



Universidade Federal da Paraíba
Centro de Informática
Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional

PREVISÃO DE CONSUMO DE ÁGUA NA ESTAÇÃO DE TRATAMENTO DE ÁGUA DE GRAVATÁ - PB

Nivaldo Antônio de Souza Silva

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional, UFPB, da Universidade Federal da Paraíba, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Modelagem Matemática e Computacional.

Orientador: Tatiene Correia de Souza

João Pessoa
Julho de 2021

Ata da Sessão Pública de Defesa de Dissertação de Mestrado de **NIVALDO ANTÔNIO DE SOUZA SILVA**, candidato ao título de Mestre em Matemática Computacional, na área de Modelagem Matemática e Computacional, realizada no dia 27 de julho de 2021.

1 Aos vinte e sete dias do mês de julho do ano de dois mil e vinte um, às 13h, por meio de
2 videoconferência, reuniram-se os membros da Banca Examinadora constituída para julgar o
3 Trabalho Final do Sr. Nivaldo Antônio de Souza Silva, vinculado à Universidade Federal da
4 Paraíba sob a matrícula nº 20191001064, candidato ao grau de Mestre em “*Modelagem*
5 *Matemática e Computacional*”, na linha de pesquisa “*Modelagem Probabilística*”, do
6 Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional. A comissão
7 examinadora foi composta pelas professoras Tatiene Correia de Souza, Orientadora e
8 Presidente da Banca; Tarciana Liberal Pereira de Araújo, Examinadora Interna ao Programa; e
9 Ana Flávia Uzeda dos Santos Macambira, Examinadora Externa ao Programa. Dando início
10 aos trabalhos, a Presidente da Banca cumprimentou os presentes, comunicou a finalidade da
11 reunião e passou a palavra ao candidato para que fizesse, oralmente, a exposição do trabalho
12 de dissertação intitulado “*Previsão de consumo de água na estação de tratamento de água de*
13 *Gravatá - PB*”. Concluída a exposição, o candidato foi arguido pela Banca Examinadora que
14 emitiu o seguinte parecer: “**aprovado**”. Do ocorrido, eu, Gean Paulo Pereira Maurício de
15 Barros, Secretário do Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e
16 Computacional (PPGMMC), lavrei a presente ata, que vai assinada por mim e pelos membros
17 da Banca Examinadora.

João Pessoa, 27 de julho de 2021.

Gean Paulo Pereira Maurício de Barros
Secretário do PPGMMC
SIAPE 2326476

Prof.^a Dr.^a Tatiene Correia de Souza
Orientadora (PPGMMC)

Prof.^a Dr.^a Tarciana Liberal Pereira de Araújo
Examinadora Interna ao Programa (PPGMMC)

Prof.^a Dr.^a Ana Flávia Uzeda dos Santos Macambira
Examinadora Externa ao Programa (UFPB)

Catálogo na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

S586p Silva, Nivaldo Antônio de Souza.
 Previsão de consumo de água na estação de tratamento
 de água de Gravatá - PB / Nivaldo Antônio de Souza Silva. -
 João Pessoa, 2021.
 64 f. : il.

Orientação: Tatiene Correia de Souza.
Dissertação (Mestrado) - UFPB/CI.

1. Consumo de água. 2. Previsão - Consumo. 3. Modelos
Box-Jenkins. 4. Alisamento exponencial. I. Souza, Tatiene
Correia de. II. Título.

UFPB/BC

CDU 628.1(043)

*Aos meus pais, João e Terezinha
e minha esposa Déborah por todo
apoio e incentivo.*

Agradecimentos

Gostaria de agradecer primeiramente a Deus, pela saúde e forças a mim dadas, para encarar com êxito mais uma jornada em minha vida, apesar de todos os obstáculos que surgiram.

Aos meus pais, João Antônio da Silva e Terezinha Cruz de Souza, a minha esposa Déborah Nayara por estarem sempre me apoiando em todas minhas decisões.

A minha orientadora Tatiane, por ter me aceitado como seu orientando, pela paciência, dedicação e ajuda fornecidas sempre que precisei.

Ao meu amigo Carlos Augusto, pelas boas conversas e auxílio que me dava durante o curso.

Aos meus amigos, Andersom, Melquiseldec e Washington Leonardo, que foram meus companheiros de estudo no PPGMMC.

Aos professores do Programa em Pós-graduação em Modelagem Matemática e Computacional da UFPB, por todo empenho prestado e compartilhamento do conhecimento.

Aos meus companheiros e superiores da CAGEPA, pelas informações cedidas para a realização deste trabalho.

Aos membros da banca examinadora, pelas sugestões e correções.

Resumo da Dissertação apresentada ao PPGMMC/CI/UFPB como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Modelagem Matemática e Computacional (M.Sc.)

PREVISÃO DE CONSUMO DE ÁGUA NA ESTAÇÃO DE TRATAMENTO DE ÁGUA DE GRAVATÁ - PB

Nivaldo Antônio de Souza Silva

Julho/2021

Orientador: Tatiene Correia de Souza

Programa: Modelagem Matemática e Computacional

Esta dissertação tem por objetivo realizar a previsão do consumo de água na Estação de Tratamento de Água de Gravatá-PB. No decorrer deste trabalho abordamos o sistema de abastecimento de água, com seus componentes, a estação de tratamento de água, e o sistema de abastecimento de Campina Grande. Para a previsão do consumo de água utilizamos como base os principais conceitos relacionados às séries temporais, a saber, o algoritmo de alisamento exponencial e os modelos Box-Jenkins. Esses últimos apresentam os modelos autorregressivos integrados de médias móveis ARIMA e o ARIMAX. No ARIMAX empregamos variáveis independentes. As variáveis independentes usadas no ARIMAX foram a estimativa da tendência, a variável dummy, que representa o consumo de água no período da pandemia da COVID-19, e a temperatura da região de Campina Grande. Por fim, realizamos comparações com os resultados obtidos das previsões e verificamos que o modelo ARIMAX(1,1,4) com variável explicativa temperatura da região de Campina Grande obteve melhor resultado preditivo.

Abstract of Dissertation presented to PPGMMC/CI/UFPB as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Mathematical and Computational Modeling (M.Sc.)

PREVISÃO DE CONSUMO DE ÁGUA NA ESTAÇÃO DE TRATAMENTO DE ÁGUA DE GRAVATÁ - PB

Nivaldo Antônio de Souza Silva

July/2021

Advisor: Tatiene Correia de Souza

Program: Computational Mathematical Modelling

The present thesis aims to predict the consumption in the Water Treatment Plant of Gravatá-PB. Through this research, we approached the water supply system, with its components, the water treatment plant, and the water supply system in Campina Grande. To predict water consumption, we use as a basis the main concepts related to time series, namely, the exponential smoothing algorithm and the Box-Jenkins models. These models show the integrated autoregressive models of ARIMA and ARIMAX moving averages. In ARIMAX we use independent variables. The independent variables used in ARIMAX were the estimate of the trend, the dummy variable, which represents the consumption of water in the period of the COVID-19 pandemic, and the temperature of the Campina Grande region. Finally, we performed comparisons with the results obtained from the predictions and verified that the model ARIMAX(1,1,4) with the independent variable temperature of the Campina Grande region obtained better predictive result.

Sumário

Lista de Figuras	ix
Lista de Tabelas	x
1 Introdução	1
2 Sistema de Abastecimento de Água de Campina Grande	4
2.1 Sistema de abastecimento de água	4
2.2 Estação de Tratamento de Água	5
2.3 Sistema de Abastecimento de Água de Campina Grande	7
3 Séries Temporais	9
3.1 Conceitos Básicos	9
3.2 Modelos Box-Jenkins	12
3.3 Alisamento Exponencial	16
3.4 Avaliação das previsões de Séries Temporais	17
4 Resultados e discussões	19
4.1 Avaliação da Série Temporal	19
4.2 Modelagem	22
4.2.1 Box-Jenkins	22
4.2.2 Alisamento Exponencial	31
4.2.3 Comparação dos Resultados	33
5 Conclusões	39
Referências Bibliográficas	41
A Tabelas das previsões das séries com as 7, 14 e 28 últimas observações removidas	45
B Tabela com as previsões dos modelos estudados	52

Lista de Figuras

2.1	Sistema de Abastecimento de Água de Campina Grande. Fonte: NASCIMENTO (2016).	8
4.1	Série temporal do volume de água bruta Volume_CG da ETA de Gravatá.	20
4.2	Histograma do volume de água bruta da ETA de Gravatá.	21
4.3	Funções de autocorrelação e de autocorrelação parcial.	21
4.4	Gráficos dos resíduos ARIMA(3, 1, 2).	25
4.5	Gráficos dos resíduos ARIMA(1, 1, 4).	25
4.6	Gráficos dos resíduos ARIMAX _{AIC,tend} (3, 1, 2).	28
4.7	Gráficos dos resíduos ARIMAX _{BIC,tend} (1, 1, 4).	28
4.8	Gráficos dos resíduos ARIMAX _{AIC,dummy} (3, 1, 2).	29
4.9	Gráficos dos resíduos ARIMAX _{BIC,dummy} (1, 1, 4).	29
4.10	Gráficos dos resíduos ARIMAX _{AIC,temp} (3, 1, 2).	30
4.11	Gráficos dos resíduos ARIMAX _{BIC,temp} (1, 1, 4).	30

Lista de Tabelas

4.1	Medidas descritivas da série temporal.	20
4.2	Teste Ljung-Box para os modelos ARIMAX(3,1,2) e ARIMAX(1,1,4) com as variáveis independentes da tendência, variável dummy e temperatura.	27
4.3	Teste de normalidade para os modelos ARIMAX(3,1,2) e ARIMAX(1,1,4) com as variáveis independentes da tendência, variável dummy e temperatura.	27
4.4	Previsão com o algoritmo de alisamento Exponencial de Holt com as 7 últimas observações retiradas.	32
4.5	Medidas de precisão para 1, 3, 7 passos à frente do algoritmo Holt com as 7 últimas observações retiradas.	32
4.6	Previsão com o algoritmo de alisamento Exponencial de Holt com as 14 últimas observações retiradas.	32
4.7	Medidas de precisão para 1, 3, 7 passos à frente do algoritmo Holt com as 14 últimas observações retiradas.	32
4.8	Previsão com o algoritmo de alisamento Exponencial de Holt com as 28 últimas observações retiradas.	33
4.9	Medidas de precisão para 1, 3, 7 passos à frente do algoritmo Holt com as 28 últimas observações retiradas.	33
4.10	Medidas de precisão para 1, 3, 7 passos à frente dos modelos Box-Jenkins com as 7 últimas observações retiradas.	34
4.11	Medidas de precisão para 1, 3, 7 passos à frente dos modelos Box-Jenkins com as 14 últimas observações retiradas.	36
4.12	Medidas de precisão para 1, 3, 7 passos à frente dos modelos Box-Jenkins com as 28 últimas observações retiradas.	37
4.13	Previsão com o modelo ARIMAX _{BIC,temp} (1,1,4).	38
A.1	Previsão do modelo ARIMA(3,1,2) com as 7 últimas observações removidas.	45
A.2	Previsão do modelo ARIMA(3,1,2) com as 14 últimas observações removidas.	46

A.3	Previsão do modelo ARIMA(3,1,2) com as 28 últimas observações removidas.	46
A.4	Previsão do modelo ARIMA(1,1,4) com as 7 últimas observações removidas.	46
A.5	Previsão do modelo ARIMA(1,1,4) com as 14 últimas observações removidas.	46
A.6	Previsão do modelo ARIMA(1,1,4) com as 28 últimas observações removidas.	47
A.7	Previsão do modelo ARIMAX _{AIC,tend} (3, 1, 2) com as 7 últimas observações removidas.	47
A.8	Previsão do modelo ARIMAX _{AIC,tend} (3, 1, 2) com as 14 últimas observações removidas.	47
A.9	Previsão do modelo ARIMAX _{AIC,tend} (3, 1, 2) com as 28 últimas observações removidas.	47
A.10	Previsão do modelo ARIMAX _{BIC,tend} (1, 1, 4) com as 7 últimas observações removidas.	48
A.11	Previsão do modelo ARIMAX _{BIC,tend} (1, 1, 4) com as 14 últimas observações removidas.	48
A.12	Previsão do modelo ARIMAX _{BIC,tend} (1, 1, 4) com as 28 últimas observações removidas.	48
A.13	Previsão do modelo ARIMAX _{AIC,dummy} (3, 1, 2) com as 7 últimas observações removidas.	48
A.14	Previsão do modelo ARIMAX _{AIC,dummy} (3, 1, 2) com as 14 últimas observações removidas.	49
A.15	Previsão do modelo ARIMAX _{AIC,dummy} (3, 1, 2) com as 28 últimas observações removidas.	49
A.16	Previsão do modelo ARIMAX _{BIC,dummy} (1, 1, 4) com as 7 últimas observações removidas.	49
A.17	Previsão do modelo ARIMAX _{BIC,dummy} (1, 1, 4) com as 14 últimas observações removidas.	49
A.18	Previsão do modelo ARIMAX _{BIC,dummy} (1, 1, 4) com as 28 últimas observações removidas.	50
A.19	Previsão do modelo ARIMAX _{AIC,temp} (3, 1, 2) com as 7 últimas observações removidas.	50
A.20	Previsão do modelo ARIMAX _{AIC,temp} (3, 1, 2) com as 14 últimas observações removidas.	50
A.21	Previsão do modelo ARIMAX _{AIC,temp} (3, 1, 2) com as 28 últimas observações removidas.	50

A.22	Previsão do modelo $\text{ARIMAX}_{\{\text{BIC}, \text{temp}\}}(1, 1, 4)$ com as 7 últimas observações removidas.	51
A.23	Previsão do modelo $\text{ARIMAX}_{\{\text{BIC}, \text{temp}\}}(1, 1, 4)$ com as 14 últimas observações removidas.	51
A.24	Previsão do modelo $\text{ARIMAX}_{\{\text{BIC}, \text{temp}\}}(1, 1, 4)$ com as 28 últimas observações removidas.	51
B.1	Previsão com o modelo $\text{ARIMA}(3, 1, 2)$	52
B.2	Previsão com o modelo $\text{ARIMA}(1, 1, 4)$	52
B.3	Previsão com o modelo $\text{ARIMAX}_{\{\text{AIC}, \text{tend}\}}(3, 1, 2)$	53
B.4	Previsão com o modelo $\text{ARIMAX}_{\{\text{BIC}, \text{tend}\}}(1, 1, 4)$	53
B.5	Previsão com o modelo $\text{ARIMAX}_{\{\text{AIC}, \text{dummy}\}}(3, 1, 2)$	53
B.6	Previsão com o modelo $\text{ARIMAX}_{\{\text{BIC}, \text{dummy}\}}(1, 1, 4)$	53
B.7	Previsão com o modelo $\text{ARIMAX}_{\{\text{AIC}, \text{temp}\}}(3, 1, 2)$	54
B.8	Previsão com o algoritmo de alisamento exponencial Holt.	54

Capítulo 1

Introdução

O consumo de água potável faz parte de uma necessidade básica humana, pois permite o bem-estar social, a saúde e a realização de atividades fundamentais a vida. No entanto, com a Revolução Industrial, urbanização e o avanço demográfico, houve o aumento na demanda de distribuição de água, levando a seu consumo exagerado nas atividades domésticas, agrícolas e industriais. Sobre isso, [TUNDISI \(2009\)](#), salienta que:

Embora dependam da água para a sobrevivência e para o desenvolvimento econômico, as sociedades humanas poluem e degradam este recurso, tanto as águas superficiais quanto as subterrâneas. A diversificação dos usos múltiplos, o despejo de resíduos líquidos e sólidos em rios, lagos e represas e a destruição das áreas alagadas e das matas galeria têm produzido contínua e sistemática deterioração e perdas extremamente elevadas em quantidade e qualidade da água. ([TUNDISI, 2009](#), p. 1)

Essas circunstâncias fizeram com que, nas últimas décadas, se despertasse no mundo grandes preocupações, quanto a disponibilidade de água para a população em geral. [SEGALA \(2012\)](#) afirma que, segundo o Instituto Internacional de Pesquisa de Política Alimentar, a previsão é que 4,8 bilhões de pessoas até 2050 possam estar sofrendo o risco de falta de água potável. E [OLIVEIRA \(2013\)](#) destaca que, conforme o Relatório de Desenvolvimento Humano do ano de 2006, há muitas discrepâncias no acesso de água potável, com 1/6 do total da população mundial passando até por condições de carência de água.

Segundo [RIBEIRO e ROLIM \(2017\)](#), “devido ao ciclo hidrológico, o volume permanece o mesmo”, mas a totalidade de água no mundo apresenta percentuais desiguais, com relação aos seus tipos (salgada, doce e salobra), o que agrava ainda mais essa situação, ocasionando possíveis crises de falta d’água.

Tendo em vista, que a água salgada na Terra apresenta o percentual de 97% disponível nos oceanos, e a água doce 3%, desses 3% de água doce, 29,7% encontra-se

distribuídas em aquíferos, 68,9% em calotas polares, 0,5% nos lagos e 0,9% em outros reservatórios. (AGÊNCIA NACIONAL DE ÁGUAS E SANEAMENTO BÁSICO - ANA (2019))

SHIKLOMANOV (1998) menciona que:

A capacidade de renovação da água durante o ciclo hidrológico [...] colaborou para o surgimento de uma atitude negligente na utilização da água, juntamente com [a ideia de] gasto mínimo de investimento econômico para a purificação das águas residuais ou para a proteção dos corpos d'águas naturais. (SHIKLOMANOV, 1998, p. 24)

CONSTANTINOV (2017), enfatiza que no mundo, a demanda de água doce tem duplicado a cada 21 anos, enquanto que nos últimos 50 anos, sua quantidade tem diminuído em aproximadamente 62%. Já NASCIMENTO (2018) diz que, também existe “irregularidade na distribuição de água no Brasil, um exemplo [...] é o que acontece na região Nordeste com apenas 3,03% dos recursos hídricos do país”.

Alguns trabalhos acadêmicos abordam a temática da previsão do consumo de água, como o de OLIVEIRA (2012), que trata da previsão da demanda de água em sistemas urbanos de abastecimento através de modelos ARIMA Sazonais e MEDEIROS e WOHLGEMUTH (2016), que traz um modelo de previsão do volume do consumo de água na cidade de Santa Cruz do Sul, no Estado do Rio Grande do Sul. Temos também, ALBUQUERQUE (2015), que faz modelagem em séries temporais aplicados a dados climatológicos no sertão paraibano. Porém, percebemos a necessidade de realizar um estudo sobre a previsão do consumo de água em regiões como a de Campina Grande, que enfrenta frequentemente problemas com escassez de água.

Diante disso, é imprescindível que busquemos mecanismos e meios que procurem prever possíveis situações de estresse hídrico e falta de água, para que se reduzam as consequências e impactos negativos, em relação a quantidade e distribuição de água potável.

Portanto, a presente dissertação tem como objetivo realizar a previsão do consumo de água de 9 cidades, são elas: Barra de Santana, Campina Grande, Caturité, Lagoa Nova, Lagoa Seca, Matinhas, Pocinhos, Queimadas e São Sebastião de Lagoa de Roça, todas situadas no estado da Paraíba, usando os modelos de séries temporais. Para isso, utilizamos os dados obtidos sobre o consumo de água do sistema de abastecimento de água da região de Campina Grande da Companhia de Água e Esgoto da Paraíba – CAGEPA, que é responsável pelo fornecimento de água potável nesses municípios.

No capítulo 2 abordamos os principais componentes que integram um sistema de abastecimento de água, em especial, o de Campina Grande e das demais cidades. E também apresentamos as partes que integram uma estação de tratamento de água.

No capítulo 3 expomos algumas das principais definições a cerca de séries temporais, importantes, segundo [COWPERWAIT e METCALFE \(2009\)](#), para nos permitir uma tomada de decisão, de acordo com os dados fornecidos pela série. Também usamos os algoritmos de previsão dos modelos Box-Jenkins, ARIMA e ARIMAX e o algoritmo de alisamento exponencial. Ainda nesse capítulo, mencionamos as principais definições que embasam esses conceitos, para as etapas de identificação, estimativa e diagnóstico dos modelos obtidos, bem como a avaliação dos resultados encontrados no processo de previsão. Para a realização dos cálculos e da modelagem preditiva utilizamos o programa computacional R. O R é uma linguagem e ambiente para computação estatística e de gráficos. Ele também é um software livre e gratuito de código aberto desenvolvido por Ross Ihaka e Robert Gentleman.

No Capítulo 4 apresentamos resultados e discussões com as estatísticas e gráficos descritivos para explorar a série temporal. A série temporal analisada neste trabalho trata do volume diário de água bruta captado no açude de Boqueirão na Paraíba, no período de 24 de agosto de 2017 à 31 de outubro de 2020. Também realizamos as previsões da série com os modelos ARIMA, ARIMAX (utilizando a variável dummy, a estimativa da tendência e a temperatura de Campina Grande como variáveis regressoras), e o algoritmo de alisamento exponencial de Holt. Usamos a variável dummy para avaliar o consumo de água no período de 20 de março à 31 de outubro de 2020, sendo esse último ano, marcado pela pandemia do vírus da COVID-19 que perdura até os dias atuais. E também fizemos comparações com os valores obtidos dos modelos estimados. Por fim, no Capítulo 5, temos as conclusões e os resultados das previsões.

Capítulo 2

Sistema de Abastecimento de Água de Campina Grande

Neste capítulo introduzimos alguns conceitos e informações sobre o sistema de abastecimento de água, que envolve a Estação de Tratamento de Água de Gravatá. Abordamos as etapas do sistema de abastecimento, o funcionamento de uma Estação de Tratamento de Água (ETA) e, como é realizada a distribuição de água para a população da cidade de Campina Grande e outras cidades circunvizinhas.

2.1 Sistema de abastecimento de água

O acesso a água faz parte de um direito humano e é uma das necessidades fundamentais para a sobrevivência do homem na Terra. Segundo o capítulo 18 da Agenda 21, ver [CONFERÊNCIA \(1992\)](#), como ficou conhecida a Conferência das Nações Unidas sobre Meio Ambiente e Desenvolvimento", o objetivo geral em relação a água "é de assegurar que se mantenha uma oferta adequada de água de boa qualidade para toda a população...". Diante disso, o Saneamento Básico tem a função de realizar as ações de construção e implantação de redes adutoras, redes de abastecimento, redes coletoras e coletores troncos, para garantia de qualidade de vida, saúde, desenvolvimento social e econômico da população.

Desse modo, o Sistema de Abastecimento de Água (SAA) é a parte integrante do saneamento básico, que fornece o serviço de suporte essencial para a distribuição de água. Conforme [Tsutiya \(2006, p. 9\)](#) o SAA "é o conjunto de estudos e conclusões referentes ao estabelecimento de todas as diretrizes, parâmetros e definições necessárias e suficientes para a caracterização do sistema a projetar."

A Lei nº 14.026 de 15 de julho de 2020, que atualiza o marco legal do saneamento básico, descreve o SAA como "conjunto de serviços públicos, infraestruturas e instalações operacionais juntamente com esgotamento sanitário; limpeza urbana

e manejo dos resíduos sólidos; drenagem e manejo das águas pluviais urbanas". (BRASIL, 2020).

Assim, segundo essa lei, o abastecimento de água potável é constituído pelas atividades, pela disponibilização e manutenção de instalações operacionais necessárias à coleta, ao transporte, ao tratamento e um fim adequado dos esgotos sanitários, desde as ligações prediais até sua destinação final para produção de água de reúso ou seu lançamento de forma adequada no meio ambiente. (BRASIL, 2020). Além de ter o intuito de ofertar água potável para o consumo humano, ou seja, para o uso doméstico, o sistema de abastecimento de água, também disponibiliza água para a agricultura e indústria.

No entanto, para se instalar um SAA em uma determinada região é necessário analisar uma série de fatores, que podem ser considerados isolados ou integrados, como o porte da localidade, densidade demográfica, manancial, características geológicas, condições financeiras e etc.

Dentre os tipos de SAA, estudamos o convencional que é geralmente empregado nos grandes centros urbanos e, é o tipo de classificação que a área de estudo desta pesquisa apresenta. Esse sistema é disposto pelos seguintes componentes: manancial, captação, tratamento, reservação e distribuição da água tratada.

No Sistema de Abastecimento de Água Convencional, o manancial é o local que faz a retirada da água para o abastecimento. A captação de água bruta do manancial é feita por adutoras, que são tubulações onde a água se desloca por meio de uma estrutura própria para este fim, constituída de motores e bombas que fazem a sucção da água.

Em seguida, a água é levada para Estação de Tratamento de Água, a ETA, que corresponde a uma série de estruturas e construções que, têm por finalidade, transformar a água, para que ela atinja determinado grau de potabilidade. Na próxima seção dispomos maiores informações sobre as partes integrantes de uma ETA e seu funcionamento. Após a etapa de tratamento de água na ETA, a água segue para os reservatórios, que tem a função de normalizar as variações, vazões de adução, sistema de distribuição e de controlar a pressão nessa rede de abastecimento. Por último, a rede de distribuição é o processo final do Sistema de Abastecimento de Água Convencional. Na rede de distribuição, a água já tratada, presente nos reservatórios, se direciona por meio de tubulações para residências e estabelecimentos das cidades, com o propósito de ser utilizada e consumida pelas pessoas.

2.2 Estação de Tratamento de Água

A Estação de Tratamento de Água (ETA) é um dos componentes mais importantes do sistema de abastecimento de água. Na ETA é feito o tratamento da

água bruta para que se alcance o valor de potabilidade da água pré-estabelecido pela legislação brasileira. Em uma ETA, comumente, o processo de tratamento da água mantém a seguinte ordem: coagulação, floculação, decantação, filtração, desinfecção, fluoretação e correção do Ph(potencial hidrogeniônico).

Fazendo uma breve descrição desses procedimentos, a coagulação é o primeiro passo para o tratamento de água. Na coagulação são adicionados compostos coagulantes, sendo o mais utilizado deles, o sulfato de alumínio. A função dos coagulantes é de reagir com as partículas suspensas que estão na água bruta e, que provocam alterações na turbidez, cor, cheiro e sabor da água. Essas partículas integram no agente coagulante e são eliminadas nos estágios posteriores.

A floculação, segundo [Seckler \(2010, p. 11\)](#), é um processo físico no qual as partículas coloidais são postas em contato umas com as outras, de modo a viabilizar o aumento de seu tamanho físico, alterando, assim, sua distribuição granulométrica. Na floculação ocorre a colisões das partículas presentes na água com o sulfato de alumínio no tanque de floculação, espaço físico formado por vários compartimentos. Após o choque, as partículas se unem com o sulfato de alumínio, criando agregados, chamados de "flocos" ou "flóculos". Esse tanque também possui hélices, que fazem com que a água fique um pouco agitada, possibilitando a formação de flocos maiores e mais pesados.

Em seguida, temos a decantação ou sedimentação, processo realizado por tanques, onde a água e os flocos formados anteriormente, ficam em repouso e, determinadas partículas terminam precipitando no fundo do tanque por ação da gravidade. Os resíduos ou sedimentos gerados nessa etapa do tratamento são despejados em um local chamado de lagoa de lodo.

Depois da eliminação dos sedimentos na decantação, a água passa por uma filtração. Para [Seckler \(2010, p. 14\)](#) a filtração consiste em um “processo físico-químico no qual as partículas coloidais são removidas da fase líquida mediante sua percolação [...], garantindo-se a produção de água filtrada com características estéticas adequadas”. De forma, que nela, a água escoar por elementos porosos, como areia, cascalho e carvão ativo, retirando as partículas que ficaram das fases anteriores.

Posteriormente, a água se direciona para a desinfecção que é realizada com o auxílio do gás cloro. Seu objetivo é de excluir e anular agentes patogênicos, como as bactérias e vírus, uma vez que, o cloro provoca a morte desses organismos.

Mais adiante, é feita a adição de flúor, de acordo com a medida de saúde pública recomendada pela Organização Mundial da Saúde (OMS) e Ministério da Saúde desde 1945, para a prevenção de cáries na população. Este procedimento é denominado de fluoretação. E também é realizada a correção do ph da água através do acréscimo da cal hidratada ou hidróxido de cálcio para a diminuição da sua acidez e capacidade corrosiva.

2.3 Sistema de Abastecimento de Água de Campina Grande

O Sistema de Abastecimento de Água de Campina Grande (ver Figura 2.1) é responsável pelo fornecimento de água potável para os municípios de Barra de Santana, Campina Grande, Caturité, Lagoa Nova, Lagoa Seca, Matinhas, Pocinhos, Queimadas e São Sebastião de Lagoa de Roça, todos situados no Estado da Paraíba. É formado por um manancial do tipo superficial, um sistema adutor de água bruta, estações elevatórias (de água bruta e tratada), estação de tratamento de água (ETA), sistema adutor de água tratada, reservatórios de água e uma rede de distribuição.

O sistema se inicia na captação de água bruta do açude Epitácio Pessoa, também conhecido como açude de Boqueirão, localizado no município de Boqueirão, e sendo o único manancial superficial do sistema de abastecimento. A água captada é transportada para duas estações elevatórias de água bruta. Nas estações elevatórias de água bruta, a água é bombeada para duas adutoras de 800mm e 900mm até chegar na ETA depois de percorrer aproximadamente 22km.

A ETA do Sistema de Abastecimento de Água de Campina Grande está localizada no distrito de Gravatá, no município de Queimadas. Ele possui uma estrutura do tipo convencional, com as etapas de coagulação, floculação, decantação, filtração, correção de Ph e desinfecção. Na coagulação é adicionado sulfato de alumínio através da calha Parshall. A ETA possui 24 floculadores mecânicos de eixo verticais e 9 decantadores com 6.730m² de área total.

Para o processo de filtração, a unidade de tratamento dispõe de 11 filtros com 475m² de área total, com camadas de antracito, areia e seixo rolado na parte final. Na correção de Ph é adicionado a cal na água e depois disso é usado cloro gasoso para o processo de desinfecção.

Depois que a água passa por todos esses processos, ela segue para um reservatório de água tratada, onde posteriormente, direciona-se para as unidades de distribuição de água.

Na Figura 2.1 podemos observar esses procedimentos através da representação do Sistema de Abastecimento de Água de Campina Grande, e do caminho percorrido pela água indicado pelas setas. Na parte esquerda é possível verificar o manancial do sistema, o açude Epitácio Pessoa e a ETA de Gravatá. E as estações elevatórias de água tratada, os reservatórios, como também os apoiados ou elevados estão dispostos na parte superior, centro e inferior da figura.

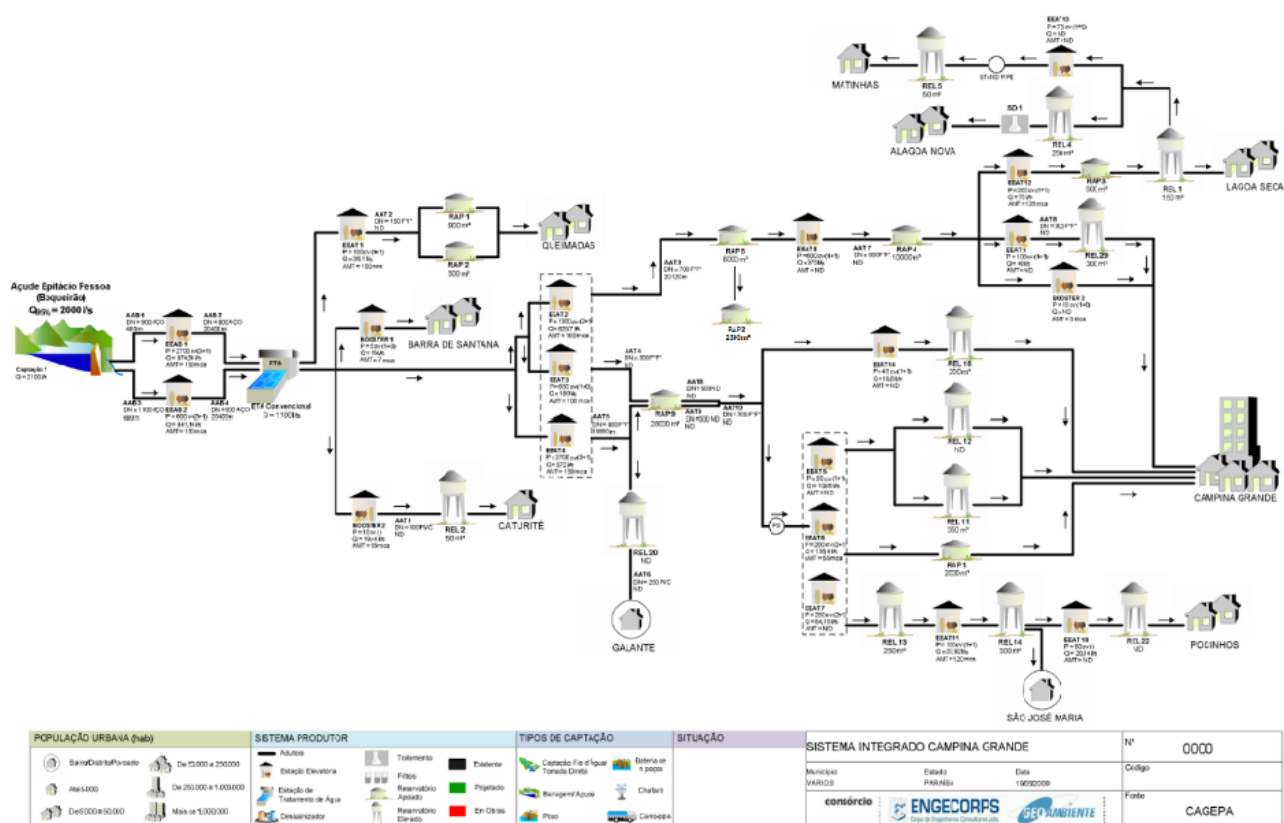


Figura 2.1: Sistema de Abastecimento de Água de Campina Grande. Fonte: [NASCIMENTO \(2016\)](#).

Capítulo 3

Séries Temporais

Neste capítulo apresentamos as principais definições relacionadas as séries temporais, com o intuito de facilitar o entendimento a respeito das aplicações sobre os modelos de previsão que usamos nesta pesquisa.

3.1 Conceitos Básicos

Séries temporais são um conjunto de observações Y_t que ocorrem no intervalo de tempo t . De acordo com [COWPERWAIT e METCALFE \(2009\)](#), as análises das séries temporais, além de, preverem o futuro, auxiliam na compreensão do passado, e permitem uma melhor tomada de decisão a partir das informações fornecidas pelas séries.

Uma série temporal é classificada como contínua quando suas observações são realizadas continuamente em relação ao tempo. Podemos considerar um exemplo de série temporal contínua, o registro da temperatura de uma cidade. Uma série temporal é discreta quando o intervalo de tempo é dado em períodos específicos, geralmente em intervalos de tempo iguais. Os índices diários da bolsa de valores de São Paulo são exemplos de séries temporais discreta. Para este trabalho, estudamos as séries temporais discretas.

O processo estocástico é o modelo que se usa para descrever séries temporais. Sobre o processo estocástico [MORETTIN \(2006a\)](#) apresenta a seguinte definição: seja $\mathcal{T}$ um conjunto arbitrário, um processo estocástico é uma família $\{Y_t, t \in \mathcal{T}\}$, tal que, para cada $t \in \mathcal{T}$, Y_t é uma variável aleatória. Essa definição dos processos estocásticos, se faz necessária, pois é através dela, que podemos encontrar alguns resultados que são fundamentais no decorrer deste trabalho. Sendo assim, a notação geralmente empregada em séries temporais é $\{Y_t : t = 1, 2, \dots, n\} = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_n\}$, e a média em séries temporais é definida como $E(Y_t) = \mu_t$.

Também há no estudo de séries temporais, o conceito de estacionariedade.

Segundo MORETTIN (2006b), uma série temporal é estacionária quando ela se desenvolve no tempo aleatoriamente ao redor de uma média constante, refletindo alguma forma de equilíbrio estável.

Outros dois conceitos importantes para a realização da análise da série em questão, são a Autocovariância e a Autocorrelação. Segundo MORETTIN (2006b), a Função de Autocovariância é definida por

$$\gamma_{(t,s)} = \text{cov}(Y_t, Y_s),$$

em que $t, s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ e $\text{cov}(Y_t, Y_s)$ é definido como

$$\text{cov}(Y_t, Y_s) = E[(Y_t - \mu_t)(Y_s - \mu_s)]. \quad (3.1)$$

A Função de Autocorrelação (ACF) é uma medida da correlação entre as observações de uma série temporal que são separadas por t e s unidades. Portanto, a ACF é definida da seguinte forma

$$\rho_{(t,s)} = \text{corr}(Y_t, Y_s) = \frac{\text{cov}(Y_t, Y_s)}{\sqrt{\text{var}(Y_t)\text{var}(Y_s)}},$$

em que $t, s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ e $\text{var}(Y_t) = E(Y_t^2) - [E(Y_t)]^2 = \sigma^2$. Por (3.1) obtemos

$$\frac{\text{cov}(Y_t, Y_s)}{\sqrt{\text{var}(Y_t)\text{var}(Y_s)}} = \frac{\gamma_{(t,s)}}{\sqrt{\gamma_{(t,t)}\gamma_{(s,s)}}}.$$

em que $\gamma_{(t,t)} = \text{var}(Y_t)$ e $\gamma_{(s,s)} = \text{var}(Y_s)$.

Além da ACF, temos a Função de Autocorrelação Parcial (PACF), que segundo BUENO (2012), é um processo de filtragem pelo qual são eliminadas as correlações implícitas entre duas observações. Os gráficos das função de autocorrelação e função de autocorrelação parcial contra as defasagens são utilizados para a determinar padrões que poderão identificar as ordens dos modelos que serão estudados na próxima seção.

Outra definição fundamental a ser considerada é a de ruído branco. Segundo BUENO (2012), uma sequência ϵ_t é um ruído branco se tiver média igual a zero, variância constante e não for correlacionado a qualquer realização da própria série. Representamos o ruído branco pela notação $\epsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$ em que $t = 1, 2, \dots, n$ e σ^2 é a variância. Usamos o conceito de ruído branco para definirmos o passeio aleatório no parágrafo seguinte.

Seja Y_t uma série temporal, o passeio aleatório é dado por

$$Y_t = c + Y_{t-1} + \epsilon_t, \quad (3.2)$$

em que ϵ_t é ruído branco ($RB(0, \sigma^2)$) e c é uma constante. Vale observar que

podemos reescrever a série dessa maneira

$$Y_{t-1} = c + Y_{t-2} + \epsilon_{t-1}, \quad (3.3)$$

e ainda

$$Y_{t-2} = c + Y_{t-3} + \epsilon_{t-2}.$$

Calculando a média a partir de (3.2), obtemos

$$E(Y_t) = E(c + Y_{t-1} + \epsilon_t),$$

fazendo uso de (3.3), temos:

$$E(Y_t) = E(c + c + Y_{t-2} + \epsilon_{t-1} + \epsilon_t).$$

e realizando esse procedimento sucessivamente, temos o seguinte resultado

$$E(Y_t) = E\left(\sum_{t=1}^T c + Y_0 + \sum_{t=1}^T \epsilon_t\right) = Tc + Y_0. \quad (3.4)$$

e por fim, executando os mesmos procedimentos que foram feitos na média para a variância, encontramos

$$\text{Var}(Y_t) = \text{Var}\left(\sum_{t=1}^T c + Y_0 + \sum_{t=1}^T \epsilon_t\right) = T\sigma^2. \quad (3.5)$$

Com os resultados de (3.4) e (3.5) constatamos que o passeio aleatório é um processo não-estacionário. Uma maneira de tornar o passeio aleatório em um processo estacionário é utilizando o conceito da n -ésima diferença de séries temporais. Segundo MORETTIN (2006b) a primeira diferença de Y_t é definida como

$$\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1},$$

a segunda diferença é dada por

$$\Delta^2 Y_t = \Delta[Y_t - Y_{t-1}] = \Delta[\Delta Y_t].$$

De forma geral, a n -ésima diferença é dada por

$$\Delta^n Y_t = \Delta[\Delta^{n-1} Y_t]. \quad (3.6)$$

Assim, quando fazemos a diferença entre (3.2) e (3.3) temos

$$Y_t - Y_{t-1} = c + Y_{t-1} + \epsilon_t - Y_{t-1} = c + \epsilon_t. \quad (3.7)$$

Com isso, obtemos os seguintes resultados

$$E(Y_t - Y_{t-1}) = E(c + \epsilon_t) = c,$$

e

$$\text{Var}(Y_t - Y_{t-1}) = \text{Var}(c + \epsilon_t) = \text{Var}(c) + \text{Var}(\epsilon_t) = \sigma^2.$$

Portanto, ao realizar a diferença em (3.7) o passeio aleatório se torna um processo estacionário.

3.2 Modelos Box-Jenkins

Dentre os modelos utilizados para a obtenção de previsões, com base em observações passadas, temos os modelos de Box-Jenkins (BOX e JENKINS (1970)). Os modelos consistem em ajustar a série por processo iterativo, através de modelos autorregressivos e/ou de médias móveis a um conjunto de dados. As etapas deste processo iterativo são a especificação de uma classe geral de modelos, tais como, identificação, estimação dos parâmetros e diagnóstico do modelo. Expomos essas etapas no decorrer deste capítulo.

Primeiramente, definimos o operador de defasagem também chamado de operador de atraso, representado por B , da seguinte forma

$$BY_t = Y_{t-1}, \quad B^n Y_t = Y_{t-n}.$$

Podemos também expressar o operador defasagem utilizando o conceito da n -ésima diferença de séries temporais, visto em (3.6). Dessa forma, chegamos a seguinte expressão

$$\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1} = (1 - B)Y_t,$$

segue que

$$\Delta = (1 - B).$$

Uma série Y_t é um processo autorregressivo se

$$Y_t = c + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \epsilon_t,$$

em que p é a ordem do modelo autorregressivo representado como $\text{AR}(p)$, $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ são os parâmetros autorregressivos, c é um parâmetro utilizado como intercepto e ϵ_t é o ruído branco. Outra maneira de escrever o modelo $\text{AR}(p)$ é em

termos do operador de defasagem. Assim, obtemos

$$\phi(B)Y_t = c + \epsilon_t, \quad (3.8)$$

em que $\phi(B) = (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p)$.

De igual modo, a série Y_t é um modelo de média móvel quando

$$Y_t = \mu + \theta_1 \epsilon_{t-1} + \theta_2 \epsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \epsilon_{t-q},$$

em que q é a ordem do modelo de média móvel representado por $MA(q)$; $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ são os parâmetros da média móvel, μ é um parâmetro usado como intercepto e ϵ_t o ruído branco.

Equivalentemente ao que foi feito no modelo autorregressivo, podemos reescrever o modelo $MA(q)$ em termos do operador de defasagem

$$\theta(B)\epsilon_t + \mu = Y_t, \quad (3.9)$$

em que $Y_t = (1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots + \theta_q B^q)$.

A junção dos modelos $AR(p)$ e $MA(q)$ resulta no modelo $ARMA(p, q)$. Desse modo, a série Y_t é um processo autorregressivo de média móvel quando

$$Y_t = c + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \theta_1 \epsilon_{t-1} + \theta_2 \epsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \epsilon_{t-q},$$

em que p e q são as ordens dos modelos autorregressivos e de média móvel respectivamente. Nesse caso, também podemos utilizar os operadores de defasagem, portanto utilizando as equações 3.8 e 3.9 o modelo $ARMA$ pode ser escrito da seguinte forma

$$\phi(B)Y_t = c + \theta(B)\epsilon_t,$$

no qual $\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$ é o polinômio autorregressivo e $\theta(B)\epsilon_t = 1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots + \theta_q B^q$ é o polinômio de média móvel.

Para séries não estacionárias é necessário aplicar diferenças com o intuito de tornar a série estacionária. Dessa forma, uma série Y_t é um processo autorregressivo integrado de média móvel $ARIMA(p, d, q)$ quando

$$\phi(B)[Y_t(1 - B)^d - \mu] = \theta(B)\epsilon_t, \quad (3.10)$$

em que p e q são as ordens autorregressiva e média móvel respectivamente (já visto no modelo $ARMA(p, q)$), d é a ordem de integração.

Analogamente ao modelo $ARIMA(p, d, q)$, temos o $SARIMA(p, d, q)$, também descrito como $ARIMA$ sazonal, um modelo autorregressivo integrado de média móvel que modela a sazonalidade, que é um comportamento repetitivo em determinados

períodos no ano, em que segundo [BUENO \(2012\)](#), o padrão sazonal pode ser observado pela existência de picos e vales igualmente espaçados ao longo do tempo. Assim, a série Y_t é um modelo SARIMA(p, d, q)(P, D, Q) $_s$ quando

$$\Phi(B^s)\phi(B)Y_t[(1 - B^s)^D(1 - B)^d - \mu] = \Theta(B^s)\theta(B)\epsilon_t,$$

em que s é o período sazonal da série. A expressão ΦB^s é o polinômio sazonal autorregressivo de ordem P , estabelecido como

$$\Phi B^s = 1 - \Phi_1 B^s - \Phi_2 B^{2s} - \dots - \Phi_P B^{Ps},$$

e ΘB^s é o polinômio sazonal de média móvel de ordem Q , definido da seguinte forma

$$\Theta B^s = 1 - \Theta_1 B^s - \Theta_2 B^{2s} - \dots - \Theta_Q B^{Qs}.$$

A ordem do diferencial sazonal D é descrita como

$$\Delta^d \Delta_s^D Y_t = \epsilon_t.$$

Outro modelo é o ARIMAX, um modelo autorregressivo de médias móveis que consiste em incluir uma covariável em um modelo ARIMA. Assim, Y_t é a série temporal e X_t , sendo a variável independente também chamada de explicativa ou exógena. Com isso, o modelo ARIMAX é expresso da seguinte forma

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + \dots + \beta_r X_{t-r} + \mu + \theta_1 \epsilon_{t-1} + \theta_2 \epsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \epsilon_{t-q},$$

em que X_t é a variável independente, ϵ_t é o ruído branco e ϕ, β e θ são os parâmetros autorregressivos, da variável independente e de média móveis respectivamente.

Após a abordagem sobre as principais definições sobre os modelos Box-Jenkins, a próxima etapa é a identificação do modelo. Neste estudo vamos dar ênfase aos Critério da Informação de Akaike AIC (*Akaike Information Criterion*) [AKAIKE \(1974\)](#) e o Bayesiano BIC (*Bayesian Information Criterion*) [SCHWARZ \(1978\)](#), também conhecido como Critério de Schwarz, que são critérios de seleção do modelo. Então, os critérios de seleção AIC e BIC determinam as ordens p do modelo autorregressivo e q do modelo de médias móveis. Desse modo, de acordo com [BROCKWELL e DAVIS \(2016\)](#), temos

$$AIC(\hat{\theta}) = -2\log L(\hat{\theta}) + 2(p + q),$$

e

$$BIC(\hat{\theta}) = -2\log L(\hat{\theta}) + (p + q)\log(t),$$

em que, $\hat{\theta}$ é o estimador, $L(\hat{\theta})$ é a função de verossimilhança e t é o número de observações.

Depois de identificado o modelo, a etapa seguinte consiste na estimação dos parâmetros. Para isto, alguns métodos podem ser utilizados, entre eles temos o método dos momentos. De acordo com MORETTIN (2006b) este método consiste em substituir, nas equações que relacionam as autocorrelações e os parâmetros do modelo, os momentos teóricos pelos correspondentes momentos amostrais e resolver as equações resultantes. Outro método de estimação é método dos mínimos quadrados, que consiste em minimizar a soma dos quadrados dos erros. Temos ainda o estimador de máxima verossimilhança dos parâmetros, o qual, segundo BROCKWELL e DAVIS (2016), são os valores que maximizam a função de verossimilhança L em relação ao conjunto de dados fornecidos referente a série temporal.

Após realizar a estimação do modelo em questão é importante verificar se os dados estão sendo representados adequadamente, caso contrário, se faz necessário buscar um modelo com melhor representatividade. Essa análise pode ser realizada através dos resíduos estimados, que são a diferença entre o valor observado e o valor previsto. Caso o modelo esteja bem representado, o resíduo $\hat{\epsilon}_t$ constituirá um ruído branco. Após obter as estimativas de θ e ϕ , o resíduo estimado é dado por

$$\hat{\epsilon}_t = \hat{\theta}^{-1}(B)\hat{\phi}(B)\Delta^d Y_t. \quad (3.11)$$

Para verificarmos se os resíduos se comportam como ruído branco é fundamental fazer o teste da autocorrelação residual. O teste analisa se os resíduos são não-correlacionados, ou seja, são independentes e identicamente distribuídos. As autocorrelações, denotadas por $\hat{r}_k$, são expressas por:

$$\hat{r}_k = \frac{\sum_{t=k+1}^n \hat{\epsilon}_t \hat{\epsilon}_{t-k}}{\sum_{t=1}^n \hat{\epsilon}_t^2},$$

Para testar se os resíduos apresentam correlação, BOX e PIERCE (1970) sugerem um teste que, apesar de não detectar quebras específicas no comportamento de ruído branco, pode indicar os valores são muito altos. O teste LJUNG e BOX (1978), uma modificação do teste Box-Pierce, tem como hipótese nula $\mathcal{H}_0$: os resíduos são independentes e identicamente distribuídos contra a hipótese alternativa $\mathcal{H}_1$: os resíduos não são independentes e identicamente distribuídos. Assim, segundo MORETTIN (2006b) se o modelo for apropriado, a estatística

$$Q(K) = n(n+2) \sum_{k=1}^K \frac{\hat{r}_k^2}{(n-k)},$$

terá aproximadamente uma distribuição qui-quadrado com $K - p - q$ graus de liberdade. A hipótese nula será rejeitada se $Q(K) > \chi^2_{K-p-q}$, com χ^2_{K-p-q} valor de uma distribuição qui-quadrado com $K - p - q$ graus de liberdade.

3.3 Alisamento Exponencial

Neste tópico citamos os principais conceitos relacionados aos algoritmos de alisamento exponencial. Segundo [MORETTIN \(2006b\)](#), o algoritmo assume que os valores extremos da série representam a aleatoriedade e, assim, por meio da suavização desses extremos, pode-se identificar o padrão básico. Esses algoritmos são muito utilizados para previsões em séries temporais devido a sua simplicidade, eficiência e boa precisão. Para este trabalho, abordamos os algoritmos de alisamento exponencial simples, de Holt e de Holt-Winters.

Primeiramente estudaremos o algoritmo de alisamento exponencial simples, usados em séries que não possuem tendência e sazonalidade. O método tem por finalidade calcular o nível atualizado da série em questão, fazendo uso de uma constante de alisamento, ou suavização, α no decorrer do tempo t . Dessa maneira, o nível atualizado da série é descrito como

$$N_t = \alpha Y_t + (1 - \alpha)N_{t-1}, \quad (3.12)$$

em que, $0 < \alpha < 1$ e $N_{t-1} = \alpha Y_{t-1} + \alpha(1 - \alpha)Y_{t-2} + \dots + \alpha(1 - \alpha)^k Y_{t-k}$. Podemos reescrever a equação (3.12) em termos da proporção com relação ao erro de previsão um passo à frente. De modo que, com $e_t = Y_t - N_{t-1}$ obtemos

$$N_t = N_{t-1} + \alpha e_t,$$

em que $N_{t-1} = \alpha Y_{t-1} + \alpha(1 - \alpha)Y_{t-2} + \dots + \alpha(1 - \alpha)^k Y_{t-k}$ e $0 < \alpha < 1$.

De acordo com [Cowperwait e Metcalfe \(2009, p. 68\)](#), adquirimos um parâmetros de suavização ou alisamento, α minimizando a soma dos erros quadráticos um passo à frente. Logo

$$S_e = \sum_{t=2}^n e_t^2,$$

Nas séries temporais com a presença de tendência utilizamos uma constante de suavização, ou alisamento para modelar a tendência da série. Este método é chamado de alisamento exponencial de Holt. Assim, o algoritmo é definido da

seguinte maneira

$$\begin{aligned}N_t &= \alpha Y_t + (1 - \alpha)(N_{t-1} + T_{t-1}), \\T_t &= \beta(N_t - N_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1},\end{aligned}$$

em que N_t e T_t são as estimativas do nível e da tendência respectivamente, com α e β constantes de alisamento compreendidas no intervalo de $(0, 1)$.

Nos casos que envolvem tendência e sazonalidade fazemos uso do algoritmo de Holt-Winters. Para esse algoritmo temos dois tipos de sazonalidade a considerar, a aditiva, em que o fator sazonal é aditivo e a multiplicativa, no qual o fator sazonal é multiplicativo e, a tendência continua aditiva. O algoritmo de Holt-Winters com sazonalidade aditiva é definido por:

$$\begin{aligned}N_t &= \alpha Y_t S_{t-s} + (1 - \alpha)(N_{t-1} + T_{t-1}), \\T_t &= \beta(N_t - N_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1}, \\S_t &= \gamma(Y_t - N_t) + (1 - \gamma)S_{t-s},\end{aligned}$$

em que α , β e γ são constantes de alisamento compreendidas no intervalo de $(0, 1)$ e s é o período sazonal. Além disso, ainda encontra-se o algoritmo de Holt-Winters com sazonalidade multiplicativa sendo

$$\begin{aligned}N_t &= \alpha \frac{Y_t}{S_{t-s}} + (1 - \alpha)(N_{t-1} + T_{t-1}), \\T_t &= \beta(N_t - N_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1}, \\S_t &= \gamma \frac{Y_t}{N_t} + (1 - \gamma)S_{t-s}.\end{aligned}$$

3.4 Avaliação das previsões de Séries Temporais

Para avaliar as previsões de séries temporais usamos medidas de precisão, com o intuito de verificar quais métodos de previsão obtiveram os melhores resultados. Os modelos que apresentarem os menores valores das medidas são os que apresentam as melhores previsões.

Seja uma série com t observações e N a quantidade de previsões realizadas a partir desses observações, então os erros de previsão são obtidos da seguinte forma

$$e_i = Y_i - \hat{Y}_i,$$

em que Y_i é o valor observado e $\hat{Y}_i$ é o valor previsto da série e $i = 1, \dots, N$ é o índice usado nas medidas que descrevemos a seguir.

Para este trabalho, temos três medidas de precisão para a avaliação das previsões, que são o erro médio (ME), a raiz do erro quadrático médio (RMSE) e o erro absoluto percentual médio (MAPE). As estatísticas das medidas de desempenho são obtidas da seguinte forma:

Erro Médio (ME)

$$\text{ME} = \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e_i \right).$$

Raiz do Erro Quadrático Médio (RMSE)

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e_i^2}.$$

Erro Percentual Absoluto Médio (MAPE)

$$\text{MAPE} = \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |e_i| \right) \times 100.$$

Capítulo 4

Resultados e discussões

4.1 Avaliação da Série Temporal

O período de obtenção dos dados relacionados com a série do volume de água bruta captado pela ETA de Gravatá iniciou-se no dia 24 de agosto de 2017 até 31 de outubro de 2020, totalizando 1165 observações.

Vale ressaltar que devido a um incêndio ocorrido no dia 15 de março ocasionado por uma pane nos equipamentos elétricos da ETA os volumes de água nos dias 16, 17 e 18, do mesmo mês, foram retirados da amostra por apresentarem valores muito baixos. No dia 17 houve a retomada do abastecimento de água em 30%, depois do incêndio ocorrido na ETA e, com isso o volume de água no dia 18 foi de $4865 \text{ m}^3/\text{d}$ (metros cúbicos por dia). Como esse valor está muito abaixo do restante das outras observações foi retirado da série. Desse modo, a série final consta de 1162 observações.

Os dados analisados dessa pesquisa foram as vazões, expressas em metros cúbicos por dia (m^3/d), de duas adutoras que fazem a captação de água bruta da barragem de Boqueirão para a ETA de Gravatá. Essa vazão é registrada através de dois macromedidores instalados nas respectivas adutoras, localizados na chegada da água bruta na ETA.

Diante disso, as informações para a série estudada foram fornecidas pela Gerência de Controle Operacional da Companhia de Água e Esgoto da Paraíba (CA-GEPA), e denominadas de Volume_CG. Na Figura 4.1 podemos identificar no gráfico da série temporal, variações do volume diário de água ao longo do tempo. Os valores mais baixos ocorreram em grande parte devido a interrupções temporárias no fornecimento de água enquanto os maiores valores se deram devido ao consumo elevado de água.

A Tabela 4.1 nos mostra algumas medidas descritivas dos dados. O volume máximo foi de $141.141 \text{ m}^3/\text{d}$, registrado no dia 14 de outubro de 2020, em contra-

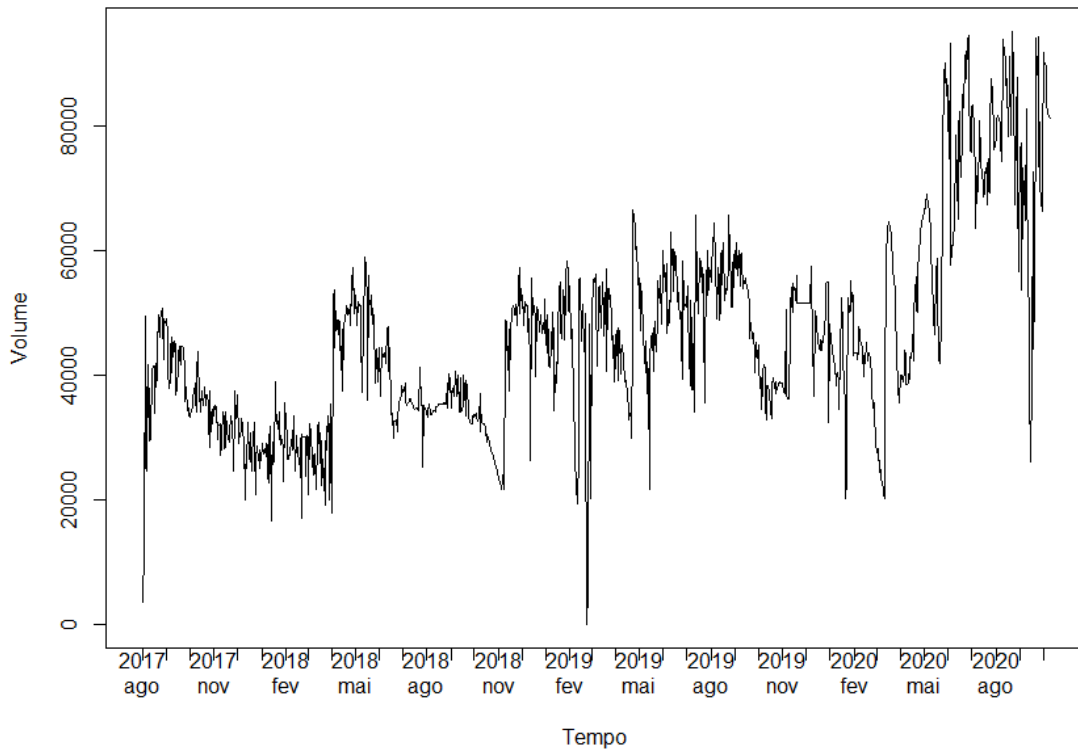


Figura 4.1: Série temporal do volume de água bruta Volume_CG da ETA de Gravatá.

Estatísticas	Mínimo	Mediana	Média	Máximo	Desvio padrão
Valor	20181	81377	84567	141141	16518,11

Tabela 4.1: Medidas descritivas da série temporal.

partida, o volume diário mínimo de 20181 m^3/d foi ocorrido no dia 22 e abril de 2019.

Na Figura 4.2 temos o histograma dos dados do volume de água da ETA de Gravatá, no qual podemos observar que a maior frequência do volume de água ocorre entre 70000 e 80000 m^3/d .

O Gráfico da ACF da Figura 4.3 apresenta um decaimento lento, a medida que o número de defasagens aumenta e, em alguns pontos na defasagem, há um aumento do valor da função de autocorrelação em relação ao valor anterior. Diante disto, é indicado utilizar outra forma de identificação da ordem de médias móveis.

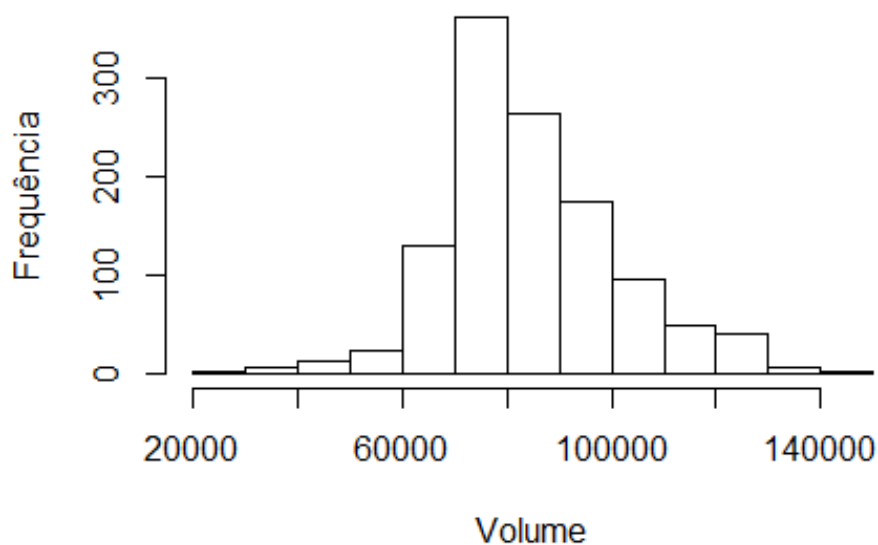


Figura 4.2: Histograma do volume de água bruta da ETA de Gravatá.

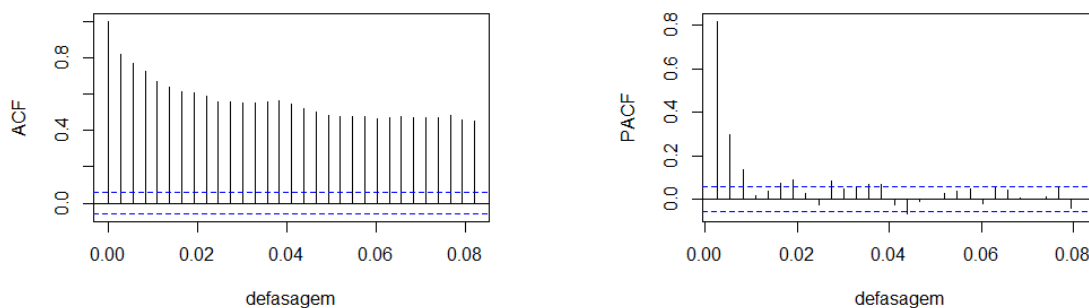


Figura 4.3: Funções de autocorrelação e de autocorrelação parcial.

A Figura 4.3 ainda nos fornece o gráfico de autocorrelação parcial (PACF). Podemos perceber que não há um padrão crescente ou decrescente bem definido, o que dificulta o processo de identificação da ordem do modelo. Portanto, assim como no gráfico da ACF, é necessária outra abordagem de identificação da ordem do modelo.

4.2 Modelagem

Primeiramente, foram realizados alguns testes para determinar existência de tendência e sazonalidade na série temporal, a fim de caracterizar os modelos a serem utilizados.

Para determinarmos a existência de tendência na série utilizamos o teste de Cox Stuard (COX (1955)), realizado por MORETTIN (2006b) os dados são agrupados em pares $(Y_1, Y_{1+c}), \dots, (Y_{c-n}, Y_n)$ em que $c = \frac{n}{2}$ se n for par e $c = \frac{n+1}{2}$ se n for ímpar, com n sendo o número de observações da série. Para $Y_i < Y_{i+c}$ é associado o sinal $+$ e para $Y_i > Y_{i+c}$ o sinal $-$, eliminando os empates. Com isso, a hipótese nula é $\mathcal{H}_0: P(Y_i < Y_{i+c}) = P(Y_i > Y_{i+c}), \forall i$, (não existe tendência), contra a hipótese alternativa $\mathcal{H}_1: P(Y_i < Y_{i+c}) \neq P(Y_i > Y_{i+c}), \forall i$, (existe tendência). A estatística do teste foi igual a 426 e o p -valor obtido foi $< 2,47 \times 10^{-7}$, ou seja, a hipótese nula deve ser rejeitada, indicando a presença de tendência na série temporal.

Em relação a sazonalidade, usamos o teste de Kruskal-Wallis (KRUSKAL e WALLIS (1952)), que tem como hipótese nula, $\mathcal{H}_0$: não existe sazonalidade contra a hipótese alternativa, $\mathcal{H}_1$: existe sazonalidade. De acordo com MORETTIN (2006b), o teste utiliza k amostras relacionadas com o fator sazonal da série, de tamanho n_j , isto é, as observações são Y_{ij} , $j = 1, \dots, k$, $i = 1, \dots, n_j$ e $N = \sum_{j=1}^k n_j$. Substituindo Y_{ij} por R_{ij} , obtidos ordenando as n observações. Seja R_j como sendo a soma dos postos associado a j -ésima coluna, daí temos $R_j = \sum_{i=1}^{n_j} R_{ij}$ com $j = 1, \dots, k$. Com isso, a hipótese nula $\mathcal{H}_0$ é rejeitada se a estatística

$$T_1 = \frac{12}{n(n+1)} \sum_{j=1}^k \frac{R_j^2}{n_j} - 3(n-1),$$

for maior ou igual ao valor crítico obtido de uma distribuição qui-quadrado com $k-1$ graus de liberdade. Assim, obtemos a estatística do teste qui-quadrado $\chi^2 = 1163$, com p -valor = 0,49. Ao nível de significância de 5% não rejeitamos a hipótese nula de que não existe sazonalidade na série temporal do volume de água.

4.2.1 Box-Jenkins

Nesta seção utilizamos os modelos de Box-Jenkins para a obtenção das previsões.

Modelos ARIMA

Para determinar a ordem do modelo ARIMA, primeiramente devemos verificar a estacionariedade da série. Para isso, realizamos os teste de Dickey-Fuller aumentado (DICKEY e FULLER (1979)). O teste consiste em analisar se existe alguma

raiz dentro de um círculo unitário. Dessa forma, caso venha existir pelo menos uma raiz unitária a série é estacionária, de modo contrário, consideraremos o processo não estacionário. Para mais detalhes do teste, ver [MORETTIN \(2006a\)](#).

A partir disso, temos a hipótese nula, $\mathcal{H}_0$: existe pelo menos uma raiz dentro do círculo unitário contra a hipótese alternativa, $\mathcal{H}_1$: não existem raízes no círculo unitário. Com o nível de significância de 5%, obtemos a estatística do teste de $-4,729$ e p -valor de $0,01$. Assim, a hipótese nula deve ser rejeitada e, com isso, temos que série é não estacionária.

Para transformar a série temporal em uma série estacionária fizemos o uso do comando `ndiffs` no **R**, em que a função retorna o número de diferenciações necessárias para tornar o processo estacionário. Desse modo, a série se torna estacionária realizando apenas uma diferenciação.

Diante do que foi visto nos gráficos de ACF e PACF, verificou-se a necessidade de buscar uma outra abordagem para identificar a ordem dos parâmetros p e q . Como encontramos uma diferenciação na série, obtivemos a ordem d igual a 1. Para conseguir os parâmetros p e q , fizemos uso da função `auto.arima` do pacote `forecast` do **R**, que identifica a ordem do modelo.

Os critérios de seleção utilizados para identificar as ordens dos modelos são o AIC e BIC. Com isso, o modelo resultante foi o ARIMA(3,1,2), em relação ao critério AIC, com o valor do AIC = 24392,85. Para o critério BIC o modelo obtido foi o ARIMA(1,1,4) sendo o valor do critério BIC = 24419,85.

Depois de definidos os modelos, o próximo passo consiste em estimar os parâmetros dos modelos. Os resíduos estimados dos modelos ARIMA(3,1,2) e ARIMA(1,1,4) são, respectivamente

$$\hat{\epsilon}_t = (1 - 0,094B - 0,327B^2 - 0,131B^3)(1 - B)Y_t(1 + 0,594B + 0,333B^2)^{-1},$$

$$\hat{\epsilon}_t = (1 - 0,557B)(1 - B)Y_t(1 + 1,055B - 0,240B^2 + 0,005B^3 + 0,101B^4)^{-1}.$$

A próxima etapa é a realização do diagnóstico dos modelos estimados a partir da avaliação dos resíduos. Inicialmente, avaliamos se os resíduos são não-correlacionados, para isso, utilizamos o teste de [LJUNG e BOX \(1978\)](#). Esse teste tem como hipótese nula, $\mathcal{H}_0$: os resíduos são independentes e identicamente distribuídos contra a hipótese alternativa, $\mathcal{H}_1$: os resíduos não são independentes e identicamente distribuídos. Logo, encontramos para o modelo ARIMA(3,1,2) a estatística do teste qui-quadrado $\chi^2 = 0,014$, p -valor de $0,91$, para o modelo ARIMA(1,1,4) a estatística

qui-quadrado $\chi^2 = 0,003$, p -valor = 0,96. Com isso, para os dois modelos, não rejeitamos a hipótese nula de que os resíduos são independentes e identicamente distribuídos. Portanto, verificamos que não há correlação entre os resíduos ao longo do tempo.

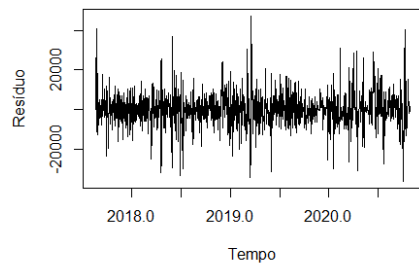
Também examinamos se os resíduos seguem distribuição normal, isto é, se eles tem comportamento de um ruído branco. Dessa forma, fizemos uso do teste de D'AGOSTINO (1970), cuja hipótese nula, $\mathcal{H}_0$: os resíduos seguem distribuição normal contra a hipótese alternativa, $\mathcal{H}_1$: os resíduos não seguem distribuição normal. Assim, para o ARIMA(3, 1, 2) obtemos 0,099 sobre a estatística do teste e p -valor = 0,17, e para o ARIMA(1, 1, 4) a estatística do teste foi 0,081 e seu p -valor de 0,25. Temos então que ao nível de significância de 5% que não rejeitamos a hipótese nula e, que os resíduos da série seguem distribuição normal.

A seguir, nas Figuras 4.4 e 4.5 apresentamos quatro gráficos para a verificação da adequação dos modelos. O Gráfico (a) apresenta os resíduos padronizados versus o tempo. Verificamos que os resíduos estão distribuídos de forma aleatória em torno do zero. Em seguida, temos o Gráfico (b) da autocorrelação residual a fim de analisar a correlação dos resíduos em que observamos valores das autocorrelações foram pequenos, indicando que os resíduos não são correlacionados. O Gráfico (c) apresenta o p -valor do teste de Ljung-Box. É possível constatar que esses resíduos tem comportamento de um ruído branco. E por último, o Gráfico (d) apresenta o QQplot para avaliar a normalidade dos resíduos em relação aos dados da série, onde podemos constatar que há uma concentração da maioria dos pontos próximo a reta, indicando a normalidade dos resíduos.

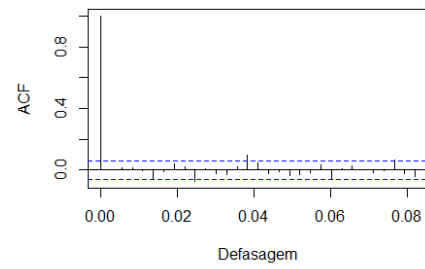
Nas Figuras 4.4 e 4.5 é possível observar que os modelos ARIMA(3, 1, 2) e ARIMA(1, 1, 4) apresentam um bom ajuste de acordo com as informações vistas no parágrafo anterior. Os resultados das previsões dos modelos ARIMA(3, 1, 2) e ARIMA(1, 1, 4) com 7, 14 e 28 observações finais retiradas estão no apêndice A.

Modelos ARIMAX

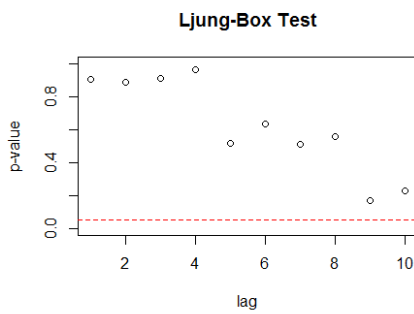
Neste tópico fazemos uso do modelo ARIMAX combinando o modelo ARIMA com uma estrutura de regressão, que assumirá a função de variável independente dos modelos ARIMA estudados na seção anterior. Essas estruturas de regressão são usadas para explicar o comportamento relacionado com a série do consumo diário de água. A primeira estimativa que analisamos é a da tendência estimada obtida no R através da função `STL`, que decompõe a série em componentes sazonais, de tendência e do erro. Em seguida, incluímos a variável dummy em que $X_t = 1$, se t está no intervalo de 20 de março de 2020 à 31 de outubro de 2020, representando o período referente à pandemia da COVID-19, e $X_t = 0$ caso contrário. E por fim, incluímos



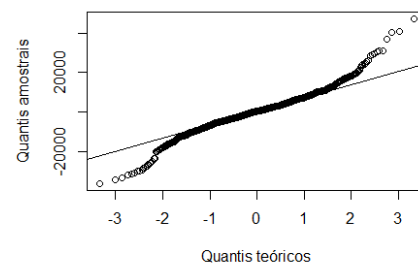
(a) Resíduo padronizado



(b) ACF

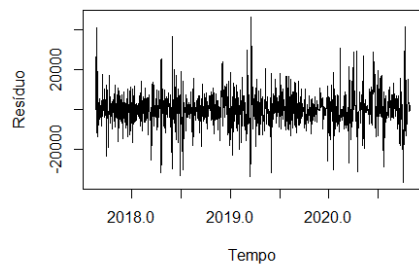


(c) Teste Ljung-Box

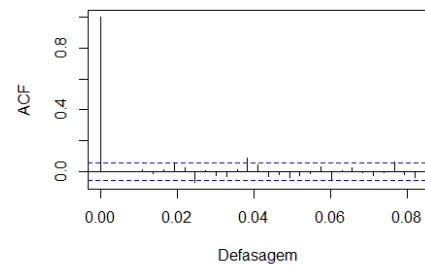


(d) QQplot

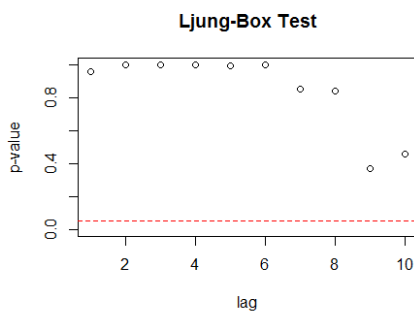
Figura 4.4: Gráficos dos resíduos ARIMA(3,1,2).



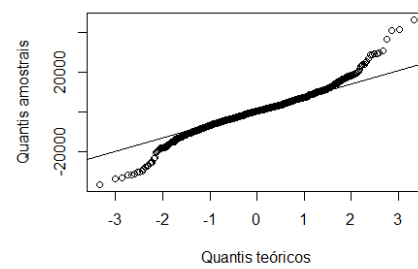
(a) Resíduo padronizado



(b) ACF



(c) Teste Ljung-Box



(d) QQplot

Figura 4.5: Gráficos dos resíduos ARIMA(1,1,4).

a variável referente a temperatura média registrada na região de Campina Grande.

Para as próximas etapas do trabalho, representamos os modelos ARIMAX de maneira simplificada para facilitar algumas aplicações do método. Desse modo, representamos os modelos ARIMAX(3,1,2) e ARIMAX(1,1,4) com regressores da tendência, representado por $\text{ARIMAX}_{\{\text{AIC}, \text{tend}\}}(3, 1, 2)$ e $\text{ARIMAX}_{\{\text{BIC}, \text{tend}\}}(1, 1, 4)$, da variável dummy, representado por $\text{ARIMAX}_{\{\text{AIC}, \text{dummy}\}}(3, 1, 2)$ e $\text{ARIMAX}_{\{\text{BIC}, \text{dummy}\}}(1, 1, 4)$, a temperatura sendo $\text{ARIMAX}_{\{\text{AIC}, \text{temp}\}}(3, 1, 2)$ e $\text{ARIMAX}_{\{\text{BIC}, \text{temp}\}}(1, 1, 4)$.

Os primeiros modelos que analisamos são os modelos $\text{ARIMAX}_{\{\text{AIC}, \text{tend}\}}(3, 1, 2)$ e $\text{ARIMAX}_{\{\text{BIC}, \text{tend}\}}(1, 1, 4)$ com variável independente sendo a estimativa da tendência. Assim, estimando os modelos encontramos, para o $\text{ARIMAX}_{\{\text{AIC}, \text{tend}\}}(3, 1, 2)$ o $\text{AIC} = 24393,78$ e no modelo $\text{ARIMAX}_{\{\text{BIC}, \text{tend}\}}(1, 1, 4)$ encontramos o $\text{BIC} = 24426,02$.

Os modelos seguintes que analisamos são os modelos $\text{ARIMAX}_{\{\text{AIC}, \text{dummy}\}}(3, 1, 2)$ e $\text{ARIMAX}_{\{\text{BIC}, \text{dummy}\}}(1, 1, 4)$ com componente regressivo as variáveis dummies, que são variáveis binárias, que assumem valores 0 ou 1, para mais detalhes ver [GUJARATI e PORTER](#). Para o nosso caso, a variável dummy assume 1, indicando o período pandêmico causado pela COVID-19, no qual o início do isolamento social se deu a partir do decreto municipal 4466 de 20 de março de 2020, que determinou o fechamento de determinados seguimentos do comércio, igrejas, escolas e entre outros.

Os próximos modelos de regressão que estudamos são os modelos $\text{ARIMAX}_{\{\text{AIC}, \text{temp}\}}(3, 1, 2)$ e $\text{ARIMAX}_{\{\text{BIC}, \text{temp}\}}(1, 1, 4)$, tendo como variáveis independentes as temperaturas diárias da região de Campina Grande. Os dados referentes à temperatura foram obtidos no [IMNET \(2020\)](#), Instituto Nacional de Meteorologia, órgão do Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento, que tem como uma de suas funções, em nível nacional, o monitoramento diário do tempo. Com isso, os dados tomados para a variável regressora são a média entre a temperatura diária máxima e a mínima registrada no horário das 12:00 na estação de Campina Grande, levando em conta o aumento do consumo de água registrado nesse horário.

Também, da mesma forma que avaliamos os resíduos do modelo ARIMA, avaliamos se os resíduos dos modelos ARIMAX não são correlacionados e seguem distribuição normal. De maneira análoga, a Tabela 4.2 apresenta os resultados da estatística do teste qui-quadrado χ^2 e o p -valor do teste Ljung-Box com a hipótese nula, $\mathcal{H}_0$: os resíduos são independentes e identicamente distribuídos contra a hipótese alternativa, $\mathcal{H}_1$: os resíduos não são independentes e identicamente distribuídos para os modelos ARIMAX(3, 1, 2) e ARIMAX(1, 1, 4) com as variáveis independentes da tendência, variável dummy e temperatura.

De acordo com os resultados obtidos no teste dispostos na Tabela 4.2, em

Teste Ljung-Box		
Modelos	Estatística do teste	p -valor
ARIMAX _{AIC,tend} (3, 1, 2)	0,020	0,89
ARIMAX _{BIC,tend} (1, 1, 4)	0,005	0,94
ARIMAX _{AIC,dummy} (3, 1, 2)	0,018	0,89
ARIMAX _{BIC,dummy} (1, 1, 4)	0,004	0,95
ARIMAX _{AIC,temp} (3, 1, 2)	0,013	0,91
ARIMAX _{BIC,temp} (1, 1, 4)	0,001	0,97

Tabela 4.2: Teste Ljung-Box para os modelos ARIMAX(3, 1, 2) e ARIMAX(1, 1, 4) com as variáveis independentes da tendência, variável dummy e temperatura.

todos os casos, ao nível de significância de 5%, não rejeitamos a hipótese nula que os resíduos são independentes e identicamente distribuídos.

No teste de D'Agostino-Pearson, como nos modelos ARIMA, mais uma vez temos como a hipótese nula, $\mathcal{H}_0$: os resíduos seguem distribuição normal contra a hipótese alternativa, $\mathcal{H}_1$: os resíduos não seguem distribuição normal. Na Tabela 4.3 estão os resultados da estatística do teste e o p -valor para os modelos ARIMAX(3, 1, 2) e ARIMAX(1, 1, 4) com as variáveis independentes da tendência, variável dummy e temperatura.

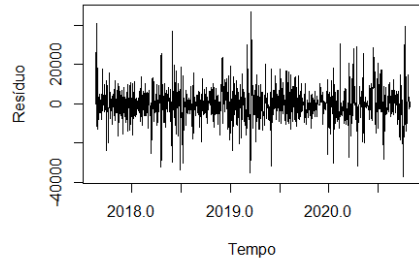
Teste de normalidade		
Modelos	Estatística do teste	p -valor
ARIMAX _{AIC,tend} (3, 1, 2)	0,079	0,27
ARIMAX _{BIC,tend} (1, 1, 4)	0,064	0,37
ARIMAX _{AIC,dummy} (3, 1, 2)	0,094	0,19
ARIMAX _{BIC,dummy} (1, 1, 4)	0,077	0,28
ARIMAX _{AIC,temp} (3, 1, 2)	0,098	0,17
ARIMAX _{BIC,temp} (1, 1, 4)	0,080	0,26

Tabela 4.3: Teste de normalidade para os modelos ARIMAX(3, 1, 2) e ARIMAX(1, 1, 4) com as variáveis independentes da tendência, variável dummy e temperatura.

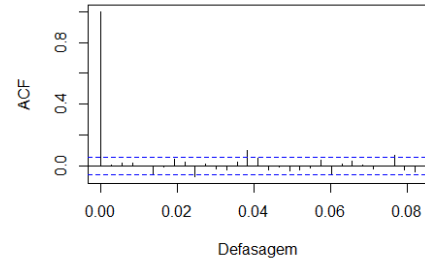
Considerando os resultados encontrados no teste dispostos na Tabela 4.3, em todas variáveis regressoras, ao nível de significância de 5%, não rejeitamos a hipótese nula que os resíduos seguem distribuição normal.

As Figuras 4.6, 4.7, 4.8, 4.9, 4.10 e 4.11 mostram os gráficos dos resíduos, da Autocorrelação residual, do teste Ljung-Box e do QQplot respectivamente dos modelos ARIMAX com os regressores da estimativa da tendência, da variável dummy e da temperatura de Campina Grande.

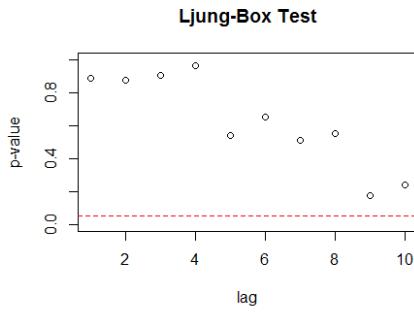
Nas Figuras 4.6, 4.7, 4.8, 4.9, 4.10 e 4.11, apresentamos, assim como nos modelos ARIMA, quatro gráficos para a verificação da adequação dos modelos. Percebemos



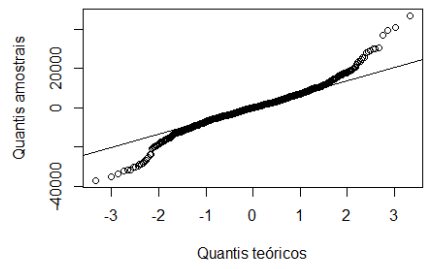
(a) Resíduo padronizado



(b) ACF

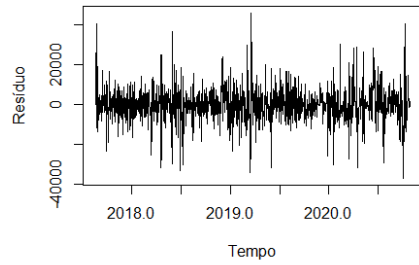


(c) Teste Ljung-Box

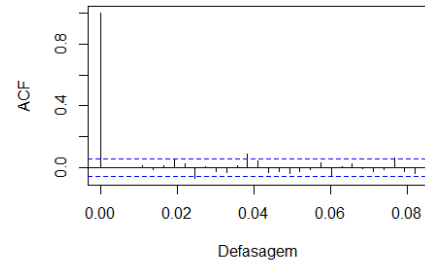


(d) QQplot

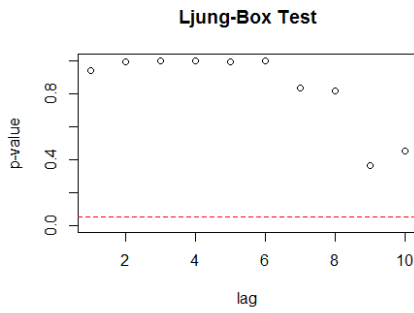
Figura 4.6: Gráficos dos resíduos $\text{ARIMAX}_{\{\text{AIC}, \text{tend}\}}(3, 1, 2)$.



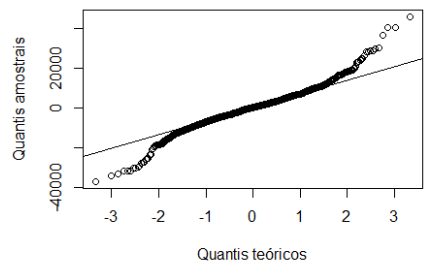
(a) Resíduo padronizado



(b) ACF

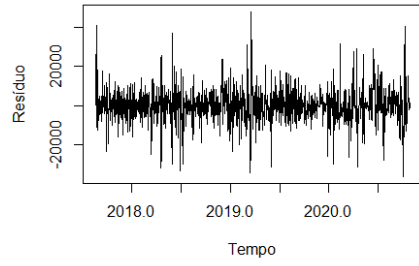


(c) Teste Ljung-Box

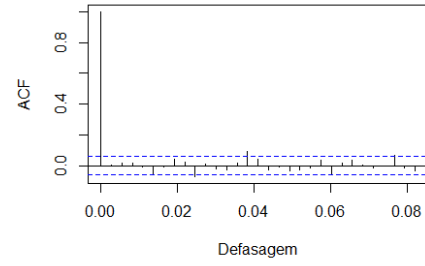


(d) QQplot

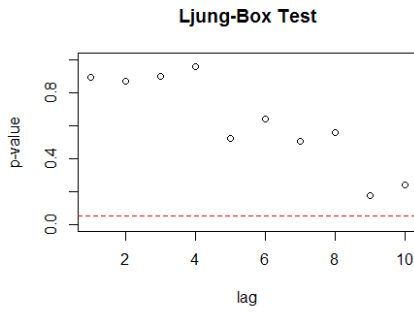
Figura 4.7: Gráficos dos resíduos $\text{ARIMAX}_{\{\text{BIC}, \text{tend}\}}(1, 1, 4)$.



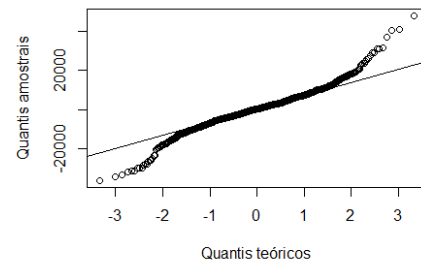
(a) Resíduo padronizado



(b) ACF

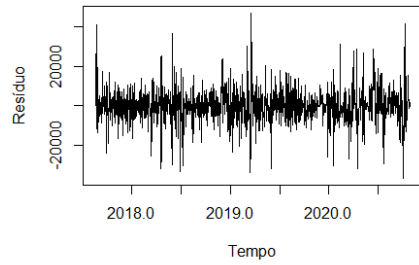


(c) Teste Ljung-Box

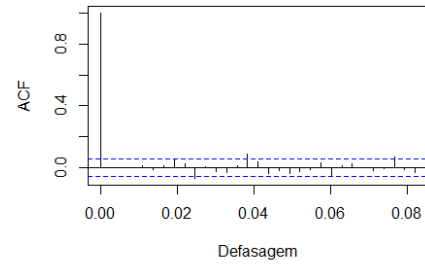


(d) QQplot

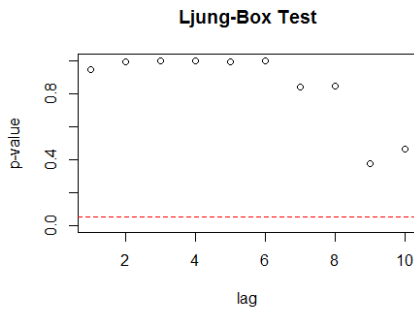
Figura 4.8: Gráficos dos resíduos $\text{ARIMAX}_{\{\text{AIC,dummy}\}}(3, 1, 2)$.



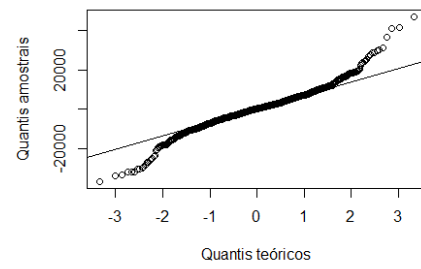
(a) Resíduo padronizado



(b) ACF

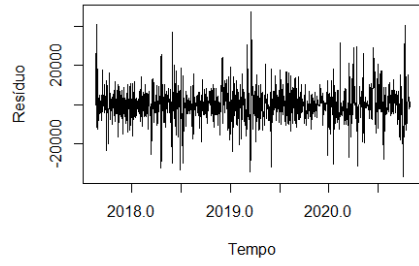


(c) Teste Ljung-Box

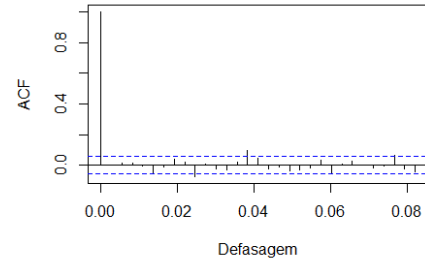


(d) QQplot

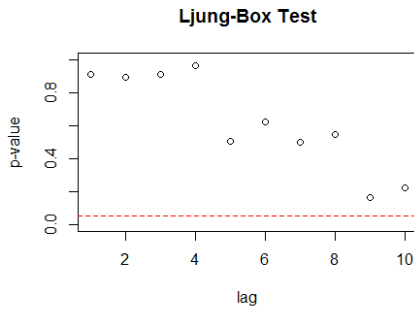
Figura 4.9: Gráficos dos resíduos $\text{ARIMAX}_{\{\text{BIC,dummy}\}}(1, 1, 4)$.



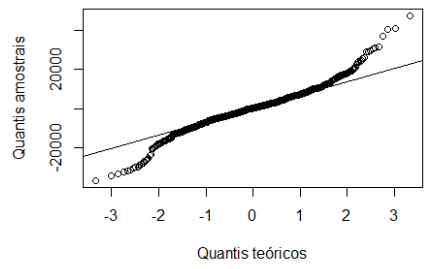
(a) Resíduo padronizado



(b) ACF

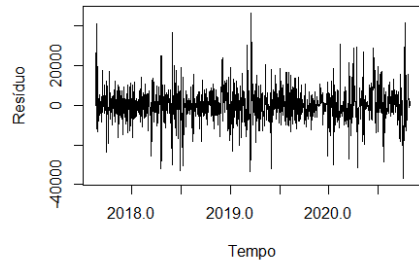


(c) Teste Ljung-Box

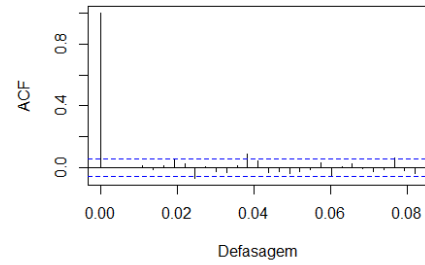


(d) QQplot

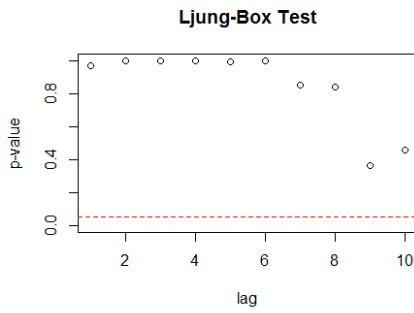
Figura 4.10: Gráficos dos resíduos $\text{ARIMAX}_{\{\text{AIC,temp}\}}(3, 1, 2)$.



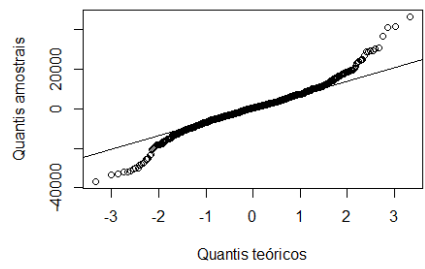
(a) Resíduo padronizado



(b) ACF



(c) Teste Ljung-Box



(d) QQplot

Figura 4.11: Gráficos dos resíduos $\text{ARIMAX}_{\{\text{BIC,temp}\}}(1, 1, 4)$.

que, em todos os casos, o Gráfico (a) apresenta os resíduos padronizados versus o tempo. Verificamos que os resíduos estão distribuídos de forma aleatória em torno do zero. O Gráfico (b) da autocorrelação residual percebemos que os resíduos são não-correlacionados. O Gráfico (c) apresenta o p -valor do teste de Ljung-Box. Podemos constatar que esses resíduos tem comportamento de um ruído branco. E finalmente, o Gráfico (d) apresenta o QQplot para avaliar a normalidade dos resíduos em relação aos dados da série, onde podemos constatar que há uma concentração da maioria dos pontos próximo a reta, indicando a normalidade dos resíduos. Os resultados das previsões com os modelos ARIMAX encontram-se disponíveis no apêndice A.

4.2.2 Alisamento Exponencial

Nesta seção utilizamos o algoritmo de alisamento exponencial. Para isso, fizemos comparações das previsões nas medidas de precisão do erro médio (ME), da raiz do erro quadrático médio (RMSE) e do erro absoluto percentual médio (MAPE) considerando 1, 3 e 7 passos à frente com o intuito de analisar a capacidade de previsão. Ainda com o objetivo de verificar o comportamento das previsões em tempos distintos, retiramos as últimas observações da série temporal, em três casos, com 7, 14 e 28, gerando três séries temporais com 1154, 1147 e 1133 observações respectivamente.

Os resultados obtidos das previsões a partir dos algoritmos de alisamento exponencial que estudamos estão em tabelas, onde constam a data da previsão, o valor real das observações, a previsão obtida pelo modelo e o intervalo de confiança de 95%, em que o menor valor do intervalo está representado por IC_{inf} 95% e o maior valor desse intervalo por IC_{sup} 95%.

Usamos a série em termos do alisamento exponencial com a constante de suavização α e a constante relacionada à tendência β . Fizemos isso, a partir do método de Holt, descrito no Capítulo 3 desta dissertação. As Tabelas 4.4, 4.6 e 4.8 apresentam as previsões realizadas das séries com as 7, 14 e 28 observações finais removidas pelo algoritmo exponencial Holt, ao nível de confiança de 95%. Em seguida, temos as Tabelas 4.5, 4.7 e 4.9, onde temos o erro médio (ME), a raiz do erro quadrático médio (RMSE) e o erro absoluto percentual médio (MAPE) com 1, 3 e 7 passos à frente, pelo algoritmo de alisamento exponencial de Holt das séries com as 7, 14 e 28 últimas observações retiradas.

Pelos resultados encontrados, com as 7 últimas observações retiradas, temos os valores de $\alpha = 0,53$ e $\beta = 0,004$. E de acordo com a Tabela 4.5, para as três medida de precisão ME, RMSE e MAPE os menores valores foram obtidos com 7 passos à frente.

Para o caso em que foram retiradas as 14 últimas observações obtemos os

Data	Valor real	Previsão	IC _{inf} 95%	IC _{sup} 95%
24/10/2020	126165	121069,6	103190,05	138949,1
25/10/2020	125688	121234,9	100935,45	141534,4
26/10/2020	122669	121400,2	98902,97	143897,5
27/10/2020	121088	121565,5	97032,52	146098,6
28/10/2020	118163	121730,9	95286,38	148175,3
29/10/2020	117118	121896,2	93639,05	150153,3
30/10/2020	118643	122061,5	92072,36	152050,6

Tabela 4.4: Previsão com o algoritmo de alisamento Exponencial de Holt com as 7 últimas observações retiradas.

Alisamento Exponencial Holt			
Medida de precisão	1 passos à frente	3 passos à frente	7 passos à frente
ME	5095,4	3605,77	-203,54
RMSE	5095,4	3975,05	3681,58
MAPE	4,04	2,87	2,71

Tabela 4.5: Medidas de precisão para 1, 3, 7 passos à frente do algoritmo Holt com as 7 últimas observações retiradas.

Data	Valor real	Previsão	IC _{inf} 95%	IC _{sup} 95%
17/10/2020	118596	137540,5	119694,0	155386,9
18/10/2020	119199	137868,1	117606,7	158129,5
19/10/2020	115959	138195,7	115740,4	160651,0
20/10/2020	106215	138523,3	114035,3	163011,4
21/10/2020	107724	138851,0	112453,8	165248,2
22/10/2020	115500	139178,6	110970,5	167386,7
23/10/2020	127797	139506,2	109567,4	169445,0

Tabela 4.6: Previsão com o algoritmo de alisamento Exponencial de Holt com as 14 últimas observações retiradas.

Alisamento Exponencial Holt			
Medida de precisão	1 passos à frente	3 passos à frente	7 passos à frente
ME	-18944,50	-19950,10	-22667,6
RMSE	18944,50	20015,83	23641,36
MAPE	15,97	16,94	19,97

Tabela 4.7: Medidas de precisão para 1, 3, 7 passos à frente do algoritmo Holt com as 14 últimas observações retiradas.

valores das constantes $\alpha = 0,53$ e $\beta = 0,005$. Na Tabela 4.7 temos que para as medidas de precisão ME, RSME e MAPE os resultados foram menores com 1 passo à frente.

Por fim, retirando as últimas 28 observações da série temporal, vamos ter os valores das constantes de alisamento $\alpha = 0,51$ e $\beta = 0,005$. Na tabela 4.9 podemos perceber que o menor valor foi encontrado com 1 passo à frente nas medidas de

Data	Valor real	Previsão	IC _{inf} 95%	IC _{sup} 95%
03/10/2020	110557	113570,9	96174,97	130966,8
04/10/2020	76576	113677,9	94093,52	133262,4
05/10/2020	76901	113785,0	92196,27	135373,8
06/10/2020	77444	113892,1	90435,63	137348,6
07/10/2020	74043	113999,2	88780,93	139217,4
08/10/2020	87143	114106,3	87211,04	141001,5
09/10/2020	120532	114213,3	85710,73	142715,9

Tabela 4.8: Previsão com o algoritmo de alisamento Exponencial de Holt com as 28 últimas observações retiradas.

Alisamento Exponencial Holt			
Medida de precisão	1 passos à frente	3 passos à frente	7 passos à frente
ME	-3013,9	-25666,60	-24864,10
RMSE	3013,90	30254,83	30326,72
MAPE	2,73	33,05	33,76

Tabela 4.9: Medidas de precisão para 1, 3, 7 passos à frente do algoritmo Holt com as 28 últimas observações retiradas.

precisão ME, RMSE e MAPE.

Um detalhe a considerar é que, algumas previsões obtidas estão fora do intervalo de confiança de 95%. Esse fato pode ser justificado por alguma variação no consumo de água, como uma mudança brusca de temperatura ou um problema operacional, resultando em valores diferentes do que estava sendo registrado no referente período.

4.2.3 Comparação dos Resultados

Nesta seção fazemos uma comparação dos resultados encontrados a partir dos modelos ARIMA, ARIMAX, com variáveis independentes sendo a estimativa da tendência, a variável dummy e a temperatura diária da região de Campina Grande vistos anteriormente.

Nas tabelas 4.10, 4.11 e 4.12 temos os resultados dos erros de previsão dos modelos ARIMA(3,1,2), ARIMA(1,1,4), ARIMAX_{AIC,tend}(3,1,2), ARIMAX_{BIC,tend}(1,1,4), ARIMAX_{AIC,dummy}(3,1,2), ARIMAX_{BIC,dummy}(1,1,4), ARIMAX_{AIC,temp}(3,1,2) e ARIMAX_{BIC,temp}(1,1,4) das séries temporais com 7, 14 e 28 últimas observações removidas, com 1, 3 e 7 passos à frente. A utilização dessas tabelas nos permite uma melhor comparação dos resultados encontrados na simulação para cada modelo estudado, permitindo avaliar quais foram os menores valores obtidos para as medidas utilizadas. Assim como no alisamento exponencial, temos as tabelas onde constam a data da previsão, o valor real das observações, a previsão obtida pelo modelo e o intervalo de confiança

de 95%, em que o menor valor do intervalo está representado por IC_{inf} 95% e o maior valor desse intervalo por IC_{sup} 95%.

ARIMA(3,1,2)			
Medida de precisão	1 passos à frente	3 passos à frente	7 passos à frente
ME	5612,50	5011,73	3107,51
RMSE	5612,50	5108,89	3683,64
MAPE	4,45	4,00	2,52
ARIMA(1,1,4)			
Medida de precisão	1 passos à frente	3 passos à frente	7 passos à frente
ME	5345,70	4296,6	2914,8
RMSE	5345,70	4457,61	3323,59
MAPE	4,24	3,43	2,37
ARIMAX _{AIC,tend} (3,1,2)			
Medida de precisão	1 passos à frente	3 passos à frente	7 passos à frente
ME	43281,47	42462,58	40255,03
RMSE	43281,47	42477,82	40317,63
MAPE	34,30	34,01	33,14
ARIMAX _{BIC,tend} (1,1,4)			
Medida de precisão	1 passos à frente	3 passos à frente	7 passos à frente
ME	41857,32	40633,32	39000,62
RMSE	41857,32	40654,71	39042,76
MAPE	33,18	32,54	32,12
ARIMAX _{AIC,dummy} (3,1,2)			
Medida de precisão	1 passos à frente	3 passos à frente	7 passos à frente
ME	19182,4	18508,90	16533,91
RMSE	19182,4	18537,75	16659,27
MAPE	15,20	14,82	13,59
ARIMAX _{BIC,dummy} (1,1,4)			
Medida de precisão	1 passos à frente	3 passos à frente	7 passos à frente
ME	18665,20	17540,2	16090,71
RMSE	18665,20	17583,5	16175,93
MAPE	14,79	14,04	13,23
ARIMAX _{AIC,temp} (3,1,2)			
Medida de precisão	1 passos à frente	3 passos à frente	7 passos à frente
ME	5451,9	4747,47	2901,37
RMSE	5451,9	4846,53	3486,38
MAPE	4,32	3,79	2,35
ARIMAX _{BIC,temp} (1,1,4)			
Medida de precisão	1 passos à frente	3 passos à frente	7 passos à frente
ME	5172,10	4006,10	2685,47
RMSE	5172,10	4180,63	3106,43
MAPE	4,10	3,20	2,18

Tabela 4.10: Medidas de precisão para 1, 3, 7 passos à frente dos modelos Box-Jenkins com as 7 últimas observações retiradas.

Diante dos resultados da Tabela 4.10, para a série com as 7 últimas observações removidas observamos que para 1, 3 e 7 passos à frente, o modelo $\text{ARIMAX}_{\{\text{BIC,temp}\}}(1, 1, 4)$ teve os menores valores em relação aos demais modelos com as medidas de precisão ME, RMSE e MAPE.

Na Tabela 4.11 temos que, para a medida de precisão ME o modelo $\text{ARIMAX}_{\{\text{AIC,dummy}\}}(3, 1, 2)$ produziu os menores valores em 1, 3 e 7 passos à frente na série, com as 14 últimas observações removidas em relação aos demais modelos. O modelo teve o menor valor do erro com 1 passo à frente. Na medida de precisão RMSE os menores valores também foram obtidos com o modelo $\text{ARIMAX}_{\{\text{AIC,dummy}\}}(3, 1, 2)$ para 1, 3 e 7 passos à frente, com o menor valor, dentre eles, o com 1 passo adiante. Da mesma forma, o menor valor para a medida de precisão MAPE foi novamente obtido no modelo $\text{ARIMAX}_{\{\text{AIC,dummy}\}}(3, 1, 2)$ para os três passos à frente analisados, e o menor valor foi com 1 passo à frente.

Na Tabela 4.12, considerando a série com 28 observações finais removidas, podemos observar que para 1 passo à frente o modelo $\text{ARIMA}(1,1,4)$ obteve os menores valores nas medidas de precisão ME, RMSE e MAPE. Para 3 passos à frente o modelo que obteve o menor valor foi o $\text{ARIMAX}_{\{\text{BIC,tend}\}}(1, 1, 4)$, para as medidas de precisão ME, RMSE e MAPE. Da mesma forma, em que ocorreu para 3 passos à frente, o modelo $\text{ARIMAX}_{\{\text{BIC,tend}\}}(1, 1, 4)$ novamente apresentou os menores valores com as medidas ME, RMSE e MAPE.

Diante desses resultados, o modelo escolhido a partir dos menores valores da medida de precisão foi o $\text{ARIMAX}_{\{\text{BIC,temp}\}}(1, 1, 4)$. Na Tabela B.7 temos as previsões obtidas no modelo $\text{ARIMAX}_{\{\text{BIC,temp}\}}(1, 1, 4)$, com o valor da previsão e o intervalo de confiança de 95%, onde o menor valor do intervalo é representado por IC_{inf} 95% e o maior valor desse intervalo representado por IC_{sup} 95%.

ARIMA(3,1,2)			
Medida de precisão	1 passos à frente	3 passos à frente	7 passos à frente
ME	-13475, 50	-11209, 23	-9145, 43
RMSE	13475, 50	11327, 92	11989, 55
MAPE	11, 36	9, 50	9, 96
ARIMA(1,1,4)			
Medida de precisão	1 passos à frente	3 passos à frente	7 passos à frente
ME	-13588, 00	-9702, 57	-6530, 51
RMSE	13588, 00	10085, 19	10365, 31
MAPE	11, 46	8, 22	8, 38
ARIMAX _{AIC,tend} (3, 1, 2)			
Medida de precisão	1 passos à frente	3 passos à frente	7 passos à frente
ME	27700, 24	29719, 47	31451, 83
RMSE	27700, 24	29756, 72	32358, 19
MAPE	23, 36	25, 21	26, 91
ARIMAX _{BIC,tend} (1, 1, 4)			
Medida de precisão	1 passos à frente	3 passos à frente	7 passos à frente
ME	24293, 84	27920, 33	30829, 71
RMSE	24293, 84	28037, 93	31831, 15
MAPE	20, 48	23, 69	26, 40
ARIMAX _{AIC,dummy} (3, 1, 2)			
Medida de precisão	1 passos à frente	3 passos à frente	7 passos à frente
ME	7, 30	2181, 63	4155, 21
RMSE	7, 30	2692, 39	8764, 00
MAPE	0, 006	1, 85	4, 86
ARIMAX _{BIC,dummy} (1, 1, 4)			
Medida de precisão	1 passos à frente	3 passos à frente	7 passos à frente
ME	-131, 20	3682, 13	6769, 79
RMSE	131, 20	4565, 78	10480, 45
MAPE	0, 11	3, 21	5, 87
ARIMAX _{AIC,temp} (3, 1, 2)			
Medida de precisão	1 passos à frente	3 passos à frente	7 passos à frente
ME	-13544, 30	-11424, 67	-9272, 04
RMSE	13544, 30	11525, 06	12103, 58
MAPE	11, 42	9, 69	10, 06
ARIMAX _{BIC,temp} (1, 1, 4)			
Medida de precisão	1 passos à frente	3 passos à frente	7 passos à frente
ME	-13789, 20	-10069, 50	-6815, 83
RMSE	13789, 20	10409, 86	10573, 89
MAPE	11, 63	8, 53	8, 58

Tabela 4.11: Medidas de precisão para 1, 3, 7 passos à frente dos modelos Box-Jenkins com as 14 últimas observações retiradas.

ARIMA(3,1,2)			
Medida de precisão	1 passo à frente	3 passos à frente	7 passos à frente
ME	-3613,60	-26584,33	-26069,39
RMSE	3613,60	31153,85	31357,57
MAPE	3,27	34,16	34,83
ARIMA(1,1,4)			
Medida de precisão	1 passo à frente	3 passos à frente	7 passos à frente
ME	-3365,70	-26621,67	-26131,23
RMSE	3365,70	31291,14	31474,31
MAPE	3,04	34,24	34,92
ARIMAX _{AIC,tend} (3,1,2)			
Medida de precisão	1 passo à frente	3 passos à frente	7 passos à frente
ME	36252,65	13064,54	13256,21
RMSE	36252,65	20964,89	21891,81
MAPE	32,79	12,21	12,86
ARIMAX _{BIC,tend} (1,1,4)			
Medida de precisão	1 passo à frente	3 passos à frente	7 passos à frente
ME	34107,84	10665,04	10876,37
RMSE	34107,84	19711,07	20651,06
MAPE	30,85	11,20	12,17
ARIMAX _{AIC,dummy} (3,1,2)			
Medida de precisão	1 passo à frente	3 passos à frente	7 passos à frente
ME	10439,7	-12507,43	-11965,77
RMSE	10439,7	20487,34	21137,10
MAPE	9,44	23,98	24,50
ARIMAX _{BIC,dummy} (1,1,4)			
Medida de precisão	1 passo à frente	3 passos à frente	7 passos à frente
ME	10770,38	-12456,39	-11911,84
RMSE	10770,38	20613,28	21205,70
MAPE	9,74	24,16	24,58
ARIMAX _{AIC,temp} (3,1,2)			
Medida de precisão	1 passo à frente	3 passos à frente	7 passos à frente
ME	-3679,70	-26721,10	-26172,31
RMSE	3679,70	31296,73	31459,87
MAPE	3,33	34,33	34,94
ARIMAX _{BIC,temp} (1,1,4)			
Medida de precisão	1 passo à frente	3 passos à frente	7 passos à frente
ME	-3432,1	-26753,67	-26231,83
RMSE	3432,1	31427,89	31572,80
MAPE	3,10	34,41	35,04

Tabela 4.12: Medidas de precisão para 1, 3, 7 passos à frente dos modelos Box-Jenkins com as 28 últimas observações retiradas.

Data	Previsão	IC _{inf} 95%	IC _{sup} 95%
01/11/2020	117866,5	100631,95	135101,0
02/11/2020	118052,8	98763,02	137342,7
03/11/2020	117708,6	96819,11	138598,0
04/11/2020	117432,2	95222,76	139641,7
05/11/2020	117393,2	94500,01	140286,3
06/11/2020	117219,5	93899,05	140539,9
07/11/2020	117212,1	93579,99	140844,2

Tabela 4.13: Previsão com o modelo $\text{ARIMAX}_{\{\text{BIC,temp}\}}(1, 1, 4)$.

Capítulo 5

Conclusões

O presente trabalho teve como intuito fazer um estudo de previsão do consumo de água a partir do volume captado diariamente no açude de Boqueirão que abastece a região de Campina Grande e cidades próximas a ela. Utilizamos os modelos de previsão ARIMA, ARIMAX com variáveis regressoras, a estimativa da tendência, a variável dummy e a temperatura da região de Campina Grande, e também o alisamento exponencial Holt. Depois de identificar, estimar e diagnosticar os modelos descritos, foram feitas comparações com os resultados obtidos das séries com as 7, 14 e 28 últimas observações retiradas e verificando os menores valores obtidos para as medidas de precisão ME, RMSE e MAPE. Assim, de acordo com os valores encontrados no capítulo anterior chegamos as seguintes conclusões:

Avaliando a capacidade preditiva entre o algoritmo de alisamento exponencial de Holt e os modelos Box-Jenkins temos que, em relação a série com as 7 últimas observações removidas, para a medida de previsão ME, o algoritmo de alisamento exponencial obteve melhores resultados e, para as medidas RMSE e MAPE, o modelo $\text{ARIMAX}_{\{\text{BIC,temp}\}}(1, 1, 4)$ tiveram os menores valores. Para a série com as 14 últimas observações retiradas, os melhores resultados preditivos foram obtidos pelo modelo $\text{ARIMAX}_{\{\text{BIC,dummy}\}}(3, 1, 2)$ para as três medidas de precisão. Por fim, no caso da série com as 28 últimas observações removidas, o modelo $\text{ARIMAX}_{\{\text{BIC,tend}\}}(1, 1, 4)$ tiveram os valores de previsão mais próximos dos valores reais.

Os modelos Box-Jenkins obtidos a partir do critério de seleção BIC demonstraram resultados melhores, comparados aos modelos obtidos com o AIC.

Os modelos ARIMAX se mostraram mais precisos quanto as demais metodologias. Uma vez que, a aplicação de variáveis que explicam o comportamento da série temporal nos proporcionou resultados mais precisos, ocasionando em medidas de precisão menores e valores preditivos mais próximos da realidade.

Portanto, depois de analisado os resultados obtidos das séries com as 7, 14 e 28 das últimas observações removidas e os menores valores das medidas de precisão ME,

RMSE e MAPE, podemos concluir que o modelo $\text{ARIMAX}_{\{\text{BIC,temp}\}}(1, 1, 4)$ é o mais indicado para a predição da série temporal do consumo de água da ETA de Campina Grande. Assim, a previsão obtida a partir do modelo $\text{ARIMAX}_{\{\text{BIC,temp}\}}(1, 1, 4)$ nos mostra que o consumo de água aumentou no período referente ao que consta na Tabela B.7, o que coincide com o período de isolamento social diante da pandemia do Coronavírus e o período de estiagem da região segundo os dados do [IMNET \(2020\)](#). Dessa forma, podemos afirmar que a concentração de grande parte da população em suas residências e a elevação das temperaturas podem ser fatores que contribuam significativamente para um maior consumo de água, durante os primeiros sete dias do mês de novembro do ano de 2020.

Referências Bibliográficas

- “Cagepa conclui serviços na ETA de Gravatá e sistema volta a operar com capacidade máxima”, Disponível em: <<http://www.cagepa.pb.gov.br>>.
- “ONU. Organização das Nações Unidas”. <http://www.onu.org.br/rio20/img/2012/01/agenda21.pdf>. acessado em 04/04/2021.
- “Como funciona as etapas para o tratamento de água”, Disponível em: <<https://www.tratamentodeagua.com.br/artigo/etapas-tratamento-agua/>>.
- AKAIKE, H., 1974, *A new look at the statistical model identification*. Boston, IEEE Transactions on AutomaticControl.
- ALBUQUERQUE, R. C. D., 2015. “Modelagem em séries temporais aplicados a dados climatológicos no sertão paraibano”. .
- ALMEIDA, T. M. V., GADELHA, C. L. M., JÚNIOR, W. R. D. S., et al., 2005, “Caracterização da água de lavagem de uma estação de tratamento de água, com vistas ao reúso”, *Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental*, v. 9, pp. 191–196.
- ANA, 2019. “Agência Nacional de Águas e Saneamento Básico”. <http://www3.ana.gov.br/portal/ANA/panorama-das-aguas/agua-no-mundo#>. acessado em 07/04/2021.
- BOX, G., JENKINS, G., 1970, *Time Series Analysis, Forecasting and Control*. Holden Day.
- BOX, G., PIERCE, D., 1970, *Distribution of residual autocorrelations in autoregressive integrated moving average time series models*. Journal of the AmericanStatistical Association.
- BRASIL, 2020, “Lei nº 14.026, de 15 de julho de 2020, atualiza o marco legal do saneamento básico e altera a Lei nº 9.984, de 17 de julho de 2000”, *Diário Oficial da República Federativa do Brasil*. Disponível em: <<https://www2.camara.leg.br/legin/fed/lei/2020/lei-14026-15-julho-2020-790419-norma-pl.html>>.

- BRASIL, 1974, “Lei nº 6.050, de 24 de maio de 1974, dispõe sobre a fluoretação da água em sistemas de abastecimento quando existir estação de tratamento”, *Diário Oficial da República Federativa do Brasil*. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/16050.htm>.
- BRASIL, 2017, “Portaria de Consolidação nº 5 de 28/09/2017, consolidação das normas sobre as ações e os serviços de saúde do Sistema Único de Saúde”, *Diário Oficial da República Federativa do Brasil*. Disponível em: <<https://portalarquivos2.saude.gov.br/images/pdf/2018/marco/29/PRC-5-Portaria-de-Consolida----o-n---5--de-28-de-setembro-de-2017.pdf>>.
- BROCKWELL, P. J., DAVIS, R. A., 2016, *Introductory Time Series and Forecasting*, v. 3. Springer.
- BUENO, R. D. L. D. S., 2012, *Econometria de séries temporais*. Cengage Learning.
- CHAN, K.-S., CRYER, J. D., 2008, *Time Series Analysis with Applications in R*, v. 2. Springer.
- CONFERÊNCIA, 1992. “Conferência das nações unidas sobre o meio ambiente e desenvolvimento.” https://cetesb.sp.gov.br/proclima/wp-content/uploads/sites/36/2013/12/agenda_21.pdf. acessado em 24/04/2021.
- CONSTANTINOV, G. N., 2017, *Novos paradigmas dos créditos ambientais*. Belo Horizonte, Elsevier.
- COWPERWAIT, P. S. P., METCALFE, A. V., 2009, *Introductory Time Series with R*. Springer.
- COX, D. R.; STUART, A., 1955, *Some quick tests for trend in location and dispersion*. Biometrika.
- DECRETO. “Decreto municipal nº 4.466 de 20 de março de 2020”. <https://campinagrande.pb.gov.br/wp-content/uploads/2020/03/SEMAN%C3%81RIO-OFICIAL-N%C2%BA-2.667-16-A-20-DE-MAR%C3%870-DE-2020.pdf>. acessado em 06/03/2021.
- DICKEY, D., FULLER, W., 1979, *Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root*. Journal of the American Statistical Association.
- D’AGOSTINO, R., 1970, *Transformation to normality of the null distribution of g1*. Biometrika.

- GOMES, A. D. S., 2003, *Modelagem e previsão da arrecadação do imposto de renda no Brasil*. Tese de Mestrado, Universidade Federal de Pernambuco, Recife.
- GUJARATI, D. N., PORTER, D. C., *Econometria Básica*, v. 5. Porto Alegre, RS, AMGH Editora Ltda.
- IMNET, 2020. <https://portal.inmet.gov.br/dadoshistoricos>. acessado em 14/04/2021.
- KRUSKAL, W. H., WALLIS, W. W., 1952, *Use of ranks in one-criterion variance analysis*. Journal of the American Statistical Association.
- LJUNG, G., BOX, G., 1978, *On a measure of lack of fit in time serie models*. Biometrika.
- MEDEIROS, R. B., WOHLGEMUTH, J. M., 2016, “Previsão do volume do consumo de água na cidade de Santa Cruz do Sul, no Estado do Rio Grande do Sul”, .
- MORETTIN, P. A., 2006a, *Econometria Financeira*. Blucher.
- MORETTIN, PEDRO A., T. C. M. C., 2006b, *Análise de séries temporais*. Egard Blucher.
- NASCIMENTO, J. Q. D., 2018. “Gestão do abastecimento das águas fornecidas à população urbana do município de Pitimbu-PB”. .
- NASCIMENTO, R. S. D., 2016. “Modelo conceitual para a gestão da qualidade da água em sistemas de abastecimento de médio porte”. .
- OLIVEIRA, F. R. G. D., 2013. “Consumo de água e percepção dos usuários para o uso racional de água em escolas estaduais de Minas Gerais”. .
- OLIVEIRA, P. J. A. D., 2012, *Previsão da demanda de água em sistemas urbanos de abastecimento através de modelos ARIMA Sazonais*. Tese de Mestrado, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande.
- RIBEIRO, L. G. G., ROLIM, N. D., 2017, “Planeta água de quem e para quem: uma análise da água doce como direito fundamental e sua valoração mercadológica.” *Revista Direito Ambiental e sociedade*, p. 8.
- SCHWARZ, G., 1978, *Estimating the dimensional of a model*. Hayward, Annals of Statistics.
- SECKLER, S., 2010, *Tratamento de água: concepção, projeto e operação de estações de tratamento*. Rio de Janeiro, Elsevier.

- SEGALA, M., 2012, *Água a escassez na abundância*. Guia Exame Sustentabilidade.
- SHIKLOMANOV, I. A., 1998, "World water resources: a new appraisal and assessment for the 21st century." *Unesco*.
- SOUZA, W. A. D., 2007, *Tratamento de água*. Natal, CEFET/RN.
- TSUTIYA, M. T., 2006, *Abastecimento de Água*, v. 3. Departamento de Engenharia Hidráulica e Sanitária da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
- TUNDISI, J. G., 2009, *Água no Século XXI: enfrentando a escassez*. São Carlos.

Apêndice A

Tabelas das previsões das séries com as 7, 14 e 28 últimas observações removidas

Nesta parte do trabalho estão as Tabelas com previsões obtidas no Capítulo 6 dos modelos $ARIMA(3,1,2)$, $ARIMA(1,1,4)$, $ARIMAX_{\{AIC,tend\}}(3,1,2)$, $ARIMAX_{\{BIC,tend\}}(1,1,4)$, $ARIMAX_{\{AIC,dummy\}}(3,1,2)$, $ARIMAX_{\{BIC,dummy\}}(1,1,4)$, $ARIMAX_{\{AIC,temp\}}(3,1,2)$, $ARIMAX_{\{BIC,temp\}}(1,1,4)$ considerando as séries com as 7, 14 e 28 últimas observações removidas. As Tabelas fornecem a data da previsão, o valor real das observações, a previsão obtida pelo modelo e o intervalo de confiança de 95%, onde o menor valor do intervalo é representado por IC_{inf} 95% e o maior valor desse intervalo por IC_{sup} 95%.

Data	Valor real	Previsão	IC_{inf} 95%	IC_{sup} 95%
24/10/2020	126165	120552,5	103281,79	137823.3
25/10/2020	125688	119879,3	100576,81	139181.8
26/10/2020	122669	119055,0	98263,36	139846.6
27/10/2020	121088	117796,7	95832,28	139761.2
28/10/2020	118163	117332,7	94671,59	139993.9
29/10/2020	117118	116766,4	93533,46	139999.3
30/10/2020	118643	116398,8	92734,37	140063.1

Tabela A.1: Previsão do modelo $ARIMA(3,1,2)$ com as 7 últimas observações removidas.

Data	Valor real	Previsão	IC _{inf} 95%	IC _{sup} 95%
17/10/2020	118596	132071,5	114802,45	149340,6
18/10/2020	119199	128874,8	109575,71	148173,9
19/10/2020	115959	126435,4	105634,20	147236,7
20/10/2020	106215	123961,9	101954,33	145969,4
21/10/2020	107724	122419,9	99673,63	145166,1
22/10/2020	115500	121116,5	97776,15	144456,8
23/10/2020	127797	120128,0	96330,19	143925,8

Tabela A.2: Previsão do modelo ARIMA(3,1,2) com as 14 últimas observações removidas.

Data	Valor real	Previsão	IC _{inf} 95%	IC _{sup} 95%
03/10/2020	110557	114170,6	97349,66	130991,5
04/10/2020	76576	114757,1	96093,79	133420,4
05/10/2020	76901	114859,3	94824,38	134894,1
06/10/2020	77444	115249,9	94062,63	136437,2
07/10/2020	74043	115408,5	93542,74	137274,3
08/10/2020	87143	115558,5	93129,09	137987,9
09/10/2020	120532	115677,8	92811,45	138544,2

Tabela A.3: Previsão do modelo ARIMA(3,1,2) com as 28 últimas observações removidas.

Data	Valor real	Previsão	IC _{inf} 95%	IC _{sup} 95%
24/10/2020	126165	120819,3	103572,78	138065,8
25/10/2020	125688	120780,7	101493,94	140067,4
26/10/2020	122669	120032,2	99156,62	140907,8
27/10/2020	121088	118083,9	95886,63	140281,1
28/10/2020	118163	116992,8	94107,24	139878,4
29/10/2020	117118	116381,8	93064,76	139698,9
30/10/2020	118643	116039,7	92407,59	139671,8

Tabela A.4: Previsão do modelo ARIMA(1,1,4) com as 7 últimas observações removidas.

Data	Valor real	Previsão	IC _{inf} 95%	IC _{sup} 95%
17/10/2020	118596	132184,0	114934,84	149433,2
18/10/2020	119199	127144,6	107852,41	146436,8
19/10/2020	115959	123533,1	102641,34	144424,9
20/10/2020	106215	120520,0	98289,37	142750,6
21/10/2020	107724	118713,0	95748,00	141678,1
22/10/2020	115500	117629,4	94196,42	141062,4
23/10/2020	127797	116979,5	93207,81	140751,3

Tabela A.5: Previsão do modelo ARIMA(1,1,4) com as 14 últimas observações removidas.

Data	Valor real	Previsão	IC _{inf} 95%	IC _{sup} 95%
03/10/2020	110557	113922,7	97132,28	130713,1
04/10/2020	76576	114885,3	96248,34	133522,2
05/10/2020	76901	115091,0	94970,11	135212,0
06/10/2020	77444	115391,3	93947,62	136835,0
07/10/2020	74043	115543,6	93451,98	137635,1
08/10/2020	87143	115620,8	93125,19	138116,3
09/10/2020	120532	115659,9	92861,57	138458,3

Tabela A.6: Previsão do modelo ARIMA(1,1,4) com as 28 últimas observações removidas.

Data	Valor real	Previsão	IC _{inf} 95%	IC _{sup} 95%
24/10/2020	126165	82883,53	65575,41	100191,7
25/10/2020	125688	82435,37	63097,90	101772,8
26/10/2020	122669	81815,37	60994,75	102636,0
27/10/2020	121088	80734,97	58744,70	102725,2
28/10/2020	118163	80365,36	57676,67	103054,1
29/10/2020	117118	79907,21	56653,98	103160,4
30/10/2020	118643	79606,97	55926,94	103287,0

Tabela A.7: Previsão do modelo ARIMAX_{AIC,tend}(3, 1, 2) com as 7 últimas observações removidas.

Data	Valor real	Previsão	IC _{inf} 95%	IC _{sup} 95%
17/10/2020	118596	90895,76	73590,74	108200,8
18/10/2020	119199	87955,25	68622,32	107288,2
19/10/2020	115959	85744,57	64911,64	106577,5
20/10/2020	106215	83458,79	61419,45	105498,1
21/10/2020	107724	82031,81	59255,65	104808,0
22/10/2020	115500	80828,83	57464,68	104193,0
23/10/2020	127797	79912,19	56097,49	103726,9

Tabela A.8: Previsão do modelo ARIMAX_{AIC,tend}(3, 1, 2) com as 14 últimas observações removidas.

Data	Valor real	Previsão	IC _{inf} 95%	IC _{sup} 95%
03/10/2020	110557	74304,35	57446,99	91161,70
04/10/2020	76576	75117,32	56421,27	93813,38
05/10/2020	76901	75418,70	55355,49	95481,92
06/10/2020	77444	75989,52	54778,78	97200,25
07/10/2020	74043	76279,36	54395,40	98163,32
08/10/2020	87143	76540,93	54102,83	98979,03
09/10/2020	120532	76752,33	53886,94	99617,73

Tabela A.9: Previsão do modelo ARIMAX_{AIC,tend}(3, 1, 2) com as 28 últimas observações removidas.

Data	Valor real	Previsão	IC _{inf} 95%	IC _{sup} 95%
24/10/2020	126165	84307,68	67022,31	101593,0
25/10/2020	125688	84448,19	65122,29	103774,1
26/10/2020	122669	83866,18	62953,52	104778,8
27/10/2020	121088	82083,13	59854,68	104311,6
28/10/2020	118163	81081,94	58167,78	103996,1
29/10/2020	117118	80524,29	57182,80	103865,8
30/10/2020	118643	80218,25	56567,57	103868,9

Tabela A.10: Previsão do modelo $\text{ARIMAX}_{\{\text{BIC}, \text{tend}\}}(1, 1, 4)$ com as 7 últimas observações removidas.

Data	Valor real	Previsão	IC _{inf} 95%	IC _{sup} 95%
17/10/2020	118596	94302,16	77014,67	111589,7
18/10/2020	119199	89552,65	70223,07	108882,2
19/10/2020	115959	86138,20	65212,67	107063,7
20/10/2020	106215	83284,67	61027,89	105541,4
21/10/2020	107724	81548,20	58555,53	104540,9
22/10/2020	115500	80495,33	57034,79	103955,9
23/10/2020	127797	79860,80	56064,47	103657,1

Tabela A.11: Previsão do modelo $\text{ARIMAX}_{\{\text{BIC}, \text{tend}\}}(1, 1, 4)$ com as 14 últimas observações removidas.

Data	Valor real	Previsão	IC _{inf} 95%	IC _{sup} 95%
03/10/2020	110557	76449.16	59620.33	93277.99
04/10/2020	76576	77599.10	58924.01	96274.19
05/10/2020	76901	77990.61	57834.47	98146.76
06/10/2020	77444	78466.72	56995.92	99937.51
07/10/2020	74043	78725.24	56610.66	100839.81
08/10/2020	87143	78871.30	56359.25	101383.35
09/10/2020	120532	78959.25	56153.11	101765.39

Tabela A.12: Previsão do modelo $\text{ARIMAX}_{\{\text{BIC}, \text{tend}\}}(1, 1, 4)$ com as 28 últimas observações removidas.

Data	Valor real	Previsão	IC _{inf} 95%	IC _{sup} 95%
24/10/2020	126165	106982,6	89696,14	124269,0
25/10/2020	125688	106392,1	87068,32	125715,8
26/10/2020	122669	105620,6	84773,97	126467,3
27/10/2020	121088	104409,0	82345,65	126472,4
28/10/2020	118163	103944,0	81134,79	126753,2
29/10/2020	117118	103407,6	79986,47	126828,6
30/10/2020	118643	103040,7	79146,20	126935,1

Tabela A.13: Previsão do modelo $\text{ARIMAX}_{\{\text{AIC}, \text{dummy}\}}(3, 1, 2)$ com as 7 últimas observações removidas.

Data	Valor real	Previsão	IC _{inf} 95%	IC _{sup} 95%
17/10/2020	118596	118588,7	101304,58	135872,9
18/10/2020	119199	115496,2	96174,12	134818,3
19/10/2020	115959	113124,2	92257,19	133991,2
20/10/2020	106215	110696,3	88573,50	132819,2
21/10/2020	107724	109181,8	86276,00	132087,7
22/10/2020	115500	107897,6	84354,01	131441,1
23/10/2020	127797	106918,7	82876,91	130960,4

Tabela A.14: Previsão do modelo $\text{ARIMAX}_{\{\text{AIC,dummy}\}}(3, 1, 2)$ com as 14 últimas observações removidas.

Data	Valor real	Previsão	IC _{inf} 95%	IC _{sup} 95%
03/10/2020	110557	100117,3	83284,98	116949,6
04/10/2020	76576	100676,7	81996,67	119356,7
05/10/2020	76901	100762,3	80668,85	120855,8
06/10/2020	77444	101136,4	79840,77	122432,1
07/10/2020	74043	101288,1	79268,80	123307,4
08/10/2020	87143	101430,3	78803,54	124057,0
09/10/2020	120532	101545,3	78439,96	124650,7

Tabela A.15: Previsão do modelo $\text{ARIMAX}_{\{\text{AIC,dummy}\}}(3, 1, 2)$ com as 28 últimas observações removidas.

Data	Valor real	Previsão	IC _{inf} 95%	IC _{sup} 95%
24/10/2020	126165	107499,8	90237,45	124762,2
25/10/2020	125688	107556,2	88245,93	126866,5
26/10/2020	122669	106845,4	85904,86	127785,9
27/10/2020	121088	104927,3	82619,68	127234,9
28/10/2020	118163	103861,4	80827,40	126895,3
29/10/2020	117118	103269,0	79769,39	126768,7
30/10/2020	118643	102939,9	79093,30	126786,5

Tabela A.16: Previsão do modelo $\text{ARIMAX}_{\{\text{BIC,dummy}\}}(1, 1, 4)$ com as 7 últimas observações removidas.

Data	Valor real	Previsão	IC _{inf} 95%	IC _{sup} 95%
17/10/2020	118596	118727,2	101462,46	135992,0
18/10/2020	119199	113772,3	94457,40	133087,2
19/10/2020	115959	110208,1	89251,18	131165,0
20/10/2020	106215	110208,1	84901,27	129586,0
21/10/2020	107724	105469,6	82350,27	128588,9
22/10/2020	115500	104408,0	80782,33	128033,6
23/10/2020	127797	103772,7	79773,16	127772,2

Tabela A.17: Previsão do modelo $\text{ARIMAX}_{\{\text{BIC,dummy}\}}(1, 1, 4)$ com as 14 últimas observações removidas.

Data	Valor real	Previsão	IC _{inf} 95%	IC _{sup} 95%
03/10/2020	110557	99786,62	82984,56	116588,7
04/10/2020	76576	100725,17	82072,28	119378,0
05/10/2020	76901	100891,39	80715,09	121067,7
06/10/2020	77444	101156,20	79606,67	122705,7
07/10/2020	74043	101286,54	79056,19	123516,9
08/10/2020	87143	101350,68	78685,01	124016,4
09/10/2020	120532	101382,25	78381,85	124382,7

Tabela A.18: Previsão do modelo $\text{ARIMAX}_{\{\text{BIC,dummy}\}}(1, 1, 4)$ com as 28 últimas observações removidas.

Data	Valor real	Previsão	IC _{inf} 95%	IC _{sup} 95%
24/10/2020	126165	120713,1	103397,99	138028,3
25/10/2020	125688	120266,4	100909,91	139622,8
26/10/2020	122669	119300,1	98449,74	140150,5
27/10/2020	121088	117961,5	95940,74	139982,3
28/10/2020	118163	117562,2	94847,72	140276,8
29/10/2020	117118	116881,8	93597,59	140166,0
30/10/2020	118643	116539,3	92826,60	140252,0

Tabela A.19: Previsão do modelo $\text{ARIMAX}_{\{\text{AIC,temp}\}}(3, 1, 2)$ com as 7 últimas observações removidas.

Data	Valor real	Previsão	IC _{inf} 95%	IC _{sup} 95%
17/10/2020	118596	132140,3	114827,27	149453,4
18/10/2020	119199	129270,2	109915,24	148625,1
19/10/2020	115959	126617,5	105751,37	147483,7
20/10/2020	106215	124012,3	101941,83	146082,8
21/10/2020	107724	122573,5	99775,67	145371,3
22/10/2020	115500	121114,1	97726,31	144502,0
23/10/2020	127797	120166,4	96328,86	144004,0

Tabela A.20: Previsão do modelo $\text{ARIMAX}_{\{\text{AIC,temp}\}}(3, 1, 2)$ com as 14 últimas observações removidas.

Data	Valor real	Previsão	IC _{inf} 95%	IC _{sup} 95%
03/10/2020	110557	114236,7	97371,41	131102,0
04/10/2020	76576	114969,0	96253,31	133684,7
05/10/2020	76901	114991,6	94897,86	135085,4
06/10/2020	77444	115331,8	94084,71	136579,0
07/10/2020	74043	115527,6	93605,36	137449,9
08/10/2020	87143	115606,6	93120,98	138092,3
09/10/2020	120532	115738,9	92818,53	138659,3

Tabela A.21: Previsão do modelo $\text{ARIMAX}_{\{\text{AIC,temp}\}}(3, 1, 2)$ com as 28 últimas observações removidas.

Data	Valor real	Previsão	IC _{inf} 95%	IC _{sup} 95%
24/10/2020	126165	120992,9	103702,19	138283,6
25/10/2020	125688	121204,9	101864,89	140544,9
26/10/2020	122669	120305,9	99374,97	141236,7
27/10/2020	121088	118268,7	96020,39	140517,1
28/10/2020	118163	117246,1	94311,95	140180,3
29/10/2020	117118	116516,7	93153,00	139880,5
30/10/2020	118643	116200,5	92523,32	139877,7

Tabela A.22: Previsão do modelo $\text{ARIMAX}_{\{\text{BIC,temp}\}}(1, 1, 4)$ com as 7 últimas observações removidas.

Data	Valor real	Previsão	IC _{inf} 95%	IC _{sup} 95%
17/10/2020	118596	132385,2	115092,38	149678,1
18/10/2020	119199	127688,4	108337,07	147039,7
19/10/2020	115959	123888,9	102930,49	144847,2
20/10/2020	106215	120755,1	98460,62	143049,5
21/10/2020	107724	119032,2	96005,34	142059,0
22/10/2020	115500	117786,0	94293,33	141278,6
23/10/2020	127797	117165,0	93335,92	140994,1

Tabela A.23: Previsão do modelo $\text{ARIMAX}_{\{\text{BIC,temp}\}}(1, 1, 4)$ com as 14 últimas observações removidas.

Data	Valor real	Previsão	IC _{inf} 95%	IC _{sup} 95%
03/10/2020	110557	113989,1	97154,31	130823,9
04/10/2020	76576	115086,0	96395,72	133776,4
05/10/2020	76901	115219,9	95039,70	135400,2
06/10/2020	77444	115468,2	93964,76	136971,6
07/10/2020	74043	115660,4	93508,42	137812,3
08/10/2020	87143	115670,2	93114,22	138226,2
09/10/2020	120532	115725,0	92866,56	138583,4

Tabela A.24: Previsão do modelo $\text{ARIMAX}_{\{\text{BIC,temp}\}}(1, 1, 4)$ com as 28 últimas observações removidas.

Apêndice B

Tabela com as previsões dos modelos estudados

Neste Apêndice são expressas as Tabelas com os resultados das previsões dos modelos Box-Jenkins e o algoritmo de alisamento exponencial de Holt, estudados anteriormente da série temporal completa.

Data	Previsão	IC _{inf} 95%	IC _{sup} 95%
01/11/2020	117619,1	100403,37	134834,8
02/11/2020	117398,1	98149,86	136646,4
03/11/2020	117132,2	96396,10	137868,2
04/11/2020	116960,9	95055,10	138866,6
05/11/2020	116828,8	94223,03	139434,5
06/11/2020	116725,5	93548,73	139902,3
07/11/2020	116650,2	93040,74	140259,6

Tabela B.1: Previsão com o modelo ARIMA(3,1,2).

Data	Previsão	IC _{inf} 95%	IC _{sup} 95%
01/11/2020	117709,4	100518,52	134900,2
02/11/2020	117654,8	98422,65	136887,0
03/11/2020	117435,2	96611,70	138258,7
04/11/2020	117238,5	95093,28	139383,7
05/11/2020	117129,0	94298,67	139959,4
06/11/2020	117068,1	93808,82	140327,4
07/11/2020	117034,2	93461,47	140606,9

Tabela B.2: Previsão com o modelo ARIMA(1,1,4).

Data	Previsão	IC _{inf} 95%	IC _{sup} 95%
01/11/2020	78482,20	61229,99	95734,41
02/11/2020	78475,29	59193,21	97757,36
03/11/2020	78393,45	57627,88	99159,01
04/11/2020	78383,92	56452,43	100315,41
05/11/2020	78366,48	55739,02	100993,94
06/11/2020	78361,82	55171,57	101552,08
07/11/2020	78365,40	54750,45	101980,36

Tabela B.3: Previsão com o modelo $\text{ARIMAX}_{\{\text{AIC}, \text{tend}\}}(3, 1, 2)$.

Data	Previsão	IC _{inf} 95%	IC _{sup} 95%
01/11/2020	79354,55	62125,87	96583,24
02/11/2020	79481,92	60212,69	98751,14
03/11/2020	79429,14	58572,04	100286,24
04/11/2020	79385,78	57214,27	101557,29
05/11/2020	79372,04	56519,27	102224,81
06/11/2020	79374,99	56098,61	102651,36
07/11/2020	79387,35	55804,46	102970,25

Tabela B.4: Previsão com o modelo $\text{ARIMAX}_{\{\text{BIC}, \text{tend}\}}(1, 1, 4)$.

Data	Previsão	IC _{inf} 95%	IC _{sup} 95%
01/11/2020	104334,4	87103,33	121565,6
02/11/2020	104145,1	84875,00	123415,2
03/11/2020	103903,5	83108,88	124698,1
04/11/2020	103750,3	81741,75	125758,8
05/11/2020	103631,3	80879,09	126383,6
06/11/2020	103537,7	80174,86	126900,6
07/11/2020	103469,4	79635,02	127303,7

Tabela B.5: Previsão com o modelo $\text{ARIMAX}_{\{\text{AIC}, \text{dummy}\}}(3, 1, 2)$.

Data	Previsão	IC _{inf} 95%	IC _{sup} 95%
01/11/2020	104405,4	87199,20	121611,7
02/11/2020	104395,3	85139,95	123650,8
03/11/2020	104210,8	83322,37	125099,3
04/11/2020	104044,3	81787,99	126300,6
05/11/2020	103952,4	80972,68	126932,1
06/11/2020	103901,7	80458,58	127344,8
07/11/2020	103873,7	80084,90	127662,5

Tabela B.6: Previsão com o modelo $\text{ARIMAX}_{\{\text{BIC}, \text{dummy}\}}(1, 1, 4)$.

Data	Previsão	IC _{inf} 95%	IC _{sup} 95%
01/11/2020	117769,2	100509,43	135028,9
02/11/2020	117778,3	98475,53	137081,1
03/11/2020	117395,3	96596,32	138194,4
04/11/2020	117149,4	95181,73	139117,2
05/11/2020	117083,6	94421,95	139745,3
06/11/2020	116874,3	93643,00	140105,6
07/11/2020	116823,6	93164,16	140483,0

Tabela B.7: Previsão com o modelo $\text{ARIMAX}_{\{\text{AIC,temp}\}}(3, 1, 2)$.

Data	Previsão	IC _{inf} 95%	IC _{sup} 95%
01/11/2020	118621,5	100796,97	136446,1
02/11/2020	118752,8	98506,88	138998,6
03/11/2020	118884,0	96439,95	141328,0
04/11/2020	119015,2	94535,68	143494,7
05/11/2020	119146,4	92756,14	145536,7
06/11/2020	119277,6	91075,69	147479,6
07/11/2020	119408,9	89476,08	149341,7

Tabela B.8: Previsão com o algoritmo de alisamento exponencial Holt.