



Universidade Federal da Paraíba  
Centro de Informática  
Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional

## MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO DE REDES DE DISTRIBUIÇÃO DE ÁGUA

JHONATAN BRUNNO FERREIRA DA SILVA LINO

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional, UFPB, da Universidade Federal da Paraíba, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Modelagem Matemática e Computacional.

Orientador: JOSÉ MIGUEL AROZTEGUI  
MASSERA

João Pessoa  
Outubro de 2021

Ata da Sessão Pública de Defesa de Dissertação de Mestrado de **JHONATAN BRUNNO FERREIRA DA SILVA LINO**, candidato ao título de Mestre em Matemática Computacional, na Área de Modelagem Matemática e Computacional, realizada no dia 29 de outubro de 2021.

1 Aos vinte e nove dias do mês de outubro do ano dois mil e vinte e um, às dez horas, por meio  
2 de videoconferência, reuniram-se os membros da Banca Examinadora constituída para julgar o  
3 Trabalho Final do Sr. JHONATAN BRUNNO FERREIRA DA SILVA LINO, vinculado a  
4 Universidade Federal da Paraíba sob a matrícula nº 20191001233, candidato ao grau de  
5 Mestre em “*Modelagem Matemática e Computacional*”, na linha de pesquisa “*Modelagem e*  
6 *Simulação de Sistemas*”, do Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e  
7 Computacional. A comissão examinadora foi composta pelos professores José Miguel  
8 Aroztegui Massera, Orientador e Presidente da Banca; Thiago José Machado, Examinador  
9 Interno ao Programa; Ana Flávia Uzeda dos Santos Macambira, Examinadora Externa ao  
10 Programa; e Jairo Rocha de Faria, Examinador Externo ao Programa. Dando início aos  
11 trabalhos, o Presidente da Banca cumprimentou os presentes, comunicou a finalidade da  
12 reunião e passou a palavra ao candidato para que fizesse, oralmente, a exposição do trabalho  
13 de dissertação intitulado “*Métodos de otimização de redes de distribuição de água*”.  
14 Concluída a exposição, o candidato foi arguido pela Banca Examinadora que emitiu o seguinte  
15 parecer: “*aprovado*”. Do ocorrido, eu, Gean Paulo Pereira Maurício de Barros, Secretário do  
16 Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional (PPGMMC),  
17 lavrei a presente ata que vai assinada por mim e pelos membros da Banca Examinadora.

18

João Pessoa, 29 de outubro de 2021.

Gean Paulo Pereira Maurício de Barros  
Secretário do PPGMMC  
SIAPE 2326476

Prof. Dr. José Miguel Aroztegui Massera  
Orientador (PPGMMC)



---

Prof. Dr. Thiago José Machado  
Examinador Interno ao Programa (PPGMMC)

Thiago José Machado

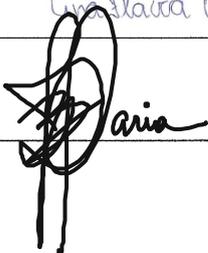
---

Profª. Drª. Ana Flávia Uzeda dos Santos Macambira  
Examinadora Externa ao Programa (UFPB)

Ana Flávia U & Macambira

---

Prof. Dr. Jairo Rocha de Faria  
Examinador Externo ao Programa (UFPB)



---

MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO DE REDES DE DISTRIBUIÇÃO DE ÁGUA

JHONATAN BRUNNO FERREIRA DA SILVA LINO

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM MATEMÁTICA E COMPUTACIONAL (PPGMMC) DO CENTRO DE INFORMÁTICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM MODELAGEM MATEMÁTICA E COMPUTACIONAL.

Examinada por:

---

Prof. José Miguel Aroztegui Massera, D.Sc.

---

Prof. Jairo Rocha de Faria, D.Sc.

---

Prof. Ana Flávia Uzeda, D.Sc.

---

Prof. Thiago José Machado, D.Sc.

JOÃO PESSOA, PB – BRASIL

OUTUBRO DE 2021

**Catálogo na publicação**  
**Seção de Catalogação e Classificação**

L758m Lino, Jhonatan Brunno Ferreira da Silva.  
Métodos de otimização de redes de distribuição de  
água / Jhonatan Brunno Ferreira da Silva Lino. - João  
Pessoa, 2021.  
94 f. : il.

Orientação: José Miguel Aroztegui Massera.  
Dissertação (Mestrado) - UFPB/CI.

1. Rede de distribuição de água - Otimização. 2.  
Modelos computacionais - Métodos de otimização. 3.  
Lenhsnet. I. Massera, José Miguel Aroztegui. II. Título.

UFPB/BC

CDU 628.14(043)

*Aos meus pais Paulo Jorge Lino  
da Silva e Meire Dênia Ferreira  
da Silva Lino.*

# Agradecimentos

Primeiramente agradeço aos meus pais por nunca me deixarem desistir e sempre me incentivar e me dar estrutura familiar para que conseguisse atingir meus objetivos. Agradeço a minha namorada Maria Clara, por ser um dos principais motivos de minha felicidade e pelo suporte fornecido a mim, sempre que necessário.

Agradeço também os professores Jairo Rocha e Miguel Aroztegui pela grande contribuição, ajuda e incentivo para o desenvolvimento desse trabalho. Quero agradecer a todo o corpo docente desse programa ao qual tive aula, e pelo programa em geral pelo enriquecimento tanto pessoal, quanto profissional.

Agradeço aos amigos que pude fazer durante essa jornada pelas boas conversas do dia-dia, milhões de dúvidas tiradas e críticas construtivas. Um agradecimento especial a meu amigo Oscar, por todos os nossos momentos compartilhados dentro do programa, gostaria de citar todos mas isto consumiria muitas páginas.

Resumo da Dissertação apresentada ao PPGMMC/CI/UFPB como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

## MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO DE REDES DE DISTRIBUIÇÃO DE ÁGUA

JHONATAN BRUNNO FERREIRA DA SILVA LINO

Outubro/2021

Orientador: JOSÉ MIGUEL AROZTEGUI MASSERA

Programa: Modelagem Matemática e Computacional

Este trabalho apresenta um estudo em rede de distribuição de água através de um comparativo entre dois modelos computacionais para a otimização dessas redes, com o objetivo de minimizar seu custo financeiro para implementação. Esse estudo parte de um balanceamento hidráulico, resultante de um sistema de equações não-lineares, onde são definidos os parâmetros da rede. Para a otimização, em um modelo a rede será criada através do programa Epanet, e os resultados da otimização serão obtidos e apresentados pelo Lenhsnet (módulo de otimização de redes do programa Epanet). O outro modelo de otimização é resolvido pelo método de Hansen, Madsen e Nielsen, através do fmincon, ferramenta do Matlab. Serão realizadas simulações em alguns exemplos de rede, variando o método de otimização utilizado, verificando-se qual deles apresenta melhores resultados em relação à convergência e ao tempo de processamento.

Abstract of Dissertation presented to PPGMMC/CI/UFPB as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

## OPTIMIZATION METHODS FOR WATER DISTRIBUTION NETWORKS

JHONATAN BRUNNO FERREIRA DA SILVA LINO

October/2021

Advisor: JOSÉ MIGUEL AROZTEGUI MASSERA

Program: Computational Mathematical Modelling

This work aims to present a computational model for optimization in water distribution networks, where the main objective is to minimize the cost. This study starts from a hydraulic balancing, resulting from a system of non-linear equations, where the parameters of the network are defined. The network will be created through the Epanet program, and the results obtained in this process will be presented by Lenhsnet (network optimization module of the Epanet program). The other model is developed from the Hansen, Madsen and Nielsen method, through fmincon, tool from matlab. Simulations will be carried at some example of network, varying the optimization method used, and verifying which one of these methods presents better results in relation to convergence and processing time.

# Sumário

|  |            |
|--|------------|
| <b>Lista de Figuras</b>  | <b>xi</b>  |
| <b>Lista de Tabelas</b>  | <b>xii</b> |
| <b>1 Introdução e revisão bibliográfica</b>                                | <b>1</b>   |
| 1.1 Revisão bibliográfica . . . . .  | 3          |
| 1.2 Tipos de redes . . . . .   | 4          |
| 1.2.1 Redes ramificadas . . . . .  | 5          |
| 1.2.2 Redes malhadas . . . . .   | 6          |
| 1.3 Conceitos básicos de escoamento . . . . .                              | 7          |
| 1.4 Equações envolvidas no escoamento . . . . .                            | 8          |
| 1.4.1 Equação da Continuidade . . . . .                                    | 8          |
| 1.4.2 Equação de Bernoulli . . . . .                                       | 8          |
| 1.4.3 Equações de perda de carga . . . . .                                 | 10         |
| 1.5 Restrições . . . . .   | 13         |
| <b>2 Formulação matemática</b>   | <b>16</b>  |
| 2.1 Balanceamento hidráulico . . . . .                                     | 16         |
| 2.1.1 O problema da vazão nos tubos e pressão nos pontos . . . . .         | 18         |
| 2.1.2 Equação da conservação da massa . . . . .                            | 19         |
| 2.1.3 Equações de perda de altura (perda de carga) . . . . .               | 19         |
| 2.2 Formulação para o caso sem bombas . . . . .                            | 21         |
| <b>3 Métodos usados</b>  | <b>24</b>  |
| 3.1 Métodos de balanceamento hidráulico . . . . .                          | 24         |
| 3.1.1 Método de Hardy-Cross (HC) . . . . .                                 | 25         |
| 3.1.2 Método híbrido de Nielsen (HN) . . . . .                             | 26         |
| 3.2 O método de otimização - Sem bombas . . . . .                          | 27         |
| 3.2.1 O Processo iterativo descrito por Hansen, Madsen e Nielsen . . . . . | 27         |
| 3.2.2 Descrição para a exibição do custo . . . . .                         | 30         |

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>4</b> | <b>Método de otimização - Epanet(Lenhsnet)</b>                               | <b>32</b> |
| 4.1      | O Epanet . . . . .   | 32        |
| 4.2      | Balanceamento hidráulico - Método do Gradiente . . . . .                     | 33        |
| 4.3      | Lenhsnet . . . . .   | 35        |
| 4.4      | O Algoritmo do Lenhsnet . . . . .  | 39        |
| <b>5</b> | <b>Resultados e Discussões</b>   | <b>41</b> |
| 5.1      | Primeiro exemplo de rede - Teste 01 . . . . .                                | 41        |
| 5.1.1    | Parâmetros . . . . .   | 41        |
| 5.1.2    | Resultados do Lenhsnet . . . . .   | 42        |
| 5.1.3    | Resultados a partir do método de Hansen, Madsen e Nielsen<br>(HMN) . . . . . | 43        |
| 5.1.4    | Comparação entre os resultados . . . . .                                     | 45        |
| 5.2      | Segundo exemplo de rede - Teste 02 . . . . .                                 | 45        |
| 5.2.1    | Parâmetros . . . . .   | 45        |
| 5.2.2    | Resultados do Lenhsnet . . . . .   | 46        |
| 5.2.3    | Resultados a partir do método de Hansen, Madsen e Nielsen<br>(HMN) . . . . . | 47        |
| 5.2.4    | Comparação entre os resultados . . . . .                                     | 49        |
| 5.3      | Terceiro exemplo de rede - Grande setor . . . . .                            | 49        |
| 5.3.1    | Parâmetros . . . . .   | 49        |
| 5.3.2    | Resultados do Lenhsnet . . . . .   | 51        |
| 5.3.3    | Resultados a partir do método de Hansen, Madsen e Nielsen<br>(HMN) . . . . . | 51        |
| 5.3.4    | Comparação entre os resultados . . . . .                                     | 54        |
| 5.4      | Quarto exemplo de rede - FHES . . . . .                                      | 54        |
| 5.4.1    | Parâmetros . . . . .   | 54        |
| 5.4.2    | Resultados do Lenhsnet . . . . .   | 56        |
| 5.4.3    | Resultados a partir do método de Hansen, Madsen e Nielsen<br>(HMN) . . . . . | 57        |
| 5.4.4    | Comparação entre os resultados . . . . .                                     | 59        |
| 5.5      | Quinto exemplo de rede - Salitre CE simplificada . . . . .                   | 59        |
| 5.5.1    | Parâmetros . . . . .   | 59        |
| 5.5.2    | Resultados do Lenhsnet . . . . .   | 61        |
| 5.5.3    | Resultados pelo método de Hansen, Madsen e Nielsen (HMN)                     | 63        |
| 5.5.4    | Comparação entre os resultados . . . . .                                     | 65        |
| 5.6      | Sexto exemplo de rede - Salitre CE . . . . .                                 | 65        |
| 5.6.1    | Parâmetros . . . . .   | 65        |
| 5.6.2    | Resultados do Lenhsnet . . . . .   | 68        |

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| 5.6.3    | Resultados pelo método de Hansen, Madsen e Nielsen (HMN)      | 70        |
| 5.6.4    | Comparação entre os resultados . . . . .                      | 73        |
| <b>6</b> | <b>Conclusões</b>   | <b>74</b> |
|          | <b>Referências Bibliográficas</b>                             | <b>75</b> |
| <b>A</b> | <b>Informações adicionais</b>                                 | <b>78</b> |
| A.1      | Correção de perda de carga no método de Hardy-Cross . . . . . | 78        |
| A.2      | Matriz de adjacência . . . . .                                | 79        |
| A.3      | O método de Newton - Raphson . . . . .                        | 79        |
| A.4      | O método da Teoria Linear . . . . .                           | 80        |

# Lista de Figuras

|  |    |
|--|----|
| 1.1 Rede ramificada  | 5  |
| 1.2 Rede malhada   | 6  |
| 1.3 Aplicação da equação de Bernoulli, $h_1 = h_2$ .         | 9  |
| 1.4 “Caso mais realístico”, com $h_1 \neq h_2$ .             | 10 |
| 2.1 Relações de uma rede (Altura dos pontos e reservatórios) | 17 |
| 2.2 Exemplo de rede [16]                                     | 17 |
| 3.1 Exemplo de cálculo da vazão e altura da coluna de água   | 27 |
| 4.1 <i>software</i> epanet                                   | 33 |
| 4.2 Lenhsnet   | 36 |
| 4.3 Configuração dos dados do projeto                        | 37 |
| 4.4 Tabela dos tubos   | 37 |
| 4.5 Relatório final  | 38 |
| 4.6 Curva de rendimento - Epanet                             | 39 |
| 5.1 Rede Teste 01  | 42 |
| 5.2 Gráfico - Teste 01                                       | 44 |
| 5.3 Rede Teste 02  | 46 |
| 5.4 Gráfico - Teste 02                                       | 48 |
| 5.5 Rede Grande Setor  | 50 |
| 5.6 Gráfico - Grande Setor                                   | 53 |
| 5.7 Rede FHES  | 55 |
| 5.8 Gráfico - FHES   | 58 |
| 5.9 Rede Salitre CE simplificada                             | 61 |
| 5.10 Gráfico - Salitre simplificada                          | 64 |
| 5.11 Rede, Salitre CE  | 67 |
| 5.12 Gráfico - Salitre                                       | 71 |
| A.1 exemplo de grafo   | 79 |

# Lista de Tabelas

|   |    |
|---|----|
| 1.1 Tabela da viscosidade cinemática                                | 11 |
| 1.2 Equações para o fator de atrito $f$                             | 12 |
| 1.3 Variação de rugosidade $C$ em função do material e tempo de uso | 13 |
| 1.4 Velocidade e vazão máxima em relação ao diâmetro                | 14 |
| 5.1 Demandas da rede - Teste 1                                      | 41 |
| 5.2 Diâmetros disponíveis   | 42 |
| 5.3 Relatório Lenhsnet  | 43 |
| 5.4 Relatório Lenhsnet - diâmetros                                  | 43 |
| 5.5 Demandas da rede (após o dimensionamento) - Teste 01            | 43 |
| 5.6 Configuração do traçado da rede - Teste 1                       | 44 |
| 5.7 Resultados do Método HMN - Teste 01                             | 44 |
| 5.8 Tabela de diâmetros após o dimensionamento - Teste 01           | 44 |
| 5.9 Comparação dos Métodos - Teste 1                                | 45 |
| 5.10 Demandas da rede - Teste 02                                    | 45 |
| 5.11 Diâmetros disponíveis  | 46 |
| 5.12 Relatório Lenhsnet   | 46 |
| 5.13 Relatório Lenhsnet - diâmetros                                 | 47 |
| 5.14 Demandas da rede (após o dimensionamento)- Teste 02            | 47 |
| 5.15 Configuração do traçado da rede - Teste 02                     | 47 |
| 5.16 Resultados do Método HMN - Teste 2                             | 48 |
| 5.17 Tabela de diâmetros após o dimensionamento - Teste 02          | 49 |
| 5.18 Comparação dos Métodos - Teste 2                               | 49 |
| 5.19 Demandas da rede - Grande setor                                | 50 |
| 5.20 Diâmetros disponíveis  | 50 |
| 5.21 Relatório Lenhsnet   | 51 |
| 5.22 Relatório Lenhsnet - diâmetros                                 | 51 |
| 5.23 Demandas da rede (após o dimensionamento) - Grande setor       | 52 |
| 5.24 Configuração do traçado da rede - Grande setor                 | 52 |
| 5.25 Resultados do Método HMN - Grande setor                        | 52 |
| 5.26 Tabela de diâmetros após o dimensionamento - Grande setor      | 53 |

|   |    |
|---|----|
| 5.27 Comparação dos Métodos - Grande setor                              | 54 |
| 5.28 Demandas da rede - FHES  | 54 |
| 5.29 Diâmetros disponíveis  | 55 |
| 5.30 Relatório Lenhsnet   | 56 |
| 5.31 Relatório Lenhsnet - diâmetros                                     | 56 |
| 5.32 Demandas da rede (após o dimensionamento)- FHES                    | 57 |
| 5.33 Configuração do traçado da rede - FHES                             | 57 |
| 5.34 Resultados do Método HMN - FHES                                    | 58 |
| 5.35 Tabela de diâmetros após o dimensionamento - FHES                  | 58 |
| 5.36 Comparação dos Métodos - FHES                                      | 59 |
| 5.37 Demandas da rede - Salitre CE simplificada                         | 60 |
| 5.38 Diâmetros disponíveis  | 60 |
| 5.39 Relatório Lenhsnet   | 62 |
| 5.40 Relatório Lenhsnet - diâmetros                                     | 62 |
| 5.41 Demandas da rede (após o dimensionamento)- Salitre CE simplificada | 63 |
| 5.42 Configuração do traçado da rede - Salitre CE simplificada          | 64 |
| 5.43 Resultados do Método HMN - Salitre CE simplificada                 | 64 |
| 5.44 Tabela de diâmetros após o dimensionamento - Salitre simplificada  | 65 |
| 5.45 Comparação dos Métodos - Salitre CE simplificada                   | 65 |
| 5.46 Demandas da rede- Salitre CE                                       | 66 |
| 5.47 Relatório Lenhsnet   | 68 |
| 5.48 Relatório Lenhsnet - diâmetros                                     | 69 |
| 5.49 Demandas da rede (após o dimensionamento)- Salitre CE              | 70 |
| 5.50 Configuração do traçado da rede - Salitre CE                       | 71 |
| 5.51 Resultados do Método HMN - Salitre CE                              | 72 |
| 5.52 Tabela de diâmetros após o dimensionamento - Salitre               | 72 |
| 5.53 Comparação dos Métodos - Salitre CE                                | 73 |

# Capítulo 1

## Introdução e revisão bibliográfica

Com o crescimento populacional das cidades, aumentou a demanda por redes de abastecimento de água. Essas redes são um sistema de abastecimento formado por tubulações e outros acessórios, destinados a colocar água potável à disposição dos consumidores, de forma contínua, em quantidade, qualidade, e pressão adequadas.

A principal motivação para esse trabalho é dada pela região nordeste do Brasil, onde esse trabalho está sendo desenvolvido, e que apresenta uma grande carência no que diz respeito a distribuição de água para a população. Alguns projetos já foram apresentados para sanar essa dificuldade de distribuição de água, dentre eles, podem ser citados ao menos dois que foram colocados em prática, o primeiro é o projeto “Cisternas” desenvolvido pela Secretaria Especial do Desenvolvimento Social do Ministério da Cidadania [2] e o segundo é a transposição do rio São Francisco [3].

Tendo isso em vista, este trabalho é mais um com o objetivo de sanar essa dificuldade. Seu foco está em apresentar uma otimização do custo de implementação da rede que se deseja trabalhar. Para que ocorra a otimização de uma rede hidráulica, deve-se realizar um processo em duas etapas. Na primeira etapa é feito o balanceamento hidráulico, processo que tem por finalidade definir quais são as condições básicas com respeito a alguns parâmetros que a rede deve atender. Na segunda etapa, tem-se o dimensionamento hidráulico, onde são definidos os diâmetros das tubulações e cargas das bombas que serão utilizados nessa rede a fim de satisfazer todas as condições determinadas no balanceamento.

A otimização é obtida quando se minimiza a função objetivo atendendo-se aos parâmetros relacionados a velocidade e pressão na rede, respeitando-se as restrições impostas a rede [19].

Esse trabalho tinha por objetivo desenvolver um modelo de redes mais próximo da realidade, onde se utilizam bombas, mas devido à complexidade e a carência de referências para se ter um modelo com bombas, o foco será apenas em redes sem bombas, que podem ser representados por um modelo matemático mais simples.

O processo de otimização será apresentado de duas formas distintas a fim de

realizar uma comparação e escolher para cada tipo de rede qual método de otimização melhor se aplica. A primeira forma será através do método de Hansen, Madsen e Nielsen (HMN) [15], que foi escolhido devido a sua aplicabilidade em trabalhos semelhantes ao problema que se quer resolver nesta dissertação, apresentando ótimos resultados. Já a segunda forma será dada a partir do *software* Epanet, que foi criado pela agência ambiental dos Estados Unidos para trabalhar com redes de água e esgoto. O Epanet foi a segunda forma utilizada neste trabalho pois apresenta uma área de trabalho de usabilidade amigável (*user friendly*), o que facilita sua utilização, além de apresentar resultados robustos para variados tipos de rede. O outro fator que pesou para escolha do Epanet, é que, nele o processo de balanceamento e dimensionamento podem ser feitos de formas distintas, com um módulo dedicado para o dimensionamento, chamado de Lenhsnet [13].

O trabalho está desenvolvido ao longo de seis capítulos, o presente capítulo oferece uma introdução apresentando os conceitos básicos para o estudo em rede de distribuição de água, além de uma revisão bibliográfica. No segundo capítulo será apresentada a formulação matemática do problema. No terceiro capítulo serão tratados os métodos de balanceamento hidráulico de Hardy-Cross e o híbrido de Nielsen, além do método de otimização de Hansen, Madsen e Nielsen. No quarto capítulo será tratado o *software* Epanet com seu balanceamento hidráulico e o seu módulo dedicado para o dimensionamento baseado no método do gradiente, o Lenhsnet. No capítulo quinto são apresentados os resultados obtidos. Também neste capítulo é feita uma comparação entre os resultados obtidos com o método de Hansen, Madsen e Nielsen, e com o Epanet. Finalmente, no último capítulo, serão exibidas as conclusões do presente estudo.

## 1.1 Revisão bibliográfica

Segundo Kessler (1991) uma rede de abastecimento de água é um conjunto de equipamentos, obras e serviços voltados para o suprimento de água às comunidades, para fins de consumo doméstico, industrial e público. Estes sistemas são compostos, de uma maneira geral, pelas unidades de captação, tratamento, estação elevatória, adução, reservatórios, rede de distribuição e ligações prediais.

Freitas (11) alerta para a questão da saúde, onde um sistema de distribuição de água mal feito, como existe em regiões de países em desenvolvimento como na Índia e no Brasil, pode gerar algumas doenças, como, por exemplo, cólera, salmonelose, poliomielite, hepatite A, verminoses, amebíase e giardíase. Essas doenças são responsáveis por vários surtos epidêmicos e pelas elevadas taxas de mortalidade infantil, relacionadas à água de consumo humano.

Uma rede de abastecimento de água, é considerada boa, quando consegue estabelecer um equilíbrio entre a busca pelo menor custo de implantação em um projeto, respeitando limites normativos de pressão e velocidade de escoamento. Uma das alternativas de busca deste equilíbrio é a utilização dos métodos computacionais de otimização. Em relação a esses métodos, Junior (17) afirma que o avanço da tecnologia fez com que os métodos clássicos de dimensionamento entrassem em desuso na medida em que foram surgindo métodos de otimização que buscavam melhores soluções focadas na minimização do custo.

Dentre esses métodos de otimização, destaca-se a otimização feita através do Lenhsnet, e a otimização através do método de HMN (12).

Riccaldone (23), afirma que a otimização feita através do Lenhsnet dentro do Epanet é uma técnica extremamente eficiente e que apresenta bons resultados em relação ao custo e o tempo de processamento, e que tem sido utilizada em diversos estudos.

Já Filho (8), afirma que o método de Hansen, Madsen e Nielsen é eficiente porque converge em um tempo razoável de execução, e por isso, vem crescendo o número de trabalhos que utilizam este método.

Com respeito ao balanceamento hidráulico, Costa (6) afirma que o método denominado de Hardy-Cross vem sido utilizado em muitos problemas de otimização em redes de distribuição de água pela sua simplicidade e por apresentar resultados satisfatórios.

Sobre o método do gradiente, Formiga (9) afirma que trata-se de um excelente método com um algoritmo muito eficiente e que apresenta uma convergência rápida, permitindo a otimização de vários tipos de rede. Essa característica implicou na sua utilização em quase todos os pacotes de simuladores hidráulicos atualmente disponíveis como o EPANET e o PIPENET.

Formiga & Chaudhry [10] observam que, no método de Hardy-Cross o sistema de equações original é resolvido empregando o conceito de gradiente. Sua vantagem é dada por ser um dos mais fáceis de calcular manualmente, entretanto o método de Hardy-Cross pode apresentar um comportamento instável para redes mais complexas, e portanto esse método perde a eficiência numérica quando aplicado às redes de grande porte, apresentando uma taxa de convergência muito baixa. Uma outra desvantagem desta formulação está na dificuldade de se acrescentar dispositivos na rede como bombas e válvulas redutoras de pressão.

A classe de métodos que mais se destaca é a de métodos mistos, pois ela consegue unir as melhores características de dois ou mais métodos. Dentro dessa classe, o método híbrido de Nielsen apresenta características que se mostraram bastante eficientes, pois obtém resultados comparáveis àqueles determinados por outros métodos específicos para o balanceamento hidráulico, e o tempo gasto na obtenção da solução é consideravelmente menor (Dias e Gomes, 2008). Junior [17] corrobora com a opinião de Dias e Gomes, afirmando que o método híbrido de Nielsen trata-se de um método robusto, capaz de convergir, em um número muito menor de iterações, quando comparado com os resultados obtidos com técnicas isoladas.

Pelo apresentado acima pode-se constatar a importância de uma rede de distribuição de água, e que além da implementação de uma dessas redes existe um processo de otimização, que apresenta uma diversidade de métodos para tratar o mesmo problema, sendo de grande valia um trabalho de avaliação e comparação entre métodos para o dimensionamento e otimização.

## 1.2 Tipos de redes

Uma rede de distribuição de água nada mais é do que um conjunto que envolve tubulações, acessórios (válvulas), reservatórios, bombas, entre outros componentes, cuja a finalidade é a de atender, dentro de condições sanitárias, de vazão e pressão convenientes a cada um dos diversos pontos de consumo que está na rede. O objetivo desse trabalho é otimizar redes de distribuição de água, com o foco nas tubulações que essa rede possa ter. Esta otimização é o processo de encontrar o dimensionamento da rede que minimize o seu custo satisfazendo a certas restrições.

Com o intuito de facilitar o estudo em uma rede de distribuição de água, podemos afirmar que ela é constituída, basicamente, por dois tipos de tubulações, a principal e a secundária. A principal, também chamada de mestra, é composta pelas maiores tubulações da rede com maior diâmetro e que tem a finalidade de abastecer as tubulações secundárias, que por sua vez são aquelas que apresentam tubulações com diâmetros menores e tem por finalidade abastecer os pontos de consumo da rede. Dito isto, a depender de como são dispostas as tubulações principais e o sentido que

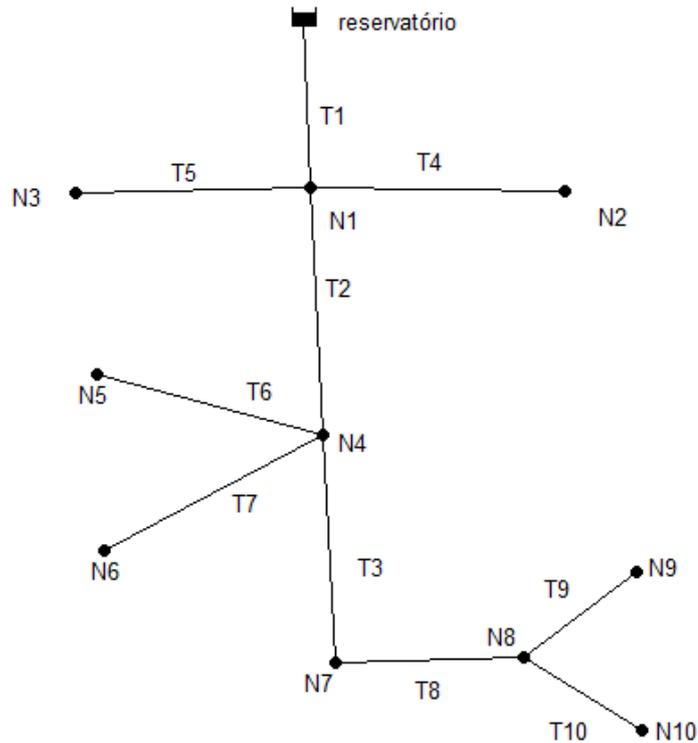


Figura 1.1: Rede ramificada

as tubulações secundárias dão ao escoamento, as redes podem ser classificadas como redes ramificadas ou malhadas.

### 1.2.1 Redes ramificadas

Esse tipo de rede tem uma estrutura onde o abastecimento é feito de forma unidirecional, ou seja, o abastecimento é feito a partir de uma tubulação principal, alimentada por um reservatório e a distribuição da água é feita diretamente para as tubulações secundárias. Assim por esse tipo de rede fica fácil conhecer o sentido da vazão em qualquer trecho. A principal vantagem desse tipo de rede é que ela é mais econômica, porém a insegurança da rede é uma desvantagem, pois caso aconteça algum problema, como acidentes ou reparos, em uma tubulação que interrompa o escoamento da mesma, todo o abastecimento nas tubulações situadas após essa (a jusante), fica comprometido, interrompendo o fornecimento de água. Um exemplo de rede ramificada está na figura [1.1](#).

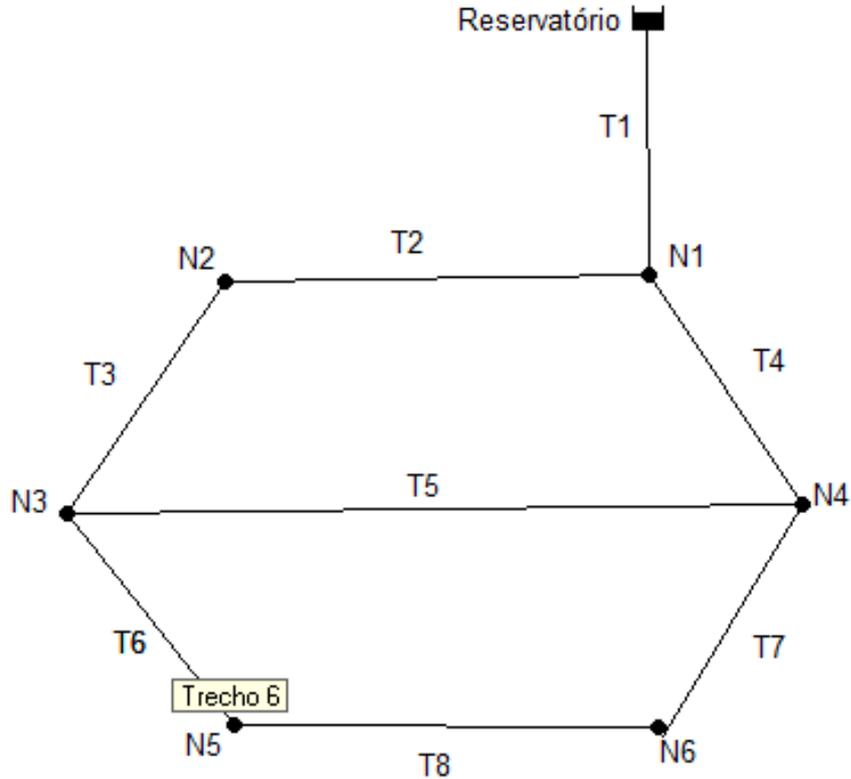


Figura 1.2: Rede malhada

onde temos um reservatório, com nós nomeados de N1 até N10, e trechos nomeados de T1 até T10. A rede da tubulação principal é formada pelos trechos T1, T2 e T3 que são os trechos de maior diâmetro da rede. Já os outros trechos fazem parte da rede de tubulação secundária. As pequenas bolas pretas representam os nós da rede, e a parte indicada pelo nome reservatório é o reservatório que abastece a rede. Na parte relacionada ao sentido do escoamento que a água faz da tubulação principal para a secundária nesse exemplo é dado da seguinte forma  $N1 \rightarrow N2$ ,  $N1 \rightarrow N3$ ,  $N1 \rightarrow N4$ ,  $N4 \rightarrow N5$ ,  $N4 \rightarrow N6$ ,  $N4 \rightarrow N7$ ,  $N7 \rightarrow N8$ ,  $N8 \rightarrow N9$  e  $N8 \rightarrow N10$ .

### 1.2.2 Redes malhadas

Nesse tipo de rede as tubulações são distribuídas pela área a ser abastecida, formando blocos, podendo abastecer qualquer ponto do sistema por mais de um caminho, solucionando assim o principal problema de uma rede ramificada, pois permite uma maior flexibilidade em satisfazer a demanda e a manutenção da rede, reduzindo a necessidade de interrupção no fornecimento de água, ou seja, a água circula em qualquer direção de acordo com a demanda do consumo. Na figura [1.2](#) está um exemplo de rede malhada.

Observe que as nomenclaturas seguem o mesmo padrão da rede ramificada, nesse

caso temos, um reservatório, 6 nós, 8 trechos. Para o escoamento vale observar que qualquer nó nessa malha pode ser abastecido por, no mínimo, dois caminhos, o que facilita o abastecimento, caso exista algum problema em qualquer ponto da rede.

Portanto as redes malhadas são as mais comuns, pois conseguem suprir a demanda de consumo por mais de um caminho. Devido a essa característica, esse tipo de rede é muito utilizado para o abastecimento em grandes cidades e também será o tipo de rede utilizado em nosso trabalho.

Para dar continuidade, devemos falar de alguns conceitos de hidráulica e de mecânica dos fluidos, que servirão para entender as restrições do nosso problema e suas características.

### 1.3 Conceitos básicos de escoamento

Em relação à pressão ( $p$ ) que atua no tubo, vale notar a diferença entre o caso livre, e o forçado. No primeiro caso temos uma condição onde a pressão na superfície da água é igual à pressão atmosférica, situação que é mais comum em canais fluviais com tubos abertos. No segundo caso, a pressão é sempre diferente da pressão atmosférica, daí temos que trabalhar com tubos fechados com ou sem a sucção de bombas ou nas redes de abastecimento de água. Vale ressaltar que este trabalho abordará somente o caso forçado, pois será desenvolvido em tubulações fechadas. Esse trabalho também irá se utilizar do termo altura da coluna de água ( $h_{ca}$ )<sup>1</sup> para se referir a pressão.

Já em relação à trajetória, o escoamento pode ser laminar ou turbulento. No caso de um escoamento laminar as partículas da água se movem em camadas (lâminas), sendo o efeito da perturbação desprezível, levando-se em conta apenas o efeito apenas do atrito da água com as paredes da tubulação. Já no caso turbulento, as partículas da água se movem com trajetórias irregulares, ocasionando a transferência de movimento de uma parte do fluido para outra, este caso é mais comum em regiões que apresentam curvas ou válvulas, por exemplo. Além do mais, essa trajetória pode ser uniforme, ou variada. A trajetória é dita uniforme quando a velocidade é constante, e variado quando a velocidade não é constante.

Com respeito à dimensão do problema podem definir os escoamentos como unidimensionais, bidimensionais ou tridimensionais. No caso unidimensional, as variações das grandezas serão consideradas apenas em uma dimensão. Para o caso bidimensional essas variações são em duas dimensões. No caso tridimensional, as grandezas variam em três dimensões, trata-se do caso mais geral e, portanto, mais complexo, pois aqui além das variações do caso bidimensional, as variações no eixo “z” também devem ser levadas em conta. Para esse trabalho será considerado o escoamento em condutos forçados unidimensionais.

---

<sup>1</sup>Pode ser definida como a pressão exercida por uma coluna de água de 1 metro de altura

## 1.4 Equações envolvidas no escoamento

### 1.4.1 Equação da Continuidade

A equação de continuidade é a equação mais básica usada na hidráulica e na mecânica de fluidos. Esta equação é baseada no princípio de conservação de massa. No contexto das tubulações, ela pode ser vista como: a massa que entra em um lado de um tubo é igual à massa que sai do outro lado do tubo, matematicamente portanto, temos [22]

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2, \quad (1.1)$$

onde,

- $\rho_i$  - massa específica ( $kg/m^3$ ) do fluido na seção  $i$  ( $i = 1, 2$ ),
- $A_i$  - área da seção ( $m^2$ ) do fluido na seção  $i$  ( $i = 1, 2$ ),
- $v_i$  - velocidade ( $m/s$ ) do fluido na seção  $i$  ( $i = 1, 2$ ).

Como estamos tratando com a água que é um fluido incompressível (massa específica constante), podemos escrever a equação da seguinte forma

$$q = A_1 v_1 = A_2 v_2, \quad (1.2)$$

onde  $q$  é a vazão ( $m^3/s$ ).

### 1.4.2 Equação de Bernoulli

Essa equação representa a conservação de energia para o caso de escoamentos considerando um fluido não viscoso e incompressível. Como o fluido que está sendo considerado está em movimento, seu volume permanece o mesmo, mas sua altura, velocidade e área da seção transversal variam. No caso do fluido sem movimento, o volume, a sua altura, velocidade e área da seção transversal não variam. Tomamos para um primeiro intervalo de tempo,  $y_1$  para a altura,  $v_1$  para a velocidade,  $A_1$  para a área transversal, e  $p_1$  para a pressão. Da mesma forma, para um segundo intervalo de tempo, teremos  $y_2$ ,  $v_2$ ,  $A_2$  e  $P_2$ . A equação de Bernoulli tomada é (adaptada de [14])

$$P_1 + \frac{\rho}{2} v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{\rho}{2} v_2^2 + \rho g y_2, \quad (1.3)$$

onde  $g$  é a gravidade.

Dividindo (1.3) por  $\rho g$ , tem-se,

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{1}{2g} v_1^2 + y_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{1}{2g} v_2^2 + y_2. \quad (1.4)$$

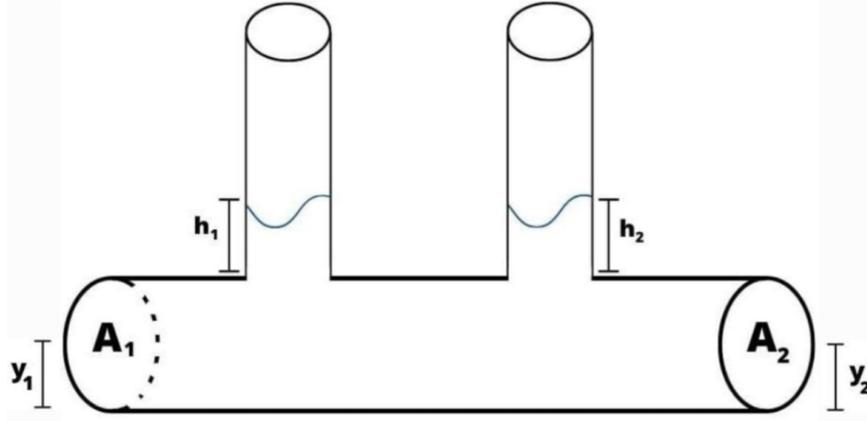


Figura 1.3: Aplicação da equação de Bernoulli,  $h_1 = h_2$ .

Note que,  $P = \frac{mg}{A}$  e  $\rho = \frac{m}{V}$ , de onde  $m = \rho V$  (onde  $V$  é o volume), logo,

$$\begin{aligned} P &= \frac{mg}{A} = \frac{\rho V g}{A} = \frac{\rho(hA)g}{A} = \rho h g \\ h &= \frac{P}{\rho g}, \end{aligned} \quad (1.5)$$

então (1.4) torna-se,

$$h_1 + \frac{1}{2g}v_1^2 + y_1 = h_2 + \frac{1}{2g}v_2^2 + y_2. \quad (1.6)$$

A equação (1.6) acima está considerando uma situação ideal, na qual o deslocamento do fluido não sofre perda de energia, ou seja, sua energia é totalmente conservada e  $h_1 = h_2$  (conforme a figura 1.3).

Para modelar o problema numa situação mais próxima da realidade desse projeto, devemos levar em conta que  $h_1 \neq h_2$  (conforme a figura 1.4). Uma possível interpretação para a relação entre  $h_1$  e  $h_2$  está em (1.7).

$$\begin{cases} h_1 > h_2, & \text{se o sentido da vazão é da esquerda para a direita} \\ h_1 = h_2, & \text{se a vazão é nula} \\ h_1 < h_2, & \text{se o sentido da vazão é da direita para a esquerda} \end{cases} \quad (1.7)$$

O caso de  $h_2 \neq h_1$  leva a uma interpretação de que parte da energia para o deslocamento foi transformada em calor, o que ocasionou essa diferença de altura. A esse fenômeno daremos o nome de perda de carga, representado por  $\Delta h$ .

O  $\Delta h$  mostra que a pressão não é conservada. Uma informação que podemos extrair desse ponto é a de que a equação de Bernoulli, como foi definida, não se aplica na prática. Para contornar esse fato, utiliza-se a fórmula (1.8), que tem a

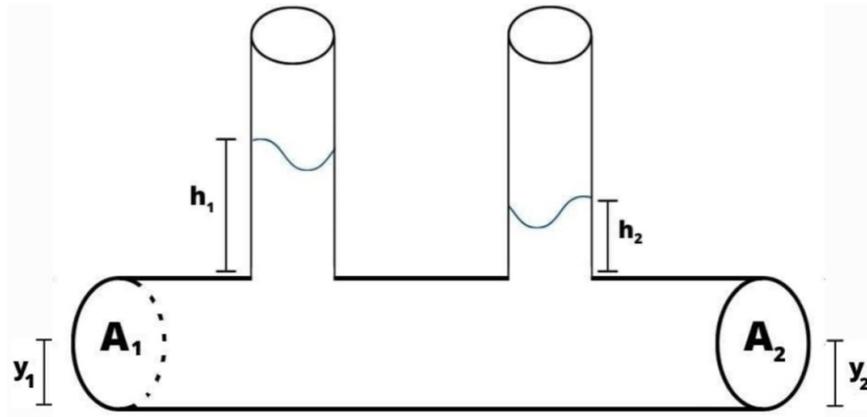


Figura 1.4: “Caso mais realístico”, com  $h_1 \neq h_2$ .

adição da perda de carga e pode ser escrita como

$$h_1 + \frac{1}{2g}v_1^2 + y_1 = h_2 + \frac{1}{2g}v_2^2 + y_2 + \Delta h, \quad (1.8)$$

A perda de carga será melhor analisada na Seção [1.4.3](#).

### 1.4.3 Equações de perda de carga

No final da seção anterior, foi visto que quando um fluido escoar de um ponto a outro, parte de sua energia é convertida em calor, esse processo se denomina de perda de carga ( $\Delta h$ ). Esta perda está diretamente relacionada com a trajetória do fluido dentro da tubulação, sendo a viscosidade do fluido e a rugosidade da tubulação seus principais fatores, que implica no atrito do líquido com as paredes internas da tubulação e partículas viajando com velocidades diferentes.

Neste trabalho será considerada como unidade de medida para a perda de carga o padrão metros de coluna d’água por metro de comprimento da tubulação (*m.c.a./m*).

De acordo com Vennard e Street (1978) os primeiros experimentos sobre o escoamento de água em tubos cilíndricos indicavam que essa perda estava diretamente relacionada à vazão do fluido e o comprimento do tubo, e relacionada inversamente ao diâmetro do tubo.

#### Fórmula universal da perda de carga

Tomando como base o trabalho de Vennard e Street (1978) e utilizando um coeficiente de proporcionalidade chamado de coeficiente de atrito ( $f$ ), Darcy e Weisbach propuseram uma equação que recebe o nome de equação universal da perda de carga (para condutos de área circular),

$$\Delta h = f \frac{8l}{g\pi^2 d^5}, \quad (1.9)$$

Tabela 1.1: Tabela da viscosidade cinemática

| Temperatura( $^{\circ}C$ ) | Viscosidade cinemática | Temperatura( $^{\circ}C$ ) | Viscosidade cinemática |
|----------------------------|------------------------|----------------------------|------------------------|
| 0                          | $1.792 \times 10^{-6}$ | 20                         | $1.007 \times 10^{-6}$ |
| 2                          | $1.673 \times 10^{-6}$ | 22                         | $9.60 \times 10^{-7}$  |
| 4                          | $1.567 \times 10^{-6}$ | 24                         | $9.17 \times 10^{-7}$  |
| 6                          | $1.473 \times 10^{-6}$ | 26                         | $8.76 \times 10^{-7}$  |
| 8                          | $1.386 \times 10^{-6}$ | 28                         | $8.39 \times 10^{-7}$  |
| 10                         | $1.308 \times 10^{-6}$ | 30                         | $8.04 \times 10^{-7}$  |
| 12                         | $1.237 \times 10^{-6}$ | 32                         | $7.72 \times 10^{-7}$  |
| 14                         | $1.172 \times 10^{-6}$ | 34                         | $7.41 \times 10^{-7}$  |
| 16                         | $1.112 \times 10^{-6}$ | 36                         | $7.13 \times 10^{-7}$  |
| 18                         | $1.059 \times 10^{-6}$ | 38                         | $6.87 \times 10^{-7}$  |

Fonte: Gomes -2004

onde,

- $\Delta h$  - perda de carga total ( $m.c.a./m$ ),
- $f$  - coeficiente de atrito (adimensional),
- $q$  - vazão ( $m^3/s$ ),
- $g$  - aceleração da gravidade ( $m/s^2$ ),
- $l$  - comprimento do trecho ( $m$ ),
- $d$  - diâmetro interno do tubo ( $cm$ ).

Este  $f$  é dado em função do coeficiente de Reynolds ( $Re$ )<sup>2</sup>

$$Re = \frac{vd}{\nu}, \quad (1.10)$$

onde,

- $\nu$  - Viscosidade cinemática ( $m^2/s$ )

O número de Reynolds é um parâmetro importante a ser analisado, pois indica uma crescente turbulência ou não, por exemplo, quando o  $Re$  é baixo ( $Re < 2000$ ) o fluxo é lento, o que significa que temos um fluxo laminar, do contrário, um  $Re$  alto ( $4000 > Re > 2000$ ), temos um fluxo turbulento. Com respeito à viscosidade cinemática  $\nu$ , alguns valores estão apresentados na tabela [1.1](#).

Existem algumas equações que podem ser utilizadas para o cálculo de  $f$ . Dentre elas podemos citar a fórmula de Colebrook-White, a de Nikuradse, a de Karman e a de Swamee e Jain, apresentadas na tabela [1.2](#).

<sup>2</sup>O coeficiente de Reynolds é um número adimensional, resultado da proporção de forças de inércia para as forças viscosas e é um parâmetro conveniente para prever se um escoamento vai ser laminar ou turbulento [5](#).

Tabela 1.2: Equações para o fator de atrito  $f$

| Nome            | Equação   |
|-----------------|---|
| Colebrook-White | $\frac{1}{f} = -2 \log_{10} \left( \frac{\varepsilon/d}{3,7} + \frac{2,51}{Re\sqrt{f}} \right)$     |
| Nikuradse       | $\frac{1}{f} = 2 \log_{10} \left( \frac{Re\sqrt{f}}{2,51} \right)$                                  |
| Karman          | $f = [2 \log_{10} (3,7 \frac{d}{\varepsilon})]^{-2}$  |
| Swamee & Jain   | $f = 1,325 \left[ \ln \left( \frac{\varepsilon}{3,7d} + \frac{5,74}{Re^{0,9}} \right) \right]^{-2}$ |

O parâmetro  $\varepsilon$ , nesse caso, é referente à rugosidade na parede da tubulação e seu valor muda para cada tipo de material, por exemplo no caso do PVC é de 0.0015mm [16]. No caso das equações de Colebrook-White e de Nikuradse, o coeficiente  $f$  é obtido de forma iterativa, pois aparece em ambos os lados da equação, já a equação de Swamee e Jain ou de Karman são alternativas para evitar esse processo, já que o  $f$  é explicitado.

### Fórmula de Hazen-Williams

Essa equação foi desenvolvida por Allen Hazen ( Engenheiro Civil e Sanitarista) e por Garden Williams (Professor de Hidráulica) entre 1902 e 1905, e é muito utilizada por conta da sua aplicabilidade em diâmetros de 50mm a 3000mm. É dada por

$$\Delta h = 10,643 \frac{l}{C^{1,85} d^{4,87}} q^{1,85}, \quad (1.11)$$

onde,

- $C$ - coeficiente de rugosidade (adimensional).

No caso da fórmula de Hazen-Williams, esse coeficiente de rugosidade  $C$  varia de acordo com o tipo de material e o estado da parede do tubo. Na tabela [1.3] são apresentados alguns dos valores que  $C$  pode assumir.

### Exemplo do cálculo da perda de carga

Suponha que uma dada tubulação nova de aço galvanizado possui 10m de comprimento com diâmetro interno de 75mm, possui uma vazão d'água de 2 l/s. Qual seria a perda de carga nesse caso?

**Resposta:** Da forma que o exemplo foi construído, pode-se perceber que sua solução é encontrada facilmente pela fórmula de Hazen-Williams. Dito isto, tem-se que:

$$\Delta h = 10,643 \frac{l}{C^{1,85} d^{4,87}} q^{1,85}$$

Tabela 1.3: Variação de rugosidade C em função do material e tempo de uso

| Tubos                                       | Novos | Usados (10 anos) |
|---|-------|------------------|
| Aço galvanizado roscado                     | 125   | 100              |
| Aço rebitado, novo                          | 110   | 90               |
| Aço soldado, comum (revest. betuminoso)     | 125   | 110              |
| Aço soldado com revestimento epóxico        | 140   | 130              |
| Chumbo                                      | 130   | 120              |
| Cimento-amianto                             | 140   | 130              |
| Cobre                                       | 140   | 135              |
| Ferro fundido, revestimento epóxico         | 140   | 130              |
| Ferro fundido, revest. de argam. de cimento | 130   | 120              |
| Plástico (PVC)                              | 140   | 135              |

Fonte: Porto - 1998

Como trata-se de uma tubulação nova de aço galvanizado, então  $C = 125$ , logo

$$\begin{aligned}
 \Delta h &= 10,643 \frac{(10m)}{(125)^{1,85} \cdot (75mm)^{4,87}} \cdot (2l/s)^{1,85} \\
 &= 10,643 \frac{(10m)}{(125)^{1,85} \cdot (0,075m)^{4,87}} \cdot (0,002m^3/s)^{1,85} \\
 &= 0,04296m.c.a/m
 \end{aligned}$$

Isto significa que, a cada metro que a água percorre dentro desta tubulação, perde-se 0,04296 *m.c.a* de pressão, ou seja, após cada deslocamento de 1 metro a pressão exercida passa a ser a de uma coluna de água de  $(1 - 0,04296)$  metros de altura.

## 1.5 Restrições

Para o bom funcionamento de uma rede de distribuição de água devemos impor restrições que dizem respeito à pressão, à velocidade e à perda de carga, elas serão apresentadas aqui seguindo os parâmetros adotados pela Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) [\[1\]](#).

### Pressão

Com respeito à pressão, estamos levando em conta a norma da ABNT - NBR 12218/1994. Existem dois tipos de restrições para a pressão, uma delas é com relação à pressão mínima, onde seu valor deve ser maior ou igual a 100 kPa (10 mca), e ela influencia na água que chega aos consumidores. A outra restrição é com relação a pressão máxima, onde seu valor não deve ultrapassar os 500kPa (50mca), e ela influencia na resistência da tubulação. Essas restrições devem ser respeitadas pois é necessário garantir uma pressão mínima, caso contrário, o abastecimento de

Tabela 1.4: Velocidade e vazão máxima em relação ao diâmetro

| Diâmetro (m)         | Velocidade máxima (m/s) | Vazão Máxima (l/s) |
|----------------------|-------------------------|--------------------|
| $5 \times 10^{-2}$   | 0,68                    | 1,60               |
| $7.5 \times 10^{-2}$ | 0,72                    | 3,40               |
| $1 \times 10^{-1}$   | 0,75                    | 5,90               |
| $1.5 \times 10^{-1}$ | 0,83                    | 16,00              |
| $2 \times 10^{-1}$   | 0,91                    | 29,70              |
| $2.5 \times 10^{-1}$ | 0,98                    | 48,80              |
| $3 \times 10^{-1}$   | 1,05                    | 74,10              |
| $4 \times 10^{-1}$   | 1,19                    | 145,80             |
| $5 \times 10^{-1}$   | 1,33                    | 251,00             |

Fonte: Tubos Tigre da linha PBA PVC 12

água será comprometido em alguns pontos e, por outro lado, a pressão do fluido acima da máxima ocasionará um maior gasto de energia para o bombeamento e um maior custo de implementação das tubulações.

### Velocidade

Com respeito à velocidade, estamos levando em conta a norma da ABNT - NBR 1221/1994. A velocidade mínima nas tubulações deve ser de 0,6 m/s, e a máxima, de 3,5 m/s, essas restrições para a velocidade estão relacionadas com a segurança e durabilidade das tubulações, bem como o custo de implementação. Quanto menor for a velocidade na rede, mais conservado o material das tubulações ficará, porém, caso essa velocidade esteja abaixo da mínima estabelecida, a rede sofrerá com uma lentidão no abastecimento, já o caso em que as velocidades são altas exige um maior diâmetro da tubulação, e um maior desgaste da mesma, gerando um maior custo de implantação das tubulações. A tabela [1.4](#) mostra a relação entre os diâmetros das tubulações e suas velocidades e vazões máximas.

A tabela apresentada, foi extraída do catálogo de tubulações da empresa “Tigre, tubos e conexões”, onde a terceira coluna apresenta valores que dependem das duas primeiras, já que a vazão nesse caso é calculada pelo produto da área da seção transversal do tubo com a velocidade da água desenvolvida dentro desse tubo. Os diâmetros tomados foram a partir de 50mm ( $5 \times 10^{-2}$ m), pois é o diâmetro mínimo estabelecido pela norma NBR 12218/1994 da ABNT.

### Perda de carga

Com respeito à perda de carga, estamos levando em conta a norma da ABNT - NBR 12213/1994. É considerado o valor de 8 mca/m para tubulações com diâmetros menores que 400 mm, para uma perda de carga máxima. Não existe restrição de

carga mínima, já que, quanto menor a perda de carga, melhor será para a rede.

# Capítulo 2

## Formulação matemática

### 2.1 Balanceamento hidráulico

Para o desenvolvimento do balanceamento hidráulico iremos considerar três elementos para a rede, o reservatório, o tubo e o ponto (encontro entre dois tubos, também pode ser chamado de nó). Esse ponto pode ser de consumo, quando sai água por ele (uma torneira aberta, por exemplo), ou pode ser de transpasso, quando existe somente o deslocamento de água por ele sem nenhuma saída.

Caso a rede apresente ciclos, serão denotados por  $n_{ciclo}$ , o número de ciclos dessa rede. Pode-se denotar por  $n_{tubo}$  os números de tubos, e  $n_{pct}$  o número de pontos onde se conectam tubos. Todo ponto  $b$  tem três coordenadas espaciais  $(x_b, y_b, z_b)$ , onde a coordenada  $z$  é denominada como elevação do ponto. Se o ponto conecta um reservatório a um tubo, esse ponto tem o nível do reservatório associado a ele, a figura 2.1 serve como referência do que está sendo tratado. Denota-se por  $h_b$  a perda altura do ponto  $b$ .

O número total de pontos na rede é denotado por

$$n_p = n_r + n_{pct}, \quad (2.1)$$

onde

- $n_p$  é o número total de pontos.
- $n_r$  é o número de reservatórios (pontos que conectam o reservatório ao tubo).
- $n_{pct}$  é o número de pontos que conectam tubos.

Considerando o que foi apresentado na Seção 1.4.2, suponha que existe um deslocamento do ponto 2 para o 3, devido ao atrito, isso acarreta em  $h_3 < h_2$ . No caso da figura 2.1 tem-se  $n_r = 2$ ,  $n_{pct} = 2$ , e  $n_p = 4$ .

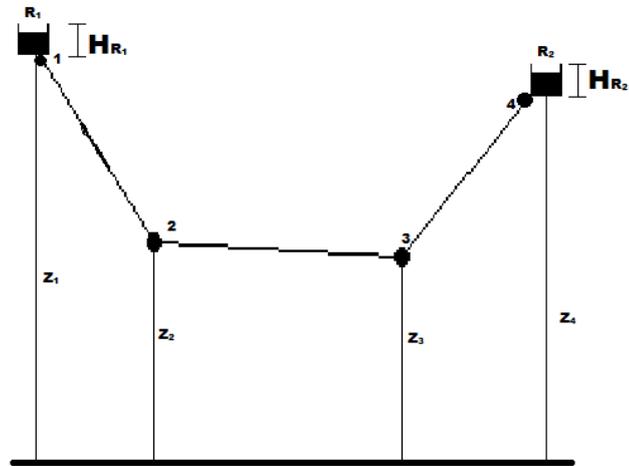


Figura 2.1: Relações de uma rede (Altura dos pontos e reservatórios)

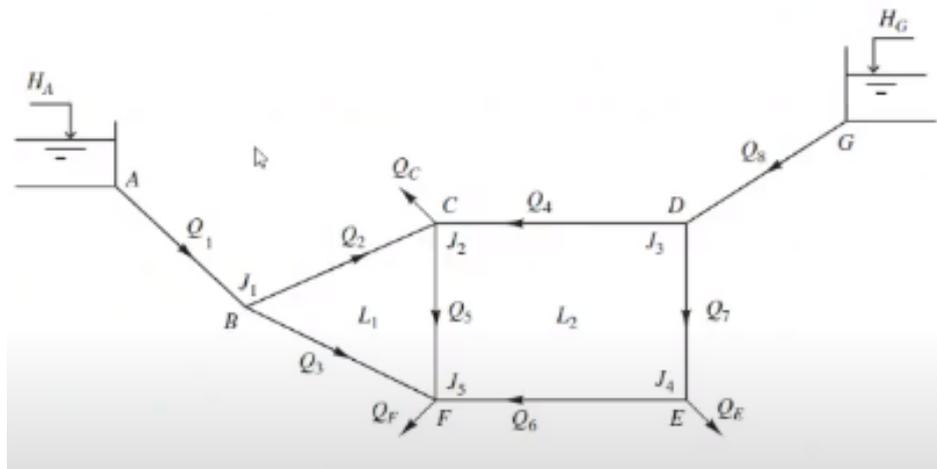


Figura 2.2: Exemplo de rede [16]

Dadas essas considerações iniciais, tomaremos a figura [2.2](#) para dar prosseguimento ao estudo. Vale observar que a rede pode ser vista como um grafo cujo os pontos do espaço são  $A, B, C, \dots, G$ . Os pontos  $A$  e  $G$  são reservatórios, e os demais são pontos que conectam tubos. Como todos esses pontos estão localizados no espaço, eles possuem três coordenadas  $(x, y, z)$ , sendo  $z$  a elevação do ponto. É importante salientar que a coordenada  $z$  não é visualizada na figura [2.2](#). No caso de  $H_A$  e  $H_G$  são as respectivas alturas dos reservatórios, as vazões são representadas por  $Q_1$ , até  $Q_8$ , além de  $Q_C$ ,  $Q_F$  e  $Q_E$  que indicam pontos de consumo. As setas dentro dos tubos servem para indicar se a vazão está no sentido positivo ou negativo, por exemplo entre os pontos  $A$  e  $B$ , a vazão indo de  $A$  para  $B$  está no sentido positivo, caso o ponto em análise seja o  $B$ . Já no caso entre os pontos  $C$  e  $F$ , a vazão indo de  $C$  para  $F$  está no sentido negativo, caso o ponto em análise seja o  $C$ .  $L_1$  e  $L_2$  representam os ciclos dentro dessa rede.

Existe uma relação entre  $n_r$ ,  $n_{pct}$ ,  $n_{ciclo}$  e  $n_{tubo}$ , dada a partir do estudo de grafos [\[20\]](#), que adaptado para o esse estudo é exibida em [\(2.2\)](#),

$$n_{pct} + n_{ciclo} + n_r - 1 = n_{tubo}. \quad (2.2)$$

Para a figura [2.2](#), tem-se  $n_{pct} = 5$ ,  $n_{ciclo} = 2$ ,  $n_r = 2$  e  $n_{tubo} = 8$ , que aplicados na relação [\(2.2\)](#), validam a rede, já que:  $5 + 2 + 2 - 1 = 8$ .

Para o problema, [2.2](#) servirá para definir um sistema de  $n_{pct} + n_{ciclo} + n_r - 1$  equações e  $n_{tubo}$  incógnitas. Essas incógnitas são as vazões de cada tubo.

### 2.1.1 O problema da vazão nos tubos e pressão nos pontos

Para o estudo desse problema, com respeito aos pontos, consideram-se suas coordenadas, os pontos de consumo ou vazamentos e os níveis dos reservatórios. Com respeito aos tubos, está se considerando os extremos dos tubos (início e fim, os pontos extremos), seus diâmetros e suas rugosidade média.

Tem-se por objetivo calcular a vazão em cada tubo e a pressão em cada ponto. Para alcançar esse objetivo, resolve-se as seguintes equações, chamadas de equações de estado:

- Para cada ponto que conectam os tubos, tem-se a equação de conservação de massa ( $n_{pct}$  equações).
- Para os ciclos, tem-se a perda de altura nos ciclos ( $n_{ciclo}$  equações).
- Para os reservatórios, tem-se a perda de altura entre um reservatório e os demais ( $n_r - 1$  equações).

A relação [2.2](#) assegura que o sistema de equações tem o mesmo número de incógnitas que de igualdades. Vale notar que as equações com respeito à conservação de massa são lineares, e as equações com respeito às perdas de altura são não lineares, já que a vazão possui termos ao quadrado. Número de incógnitas  $= n_{tubo} = n_+ n_{ciclo} + n_r - 1 =$  número de equações

Carece agora exibir a forma de cada uma dessas equações acima citadas que será feito a seguir.

### 2.1.2 Equação da conservação da massa

Essa equação é baseada no princípio de que, em todo ponto que conecta tubos, a massa que entra no ponto é igual à massa que sai do ponto. De forma geral, suponha que  $A_j (j = 1, \dots, n_{pct})$  seja o conjunto dos tubos conectados ao ponto  $j$ , e que  $q_i$  seja a vazão em cada tubo  $i \in A_j$ , assim a equação da conservação de massa por ser escrita por

$$\sum_{i \in A_j} s_i q_i = q_j, \quad (2.3)$$

onde  $q_j$  representa a vazão de consumo no ponto  $j$ , já  $s_i$  é igual a 1 se a água chega ao ponto  $j$  pelo cano  $i$  e -1 se ela sai do ponto por esse cano. No caso da figura [2.2](#), com respeito ao ponto  $J_2$ , por exemplo, tem-se que,

$$Q_2 + Q_4 - Q_5 = Q_C. \quad (2.4)$$

Lembrando que, para cada tubo teremos uma equação de conservação de massa, e portanto em cada rede teremos  $n_{pct}$  equações.

### 2.1.3 Equações de perda de altura (perda de carga)

Para o estudo dessa equação vamos considerar um tubo  $t$  com pontos extremos  $(a, b)$ . Considerando a vazão  $q_{ab}$  como sendo a vazão de água de  $a$  para  $b$ , tem-se o seguinte:

- $q_{ab} > 0$ , significa que a água está sendo transportada de  $a$  para  $b$ .
- $q_{ab} < 0$ , significa que a água está sendo transportada de  $b$  para  $a$ .
- $q_{ab} = 0$ , significa que a água está em repouso.

Experimentalmente se observa que:

- Se  $q_{ab} > 0$ , então  $H_a > H_b$ .
- Se  $q_{ab} < 0$ , então  $H_a < H_b$ .
- Se  $q_{ab} = 0$ , então  $H_a = H_b$ .

De forma geral, se  $q_{ab} \neq 0$ , então

$$H_a - H_b = K_t |q_{ab}| q_{ab}, \quad (2.5)$$

onde  $K_t$  é uma constante que depende da formula que está sendo usada para calcular a perda de altura, se por exemplo, for usada fórmula de Darcy-Weisbach [16], tem-se que

$$K_t = f \frac{8lq^2}{g\pi^2 d^5}, \quad (2.6)$$

com  $f$  dado pela fórmula de Karman,

$$f = \left[ 2 \log_{10} \left( 3, 7 \frac{d}{\varepsilon} \right) \right]^{-2}. \quad (2.7)$$

Para cada ciclo, tem-se que a soma das diferenças de alturas (2.5) em um ciclo da rede, é zero, ou seja,

$$\sum_{t \text{ em um ciclo}} K_t |q_{ab}| q_{ab} = 0. \quad (2.8)$$

A equação (2.8) pode ser facilmente verificada, basta imaginar um ciclo com  $n$ -pontos, onde o ponto 1 se conecta ao ponto 2, o 2 ao 3, e assim por diante, o ponto  $n - 1$  se liga ao ponto  $n$  e o ponto  $n$  se liga ao ponto 1, formando assim o seguinte conjunto de equações

$$\begin{aligned} H_1 - H_2 &= K_{12} |q_{12}| q_{12}, \\ H_2 - H_3 &= K_{23} |q_{23}| q_{23}, \\ &\vdots \\ H_{n-1} - H_n &= K_{(n-1)n} |q_{(n-1)n}| q_{(n-1)n}, \\ H_n - H_1 &= K_{(n)1} |q_{(n)1}| q_{(n)1}, \end{aligned}$$

Ao somar cada uma das equações, temos

$$\cancel{H_1} - \cancel{H_2} = K_{12}|q_{12}|q_{12}, \quad (2.9)$$

$$\cancel{H_2} - \cancel{H_3} = K_{23}|q_{23}|q_{23}, \quad (2.10)$$

$$\vdots \quad (2.11)$$

$$\cancel{H_{n-1}} - \cancel{H_n} = K_{(n-1)n}|q_{(n-1)n}|q_{(n-1)n}, \quad (2.12)$$

$$\cancel{H_n} - \cancel{H_1} = K_{(n)1}|q_{(n)1}|q_{(n)1}, \quad (2.13)$$

$$(2.14)$$

obtendo assim,

$$0 = \sum_{i,j=1}^n K_{ij}|q_{ij}|q_{ij}. \quad (2.15)$$

Para a equação que estabelece a relação entre um reservatório  $R_i$  e os demais reservatórios, é tomado um  $C_{R_i,R_k}$  como um caminho entre o reservatório  $R_i$  e  $R_k$ , é dada por

$$H_{R_1} + \sum_{t \in C_{R_i,R_k}} K_t|q_{ab}|q_{ab} - H_R = 0. \quad (2.16)$$

A verificação é feita de forma análoga a feita no caso dos ciclos. Vale lembrar que se a rede tiver  $n_r$  reservatórios, teremos  $n_r - 1$  equações.

Uma vez que foi obtida a vazão em todos os tubos, calcula-se a perda de altura em todos os pontos, para isso basta escolher um reservatório  $R_1$  e construir um caminho simples entre esse reservatório e cada ponto  $a$  da rede, obtendo assim para cada ponto  $a$  tem-se a seguinte relação,

$$h_a = h_{R_1} - \sum_{t \in C_{R_1,a}} K_t|q_t|q_t. \quad (2.17)$$

Uma vez calculada essa perda de altura de água em cada ponto da rede, a pressão no ponto  $a$  ( $p_a$ ) é dada por

$$p_a = \rho g h_a, \quad (2.18)$$

onde  $\rho$  é a densidade da água e  $g$  a aceleração da gravidade.

## 2.2 Formulação para o caso sem bombas

Uma rede de distribuição de água pode ser modelada matematicamente por um grafo  $G = \{V, E\}$  com  $V$  vértices e  $E$  arestas, para o qual associamos as arestas aos tubos com seus respectivos diâmetros, e associamos os vértices aos nós das tubulações. Estamos considerando uma rede com  $m$  tubulações e  $n$  nós.

No problema de otimização da rede de distribuição, os comprimentos, o material e as posições das tubulações são constantes conhecidas. O objetivo está em determinar os diâmetros dessas tubulações a fim de minimizar o custo de implantação da rede, respeitando as restrições com respeito à pressão nos nós, mantendo-as acima de um determinado limite estabelecido e satisfazendo a demanda dos consumidores.

A formulação depende da topografia do local, pois pode ser necessário introduzir bombas nesse sistema para garantir a pressão mínima na rede. Para esse caso deve-se adicionar um outro objetivo com respeito à minimização dos gastos com a bomba. Aqui será desenvolvida uma formulação para o caso sem bombas, que será apresentada em três partes, as variáveis do projeto, a função objetivo, e as funções de restrição.

A formulação sem bombas segue do fato de estar desconsiderando a necessidade de estação de bombeamento na rede e, sendo assim, pode-se desconsiderar, pelo objetivo do trabalho, o custo das conexões que unem os tubos. Esse custo trata-se de um valor fixo tabelado, onde dados os diâmetros escolhidos, obtêm-se os valores das conexões. Pode-se levar em conta também o valor da cola que une os tubos as conexões, o custo do trabalhador que irá executar o projeto, entre outras variáveis que podem ser levadas em conta como o material da tubulação. Porém nesse trabalho considera-se apenas o PVC, pois trata-se de uma rede com tubulação de diâmetros menores, e não o dimensionamento de uma rede de um bairro ou uma cidade.

Dito isso, esse trabalho tem por foco avaliar o custo da rede a partir da minimização do custo dos diâmetros. Portanto as únicas variáveis do modelo são os diâmetros dos tubos.

Os diâmetros assumem valores discretos que são os diâmetros disponíveis no mercado. Denominaremos  $D$  o conjunto dos diâmetros, ou seja,  $d_i \in D, \forall i = 1, \dots, n$ , e a função objetivo é dada por

$$F(d) = \sum_{i=1}^n l_i d_i, \quad (2.19)$$

sendo  $l_i$  o comprimento no tubo  $i$ , lembrando que o comprimento é um valor fixado, já que a rede já está montada e o objetivo é minimizar os diâmetros das tubulações. Após essa otimização, será feita uma análise para determinar qual o diâmetro dentre os tabelados mais se aproxima do encontrado na otimização, e associar a ele o custo por unidade de comprimento do tubo  $c(d_i)$ , exibindo o custo final.

A respeito das restrições, elas devem refletir as características físicas da rede e as exigências do projeto. Com respeito aos diâmetros, tem-se que

$$d_{min} \leq d_i \leq d_{max}, \quad i = 1, \dots, n \quad (2.20)$$

Para as perda de alturas, a decisão tomada é de calculá-las nas interseções dos tubos. Considerando que a rede tenha  $m$  pontos de interseção, e  $h_j$  como a perda de altura no ponto  $j$ , onde  $j$  varia de 1 até  $m$ , obtém-se

$$h_{min} \leq h_j \leq h_{max}, \quad j = 1, \dots, m \quad (2.21)$$

Para as vazões, os ciclos e os reservatórios, as restrições são dadas a partir das equações de estado (conservação da massa e perda de altura). Suponhamos um conjunto  $A_j$  dos tubos conectados ao ponto  $j$ , tal que para cada tubo  $x \in A_j$  tomaremos uma vazão  $q_x$  com valor predeterminado. Supondo a água como um fluido incompressível, teremos com respeito a vazão,

$$\sum_{x \in A_j} K_x sqn(Q_x) Q_x = Q_j, \quad j = 1, \dots, n, \quad (2.22)$$

onde  $Q_j$  refere-se à vazão externa, que pode ser positiva caso o nó seja fornecedor de água, negativa caso o nó seja consumidor de água, e nulo caso seja um nó de comunicação,  $sqn(Q_x)$  é a função sinal da vazão dada por

$$sqn(q_x) = \begin{cases} 1, & \text{se } Q_x > 0 \text{ vazão chega ao nó } j \text{ pelo tubo } x, \\ -1, & \text{se } Q_x < 0 \text{ vazão saí do nó } j \text{ pelo tubo } x, \\ 0, & \text{se } Q_x = 0. \end{cases} \quad (2.23)$$

A discussão sobre  $K$  é feita de forma análoga ao feito para a equação (2.5).

Em resumo, tem-se que a variável de projeto são os diâmetros, e que problema é

$$\text{minimizar} \quad F(d) \quad (2.24)$$

$$\text{Sujeito à restrições} \quad d_{min} \leq d_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (2.25)$$

$$d_i \leq d_{max}, \quad i = 1, \dots, n \quad (2.26)$$

$$h_{min} \leq h_j, \quad j = 1, \dots, m \quad (2.27)$$

$$h_j \leq h_{max}, \quad j = 1, \dots, m \quad (2.28)$$

Onde a perda de altura( $h$ ) é calculada pelas equações de estado (2.3), (2.8), (2.16).

# Capítulo 3

## Métodos usados

Nesse capítulo vamos abordar o método de otimização baseado<sup>1</sup> no método desenvolvido por Hansen, Madsen e Nielsen (HMN) [15]. Seu desenvolvimento é feito em dois passos conforme apresentado no Capítulo 2, onde o primeiro é o cálculo da vazão e da altura de coluna de água ( $h_{ca}$ )<sup>2</sup>, esse passo é chamado de balanceamento hidráulico. Ele é realizado respeitando algumas restrições, onde é escolhido o método de balanceamento que apresenta o melhor resultado. Para o balanceamento hidráulico, nesse capítulo, serão exibidos o método de Hardy-cross, e o método híbrido de Nielsen.

O segundo passo é o cálculo do diâmetro que melhor satisfaz as condições determinadas no passo 1, que será chamado de método de otimização, e nesse capítulo usaremos o método de otimização baseado no HNM. Tendo os resultados desses dois passos em mãos, determina-se o custo.

O capítulo seguinte terá como foco o *software* Epanet que emprega o método de otimização Lenhsnet, que por sua vez tem seu balanceamento hidráulico baseado no método do gradiente.

### 3.1 Métodos de balanceamento hidráulico

Os métodos de balanceamento hidráulicos aqui apresentados serão úteis para determinar a perda de carga e a vazão para cada tubo, a cada iteração do método de otimização.

---

<sup>1</sup>O presente trabalho usa o termo “baseado” pois impõe restrições de altura máxima e mínima, para se assemelhar ao Lenhsnet. Já o método HMN só impõe restrições de altura mínima.

<sup>2</sup>Pode ser definida como a pressão exercida por uma coluna de água de 1 metro de altura

### 3.1.1 Método de Hardy-Cross (HC)

O método de Hardy-Cross foi desenvolvido no ano de 1936, sendo o mais antigo e, provavelmente, um dos métodos mais conhecidos para o cálculo de redes malhadas. O método trabalha a partir de aproximações sucessivas, o que possibilita o desenvolvimento dos cálculos em sistemas simples, além de ser um método provido de significado físico, que facilita a análise dos resultados obtidos [21].

As iterações são feitas da seguinte forma:

- São definidos os diâmetros dos trechos (tubos) e impõe-se um conjunto inicial de vazões ( $q_0$ ).
- Critérios de Parada
  - Em um ponto(nó) qualquer da rede a soma algébrica das vazões é nula

$$\sum q = 0, \text{ em cada ponto(nó)}$$

- Num circuito fechado (ciclo) qualquer da rede, dado um sentido pré-fixado, a soma algébrica das perdas de carga ( $\Delta h$ ) é nula.

$$\sum \Delta h = 0, \text{ em cada circuito (ciclo)}$$

- Calcula-se a perda de carga em cada trecho da seguinte forma,

$$\Delta h = r q^n, \quad (3.1)$$

onde  $\Delta h$  é a perda de carga no trecho,  $r$  é a constante obtida para o trecho, em função do seu diâmetro, da sua extensão e da fórmula adotada,  $q$  é a vazão no trecho e  $n$  é a potência que depende da fórmula usada. Usando a fórmula de Hazen-Williams, tem-se

$$r = \frac{10,643}{C^{1,85}} \frac{l}{d^{4,87}} \quad (3.2)$$

$$n = 1,85 \quad (3.3)$$

- As perdas de carga são somadas em todos os trechos do anel e verifica-se se  $\sum \Delta h = 0$ . Caso o  $\sum \Delta h = 0$  indica que não são necessárias correções, caso contrário ( $\sum \Delta h \neq 0$ ) as correções são necessárias. Tomando  $\Delta q$  como a correção necessária, tem-se que [3],

$$\Delta q = \frac{-\sum \Delta h}{n \sum r q^{n-1}}. \quad (3.4)$$

---

<sup>3</sup>A maneira como se chega na expressão dessa correção é encontrada nos anexos

- Esse processo é realizado em cada anel recalculando as perdas de carga, e determinando a nova correção para as vazões.
- O processo é repetido até que os critérios de parada sejam atendidos.

### 3.1.2 Método híbrido de Nielsen (HN)

O método híbrido de Nielsen é um método semelhante ao método do gradiente, ou seja, a relação de perda de carga, a conservação de massa, e o vetor de conservação de massa são dados de forma semelhante ao método do gradiente. Sua diferença está no fato de ser um método misto baseado no método de Newton - Raphson (NR) e no método da teoria linear (TL) (esses métodos se encontram com mais detalhes nos anexos). De modo geral o NR converge mais rápido do que o TL, porém o mesmo necessita de bons valores iniciais para que isso ocorra. Caso esses valores iniciais não estejam próximos da solução final o NR leva muitas iterações para convergir, ou pode levar à divergência. Já no caso do TL, ele apresenta uma taxa de convergência inicial melhor do que o NR sem a necessidade de valores iniciais tão bons, o problema do TL está no fato dele oscilar em torno da solução final, o que gera dificuldades de convergência na medida em que o sistema vai ficando mais complexo.

O que o HN faz é unir as boas características do NR e do TL, onde utiliza-se do NR para a solução final, mas estabelece uma rotina com algumas iterações iniciais baseada no método do TL para determinar uma melhor aproximação para as vazões e cargas hidráulicas nos nós, e essas aproximações são tomadas como solução inicial para o método de NR, a passagem das iterações feitas pelo TL para as do NR é feita a partir do fator de correção de carga, quando o valor da correção atingir um mínimo pré-estabelecido, a passagem é realizada.

Por fim, a vazão é corrigida da seguinte forma,

$$q_{ij}^k = q_{ij}^{k-1} - \alpha[y_{ij}^{k-1} - x_{ij}(h_i - h_j)]. \quad (3.5)$$

$\alpha = 1$  quando o número de iterações pelo NR é menor que ou igual ao número de iterações iniciais, e  $\alpha = n$  quando o o número de iterações pelo NR é maior que o número de iterações iniciais, lembrando que  $n$  é o expoente da fórmula de perda de carga.

Com as informações conhecidas até agora, podemos ver o que acontece com a vazão e a altura de coluna de água. Podemos aplicar esse conhecimento na rede exibida na figura [2.2](#), gerando assim a figura [3.1](#), onde destacado em azul temos as alturas, e em vermelho as vazões.

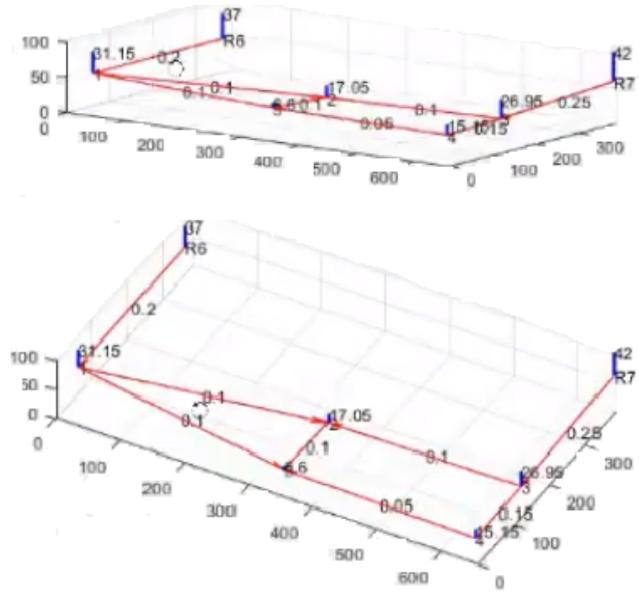


Figura 3.1: Exemplo de cálculo da vazão e altura da coluna de água

### 3.2 O método de otimização - Sem bombas

#### 3.2.1 O Processo iterativo descrito por Hansen, Madsen e Nielsen

Para a implementação desse método foi utilizado o “fmincon” com o algoritmo de pontos interiores, dentro do Matlab. O processo é realizado de forma que, a cada iteração  $k$  é conhecido um vetor de diâmetro  $d^k$  para cada trecho, a partir desse vetor é calculada a perda de carga e sua vazão pelo balanceamento hidráulico tomado, gerando,  $h(d^k)$  e  $q(d^k)$ , respectivamente. Logo podemos formular o problema de minimização. Para cada valor do vetor  $d^k$  os valores de  $h^k$  podem ser calculados pela equação (2.17). Assim, podemos escrever  $h^k$  como um função de  $d^k$ ,  $h^k = h^k(d^k)$ , e o problema é

$$\text{minimizar} \quad F(d) \tag{3.6}$$

$$\text{Sujeito à restrições} \quad d_{min} \leq d_i, \quad i = 1, \dots, n \tag{3.7}$$

$$d_i \leq d_{max}, \quad i = 1, \dots, n \tag{3.8}$$

$$h_{ca_{min}} \leq h_{ca_j}, \quad j = 1, \dots, m \tag{3.9}$$

A função objetivo  $F$  (3.6) é bastante simples, enquanto as funções de restrição com respeito a altura de coluna de água e o diâmetro, não se pode garantir que

nenhumas dessas funções sejam convexas.

Para tentar solucionar esse problema da falta de convexidade, será realizado um processo iterativo com sucessivas linearizações para a função objetivo  $F(d)$  e para as funções de restrições, da seguinte forma

$$\begin{aligned} L(d + \Delta d) &\approx F(d + \Delta d), \\ L(d + \Delta d) &= a^T \Delta d + b, \\ d_i^{k+1} &= d^k + \Delta d, \\ h_{ca_j}^{k+1} &= (h_{ca_j}^k)' \Delta d + h_j^k \end{aligned} \quad (3.10)$$

Os valores  $a$  e  $b \in \mathbb{R}$  em (3.10) foram tomados de modo que  $L(d + \Delta d)$  se aproxime da função de custo  $F(d + \Delta d)$ , pelo método dos mínimos quadrados, sendo  $F$  dado por (3.6).

Para as funções de restrições, podemos usar a formula de Taylor, obtendo

$$(h'_{ca_j}(d))^T \Delta d + h_{ca_j}(d) \approx h_{ca_j}(d + \Delta d), \quad j = 1, \dots, m. \quad (3.11)$$

Considerando o processo iterativo apresentado acima, descrito pelas equações (3.10) e (3.11), pode-se reescrever a função objetivo (3.6) e as restrições (3.7)-(3.9) da seguinte forma

$$\begin{aligned} \text{minimizar} \quad & L(d + \Delta d) \equiv a^T \Delta d + b \\ \text{sujeito às restrições} \quad & d_i^{\min} \leq d_i^{k+1} \leq d_i^{\max}, \quad i = 1, \dots, n; \quad k = 1, \dots, N - 1 \\ & h_{ca_j}^{\min} \leq h_{ca_j}^{k+1}, \quad j = 1, \dots, m; \quad k = 1, \dots, N - 1 \end{aligned} \quad (3.12)$$

A estrutura de  $F$  leva à seguinte forma para  $L$

$$L(d + \Delta d) = \sum_{i=1}^m [a_i(d_1 + \Delta d_i) + b_i],$$

onde  $a_i, b_i \in \mathbb{R}$  são números reais. Por conta das restrições em (3.12) precisamos apenas considerar  $L(D + \Delta D)$  no intervalo  $d_i^{\text{ant}} \leq d_i + \Delta d_i \leq d_i^{\text{post}}$ , o termo “ant” é referente ao anterior e “post” ao posterior, os  $(a_i, b_i)$  são encontrados pelas retas  $(t, a_i t + b_i)$  formadas a partir dos pontos  $P1 = (d_i^{\text{ant}}, l(d_i^{\text{ant}}))$ ,  $P2 = (d_i, l(d_i))$  e  $P3 = (d_i^{\text{post}}, l(d_i^{\text{post}}))$ . Nesse caso, existem duas situações distintas para se considerar, uma é caso os três pontos são diferentes, e o outro caso é quando há apenas dois pontos diferentes.

No caso dos dois pontos distintos, a reta  $(t, a_i t + b_i)$  é simplesmente a reta que atravessa os pontos. No caso dos três pontos distintos, a reta é uma aproximação

minimax<sup>4</sup>, permitindo que as três distâncias da reta aos pontos sejam iguais.

A seguir é apresentado um pseudo algoritmo para as sucessivas linearizações

### Pseudo código

```
. input d;  
. adjust d → result d;  
. Fact := F(d);  
. stop := false;  
. repeat  
.     solve (3.11) com d fixado → resulta Δd;  
.     y := d + Δd;  
.     ajusta y → resulta dnovo;  
.     Fnovo := F(dnovo);  
.     if Fnovo < Fantigo inicia – se  
.         d := dnovo;  
.         Fantigo := Fnovo  
.     end  
.     else stop := true  
. until stop
```

---

<sup>4</sup>A aproximação aqui chamada de minimax, forma uma reta de forma que os três pontos fiquem à mesma distância dessa reta

### 3.2.2 Descrição para a exibição do custo

Dado que as vazões e as perdas de cargas já foram calculadas, seguindo da otimização dos diâmetros, falta somente a exibição do custo total. Para tal, basta multiplicar comprimento do tubo após a otimização com o custo do diâmetro do tubo por metro. O que segue abaixo é uma forma em que esse custo total pode ser exibido.

A princípio são determinados os seguintes dados:

- Criar lista de diâmetros ( $ld$ ) disponíveis e seus respectivos custos
- Criar Matriz de comprimento ( $M$ )

Essa lista de diâmetros, acima citada, é apresentada da seguinte forma,  $ld = [(d1\text{-diâmetro}1, d2 - \text{custo/metro do diâmetro } 1), (d1\text{-diâmetro}2, d2 - \text{custo/metro do diâmetro } 2), \dots]$ , onde cada entrada da lista apresenta um vetor com dois dados, o primeiro ( $d1$ ) referente ao diâmetro, e o segundo ( $d2$ ) referente ao custo do diâmetro.

A matriz  $M$  é semelhante à matriz de adjacência para grafos, onde os nós ao qual o tubo conecta indica a posição do tubo, por exemplo, se o tubo liga o nó 1 ao nó 2, o valor do comprimento desse tubo será identificado nas posições  $m_{12} \in M$  e  $m_{21} \in M$ . Supondo que nossa rede apresenta  $r$  nós,  $M$  é uma matriz quadrada ( $1r \times r$ ).

Para cada tubulação, seu diâmetro é tomado, a princípio, como o menor dentre os tabelados. Esses valores dos diâmetros são associados ao grafo da rede através de uma matriz  $A$ , chamada de matriz de dimensionamento dos tubos, essa matriz é preenchida de forma semelhante a da matriz  $M$  com relação aos tubos, porém no lugar de apresentar os comprimentos, ela apresenta os diâmetros dos tubos, e esses diâmetros são dados a partir de vetores de diâmetros (VD), onde cada VD representa uma linha da matriz  $A$ , no caso de uma rede com  $r$  nós,  $A$  é uma matriz de dimensão ( $r \times r$ ) e  $r$  VDs. Note que para cada tubo a matriz apresenta duas posições com mesmo valor, e sua diagonal principal com todos os valores iguais a zero, porém isso não interfere em nada, já que essa matriz serve apenas para identificação, e não é feita nenhuma operação matemática com ela (sendo as operações feitas em cada VD), suas posições tem seus valores substituídos a cada iteração por cada um dos VDs até que o processo seja finalizado, exibindo a matriz  $A^k$  com seus valores respectivos, caso  $k$  seja a última iteração feita.

Para exibir o custo de implementação, determinamos uma matriz  $T$  (diâmetro x custo por metro) que vai associar os diâmetros encontrados na matriz  $A^k$  com o valores da lista de diâmetros nomeada de “ $ld$ ”. Cada valor da matriz  $A^k$  é comparado com o primeiro dado de cada posição da lista, quando os valores comparados são iguais, pega-se então o segundo dado daquela posição na lista e esse valor é atribuído a matriz  $T$ . Para exemplificar, a lista pode ser tomada como  $ld = [(50, 15), (100,$

30), (150, 45), (200, 60)], e que a matriz  $A^K$ , tem  $a_{21} = 100$ , ou seja, o tubo que liga os nós 1 e 2 tem o valor dimensionado de 100 mm, então  $a_{21}$  tem o mesmo valor que o dado 1 na posição 2 da lista, então  $i_{21} = 30$ ,  $i_{21} \in I$ .

Formada a matriz  $T$ , cada linha dela é associada a um vetor chamado de “vetor diâmetro-custo (VDC)”, em seguida cada um dos VDCs formados é multiplicado pela matriz  $M$ , esse processo vai gerar a matriz de custo  $C$ , essa matriz tem (diâmetro dimensionado x custo por metro)x(comprimento do tubo) os valores preenchidos em sua diagonal principal, ou seja, exibindo o custo de cada tubo. Vale notar que para cada tubo, o valor de seu custo de implementação aparece duas vezes na diagonal principal da matriz  $C$ , assim, para exibir o custo total do sistema sem bombas( $C_{ts}$ ) da rede basta tomar a metade do traço da matriz  $C$  ( $\text{tr}(C)$ ), obtendo

$$C_{ts} = \frac{\text{tr}(C)}{2}. \quad (3.13)$$

# Capítulo 4

## Método de otimização - Epanet(Lenhsnet)

### 4.1 O Epanet

O Epanet é um *software* que foi desenvolvido pela agência estatal dos EUA encarregada de proteger os seus recursos naturais (terra, ar e recursos hídricos), a *U.S. Environmental Protection Agency* (EPA). É um *software* aberto onde se pode executar simulações estáticas e dinâmicas relacionadas ao comportamento hidráulico e de qualidade da água em redes de distribuição de água.

Com o Epanet é possível obter valores de parâmetros importantes para o funcionamento da rede, como a vazão em cada tubulação, a pressão em cada nó, a altura da água em cada reservatório de nível variável. Com ele também é possível verificar a concentração de espécies químicas através da rede durante o período de simulação, para verificar o nível de poluição, por exemplo [24].

Na figura 4.1 é possível ver a janela do *software* Epanet, onde podemos ver uma interface gráfica integrada para editar dados de entrada da rede, executar simulações hidráulicas e de qualidade da água e visualizar os resultados em vários formatos. Os números exibidos na figura 4.1 não são exibidos ao abrir o *software*, foram introduzidos para referenciar cada uma das estruturas que estão disponíveis para serem utilizadas, onde:

- 1 - para nós,
- 2 - para reservatório de nível fixo,
- 3 - para reservatório de nível variável,
- 4 - para tubulações,
- 5 - para bombas,

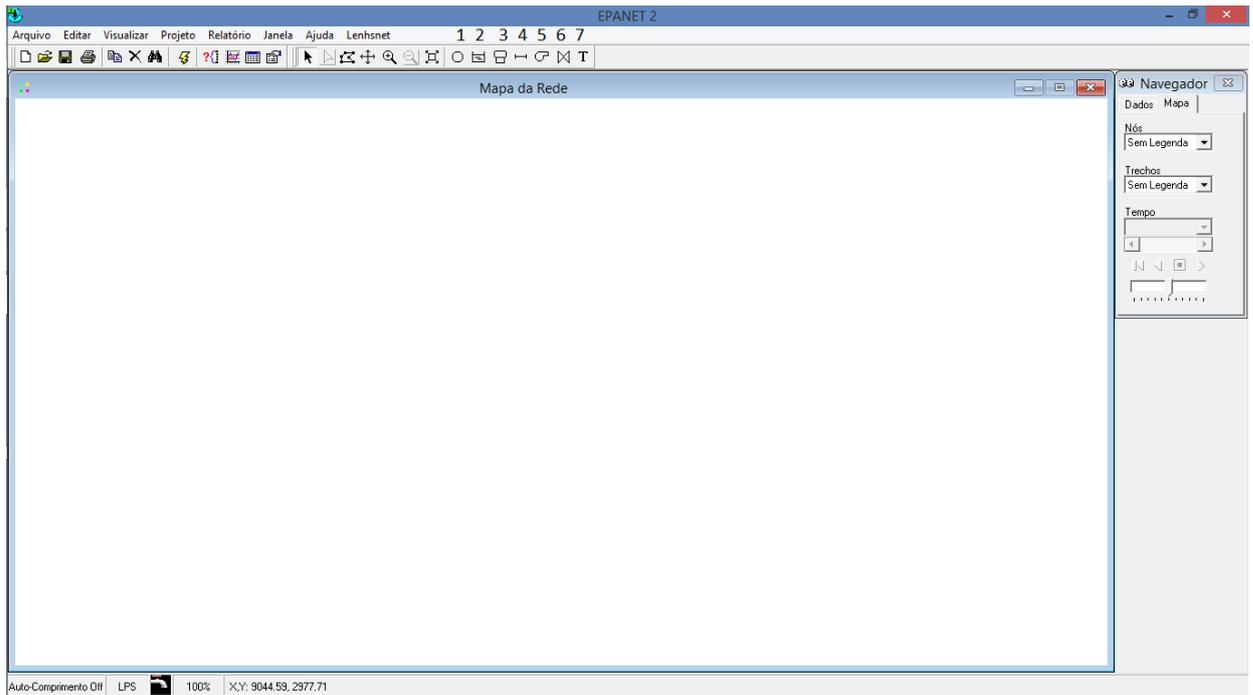


Figura 4.1: *software epanet*

- 6 - para válvulas,
- 7 - para inserir textos,

Dentre as suas capacidades de modelagem hidráulica, podemos citar que, seu cálculo de perda de carga pode ser feito pelas fórmulas de Hazen-Williams, Darcy-Weisbach ou Chezy-Manning, podem ser modeladas bombas de velocidade constante ou variável e possui um número ilimitado de componentes de uma rede a ser analisada [25].

## 4.2 Balanceamento hidráulico - Método do Gradiente

O método do gradiente foi adaptado por Todini e Pilati em 1987 para ser utilizado no simulador hidráulico EPANET [4] com o objetivo de obter os valores de pressão e a vazão na rede. Para a aplicação desse método no balanceamento hidráulico, considera-se uma rede com  $n$  nós com um preenchimento horizontal da água no tubo fixado (perímetro molhado fixo), determina-se uma solução inicial para as vazões nos trechos e uma tolerância com respeito às vazões mínima e a máxima. A expressão a seguir representa a relação existente entre a perda de carga e vazão em uma tubulação entre os nós  $i$  e  $j$ .

$$\Delta h_{ij} = h_i - h_j = r \cdot q_{ij}^n + m \cdot q_{ij}^2 \quad (4.1)$$

onde,

- $\Delta h$  - perda de carga total,
- $h_i$  - perda de carga no nó i,
- $r$  - termo de perda de carga que depende da formulação utilizada,
- $q_{ij}$  - vazão na tubulação do trecho i ao j,
- $n$  - expoente da fórmula de perda de carga <sup>1</sup>,
- $m$  - coeficiente de perda de carga localizada.

A conservação de massa nos nós é dada por

$$\sum_{j \in NC_i} q_{ij} - c_i = 0, \quad (4.2)$$

onde,

- $NC_i$  - todos os nós adjacentes ao nó i,
- $c_i$  - Consumo no nó i.

A partir da solução inicial novas cargas hidráulicas nos nós são obtidas em cada iteração, originando o seguinte sistema linear

$$J.H = F, \quad (4.3)$$

onde,

- J - matriz jacobiana (nxn) com respeito a F,
- H - vetor de incógnitas em termos das perdas de cargas,
- F - vetor de conservação de massa.

A matriz jacobiana tem sua diagonal principal dada por

$$J_{ij} = \sum_{i=1, j=1}^n x_{ij}, \quad (4.4)$$

---

<sup>1</sup>para Hazen-Williams temos n=1,85

e os elementos não nulos fora da diagonal principal são dados por

$$J_{ij} = -x_{ij}, \quad (4.5)$$

$$x_{ij} = \frac{1}{nr|q_{ij}|^{n-1} + 2m|q_{ij}|}, \quad (4.6)$$

o vetor  $F$  é composto por duas parcelas, uma diz respeito à conservação de massa no nó e a outra ao fator de correção da vazão, onde  $F$  é dado por

$$F = \left( \sum_{j \in NC_i} q_{ij} - c_i \right) + \sum_{j \in NC_i} y_{ij}, \quad (4.7)$$

sendo  $y_{ij}$  o fator de correção entre os nós  $i$  e  $j$ , e dado por

$$y_{ij} = x_{ij}(r|q_{ij}|^n + m|q_{ij}|^2)sgn(q_{ij}). \quad (4.8)$$

Nota-se que  $sgn(q_{ij})$  é a função sinal da vazão, onde será 1 se o fluxo que entra no nó  $i$  e -1 para o fluxo sai pelo nó  $i$ .

Calculadas as cargas hidráulicas nos nós, os novos valores das vazões nas tubulações podem ser obtidos conforme apresentado abaixo

$$q_{ij}^k = q_{ij}^{k-1} - [y_{ij}^{k-1} - x_{ij}(h_i - h_j)], \quad (4.9)$$

onde  $q_{ij}^{k-1}$  é a vazão durante a iteração anterior.

Por fim, se em todas as tubulações, a soma das variações relativa à vazão total for menor que a tolerância especificada, repete-se novamente o processo até que o valor da soma esteja dentro da tolerância.

### 4.3 Lenhsnet

Dentro do Epanet, existe um módulo de dimensionamento de redes chamado Lenhsnet (figura 4.2), que tem como função realizar o dimensionamento considerando o custo mínimo.

Para que esse dimensionamento seja realizado devemos fazer o traçado da rede, e fornecer algumas informações. Com respeito aos nós devemos fornecer as cotas e demandas. Está sendo tomada a definição de cotas como sendo a forma como ocorre o preenchimento horizontal da água no tubo, podendo ser fixa ou variável, e por demanda entende-se a quantidade de água necessária para suprir a vazão em cada nó. Com respeito aos trechos, devemos fornecer seus comprimentos. Já com respeito às bombas devemos fornecer seu custo de aquisição, o valor da energia elétrica no

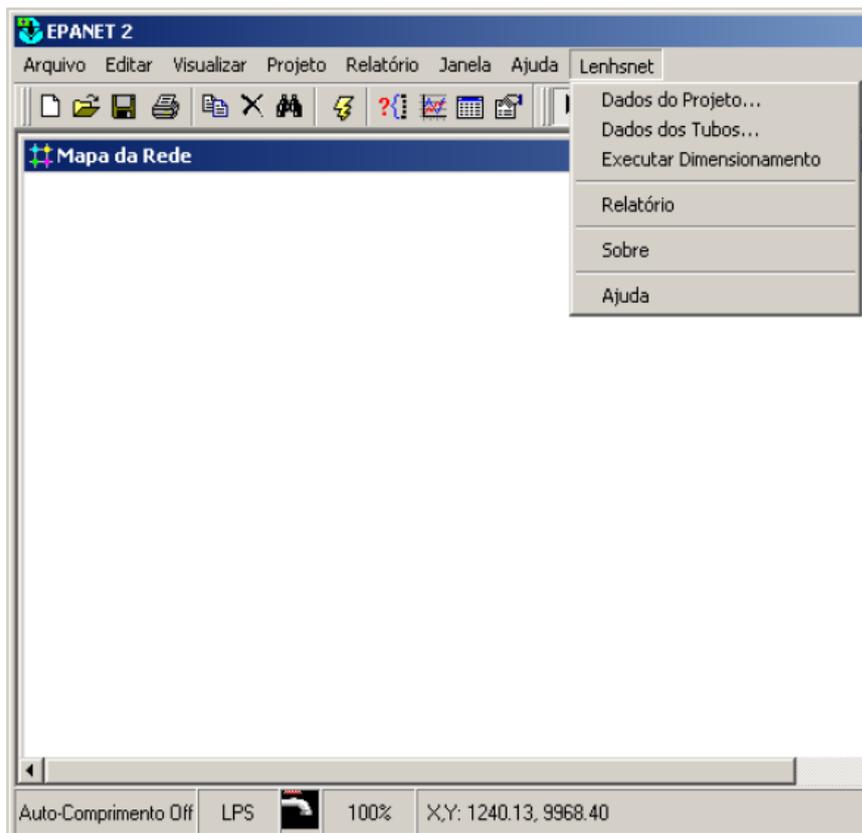


Figura 4.2: Lenhsnet

local onde será seu funcionamento e sua potência. Com respeito ao reservatório de nível fixo devemos fornecer seu nível de água. A princípio não é necessário explicitar os diâmetros e rugosidades dos tubos.

Dentro do Lenhsnet temos as opções de dados do projeto, dados do tubo, executar dimensionamento, relatório, sobre e ajuda. Para os dados do projeto (figura 4.3) devemos informar se a cota é fixa ou variável e os limites que devemos impor à rede, esse limites podem ser interpretados como as restrições da rede.

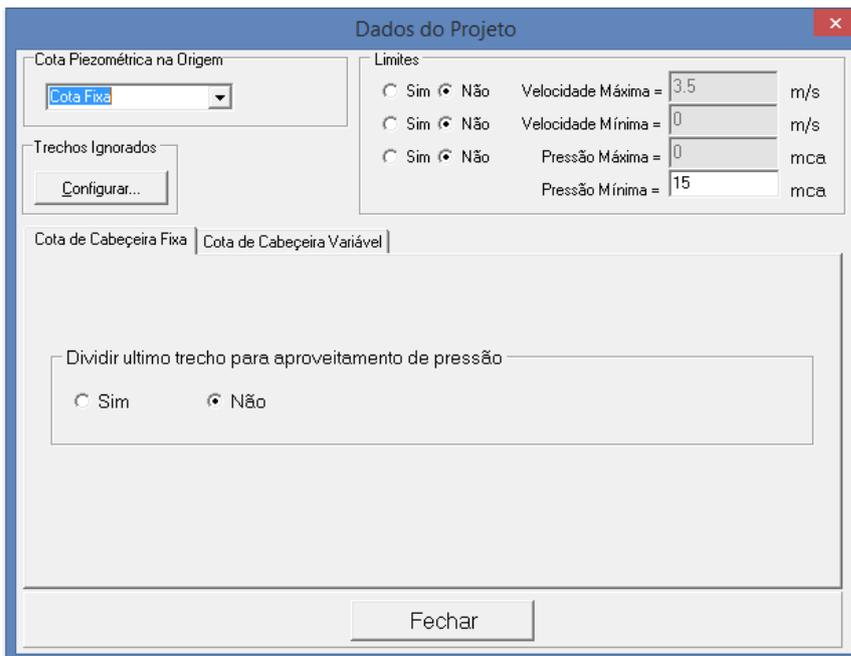


Figura 4.3: Configuração dos dados do projeto

Para os dados dos tubos (figura 4.4), nos é fornecida uma tabela em que devemos preenchê-la com os diâmetros, rugosidade, tipo (material que é feito o tubo) e custo (valor comercial de cada diâmetro). Essa tabela é preenchida para que, durante o processo de dimensionamento ocorra a troca de trechos caso seja necessário. Após concluir essas duas etapas, podemos executar o dimensionamento. Ao finalizar

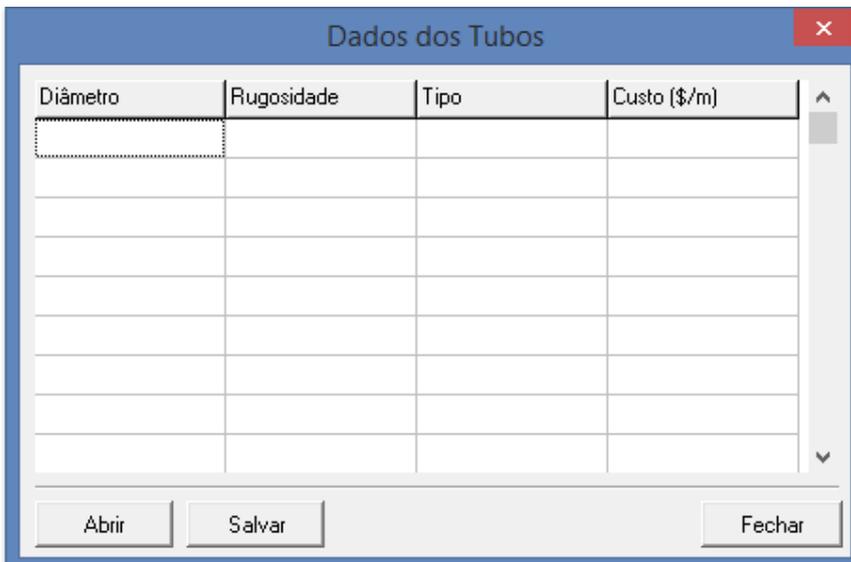


Figura 4.4: Tabela dos tubos

esse processo de dimensionamento, o Lenhsnet disponibiliza um relatório exibindo a pressão máxima e mínima da rede, juntamente com a velocidade máxima e mínima e o custo de implementação das tubulações (nesse valor estão inclusos os custos com



No caso com bombas, a diferença está no fato em que devemos adicionar a bomba na rede, clicando no ícone da bomba, e logo em seguida adicionar a curva da bomba (curva de rendimento). Para isso devemos clicar em **Dados** → **Janela de procura** → **Curvas**, após isso será exibida uma tabela que deverá ser alimentada com as vazões da bomba e suas respectivas cargas, a curva da bomba será exibida logo em seguida ao alimentar essa planilha. Na figura (4.6) é apresentado uma esquematização desse processo, os valores e a curva da bomba apresentados são somente de caráter ilustrativo.

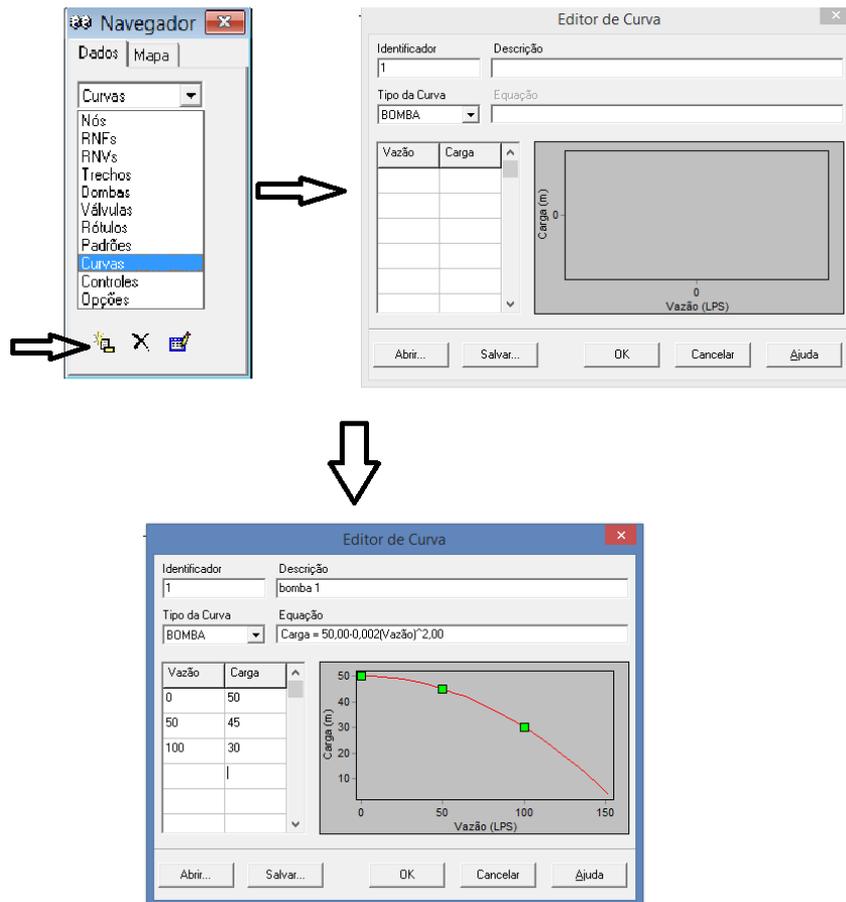


Figura 4.6: Curva de rendimento - Epanet

## 4.4 O Algoritmo do Lenhsnet

O algoritmo do Lenhsnet é desenvolvido através de iterações. Ele se inicia a partir da configuração da rede, fornecendo as pressões e velocidades máximas e mínimas, e substituindo os diâmetros fornecidos pelos diâmetros mínimos fornecidos. Durante o processo de dimensionamento é realizado o balanceamento hidráulico da rede, de forma a atender às condições impostas pelas restrições. A partir das configurações iniciais, o algoritmo verifica cada trecho analisando a possibilidade de substituir

cada tubo a fim de diminuir o custo. Essa substituição é feita verificando o ganho de pressão e o custo para realizar a substituição, em seguida, são comparados os resultados e é escolhida a tubulação que obtém o melhor ganho de pressão com o menor custo possível.

A escolha do local onde será feita essa substituição se dá a partir do nó que apresenta a menor pressão na rede, e a tubulação atual é substituída pela tubulação que apresenta o diâmetro subsequente apresentado na tabela. Essa substituição leva em conta o gradiente de pressão ( $G_p$ ), uma razão entre diferença de custo para a substituição do trecho e a variação de pressão. O gradiente de pressão é dado por,

$$G_p = \frac{C_2 - C_1}{\Delta p}, \quad (4.10)$$

onde  $C_2$  é o custo do trecho no diâmetro superior ao original,  $C_1$  é o custo do trecho em seu diâmetro original, e  $\Delta p$  é a variação de pressão no nó mais desfavorável.

O processo é iterativo e cada trecho tem seu diâmetro substituindo pelo diâmetro imediatamente superior, dentro dos tabelados, e calcula-se o gradiente de pressão, então após o trecho ser analisado, ele retorna à sua configuração inicial e o mesmo processo é feito com os outros trechos. Esse processo é possível porque o *software* permite que se ignore trechos do dimensionamento. Quando se conclui a análise de todos os trechos, cada trecho é substituído por aquele que apresenta o menor gradiente de pressão. Esse processo é feito até que os parâmetros de controle sejam atingidos. O Lenhsnet permite duas formas de dimensionamento, uma com cota fixa e a outra com cota variável, como já visto acima, mas este trabalho abordará apenas a cota fixa, dessa forma o custo total será referente apenas ao custo de implementação das tubulações.

Caso da rede necessite da implementação de uma bomba, o procedimento realizado será a partir da interseção da curva do sistema com a curva de rendimento de cada bombas que está disponível para ser usada, essa interseção é chamada de ponto de operação.

A curva do sistema informa como o sistema se comporta para cada perda de carga a partir de cada vazão, e a curva de rendimento da bomba informa o quanto a bomba fornece de ganho de carga ao sistema para cada vazão levando em conta o tempo que que a bomba fica em funcionamento.

A bomba escolhida é aquela cujo o ponto de operação fique o mais próximo da perda de carga do sistema. Dessa forma não alimentamos o sistema com uma bomba ineficiente, tão pouco com uma bomba subutilizada.

Após a realização do dimensionamento, é exibido o custo de implementação da rede. Dentro desse custo, está incluso os valores do custo da aquisição da bomba e do custo de funcionamento da mesma.

# Capítulo 5

## Resultados e Discussões

Após a abordagem teórica do programa Epanet e do método de otimização utilizado, nesse capítulo serão apresentados os resultados obtidos, para a otimização da rede.

### 5.1 Primeiro exemplo de rede - Teste 01

#### 5.1.1 Parâmetros

A rede trabalhada nesse exemplo serviu como um primeiro teste da efetividade do programa criado em Matlab em comparação com o Lenhsnet. Ela apresenta 3 pontos(nós) e 3 trechos e é abastecida com um reservatório de nível fixo. Os dados referentes às demandas de comprimento e de consumo são apresentadas na tabela

[5.1](#)

Tabela 5.1: Demandas da rede - Teste 1

| Trecho | comprimento (m) | Pontos (nós)    | cota(m) | consumo(l/s) |
|--------|-----------------|-----------------|---------|--------------|
| 1      | 50              | 1(reservatório) | 0       | -            |
| 2      | 50              | 2               | 0       | 100          |
| 3      | 50              | 3               | 0       | 100          |
|        |                 | 4               | 0       | 100          |

Os diâmetros tomados para os cálculos nesse exemplo foram de 5mm para o mínimo e de 50mm para o máximo. A tabela [5.2](#) apresenta os diâmetros disponíveis com suas respectivas rugosidades, material e custo em reais por metro da tubulação (os valores apresentados com relação ao custo nesse exemplo são de criação do autor, e os valores apresentados na tabela foram usados tanto no Matlab, quanto no Lenhsnet).

Tabela 5.2: Diâmetros disponíveis

| Diâmetro (mm) | Rugosidade (m/s) | material | custo (R\$/m) |
|---------------|------------------|----------|---------------|
| 5             | 0,0015           | PVC      | 3,50          |
| 10            | 0,0015           | PVC      | 6,00          |
| 15            | 0,0015           | PVC      | 7,50          |
| 20            | 0,0015           | PVC      | 8,50          |
| 25            | 0,0015           | PVC      | 10,00         |
| 30            | 0,0015           | PVC      | 12,50         |
| 40            | 0,0015           | PVC      | 14,50         |
| 50            | 0,0015           | PVC      | 16,50         |

A rede montada é exibida na figura [5.1.1](#), os pontos estão representados por números, enquanto os trechos tem seus nomes identificados por "trecho (número)".

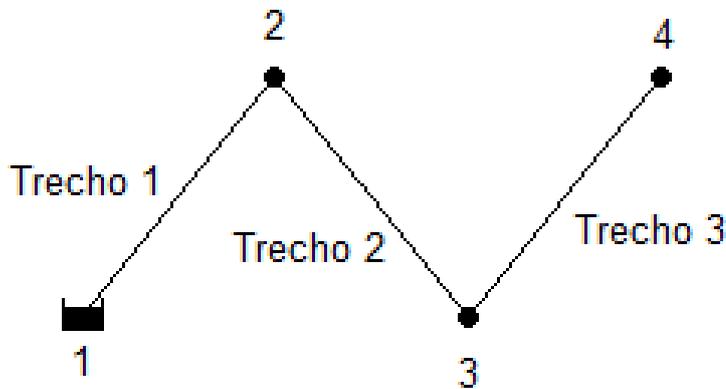


Figura 5.1: Rede Teste 01

A partir dessas informações, o problema é formulado para:

- minimizar: custo de implementação das tubulações,
- sujeito a: Suprir as demandas, atender as restrições hidráulicas e satisfazer a pressão mínima de 10mca.

### 5.1.2 Resultados do Lenhsnet

Para a realização do processo de otimização pelo Lenhsnet, deve-se realizar o processo de configuração, ou seja, determinaremos uma cota fixa, a velocidade máxima de 3.5 (m/s), com pressão mínima de 1 (mca), e os diâmetros serão tomados seguindo a tabela [5.2](#). Tendo o programa configurado, basta executar o dimensionamento, onde o Lenhsnet exibe um relatório, aqui apresentado em forma de tabela (tabela [5.3](#))

Tabela 5.3: Relatório Lenhsnet

| Pressão min/max | velocidade min/max | tempo de processamento | implementação (R\$) |
|-----------------|--------------------|------------------------|---------------------|
| 1.06/25.78      | 0.3/0.62           | 3 segundos             | 1300,00             |

Tabela 5.4: Relatório Lenhsnet - diâmetros

| Trecho | Diâmetro ( <i>mm</i> ) | Velocidade ( <i>m/s</i> ) | Perda de Carga ( <i>mca/m</i> ) |
|--------|------------------------|---------------------------|---------------------------------|
| 1      | 25                     | 0,30                      | 0,20                            |
| 2      | 20                     | 0,30                      | 0,58                            |
| 3      | 15                     | 0,1                       | 0,69                            |

Com respeito aos diâmetros em cada trecho, as velocidades, e as perdas de cargas, o Lenhsnet apresenta o resultado exibido na tabela [5.4](#)

É perceptível que todos os trechos apresentam a perda de carga abaixo de 8 *mca/m*, a máxima permitida. Com respeito à condição de pressão, todos os pontos apresentam pressões acima da mínima permitida, conforme exibido na tabela [5.5](#)

Tabela 5.5: Demandas da rede (após o dimensionamento) - Teste 01

| Pontos (nós)    | Pressão (mca) |
|-----------------|---------------|
| 1(reservatório) | -             |
| 2               | 1,06          |
| 3               | 25,78         |
| 4               | 22,02         |

### 5.1.3 Resultados a partir do método de Hansen, Madsen e Nielsen (HMN)

Para a realização do processo de otimização pelo HMN, deve-se realizar o processo de configuração, ou seja, determinaremos, a velocidade máxima de 3.5 (m/s), diâmetros mínimo (5mm) e máximo (50mm), e as altura de coluna de água (pressão) mínima (1,0 m.c.a.) e máxima (40,0 m.c.a.), além do coeficiente de rugosidade dos tubos de PVC em cada trecho (0,0015mm).

Para fazer o traçado da rede, determina-se as coordenadas de cada ponto com seu consumo conforme demonstra a tabela [5.6](#)

Com programa configurado, basta executar o dimensionamento. Ao finalizar todo o processo, é exibido o número de iterações e o custo de implementação.

Para a pressão mínima é exibido um valor “caractere” sim/não, caso todas as tubulações apresentem pressão acima do mínimo é exibido o caractere “sim”, o mesmo

Tabela 5.6: Configuração do traçado da rede - Teste 1

| coord. x (m) | coord. y (m) | coord. z (m) | consumo (l/s) | nível do reservatório (m). |
|--------------|--------------|--------------|---------------|----------------------------|
| 120.0        | 30.0         | 0.0          | 100           | -                          |
| 80.0         | 0.0          | 0.0          | 100           | -                          |
| 40.0         | 30.0         | 0.0          | 100           | -                          |
| 0.0          | 0.0          | 0.0          | -             | 40 (RESERVATÓRIO)          |

acontece para a perda de carga máxima, conforme mostrado na tabela 5.16 caso contrário será exibido um “não”.

É exibido também um gráfico com o traçado da rede e seus diâmetros após o dimensionamento, conforme a figura 5.2, e também uma tabela com os diâmetros encontrados após o dimensionamento, juntamente com o diâmetro tabelado mais próximo.

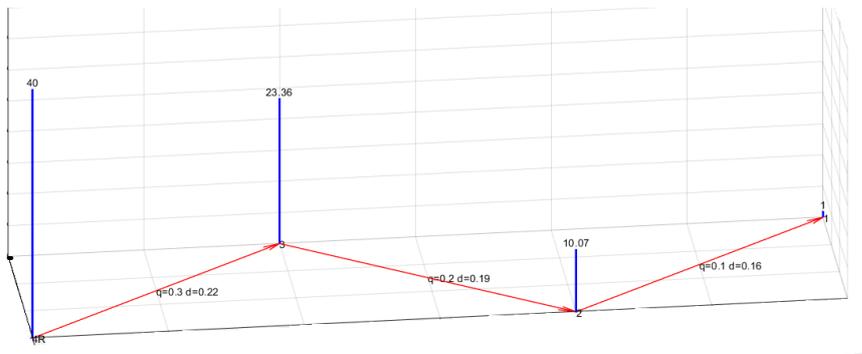


Figura 5.2: Gráfico - Teste 01

Tabela 5.7: Resultados do Método HMN - Teste 01

| Iterações                            | Tempo de processamento       |
|--------------------------------------|------------------------------|
| 15                                   | 5 segundos                   |
| Pressão mínima/Perda de carga máxima | Custo de implementação (R\$) |
| sim/sim                              | 1300,00                      |

Tabela 5.8: Tabela de diâmetros após o dimensionamento - Teste 01

| Trecho | Diâmetro Encontrado(mm) | Diâmetro Aproximado(mm) |
|--------|-------------------------|-------------------------|
| 1      | 21,50                   | 25                      |
| 2      | 19,23                   | 20                      |
| 3      | 14,88                   | 15                      |

### 5.1.4 Comparação entre os resultados

Ao comparar os resultados de ambos os métodos, verificou-se que o método de HMN apresentou o resultado em 15 iterações com o tempo de processamento de 5 segundos, tempo esse 2 segundos maior que o apresentado pelo Lenhsnet. O custo de implementação apresentado pelo método HMN foi exatamente o mesmo apresentado pelo Lenhsnet, conforme apresentado na tabela [5.9](#)

Tabela 5.9: Comparação dos Métodos - Teste 1

| Método   | tempo de processamento | Custo de implementação (R\$) |
|----------|------------------------|------------------------------|
| Lenhsnet | 3 segundos             | 1300,00                      |
| HMN      | 5 segundos             | 1300,00                      |

## 5.2 Segundo exemplo de rede - Teste 02

### 5.2.1 Parâmetros

A rede trabalhada nesse exemplo serviu como um segundo teste da efetividade do programa criado em Matlab em comparação com o Lenhsnet. Ela apresenta 4 pontos(nós) e 5 trechos e é abastecida com dois reservatório de nível fixo. Os dados referentes às demandas de comprimento e de consumo são apresentadas na tabela [5.10](#)

Tabela 5.10: Demandas da rede - Teste 02

| Trecho | comprimento (m) | Pontos (nós)    | cota(m) | consumo(l/s) |
|--------|-----------------|-----------------|---------|--------------|
| 1      | 50.488          | 1(reservatório) | 0       | -            |
| 2      | 50.04           | 2(reservatório) | 0       | -            |
| 3      | 50.01           | 3               | 7       | 20           |
| 4      | 50.01           | 4               | 5       | 20           |
| 5      | 50.249          | 5               | 6       | 20           |
|        |                 | 6               | 5       | 20           |

Os diâmetros tomados para os cálculos nesse exemplo foram os mesmos do exemplo 1. A tabela [5.11](#) apresenta os diâmetros disponíveis com suas respectivas rugosidades, material e custo em reais por metro da tubulação (os valores apresentados com relação ao custo foram usados tanto no Matlab, quanto no Lenhsnet, e assim como no exemplo 1 foram criados pelo autor).

A rede montada é exibida na figura [5.3](#), os pontos estão representados por números, enquanto os trechos tem seus nomes identificados por "trecho (número)".

Tabela 5.11: Diâmetros disponíveis

| Diâmetro (mm) | Rugosidade (m/s) | material | custo (R\$/m) |
|---------------|------------------|----------|---------------|
| 5             | 0,0015           | PVC      | 3,50          |
| 10            | 0,0015           | PVC      | 6,00          |
| 15            | 0,0015           | PVC      | 7,50          |
| 20            | 0,0015           | PVC      | 8,50          |
| 25            | 0,0015           | PVC      | 10,00         |
| 30            | 0,0015           | PVC      | 12,50         |
| 40            | 0,0015           | PVC      | 14,50         |
| 50            | 0,0015           | PVC      | 16,50         |



Figura 5.3: Rede Teste 02

A partir dessas informações, o problema é formulado para:

- minimizar: custo de implementação das tubulações,
- sujeito a: Suprir as demandas, atender as restrições hidráulicas e satisfazer a pressão mínima de 10mca.

## 5.2.2 Resultados do Lenhsnet

Para a realização do processo de otimização pelo Lenhsnet, deve-se realizar o processo de configuração idêntico ao da rede do primeiro exemplo. Tendo o programa configurado, basta executar o dimensionamento, onde o Lenhsnet exhibe um relatório, apresentado na tabela [5.12](#).

Tabela 5.12: Relatório Lenhsnet

| Pressão min/max | velocidade min/max | tempo de processamento | implementação (R\$) |
|-----------------|--------------------|------------------------|---------------------|
| 1,24/7,25       | 0.2/0.4            | 4 segundos             | 1655,88             |

Com respeito aos diâmetros em cada trecho, as velocidades, e as perdas de cargas, o Lenhsnet apresenta o resultado exibido na tabela [5.13](#).

Tabela 5.13: Relatório Lenhsnet - diâmetros

| Trecho | Diâmetro ( <i>mm</i> ) | Velocidade ( <i>m/s</i> ) | Perda de Carga ( <i>mca/m</i> ) |
|--------|------------------------|---------------------------|---------------------------------|
| 1      | 15                     | 0,30                      | 0,60                            |
| 2      | 10                     | 0,10                      | 0,42                            |
| 3      | 10                     | 0,20                      | 0,20                            |
| 4      | 10                     | 0,20                      | 0,31                            |
| 5      | 15                     | 0,40                      | 0,65                            |

Assim, como no primeiro exemplo, todos os trechos apresentam a perda de carga abaixo de 8 *mca/m*. Com respeito à condição de pressão, todos os pontos apresentam pressões acima da mínima permitida (1 m.c.a.), conforme exibido na tabela [5.14](#).

Tabela 5.14: Demandas da rede (após o dimensionamento)- Teste 02

| Pontos (nós)    | Pressão (mca) |
|-----------------|---------------|
| 1(reservatório) | -             |
| 2(reservatório) | -             |
| 3               | 4,64          |
| 4               | 1,24          |
| 5               | 1,36          |
| 6               | 7,25          |

### 5.2.3 Resultados a partir do método de Hansen, Madsen e Nielsen (HMN)

Para a realização do processo de otimização pelo HMN, deve-se realizar o processo de configuração, ou seja, determinaremos, a velocidade máxima de 3.5 (m/s), diâmetros mínimo (5mm) e máximo (50mm), e as altura de coluna de água mínima (1,0 m.c.a.) e máxima (40,0 m.c.a.), além do coeficiente de rugosidade dos tubos de PVC em cada trecho (0,0015mm) Para fazer o traçado da rede, determina-se as coordenadas de cada ponto com seu consumo conforme demonstra a tabela [5.15](#).

Tabela 5.15: Configuração do traçado da rede - Teste 02

| coord. x (m) | coord. y (m) | coord. z (m) | consumo (l/s) | nível do reservatório (m). |
|--------------|--------------|--------------|---------------|----------------------------|
| 50.0         | 0.0          | 7.0          | 20            | -                          |
| 100.0        | 0.0          | 5.0          | 20            | -                          |
| 150.0        | 0.0          | 6.0          | 20            | -                          |
| 200.0        | 0.0          | 5.0          | 20            | -                          |
| 0.0          | 0.0          | 0.0          | -             | 20 (RESERVATÓRIO)          |
| 250.0        | 0.0          | 0.0          | -             | 20 (RESERVATÓRIO)          |

Com programa configurado, basta executar o dimensionamento. Ao finalizar todo o processo, é exibido o número de iterações e o custo de implementação.

Para a pressão mínima é exibido um valor “caractere” sim/não, caso todas as tubulações apresentem pressão acima do mínimo é exibido o caractere “sim”, o mesmo acontece para a perda de carga máxima, conforme mostrado na tabela 5.16, caso contrário será exibido um “não”.

É exibido também um gráfico com o traçado da rede e seus diâmetros após o dimensionamento, conforme a figura 5.2.3, e também uma tabela com os diâmetros encontrados após o dimensionamento, juntamente com o diâmetro tabelado mais próximo.

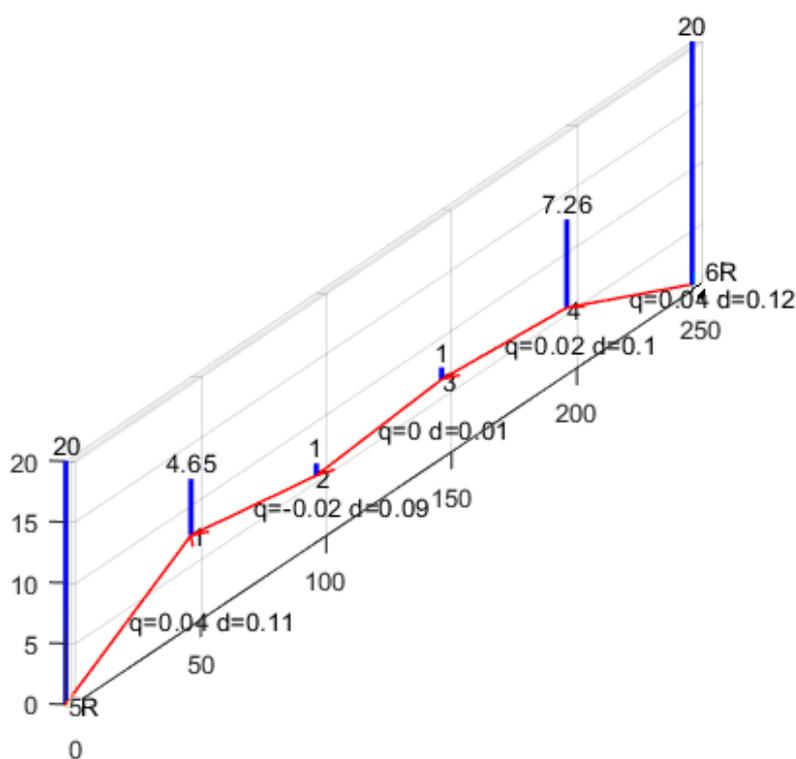


Figura 5.4: Gráfico - Teste 02

Tabela 5.16: Resultados do Método HMN - Teste 2

| Iterações                            | Tempo de processamento       |
|--------------------------------------|------------------------------|
| 19                                   | 5 segundos                   |
| Pressão mínima/Perda de carga máxima | Custo de implementação (R\$) |
| sim/sim                              | 1655,88                      |

Tabela 5.17: Tabela de diâmetros após o dimensionamento - Teste 02

| Trecho | Diâmetro Encontrado(mm) | Diâmetro Aproximado(mm) |
|--------|-------------------------|-------------------------|
| 1      | 11,41                   | 15                      |
| 2      | 9,43                    | 10                      |
| 3      | 10,00                   | 10                      |
| 4      | 9,56                    | 10                      |
| 5      | 11,57                   | 15                      |

### 5.2.4 Comparação entre os resultados

Ao comparar os resultados de ambos os métodos, verificou-se que o método de HMN apresentou o resultado em 19 iterações com o tempo de processamento de 5 segundos, tempo esse 1 segundos maior que o apresentado pelo Lenhsnet, porém o custo de implementação apresentado pelo método HMN seguiu da mesma forma como no exemplo 1, ou seja, foi exatamente o mesmo apresentado pelo Lenhsnet, conforme apresentado na tabela [5.18](#)

Tabela 5.18: Comparação dos Métodos - Teste 2

| Método   | tempo de processamento | Custo de implementação (R\$) |
|----------|------------------------|------------------------------|
| Lenhsnet | 4 segundos             | 1655,88                      |
| HMN      | 5 segundos             | 1655,88                      |

## 5.3 Terceiro exemplo de rede - Grande setor

### 5.3.1 Parâmetros

A partir dos resultados encontrados nos dois primeiros exemplos, houve um animo para se testar em redes maiores, e sendo assim o trabalho se encaminhou para esse terceiro exemplo. A rede trabalhada nesse exemplo recebe o nome de Grade setor, ela é uma adaptação de uma rede de mesmo nome, essa rede pode ser vista em [25](#). A rede usada nesse exemplo apresenta 6 pontos(nós) e 8 trechos e é abastecida com um reservatório de nível fixo. Os dados referentes às demandas de comprimento e de consumo são apresentadas na tabela [5.19](#)

Os diâmetros tomados para os cálculos nesse exemplo foram de 50mm para o mínimo e de 600mm para o máximo. A tabela [5.20](#) apresenta os diâmetros disponíveis com suas respectivas rugosidades, material e custo em reais por metro da tubulação (os valores apresentados com relação ao custo nesse exemplo são de criação do autor, e os valores apresentados na tabela foram usados tanto no Matlab, quanto no

Tabela 5.19: Demandas da rede - Grande setor

| Trecho | comprimento (m) | Pontos (nós)    | cota(m) | consumo(l/s) |
|--------|-----------------|-----------------|---------|--------------|
| 1      | 1230            | 1(reservatório) | 48      | -            |
| 2      | 1210            | 2               | 6       | 0,0          |
| 3      | 1430            | 3               | 5,5     | 47,78        |
| 4      | 1430            | 4               | 5,5     | 80,32        |
| 5      | 1230            | 5               | 6       | 208,60       |
| 6      | 1260.4          | 6               | 4,5     | 43,4         |
| 7      | 1460.9          | 7               | 4,5     | 40,29        |
| 8      | 2540.3          |                 |         |              |

Lenshnet).

Tabela 5.20: Diâmetros disponíveis

| Diâmetro (mm) | Rugosidade (m/s) | material | custo (R\$/m) |
|---------------|------------------|----------|---------------|
| 50            | 0,0015           | PVC      | 16,50         |
| 75            | 0,0015           | PVC      | 26,90         |
| 100           | 0,0015           | PVC      | 38,30         |
| 150           | 0,0015           | PVC      | 67,50         |
| 200           | 0,0015           | PVC      | 107,40        |
| 250           | 0,0015           | PVC      | 165,80        |
| 300           | 0,0015           | PVC      | 231,90        |
| 400           | 0,0015           | PVC      | 312,50        |
| 500           | 0,0015           | PVC      | 405,15        |
| 600           | 0,0015           | PVC      | 410,32        |

A rede montada é exibida na figura 5.5, os pontos estão representados por números, enquanto os trechos tem seus nomes identificados por "trecho (número)".

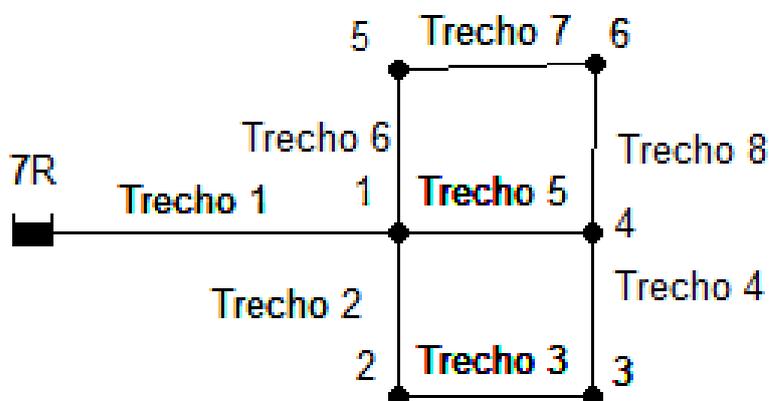


Figura 5.5: Rede Grande Setor

A partir dessas informações, o problema é formulado para:

- minimizar: custo de implementação das tubulações,
- sujeito a: Suprir as demandas, atender as restrições hidráulicas e satisfazer a pressão mínima de 10mca.

### 5.3.2 Resultados do Lenhsnet

Para a realização do processo de otimização pelo Lenhsnet, deve-se realizar o processo de configuração da rede idêntico ao primeiro exemplo. Tendo o programa configurado, basta executar o dimensionamento, onde o Lenhsnet exibe um relatório, apresentado em forma de tabela (tabela 5.21).

Tabela 5.21: Relatório Lenhsnet

| Pressão min/max | velocidade min/max | tempo de processamento | implementação (R\$) |
|-----------------|--------------------|------------------------|---------------------|
| 6,7/38          | 0.68/1.2           | 7 segundos             | 1534222,04          |

Com respeito aos diâmetros em cada trecho, as velocidades, e as perdas de cargas, o Lenhsnet apresenta o resultado exibido na tabela 5.22.

Tabela 5.22: Relatório Lenhsnet - diâmetros

| Trecho | Diâmetro ( <i>mm</i> ) | Velocidade ( <i>m/s</i> ) | Perda de Carga ( <i>mca/m</i> ) |
|--------|------------------------|---------------------------|---------------------------------|
| 1      | 200                    | 1,20                      | 0,60                            |
| 2      | 150                    | 0,92                      | 0,42                            |
| 3      | 300                    | 0,85                      | 0,20                            |
| 4      | 100                    | 0,79                      | 0,31                            |
| 5      | 250                    | 0,72                      | 0,65                            |
| 6      | 150                    | 0,60                      | 0,65                            |
| 7      | 100                    | 0,68                      | 0,65                            |
| 8      | 300                    | 0,64                      | 0,65                            |

Assim, como no primeiro exemplo, todos os trechos apresentam a perda de carga abaixo de 8 *mca/m*. Com respeito à condição de pressão, todos os pontos apresentam pressões acima da mínima permitida (1 m.c.a.), conforme exibido na tabela 5.23.

### 5.3.3 Resultados a partir do método de Hansen, Madsen e Nielsen (HMN)

Para a realização do processo de otimização pelo HMN, deve-se realizar o processo de configuração, ou seja, determinaremos, a velocidade máxima de 3.5 (m/s), diâmetros mínimo (50mm) e máximo (600mm), e as altura de coluna de água mínima (1,0 m.c.a.) e máxima (40,0 m.c.a.), além do coeficiente de rugosidade dos tubos de

Tabela 5.23: Demandas da rede (após o dimensionamento) - Grande setor

| Pontos (nós)    | Pressão (mca) |
|-----------------|---------------|
| 1(reservatório) | -             |
| 2               | 38            |
| 3               | 7             |
| 4               | 6,7           |
| 5               | 10            |
| 6               | 9,5           |

PVC em cada trecho (0,0015mm) Para fazer o traçado da rede, determina-se as coordenadas de cada ponto com seu consumo conforme demonstra a tabela [5.24](#).

Tabela 5.24: Configuração do traçado da rede - Grande setor

| coord. x (m) | coord. y (m) | coord. z (m) | consumo (l/s) | nível do reservatório (m). |
|--------------|--------------|--------------|---------------|----------------------------|
| 2540         | 1230         | 6            | 0.0           | -                          |
| 2540         | 0            | 5.5          | 0.04778       | -                          |
| 3970         | 0            | 5.5          | 0.08032       | -                          |
| 3970         | 1230         | 6            | 0.20860       | -                          |
| 2540         | 2440         | 4.5          | 0.04344       | -                          |
| 4000         | 2490         | 4.0          | 0.04029       | -                          |
| 0            | 1230         | 48           | -             | 140 (RESERVATÓRIO)         |

Com programa configurado, basta executar o dimensionamento. Ao finalizar todo o processo, é exibido o número de iterações e o custo de implementação.

Para a pressão mínima é exibido um valor “caractere” sim/não, caso todas as tubulações apresentem pressão acima do mínimo é exibido o caractere “sim”, o mesmo acontece para a perda de carga máxima, conforme mostrado na tabela [5.25](#), caso contrário será exibido um “não”.

É exibido também um gráfico com o traçado da rede e seus diâmetros após o dimensionamento, conforme a figura [5.3.3](#), e também uma tabela com os diâmetros encontrados após o dimensionamento, juntamente com o diâmetro tabelado mais próximo.

Tabela 5.25: Resultados do Método HMN - Grande setor

| Iterações                            | Tempo de processamento       |
|--------------------------------------|------------------------------|
| 22                                   | 8 segundos                   |
| Pressão mínima/Perda de carga máxima | Custo de implementação (R\$) |
| sim/sim                              | 1495145,04                   |

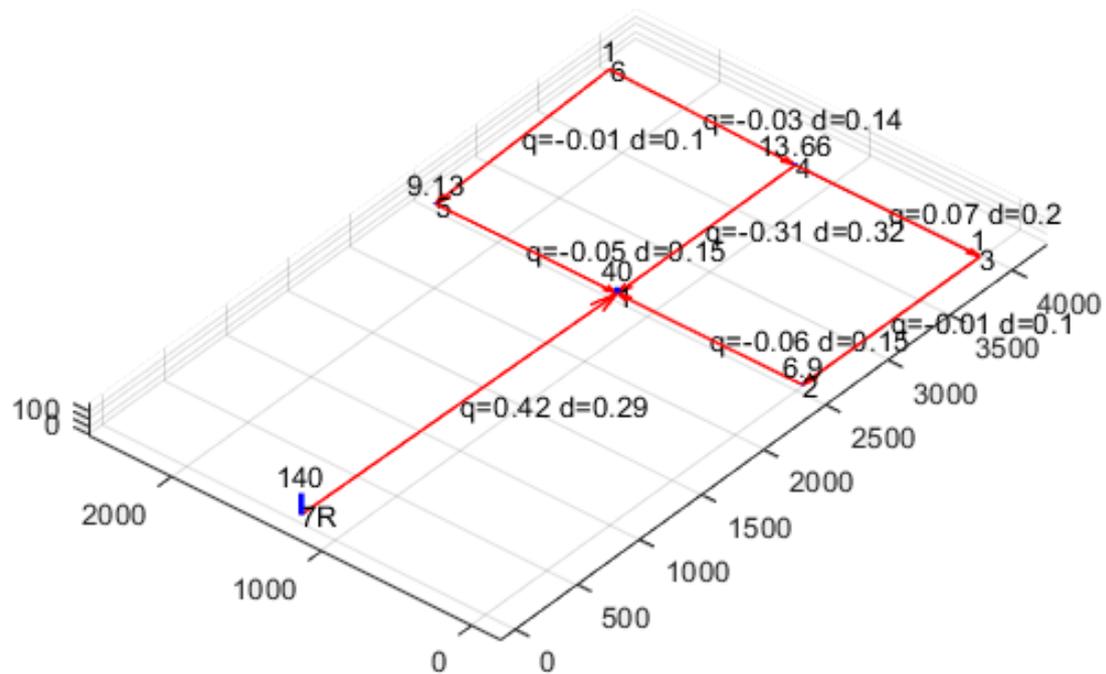


Figura 5.6: Gráfico - Grande Setor

Tabela 5.26: Tabela de diâmetros após o dimensionamento - Grande setor

| Trecho | Diâmetro Encontrado(mm) | Diâmetro Aproximado(mm) |
|--------|-------------------------|-------------------------|
| 1      | 149,58                  | 150                     |
| 2      | 147,15                  | 150                     |
| 3      | 316,07                  | 300                     |
| 4      | 100                     | 100                     |
| 5      | 199,37                  | 200                     |
| 6      | 141,23                  | 150                     |
| 7      | 100                     | 100                     |
| 8      | 285,89                  | 300                     |

### 5.3.4 Comparação entre os resultados

Ao comparar os resultados de ambos os métodos, verificou-se que o método de HMN apresentou o resultado em 22 iterações com o tempo de processamento de 8 segundos, tempo esse 1 segundo maior que o apresentado pelo Lenhsnet, porém o custo de implementação apresentado pelo método HMN apresentou uma diferença de 39077 reais, quando comparado ao custo apresentado pelo Lenhsnet, conforme apresentado na tabela [5.27](#)

Tabela 5.27: Comparação dos Métodos - Grande setor

| Método   | tempo de processamento | Custo de implementação (R\$) |
|----------|------------------------|------------------------------|
| Lenhsnet | 7 segundos             | 1534222,04                   |
| HMN      | 8 segundos             | 1495145,04                   |

## 5.4 Quarto exemplo de rede - FHES

### 5.4.1 Parâmetros

A rede trabalhada nesse exemplo recebe o nome de FHES, ela é uma adaptação de uma rede de mesmo nome, essa rede pode ser vista em [16](#). A rede usada nesse exemplo apresenta 5 pontos(nós) e 8 trechos e é abastecida com dois reservatório de nível fixo. Os dados referentes às demandas de comprimento e de consumo são apresentadas na tabela [5.28](#)

Tabela 5.28: Demandas da rede - FHES

| Trecho | comprimento (m) | Pontos (nós)    | cota(m) | consumo(l/s) |
|--------|-----------------|-----------------|---------|--------------|
| 1      | 360.98          | 1(reservatório) | 48      | -            |
| 2      | 360.98          | 2(reservatório) | 60      | -            |
| 3      | 300.04          | 3               | 46      | 0,0          |
| 4      | 125.10          | 4               | 43      | 0,1          |
| 5      | 300.03          | 5               | 48      | 0,0          |
| 6      | 125.06          | 6               | 44      | 0,1          |
| 7      | 300.01          | 7               | 48      | 0,25         |
| 8      | 260.28          |                 |         |              |

Os diâmetros tomados para os cálculos nesse exemplo foram de 50mm para o mínimo e de 600mm para o máximo. A tabela 5.29 apresenta os diâmetros disponíveis com suas respectivas rugosidades, material e custo em reais por metro da tubulação (os valores apresentados com relação ao custo nesse exemplo são de criação do autor, e os valores apresentados na tabela foram usados tanto no Matlab, quanto no Lenshnet).

Tabela 5.29: Diâmetros disponíveis

| Diâmetro (mm) | Rugosidade (m/s) | material | custo (R\$/m) |
|---------------|------------------|----------|---------------|
| 50            | 0,0015           | PVC      | 16,50         |
| 75            | 0,0015           | PVC      | 26,90         |
| 100           | 0,0015           | PVC      | 38,30         |
| 150           | 0,0015           | PVC      | 67,50         |
| 200           | 0,0015           | PVC      | 107,40        |
| 250           | 0,0015           | PVC      | 165,80        |
| 300           | 0,0015           | PVC      | 231,90        |
| 350           | 0,0015           | PVC      | 280,38        |
| 400           | 0,0015           | PVC      | 312,50        |
| 500           | 0,0015           | PVC      | 405,15        |
| 600           | 0,0015           | PVC      | 410,32        |

A rede montada é exibida na figura 5.7, os pontos estão representados por números, enquanto os trechos tem seus nomes identificados por "trecho (número)".

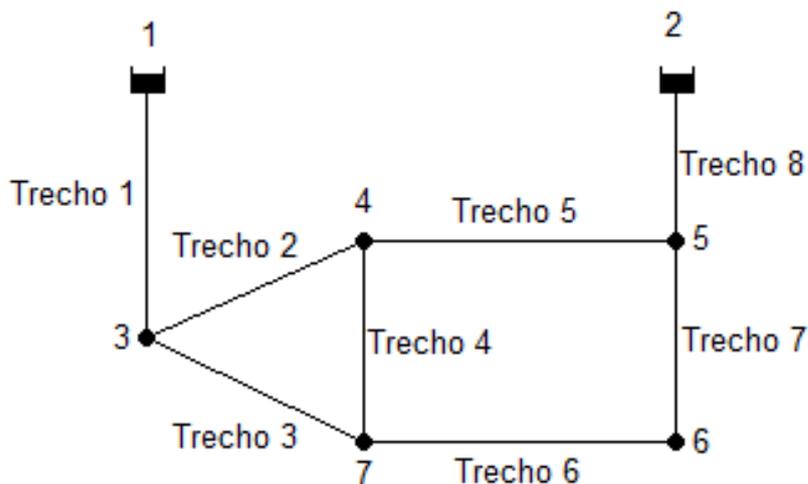


Figura 5.7: Rede FHES

A partir dessas informações, o problema é formulado para:

- minimizar: custo de implementação das tubulações,

- sujeito a: Suprir as demandas, atender as restrições hidráulicas e satisfazer a pressão mínima de 10mca.

## 5.4.2 Resultados do Lenhsnet

Para a realização do processo de otimização pelo Lenhsnet, deve-se realizar o processo de configuração da rede idêntico aos exemplos anteriores. Tendo o programa configurado, basta executar o dimensionamento, onde o Lenhsnet exibe um relatório, apresentado em forma de tabela (tabela 5.30).

Tabela 5.30: Relatório Lenhsnet

| Pressão min/max | velocidade min/max | tempo de processamento | implementação (R\$) |
|-----------------|--------------------|------------------------|---------------------|
| 6,4/39          | 0.38/2.3           | 6 segundos             | 247712,75           |

Com respeito aos diâmetros em cada trecho, as velocidades, e as perdas de cargas, o Lenhsnet apresenta o resultado exibido na tabela 5.31.

Tabela 5.31: Relatório Lenhsnet - diâmetros

| Trecho | Diâmetro ( <i>mm</i> ) | Velocidade ( <i>m/s</i> ) | Perda de Carga ( <i>mca/m</i> ) |
|--------|------------------------|---------------------------|---------------------------------|
| 1      | 100                    | 1,15                      | 1,42                            |
| 2      | 100                    | 1,02                      | 1,42                            |
| 3      | 200                    | 2,30                      | 2,24                            |
| 4      | 100                    | 0,96                      | 1,21                            |
| 5      | 300                    | 0,38                      | 0,85                            |
| 6      | 300                    | 1,61                      | 0,45                            |
| 7      | 100                    | 1,89                      | 1,71                            |
| 8      | 350                    | 1,64                      | 0,85                            |

Assim, como no primeiro exemplo, todos os trechos apresentam a perda de carga abaixo de  $8 \text{ mca}/\text{m}$ . Com respeito à condição de pressão, todos os pontos apresentam pressões acima da mínima permitida (1 m.c.a.), conforme exibido na tabela [5.32](#).

Tabela 5.32: Demandas da rede (após o dimensionamento)- FHES

| Pontos (nós)    | Pressão (mca) |
|-----------------|---------------|
| 1(reservatório) | -             |
| 2               | 12,5          |
| 3               | 6,4           |
| 4               | 35,8          |
| 5               | 27            |
| 6               | 37            |
| 7               | 39            |

### 5.4.3 Resultados a partir do método de Hansen, Madsen e Nielsen (HMN)

Para a realização do processo de otimização pelo HMN, deve-se realizar o processo de configuração, ou seja, determinaremos, a velocidade máxima de 3.5 (m/s), diâmetros mínimo (50mm) e máximo (600mm), e as altura de coluna de água mínima (1,0 m.c.a.) e máxima (40,0 m.c.a.), além do coeficiente de rugosidade dos tubos de PVC em cada trecho (0,0015mm) Para fazer o traçado da rede, determina-se as coordenadas de cada ponto com seu consumo conforme demonstra a tabela [5.33](#).

Tabela 5.33: Configuração do traçado da rede - FHES

| coord. x (m) | coord. y (m) | coord. z (m) | consumo (l/s) | nível do reservatório (m). |
|--------------|--------------|--------------|---------------|----------------------------|
| 0            | 62.5         | 46           | 0.0           | -                          |
| 355.52       | 125          | 43           | 0.1           | -                          |
| 655.52       | 125          | 48           | 0.0           | -                          |
| 655.52       | 0            | 44           | 0.1           | -                          |
| 355.52       | 0            | 48           | 0.25          | -                          |
| 0            | 362.5        | 48           | -             | 37 (RESERVATÓRIO)          |
| 655.52       | 385          | 60           | -             | 42 (RESERVATÓRIO)          |

Com programa configurado, basta executar o dimensionamento. Ao finalizar todo o processo, é exibido o número de iterações e o custo de implementação.

Para a pressão mínima é exibido um valor “caractere” sim/não, caso todas as tubulações apresentem pressão acima do mínimo é exibido o caractere “sim”, o mesmo acontece para a perda de carga máxima, conforme mostrado na tabela [5.34](#) caso contrário será exibido um “não”.

É exibido também um gráfico com o traçado da rede e seus diâmetros após o dimensionamento, conforme a figura 5.4.3, e também uma tabela com os diâmetros encontrados após o dimensionamento, juntamente com o diâmetro tabelado mais próximo.

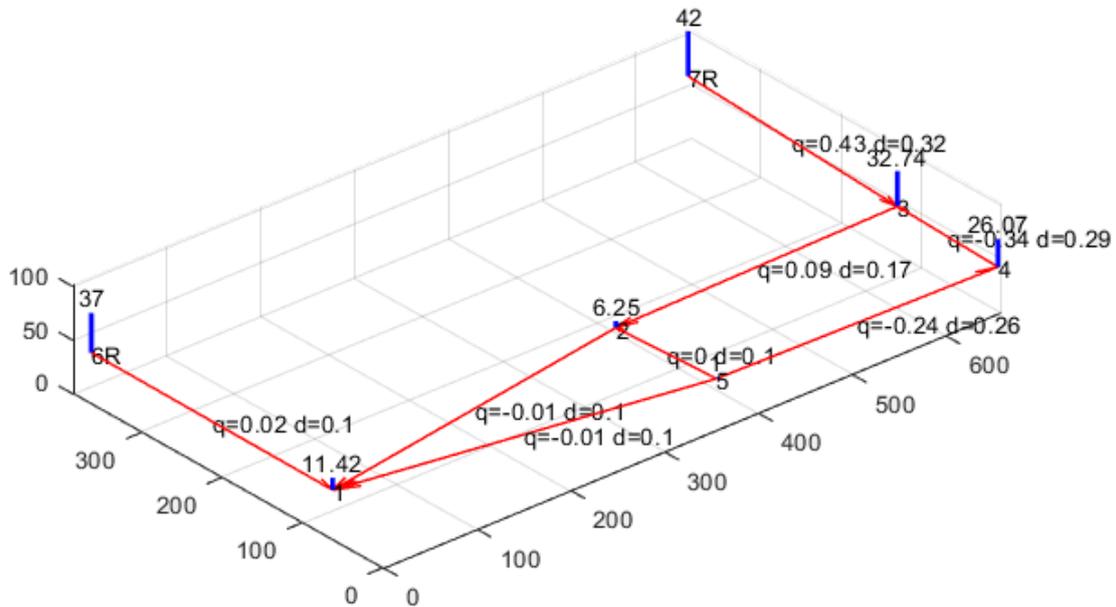


Figura 5.8: Gráfico - FHES

Tabela 5.34: Resultados do Método HMN - FHES

| Iterações                            | Tempo de processamento       |
|--------------------------------------|------------------------------|
| 23                                   | 8 segundos                   |
| Pressão mínima/Perda de carga máxima | Custo de implementação (R\$) |
| sim/sim                              | 227880,77                    |

Tabela 5.35: Tabela de diâmetros após o dimensionamento - FHES

| Trecho | Diâmetro Encontrado(mm) | Diâmetro Aproximado(mm) |
|--------|-------------------------|-------------------------|
| 1      | 100                     | 100                     |
| 2      | 100                     | 100                     |
| 3      | 171,28                  | 200                     |
| 4      | 100                     | 100                     |
| 5      | 264,11                  | 250                     |
| 6      | 291,13                  | 300                     |
| 7      | 100                     | 100                     |
| 8      | 328,19                  | 350                     |

#### 5.4.4 Comparação entre os resultados

Ao comparar os resultados de ambos os métodos, verificou-se que o método de HMN apresentou o resultado em 23 iterações com o tempo de processamento de 8 segundos, tempo esse 2 segundos maior que o apresentado pelo Lenhsnet, porém o custo de implementação apresentado pelo método HMN apresentou uma diferença de 19831,98 reais comparado ao custo apresentado pelo Lenhsnet, conforme apresentado na tabela [5.36](#)

Tabela 5.36: Comparação dos Métodos - FHES

| Método   | tempo de processamento | Custo de implementação (R\$) |
|----------|------------------------|------------------------------|
| Lenhsnet | 6 segundos             | 247712,75                    |
| HMN      | 8 segundos             | 227880,77                    |

### 5.5 Quinto exemplo de rede - Salitre CE simplificada

#### 5.5.1 Parâmetros

A rede aqui tratada apresenta foi adaptada da rede Salitre CE [\[17\]](#), com a remoção de alguns pontos. Ela contém 14 pontos(nós) e 18 trechos, é abastecida com um reservatório de nível fixo e é do tipo malhada com 5 anéis. Os dados referentes às demandas de comprimento e de consumo são apresentadas na tabela [5.37](#)

Os diâmetros tomados para os cálculos tanto nesse exemplo quando no outro foram de 50mm para o mínimo e de 500mm para o máximo. A tabela [5.38](#) apresenta os diâmetros disponíveis com suas respectivas rugosidades, material e custo em reais por metro da tubulação (os valores apresentados com relação ao custo são referentes ao mês de outubro de 2020 e são os valores aplicados pela empresa Tigre, tubos e conexões).

Tabela 5.37: Demandas da rede - Salitre CE simplificada

| Trecho | comprimento (m) | Pontos (nós)    | cota(m) | consumo(l/s) |
|--------|-----------------|-----------------|---------|--------------|
| 1      | 90              | 1(reservatório) | 112     | -            |
| 2      | 112             | 2               | 101     | 0.79         |
| 3      | 112             | 3               | 101     | 0.69         |
| 4      | 108             | 4               | 101     | 0.52         |
| 5      | 108             | 5               | 101     | 0.53         |
| 6      | 220             | 6               | 101     | 0.70         |
| 7      | 112             | 7               | 102     | 0.52         |
| 8      | 112             | 8               | 102     | 0.51         |
| 9      | 223             | 9               | 101     | 0.68         |
| 10     | 114             | 10              | 101     | 0.52         |
| 11     | 114             | 11              | 101     | 0.50         |
| 12     | 218             | 12              | 101     | 0.68         |
| 13     | 107             | 13              | 101     | 0.51         |
| 14     | 107             | 14              | 101     | 0.34         |
| 15     | 219             |                 |         |              |
| 16     | 108             |                 |         |              |
| 17     | 108             |                 |         |              |
| 18     | 220             |                 |         |              |

Tabela 5.38: Diâmetros disponíveis

| Diâmetro (mm) | Rugosidade (m/s) | material | custo (R\$/m) |
|---------------|------------------|----------|---------------|
| 50            | 0,15             | PVC      | 16,50         |
| 75            | 0,15             | PVC      | 26,90         |
| 100           | 0,15             | PVC      | 38,30         |
| 150           | 0,15             | PVC      | 67,50         |
| 200           | 0,15             | PVC      | 107,40        |
| 250           | 0,15             | PVC      | 165,80        |
| 300           | 0,15             | PVC      | 231,90        |
| 350           | 0,15             | PVC      | 264,15        |
| 400           | 0,15             | PVC      | 312,50        |
| 500           | 0,15             | PVC      | 405,15        |

A rede montada é exibida na figura 5.9, os pontos estão representados por números, enquanto os trechos tem seus nomes identificados por "trecho (número)".

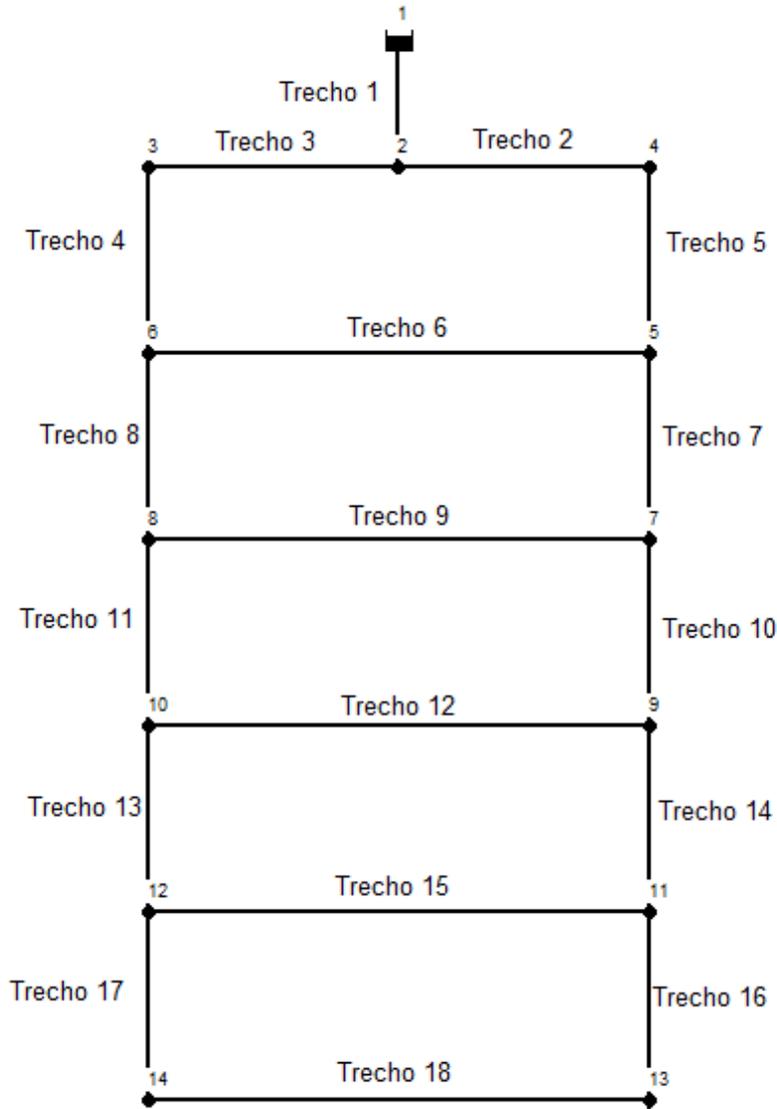


Figura 5.9: Rede Salitre CE simplificada

A partir dessas informações, o problema é formulado para:

- minimizar: custo de implementação das tubulações,
- sujeito a: Suprir as demandas, atender as restrições hidráulicas e satisfazer a pressão mínima de 10mca.

### 5.5.2 Resultados do Lenhsnet

Para a realização do processo de otimização pelo Lenhsnet, deve-se realizar o processo de configuração, ou seja, determinaremos uma cota fixa, a velocidade máxima

de 3.5 (m/s), com pressão mínima de 10 (mca), e os diâmetros serão tomados seguindo a tabela [5.38](#). Tendo o programa configurado, basta executar o dimensionamento, onde o Lenhsnet exibe um relatório, aqui apresentado em forma de tabela (tabela [5.39](#))

Tabela 5.39: Relatório Lenhsnet

| Pressão min/max | velocidade min/max | tempo de processamento | implementação (R\$) |
|-----------------|--------------------|------------------------|---------------------|
| 10.04/11.65     | 0.03/0.51          | 7 segundos             | 95,855.40           |

Com respeito aos diâmetros em cada trecho, as velocidades, e as perdas de cargas, o Lenhsnet apresenta o resultado exibido na tabela [5.40](#)

Tabela 5.40: Relatório Lenhsnet - diâmetros

| Trecho | Diâmetro (mm) | Velocidade (m/s) | Perda de Carga (mca/m) |
|--------|---------------|------------------|------------------------|
| 1      | 250           | 0,20             | 0,16                   |
| 2      | 50            | 0,30             | 2,53                   |
| 3      | 50            | 0,13             | 0,63                   |
| 4      | 50            | 0,04             | 0,06                   |
| 5      | 50            | 0,12             | 0,54                   |
| 6      | 150           | 0,13             | 0,24                   |
| 7      | 50            | 0,17             | 0,92                   |
| 8      | 50            | 0,06             | 0,04                   |
| 9      | 150           | 0,11             | 0,11                   |
| 10     | 50            | 0,24             | 1,52                   |
| 11     | 100           | 0,23             | 0,73                   |
| 12     | 150           | 0,09             | 0,38                   |
| 13     | 50            | 0,51             | 7,72                   |
| 14     | 50            | 0,50             | 6,21                   |
| 15     | 100           | 0,08             | 0,32                   |
| 16     | 50            | 0,18             | 1,14                   |
| 17     | 50            | 0,22             | 1,51                   |
| 18     | 50            | 0,05             | 0,09                   |

É perceptível que todos os trechos apresentam a perda de carga abaixo de 8  $mca/m$ , a máxima permitida. Com respeito à condição de pressão, todos os pontos apresentam pressões acima da mínima permitida, conforme exibido na tabela [5.41](#).

Tabela 5.41: Demandas da rede (após o dimensionamento)- Salitre CE simplificada

| Pontos (nós)    | Pressão (mca) |
|-----------------|---------------|
| 1(reservatório) | -             |
| 2               | 11.65         |
| 3               | 10.93         |
| 4               | 11.18         |
| 5               | 11.12         |
| 6               | 11.17         |
| 7               | 11.45         |
| 8               | 10.04         |
| 9               | 10.98         |
| 10              | 10.19         |
| 11              | 10.32         |
| 12              | 10.29         |
| 13              | 11.40         |
| 14              | 10.41         |

### 5.5.3 Resultados pelo método de Hansen, Madsen e Nielsen (HMN)

Assim como foi feito nos exemplos anteriores, deve-se realizar o processo de configuração, ou seja, determinaremos, a velocidade máxima de 3.5 (m/s), diâmetros mínimo (20mm) e máximo (500mm), e as altura de coluna de água mínima (1,0 m.c.a.) e máxima (40,0 m.c.a.), além do coeficiente de rugosidade dos tubos de PVC em cada trecho (0,0015mm). Para fazer o traçado da rede, determina-se as coordenadas de cada ponto com seu consumo conforme demonstra a tabela [5.42](#).

Com programa configurado, basta executar o dimensionamento. Ao finalizar todo o processo, é exibido o número de iterações e o custo de implementação.

Para a pressão mínima é exibido um valor “caractere” sim/não, caso todas as tubulações apresentem pressão acima do mínimo é exibido o caractere “sim”, o mesmo acontece para a perda de carga máxima, conforme mostrado na tabela [5.43](#) caso contrário será exibido um “não”.

É exibido também um gráfico com o traçado da rede e seus diâmetros após o dimensionamento, conforme a figura [5.5.3](#), e também uma tabela com os diâmetros encontrados após o dimensionamento, juntamente com o diâmetro tabelado mais próximo.

Tabela 5.42: Configuração do traçado da rede - Salitre CE simplificada

| coord. x (m) | coord. y (m) | coord. z (m) | consumo (l/s) | nível do reservatório (m). |
|--------------|--------------|--------------|---------------|----------------------------|
| 112          | 549          | 101          | 0.079         | -                          |
| 0            | 549          | 101          | 0.069         | -                          |
| 224          | 549          | 101          | 0.052         | -                          |
| 0            | 441          | 101          | 0.070         | -                          |
| 220          | 441          | 101          | 0.053         | -                          |
| 0            | 329          | 102          | 0.051         | -                          |
| 223          | 329          | 102          | 0.052         | -                          |
| 0            | 215          | 101          | 0.052         | -                          |
| 218          | 215          | 101          | 0.068         | -                          |
| 0            | 108          | 101          | 0.068         | -                          |
| 219          | 108          | 110          | 0.050         | -                          |
| 0            | 0            | 101          | 0.034         | -                          |
| 220          | 0            | 101          | 0.051         | -                          |
| 112          | 639          | 112          | -             | 28 (RESERVATÓRIO)          |

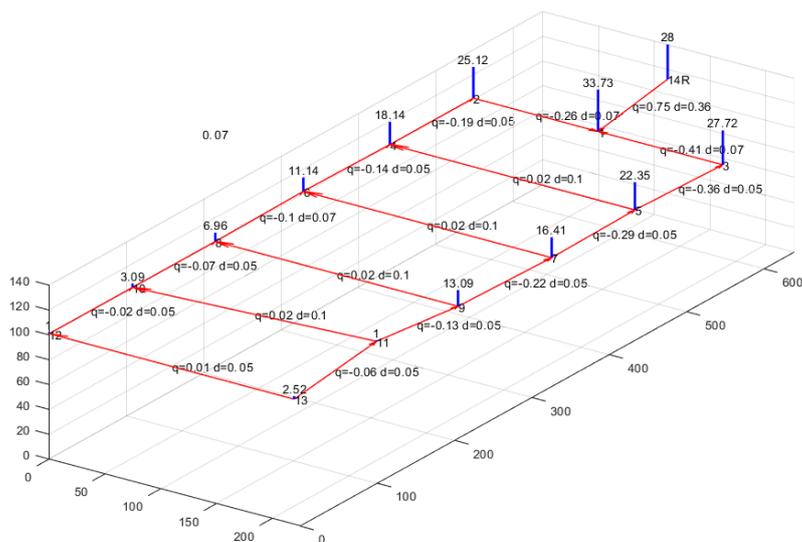


Figura 5.10: Gráfico - Salitre simplificada

Tabela 5.43: Resultados do Método HMN - Salitre CE simplificada

| Iterações                            | Tempo de processamento       |
|--------------------------------------|------------------------------|
| 42                                   | 12 segundos                  |
| Pressão mínima/Perda de carga máxima | Custo de implementação (R\$) |
| sim/sim                              | 92947.30                     |

Tabela 5.44: Tabela de diâmetros após o dimensionamento - Salitre simplificada

| Trecho | Diâmetro Encontrado(mm) | Diâmetro Aproximado(mm) |
|--------|-------------------------|-------------------------|
| 1      | 355,04                  | 350                     |
| 2      | 76,15                   | 75                      |
| 3      | 75,28                   | 75                      |
| 4      | 50                      | 50                      |
| 5      | 50,11                   | 50                      |
| 6      | 110,13                  | 100                     |
| 7      | 50                      | 50                      |
| 8      | 56,19                   | 50                      |
| 9      | 160,09                  | 150                     |
| 10     | 54,21                   | 50                      |
| 11     | 76,90                   | 75                      |
| 12     | 109,10                  | 100                     |
| 13     | 49,92                   | 50                      |
| 14     | 56,13                   | 50                      |
| 15     | 108,40                  | 100                     |
| 16     | 54,19                   | 50                      |
| 17     | 56,09                   | 50                      |
| 18     | 49,19                   | 50                      |

### 5.5.4 Comparação entre os resultados

Ao comparar os resultados de ambos os métodos, verificou-se que o método de HMN apresentou o resultado em 42 iterações com o tempo de processamento de 12 segundos, tempo esse 5 segundos maior que o apresentado pelo Lenhsnet, porém o custo de implementação apresentado pelo método HMN foi de 2908,10 reais menor, conforme apresentado na tabela [5.45](#).

Tabela 5.45: Comparação dos Métodos - Salitre CE simplificada

| Método   | tempo de processamento | Custo de implementação (R\$) |
|----------|------------------------|------------------------------|
| Lenhsnet | 7 segundos             | 95,855.40                    |
| HMN      | 12 segundos            | 92947.30                     |

## 5.6 Sexto exemplo de rede - Salitre CE

### 5.6.1 Parâmetros

A rede utilizada nesse exemplo, é a rede chamada de Salitre CE, rede essa que pode ser encontrada em [\[17\]](#). A rede aqui tratada apresenta 19 pontos (nós) e 28 trechos, é abastecida com um reservatório de nível fixo e é do tipo malhada com 10 anéis.

Os dados referentes às demandas de comprimento e de consumo são apresentadas na tabela [5.46](#).

Tabela 5.46: Demandas da rede- Salitre CE

| Trecho | comprimento (m) | pontos (nós)    | cota(m) | consumo(l/s) |
|--------|-----------------|-----------------|---------|--------------|
| 1      | 90              | 1(reservatório) | 112     | -            |
| 2      | 112             | 2               | 101     | 0.79         |
| 3      | 112             | 3               | 101     | 0.69         |
| 4      | 108             | 4               | 101     | 0.52         |
| 5      | 108             | 5               | 101     | 0.53         |
| 6      | 112             | 6               | 101     | 0.70         |
| 6.1    | 108             | 7               | 102     | 0.52         |
| 7      | 112             | 8               | 102     | 0.51         |
| 8      | 112             | 9               | 101     | 0.68         |
| 9      | 106             | 10              | 101     | 0.52         |
| 9.1    | 117             | 11              | 101     | 0.50         |
| 10     | 114             | 12              | 101     | 0.68         |
| 11     | 114             | 13              | 101     | 0.51         |
| 12     | 218             | 14              | 101     | 0.34         |
| 12.1   | 112             | 15              | 101     | 0.52         |
| 13     | 107             | 16              | 101     | 0.52         |
| 14     | 107             | 17              | 101     | 0.34         |
| 15     | 219             | 18              | 100     | 0.33         |
| 15.1   | 107             | 19              | 101     | 0.35         |
| 16     | 108             |                 |         |              |
| 17     | 108             |                 |         |              |
| 18     | 220             |                 |         |              |
| 18.1   | 107             |                 |         |              |
| 19     | 108             |                 |         |              |
| 20     | 112             |                 |         |              |
| 21     | 114             |                 |         |              |
| 22     | 107             |                 |         |              |
| 23     | 108             |                 |         |              |

Os diâmetros tomados para os cálculos nesse exemplo foram iguais ao do exemplo 5, ou seja, de 50mm para o mínimo e de 500mm para o máximo conforme a tabela 5.38. A rede montada é exibida na figura 5.11, os pontos estão representados por números, enquanto os trechos tem seus nomes identificados por "trecho (número)".

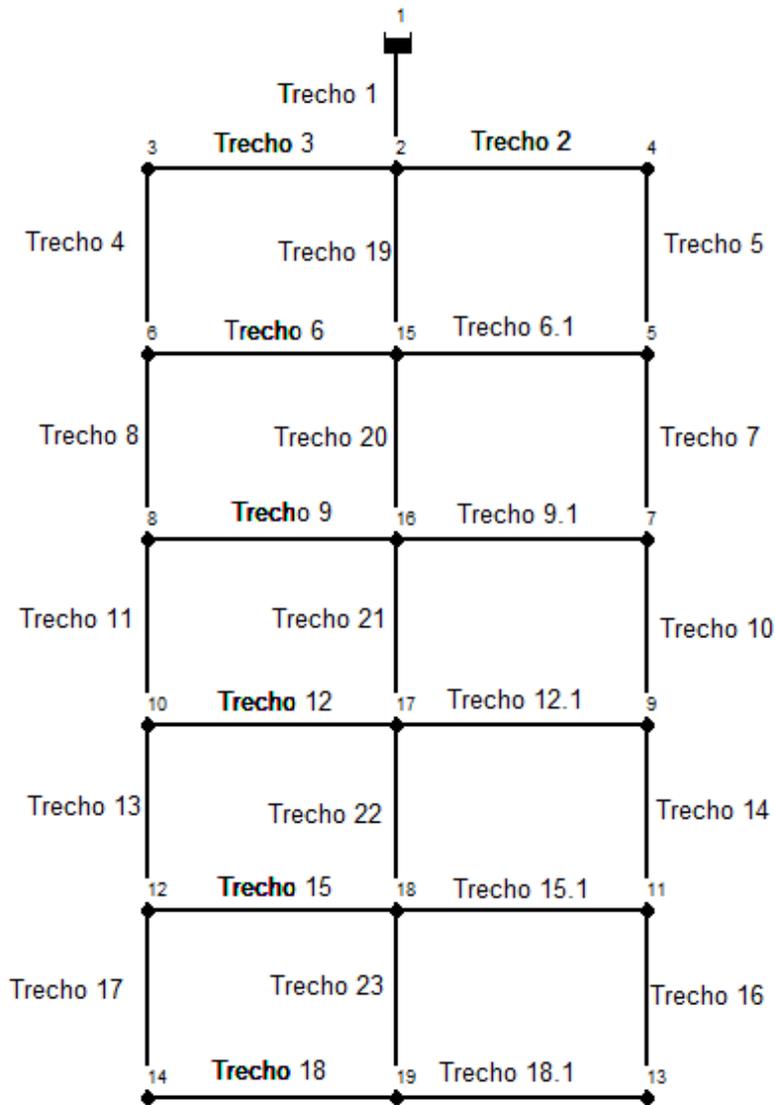


Figura 5.11: Rede, Salitre CE

A partir dessas informações, o problema formulado para:

- Minimizar: custo de implementação das tubulações
- Sujeito a: Suprir as demandas, atender as restrições hidráulicas e satisfazer a pressão mínima de 10mca

## 5.6.2 Resultados do Lenhsnet

Para a realização do processo de otimização pelo Lenhsnet, deve-se repetir o mesmo processo de configuração feito no exemplo 5, ou seja, tomaremos uma cota fixa, determinaremos a velocidade máxima de 3.5m/s, com pressão mínima de 10mca, e os diâmetros serão tomados seguindo a tabela [5.38](#). Tendo o programa configurado, basta executar o dimensionamento, onde o Lenhsnet exibe um relatório, aqui apresentado em forma de tabela [5.47](#).

Tabela 5.47: Relatório Lenhsnet

| Pressão min/max | velocidade min/max | tempo de processamento | implementação (R\$) |
|-----------------|--------------------|------------------------|---------------------|
| 10.02/11.79     | 0.01/0.56          | 16 segundos            | 112,477.60          |

Com respeito aos diâmetros em cada trecho, as velocidades, e as perdas de cargas, o Lenhsnet exibe o resultado apresentado na tabela [5.48](#).

Tabela 5.48: Relatório Lenhsnet - diâmetros

| Trecho | Diâmetro ( <i>mm</i> ) | Velocidade ( <i>m/s</i> ) | Perda de Carga ( <i>mca/m</i> ) |
|--------|------------------------|---------------------------|---------------------------------|
| 1      | 250                    | 0,20                      | 0,16                            |
| 2      | 50                     | 0,30                      | 2,53                            |
| 3      | 50                     | 0,13                      | 0,63                            |
| 4      | 50                     | 0,04                      | 0,06                            |
| 5      | 50                     | 0,12                      | 0,54                            |
| 6      | 100                    | 0,13                      | 0,24                            |
| 6.1    | 50                     | 0,31                      | 2,70                            |
| 7      | 50                     | 0,17                      | 0,92                            |
| 8      | 100                    | 0,05                      | 0,05                            |
| 9      | 150                    | 0,11                      | 0,11                            |
| 9.1    | 50                     | 0,35                      | 3,29                            |
| 10     | 50                     | 0,24                      | 1,71                            |
| 11     | 100                    | 0,23                      | 0,67                            |
| 12     | 50                     | 0,09                      | 0,34                            |
| 12.1   | 50                     | 0,39                      | 4,08                            |
| 13     | 50                     | 0,56                      | 7,67                            |
| 14     | 50                     | 0,36                      | 3,58                            |
| 15     | 50                     | 0,08                      | 0,24                            |
| 15.1   | 50                     | 0,08                      | 0,25                            |
| 16     | 50                     | 0,18                      | 1,09                            |
| 17     | 50                     | 0,22                      | 1,53                            |
| 18     | 50                     | 0,05                      | 0,06                            |
| 18.1   | 50                     | 0,01                      | 0,01                            |
| 19     | 200                    | 0,25                      | 0,34                            |
| 20     | 200                    | 0,18                      | 0,19                            |
| 21     | 100                    | 0,30                      | 1,09                            |
| 22     | 50                     | 0,56                      | 7,57                            |
| 23     | 50                     | 0,21                      | 1,35                            |

Pode-se notar que todos os trechos apresentam a perda de carga abaixo de 8  $mca/m$ , a máxima permitida. Com respeito à condição de pressão, todos os pontos apresentam pressões acima da mínima permitida, conforme exibido na tabela [5.49](#)

Tabela 5.49: Demandas da rede (após o dimensionamento)- Salitre CE

| Pontos (nós) | Pressão (mca) |
|--------------|---------------|
| 1            | -             |
| 2            | 11.33         |
| 3            | 10.90         |
| 4            | 11.15         |
| 5            | 11.05         |
| 6            | 11.10         |
| 7            | 11.45         |
| 8            | 10.02         |
| 9            | 10.91         |
| 10           | 10.13         |
| 11           | 10.27         |
| 12           | 10.28         |
| 13           | 11.29         |
| 14           | 10.35         |
| 15           | 11.79         |
| 16           | 11.53         |
| 17           | 11.27         |
| 18           | 10.48         |
| 19           | 10.61         |

O nó 1 é o nó referente ao reservatório por isso não apresenta valores para pressão.

### 5.6.3 Resultados pelo método de Hansen, Madsen e Nielsen (HMN)

O processo de configuração segue da mesma forma que os exemplos anteriores, com a velocidade máxima de 3.5 (m/s), diâmetros mínimo (20mm) e máximo (500mm), e a altura de coluna de água mínima (1,0 m.c.a.) e máxima (40,0 m.c.a.), além do coeficiente de rugosidade dos tubos de PVC em cada trecho (0,0015mm). Para fazer o traçado da rede, determina-se as coordenadas de cada ponto com seu consumo conforme demonstrará a tabela [5.50](#)

Com programa configurado, basta executar o dimensionamento. Ao finalizar todo o processo, é exibido o número de iterações e o custo de implementação.

Para a pressão mínima é exibido um valor “caractere” sim/não, caso todas as tubulações apresentem pressão acima do mínimo é exibido o caractere “sim”, o mesmo acontece para a perda de carga máxima, conforme mostrado na tabela [5.51](#) caso contrário será exibido um “não”.

Tabela 5.50: Configuração do traçado da rede - Salitre CE

| coord. x (m) | coord. y (m) | coord. z (m) | consumo (l/s) | nível do reservatório (m). |
|--------------|--------------|--------------|---------------|----------------------------|
| 112          | 550          | 101          | 0.079         | -                          |
| 0            | 550          | 101          | 0.069         | -                          |
| 224          | 550          | 101          | 0.052         | -                          |
| 225          | 442          | 101          | 0.053         | -                          |
| 0            | 442          | 101          | 0.070         | -                          |
| 223          | 330          | 102          | 0.052         | -                          |
| 0            | 330          | 102          | 0.051         | -                          |
| 218          | 216          | 101          | 0.068         | -                          |
| 0            | 216          | 101          | 0.052         | -                          |
| 219          | 108          | 101          | 0.050         | -                          |
| 0            | 108          | 101          | 0.068         | -                          |
| 232          | 0            | 101          | 0.051         | -                          |
| 0            | 0            | 101          | 0.034         | -                          |
| 112          | 442          | 101          | 0.052         | -                          |
| 106          | 330          | 101          | 0.052         | -                          |
| 106          | 216          | 101          | 0.034         | -                          |
| 112          | 108          | 100          | 0.033         | -                          |
| 114          | 0            | 101          | 0.035         | -                          |
| 112          | 640          | 112          | -             | 28 (RESERVATÓRIO)          |

É exibido também um gráfico com o traçado da rede e seus diâmetros após o dimensionamento, conforme a figura 5.12, e também uma tabela com os diâmetros encontrados após o dimensionamento, juntamente com o diâmetro tabelado mais próximo.

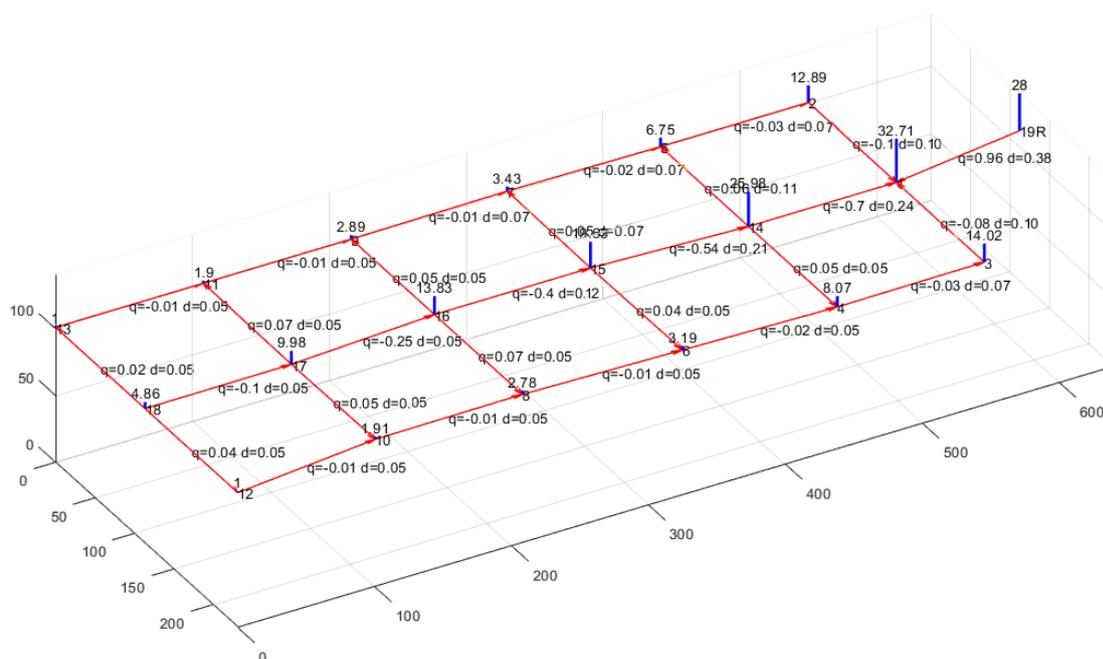


Figura 5.12: Gráfico - Salitre

Tabela 5.51: Resultados do Método HMN - Salitre CE

| Iterações                            | Tempo de processamento       |
|--------------------------------------|------------------------------|
| 55                                   | 16 segundos                  |
| Pressão mínima/Perda de carga máxima | Custo de implementação (R\$) |
| sim/sim                              | 114741,4                     |

Tabela 5.52: Tabela de diâmetros após o dimensionamento - Salitre

| Trecho | Diâmetro Encontrado(mm) | Diâmetro Aproximado(mm) |
|--------|-------------------------|-------------------------|
| 1      | 376.01                  | 350                     |
| 2      | 107.90                  | 100                     |
| 3      | 101.35                  | 100                     |
| 4      | 80.43                   | 75                      |
| 5      | 78.34                   | 75                      |
| 6      | 99.37                   | 100                     |
| 6.1    | 61.84                   | 50                      |
| 7      | 58.46                   | 50                      |
| 8      | 83.71                   | 75                      |
| 9      | 78.23                   | 75                      |
| 9.1    | 48.35                   | 50                      |
| 10     | 53.74                   | 50                      |
| 11     | 74.85                   | 75                      |
| 12     | 62.43                   | 50                      |
| 12.1   | 60.15                   | 50                      |
| 13     | 64.32                   | 50                      |
| 14     | 57.40                   | 50                      |
| 15     | 50.13                   | 50                      |
| 15.1   | 59.51                   | 50                      |
| 16     | 58.16                   | 50                      |
| 17     | 56.83                   | 50                      |
| 18     | 54.12                   | 50                      |
| 18.1   | 62.39                   | 50                      |
| 19     | 242.34                  | 250                     |
| 20     | 212.12                  | 200                     |
| 21     | 120.01                  | 100                     |
| 22     | 63.80                   | 50                      |
| 23     | 59.47                   | 50                      |

#### 5.6.4 Comparação entre os resultados

Ao comparar os resultados de ambos os métodos, verificou-se que o método de HMN apresentou o resultado em 55 iterações com o tempo de processamento de 16 segundos e o custo de implementação foi de 2263,8 reais a mais quando comparado ao Lenhsnet, conforme apresentado na tabela [5.53](#).

Tabela 5.53: Comparação dos Métodos - Salitre CE

| Método   | tempo de processamento | Custo de implementação (R\$) |
|----------|------------------------|------------------------------|
| Lenhsnet | 16 segundos            | 112477.60                    |
| HMN      | 23 segundos            | 114741.40                    |

# Capítulo 6

## Conclusões

Demonstrou-se que o modelo apresentado através do método de Hansen, Madsen e Nielsen é robusto e apropriado para a otimização de redes de distribuição de água, com dimensionamento de redes feito através dos métodos de Hardy-Cross e do híbrido de Nielsen.

Pode-se comprovar isso através da comparação com um método aceito pela comunidade especializada, o Lenhsnet. Foram tomadas seis redes como exemplos. Em relação ao tempo de processamento, pode-se comprovar que o Lenhsnet apresentou os resultados de forma mais rápida em todos os exemplos de redes tomados.

Com relação ao custo, nos cinco primeiros exemplos, os resultados obtidos foram muito próximos um do outro, com um custo ligeiramente menor para o método HMN. Para a rede maior, no sexto exemplo, a solução obtida pelo método HMN apresentou um custo ligeiramente maior com um relativo aumento no tempo de processamento. Isso demonstra que o trabalho está em um bom caminho, pois cinco dos seis exemplos de rede testados apresentaram custos monetários iguais ou menores para o HMN, podendo assim ser considerado um resultado satisfatório, no geral.

Também se pode inferir que ao se testar em redes maiores, os resultados obtidos pelo MHN em comparação com o Lenhsnet podem ser muito próximos.

Essa inferência pode ser verificada num estudo mais a frente, podendo ser tomado como um dos focos do trabalho. Além dos testes em redes maiores, um outro caminho em que esse estudo pode seguir é o de adaptar e conseguir aplicar esse mesmo método para redes com bombas.

# Referências Bibliográficas

- [1] ABNT, Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1994, *Projeto de rede de distribuição de água para abastecimento público, NBR 12218*.
- [2] BRASIL, Ministério da Cidadania, 2003. “Programa Cisternas”. Disponível em: <<http://mds.gov.br/assuntos/seguranca-alimentar/acesso-a-agua-1/programa-cisternas>>. [Acessado em:12 de ago. de 2020].
- [3] BRASIL, Ministério do Desenvolvimento Regional, 2015. “Projeto de integração do rio São Francisco”. Disponível em: <<http://https://www.gov.br/mdr/pt-br/assuntos/seguranca-hidrica/projeto-sao-francisco>>. [Acessado em:12 de ago. de 2020].
- [4] CASTRO, M. A. H., COSTA, L. H., 2004, “Otimização de redes de distribuição de água usando a metodologia de morgan e o epanet”. João Pessoa, Junho. IV SEREA - Seminário Hispano-Brasileiro sobre Sistemas de Abastecimento Urbano de Água.
- [5] CONNOR, N., 2020. “Thermal engineering - O que é a fórmula de número de Reynolds”. Disponível em: <<https://thermal-engineering.org/pt-br/o-que-e-a-formula-de-numero-de-reynolds-definicao>>. [Acesso em: 20 de ago. de 2020].
- [6] COSTA, L. H. M., 2005, *Uso conjunto do Epanet e da metodologia de morgan para otimização de redes de abastecimento de água*. Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Ceará., Fortaleza, Ceará, Brasil.
- [7] DIAS, C. H., M., G. F. A., 2008, “Otimização de Redes de Distribuição de Água com Estações de Bombeamento”. Campinas, Outubro. TEMA - Tendências em Matemática aplicada e computacional.
- [8] FILHO, A. G., 1999, *Interface gráfica para dimensionamento e otimização de fluxos em redes de abastecimento d’ água*. Dissertação de mestrado, Interface gráfica para dimensionamento e otimização de fluxos em redes de abastecimento d’ água, Fortaleza, Ceará, Brasil.

- [9] FORMIGA, K. T. M., 2005, *Otimização multiobjetivo de projetos de redes de distribuição de água*. Tese de doutorado, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, Brasil.
- [10] FORMIGA, K. T. M., CHAUDHRY, F. H., 2008, “Modelos de análise hidráulica de redes de distribuição de água considerando demanda dirigida pela pressão e vazamentos”. v. 13, n.2, pp. 153–162, Rio de Janeiro, junho.
- [11] FREITAS, M. B. D., BRILHANTE, MAGNO, O., et al., 2001, “Importância da análise de água para a saúde pública em duas regiões do Estado do Rio de Janeiro: enfoque para coliformes fecais, nitrato e alumínio”. v. 17, n. 3, pp. 651–660, Rio de Janeiro, julho.
- [12] GAMEIRO, R. C. P. G., 2003, *Dimensionamento otimizado de redes de distribuição de água*. Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, Campo Grande, Mato Grosso do Sul.
- [13] GOMES, H. P., 2009, *Sistemas de Abastecimento de Água*. 3 ed. João pessoa - Paraíba, Editora universitária-UFPB.
- [14] GOUVEIA, R. M. M., 2012, *Modelo computacional de otimização para o dimensionamento de redes de distribuição de água abastecidas por múltiplos bombeamentos*. Tese de doutorado, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, PB, Brasil.
- [15] HANSEN, C., MADSEN, K., NIELSEN, H., 1991, “Optimization of pipe networks”. v. 52, *Mathematical Programming*, pp. 45–58.
- [16] HOUGHTALEN, R. J., 2010, *Fundamentals of hydraulic engineering system*. 5 ed. São Paulo, Pearson.
- [17] JUNIOR, J. F. M., 2012, *Comparação de métodos de dimensionamento em redes de distribuição de água*. Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, Ceará, Brasil.
- [18] KESSLER, A., SHAMIR, U., 1991, “Decomposition technique for optimal design of water supply networks”. In: *Engineering Optimization*, pp. 1–19, Julho.
- [19] MARTIN, A. E. A., 2012, “Mathematical optimization of water networks”, v. 1.
- [20] NETTO, P. O. B., 2012, *Grafos: Introdução e Prática*. 5 ed. Rio de Janeiro, Blucher.

- [21] NOGUEIRA, E., JUSTINO, J. D., 2013, “Aplicação do método de Hardy Cross: estudo, análise e proposta de reestruturação de um sistema de distribuição de água”, v. v.8, n.22.
- [22] PORTO, R. D. M., 2006, *Hidráulica Básica*. 4 ed. São Paulo, EESC USP.
- [23] RICCALDONE, D., 2016, *Comparação de dimensionamento de redes de distribuição de água por modelos computacionais*. Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, Minas Gerais, Brasil.
- [24] ROSSMAN, L. A., 2000., *EPANET 2 users manual*. U.S. Environmental Protection Agency, Cincinnati, Ohio.
- [25] SALVINO, M. M., 2009, *Método de dimensionamento e controle operacional otimizado para redes de distribuição de água*. Dissertação de mestrado, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, Paraíba, Brasil.

# Apêndice A

## Informações adicionais

### A.1 Correção de perda de carga no método de Hardy-Cross

Tomando nossa correção como  $\Delta h$ , tem-se:

$$q^n = (q_0 + \Delta q)^n \quad (\text{A.1})$$

e como

$$\sum \Delta h = \sum r q^n = \sum r (q_0 + \Delta q)^n = 0 \quad (\text{A.2})$$

Note que (A.2) pode ser reescrito, tornando

$$\sum r q_0^n \left(1 + \frac{\Delta q}{q_0}\right)^n = 0 \quad (\text{A.3})$$

Desenvolvendo o binômio em (A.3) encontra-se

$$\sum r q_0^n \left(1 + \frac{\Delta q}{q_0}\right)^n = \sum r q_0^n \left[1 + n \frac{\Delta q}{q_0} + \frac{n(n-1)}{2!} \left(\frac{\Delta q}{q_0}\right)^2 + \dots\right] = 0 \quad (\text{A.4})$$

Considerando que  $\Delta q$  é muito pequeno comparado a  $q_0$ , podemos desprezar a partir do terceiro termo da expansão, obtendo

$$\sum r q_0^n \left[1 + n \frac{\Delta q}{q_0}\right] = \sum r q_0^n + n \sum r q_0^{n-1} \Delta q = 0 \quad (\text{A.5})$$

e conseqüentemente

$$\Delta q = \frac{-\sum r q_0^n}{n \sum r q_0^{n-1}} \quad (\text{A.6})$$

## A.2 Matriz de adjacência

Uma Matriz de adjacência  $A(G)$  é uma matriz quadrada de ordem  $n$  formada a partir de um grafo  $G=G(V,E)$  com  $n$  vértices, onde sua lei de formação é

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } \{v_i, v_j\} \in E, \text{ para } v_i, v_j \in V \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Tomando como exemplo o grafo da figura A.1 temos que sua matriz de adjacência

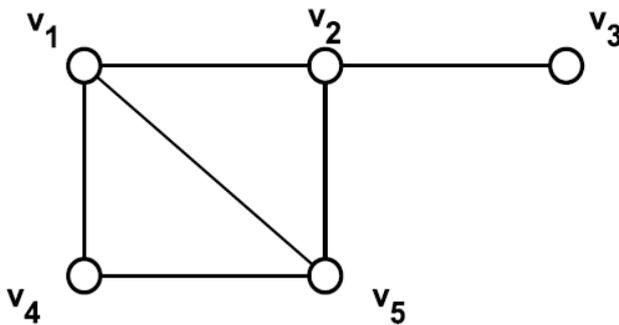


Figura A.1: exemplo de grafo

é

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

## A.3 O método de Newton - Raphson

O método de Newton - Raphson para resolução de sistemas de equações não lineares, foi descrito no trabalho de Shamir e Howard (1968), e ele pode ser escrito da seguinte forma:

Seja  $X$  o vetor incógnita do sistema, então

$$X^{k+1} = X^k + \Delta X^k \quad (\text{A.7})$$

$$\Delta X^k = -(J^k)^{-1} F^k \quad (\text{A.8})$$

$J$  é a matriz jacobiana da  $F$ , onde  $F$  refere-se ao sistema de equações da conservação de massa, e  $k$  é a iteração atual do projeto.

Quando tem-se as cargas hidráulicas da rede como incógnitas, o sistema da equação (A.7), pode ser escrito como

$$h^{k+1} = h^k + \Delta h^k \quad (\text{A.9})$$

já a matriz jacobiana desse sistema pode ser desmembrada em 3 partes

$$J^k = A^T C A \quad (\text{A.10})$$

onde C é a matriz diagonal

$$C = \text{diag} \left[ \frac{1}{\alpha} |h_{j_{1,2}} - h_{j_{1,1}}|^{\frac{1}{\alpha}-1}, \frac{1}{\alpha} |h_{j_{2,2}} - h_{j_{2,1}}|^{\frac{1}{\alpha}-1}, \dots, \frac{1}{\alpha} |h_{j_{n,2}} - h_{j_{n,1}}|^{\frac{1}{\alpha}-1} \right] \quad (\text{A.11})$$

$\alpha$  é o coeficiente de potência da perda de carga, tomando  $C' = \alpha C$ , obtém-se

$$J^k = \frac{1}{\alpha} A^T C' A \quad (\text{A.12})$$

e  $F^k$  será expresso matricialmente por:

$$F^k = [Q + A^T C' (A h^k + A h_r)] \quad (\text{A.13})$$

$Q$  é o vetor das vazões e  $h_r$  é o vetor com as alturas d'água dos reservatórios.

Por fim a equação (A.9) será:

$$h^{k+1} = h^k - \alpha [A^T C' A]^{-1} [Q + A^T C' (A h^k + A h_r)] \quad (\text{A.14})$$

## A.4 O método da Teoria Linear

O método da teoria linear foi proposto por Wood e Charles (1972) e modificado posteriormente por Isaac e Mills (1980), de modo a resolver o sistema na formulação de nós. Esse método lineariza o sistema apresentado em (A.7), resolvendo o problema através de um processo iterativo, até que a solução encontrada atenda a uma precisão pré-determinada. O problema é linearizado da seguinte forma:

$$h_{j_{1,2k}} - h_{j_{1,1k}} = K_i q_i^k (q_i^{\alpha-1})^{(k-1)} \quad (\text{A.15})$$

onde  $q_i^{k-1}$  é a vazão no trecho  $i$  durante a iteração anterior e  $K$  é o coeficiente de perda de carga no trecho  $i$ . O sistema de equações da conservação de massa é apresentado abaixo, com  $m$  o número de trechos e  $n$  o número de nós:

$$F_j = \sum_{i=1}^m a_{ij} Y_i^k (h_{j1,2k} - h_{j1,1k}) - Q_i = 0, \quad \forall j = 1, \dots, n \quad (\text{A.16})$$

em que  $Y_i^k$  é dado por:

$$Y_i^k = \frac{\left( h_{j1,2k-1} - h_{j1,1k-1} \right)^{\frac{1}{\alpha}-1}}{\alpha} = C_i \quad (\text{A.17})$$

Dessa forma a matriz jacobiana desse sistema será  $J^k = A^T C' A$ , sendo assim o novo valor da carga hidráulica no nó será:

$$h^{k+1} = h^k - [A^T C' A]^{-1} [Q + A^T C' (A h^k + A h_r)] \quad (\text{A.18})$$