências de exposição à IA correspondentes na curva da *FRR*, segundo a categorização fuzzy, são respectivamente 0,61 para o *RR* e intervalo de [0,52 a 0,68] para o IC. Ou seja, as pertinências correspondentes tanto para o *RR* quanto para os valores do IC encontram-se no nível de exposição à IA de insegurança moderado (E3: [0,52 a 0,72]). O segundo ponto a destacar é que o limite inferior de E3 (0,52) alcança as mães que estão na transição entre o

nível de insegurança leve (E2: [0,48 a 0,57]) e moderada, já o limite superior de (0,68) alcança as mães que estão na transição entre a insegurança moderada e grave (E4: [0,67 a 1,00]).

Outro ponto é que mães com pertinências de exposição à IA variando no intervalo [0,52 a 0,68] possuem uma situação financeira crítica visto que a renda familiar per capita varia entre R\$ 50,00 e R\$ 225,00.

Figura 7 – Corte na curva *FRR_TMC* segundo a exposição à IA



Fonte: Dados da pesquisa.

Assim fica claro que a informação da *FRR_TMC* complementa o estudo do risco do transtorno mental comum associado a insegurança alimentar em mães com filhos de até um ano, na cidade de João Pessoa, no estado da Paraíba - Brasil.

As medidas *FOR* e *FRP* não são adequadas neste tipo de estudo epidemiológico, por isso não foram apresentadas.

5.3 AS MEDIDAS EPIDEMIOLÓGICAS BASEADAS EM PROBABILIDADE DE EVENTOS *FUZZY*

Apresenta-se aqui o segundo conjunto de medidas de frequência e efeito *fuzzy* calculadas com base na segunda metodologia proposta a Teoria das Probabilidades de Eventos *Fuzzy*.

Para a obtenção das medidas epidemiológicas de frequência e risco de probabilidade de eventos *fuzzy* necessita-se obter os valores das probabilidades condicionais e valores das pertinências de acordo com as Tabelas 4, 5 e 6.

Na Tabela 4 as probabilidades condicionais são calculadas na linha. Por exemplo na primeira linha onde há 41 mães doentes (sintomas de TMC alterado) e expostas ao nível 2 (insegurança alimentar leve) a probabilidade condicional destas 41 mães estarem doentes sabendo que foram expostas ao nível 2 de exposição é 0,4606. Ainda na primeira linha da Tabela 4 onde há 48 mães não doentes (sintomas de TMC normal) e expostas ao nível 2 (insegurança alimentar leve) a probabilidade condicional destas 48 mães estarem doentes sabendo que foram expostas ao nível 2 de exposição é 0,5393.

Tabela 4 – Probabilidades condicionais de doença (D) do TMC segundo o nível de exposição (E : *exposto*, \bar{E} : *não exposto*) à IA do estudo real

Exposição (níveis)	Doente (D)		Não Doente (\bar{D})		Total
	Alterado (7 – 20)		Normal (0 – 6)		
	mães	$P(D/E_i)$	mães	$P(\bar{D}/E_i)$	
E2	41	0,4606	48	0,5393	89
E3	08	0,6666	04	0,3333	12
E4	09	0,6428	05	0,3571	14
E1 ($\bar{N}Exp$)	25	0,3165	54	0,6835	79
Total	-	0,4278	111	0,5721	194

Fonte: Proposta do autor com base no banco de dados de Sousa *et al.* (2019).

Na Tabela 5 as pertinências de exposição são calculadas para cada nível de 1 a 4. Por exemplo na primeira linha onde há 89 mães foram expostas ao nível 2 (insegurança alimentar leve) representa uma fração de 0,4588 da amostra ($89/194 = 0,4588$). Essa é a maior proporção do histograma dos dados (dos níveis de exposição), assim todas as proporções de mães nos níveis de exposição (E2, E3, E4 e E1), serão divididas por 0,4588 resultando na pertinência de exposição das mães para o respectivo nível de exposição à insegurança alimentar.

Tabela 5 – Pertinências de exposição ($\mu_E(x)$) dos eventos do estudo real

Exposição		Padronizado pela frequência máxima do histograma	
Níveis	mães	$\mu_E(x)$	$\mu_{\bar{E}}(x)$
E2	89	$0,4588/0,4588 = 1,000$	0,0000
E3	12	$0,0618/0,4588 = 0,1347$	0,8653
E4	14	$0,0722/0,4588 = 0,1573$	0,8427
E1 ($\bar{N}Exp$)	79	$0,4072/0,4588 = 0,8875$	0,1125

Fonte: proposta do autor com base no banco de dados de Sousa *et al.* (2019).

Na Tabela 6 as pertinências de doença são calculadas para cada nível de TMC. Por exemplo na primeira linha onde há 11 mães não doentes (sintomas de TMC normal)

representa uma fração de 0,5721 da amostra ($111/194 = 0,5721$). Essa é a maior proporção do histograma dos dados (dos níveis de doença), assim todas as proporções de mães nos níveis de doença e não doença, serão divididas por 0,5721 resultando na pertinência de doença e não doença das mães. Destaca-se que poderia haver diferentes níveis de doença, mas o procedimento seria o mesmo.

Tabela 6 – Pertinências de doença ($\mu_D(x)$) dos eventos do estudo real

Doença			Padronizado pela frequência. máxima do histograma	
Soma	TMC	mães	$\mu_D(x)$	$\mu_{\bar{D}}(x)$
00 -- 06	Normal	111	$0,5721/0,5721 = 1,0000$	0,0000
07 -- 20	Alterado	83	$0,4278/0,5721 = 0,7477$	0,2522

Fonte: proposta do autor com base no banco de dados de Sousa *et al.* (2019).

Assim as medidas epidemiológicas de frequência de probabilidade de eventos *fuzzy* calculadas de acordo com as respectivas equações (33), (34) e (36) foram as seguintes: $P_{FE} = 0,4088$, $I_{AE_{FE}} = 0,5043$ e $O_{E_{FE}} = 1,0174$.

5.3.1 Medidas de frequência de probabilidade de eventos *fuzzy*

As medidas epidemiológicas de frequência clássicas calculadas segundo as respectivas equações (6), (7) e (9) para o estudo de Sousa *et al.* (2019) foram: $P = 0,4278$, $I_{AE} = 0,5043$ e $O_E = 1,0175$. Observa-se que o valor da P_{FE} apresentou uma diminuição no valor quando comparada à medida de prevalência clássica (P) de 0,019 pontos, indicando uma diminuição na proporção de casos prevalentes na população. Entretanto para as demais medidas ($I_{AE_{FE}}$ e $O_{E_{FE}}$) os valores corroboraram com as respectivas medidas clássicas. Logo o acréscimo de informação do indicador P_{FE} reduziu o valor da prevalência enquanto nos indicadores $I_{AE_{FE}}$ e $O_{E_{FE}}$ o acréscimo de informação não alterou o valor destes indicadores quando comparados com os indicadores clássicos.

5.3.2 Medidas de associação e risco de probabilidade de eventos *fuzzy*

As medidas de associação e risco para o estudo de Sousa *et al.* (2019) foram respectivamente $RR = 1,59$ com intervalo de confiança (IC) de 95% variando [1,10 a 2,31] e $OR = 2,20$ com IC de 95% variando [1,16 a 4,20]. Já as medidas de associação e risco de probabilidade de eventos *fuzzy* resultaram nos seguintes valores: $RR_{FE} = 2,31$ e $OR_{FE} = 2,19$.

Observa-se que enquanto os valores da *odds ratio* praticamente corroboraram nas duas metodologias, a RR_{FE} alcançou o mesmo valor do limite superior do IC da medida clássica.

Está claro que houve um aumento da RR_{FE} quando comparada à RR . Entende-se que esta diferença “a mais” na RR_{FE} está refletindo uma inclusão de informação na medida *fuzzy* que não está sendo considerada na medida clássica.

Por outro lado, os numeradores das duas medidas são compostos da medida de incidência nos expostos à IA, que como visto na seção 5.3.1, obtiveram o mesmo valor estimado $I_{AE} = 0,5043 = I_{AE_{FE}}$. Os denominadores para as duas medidas são compostos pela incidência nos não expostos. Percebe-se, portanto, que o valor do denominador na RR_{FE} é menor que na RR , ou seja, a informação agregada devido às pertinências na RR_{FE} reflete-se na incidência nos não expostos indicando, portanto, que a exposição à IA oferece maior risco de TMC entre os expostos.

6 DISCUSSÃO

O conjunto de novas medidas epidemiológicas propostas neste estudo é motivado pela busca de indicadores epidemiológicos que agreguem mais informação em seus resultados oferecendo um diferencial para o suporte à tomada de decisão dos gestores de saúde pública no tocante à epidemiologia *fuzzy*.

A cronologia desta tese evoluiu da seguinte forma: 1. Partiu-se das pertinências construídas com base na Teoria dos Conjuntos *Fuzzy*, cruzou-se as pertinências dos eventos do estudo e obteve-se os resultados do estudo epidemiológico *fuzzy*; 2. Associando a medida de possibilidade às pertinências do estudo epidemiológico *fuzzy* obteve-se as novas medidas epidemiológicas baseadas na Teoria de Possibilidades propostas neste estudo; e 3. Propôs-se as medidas epidemiológicas de frequência e efeito baseadas na Teoria das Probabilidades de Eventos *Fuzzy*.

As metodologias consideradas nesta tese (estudo epidemiológico *fuzzy*, medidas *fuzzy* baseadas na Teoria de Possibilidades e medidas baseadas em probabilidade de eventos *fuzzy*) foram definidas para os estudos epidemiológicos clássicos observacionais. Contudo é possível aplicar essa metodologia a qualquer estudo de comparação de grupos, pois trata-se apenas da forma de categorizar o indivíduo nos eventos. A premissa básica para a categorização *fuzzy* é a gradação da informação de exposição e doença. Isso é possível quando o especialista é capaz de atribuir esses diferentes graus, por meio dos diferentes recursos (exames clínicos, histórico do paciente, anotações de cuidadores etc.).

No desenvolvimento do estudo epidemiológico *fuzzy* (EE_ *fuzzy*) além de ser necessário a gradação da informação de exposição e doença por parte do especialista para aplicar a metodologia, existiu ainda a necessidade da adequação dos modelos de previsão para os dados das pertinências dos eventos, garantindo que esses valores variassem no intervalo [0, 1]. Feito isso cruzou-se facilmente as pertinências resultando na nuvem gráfica do estudo que facilitou o entendimento e complementação da informação das medidas *fuzzy* propostas ou já existentes. A nuvem gráfica se molda ao longo dos graus de pertinência permitindo uma situação de avaliação similar de “dose resposta”, onde a exposição é a “dose” e a doença é a “resposta”. Pode-se observar sob que valores de exposição e doença a população está mais concentrada e como isso reflete-se no comportamento das medidas derivadas deste estudo. Essa informação auxilia a tomada de decisão dos gestores de saúde a atuar com maior urgência entre aqueles que estão mais graves, impactando no aumento das medidas, e de forma preventiva entre os que estão em situação mais leve de exposição e doença.

Quanto às medidas epidemiológicas *fuzzy* propostas nesta tese as duas metodologias de cálculo para o conjunto de novas medidas oferecem uma informação diferenciada não só entre elas, mas também das medidas epidemiológicas clássicas. Na metodologia baseada na Teoria de Possibilidades as medidas apresentam-se em forma de curvas, mudando o paradigma de leitura das medidas epidemiológicas. As curvas descrevem a evolução do crescimento do respectivo indicador segundo a exposição sofrida pela população avaliada. Esse diferencial oferecido por essas medidas epidemiológicas não é observado nas medidas epidemiológicas clássicas.

Já a metodologia baseada na Teoria das Probabilidades de Eventos *Fuzzy* as medidas epidemiológicas apresentam-se em valores numéricos como nas medidas epidemiológicas clássicas e o seu diferencial está na incorporação da informação da pertinência do evento calculada com base na padronização máxima do histograma. Esse diferencial apontou igualdades e desigualdades (para mais e para menos) entre os resultados para os mesmos indicadores, o que mostra que a informação incorporada contribui no resultado das medidas. Certamente a continuidade de estudos buscando avaliar a acurácia destes indicadores frente a outros conjuntos de dados reais trará mais esclarecimentos a respeito da contribuição desta informação.

Para avaliar tanto as medidas baseadas na Teoria das Probabilidades de Eventos *Fuzzy* como as medidas de frequência e risco baseadas na Teoria de Possibilidade *Fuzzy*, partiu-se de um estudo real do tipo coorte prospectivo. O estudo ocorreu nos anos de 2013-2014 e a amostra foi composta por mães atendidas em duas maternidades públicas de João Pessoa no estado da Paraíba.

A informação das novas medidas de frequência *fuzzy* baseadas na Teoria de Possibilidades apresentou um diferencial de informação que contribuem nos seguintes pontos: 1. Introduzem nos seus cálculos as incertezas e subjetividades inerentes ao processo de saúde por meio da categorização flexível; 2. Os casos assintomáticos são considerados nas curvas das medidas; 3. O crescimento da medida é avaliado segundo o aumento da pertinência de exposição ao risco em estudo e 4. Destaca os pontos críticos de exposição onde o número de casos é alavancado apontando o salto de crescimento das medidas.

Já a informação da caracterização da *FRR* aplicada aos dados do TMC associado à IA (*FRR_TMC*) contribui para os gestores de saúde a identificar: 1. Os valores de exposição críticos que desencadeiam o aumento da prevalência e *odds* do TMC nas mães expostas aos diferentes níveis de IA; e 2. A *FRR_TMC* além de apresentar o aumento da razão de risco segundo a gradação da exposição, auxilia a tomada de decisão diferenciada para as faixas da

população que sofrem graus de exposição com intensidades “mais ou menos” leves, moderados ou graves.

Quanto à informação das medidas baseadas na Teoria das Probabilidades de Eventos *Fuzzy* observou-se que houve um diferencial de informação incorporado tanto nas medidas de frequência quanto nas medidas de risco. A combinação da análise dos resultados da razão de risco de probabilidade de eventos *fuzzy* com o conjunto de medidas de frequência deixou claro que a exposição à insegurança alimentar aumenta o risco do transtorno mental comum na população de mães avaliada.

Por fim, a informação das medidas *fuzzy* de frequência e risco baseadas em na Teoria de Possibilidades (propostas e ou avaliadas neste estudo) assim como as medidas baseadas na Teoria das Probabilidades de Eventos *Fuzzy* propostas, no mínimo complementam de forma satisfatória as medidas clássicas e aumentam a carga informacional das medidas de frequência e risco do desfecho epidemiológico em estudo.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A contribuição das novas medidas epidemiológicas *fuzzy* se dá pela incorporação das incertezas e subjetividades inerentes aos processos de exposição e adoecimento naturais da área de saúde que vêm sendo desconsideradas no cálculo das medidas epidemiológicas clássicas. Esse diferencial da carga informacional introduzida nas medidas *fuzzy* é originado pela categorização flexível do indivíduo no evento obtido por meio da função de pertinência definida pela Teoria dos Conjuntos *Fuzzy*.

A principal contribuição deste estudo está na obtenção de informações indicadoras mais próximas da realidade da população para o suporte à tomada de decisão dos gestores de saúde, possibilitando auxiliar a otimização do direcionamento dos recursos e determinação de políticas de combate e ou controle dos fenômenos epidemiológicos investigados.

As medidas epidemiológicas *fuzzy* modeladas com base na Teoria das Probabilidades de Eventos *Fuzzy* apresentaram como resultado alguns indicadores que corroboraram com os indicadores clássicos e outros diferiram (para mais e/ou menos do valor clássico). Fica, portanto, a oferta de uma informação incerta e/ou subjetiva que está presente na fonte de informações epidemiológicas revelada pelos indicadores *fuzzy*, que é descartada no cálculo dos indicadores clássicos.

O trabalho de tese também contribuiu com propostas de um estudo epidemiológico *fuzzy*; a proposta de medidas epidemiológicas de frequência *fuzzy* e a razão de prevalência *fuzzy* (baseadas na Teoria de Possibilidades). Tanto o estudo epidemiológico quanto algumas medidas propostas foram avaliadas segundo os resultados reais do estudo do transtorno mental comum associado à insegurança alimentar em mães com filhos menores de um ano, em duas maternidades públicas de João Pessoa, no estado da Paraíba - Brasil. Destaca-se ainda a contribuição da caracterização teórica e avaliação para os dados de um estudo real da curva da *FRR*, pois embora sua equação já houvesse sido apresentada, ela ainda não havia sido avaliada em dados reais. Contribuiu-se assim, do ponto de vista dos resultados aplicados, para a gestão em saúde proporcionando informações indicadoras para auxiliar no desenvolvimento de ações e direcionamento de recursos voltados à assistência materno-infantil acometida pelo transtorno mental comum associado à insegurança alimentar.

Nem sempre é possível obter a informação da gradação de exposição e doença nos estudos epidemiológicos, mas existe a viabilidade da obtenção desta informação nos estudos controlados. Para a obtenção das medidas epidemiológicas *fuzzy* baseadas na Teoria de Possibilidades a experiência do especialista é de grande importância, visto que se necessita

definir a transição entre os níveis de exposição e adoecimento avaliados. As medidas que usam essa teoria oferecem um diferencial importante e auxiliam os decisores de saúde a traçar estratégias de intervenção evitando desfechos indesejáveis, visto que, elas oferecem a trajetória gráfica do crescimento de cada indicador segundo os níveis de exposição sofridos e essa informação não é obtida nas medidas clássicas.

O caráter interdisciplinar do estudo, é capaz de contribuir em várias áreas do conhecimento da Saúde e das Ciências Exatas. A expectativa é que as medidas epidemiológicas *fuzzy* desenvolvidas contribuam com o fortalecimento dos indicadores epidemiológicos por meio da Teoria dos Conjuntos *Fuzzy*, da Teoria de Possibilidades e Teoria das Probabilidades de Eventos *fuzzy*. Este conjunto de teorias favorece a modelagem de indicadores com uma carga informacional epidemiológica mais próxima da realidade, da população investigada, que podem também servir de base para a construção de outros sistemas de apoio à decisão.

7.1 TRABALHOS FUTUROS

Quanto a trabalhos futuros, sugere-se a expansão do conjunto de medidas epidemiológicas *fuzzy* aplicando as metodologias abordadas para as demais medidas não consideradas neste estudo e considerando uma análise de sensibilidade quando possível; usar a variação de t-normas e t-conormas para o cálculo das medidas baseadas em possibilidades e o desenvolvimento de outras metodologias para o cálculo de medidas epidemiológicas usando por exemplo a probabilidade *fuzzy* proposta por Buckley (2005). Quanto a parte computacional sugere-se a criação de um *software* capaz de calcular todo o conjunto de medidas já proposto disponibilizando-o ao público de interesse.

7.2 PRODUÇÃO ACADÊMICA

Trabalho publicado em revistas científica

MELO, A.C.O.; SÁ, L.R.; VIANNA, R.P.T.; MOARES, R.M. Uma Avaliação das Medidas de Associação e Risco Fuzzy. **Journal of Health Informatics**, v. 12, n. Suplemento I-XVII Congresso Brasileiro de Informática em Saúde-CBIS 2020, p. 153–159, 2020. <http://www.jhis-bis.saude.ws/ojs-jhi/index.php/jhi-sbis/article/view/807>.

Trabalhos publicados em congressos

MELO, A.C.O.; VIANNA, R.P.T.; MOARES, R.M. As Medidas de Avaliação de Risco Epidemiológico Fuzzy. In II Congresso Nacional de Inovação em Saúde (CONAIS) – Fortaleza - CE, v2, ed 2, 2021. ISBN: 2763 -9789. <https://doity.com.br/anais/conais/trabalho/194670>.

Trabalho premiado “Melhor artigo Original Completo” e publicado em congresso

MELO, A.C.O.; SÁ, L.R.; VIANNA, R.P.T.; MOARES, R.M. Uma Avaliação das Medidas de Associação e Risco Fuzzy. Suplemento I-XVII Congresso Brasileiro de Informática em Saúde-CBIS 2020, p. 153–159, 2020.

Trabalhos submetidos a revistas científicas

MELO, A.C.O.; VIANNA, R.P.T.; MOARES, R.M. Fuzzy Frequency Measures Applied to Common Mental Disorder Associated with Food Insecurity. **Journal Of Public Health – Oxford**.

MELO, A.C.O.; VIANNA, R.P.T.; MOARES, R.M. Fuzzy Risk Ratio of Common Mental Disorder Associated with Food Insecurity. **Cadernos de Saúde Pública – Fiocruz**.

REFERÊNCIAS

AXELSON, O.; FREDRIKSSON, M.; EKBERG, K. Use of the prevalence ratio v the prevalence odds ratio as a measure of risk in cross sectional studies. **Occupational and Environmental Medicine**, v. 51, n. 8, p. 574–574, 1994. DOI: 10.1136/oem.51.8.574. Disponível em: <https://oem.bmj.com/lookup/doi/10.1136/oem.51.8.574>.

BARBIERI, N. B. **Métodos para estimar prevalências ajustadas**. 2016. Universidade Federal do Rio grande do Sul, 2016. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/150927>.

BARROS, Aluísio JD; HIRAKATA, Vânia N. Alternatives for logistic regression in cross-sectional studies: an empirical comparison of models that directly estimate the prevalence ratio. **BMC Medical Research Methodology**, v. 3, n. 1, p. 21, 2003. DOI: 10.1186/1471-2288-3-21. Disponível em: <http://bmcmedresmethodol.biomedcentral.com/articles/10.1186/1471-2288-3-21>.

BEKKER-NIELSEN DUNBAR, Maria; FINNIE, Thomas J. R.; SLOANE, Barney; HALL, Ian M. Methods for calculating credible intervals for ratios of beta distributions with application to relative risks of death during the second plague pandemic. **PLOS ONE**, v. 14, n. 2, p. e0211633, 2019. DOI: 10.1371/journal.pone.0211633. Disponível em: <https://dx.plos.org/10.1371/journal.pone.0211633>.

BEUSENBERG, Michale; Orley John H. **A User's guide to the self reporting questionnaire (SRQ / compiled by M. Beusenbergh and J. Orley**. World Health Organization. Division of Mental Health, 1994. Disponível em: <https://apps.who.int/iris/handle/10665/61113>.

BRASIL; MINISTÉRIO DA SAÚDE; SECRETARIA DE CIÊNCIA TECNOLOGIA E INSUMOS ESTRATÉGICOS; DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA. **Agenda de Prioridades de Pesquisa do Ministério da Saúde - APPMS**. Brasília. Disponível em: https://bvsmms.saude.gov.br/bvs/publicacoes/agenda_prioridades_pesquisa_ms.pdf.

BRENNER, H.; SAVITZ, D. A.; GEFELLER, O. The effects of joint misclassification of exposure and disease on epidemiologic measures of association exposure and disease on epidemiologic measures of association. **Journal of clinical epidemiology**, v. 46, n. 10, p. 1195–1202, 1993. DOI: <https://doi.org/10.1002/sim.2065>. Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/sim.2065>.

BRESLOW, NORMAN. Odds ratio estimators when the data are sparse. **Biometrika**, v. 68, n. 1, p. 73–84, 1981. DOI: 10.1093/biomet/68.1.73. Disponível em: <https://academic.oup.com/biomet/article-lookup/doi/10.1093/biomet/68.1.73>.

BRUNONI, André Russowsky. Transtornos mentais comuns na prática clínica. **Revista de Medicina**, v. 87, n. 4, p. 251, 2008. DOI: 10.11606/issn.1679-9836.v87i4p251-263. Disponível em: <http://www.revistas.usp.br/revistadc/article/view/59087>.

BUCKLEY, James J., Fuzzy probabilities: new approach and applications. 1st Edition ed. Berlin, Heidelberg: Springer Science & Business Media, 2005.

BUCZAK, Anna L. et al. Prediction of High Incidence of Dengue in the Philippines. **PLoS Neglected Tropical Diseases**, v. 8, n. 4, p. e2771, 2014. DOI: 10.1371/journal.pntd.0002771. Disponível em:

<http://www.plosntds.org/article/fetchObject.action?uri=info%3Adoi%2F10.1371%2Fjournal.pntd.0002771&representation=PDF%5Cnhttp://ovidsp.ovid.com/ovidweb.cgi?T=JS&PAGE=reference&D=emed16&NEWS=N&AN=373147045>.

CAFIERO, Carlo; VIVIANI, Sara; NORD, Mark. Food security measurement in a global context: The food insecurity experience scale. **Measurement**, v. 116, p. 146–152, 2018. DOI: 10.1016/j.measurement.2017.10.065. Disponível em:

http://www.fao.org/fileadmin/user_upload/voices_of_the_hungry/docs/Cafiero_Nord_Viviani_IMEKO_2016_rev_2.pdf.

CAMPISI, G. et al. HPV infection in relation to OSCC histological grading and TNM stage. Evaluation by traditional statistics and fuzzy logic model. **Oral Oncology**, v. 42, n. 6, p. 638–645, 2006. DOI: 10.1016/j.oraloncology.2005.11.007.

CIARAPICA, F. E.; GIACCHETTA, G. Classification and prediction of occupational injury risk using soft computing techniques: An Italian study. **Safety Science**, v. 47, n. 1, p. 36–49, 2009. DOI: 10.1016/j.ssci.2008.01.006. Disponível em:

<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0925753508000131>.

CORRÊA, Ana Maria Segall. Insegurança alimentar medida a partir da percepção das pessoas. **Estudos Avançados**, v. 21, n. 60, p. 143–154, 2007. DOI: 10.1590/S0103-40142007000200012. Disponível em:

http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-40142007000200012&lng=pt&tlng=pt.

DAVIDSON, Valerie J.; RYKS, Joanne; FAZIL, Aamir. Fuzzy risk assessment tool for microbial hazards in food systems. **Fuzzy Sets and Systems**, v. 157, n. 9, p. 1201–1210, 2006. DOI: 10.1016/j.fss.2005.12.018.

DAVOODI, Raheleh; MORADI, Mohammad Hassan. Mortality prediction in intensive care units (ICUs) using a deep rule-based fuzzy classifier. **Journal of Biomedical Informatics**, v. 79, n. February, p. 48–59, 2018. DOI: 10.1016/j.jbi.2018.02.008. Disponível em:

<https://doi.org/10.1016/j.jbi.2018.02.008>.

DUBOIS, Didier; PRADE, Henri. **Fuzzy Sets and Systems**. 1st Editio ed. New York: Academic Press, 1980.

DUBOIS, Didier; PRADE, Henri. **Possibility Theory**. 1st Editio ed. Boston, MA: Springer US, 1988. DOI: 10.1007/978-1-4684-5287-7. Disponível em:

<http://link.springer.com/10.1007/978-1-4684-5287-7>.

FERSON, Scott; GINZBURG, Lev R. Different methods are needed to propagate ignorance and variability. **Reliability Engineering & System Safety**, v. 54, n. 2–3, p. 133–144, 1996. DOI: 10.1016/S0951-8320(96)00071-3. Disponível em:

<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0951832096000713>.

GORDIS, Leon. **Epidemiology**. 5. ed. Philadelphia: Elsevier Sanders, 2014.

GREENLAND, Sander. Interpretation and Choice of Effect Measures in Epidemiologic Analyses. **American Journal of Epidemiology**, v. 125, n. 5, p. 761–768, 1987. DOI: 10.1093/oxfordjournals.aje.a114593. Disponível em: <https://academic.oup.com/aje/article-lookup/doi/10.1093/oxfordjournals.aje.a114593>.

JAMSHIDI, Hamid Reza; KARIMI, Ali; HAGHSHENAS, Mahin. Risk assessment of particulate matters in a dentistry school using fuzzy inference systems. **Measurement**, v. 116, p. 257–263, 2018. DOI: 10.1016/j.measurement.2017.11.010. Disponível em: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0263224117307121>.

KLIR, G.; YUAN, B. **Fuzzy set and fuzzy logic: theory and applications**. 1. ed. New Jersey: Prentice Hall, 1995, 1995.

LEE, Hwa Young; YANG, Bong Min; KANG, Minah. Factor configurations with governance as conditions for low HIV/AIDS prevalence in HIV/AIDS recipient countries: Fuzzy-set analysis. **Journal of Korean Medical Science**, v. 30, p. S167–S177, 2015. DOI: 10.3346/jkms.2015.30.S2.S167.

LEE, J.; CHIA, K. S. Estimation of prevalence rate ratios for cross sectional data: an example in occupational epidemiology. **Occupational and Environmental Medicine**, v. 50, n. 9, p. 861–862, 1993. DOI: 10.1136/oem.50.9.861. Disponível em: <https://oem.bmj.com/lookup/doi/10.1136/oem.50.9.861>.

LEOTTI, V. B. **Modelos bayesianos para estimar risco relativo em desfechos binários e politômicos**. 2013. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/80066>.

MASELENO, Andino; HASAN, Md Mahmud; TUAH, Norjaidi; TABBU, Charles Ranga. Fuzzy Logic and Mathematical Theory of Evidence to Detect the Risk of Disease Spreading of Highly Pathogenic Avian Influenza H5N1. **Procedia Computer Science**, v. 57, n. Icrtc, p. 348–357, 2015. DOI: 10.1016/j.procs.2015.07.349. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.procs.2015.07.349>.

MASSAD, Eduardo; ORTEGA, Neli Regina Siqueira; DE BARROS, Laecio Carvalho; STRUCHINER, Claudio José. **Fuzzy Logic in Action: Applications in Epidemiology and Beyond**. 1 Edition ed. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2008. v. 232 DOI: 10.1007/978-3-540-69094-8. Disponível em: <http://link.springer.com/10.1007/978-3-540-69094-8>.

MASSAD, Eduardo; ORTEGA, Neli Regina Siqueira; STRUCHINER, Cláudio José; BURATTINI, Marcelo Nascimento. Fuzzy epidemics. **Artificial Intelligence in Medicine**, v. 29, n. 3, p. 241–259, 2003. DOI: 10.1016/S0933-3657(02)00070-2. Disponível em: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0933365702000702>.

MATTOS, Ely José De; BIANCHI, Lorenzo; TOIGO, Camila Horst. Avaliando a insegurança alimentar no Brasil: a questão dos efeitos não simétricos. **Nova Economia**, v. 30, n. 3, p. 969–998, 2020. DOI: 10.1590/0103-6351/5239. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-63512020000300969&tlng=pt.

MELO, Ana Cláudia O. De; SÁ, Laísa Ribeiro; VIANNA, Rodrigo P. de Toledo; MOARES, Ronei Marcos. Uma Avaliação das Medidas de Associação e Risco Fuzzy. **Journal of Health Informatics**, v. 12, n. Suplemento I-XVII Congresso Brasileiro de Informática em Saúde-CBIS 2020, p. 153–159, 2020. Disponível em: <http://www.jhi-sbis.saude.ws/ojs-jhi/index.php/jhi-sbis/article/view/807>.

MELO, Ana Cláudia O; VIANNA, Rodrigo P. Toledo; MOARES, Ronei Marcos. As Medidas de Avaliação de Risco Epidemiológico Fuzzy. In II Congresso Nacional de Inovação em Saúde (CONAIS) – Fortaleza - CE, v2, ed 2, 2021. ISBN: 2763 -9789. <https://doity.com.br/anais/conais/trabalho/194670>.

MERILAN, J. E.; ROE, D. J. Application of fuzzy numbers to assess opinion in epidemiologic studies. Poster Session II - Nutrition and Obesity. **American Journal of Epidemiology**, v. 138, n. 8, p. 658–671, 1993. DOI: 10.1093/oxfordjournals.aje.a116902. Disponível em: <https://academic.oup.com/aje/article-lookup/doi/10.1093/oxfordjournals.aje.a116902>.

MORAES, Ronei M.; MACHADO, Liliane S. Psychomotor skills assessment in medical training based on virtual reality using a Weighted Possibilistic approach. **Knowledge-Based Systems**, v. 70, p. 97–102, 2014. DOI: 10.1016/j.knosys.2014.05.006. Disponível em: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0950705114001841>.

MORAES, Ronei Marcos. A general naive Bayes style fuzzy probabilistic classifier. In: (COPEC, Org.) SAFETY, HEALTH AND ENVIRONMENT WORLD CONGRESS 2014, Cubatão, SP. **Anais [...]**. Cubatão, SP: Proceedings, 2014. p. 29–33. Disponível em: <http://copec.eu/congresses/shewc2014/proc/works/6.pdf>.

MORENO-ALTAMIRANO, A.; LÓPEZ-MORENO, S.; CORCHO-BERDUGO, A. Principales medidas en epidemiología. **Salud pública de México**, v. 42, n. 2, p. 337–348, 2000. Disponível em: <https://www.scielosp.org/article/spm/2000.v42n4/337-348/es/>.

MORGENSTERN, HAL; KLEINBAUM, DAVID G.; KUPPER, LAWRENCE L. Measures of Disease Incidence Used in Epidemiologic Research. **International Journal of Epidemiology**, v. 9, n. 1, p. 97–104, 1980. DOI: 10.1093/ije/9.1.97. Disponível em: <https://academic.oup.com/ije/article-lookup/doi/10.1093/ije/9.1.97>.

NACUL, L.; SOLJAK, M.; SAMARASUNDERA, E.; HOPKINSON, N. S.; LACERDA, E.; INDULKAR, T.; FLOWERS, J.; WALFORD, H.; MAJEED, A. COPD in England: a comparison of expected, model-based prevalence and observed prevalence from general practice data. **Journal of Public Health**, v. 33, n. 1, p. 108–116, 2011. DOI: 10.1093/pubmed/fdq031. Disponível em: <https://academic.oup.com/jpubhealth/article-lookup/doi/10.1093/pubmed/fdq031>.

NANDI, Swapan Kumar; JANA, Soovoojeet; MANADAL, Manotosh; KAR, T. K. Analysis of a fuzzy epidemic model with saturated treatment and disease transmission. **International Journal of Biomathematics**, v. 11, n. 1, 2018. DOI: 10.1142/S179352451850002X.

NURMINEN, Markku. To use or not to use the odds ratio in epidemiologic analyses? **European Journal of Epidemiology**, v. 11, n. 4, p. 365–371, 1995. DOI: 10.1007/BF01721219. Disponível em: <http://link.springer.com/10.1007/BF01721219>.

PEDRYCZ, Witold; GOMIDE, Fernando. **An Introduction to Fuzzy Sets**. Cambridge: The MIT Press, 1998. DOI: 10.7551/mitpress/3926.001.0001. Disponível em: <https://direct.mit.edu/books/book/3926/an-introduction-to-fuzzy-setsanalysis-and-design>.

PEREIRA, ROSANGELA ALVES; SANTOS, Leonor Maria Pacheco. A dimensão da insegurança alimentar. **Revista de Nutrição**, v. 21, n. jul/ago, p. 7s-13s, 2008. Disponível em: <https://www.scielo.br/pdf/rn/v21s0/02.pdf>.

PIPERATA, Barbara A.; SCHMEER, Kammi K.; RODRIGUES, Andres Herrera; SALAZAR TORRES, Virgilio Mariano. Food insecurity and maternal mental health in León, Nicaragua: Potential limitations on the moderating role of social support. **Social Science & Medicine**, v. 171, p. 9–17, 2016. DOI: 10.1016/j.socscimed.2016.10.029. Disponível em: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0277953616305974>.

PRENTICE, R. L.; PYKE, R. Logistic disease incidence models and case-control studies. **Biometrika**, v. 66, n. 3, p. 403–411, 1979. DOI: 10.1093/biomet/66.3.403. Disponível em: <https://academic.oup.com/biomet/article-lookup/doi/10.1093/biomet/66.3.403>.

R CORE TEAM. **R: A language and environment for statistical computing**. Vienna: R Foundation for Statistical Computing, , 2020. Disponível em: <https://www.r-project.org/>.

REGIONAL COPD WORKING GROUP. COPD prevalence in 12 Asia-Pacific countries and regions: Projections based on the COPD prevalence estimation model. **Respirology**, v. 8, n. 2, p. 192–198, 2003. DOI: 10.1046/j.1440-1843.2003.00460.x. Disponível em: <http://doi.wiley.com/10.1046/j.1440-1843.2003.00460.x>.

ROBINS, James; BRESLOW, Norman; GREENLAND, Sander. Estimators of the Mantel-Haenszel Variance Consistent in Both Sparse Data and Large-Strata Limiting Models. **Biometrics**, v. 42, n. 2, p. 311, 1986. DOI: 10.2307/2531052. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/2531052?origin=crossref>.

ROTHMAN, Kenneth J.; GREENLAND, Sander; LASH, Timothy L.; OTHERS. **Modern epidemiology**. Philadelphia: Wolters Kluwer Health/Lippincott Williams & Wilkins Philadelphia, 2008. v. 3

SADEGH-ZADEH, K. Fuzzy health, illness, and disease. **Journal of Medicine and Philosophy**, v. 25, n. 5, p. 605–638, 2000. DOI: 10.1076/0360-5310(200010)25:5;1-W;FT605.

SAHA, Sukanta; BARENDREGT, Jan J.; VOS, Theo; WHITEFORD, Harvey; MCGRATH, John. Modelling disease frequency measures in schizophrenia epidemiology. **Schizophrenia Research**, v. 104, n. 1–3, p. 246–254, 2008. DOI: 10.1016/j.schres.2008.05.022. Disponível em: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0920996408002727>.

SAVERGNINI, Kenia D. **Modelagem Fuzzy para Predizer os Riscos de Recidiva e Progressão de Tumores Superficiais de Bexiga**. 2009. UNICAMP, Campinas, SP, 2009.

SHARMA, Sonam; SINGH, Surrender. On some generalized correlation coefficients of the fuzzy sets and fuzzy soft sets with application in cleanliness ranking of public health centres. **Journal of Intelligent & Fuzzy Systems**, v. 36, n. 4, p. 3671–3683, 2019. DOI: 10.3233/JIFS-181838. Disponível em: <https://www.medra.org/servlet/aliasResolver?alias=iospress&doi=10.3233/JIFS-181838>.

SILVEIRA, Graciele P.; DE BARROS, Laécio C. Analysis of the dengue risk by means of a Takagi–Sugeno-style model. **Fuzzy Sets and Systems**, v. 277, p. 122–137, 2015. DOI: 10.1016/j.fss.2015.03.003. Disponível em: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S016501141500127X>.

SKOVE, T.; DEDDENS, J.; PETERSEN, M. R.; ENDAHL, L. Prevalence proportion ratios: estimation and hypothesis testing. **International Journal of Epidemiology**, v. 27, n. 1, p. 91–95, 1998. DOI: 10.1093/ije/27.1.91. Disponível em: <https://academic.oup.com/ije/article-lookup/doi/10.1093/ije/27.1.91>.

SOUSA, Sarah Queiroga De; LÔBO, Ianna Karolina Vêras; CARVALHO, Alice Teles De; VIANNA, Rodrigo Pinheiro de Toledo. Associação entre risco de transtornos mentais comuns e insegurança alimentar entre mães com filhos menores de um ano de idade. **Ciência & Saúde Coletiva**, v. 24, n. 5, p. 1925–1934, 2019. DOI: 10.1590/1413-81232018245.17012017. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1413-81232019000501925&tlng=pt.

SOUZA, Carla Lima De; CARVALHO, Fernando Martins; ARAÚJO, Tânia Maria De; REIS, Eduardo José Farias Borges Dos; LIMA, Verônica Maria Cadena; PORTO, Lauro Antonio. Fatores associados a patologias de pregas vocais em professores. **Revista de Saúde Pública**, v. 45, n. 5, p. 914–921, 2011. DOI: 10.1590/S0034-89102011005000055. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0034-89102011000500013&lng=pt&tlng=pt.

SYED, Ahmed M.; TALBOT-SMITH, Alison; GEMMELL, Isla. The use of epidemiological measures to estimate the impact of primary prevention interventions on CHD, stroke and cancer outcomes: Experiences from Herefordshire, UK. **Journal of Epidemiology and Global Health**, v. 2, n. 3, p. 111–124, 2012. DOI: 10.1016/j.jegh.2012.07.002. Disponível em: <https://www.atlantis-press.com/article/125905903>.

THOMPSON, M. L.; MYERS, J. E.; KRIEBEL, D. Prevalence odds ratio or prevalence ratio in the analysis of cross sectional data: what is to be done? **Occupational and Environmental Medicine**, v. 55, n. 4, p. 272–277, 1998. DOI: 10.1136/oem.55.4.272. Disponível em: <https://oem.bmj.com/lookup/doi/10.1136/oem.55.4.272>.

TORRES, Claudia; BARGUIL, Samier; MELGAREJO, Miguel; OLARTE, Andrés. Fuzzy model identification of dengue epidemic in Colombia based on multiresolution analysis. **Artificial Intelligence in Medicine**, v. 60, n. 1, p. 41–51, 2014. DOI: 10.1016/j.artmed.2013.11.008. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.artmed.2013.11.008>.

VELASQUE, L. S. **Aplicação dos modelos de cox e Poisson para obter medidas de efeito em um estudo de coorte**. 2011. Fundação Oswaldo Cruz, Rio de Janeiro, 2011.

VINEIS, P. Methodological insights: fuzzy sets in medicine. **Journal of Epidemiology & Community Health**, v. 62, n. 3, p. 273–278, 2008. DOI: 10.1136/jech.2007.063644. Disponível em: <http://jech.bmj.com/cgi/doi/10.1136/jech.2007.063644>.

VOGEL, C.; BRENNER, H.; PFAHLBERG, A.; GEFELLER, O. The effects of joint misclassification of exposure and disease on the attributable risk. **Statistics in Medicine**, v. 24, n. 12, p. 1881–1896, 2005. DOI: 10.1002/sim.2065.

WACHOLDER, SHOLOM. BINOMIAL REGRESSION IN GLIM: ESTIMATING RISK RATIOS AND RISK DIFFERENCES¹. **American Journal of Epidemiology**, v. 123, n. 1, p. 174–184, 1986. DOI: 10.1093/oxfordjournals.aje.a114212. Disponível em: <https://academic.oup.com/aje/article-lookup/doi/10.1093/oxfordjournals.aje.a114212>.

WALTER, S. Estimation of test error rates, disease prevalence and relative risk from misclassified data: a review. **Journal of Clinical Epidemiology**, v. 41, n. 9, p. 923–937, 1988. DOI: 10.1016/0895-4356(88)90110-2. Disponível em: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0895435688901102>.

WILCOSKY, Timothy C.; CHAMBLESS, Lloyd E. A comparison of direct adjustment and regression adjustment of epidemiologic measures. **Journal of Chronic Diseases**, v. 38, n. 10, p. 849–856, 1985. DOI: 10.1016/0021-9681(85)90109-2. Disponível em: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0021968185901092>.

WILHELMS, Evan; REYNA, Valerie; BRUST-RENCK, Priscila; WELDON, Rebecca; CORBIN, Jonathan. Gist Representations and Communication of Risks about HIV-AIDS: A Fuzzy-Trace Theory Approach. **Current HIV Research**, v. 13, n. 5, p. 399–407, 2015. DOI: 10.2174/1570162x13666150511142748.

ZADEH, L. A. Fuzzy sets. **Information and Control**, v. 8, n. 3, p. 338–353, 1965. DOI: 10.1016/S0019-9958(65)90241-X. Disponível em: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S001999586590241X>.

ZADEH, L. A. Probability measures of fuzzy events. **Journal of mathematical analysis and applications**, v. 23, n. 2, p. 421–427, 1968.

ZADEH, L. A. Biological applications of the theory of fuzzy sets and systems. In: **PROCTOR, L. D. (ed.) Biocybernetics of the central nervous system.**, Boston, p. 199–212, 1969.

ZADEH, L. A. Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility. **Fuzzy Sets and Systems**, v. 1, n. 1, p. 3–28, 1978. DOI: 10.1016/0165-0114(78)90029-5. Disponível em: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0165011478900295>.

ZADEH, L. A. Fuzzy Probabilities and Their Role in Decision Analysis. In: **Theory and Application of Digital Control**. Elsevier, 1982. p. 15–21. DOI: 10.1016/B978-0-08-027618-2.50008-5. Disponível em: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/B9780080276182500085>.