



**UFPB**

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

IRIS DE ASSIS RAMOS NASCIMENTO

SÓLIDOS PLATÔNICOS: ABORDAGEM HISTÓRICA E SUA UTILIZAÇÃO EM  
SALA DE AULA

JOÃO PESSOA

2022

IRIS DE ASSIS RAMOS NASCIMENTO

SÓLIDOS PLATÔNICOS: ABORDAGEM HISTÓRICA E SUA UTILIZAÇÃO EM  
SALA DE AULA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Matemática do Centro de Ciências Exatas da Natureza da Universidade Federal da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do grau de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Jacqueline Fabiola Rojas Arancibia

JOÃO PESSOA

2022

**Catálogo na publicação**  
**Seção de Catalogação e Classificação**

N244s Nascimento, Iris de Assis Ramos.

Sólidos platônicos : abordagem histórica e sua  
utilização em sala de aula / Iris de Assis Ramos  
Nascimento. - João Pessoa, 2022.

67 p. : il.

Orientação: Jacqueline Fabiola Rojas Arancibia.  
TCC (Curso de Licenciatura em Matemática) -  
UFPB/CCEN.

1. Poliedros. 2. GeoGebra. 3. Livro didático -  
Matemática. 4. Geometria. 5. Aprendizagem matemática.  
I. Arancibia, Jacqueline Fabiola Rojas. II. Título.

UFPB/CCEN

CDU 51(043.2)

IRIS DE ASSIS RAMOS NASCIMENTO

SÓLIDOS PLATÔNICOS: ABORDAGEM HISTÓRICA E SUA UTILIZAÇÃO EM  
SALA DE AULA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de graduação em Matemática do Centro de Ciências Exatas e da Natureza da Universidade Federal da Paraíba, como requisito parcial para obtenção do título de licenciado em Matemática.

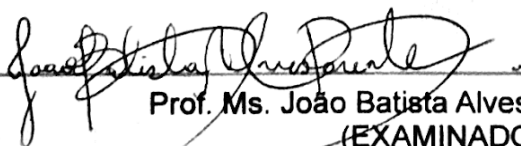
Aprovado em: 31 de Maio de 2022

BANCA EXAMINADORA



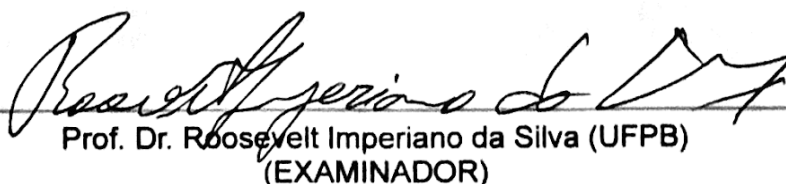
---

Prof.ª Dra. Jacqueline Fabiola Rojas Arancibia (UFPB)  
(ORIENTADORA)



---

Prof. Ms. João Batista Alves Parente (UFPB)  
(EXAMINADOR)



---

Prof. Dr. Roosevelt Imperiano da Silva (UFPB)  
(EXAMINADOR)

Dedico este trabalho a minha família, amigos e professores que contribuíram direta ou indiretamente para a chegada até aqui e que foram fundamentais para esta trajetória.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus pois, sem ele nada seria possível, principalmente a elaboração deste trabalho. Agradeço também a todos os professores que contribuíram direta ou indiretamente para minha formação profissional, em especial minha Orientadora Dra. Professora Jacqueline Rojas que esteve comigo do início ao fim da elaboração deste trabalho me auxiliando e guiando por caminhos que não conhecia. E também a minha família em especial minha mãe Maria Luciana, minha avó Luzia, meu pai Rivelino e meu companheiro Leandro que estiveram comigo durante todo este processo desde o início da graduação até o final acreditando sempre no meu potencial e não me deixando esquecer do quanto eu sou capaz e também agradeço aos meus amigos em especial Thamires e Lorena com quem compartilhei todo esse processo que é fazer uma graduação e não me deixaram nunca pensar em desistir dos meus sonhos.

“Não existe saber mais ou saber menos: há saberes diferentes” ( Paulo Freire)

## RESUMO

O presente trabalho tem como objeto de estudo os Sólidos de Platão com foco na sua abordagem e utilização em sala de aula. Como também sua origem histórica, seguindo com a apresentação detalhada dos cinco poliedros de Platão e de grandes matemáticos que contribuíram para sua descoberta, ou que através destes (os sólidos platônicos), conseguiram fazer novas descobertas. Neste trabalho será abordada a questão de como a geometria é vista e tratada atualmente, e ainda será discutida a importância do ensino e estudo destes sólidos. Este trabalho também almeja suscitar que o professor busque através de sua metodologia de ensino acabar com os tabus que cercam os alunos a respeito da aprendizagem matemática. Também fizemos uma análise da apresentação deste conteúdo em alguns livros didáticos. Em seguida discutimos o que dificulta a compreensão do conteúdo Sólidos de Platão nos discentes. E por fim, o trabalho faz uma ponte entre a tecnologia e o ensino deste conteúdo através do software GeoGebra que pode ser um grande aliado na hora de ensinar e aprender o conteúdo Sólidos de Platão. Fundamentamos nosso trabalho nas ideias dos autores Bernadete Barison (2005), Marcos Luchiari (2018), Gayo e Wilhelm publicada em 2015 e João Lúcio (2020) entre outros.

Palavras-Chaves: Poliedros. GeoGebra. Livro didático. Natureza. Aprendizagem.

## ABSTRACT

The present work has as its object of study Plato's solids focusing on their approach and use in the classroom as well as their historical origin. Following with a detailed presentation of Plato's five polyhedra and of great mathematicians who contributed to their discovery, or who through them (the Platonic solids) managed to make new discoveries. The importance of teaching and studying these solids will still be discussed. This work also aims to encourage the teacher to seek through his teaching methodology to end the taboos that surround students about mathematical learning. We also analyzed the presentation of this content in some textbooks. Plato's solids in students. Finally, the work makes a bridge between technology and the teaching of this content through the GeoGebra software that can be a great ally when teaching and learning Plato's solids we base our work on the ideas of the authors Bernadete Barison (2005), Marcos Luchiari (2018), Gayo and Wilhelm published in 2015 and João Lúcio (2020) among others.

Keywords Polyhedra GeoGebra Textbook. Nature. Learning

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 1 - Platão.....	19
FIGURA 2 - Sólidos Platônicos relacionados aos elementos da natureza.....	20
FIGURA 3 - Face, Aresta e Vértice.....	21
FIGURA 4 - Poliedros convexos e não convexos.....	22
FIGURA 5 - Os sólidos platônicos.....	22
FIGURA 6 - Tetraedro.....	23
FIGURA 7 - Hexaedro.....	23
FIGURA 8 - Octaedro.....	24
FIGURA 9 - Dodecaedro.....	24
FIGURA 10 - Icosaedro.....	25
FIGURA 11 - Johannes Kepler.....	26
FIGURA 12- Poliedros de Kepler Poinot.....	27
FIGURA 13 - Representação dos sólidos relacionados aos planetas.....	27
FIGURA 14 - Livro de descobertas de Kepler.....	28
FIGURA 15 - Euler.....	29
FIGURA 16 - Planificação dos poliedros.....	33
FIGURA 17 - Questão de uma Prova Brasil (2011).....	34
FIGURA 18 - Questão sobre planificação de figuras geométricas.....	35
FIGURA 19 - Calcopirita.....	36
FIGURA 20 - Galena.....	36
FIGURA 21 - Magnetita.....	36
FIGURA 22 - Radiolários.....	36
FIGURA 23 - Construção de uma malha icosaédrica e sua malha dual.....	37
FIGURA 24 - Obelisco do Ibirapuera, São Paulo.....	38
FIGURA 25 - Conservatório Muttart Edmonton, Canadá.....	38
FIGURA 26 - Escultura Matemática 1.....	38
FIGURA 27 - Escultura Matemática 2.....	38
FIGURA 28 - Percentual de acertos em matemática por habilidade.....	41
FIGURA 29 - Sumário do livro didático em estudo Teláris de Luiz Dante.....	43
FIGURA 30 - Apresentação dos sólidos de Platão no livro do 6° ano do ens. fundamental de Teláris de Luiz Dante.....	44
FIGURA 31 - Sumário do livro didático em estudo de Teláris de Luiz Dante.....	46

FIGURA 32 - Sólidos de Platão em Origamis.....	49
FIGURA 33 - Materiais utilizados para a construção de sólidos platônicos.....	50
FIGURA 34 - Construção do Octaedro.....	51
FIGURA 35 - Construção do Dodecaedro.....	51
FIGURA 36 - Tetraedro construído.....	52
FIGURA 37 - Página inicial do GeoGebra.....	54
FIGURA 38 - Markus Hohenwarter.....	55
FIGURA 39 - Demonstração de exploração do GeoGebra.....	57
FIGURA 40 - GeoGebra aberto inicialmente.....	58
FIGURA 41 - Plano Cartesiano no GeoGebra.....	59
FIGURA 42 - Escolha do comando no GeoGebra.....	59
FIGURA 43 - Definição dos pontos A e B no plano.....	60
FIGURA 44 - O Cubo no GeoGebra.....	60
FIGURA 45 - Planificação do Cubo no GeoGebra.....	61
FIGURA 46 - Movimento da planificação do Cubo no GeoGebra.....	62

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>14</b>
1.1 TEMA E DELIMITAÇÃO DO TEMA.....	15
1.2 PROBLEMATIZAÇÃO.....	15
1.3 JUSTIFICATIVAS.....	15
1.4 OBJETIVO GERAL.....	16
1.4.1 OBJETIVOS EPECÍFICOS.....	16
1.5 TIPO DE PESQUISA.....	17
1.6 ESTRUTURA DO TRABALHO.....	18
<b>2 SÓLIDOS PLATÔNICOS: SUA ORIGEM E REFLEXOS AO LONGO DA HISTÓRIA.....</b>	<b>18</b>
2.1 QUEM FOI PLATÃO.....	19
2.2 OS SÓLIDOS PLATÔNICOS.....	20
2.3 OS CINCO POLIEDROS REGULARES.....	22
2.3.1 O TETRAEDRO.....	23
2.3.2 O HEXAEDRO OU CUBO.....	23
2.3.3 O OCTAEDRO.....	24
2.3.4 O DODECAEDRO.....	24
2.3.5 O ICOSAEDRO.....	25
2.4 JOHANNES KEPLER E SEU MODELO DE SISTEMA SOLAR UTILIZANDO OS SÓLIDOS PLATÔNICOS.....	25
2.5 LEONHARD PAUL EULER: SUA FÓRMULA E A EXISTÊNCIA DE EXATAMENTE 5 SÓLIDOS PLATÔNICOS.....	28
<b>3 A IMPORTÂNCIA DE UMA BOA COMPREENSÃO ACERCA DOS SÓLIDOS PLATÔNICOS.....</b>	<b>31</b>
3.1 SÓLIDOS PLATÔNICOS A PARTIR DE SUAS PLANIFICAÇÕES.....	32
3.2 OS SÓLIDOS DE PLATÃO NA NATUREZA.....	34
<b>4 OS SÓLIDOS PLATÔNICOS EM SALA DE AULA.....</b>	<b>38</b>
4.1 A GEOMETRIA EM SALA DE AULA.....	38
4.2 OS SÓLIDOS E AS SUAS APRESENTAÇÕES NOS LIVROS DIDÁTICOS.....	41
4.3 O QUE DIFICULTA A COMPREENSÃO DOS ALUNOS ACERCA DOS SÓLIDOS PLATÔNICOS.....	45

<b>5 USO DE MATERIAIS CONCRETOS: POSSÍVEL SOLUÇÃO PARA SUPRIR A DIFICULDADE DE APRENDER O CONTEÚDO SÓLIDOS DE PLATÃO.....</b>	<b>47</b>
5.1 A GEOMETRIA VISTA ATRAVÉS DO ORIGAMI E DE OUTROS MÉTODOS PRÁTICOS DE ENSINO.....	47
<b>6 GEOGEBRA: AS VANTAGENS DE SE UTILIZAR A TECNOLOGIA A FAVOR DS APRENDIZAGEM.....</b>	<b>52</b>
6.1 INSERÇÃO DO GEOGEBRA NO PROCESSO DE ENSINO APRENDIZAGEM.....	55
6.1.1 PLANO DE INTRODUÇÃO DO GEOGEBRA PARA OS ALUNOS.....	55
6.2 A CONSTRUÇÃO DOS POLIEDROS REGULARES NO GEOGEBRA.....	58
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>63</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>64</b>

## 1. INTRODUÇÃO

O presente trabalho, tem como objeto de estudo os Sólidos platônicos tanto sua parte histórica quanto sua utilização em sala de aula, buscando trazer à tona os aspectos positivos e negativos que o ensino tradicional da geometria no geral tem acarretado na educação básica.

Este trabalho visa conscientizar o leitor de como a educação pode melhorar ao introduzirmos metodologias que sejam práticas e que não signifiquem aumento de burocracias, que é o caso da introdução de materiais lúdicos para aprender o conteúdo Sólidos de Platão e da geometria no geral, e que a falta destes materiais muitas vezes é o motivo pelo qual o aluno tem dificuldade ou não consegue aprender.

A Seguir apresentamos uma breve avaliação acerca de como os livros didáticos tratam o conteúdo Sólidos de Platão, tendo em vista que o livro didático é uma ferramenta consideravelmente importante para o professor e de certa forma influência nos conteúdos que ele ensina para seus alunos, além de ser também um forte aliado para eles na hora de estudos.

Em seguida, ressaltamos a importância de se ter conhecimento de determinados conteúdos, por exemplo sólidos platônicos, visto que eles se revelam na natureza de diversas maneiras, o que implica o conhecimento prévio deste conteúdo.

Por fim, dada a importância que as novas tecnologias estão tendo no processo de ensino-aprendizagem da matemática, dedicamos a última seção ao uso do Software GeoGebra para montar os Sólidos de Platão, estabelecendo assim mais uma ponte entre a tecnologia e o ensino de Matemática.

## **1.1 TEMA E DELIMITAÇÃO DO TEMA**

A presente pesquisa tem como tema: Sólidos Platônicos. Onde o estudo será abrangido da seguinte maneira: Abordagem histórica sobre o tema em questão e sua utilização em sala de aula dando ainda mais abertura para discutir algumas outras questões que o tema engloba.

## **1.2 PROBLEMATIZAÇÃO**

Por que a geometria inserida no processo de ensino e aprendizagem dos dias atuais ainda é repassada de maneira tão superficial a ponto de muitos dos que estão em condição de aprender não conseguem alcançar essa aprendizagem? Por que é tão importante para o nosso cotidiano que tenhamos conhecimento da geometria assim como qualquer outro conteúdo? Por que os métodos de ensino atual não são suficientes para um processo de ensino e aprendizagem satisfatório? Quais são os métodos que facilitariam a aprendizagem dos alunos no que se refere a geometria em especial no estudo dos sólidos de Platão?

## **1.3 JUSTIFICATIVAS**

O presente trabalho foi realizado com o intuito de mostrar que o estudo da geometria, mais especificamente dos Sólidos de Platão, pode ser divertido e atrativo se ensinado utilizando métodos de ensino diferentes dos tradicionais. Acreditamos que vale a pena trazer para sala de aula novas experiências, distintas das que já estamos acostumados a ver em sala de aula, pois acreditamos que possivelmente após se fazer uso de novos métodos de ensino o nível de aprendizagem seja um pouco melhor do que já estamos acostumados a ter como resultado final.

Nas escolas atuais é notório que o resultado que se espera com relação ao nível de aprendizagem dos alunos não condiz com a realidade, isto porque o processo de ensino e aprendizagem enfrenta inúmeras barreiras para que seja concretizado o mínimo, e quando se fala do ensino de matemática é que podemos ver que este processo não está na situação que deveria estar. De fato Adriane Medeiros et al (2015, apud TOLEDO, 2009) afirma que muitas podem ser a razão deste insucesso, tais como: falta de relação entre a matemática que se aprende na

escolas e as necessidades cotidianas, falta de recursos tecnológicos na escolas ou mesmo método de ensino inadequado.

É comum ver bastante desinteresse por parte do aluno para aprender matemática, isto porque muitos professores não se dão o trabalho de tirar suas aulas da rotina (visto que apenas utilizam o quadro e o livro didático), fazendo com que suas aulas se tornem rotineiras e até entediantes, o que gera desinteresse e desmotivação para aprender por parte dos alunos, por enxergarem a matemática como algo rotineiro.

No ensino de geometria plana e espacial não é diferente, sabemos que pode ser bastante complexo e até confuso ter que imaginar figuras geométricas, ainda mais as espaciais, enquanto seu professor está ensinando apenas por via escrita e oral, o que leva o aluno a desistir de aprender ou mesmo que ele tente, não obtenha sucesso, por precisar de algo concreto em mãos para compreender melhor, levando esses alunos a ter um conhecimento bastante superficial da geometria.

Pensando nisso, este trabalho tem o intuito de mostrar alguns métodos mais eficientes de maneira que a aprendizagem se torne mais fácil e divertida, e que de certa forma os alunos se sintam atraídos e conduzidos para o caminho de uma boa aprendizagem.

## **1.4 OBJETIVO GERAL**

Mostrar o quanto é importante para o processo de ensino e aprendizagem, que os alunos tenham acesso ao conteúdo em questão, não apenas de forma teórica mas também de forma prática, seja ela construindo com materiais didáticos concretos ou até mesmo fazendo uso de aplicativos digitais para a sua construção e apropriação de conceitos inerentes aos sólidos platônicos.

### **1.4.1 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Fazer uma abordagem histórica sobre os sólidos platônicos;
- Abordar cada sólido de Platão;
- Mostrar a importância de uma boa compreensão do conteúdo sólidos platônicos;

- Destacar e explicar porque os métodos atuais de ensino muitas vezes não são suficiente para a aprendizagem do aluno;
- A utilização de material concreto: Origamis e construção de figuras com canudos ou palitos, para aprender sobre sólidos platônicos;
- Identificar, no nosso dia a dia, a utilização dos sólidos platônicos com a sua construção e desconstrução;
- Discutir sobre sólidos platônicos a partir de suas planificações;
- Mostrar a relação entre os sólidos platônicos e a fórmula de Euler;
- Discutir sobre a importância da boa compreensão de conteúdos anteriores a sólidos platônicos que servem como base para compreensão destes;
- Os sólidos de Platão no Geogebra e a vantagem de utilizar esta ferramenta tecnológica em sala de aula.

### 1.5 TIPO DE PESQUISA

Este trabalho é uma pesquisa exploratória e bibliográfica pois, de acordo com (SILVA et al. 2019, p.16 apud MOTTA, 2015, p. 93) temos que “A pesquisa é uma atividade organizada e sistemática, que segue um planejamento, na forma de um projeto, para responder ou solucionar um problema”. Nesse sentido ressalta-se que o presente estudo pode ser definido como uma pesquisa exploratória e bibliográfica.

Para (SILVA et al. 2019, p.16 apud MOTTA 2015, p. 98 e 99) os critérios em relação aos objetivos de uma pesquisa são do tipo exploratória, descritiva ou explicativa. Este trabalho é do tipo exploratório. Tendo em consideração que segundo (SILVA et al. 2019, p.17 apud MOTTA 2015, p. 98 e 99) “A pesquisa exploratória visa obter familiaridade maior com o tema da pesquisa, buscando subsídios para a formulação mais precisa dos problemas ou hipóteses”. Nossa pesquisa também é de tipo bibliográfico pois (SILVA et al. 2019, p.17 apud MOTTA 2015, p. 102) explica que: “A pesquisa bibliográfica decorre de fontes secundárias: livros, revistas, jornais, monografias, teses, dissertações, relatórios de pesquisa, etc.” e ainda que, a pesquisa bibliográfica: “Não se trata apenas de uma pesquisa que condiz com a prática do fichamento, mas, sobretudo, da defesa de uma tese a partir de um acervo bibliográfico” (SILVA et al. 2019, p.17 apud MOTTA, 2015, p. 102).

## **1.6 ESTRUTURA DO TRABALHO**

O presente trabalho está organizado em 6 capítulos, iniciando por uma abordagem histórica dos sólidos platônicos e em seguida fazendo um levantamento sobre a utilização do tema em sala de aula, discutindo pontos importantes como o processo de ensino e aprendizagem e métodos de ensino eficazes, entre outros.

O trabalho também mostrará como funciona o estudo deste tema em sala de aula ao utilizarmos por exemplo materiais concretos e quais são os pontos positivos para o processo de ensino-aprendizagem quando temas como estes são vistos não apenas de forma teórica como também de forma prática.

## **2 SÓLIDOS PLATÔNICOS: SUA ORIGEM E REFLEXOS AO LONGO DA HISTÓRIA**

As seções deste capítulo discorreram sobre a história dos sólidos platônicos juntamente com alguns personagens que fazem parte do desenvolvimento deste tema, principalmente o matemático Platão. De fato, faremos uma exposição sobre surgimento como também trataremos sobre alguns conceitos/definições que foram aparecendo ao longo da história que servem como base para compreensão do conteúdo, em seguida serão apresentados suas figuras geométricas com destaque na contagem de seus vértices, arestas e faces.

Ainda no mesmo capítulo, será abordado a relação da fórmula de Euler com a construção das figuras geométricas e por fim uma breve exposição sobre o físico Kepler e sua relação com o tema em estudo.

## 2.1 QUEM FOI PLATÃO

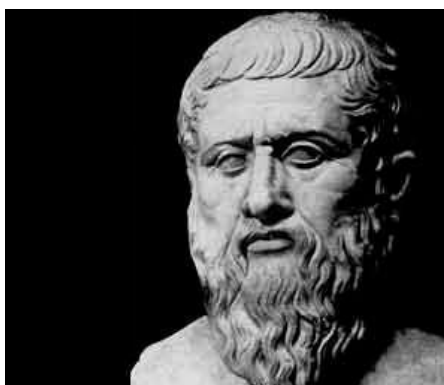
Platão foi um grande filósofo<sup>1</sup> e matemático do período clássico da Grécia antiga (cerca de 350 a.C), nascido em 427 a.C. ou 428 a.C. (não se sabe ao certo) foi considerado por muitos o maior filósofo da antiguidade, possuía uma família muito tradicional onde a maioria de seus membros eram eminentes na política que consequentemente o fez interessar-se também por política.

Por volta dos anos 387 a.C, Platão funda, já em Atenas, sua academia que era uma instituição de ensino que concebe conhecimento como algo vivo e mutável e não como algo a ser decorado e passado adiante.

Deixou escrito textos (diálogos) que eram usados como ferramentas nas mais diversas disciplinas como filosofia, lógica, retórica e matemática. E entre estes textos destaca -se Timeu, obra escrita por volta dos anos 350 a.C, na qual Platão demonstra a existência dos chamados Sólidos Platônicos, onde passou a ser o primeiro matemático a demonstrar que existem apenas cinco poliedros regulares.

O conhecimento destes sólidos parece ter se dado como existente através de um encontro com arquitetas, que em viagem ao Sul da Itália, encontraria Platão que, para este o universo é formado por um corpo e uma alma, ou para ser mais exato, inteligência, e ainda que na matéria havia porções limitadas por triângulos ou quadrados que formavam elementos que diferiam entre si pela natureza da forma das suas superfícies periféricas.

Figura 1. Platão



Fonte: <https://filosofiapop.com.br>

---

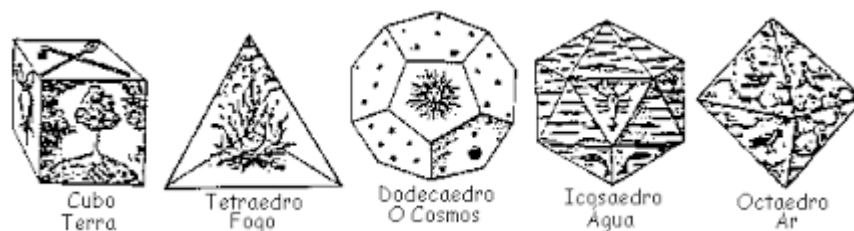
<sup>1</sup> Filósofo: Homem que estuda os problemas da existência humana.

## 2.2 OS SÓLIDOS PLATÔNICOS

De acordo com Kamila Souza et al. (2016) o nome sólidos platônicos surgiu devido a forma que Platão, em um diálogo intitulado Timeu, os empregou para explicar a natureza. A obra platônica é constituída de duas partes, a primeira funciona como um prólogo onde Timeu de Platão relembra a discussão dos dias anteriores e a segunda parte, é a exposição que Timeu faz sobre a origem do universo e do homem. Entretanto não se sabe se Timeu realmente existiu ou se foi mais uma invenção de Platão para desenvolver suas ideias.

Em Timeu, Platão faz uma associação entre os elementos clássicos (terra, água, fogo e ar) a cada um dos poliedros regulares. Terra é associada com o cubo, ar com o octaedro, água com o icosaedro e fogo com o tetraedro. Já o quinto sólido, o dodecaedro, Platão escreveu que faltava uma quinta construção que o Deus utilizou para organizar todas as constelações do céu, se referindo ao dodecaedro.

Figura 2. Sólidos platônicos relacionados aos elementos da natureza



Fonte: <https://mariadesvelada.blogspot.com>

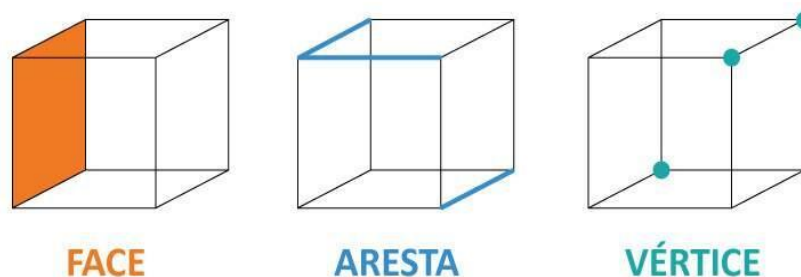
A palavra poliedro se faz muito presente quando o assunto é geometria e várias são as definições encontradas para este termo. De acordo com Alberto Bortolossi (2009) um poliedro é a reunião de um número finito de polígonos planos onde cada lado de um destes polígonos é também o lado de um, e apenas um, outro polígono. Onde cada um destes polígonos chama-se face do poliedro, cada lado comum a duas faces chama-se uma aresta do poliedro e cada vértice de uma face é também chamado vértice do poliedro. Diante disto dizemos que um poliedro é convexo se o seu interior  $C$  for convexo, ou seja, quando qualquer segmento de reta que liga dois pontos de  $C$  está inteiramente contido em  $C$ . (Veja a figura 4)

No estudo da geometria em específico, os sólidos de platão, faz-se necessário uma abordagem mais precisa sobre o conceito de poliedro pois um dos

critérios dos sólidos em estudo é ele ser além de poliedro, ser um poliedro regular convexo. Bernadete Barison (2005) afirma que um poliedro regular convexo ou sólido platônico, é um polígono cujas faces, ângulos e ângulos entre as faces são sempre iguais. Portanto os sólidos platônicos ou poliedros regulares convexos, cuja existência foi provada por Platão, são apenas cinco sendo eles: O tetraedro, o hexaedro, o octaedro, o dodecaedro e o icosaedro.

Salientamos a importância de introduzir os conceitos de face, aresta e vértice para dar continuidade a nosso estudo sobre os sólidos platônicos, de acordo com Camila Amaral et al (2015, apud GUELLI, 2004, p. 261) define-se faces como sendo os polígonos que formam os poliedros, arestas sendo os lados comuns a duas faces e os vértices, os pontos nos quais se unem três ou mais arestas, a figura 3 exibe o que venha a ser uma face, uma aresta e um vértice num cubo.

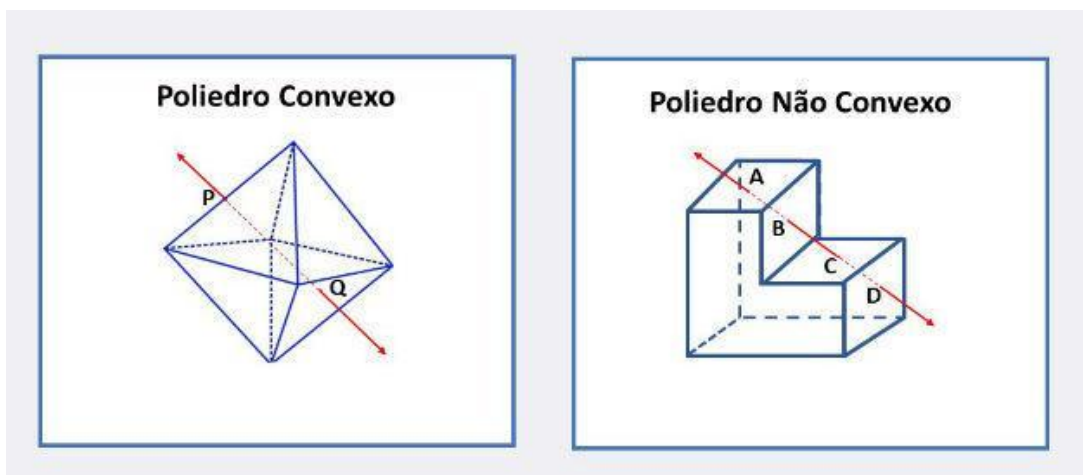
Figura 3. Face, aresta e vértice



Fonte: <https://br.pinterest.com>

Para melhor clareza no estudo vamos explicar melhor o conceito de poliedros convexos e não convexos. De acordo com Raul Oliveira (2020) quando qualquer segmento de reta que liga dois pontos contidos no poliedro está inserido totalmente dentro do poliedro, então este será convexo. Caso contrário, ele será não convexo. A figura 4 a seguir exemplifica melhor a definição dada.

Figura 4. Poliedros convexos e não convexos

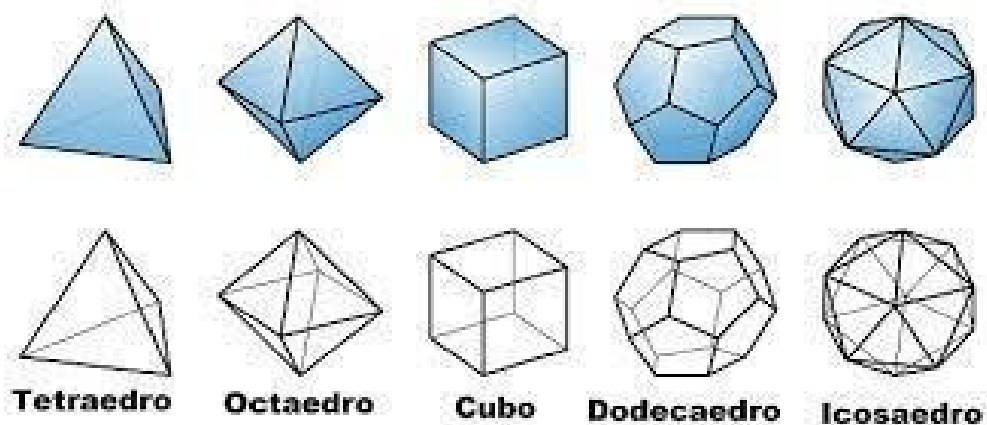


Fonte: <https://app.planejativo.com>

### 2.3 OS CINCO POLIEDROS REGULARES

Apresentamos aqui uma breve definição e detalhamento de cada poliedro regular ou sólido de Platão. Ilustrados na figura a seguir.

Figura 5. Os sólidos platônicos

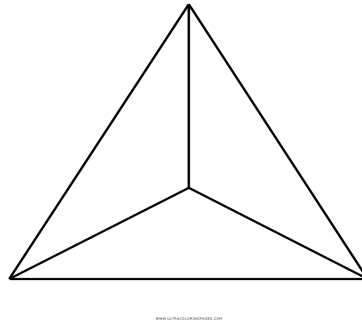


Fonte: <https://mundoeducacao.uol.com.br>

### 2.3.1 O TETRAEDRO

“O tetraedro é sem dúvida o pai de toda a família de poliedros. A partir dele se fazem todos os demais. É o primeiro sólido regular, é um sólido nuclear pois não tem uma diagonal completa.” (BERNADETE BARISON, 2005, p. 2)

Figura 6. Tetraedro

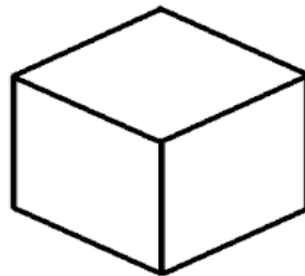


Fonte: <https://www.gratispng.com>

### 2.3.2 O HEXAEDRO OU CUBO

De acordo com Bernadete Barison (2005), o hexaedro, também denominado de cubo, é composto de 6 quadrados. Uma característica do Cubo é que ele pode ser aglomerado perfeitamente, ou melhor dizendo, podemos juntar cubos sem que sobrem espaços vazios. É a modulação básica das nossas construções atuais. Isso não quer dizer que seja a maneira mais econômica de aglomeração.

Figura 7. Hexaedro

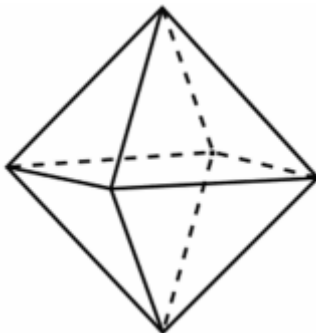


Fonte: <http://poliedrosdecandudos.blogspot.com>

### 2.3.3 O OCTAEDRO

“O octaedro é composto de oito triângulos equiláteros. Pode ser visto como um antiprisma<sup>2</sup> de base triangular, ou como duas pirâmides de base quadrada, acopladas pelas bases.”(BERNADETE BARISON, 2005, p. 3)

Figura 8. Octaedro

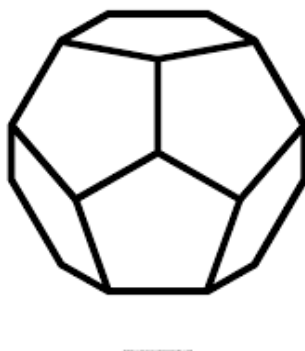


Fonte: <https://mundoeducacao.uol.com.br>

### 2.3.4 O DODECAEDRO

“O dodecaedro é composto de 12 pentágonos.” (BERNADETE BARISON, 2005, p. 4)

Figura 9. Dodecaedro



Fonte: <https://sabermatematica.com.br>

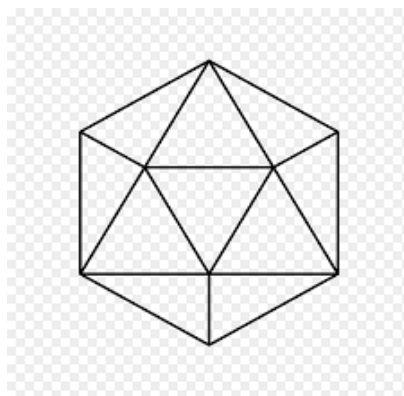
---

<sup>2</sup> Antiprisma: É um poliedro constituído por duas faces poligonais iguais e paralelos chamados directrizes, ligados por triângulos. O número de lado dos polígonos das faces directrizes definem o nome do antiprisma. Três faces formam um antiprisma triangular, cinco faces um anti prisma pentagonal e entre outros.

### 2.3.5 O ICOSAEDRO

“O icosaedro é composto de 20 triângulos equiláteros. O icosaedro é usado como base fundamental para geração da ampla maioria das coberturas geodésicas.”<sup>3</sup> (BERNADETE BARISON, 2005, p. 5)

Figura 10. Icosaedro



Fonte: <https://www.pngwing.com>

### 2.4 JOHANNES KEPLER E SEU MODELO DO SISTEMA SOLAR UTILIZANDO SÓLIDOS PLATÔNICOS

Kepler foi um grande matemático e astrônomo, nascido em dezembro de 1571 em Weil Der Stadt, publicou obras importantes de astronomia mostrando o mundo de uma forma como nunca havia sido imaginado antes, foi considerado figura chave na evolução científica do século XVI, pois foi ele quem formulou as três leis fundamentais da mecânica celeste chamadas de Leis de Kepler ou Leis de movimentos planetários.

Formou-se na universidade de Tübingen onde se tornou mestre em 1591 e envolveu-se com as ideias de homens como Nicolau Copérnico e Galileu Galilei, tornou-se astrônomo real em 1601 após a morte de Tycho Brahe tomando posse de importantes dados astronômicos e iniciando em seguida uma revolução na forma de se pensar astronomia. Morreu na cidade de Ratisbona no ano de 1630.

---

<sup>3</sup> Cobertura Geodésica: Também conhecida como cúpula ou domo, é uma estrutura de alta resistência que pode ser composta por vários tipos de materiais, como vidros, chapas metálicas e pedras naturais.

Figura 11. Johannes Kepler



Fonte: <https://ichi.pro/th/meux-khep-lex>

No ano de 1597 inspira-se nos poliedros regulares para estudar o movimento dos seis planetas então conhecidos (Saturno, Júpiter, Marte, Terra, Vênus e Mercúrio), quando em sua obra “the cosmographic mystery” utiliza um modelo de sistema solar formado por esferas concêntricas separadas umas das outras por um cubo, um tetraedro, um dodecaedro, um octaedro e um icosaedro para explicar as distâncias dos planetas ao sol.

Os estudos que Kepler realizou foram de grande valia para a humanidade. Ele descobriu que os planetas se movimentam em torno do sol em órbitas ovais assim como constatou que cada planeta ao percorrer pela órbita, e que a órbita elíptica ganha velocidade conforme aproxima o planeta do sol. Calculou também o tempo que cada planeta leva para dar a volta ao sol, sendo que aqueles mais próximos do sol levam menos tempo do que os mais distantes. (MARCOS LUCHIARI, 2018 apud FRAZÃO, 2017).

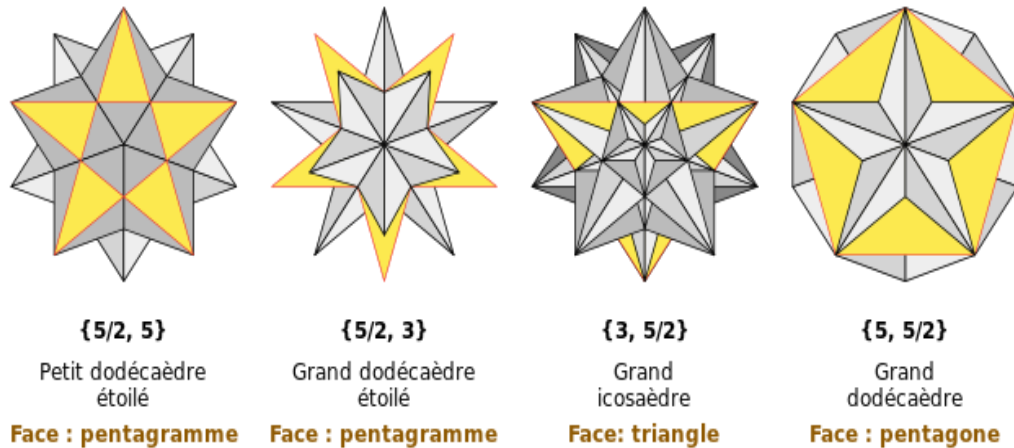
Acerca das contribuições de Kepler para a matemática, muitas foram fundamentais para a geometria, dentre elas a criação dos poliedros de Kepler - Poinot<sup>4</sup>, representados na figura 12. Ao estudar os movimentos dos seis planetas conhecidos na época, Kepler inspirado nos poliedros de Platão elaborou um sistema solar composto por esferas concêntricas separadas umas das outras por poliedros regulares, como mostrado na figura 13. (MARCOS LUCHIARI, 2018 apud MOREIRA, 2017).

---

<sup>4</sup> Poliedro de Kepler Poinot: É um poliedro regular não convexo, que apresenta polígonos regulares iguais em todas as suas faces e o número de faces em todos os seus vértices.

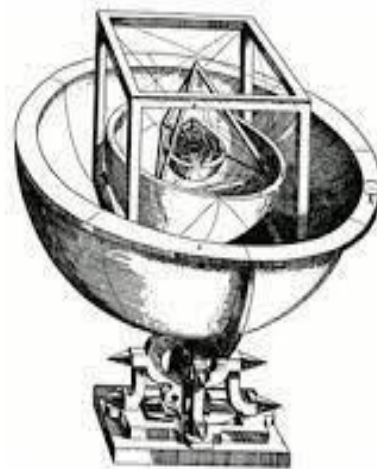
Figura 12. Poliedros de Kepler - Poinot

### Les polyèdres de Kepler-Poinsot



Fonte: [https://pt.frwiki.wiki/wiki/Solide\\_de\\_Kepler-Poinsot](https://pt.frwiki.wiki/wiki/Solide_de_Kepler-Poinsot)

Figura 13. Representação dos sólidos relacionados aos planetas.



Fonte: <https://www.uv.es/liern/2011.pdf>

“Ao aplicar os poliedros de Platão nos estudos dos planetas, Kepler buscava conhecer as regras matemáticas que Deus tinha utilizado para criar o universo”. (MARCOS LUCHIARI, 2018. p. 58 apud KATZ, 2010).

Ao delinear sua linha de raciocínio, Kepler apresentou suas descobertas em seu primeiro livro intitulado “mysterium cosmographicum” (O segredo do universo), publicado em 1596.

Neste livro, Kepler traz os seguintes questionamentos e considerações: “por que é que existem precisamente seis planetas? Porque Deus é sempre um geômetra, o supremo matemático queria separar os planetas com os sólidos regulares” (MARCOS LUCHIARI, 2018, p. 59 apud KATZ, 2012, p. 515).

Figura 14. Livro de descobertas de Kepler.



Fonte: <https://www.bms.co.in/5-quick-facts-about-johannes-keple>

## 2.5 LEONHARD PAUL EULER: SUA FÓRMULA E A EXISTÊNCIA DE EXATAMENTE 5 SÓLIDOS PLATÔNICOS

Nascido em 1707 na Basileia, importante cidade da Suíça Leonhard Euler era filho de uma família bem estruturada e desde cedo teve acesso a boas escolas e bons professores, Leonhard teve sua escolha de tornar-se matemático vista como um afronte para seu pai que por sua vez esperava que seu filho o seguisse na carreira de pastor. Apesar de Leonhard não ter se tornado um pastor como seu pai, seguiu seus preceitos religiosos por toda a vida (GAYO et al. 2015, p.344 apud SIMMONS, 2002).

Aos 14 anos de idade ingressou na universidade da Basileia, onde inicialmente estudou medicina, teologia e ciências humanas e em seguida passou a

dedicar-se a matemática (GAYO et al. 2015, p.344 apud SIMMONS, 2002), em 1766 ao perceber que estava perdendo a visão devido a catarata, passou a treinar seu filho para escrever enquanto ele ditava, o que fez com que ele não interrompesse sua carreira.

Em 1783 morre tomando chá com seu neto após ter passado o dia estudando a órbita do recém descoberto planeta Urano (GAYO et al. 2015, p.344 apud SIMMONS, 2002), apesar dos sólidos geométricos terem sido estudados desde a antiguidade, foi Euler quem descobriu uma relação existente entre os poliedros convexos, que passou a se chamar Relação de Euler dada como:  $V - A + F = 2$ , onde  $V$  é o número de vértices,  $A$  é o número de arestas e  $F$  é o número de faces. (GAYO et al. 2015, apud, LIMA et al., 2006).

Figura 15. Euler



Fonte: <https://www.listennotes.com/podcasts/leonhard-euler>

Nesta sessão abordaremos sobre a relação de Euler com os Sólidos de Platão. Como já foi visto a existência dos sólidos platônicos já era conhecida anteriormente pelos pitagóricos, os egípcios também utilizaram alguns desses sólidos na arquitetura e em outros objetos que construíram contudo, foi Platão quem estudou mais a fundo a propriedade destes sólidos provando que só existem 5 deles.

Na obra de Euclides nomeada por “Os elementos” é dito que Platão havia descoberto esses poliedros quando na verdade 3 deles já existiam graças aos pitagóricos e os outros dois pelo matemático Teeto. Contudo foi Platão quem

descobriu que existiam 5 e somente 5 sólidos geométricos regulares. Foi quando surgiu a proposição: Existem cinco, e somente cinco, classes de poliedros de platão. De acordo com (JOSSARA BAZILIO, 2013) a fórmula de Euler para poliedros foi descoberta em 1758 e na ocasião o matemático suíço Leonhard Euler (1707-1783) escreveu uma carta para seu amigo Christian Goldbach (1690-1764) relatando que descobriu uma propriedade acerca de poliedros que era a seguinte: Se  $V$ ,  $A$  e  $F$  são, respectivamente o número de vértices arestas e faces de um poliedro, então a relação

$$V - A + F = 2$$

é válida para a classe de poliedros que têm a mesma forma a uma esfera, ou seja, podem ser deformados continuamente em uma esfera.

*“Teorema 1.9 (Teorema de Euler para poliedros) Em todo poliedro convexo com  $V$  vértices,  $A$  arestas e  $F$  faces, vale a relação  $V - A + F = 2$ .”* (Jossara Bazilio, 2013, p. 10)

A partir da fórmula de Euler, será provado que existem cinco e apenas cinco poliedros regulares convexos. Como veremos adiante:

Seja  $n$  o número de arestas em cada face (todas têm o mesmo número de arestas). Tome  $A$  = número de arestas,  $F$  = número de faces e  $V$  = número de vértices.

Como cada aresta é comum a duas faces, temos que:

$$2A = n \cdot F \Rightarrow A = \frac{n \cdot F}{2}.$$

De modo análogo, como todos os vértices têm o mesmo número de arestas, se  $p$  é o número de arestas que se encontram em cada vértice então como em cada aresta temos 2 vértices segue que

$$2A = p \cdot V \Rightarrow A = \frac{p \cdot V}{2}.$$

Desta forma, igualando as expressões que obtivemos para  $A$  segue que :

$$V = \frac{n \cdot F}{p}.$$

Pela fórmula de Euler temos que:

$$V - A + F = 2 \Rightarrow \frac{n \cdot F}{p} - \frac{n \cdot F}{2} + F = 2 \Rightarrow F \cdot (2n - np + 2p) = 4p.$$

Mas o número de faces deve ser positivo, ou seja,

$$F = \frac{4p}{2n - np + 2p} > 0.$$

Então, como  $p$  é positivo, necessariamente o denominador é positivo.

Assim,  $2n - np + 2p > 0$  o que implica em  $2n - p(n - 2) > 0$ . Logo  $\frac{2n}{n-2} > p$ .

Observe que  $p$  é uma cota superior do total de vértices. Visto que  $p \geq 3$  (pois o caso mínimo de arestas é 3), então:

$$\frac{2n}{n-2} > 3 \Rightarrow 2n > 3n - 6 \Rightarrow 6 > 3n - 2n \Rightarrow 6 > n.$$

Agora analisaremos cada caso:  $n = 3, 4$  e  $5$  pois o caso mínimo é 3.

Se  $n = 3$ , então  $F = \frac{4p}{6-p}$ . Mas  $F > 0$  o que implica em  $6 - p > 0$ . Portanto  $p < 6$ .

- Se  $p = 3$  temos  $F = 4$  (TETRAEDRO REGULAR - 4 faces triangulares).
- Se  $p = 4$  temos  $F = 8$  (OCTAEDRO REGULAR - 8 faces triangulares).
- Se  $p = 5$  temos  $F = 20$  (ICOSAEDRO REGULAR - 20 faces triangulares).

Se  $n = 4$ , então  $F = \frac{4p}{8-2p}$ . Mas como  $F > 0$  segue que  $8 - 2p > 0$ . Logo  $p < 4$ .

Assim, a única possibilidade é  $p = 3$ .

- Se  $p = 3$  temos  $F = 6$  (HEXAEDRO REGULAR - 6 faces quadradas)
- Se  $n=5$  então,  
 $F = \frac{4p}{10-3p}$ . Mas  $F > 0$  o que implica em  $10 - 3p > 0$ . Portanto  $p < \frac{10}{3}$ .  
 Porém como  $p$  tem que ser inteiro e  $p \geq 3$ , o único caso possível é  $p = 3$ .
- Se  $p = 3$  temos  $F = 12$  (DODECAEDRO REGULAR - 12 faces pentagonais).

Diantes disto encerramos todos os casos e provamos a partir do teorema de Euler que existem apenas cinco sólidos regulares ou sólidos de Platão (UNICAMP, 2019).

### 3 A IMPORTÂNCIA DE UMA BOA COMPREENSÃO ACERCA DOS SÓLIDOS PLATÔNICOS

Nesta seção abordaremos quão importantes são os sólidos platônicos. De fato, por estarem presentes no cotidiano, um bom conhecimento sobre o assunto pode nos ajudar na resolução dos problemas que porventura envolvam estes


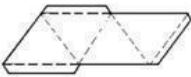

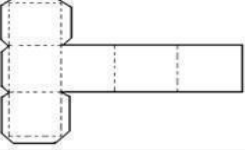

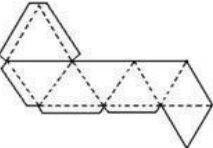

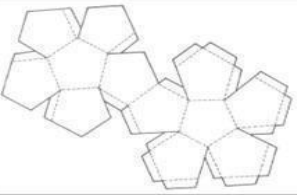
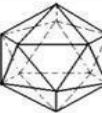
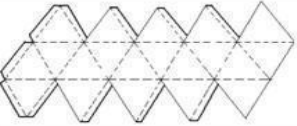
sólidos. Como por exemplo na área de construção civil que exige bastante o conhecimento da geometria, entre outros.

### 3.1 SÓLIDOS PLATÔNICOS A PARTIR DE SUAS PLANIFICAÇÕES

O objetivo desta seção é fazer um estudo mais aprofundado acerca dos sólidos platônicos. Veremos nesta seção as planificações de cada sólido para melhor compreensão visual acerca destas figuras geométricas. Logo depois partiremos para a discussão de como eles estão inseridos na sociedade.

Quando nos deparamos com figuras geométricas, ao estudarmos este conteúdo se faz necessário conhecermos elas também através de suas planificações, visto que quando se tem o conhecimento das figuras em suas devidas planificações se torna mais fácil de entendê-la e também trabalhar e estudar ela. É o caso de quando levamos para sala de aula um método prático que exija que os alunos façam uso de materiais concretos para construir tais figuras, é importante que os alunos conheçam as figuras não apenas ela já "pronta" mas também ver ela de forma planificada ou seja de forma desconstruída para que assim facilite a aprendizagem dos alunos.

Figura 16. Planificações dos poliedros

Poliedro	Planificação	Elementos
 Tetraedro		4 faces triangulares 4 vértices 6 arestas
 Hexaedro		6 faces quadrangulares 8 vértices 12 arestas
 Octaedro		8 faces triangulares 6 vértices 12 arestas
 Dodecaedro		12 faces pentagonais 20 vértices 30 arestas
 Icosaedro		20 faces triangulares 12 vértices 30 arestas

Fonte: <https://www.pinterest.es/danikoke/>

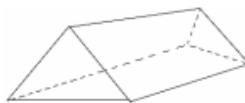
A partir de suas planificações temos uma visão mais clara para enxergarmos o quanto é importante se ter conhecimento sobre estas figuras. pois notamos que ela está frequentemente inserida e sendo utilizada em nossa sociedade, é o caso por exemplo de confecções de jóias onde muitas possuem esses formatos geométricos.

Não apenas em sala de aula mais também em vestibulares, concursos entre outros é bastante frequente os alunos se depararem com questões e exercícios que exijam que eles conheçam as planificações das figuras ou que ao menos tenham a noção de como planificar essas figuras, para que sejam capazes de solucionar tais problemas, por isso a importância de que os alunos tenham conhecimento desta visão acerca dos sólidos.

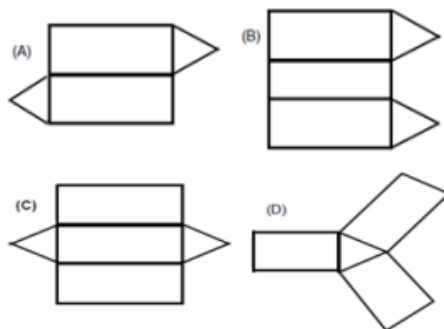
Mais adiante faremos uma breve demonstração de questões em que já se faz necessário que, alunos do 6º ano do ensino fundamental entendam como funciona a planificação de figuras geométricas.

Figura 17. Questão de uma Prova Brasil (2011).

2. (Prova Brasil). É comum encontrar em acampamentos barracas com fundo e que têm a forma apresentada na figura abaixo.



Qual desenho representa a planificação dessa barraca?



Fonte: Geometria - 23 a 27 de marco.pdf<sup>5</sup>

Na figura 17 vemos uma questão de geometria de uma Prova Brasil que nela é exigido do aluno do 6º ano que ele tenha conhecimento de como se fazer planificação de figuras geométricas para que ele consiga enxergar qual é a planificação correta da figura dada na questão.

Ainda na figura 18 a seguir temos outra questão bastante comum de ser encontrada em livros do ensino fundamental em que é necessário também que o aluno tenha domínio do conteúdo para que ele consiga enxergar qual é a planificação correta de um dado (que é um dos sólidos de Platão).

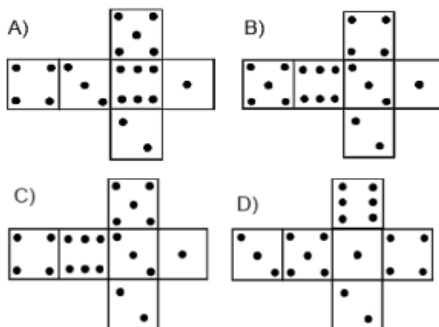
<sup>5</sup> Link da figura 17: <https://pt.scribd.com/document/512932513/Geometria-23-a-27-de-marco>

Figura 18. Questão sobre Planificação de figuras geométricas.

4. Observe o dado representado pela figura abaixo.



Que planificação corresponde a esse dado?



Fonte: Geometria - 23 a 27 de marco.pdf

Desta forma pode-se concluir que é necessário de o ensino da geometria e mais especificamente dos sólidos platônicos seja passado de todas as formas possíveis, para que o aluno que aprenda sobre estes, não tenha uma aprendizagem com certas limitações que é o caso de ele aprender sobre as figuras apenas em seus formatos já pronto.

### 3.2 OS SÓLIDOS DE PLATÃO NA NATUREZA

Alberto Bortolossi (2009) afirma que os sólidos platônicos se manifestam na natureza como em cristais, organismos vivos, moléculas e entre outros como também na cultura humana como as culturas, esculturas, religião, arquitetura, design e etc, são muitas as formas cristalinas naturais no formato do tetraedro (calcopirita), do hexaedro (galena) e do octaedro (magnetita) por exemplo.

Figura 19. Calcopirita



Fonte: <http://www.cdme.im-uff.br>  
<http://www.cdme.im-uff.br>  
 mat.br

Figura 20. Galena



.blogspot.com

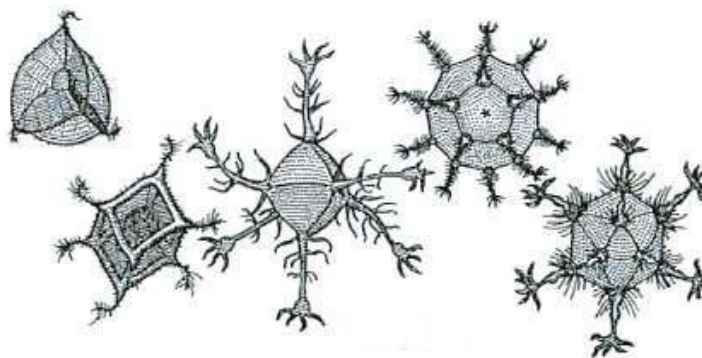
Figura 21. Magnetita



Fonte: <http://caixamagicauff.mat.br> Fonte:  
 mat.br

De acordo com Alberto Bortolossi (2009) em 1904 o biólogo alemão Ernst Haeckel escreveu a obra *Kunstformen der natur* onde descreve os radiolários que são um tipo de protozoário amebóide que podem assumir formas de poliedros regulares citando como exemplo os *circoporus octahedrus*, *circogonia icosahedra*, *lithocubus geometricus* e o *circorrhagma dodecahedra*.

Figura 22. Radiolários



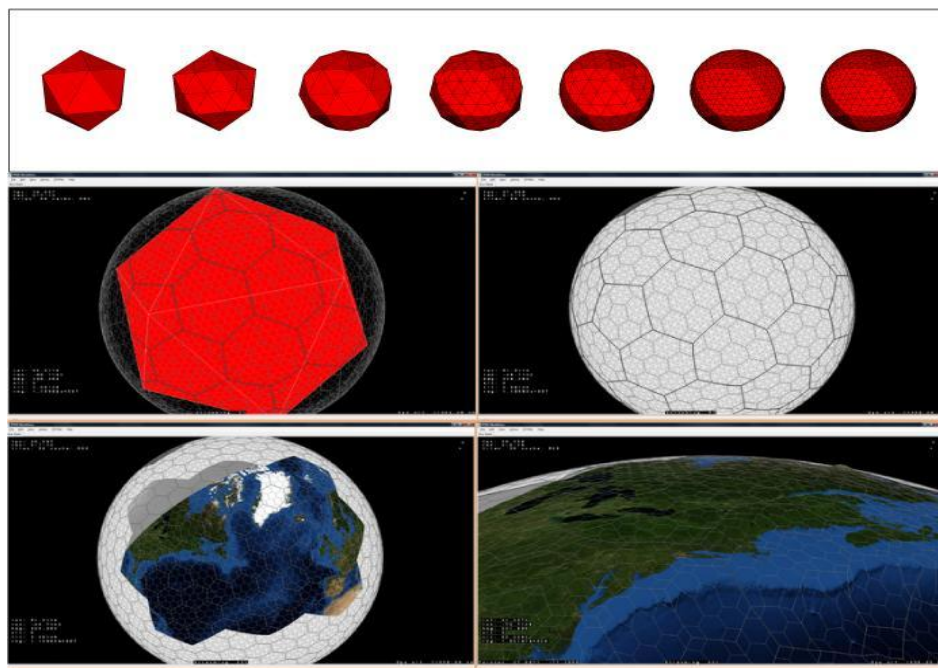
Fonte: <https://www.infoescola.com>

Um outro exemplo está na meteorologia e climatologia onde destacam-se cada vez mais os modelos numéricos globais do fluxo atmosférico que usam malhas baseadas em um icosaedro (refinado por subdivisão) frente aos modelos que usam as coordenadas usuais de longitude e latitude (ALBERTO BORTOLOSSI, 2009).

Esta tecnologia em que se faz o uso do icosaedro está de certa forma inserida na natureza, pois permite que o homem estude o clima no planeta Terra, se

tornando mais um exemplo da importância de se ter o conhecimento sobre os sólidos de Platão.

Figura 23. Construção de uma malha icosaédrica e de sua malha dual



Fonte: <https://docs.unity3d.com>

A geometria como vimos, está presente de maneira bastante considerável na natureza, inclusive nas mais diversas profissões, como o caso da arquitetura por exemplo onde é estudado a construção de casas, edifícios entre outros, fazendo a mistura entre a ciência exatas, humanas e a arte pois é uma profissão que exige aptidão múltipla. As figuras 24 e 25 a seguir mostram um exemplo da importância da geometria na arquitetura.

Figura 24. Obelisco do Ibirapuera São Paulo



Fonte: [https://pt.wikipedia.org/wiki/Obelisco\\_](https://pt.wikipedia.org/wiki/Obelisco_)

Figura 25. Conservatório Muttart Edmonton, Canadá



Fonte: <https://dicasdocanada.com.br/edmonton/>

Vale ressaltar também que a geometria está presente ainda nas artes plásticas, dentre as inúmeras peças e obras que apresentam como conceito os poliedros regulares estão a escultura matemática (figura 26) e os cinco poliedros em Madri (figura 27).

Figura 26. Escultura matemática



Fonte: <https://www.hisour.com/>

Figura 27. Escultura matemática



Fonte: <http://matemolivares.blogia.com/>

## 4 OS SÓLIDOS PLATÔNICOS EM SALA DE AULA

Nesta sessão abordaremos o processo de ensino-aprendizagem dos sólidos platônicos em sala de aula no ensino básico (fundamental e médio), mostrando tanto os pontos positivos como também os pontos negativos atrelados ao ensino deste conteúdo no ensino básico.

Será mostrados ainda como alguns livros didáticos trazem este conteúdo e como ele é passado para os alunos em sala de aula, e ainda se os métodos de transmissão do conteúdo são ou não eficazes para a aprendizagem dos alunos, visando descobrir possíveis mudanças que poderiam ser feitas em prol de uma melhoria no processo de ensino e aprendizagem quando for necessário.

### 4.1 GEOMETRIA EM SALA DE AULA

No decorrer dos anos, os profissionais da educação básica almejam por melhorias no processo de ensino e aprendizagem principalmente nas escolas públicas, porém ainda é possível encontrar falhas neste processo quando analisamos algum conteúdo específico de maneira mais detalhada.

O ato de ensinar do professor requer uma quebra de paradigma de uma modelo tradicional e linear por um modelo ousado onde possa se dar permissão ao aprendiz de utilizar de toda sua criatividade e consequentemente fortalecer seu raciocínio lógico. O ensino verdadeiro é aquele em que as informações repassadas pelo professor se tornam conhecimento para o aluno (JOÃO LÚCIO et al 2020, p. 8 apud PONTES, 2019, p. 114).

É o caso da geometria, que por motivos não específicos acaba sendo abordado em sala de aula de maneira bastante superficial e sem ligação com o cotidiano que é crucial, tornando o processo de ensino e aprendizagem deste conteúdo bastante escasso e assim causando um problema acumulativo na aprendizagem. Não se sabe ao certo o por que que a geometria ainda é abordada desta maneira, várias são as possíveis causas deste problema entre eles problemas pessoais que o aluno carrega consigo mesmo e que de certa forma afetam este processo.

Leonardo Bernardo et al (2014, p. 1 apud BRASÍLIA, 2006, p. 75) afirmam que o estudo da geometria deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da sua capacidade de desenvolver problemas práticos do cotidiano, como, por exemplo, orientar-se no espaço, ler mapas, estimar e comparar distâncias percorridas, reconhecer propriedades de formas geométricas básicas, saber usar as diferentes unidades de medidas. Também é um estudo em que os alunos podem ter oportunidade especial, com a certeza não a única, de apreciar a faceta da matemática que trata de teoremas e argumentações dedutivas.

Um outro fator que acaba prejudicando não apenas esse conteúdo mas também o ensino da matemática no geral é a conciliação que os professores têm que fazer entre o tempo e a quantidade de conteúdos que ele precisa passar em um determinado prazo, que por muitas vezes a não conciliação destes dois fatores acaba obrigando o professor a buscar passar para os alunos os conteúdos que para eles são “mais importantes de aprender”, tornando este, um ciclo vicioso e fazendo se repetir em várias séries e turmas.

Em seu trabalho Cláudio Mendes (2020, p. 45) afirma que: Depois de mais de 15 anos atuando na educação básica pude perceber que infelizmente, ao se iniciar o planejamento anual proposto pela secretaria de educação (muitos colegas professores de matemática) pediam para que deixássemos o conteúdo de geometria mais para o final do ano e mais grave ainda é que o tempo destinado ao ensino deste conteúdo era sem dúvidas insuficiente. O que na prática realmente acontecia era o óbvio, pois raramente o planejamento poderia ser contemplado na sua íntegra e conseqüentemente a geometria ficava de lado...

A seguir apresentaremos o resultado de uma pesquisa publicada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) no ano de 1997, em que podemos confirmar que o ensino da geometria de fato sofre mais com esse baixo desempenho dos alunos nos conteúdos. Então fica claro a importância de uma boa aprendizagem em todos os conteúdos, inclusive a geometria e em específicos os sólidos geométricos por se tratar de algo que também necessitamos saber para viver em sociedade visto que como já foi mostrado os sólidos de Platão estão de alguma forma inseridos no nosso cotidiano.

Figura 28. Percentuais de acertos em matemática por habilidade.

Área de Conteúdo	Série	Compreensão de Conceitos	Conhecimento de Procedimentos	Aplicação ou Resolução de Problemas
Números e Operações	4ª	41,0	31,0	31,0
	8ª	41,4	46,8	38,6
Medidas	4ª	51,0	43,0	30,0
	8ª	58,7	34,5	29,1
Geometria	4ª	48,0	41,0	23,0
	8ª	40,2	31,3	22,7
Análise de Dados, Estatística e Probabilidade	4ª	-	-	-
	8ª	59,7	41,9	42,5
Álgebra e Funções	4ª	-	-	-
	8ª	48,5	35,0	28,1

Fonte: PCN, 1997

Os resultados de desempenho em matemática mostram um rendimento geral insatisfatório, pois os percentuais em sua maioria situam-se abaixo de 50%. Ao indicarem um rendimento melhor nas questões classificadas de compreensão de conceitos do que nas de conhecimento de procedimentos e resolução de problemas, os dados parecem confirmar o que vem sendo amplamente debatido, ou seja, que o ensino da matemática ainda é feito sem levar em conta os aspectos que a vinculam com a prática cotidiana, tornando-a desprovida de significado para o aluno. Outro fato que chama a atenção é que o pior índice refere-se ao da geometria (PCN, 1997, p. 24).

Porém a grande questão é: De onde vem esse problema e como resolver? Sabemos que a classe discente traz junto consigo vários problemas que acarretam uma aprendizagem fraca, mas não podemos deixar de lado a possibilidade do problema também vir através de outros meios como por exemplo o mau planejamento curricular da escola.

Do planejamento curricular acredita-se que em muitos casos o erro se encontra nele pelo fato de serem priorizados neste planejamentos determinados assuntos, o que leva a serem menos priorizados os outros conteúdos que são não menos importantes, é o que geralmente acontece com o ensino da geometria, que devido o tempo que o professor tem para passar seu conhecimento ser curto muitos tomam o ensino da geometria como menos importante e em muitos casos sendo passado para seus alunos apenas se houver tempo.

Já com relação ao professor como citado anteriormente é notório que parte da população docente não se sente preparado para ensinar matemática no geral,

onde muitas vezes eles acabam por conta própria priorizando ensinar conteúdos que mais dominam, tornando este problema de certa forma um ciclo vicioso visto que, tal problema apresentado pelo docente em muitos casos já vem desde o seu ensino básico enquanto discente.

#### 4.2 OS SÓLIDOS E SUA APRESENTAÇÃO NOS LIVROS DIDÁTICOS

Nesta seção vamos analisar como os livros didáticos da coleção Teláris de Luiz Dante edição 3, abordam o conteúdo Sólidos de Platão. De acordo com João Lúcio et al (2020, p. 9 apud SILVA, 1998, p. 89) o livro didático tem como finalidade específica auxiliar o trabalho do professor no preparo de suas aulas, porém quando se trabalha com sólidos platônicos estes não conseguem assegurar uma satisfação total em relação a esse ensino, pois estamos nos referindo a figuras com várias dimensões, portanto para que os alunos possam chegar a uma aprendizagem mais eficaz, em alguns casos faz-se necessário a utilização de diversos materiais durante suas aulas.

Ao avaliarmos o livro didático Teláris de Luiz Dante do 6º ano do Ensino Fundamental anos finais da 3ª edição, no intuito de ver como ele aborda este conteúdo, apesar de alguns outros livros também da coleção de Teláris de Luis Dante do 7º, 8º e 9ºano, vistos durante a pesquisa, apresentarem uma boa apresentação acerca deste conteúdo, ainda sim observemos que apenas o livro não é suficiente para a compreensão dos conteúdos devido a necessidade que existe de conhecer as figuras geométricas na forma de material concreto.

Todavia é de não menos importância que alguns livros didáticos trazem uma boa apresentação teórica deste conteúdo, visto que assim como este e qualquer outro conteúdos da matemática é necessário sempre que a teoria e a prática andem juntos.

João Lúcio et al (2020, apud FIORENTINI E MIORIM, 1996) deixa bem claro que o professor não pode subjugar sua metodologia de ensino a algum tipo de material porque ele é atraente ou lúdico. Nenhum material é válido por si só. Os materiais e seu emprego sempre devem estar em segundo plano. A simples introdução de jogos ou atividades no ensino da matemática não garante uma melhor aprendizagem desta disciplina.

Desta forma fica claro que o livro didático é um grande aliado na evolução do processo de ensino e aprendizagem, visto que ele quando bem estruturado e organizado auxilia e anda sempre junto com o professor em busca da melhoria na aprendizagem dos alunos. Portanto, para o ensino da geometria podemos notar que nunca apenas a teoria e nem apenas a prática será suficiente para que o aluno assimile o conteúdo.

Uma avaliação feita para construção deste trabalho, na coleção de livros Teláris de Luiz Dante 3º edição do ensino fundamental foi visto que, parte do conteúdo em questão, é abordado em apenas um livro do ensino fundamental o que dá a entender que durante o ensino fundamental o aluno vê de fato o conteúdo “poliedros regulares” ou “ sólidos de platão”, como mostram as figuras 29 e 30 a seguir.

Figura 29. Sumário do Livro didático do 6º ano do ensino fundamental, Teláris de Luiz Dante.


13> A ideia de função .....	71	<b>Capítulo 5</b>	
Revisando seus conhecimentos .....	72		
Testes oficiais .....	74	<b>Ângulos e polígonos</b> .....	120
Verifique o que estudou .....	75	1> Ponto, plano e reta .....	122
		2> Ângulos .....	124
<b>Capítulo 3</b>		Giros e ângulos .....	125
<b>Sólidos geométricos</b> .....	76	Ângulo reto ou ângulo com abertura	
1> Sólidos geométricos .....	78	de $\frac{1}{4}$ de volta .....	127
Poliedros e corpos redondos .....	79	Ângulo raso, ângulo agudo	
2> Prismas e pirâmides .....	84	e ângulo obtuso .....	128
Prismas .....	84	Medida de abertura de um ângulo .....	129
Pirâmides .....	84	Uso do transferidor .....	132
Leitura .....	86	3> Retas paralelas e retas concorrentes .....	134
3> Principais corpos redondos .....	88	Posições relativas de 2 retas distintas	
Revisando seus conhecimentos .....	89	contidas em um mesmo plano .....	134
Testes oficiais .....	92	Construção de retas perpendiculares	
Verifique o que estudou .....	93		

Fonte: Livro Teláris de Luiz Dante, Matemática 6ºano, 2018

Figura 30. Apresentação dos sólidos de Platão no livro Teláris de Luiz Dante do 6° ano do ensino fundamental.

dem compartilhar as palavras marcadas e as informações que extrairam do texto.

Para ampliar essas explorações iniciais, sugerimos a construção de uma linha do tempo na lousa, para que os alunos possam identificar a época citada no texto em relação a outros fatos históricos que eles já estudaram, como: construção das pirâmides do Egito (aproximadamente 3000 a.C.), uso do símbolo para o zero pelos babilônios (aproximadamente 2000 a.C.), início da era cristã (ano 0), divulgação dos algarismos indo-arábicos por Fibonacci (aproximadamente 1200), descobrimento do Brasil (1500), primeira sessão pública de cinema (1895). Chame a atenção para a marcação a.C. (antes de Cristo).



Escola de Atenas. 1509-1511. Rafael Sanzio. Afresco, 500 cm x 770 cm.

### Platão e a Academia

De acordo com alguns historiadores, o nome desse filósofo grego era Aristocles, mas ele teria ganhado o apelido de Platão.

Há muita discordância sobre a data de nascimento de Platão; o mais provável é que tenha sido por volta de 427 a.C. ou 428 a.C. Ele morreu em 348 a.C., ano em que ocorreram os 108<sup>os</sup> Jogos Olímpicos da Antiguidade.

A história de Platão está ligada à de 2 grandes filósofos: Sócrates, de quem ele foi aluno, e Aristóteles, de quem foi professor. Foi Platão quem fundou a Academia de Atenas, escola onde estudavam e conversavam sobre Filosofia, Matemática e outras áreas de interesse. Essa escola funcionava em um parque repleto de árvores, alamedas, estátuas, templos e até sepulcros de ilustres atenienses. O nome Academia foi originalmente dedicado a um lendário herói ático chamado Akademos ou Hekademos, que emprestou o nome à área.

Além de filósofo, Platão era um grande apaixonado pela Matemática, em especial pela Geometria. Um exemplo disso era a inscrição que havia na entrada da Academia:


"Que não entre aqui aquele que não sabe Geometria."

Platão desenvolveu um interessante estudo sobre os poliedros. Alguns dos poliedros estudados por ele ficaram tão famosos que passaram a ser chamados de **poliedros de Platão**.


Esses poliedros têm características especiais:

- as faces têm o mesmo número de arestas;
- os vértices recebem o mesmo número de arestas;
- vale a relação  $V + F - A = 2$ .


Veja alguns exemplos ao lado.




Tetraedro (4 faces).




Hexaedro (6 faces).



Octaedro (8 faces).



Dodecaedro (12 faces).



Icosaedro (20 faces).

Ilustrações: Banco de Imagens/Aquino de Azeiteiro

86
CAPÍTULO 3 - Sólidos geométricos

Fonte: Livro Teláris de Luiz Dante, Matemática 6°ano, 2018

Porém é notório que esta apresentação acerca do conteúdo sólidos platônicos apresentada neste livro didático é ainda assim insuficiente para uma boa compreensão e fixação do conteúdo para os alunos. Tal modo de apresentar o conteúdo leva também ao professor considerar como discutido anteriormente, “sem tanta importância para o aluno aprender”, ficando a critério dele ensinar aos alunos ou buscar outros conteúdos para dar prioridade, então pode-se afirmar que o conteúdo ainda não está tendo a importância que merece ter, a mesma importância que todos os outros conteúdos de matemática sempre tiveram.

Esta maneira do professor agir com relação a sua maneira de planejar suas aulas, não é algo que ele opta por fazer por ser da vontade dele, em muitos casos professores são obrigados de certa forma a “deixar de lado” certo conteúdo não apenas pelo fato do livro não conter uma abordagem completa mas sim porque ele muitas vezes se vê obrigado a agir de tal forma devido a grade curricular da disciplina ser bastante extensa fazendo com que o professor saiba dividir estes conteúdos dentro da carga horária anual obrigatória, que nem sempre condiz com a quantidade de conteúdos que o professor deve passar para seus

alunos. Isto porque um educador sabe que em sala de aula nem sempre tudo sai como planejamos, a qualquer momento algum fator pode levar abaixo todo aquele planejamento que o professor fez para sua turma.

Ainda com relação a avaliação feita nos livros didáticos acerca dos conteúdos em estudo, foi visto que esta coleção aborda o conteúdo apenas no ano inicial do ensino fundamental. Nos demais livros o conteúdo já não aparece sendo abordado sequer como uma forma de revisão para que o aluno relembre o que foi visto no ano em que passou, ou seja, o conteúdo não é cumulativo, os alunos veem apenas uma vez e apenas desta vez eles tem que tirar o máximo proveito possível pois, nos próximos anos o conteúdo já não é o mesmo e sim outros que de certa forma dependem destes conteúdos passados.

É o caso do livro Teláris de Luiz Dante do 7º que na geometria já é trabalhado a questão da circunferência, ângulo e polígonos, no 8º ano que aborda mais a questão das formas geométricas inseridas na sociedade e no 9º que está mais voltado para as semelhanças, vistas e perspectivas como mostra a figura 30.

Uma observação feita em outra coleção de livros também de Teláris de Luiz Dante do ensino fundamental a partir do 8º ano, foi que o conteúdo sólido platônico nem chega a ser abordado de forma direta, como mostra a figura 31, que exhibe no sumário do livro o conteúdo figuras geométricas espaciais entre elas o cubo mas não especificamente como sendo um sólido platônico, o que leva aos alunos que fazem uso deste livro a passar pelo ensino fundamental e médio sem ter sequer o breve conhecimento acerca deste ou quando tem não tem do jeito que deveria ter.

Figura 31. Sumário do Livro didático em estudo Teláris de Luiz Dante 8º ano.

<b>Sumário</b>	
<b>1</b>	<b>Figuras geométricas espaciais.....12</b>
	Figuras geométricas espaciais ..... 14
	Poliedros e não poliedros.....15
	● Atividades ..... 15
	Paralelepípedo retângulo e cubo...16
	Planificação..... 16
	● Atividades ..... 17
	Prisma e pirâmide..... 19
	● Atividades ..... 20
	Cone, cilindro e esfera .....23
	● Atividades ..... 24
	Explorando o que estudei..... 25
<b>2</b>	<b>Os números naturais .....26</b>
	A necessidade dos números .....28
	Para que servem os números .....29
	● Atividades ..... 30
	Sistema de numeração egípcio.....31
	● Atividades .....32
	Sistema de numeração romano...33
	● Atividades ..... 34
	Sistema de numeração decimal...35
	O zero.....36
	Valor posicional.....36
	Ordens e classes.....36
	● Atividades .....37
<b>3</b>	<b>Operações com números naturais .....46</b>
	Adição.....48
	Propriedades da adição .....49
	● Atividades ..... 49
	Subtração.....54
	● Atividades ..... 54
	Adição e subtração: operações inversas.....56
	Expressões numéricas envolvendo adição e subtração...56
	● Atividades .....57
	Multiplicação .....59
	Propriedades da multiplicação.....60
	● Atividades ..... 61
	Divisão.....65
	● Atividades ..... 66
	Multiplicação e divisão: operações inversas.....68
	Expressões numéricas envolvendo adição, subtração, multiplicação e divisão.....68
	● Atividades ..... 69
	Igualdade.....73
	Adição e subtração.....73
	Multiplicação e divisão.....73
	● Atividades .....74
	Explorando o que estudei.....75

Fonte: Livro Teláris Dante de Matemática, 2018

#### 4.3 O QUE DIFICULTA A COMPREENSÃO DOS ALUNOS ACERCA DOS SÓLIDOS DE PLATÃO

No que diz respeito a compreensão dos alunos acerca dos sólidos platônicos, pode-se afirmar que este conhecimento é alcançado por uma parcela bem pequena de uma turma, isto porque como já discutimos, vários fatores implicam na aprendizagem dos alunos com relação a este conteúdo.

Um deles que é visto diariamente é o fato do conteúdo, sólidos platônicos, ser bastante complexo, por exigir que o aluno que o esteja aprendendo use em muitos casos apenas a imaginação para compreender tal conteúdo, ou seja existe a necessidade de que o aluno tenha em mãos materiais que representem estas figuras, materiais estes que vão desde os mais simples como a exemplo a planificação destas figuras até algo mais elaborado como construção mais elaborada destas figuras, para que assim ela possa então compreendê-lo. É onde

entra o fato do professor ter que tornar suas aulas mais significativas e menos mecanizadas.

A utilização de materiais concretos durante as aulas sobre sólidos platônicos surge como uma alternativa para suprir essa carência existente nesses processos de ensino e aprendizagem. É a fase do desligamento do aluno ao ensino voltado somente ao livro didático, pois mediante esse processo, ele tem a oportunidade de manipular, tocar, comprovar tudo que lhe está sendo repassado acerca daquele elemento (JOÃO LÚCIO et al 2020, p. 8).

Este tipo de didática quando abordada, auxilia os alunos no recebimento do conhecimento matemático que o professor transmite, além de também contribuir para a adição de conteúdo por parte do aluno, pois esta didática traz subsídios para uma aprendizagem com mais clareza além de motivar a participação e a interação. é importante ressaltar que o material por si só não gera o conhecimento, ele é apenas um meio de ensino, ou seja, é dever do professor saber intercalar suas aulas teóricas juntamente com a utilização do material didático para que assim ele alcance o sucesso almejado no processo de ensino e aprendizagem.

A utilização de materiais concretos surge como uma alternativa para as aulas, servindo de auxílio na construção do conhecimento matemático como um todo. Visto que não existe uma fórmula e nem os meios metodológicos perfeitos na hora de ensinar, os professores devem ficar atentos às necessidades de seus alunos verificando os caminhos que possam suprir suas necessidades (JOÃO LÚCIO et. al 2020, p. 9).

Desta forma pode-se afirmar que nem sempre uma turma apresentaram as mesmas dificuldades, visto que vários outros fatores podem dificultar o processo de ensino e aprendizagem, como o caso por exemplo de alunos que apresentam dificuldade em aprender matemática por ser diagnosticado com dislexia que dificulta na aprendizagem da leitura e escrita e ainda outros fatores pessoais e também emocionais e psicológicos, portanto o professor deve estar sempre atento às diversas dificuldades que seus alunos apresentam no decorrer deste processo.

O professor quando se depara com tais dificuldades ele deve estar atento ainda ao que pode ajudar a resolver tal problema apresentado, visto que em uma

turma pode ser apresentado mais de um problema e cabe a ele saber flexionar as soluções para que nenhum aluno saia prejudicado em sua aprendizagem.

Em algumas situações a metodologia do professor não é suficiente ou adequada para o processo de ensino e aprendizagem, então é responsabilidade dele saber identificar quando sua metodologia de ensino não está sendo eficaz para a turma ter acesso ao conhecimento, e assim ele deve buscar meios para melhorar tal metodologia ou até mudar caso precise.

## **5 USO DE MATERIAIS CONCRETOS: POSSÍVEL SOLUÇÃO PARA SUPRIR A DIFICULDADE DE APRENDER O CONTEÚDO SÓLIDOS DE PLATÃO**

Como foi visto em muitas situações o professor vê-se na necessidade de buscar meios que tornem suas aulas mais produtivas, visto que apenas sua tradicional metodologia de ensino não está sendo suficiente, isto porque para o ensino aprendizagem da geometria pode se tornar um pouco difícil dependendo da metodologia de ensino do professor for aquela bastante tradicional, que se remete ao uso de apenas livro didático e quadro para ensinar seus alunos.

Nesta seção será abordado alguns métodos práticos de ensino de geometria e mais especificamente sobre sólidos de Platão.

### **5.1 A GEOMETRIA VISTA ATRAVÉS DO ORIGAMI E DE OUTROS MÉTODOS PRÁTICOS DE ENSINO**

Um dos métodos práticos para uma boa aula acerca dos sólidos geométricos e em específico os sólidos platônicos, seria a construção de figuras geométricas através do Origami, construção essa que permitiria que os alunos tivessem acesso a essas figuras não apenas na mente que é o que geralmente acontece quando a aprendizagem não acontece, mas sim de forma física e além do mais elas tomariam conhecimento dessas figuras desde o início de sua formação até sua forma pronta que é o que geralmente eles já são obrigados a entender ele já pronto.

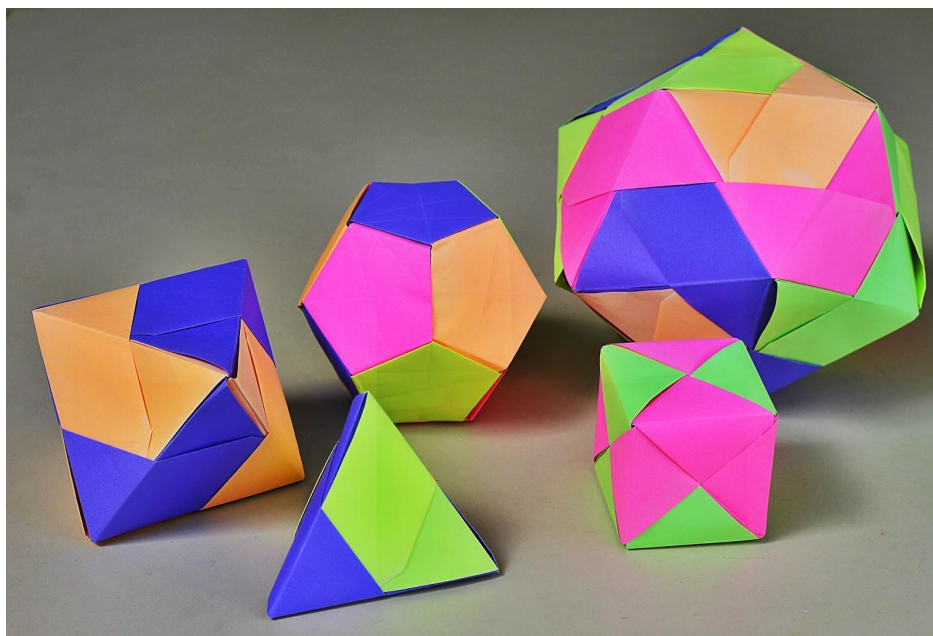
Elaine Moura (2008) afirma que o origami é uma tradicional arte de dobrar papel. Trata-se de uma representação visual e escultural, definida principalmente pela dobradura de papéis . Ele afirma ainda que a matemática é essencialmente

bonita e o origami nos mostra algo dessa beleza numa rica relação entre ciência e arte. De uma ou mais folhas simples de papel surge um universo de formas.

O Origami pode representar para o processo de ensino/aprendizagem de Matemática um importante recurso metodológico, através do qual os alunos ampliarão os seus conhecimentos geométricos formais, adquiridos inicialmente de maneira informal por meio da observação do mundo, de objetos e formas que o cercam. Com uma atividade manual que integra, dentre outros campos do conhecimento, Geometria e Arte (ELAINE MOURA, 2008, p.15 apud REGO e GAUDÊNCIO, 2003, p.18).

É por esses e outros motivos que o uso de construção de origamis pode sim ser um forte aliado para o professor quando o objetivo é aprimorar o processo de ensino e aprendizagem e também sanar possíveis dificuldades que os alunos podem apresentar acerca deste conteúdo, além de proporcionar aos alunos e também ao professor uma boa compreensão acerca do conteúdo ensinado e conseqüentemente um bom progresso no processo de ensino e aprendizagem.

Figura 32. Sólidos de Platão em Origami



Fonte: <https://www.saocarlosagora.com.br>

Um outro meio de apresentar para os alunos os sólidos platônicos bastante utilizado em sala de aula é a construção dessas figuras através de canudos com linha e também com o uso de palitos e massa de modelar ou algo que sirva para prender as pontas, ou seja, os vértices, é um método bastante eficaz pois ele também permite que o aluno consiga compreender melhor o conteúdo por estar em contato direto com as figuras e também tornar a aulas atrativa para os alunos que de certa forma acha desmotivador aprender matemática.

Mais adiante será mostrado no passo a passo como seria montagem dessas figuras com o uso de alguns materiais práticos e fáceis de manusear.

Figura 33. Materiais utilizados para a construção de sólidos platônicos



Fonte: Autoria própria

Como pode-se observar na figura 33, com apenas dois materiais foi possível construir três dos sólidos platônicos, para mostrar o quanto uma aula pode ser produtiva e prática, sem que o professor e os alunos precisem ter tanto trabalho e até mesmo gastos com relação ao material para se trabalhar.

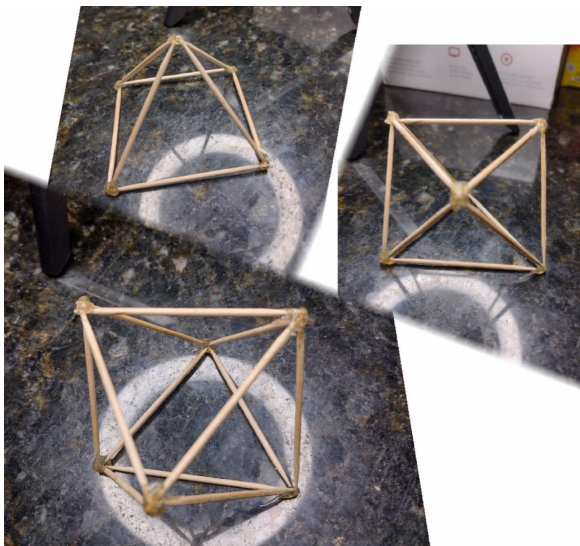
Vale lembrar também que são atividades que garantem segurança, pelo fato de que os materiais podem ser bem simples e seguros tanto para o professor quanto para o aluno, visto que muitas escolas e até mesmo os próprios professores

têm o receio de levar para sala de aula determinados tipo de materiais que ponha a segurança da turma em risco.

Além do material utilizado no exemplo acima vários outros podem ser substituídos como no caso do palito de dente que tem ponta pode ser substituído por palitos de picolé e no caso da cola quente uma outra opção seria a massa de modelar, então vários são os meios de se trabalhar em sala de aula de maneira segura e eficaz para a aprendizagem dos alunos basta pôr a criatividade em prática.

As próximas imagens mostram detalhes de como foram construídas essas três figuras:

Figura 34. Construção do Octaedro



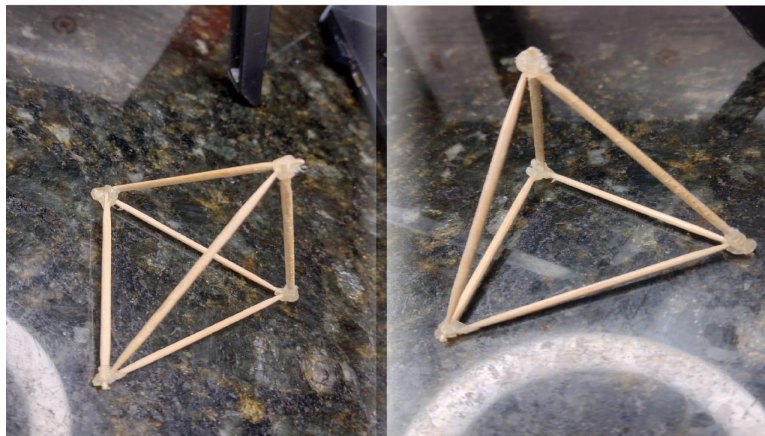
Fonte: Autoria própria

Figura 35. Construção do Cubo



Fonte: Autoria própria

Figura 36. Tetraedro construído



Fonte: Autoria própria

Como visto nas imagens 34, 35 e 36, apenas com dois materiais podemos fazer a construção dos sólidos platônicos, e vários são outros fatores importantes para aprendizagem dos alunos que podem ser trabalhadas em uma atividade prática como coordenação, o planejamento, o raciocínio e a opinião crítica por exemplo, visto que esta é uma atividade em que os alunos devem trabalhar pelo menos em dupla para que assim a construção seja colaborativa e prática.

Pois o fato de o aluno trabalhar com outros colegas, ele não está apenas fazendo sua parte em um grupo, mas sim pondo em prática todos esses fatores que contribuem para sua aprendizagem, visto que vai desenvolver múltiplas habilidades tais como coordenação, planejamento, organização, opinião crítica, entre outros.

Com relação a atividade, várias são as formas dela ser realizada em sala de aula e vai desde a mais simples como simplesmente pedir para a turma formar duplas e cada uma escolher ou sortear a figura que irá construir ou até uma “competição” entre grupos da turma para que seja construído em menos tempo a sua figura sorteada ou até mesmo planejar uma competição com fases visto que os sólidos platão varia com relação a dificuldade em seus formatos, elas vai desde estruturas mais simples como o tetraedro até as mais complexas como o caso do icosaedro.

## **6 GEOGEBRA : AS VANTAGENS DE SE UTILIZAR TECNOLOGIA A FAVOR DA APRENDIZAGEM**

Como se sabe a tecnologia é atualizada constantemente, passando por um processo de criação através de conceitos novos, ou seja, reformulação de antigas ideias. Com isso, novas tecnologias surgem constantemente e outras são aperfeiçoadas e apresentadas com diferentes roupagens.

A educação é o ambiente ideal para incorporar essas novas tecnologias, pois o ambiente escolar é lugar propício para o novo . E o desejo do homem em buscar melhores formas de viver, sempre foi impulso para imaginar e estudar diferentes possibilidades, este sentimento é inerente ao ser humano portanto esse processo de planejamento e construção de produtos não terá fim.

É impossível ignorar as novas tecnologias da informação e da comunicação que transformaram a sociedade e ainda estão a modificar os meios de comunicação, o ambiente de trabalho e o próprio pensamento humano. Nas últimas décadas o recurso computacional passou a receber maior destaque na educação não somente pela demanda da sociedade moderna, altamente tecnológica, mas também devido a seu potencial pedagógico (CLÁUDIO MENDES 2020, p. 55 apud JUNIOR; VENTURA; CALIXTO; 2014, p. 756).

Como já foi visto aqui anteriormente sabemos que o ensino da geometria não é uma tarefa fácil quando não se tem o materiais didáticos adequados, por esses e outros motivos que o ensino da geometria infelizmente acaba sendo um ensino defasado nas escolas devido ao simples fato de que apenas quadro e giz não serem suficientes para um bom ensino e aprendizagem dos alunos.

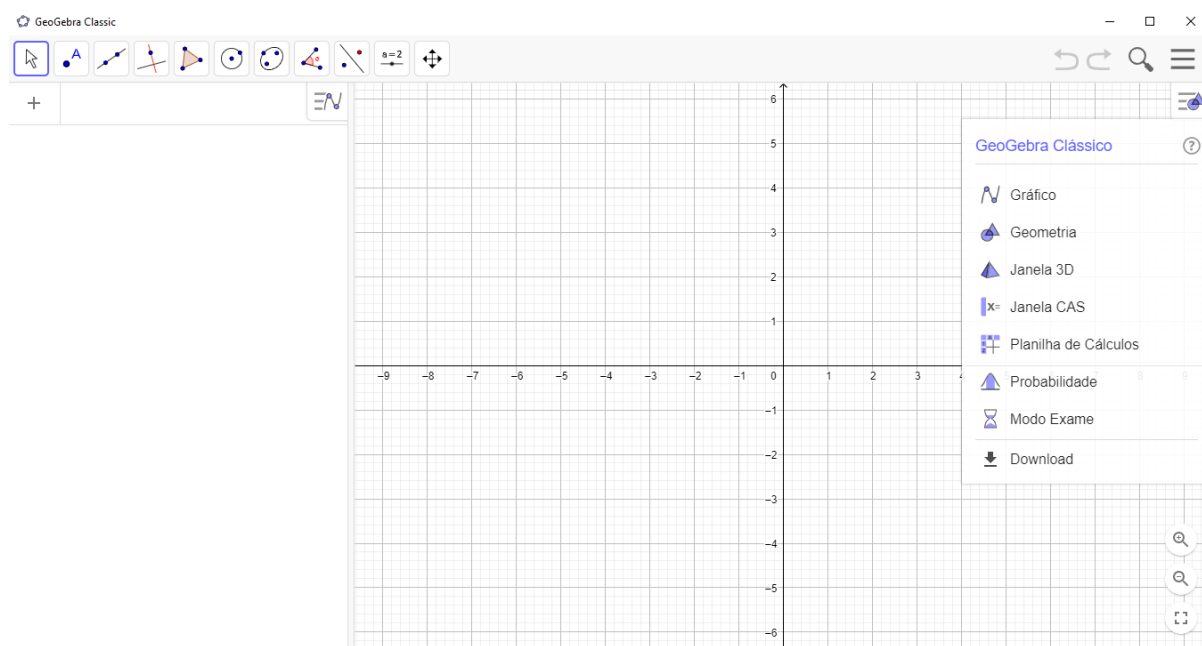
O GeoGebra vem sendo um forte aliado do professor em sala de aula no dever de transmitir para o aluno o conhecimento acerca da geometria, pois ele permite que o aluno saia da sua zona de conforto em que estava acostumado a apenas imaginar formas geométricas individualmente e passando a imaginar e aprender no coletivo da forma correta. Pois o GeoGebra permite que o professor trabalhe com seus alunos a geometria da melhor maneira possível.

O fato de o professor fazer uso deste ou daquele recurso tecnológico, muitas vezes para resolver os problemas ligados à motivação à

matemática, não indica que os problemas de aprendizagem serão solucionados. É importante que o professor tenha consciência de que precisa ter domínio da tecnologia usada como metodologia de ensino para que a mesma se torne um suporte eficiente a suas aulas. Aliar recursos computacionais aos conteúdos de matemática requer disposição e investigação na seleção de softwares apropriados que possam auxiliar o processo de ensino aprendizagem (TERESINHA PARTIKA, 2016, p. 5 apud BORBA E PENTEADO, 2005).

Atualmente existem diversos softwares educacionais que podem ser utilizados como metodologias alternativas, entre estes softwares de geometria dinâmica para estudo deste trabalho foi escolhido o GeoGebra devido as suas funcionalidades e ao fato ser mais acessível para os alunos de escolas públicas e também por serem disponibilizados para dispositivos móveis (smartphones e tablets).

Figura 37. Página inicial do GeoGebra



Fonte: Autoria Própria

De acordo com Teresinha Partika (2016), o GeoGebra (“Geo” de geometria e “Gebra” de álgebra) é uma software gratuito de matemática dinâmica que reúne geometria, álgebra e cálculo. Foi desenvolvido em 2001 por Markus Hohenwarter na Universidade de Salzburg, na Áustria e tem prosseguido em desenvolvimento na

Florida Atlantic University para o ensino e aprendizagem da matemática nos vários níveis de ensino, pois reúne recursos de geometria, álgebra e cálculo. Escrito em JAVA e disponível em português, essa versão permite construções geométricas em duas e três dimensões possibilitando a criação e interação com objetos e por meio da animação, verificar diversas propriedades geométricas.

Figura 38. Markus Hohenwarter



Fonte: <https://pt.calameo.com>

## 6.1 INSERÇÃO DO GEOGEBRA NO PROCESSO DE ENSINO APRENDIZAGEM

Neste capítulo trabalharemos um possível meio de inserir o GeoGebra no cotidiano escolar dos alunos, levando em conta que a primeira vista é um software de difícil acesso quando se trata de alunos que nunca tiveram contato com este.

Portanto, pensando em um resultado positivo para um melhor processo de ensino aprendizagem, será abordado um plano de introdução e manuseio para o professor usar como guia.

### 6.1.1 PLANO DE INTRODUÇÃO DO GEOGEBRA PARA OS ALUNOS

Assim como toda e qualquer aula que o professor ministra e ele planeja, para que ele tenha melhor controle do que acontece dentro de sua sala de aula, é importante também que para que seja inserido uma ferramenta no cotidiano dos seus alunos, seja traçado um plano para que o professor tenha o controle da situação pois ele além de ter que saber lidar com a turma ele tem que saber relacionar ao mesmo tempo suas aulas com esta ferramenta.

Vale ressaltar que o intuito deste trabalho não é dar “receitas” prontas ao professor, pois as situações são muito diversificadas. É importante que cada docente encontre sua maneira de se sentir bem, comunicar-se bem, ensinar bem, ajudar os alunos a aprender melhor. É importante diversificar as formas de dar aulas, de realizar atividades, de avaliar (WENDEL SILVA et al 2015, apud MORAN, 2002, p. 1).

Sabe-se que familiarizar os alunos com o GeoGebra pode se tornar um processo bastante delicado e trabalhoso por isso a importância de um planejamento onde o professor vai realizar este processo por etapas como apresentar a ferramenta, explicar o que é e para que serve, apresentar todos os comandos básicos necessários que eles precisam entender para poder manusear como o professor deseja, para que assim ele consiga chegar no seu objetivo final.

#### ❖ **ATIVIDADES DE FAMILIARIZAÇÃO**

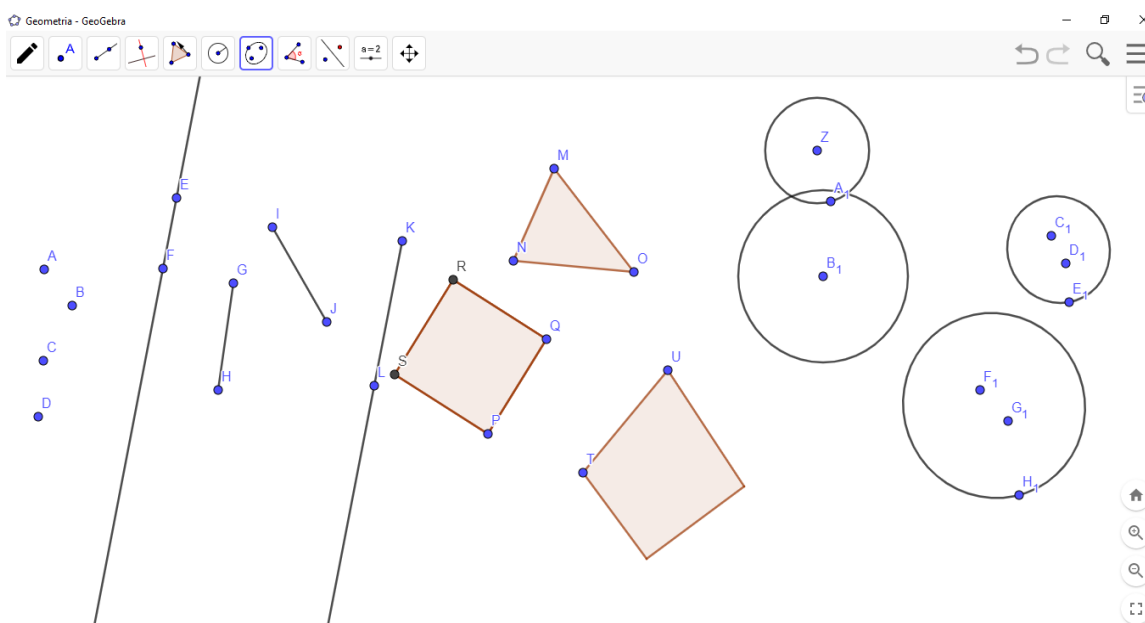
- ❖ Explorar o software GeoGebra;
- ❖ Realizar construções livres;
- ❖ Trabalhar noções primitivas de Ponto, Reta e Plano;
- ❖ Diferenciar Reta, Semirreta e segmento de Reta;
- ❖ Conhecer o sistema de Coordenadas Cartesianas;

Como podemos ver acima, uma pequena lista de sugestões de atividades para apresentar o GeoGebra para os alunos de início, vale lembrar que eles precisam ter uma noção intuitiva de ponto, reta e plano caso este tipo de atividade seja realizada em turmas do 6º ano do ensino fundamental por exemplo, e caso não seja possível a turma ter acesso ao instrumento em uma sala de informática por

exemplo, onde cada aluno teria acesso ao seu software, uma sugestão seria o professor levar para sala de aula com um data show e apresentar para a turma toda.

É importante que os alunos tenham este momento para conhecer melhor a ferramenta deixando elas livres para explorar o GeoGebra e assim se familiarizar melhor. A figura 39 mostra um exemplo de como seria esse momento dos alunos explorarem a ferramenta.

Figura 39. Demonstração de exploração do GeoGebra



Fonte: Autoria Própria

Após este primeiro contato dos alunos com o Geogebra o professor já consegue usufruir bastante desta aprendizagem dos alunos, aproveitando para elaborar várias atividade onde ele pode utilizar os conhecimentos adquiridos pelos alunos ao explorarem a ferramenta.

O GeoGebra na geometria consegue auxiliar professor em praticamente todo o componente curricular, a prova disso é o caderno pedagógico que Teresinha Partika elaborou em 2016, onde ela planeja toda a disciplina de geometria de uma forma prática para uma determinada turma com o auxílio do GeoGebra e os conteúdos vão desde os mais básicos como noção intuitiva de Ponto, Reta e Plano até os mais avançados como a construção dos sólidos geométricos.

Seguindo o plano de utilização do GeoGebra como conteúdo didático, após o primeiro momento o professor traz para seus alunos juntamente com o GeoGebra

os outros conteúdos que compõem geralmente a grade curricular da disciplina de geometria como ângulos, retas, polígonos, poliedros entre outros, em esquecer claro de todo o processo de planejamento.

## 6.2 A CONSTRUÇÃO DOS POLIEDROS REGULARES NO GEOGEBRA

Mostraremos aqui neste capítulo como se dá a construção de alguns poliedros regulares que também conhecemos como sólidos de Platão no software GeoGebra versão classic 6, fazendo um passo a passo de maneira clara e rápida para melhor compreensão.

### Poliedro 1: O Cubo

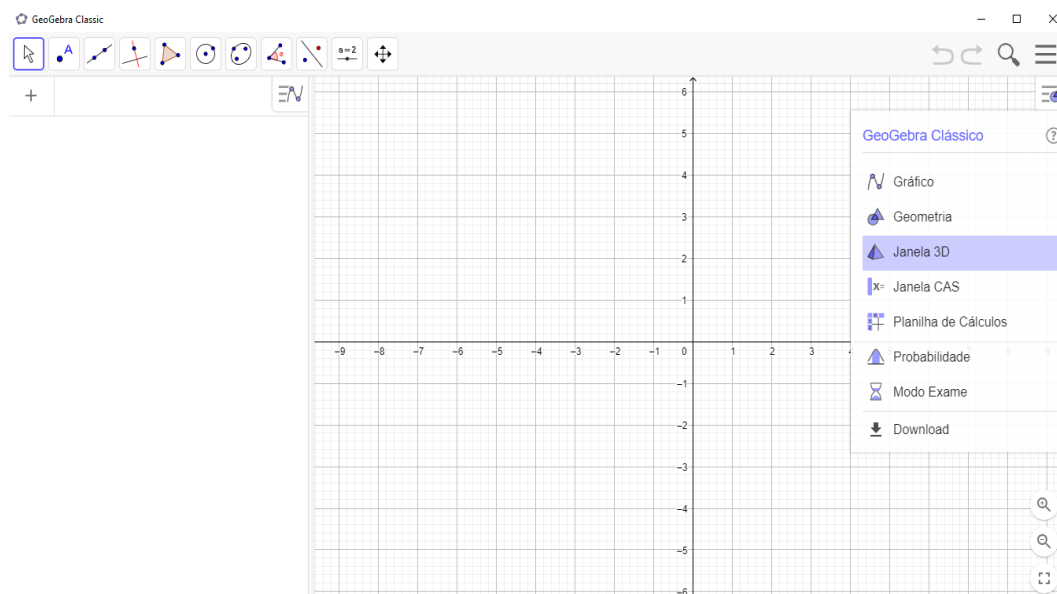
Procedimentos para realizar a atividade:

- 1) Ao abrir o GeoGebra clicar no comando visualização 3d.

Feito isto, será aberto um plano cartesiano onde será projetado nosso Cubo.

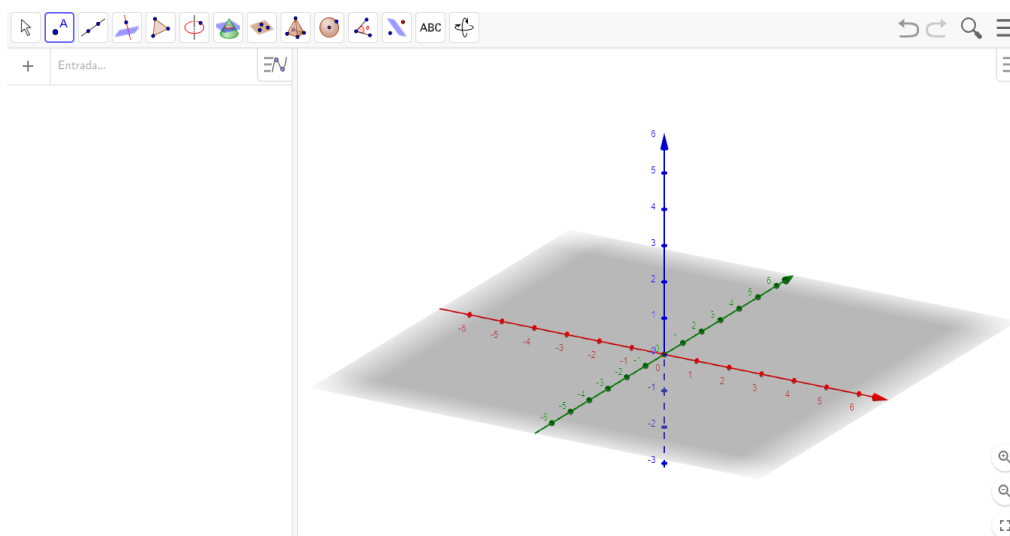
Figuras 40 e 41.

Figura 40. GeoGebra aberto inicialmente.



Fonte: Autoria Própria

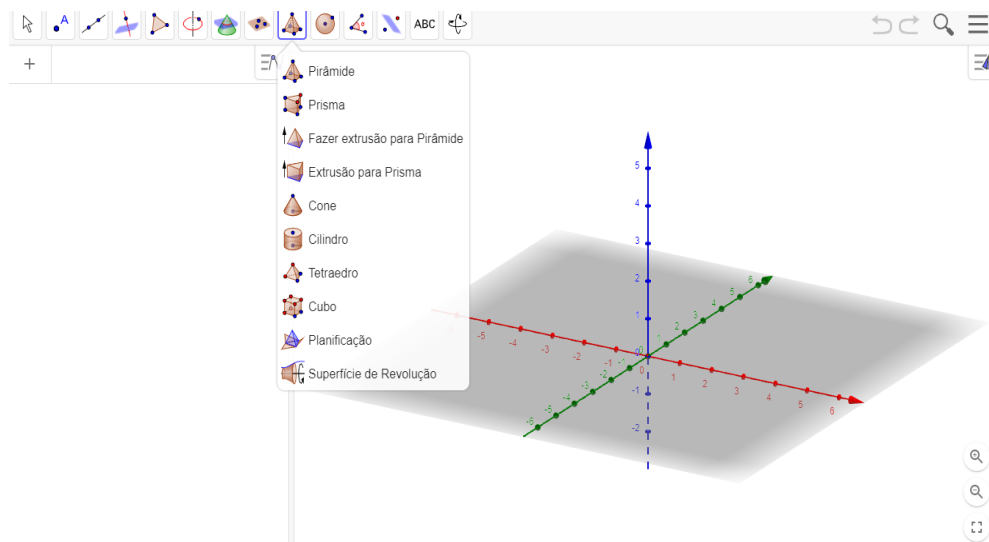
Figura 41. Plano Cartesiano na GeoGebra.



Fonte: Autoria Própria

2) Na barra superior de ferramentas do Geogebra clique no comando pirâmide (mantendo pressionado), ela abrirá uma janelinha com várias outras opções, procure a opção Cubo e clique nela.

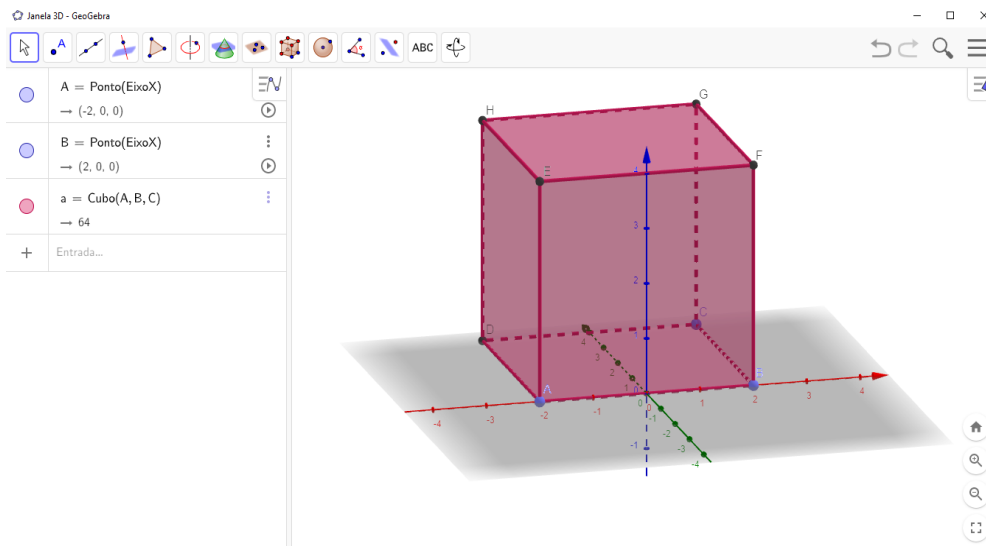
Figura 42. Escolha do comando no GeoGebra.



Fonte; Autoria Própria.

3) O próximo passo é escolher neste plano cartesiano dois pontos chamados A e B, (ou seja, escolher dois pontos neste plano clicando nele).

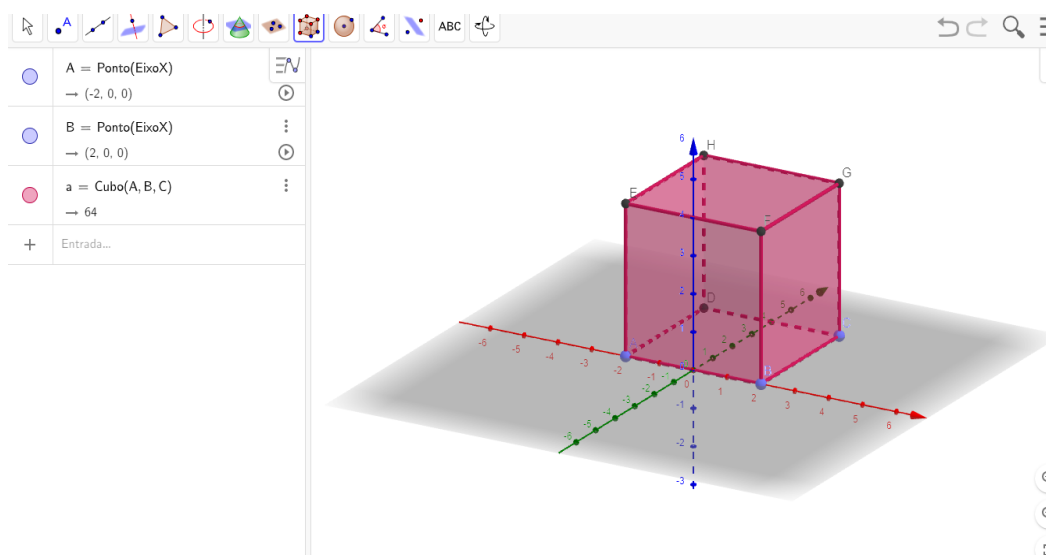
Figura 43. Definição dos pontos A e B no plano.



Fonte: Autoria Própria

4) Em seguida clique no botão Enter do teclado e será mostrado no Plano Cartesiano o Cubo com as coordenadas escolhidas como mostra a figura 44 a seguir.

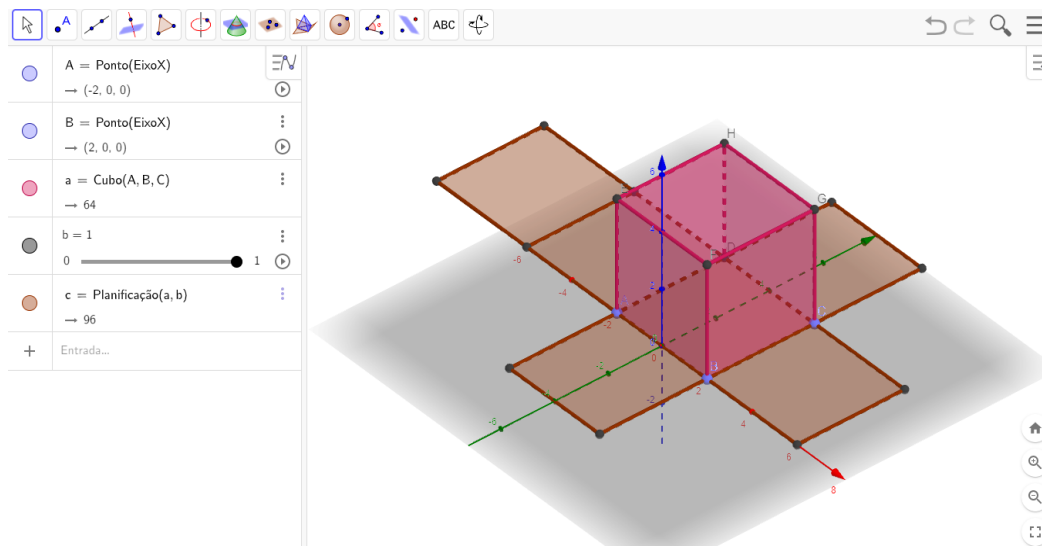
Figura 44. O Cubo no GeoGebra.



Fonte: Autoria Própria.

5) Para planificar o Cubo e melhor visualizá-lo, clique na barra superior onde anteriormente era a pirâmide e atualmente é um Cubo, procure a opção planificação e clique nela, feito isso, dê um clique na figura, ou seja, no sólido geométrico que ela será planificada. Como mostra a figura 45.

Figura 45 Planificação do Cubo no GeoGebra.

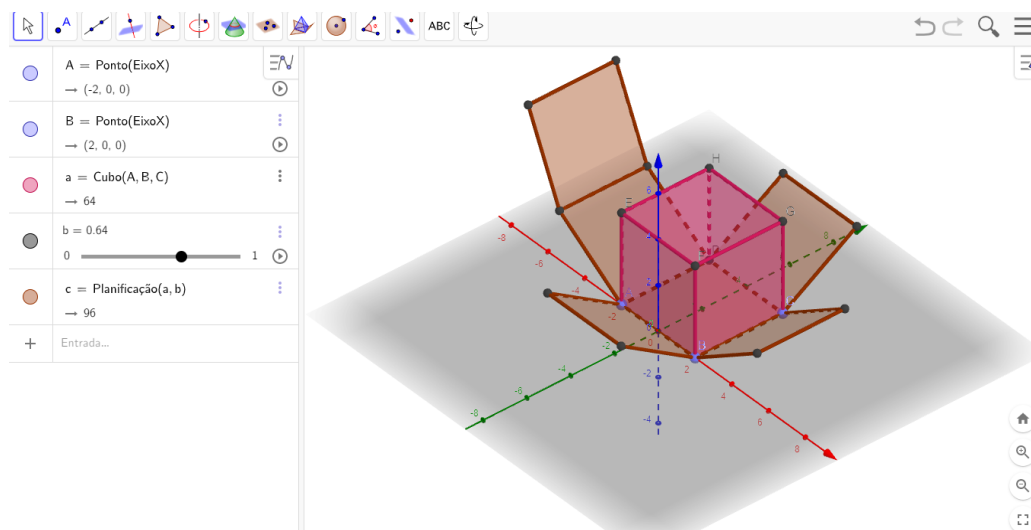


Fonte: Autoria Própria.

6) Para finalizar, existe a opção de você movimentar a planificação da figura clicando no comando Seta no canto superior esquerdo da tela - que ao movimentar o mouse segurando o botão esquerdo deste, será permitido ter uma melhor visualização de toda a figura no plano - e mexendo no botão deslizante no lado esquerdo indicado por uma bolinha cinza, a planificação se movimenta abrindo e fechando dando uma noção melhor de como se dá a formação da figura.

A figura 46 exemplifica melhor como fica esta movimentação.

Figura 46. Movimento da planificação do Cubo no GeoGebra.



Fonte: Autoria Própria.

O intuito deste breve tutorial é mostrar que este software de fato é um importante aliado para o professor, embora alguns ainda ache difícil aceitar a idéia de que inserir a tecnologia no processo de ensino aprendizagem seja algo desafiador e realmente é, por isto que requer sempre cuidado e planejamento para que o professor saiba lidar com esta relação “ensino/ tecnologia/aprendizagem”.

Infelizmente é sabido que ainda existem resistências por parte de alguns educadores no que diz respeito a inserção dessas tecnologias no currículo escolar, seja por desconhecimento, por comodismo ou por insegurança. O importante é salientar que não há como escapar. Ou os educadores adotam a informática com absoluta normalidade, assim como o material impresso e a linguagem ou serão atropelados no processo e na sua profissão (WENDEL SILVA et al 2015, p. 9, apud D`AMBROSIO, 2002, p. 60)

Portanto quanto mais estes profissionais deixam de lado esta insegurança ou comodismo ou buscam tomar conhecimento destas tecnologias que cada dia que passa nos auxiliam positivamente em sala de aula, mas eles se tornam propícios a terem uma carreira bem sucedida e estruturada sem falar que sempre estará apto para os novos desafios que o mundo da educação proporciona diariamente.

Wendel Silva (2015) afirma que a utilização das novas tecnologias possibilita um repensar no processo de ensino aprendizagem na medida em que este auxilia na construção do conhecimento. Nesse sentido, a utilização de programas de

computação apresenta uma infinidade de possibilidades pedagógicas onde alunos e professores poderão obter resultados significativos nesse novo cenário educacional.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Nos dias atuais é notório que o ensino da matemática ainda traz em sua bagagem um grande peso que são os tabus criados por quem se depara com ela, e no ensino da geometria mais especificamente no estudo dos Sólidos de Platão não é diferente, durante a pesquisa foi descoberto que este tema ainda hoje é pouco conhecido e estudado, e isto acontece desde a educação básica até o ensino mais avançado.

Contudo, apesar deste tema ser um conteúdo considerado complexo, no decorrer da pesquisa foi visto que existe um número consideravelmente bom de colaboradores que até os dias atuais enfrentam esta grande barreira que é acabar com os impasses que existem no processo de ensino aprendizagem deste conteúdo.

Ao analisar as informações obtidas através das pesquisas feitas, pode-se concluir que o ensino acerca dos Sólidos de Platão tem melhor resultado quando o professor que ensina faz uso de metodologias de ensino diferentes das usuais as quais estamos acostumado, ou seja, quando ele decide fazer uso de materiais lúdicos na hora de transmitir o conteúdo para seus alunos e se permitindo sair da zona de conforto em que a grande maioria está acostumado a estar.

E ainda dentro destes novos métodos considerados mais adequados para o ensino dos Sólidos de Platão está um bastante inovador que é o uso da tecnologia, onde o ensino faz uso de softwares como por exemplo o GeoGebra, para uma melhor compreensão sobre este conteúdo.

Por fim chegamos a conclusão de que o ensino-aprendizagem dos Sólidos Platônicos é uma tarefa considerada delicada, entretanto as novas tecnologias podem ser um elemento desafiador sujeito a mudanças e inovações, que nos permitem abordar esses conteúdos mais áridos de forma mais agradável e que ao final das contas estão presentes no dia a dia da maioria dos discentes.

## REFERÊNCIAS

AMARAL, Camila. **Oficina de sólidos geométricos para alunos do 6° e 7° anos. 4 ed., 2015. Sólidos geométricos.**

Disponível em: </Users/Usuario/Desktop/243-1478-1-PB.pdf>. Acessado em 20 03 2022.

BARISON, Bernadete. **Poliedros Regulares.** 2005.

Disponível em: <https://livrozilla.com/doc/1237002/poliedros-regulares>. Acessado em 29 03 2022.

BATISTA, Jorge. **“A matemática.” Matemática: dificuldade no processo de ensino e aprendizagem** 2006. Disponível em :

<https://monografias.brasilecola.uol.com.br/matematica/a-matematica-dificuldades-no-processo-ensino-aprendizagem.htm>. Acessado em 17 03 2022.

BAZILIO, Jossara. **Um estudo sobre poliedros e atividades para o ensino de matemática.** 2013.

Disponível

em: <http://clubes.obmep.org.br/blog/wp-content/uploads/2019/12/Um-estudo-sobre-poliedros-e-atividades-para-o-ensino-de-matem%C3%A1tica.pdf>.

Acessado em 17 03 2022.

BERNARDO, Leonardo. **Desenvolvendo o pensamento matemático em diversos espaços educativos.** 2014. *educação matemática*. Disponível em:

<https://editorarealize.com.br/editora/anais/epbem/2014/Modalidade\_1datahora\_21\_10\_2014\_17\_06\_04\_idinscrito\_1135\_ebe647363a76c44c98d3864fc540b613.pdf>. Acessado em 08 março 2022.

BORTOLOSSI, Alberto. **“Os Sólidos Platônicos.” Os sólidos platônicos,** 28 05 2009.

Disponível

em: <http://www.cdme.im-uff.mat.br/platonicos/platonicos-html/solidos-platonicos-br.html>. Acessado em 17 03 2022.

BRASÍLIA, Brasil. **Parâmetros curriculares nacionais. 1997. Introdução.** Disponível em:

<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro01.pdf>. Acessado em 17 03 2022.

GAYO, Jairo, Roy Wilhelm. **“O problema que tornou Euler famoso.”** *Ciência e natureza*, vol. 37, 2015.

Disponível em: < file:///C:/Users/Usuario/Downloads/revistas, + 342-355.pdf>. Acessado em 17 03 2022.

JÚNIOR, Joab Silas da Silva. **“Johannes Kepler”;** *Brasil Escola*.

Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/fisica/johannes-kepler.htm>. Acessado em 17 03 2022.

LUCHIARI, Marcos. **Poliedros de Kepler-poinsot: Uma verificação da relação de Euler com jujubas, canudos e varetas.** 2018. *Baraldi*. Disponível em: <[https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/155971/baraldi\\_ml\\_me\\_sjrp.pdf?sequence=3&isAllowed=y](https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/155971/baraldi_ml_me_sjrp.pdf?sequence=3&isAllowed=y)>. Acessado em 17 03 2022.

LÚCIO, João. “**Ensino dos sólidos platônicos por meio da visualização com materiais concretos para os alunos do ensino fundamental da educação de jovens e adultos.**” *Ensino dos sólidos platônicos*, vol. 9, no. 15, 2020, p. 12. 20200227. Disponível em <<Users/Usuario/Downloads/1154-Texto%20do%20artigo-3413-2-10-20200227.pdf>>. Acessado em 09 03 2022.

MEDEIROS, Adriane. “**Dificuldades na aprendizagem.**” **Dificuldades na aprendizagem da matemática; como superá-las?** 2015. Disponível em: <<http://faifaculdades.edu.br/eventos/SEMIC/6SEMIC/arquivos/resumos/RES11.pdf>>. Acessado em 29 03 2022.

MENDES, Cláudio. **O uso do GeoGebra 3D no ensino da geometria. 2020. Geometria.** Disponível em: <[https://repositorio.unb.br/bitstream/10482/39372/1/2020\\_CI%c3%a1udioJoseMendes.pdf](https://repositorio.unb.br/bitstream/10482/39372/1/2020_CI%c3%a1udioJoseMendes.pdf)>. Acessado em 17 03 2022.

MOURA, Elaine. **As maravilhas do origami na geometria.** 2008. Disponível em: <[http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes\\_pde/artigo\\_elaine\\_moura\\_reis.pdf](http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_elaine_moura_reis.pdf)>. Acessado em 09 03 2022.

OLIVEIRA, Raul. **Poliedros: característica, elementos, exemplos.** Disponível em: <<https://www.preparaenem.com/matematica/poliedros.htm>>. Acessado em 17 03 2022.

PARTIKA, Teresinha. **O uso do GeoGebra na construção de conceitos de geometria plana e espacial. 2016. O uso do GeoGebra.** Disponível em: <[http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernos\\_pde/pdebusca/producoes\\_pde/2016/2016\\_pdp\\_mat\\_unicentro\\_teresinhapartika.pdf](http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernos_pde/pdebusca/producoes_pde/2016/2016_pdp_mat_unicentro_teresinhapartika.pdf)>. Acessado em 17 03 2022.

SILVA, Wendel. “**Uso do GeoGebra 3d para ensino de poliedros.**” *V Jornada de educação matemática*, vol. 5, 2015, p. 10. POLIEDROS, Disponível em: <[file:///C:/Users/Usuario/Downloads/Artigo Wendel Uerj.pdf](file:///C:/Users/Usuario/Downloads/Artigo%20Wendel%20Uerj.pdf)>. Acessado em 13 05 2022.

SILVA, Luciane. **Smartphones e geometria: a utilização dos aplicativos calculadora gráfica GeoGebra 3D e A.R. Platonic Solids no processo de ensino e aprendizagem dos sólidos de Platão no terceiro ano do ensino médio.** 2019. Disponível em:

<file:///C:/Users/Usuario/Desktop/Trabalho%20Final%20de%20Curso%20(2019).pdf>. Acessado em 29 03 2022.

SOUZA, Kamila. **Uma breve abordagem histórica: Platão e os poliedros platônicos.** 2016. Educação Matemática. Disponível em: <file:///C:/Users/Usuario/Downloads/Há Solido SP \_6769\_3900\_ID.pdf>. Acessado em 29 03 2022.

SOUZA, Rainer Gonçalves. **“Platão.” Platão - História de Platão**, 2016. Disponível em: <https://www.historiadamundo.com.br/artigos/platao.htm>. Acessado em 17 03 2022.

UNICAMP PB. **Sólidos de platão.** 2019.

Disponível em: <http://www.ime.unicamp.br/~apmat/solidos-de-platao/>. Acessado em 17 03 2022.