UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CENTRO DE TECNOLOGIA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

ARTHUR LISBÔA FORMIGA

SISTEMA DE OTIMIZAÇÃO DE PARÂMETROS DE ENGRENAGENS CILÍNDRICAS UTILIZANDO *VISUAL BASIC FOR APPLICATIONS*.

João Pessoa

2018

ARTHUR LISBÔA FORMIGA

SISTEMA DE OTIMIZAÇÃO DE PARÂMETROS DE ENGRENAGENS CILÍNDRICAS UTILIZANDO *VISUAL BASIC FOR APPLICATIONS*.

Monografia apresentada ao Curso de Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal da Paraíba, como requisito parcial para a obtenção do título de Engenheiro Mecânico.

Orientador: Prof. Dr. José Carlos de Lima Júnior

João Pessoa

2018

ARTHUR LISBÔA FORMIGA

SISTEMA DE OTIMIZAÇÃO DE PARÂMETROS DE ENGRENAGENS CILÍNDRICAS UTILIZANDO *VISUAL BASIC FOR APPLICATIONS*.

Trabalho de Conclusão de Curso (T.C.C), apresentado pelo acadêmico ARTHUR LISBÔA FORMIGA, do Curso de Bacharelado em Engenharia Mecânica da Universidade Federal da Paraíba – UFPB, tendo obtido o conceito _____, conforme a apreciação da Banca Examinadora:

Aprovado em: _____/_____/_____

_____

Prof. Dr. José Carlos de Lima Júnior

_____

Prof. Dr. João Bosco de Aquino Silva

_____

Eng. Amanda Daiana Barboza da Silva

AGRADECIMENTOS

Acima de tudo à Deus, pois foi Ele quem me deu todas as ferramentas, conhecimento e capacidade para a realização desse trabalho. Sua mão poderosa me abençoou e esteve atrás de mim em todas as batalhas, me garantindo a vitória.

Agradeço a Deus pela minha esposa Luana, porquê sem ela, esse trabalho não teria sido produzido. Agradeço porquê sem ela, eu não teria voltado minha vida para Deus. Agradeço porquê suas orações me abençoam e me guardam.

Agradeço porquê sem ela, as manhãs não seriam tão claras e as noites seriam tão mais escuras. Agradeço porquê sem ela, eu não teria passado nem de Cálculo III. Agradeço por que não a mereço, agradeço porquê a amo.

Agradeço a Deus por ter me dado como pai um exemplo tão forte de perseverança e determinação, um exemplo de que sua dedicação, sua luta, seu esforço valerá a pena e de que, por mais que a plantação seja difícil, a colheita será grande.

Agradeço a Deus por ter me dado uma incentivadora, protetora e tão amável mãe, que cuidadosamente construiu meu caráter e me levou a ser o homem e marido que sou hoje, suas lições e exemplo de amor me motivam e inspiram a sempre buscar o meu melhor.

Agradeço a Deus por ter colocado em minha vida meu irmão Igor, a maior fonte de coragem que encontrei em minha vida, sempre me confortando, me incentivando e me dando a segurança e confiança que eu precisei em todas as batalhas, sua certeza em meu sucesso me impede de temer o futuro e me lembra das promessas de Deus para minha vida.

Agradeço a Deus pelos meus avós, exemplo de amor inabalável e inexplicável. Vocês estão em minhas melhores memórias e fizeram parte de toda minha jornada, tudo que mais desejo é poder retribuir um pouco do amor e dedicação que recebi de vocês por tantos anos.

Agradeço a Deus por Rosemary, cuja fé me levou a conhecer Cristo e cujas orações nunca cessaram, me abençoando e me levando a viver verdadeiros milagres em minha vida.

Agradeço a célula TOPS por todas as orações, conselhos, incentivos, por todo o amor e carinho demonstrado.

Agradeço a Deus por ter me cercado de pessoas maravilhosas, que foram fundamentais para o meu sucesso, não só com relação a esse trabalho, mas com relação a todo o curso de graduação.

RESUMO

O presente trabalho consiste no detalhamento da construção de um sistema computacional que, a partir de certos dados iniciais informados pelo usuário, execute um processo de otimização da largura de face ou do número de dentes do pinhão de um par de engrenagens cilíndricas. O sistema em questão foi construído em uma planilha de *Microsoft Excel* que, a partir do uso da ferramenta *Visual Basic for Applications* (VBA), foi automatizada e programada de modo a atingir o objetivo proposto. A preferência por essa plataforma se deu principalmente devido à facilidade de acesso a tal programa e à interface descomplicada e familiar propiciada pelas ferramentas do pacote *Office*.

Palavras-chave: otimização, engrenagens cilíndricas, largura de face, número de dentes, VBA.

ABSTRACT

This paper consists in the detailing of the development of a computational system that, from certain specific data entered by the user, executes an optimization process of the width or the pinion's number of teeth of a cylindrical pair of gears. The system was developed in a Microsoft Excel sheet, which was programed and automated using the Visual Basic for Applications (VBA) tool. The preference for this platform was made mainly due to the ease of access to such computational program, and to the uncomplicated interface propitiated by the Office software.

Keywords: optimization, cylindrical gears, width, number of teeth, VBA.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Pares de engrenagens cônicas com ângulo entre eixos de 90º. 13
Figura 2. Parâmetros de engrenagens cônicas 14
Figura 3. Conjunto sem-fim..... 15
Figura 4. Engrenagens sem-fim de 4 entradas..... 15
Figura 5. Parâmetros e especificações de engrenagens cilíndricas. 18
Figura 6. Equacionamento de outras variáveis de engrenagens cilíndricas. 18
Figura 7. Disposição das forças atuantes em engrenagem cilíndrica de dentes helicoidais. 19
Figura 8. Fator de sobrecarga sugerido pela AGMA..... 20
Figura 9. Figura exemplificativa da variável $\boldsymbol{S1S}$. 22
Figura 10. Variáveis A, B e C para determinação de $\boldsymbol{Cma}$..... 22
Figura 11. Fator de vida para ciclagem de tensão de resistência a flexão. 24
Figura 12. Coeficiente elástico da AGMA. 25
Figura 13. Fator de vida para ciclagem de tensão de resistência a formação de cavidades. 27
Figura 14. Interface inicial do *Add-in Solver*. 28
Figura 15. Processo de adição de restrição de variáveis no processo de otimização. 30
Figura 16. Aba inicial do programa..... 34
Figura 17. Processo de seleção do material das engrenagens na aba “Lista de Materiais”. 35
Figura 18. Aba “Resultados”. 37
Figura 19. Fluxograma do sistema computacional – parte 1. 38
Figura 20. Fluxograma do sistema computacional – parte 2. 39

LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Especificação das constantes usadas no programa. 33
Tabela 2. Resultado final do problema, com correção da vida para 10^7 ciclos. 40
Tabela 3. Resultado da otimização do número de dentes no estudo de caso 1. 41
Tabela 4. Resultado da otimização da largura de face do estudo de caso 1. 41
Tabela 5. Resultado do estudo de caso 2, com modificação da vida para 10^7 ciclos. 42
Tabela 6. Resultado da otimização da largura de face do estudo de caso 2. 43
Tabela 7. Resultado da otimização do número de dentes do estudo de caso 2. 43
Tabela 8. Resultado das otimizações 44

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO 11

1.1 Objetivos 12

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA 13

2.1 Engrenagens 13

2.1.1 Engrenagens Cônicas 13

2.1.2 Engrenagens Sem-Fim 14

2.1.3 Engrenagens Cilíndricas 15

2.1.3.1 Parâmetros importantes 16

2.1.3.2 Análise de forças 18

2.1.3.3 Análise de Tensão 19

2.1.3.3.1 Equação AGMA de tensão de flexão 20

2.1.3.3.2 Equação AGMA de tensão de flexão 24

3. METODOLOGIA 28

3.1 Aba Inicial ou "*Setup*" 33

3.2 Aba "Lista de Materiais" 34

3.3 Aba "Cálculos" 35

3.4 Aba "Resultados 37

3.5 Fluxograma 37

4. APLICAÇÃO 40

4.1 Estudo de caso 1 (extraído de Shigley (2016), problema 14-19, página 766) 40

4.1.1 Solução analítica do estudo de caso 1 40

4.1.2 Otimização do parâmetro número de dentes do estudo de caso 1 40

4.1.3 Otimização do parâmetro largura de face do estudo de caso 1 41

4.2 Estudo de caso 2 (extraído de Shigley (2016), problema 14-24, página 767) 41

4.2.1 Solução analítica do estudo de caso 2 42

4.2.2 Otimização da largura de face do estudo de caso 2. 42

4.2.3 Otimização do número de dentes do estudo de caso 2. 43

4.3 Discussão dos resultados obtidos 43

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 46

1. INTRODUÇÃO

Os elementos de transmissão de movimento são componentes essenciais na maior parte das máquinas da atualidade, sejam elas grandes máquinas complexas, como automóveis, ou máquinas pequenas e precisas, como relógios. Em geral, a utilização de motores implica na utilização de um sistema de transmissão que atue sobre a velocidade angular e o torque gerados por aquele motor.

A função dos elementos de transmissão vai além da simples transferência do movimento de um componente para outro; eles modificam a velocidade e o torque de entrada, de modo a atender determinada função ou demanda. Portanto, quando a velocidade angular de saída do sistema de transmissão é mais baixa do que a velocidade angular de entrada (velocidade motriz) se diz que o sistema é um Redutor, caso contrário, diz-se que o sistema é um Ampliador. Tal variação de velocidade angular pode ser obtida de diferentes formas, a depender de qual elemento de transmissão se utiliza no sistema, dentre os elementos de transmissão mais comuns têm-se:

- Polias
- Correntes
- Engrenagens

A escolha pela utilização de um ou outro elemento de transmissão pode ser baseada em diversos fatores como custo, eficiência de transmissão, posição relativa entre os eixos envolvidos na transmissão do movimento, nível de ruído, simplicidade, distância entre-eixos, e muitos outros fatores, como citado por Dias (2002).

No cenário dos elementos de transmissão de movimento, as engrenagens recebem lugar de destaque e são comumente utilizadas na maior parte das máquinas complexas de grande porte existentes. Dentro do processo de desenvolvimento tecnológico dessas máquinas, busca-se cada vez mais métodos que possibilitem uma redução das dimensões, peso e custo desses equipamentos. É nesse contexto que buscou-se desenvolver uma ferramenta que pudesse, a partir de um rol de dados iniciais, otimizar duas características-chave de um par de engrenagens cilíndricas; a largura de face e o número de dentes do pinhão de um par de engrenagens cilíndricas.

.

1.1 Objetivos

O objetivo principal desse trabalho é detalhar o processo de desenvolvimento de um sistema computacional, utilizando o *Visual Basic for Applications* (VBA), que consiga otimizar a largura de face e o número de dentes do pinhão de um par de engrenagens cilíndricas, relatar as dificuldades e soluções encontradas durante o processo de criação do sistema, e exemplificar sua performance usando exemplos de bibliografias conhecidas. Espera-se que a utilização dessa ferramenta não se limite apenas a estudantes interessados em testar e conferir exemplos relacionados a essa matéria, como também a profissionais e entusiastas da área.

A estrutura desse trabalho é composta de uma fundamentação teórica, apresentada na seção 2, que tem por objetivo familiarizar o leitor com os conceitos e fórmulas empregados no desenvolvimento do sistema computacional, em seguida, na seção 3, a linguagem VBA será apresentada, dando ênfase à como ela foi aplicada para atingir os objetivos propostos. Por fim, as seções 4 e 5 tratam da validação do sistema desenvolvido e da conclusão, respectivamente.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Engrenagens

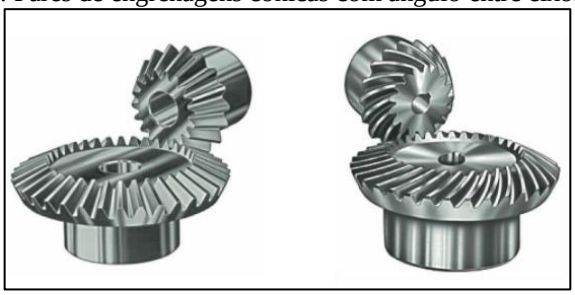
Engrenagens são os elementos mais comuns de transmissão de potência existentes no mercado, sua origem é difusa, porém, segundo o estudo de Passos (2015) existem anotações feitas por Aristóteles (século 4 A.C.) que descrevem analiticamente o funcionamento de engrenagens, e Leonardo Da Vinci mostra muitos desenhos de engrenagens rudimentares em seus trabalhos. Supõe-se que as primeiras engrenagens tenham sido fabricadas unicamente em madeira, devido a facilidade de usinar tal material, e que seus dentes tenham sido pedaços de madeira afixados a um cilindro ou disco de mesmo material (Andrade, 201-?). Com a modernização e o advento da revolução industrial, as engrenagens se modernizaram e passaram a ser fabricadas em materiais metálicos, apresentando diferentes perfis e formatos.

Conceitualmente pode-se definir engrenagens como um elemento mecânico dotados de dentes, cujo objetivo é transmitir movimento de um eixo para outro sem escorregamento. Elas podem ser classificadas em; engrenagens cilíndricas, engrenagens cônicas e engrenagens sem-fim (Melconian, 2013). O presente trabalho apresentará um enfoque maior na apresentação dos conceitos e propriedades que cercam as engrenagens cilíndricas, por serem objeto de estudo desse trabalho, enquanto se limitará a uma breve e superficial apresentação dos outros tipos de engrenagens.

2.1.1 Engrenagens Cônicas

As engrenagens cônicas são assim nomeadas devido ao formato cônico apresentado por elas, o uso de tal formato possibilita o uso desses elementos de transmissão em eixos não paralelos, ou interceptantes. Embora o ângulo mais comum entre os eixos do pinhão e da coroa seja de 90º, podem existir conjuntos com praticamente qualquer ângulo que o projetista desejar, a Figura 1 mostra um exemplo de uso de engrenagens cônicas usadas para transmitir potência entre dois eixos perpendiculares.

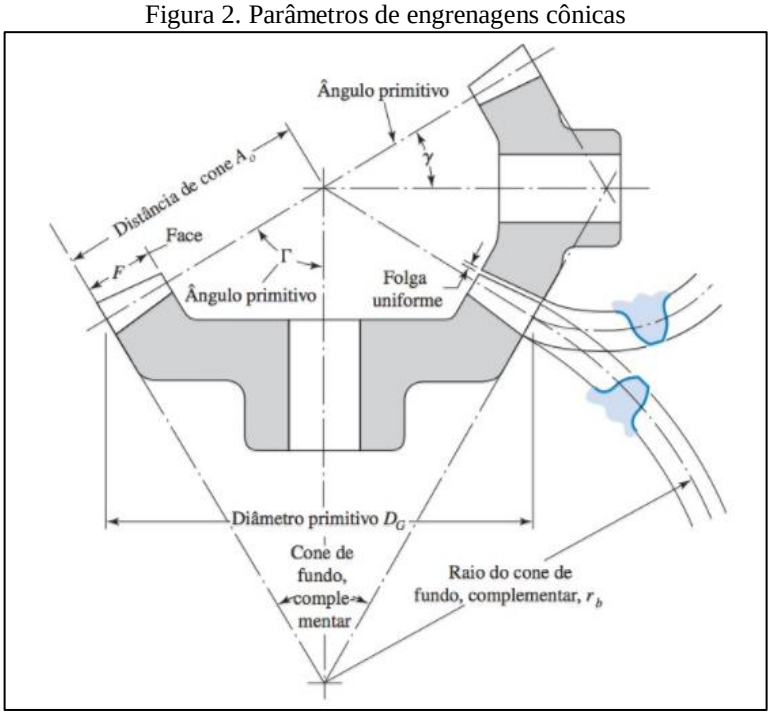
Figura 1. Pares de engrenagens cônicas com ângulo entre eixos de 90º.



Fonte: (Norton, 2013)

Percebe-se, ainda na Figura 1, que a disposição angular dos dentes com relação ao eixo de rotação pode ser igual a zero, quando no caso a engrenagem em questão será caracterizada como contendo dentes retos, ou maior que zero, sendo, portanto, caracterizada como contendo dentes helicoidais. A Figura 2 apresenta a nomenclatura e terminologia utilizada para esse tipo de engrenagens.

Figura 2. Parâmetros de engrenagens cônicas



Fonte: (Shigley, 2016)

2.1.2 Engrenagens Sem-Fim

As engrenagens sem-fim, ou simplesmente sem-fim, são usadas em conjunto com uma engrenagem cilíndrica, e ambas apresentam dentes helicoidais de modo a garantir a transmissão de movimento. Norton (2013) afirma em sua obra que, de fato, o sem-fim é uma engrenagem cilíndrica de dentes helicoidais com ângulo de hélice (diferença angular entre os dentes e o eixo de rotação) tão grande que um único dente gira em torno de sua circunferência. Conjuntos sem-fim geralmente conectam eixos não paralelos e sem interseção, sendo ainda mais comuns aqueles em que o ângulo entre eixos é de 90º, como mostrado na Figura 3.

Figura 3. Conjunto sem-fim.

Fonte: (Norton, 2013)

Com esse tipo de conjunto é possível a obtenção de altíssimos valores de redução, ou razão de engrenamento, devido ao fato de que essa relação de transmissão é calculada levando em consideração o número de roscas, ou entradas, do parafuso sem-fim. Esse valor é geralmente unitário, o que faz com a redução seja correspondente e limitada somente ao número de dentes da coroa. A Figura 4 mostra alguns parafusos sem-fim com 4 entradas.

Figura 4. Engrenagens sem-fim de 4 entradas.

Fonte: (Nnredutores)

2.1.3 Engrenagens Cilíndricas

As engrenagens cilíndricas são assim chamadas devido ao seu formato cilíndrico, ou de disco, e são as mais comuns dentre os tipos de engrenagens. De modo análogo às engrenagens cônicas, de acordo com a inclinação dos dentes com relação ao eixo de rotação esse tipo de elemento de transmissão pode ainda ser subdividido entre; engrenagens cilíndricas de dentes retos e engrenagens cilíndricas de dentes helicoidais.

Engrenagens cilíndricas de dentes retos são amplamente utilizados em aplicações mais simples e de velocidades mais baixas devido ao fato de que quando em aplicações de alta velocidade, ocorre o aparecimento de ruído devido ao acoplamento não tão suave entre as engrenagens do par. Já aquelas construídas com dentes helicoidais, possuem maior aplicação prática em situações de alta carga e velocidade (Sardá, 2010). Outra diferença importante entre esses subtipos de engrenagens cilíndricas se dá no fato de que a angulação dos dentes de uma engrenagem helicoidal provoca o aparecimento de um esforço axial na estrutura do elemento e seu respectivo eixo**.**

2.1.3.1 Parâmetros importantes

A geometria de engrenagens cilíndricas pode ser entendida a partir do estudo de diversos parâmetros geométricos que servem para sua identificação. Dentre os principais parâmetros geométricos das engrenagens, o número de dentes do pinhão ($Z_{pinhão}$) e da coroa do par (Z_{coroa}) ocupam lugar de destaque devido ao fato de que a razão entre esses dois parâmetros determinará a razão de velocidades (m_z) do respectivo sistema de redução, como mostra a equação (1).

$$m_z = \frac{Z_{coroa}}{Z_{pinhão}} \tag{1}$$

Tal razão de velocidades representa o fator multiplicador necessário para determinação do torque (T) e velocidade angular (ω) do eixo de saída do sistema, tal como mostrados nas equações (2) e (3).

$$T_{final} = T_{entrada} * m_z \tag{2}$$

$$\omega_{final} = {}^{\omega_{entrada}}/_{m_z} \tag{3}$$

É importante saber que o número de dentes de uma engrenagem mencionado acima respeita um certo limite de modo que seja evitada a interferência entre os dentes das engrenagens. Se tal limite será mínimo ou máximo, depende somente de estarmos analisando o pinhão ou a coroa do par engranzado. O número mínimo de dentes do pinhão de uma engrenagem cilíndrica para evitar a interferência é dado pela equação (4).

$$N_{p(mínimo)} = \frac{2 * k * cos(\varphi)}{(1 + 2m_z)sen^2\emptyset_t}\left(m_z + \sqrt{{m_z}^2 + (1 + 2m_z)sen^2\emptyset_t}\right) \tag{4}$$

Onde;

- k ; é um fator compensador para uso de engrenagens com dentes reduzidos. Sendo seu valor igual a unidade para engrenagens de dentes completos, e igual a 0,8 para engrenagens com dentes reduzidos.
- φ ; é o ângulo de hélice de uma engrenagem, e equivale a angulação existente entre seus dentes e seu eixo de rotação, sendo, portanto, igual a zero para engrenagens de dentes retos e maiores que zero para engrenagens helicoidais.
- $\emptyset_t$; é o ângulo de pressão transversal, e representa a diferença angular entre a linha tangencial que toca o ponto de contato dos círculos primitivos das engrenagens, e a linha de ação da força resultante do contato entre as mesmas, na direção de rotação. Esse parâmetro se relaciona com o ângulo de pressão normal $\emptyset_n$ (mesma definição com a única diferença se dando no fato de que o ângulo de pressão normal é medido na direção normal), através da equação (5).

$$\emptyset_t = \arctan\left(\frac{tan(\emptyset_n)}{cos(\varphi)}\right) \tag{5}$$

Já o número máximo de dentes permitido para uma coroa engranzada com um certo pinhão de N_P dentes é determinado pela equação (6).

$$N_{C(máximo)} = \frac{{N_P}^2 sen^2\emptyset_t - 4k^2cos^2\varphi}{4kcos\varphi - 2N_P sen^2\emptyset_t} \tag{6}$$

Outro importante parâmetro geométrico do estudo das engrenagens é o módulo transversal. Tal variável é medida em milímetros e é uma representação da robustez de determinada engrenagem, seu cálculo é demonstrado pela equação (7).

$$m_t = \frac{Diâmetro\ da\ engrenagem}{Número\ de\ dentes\ da\ engrenagem * cos(\varphi)} \tag{7}$$

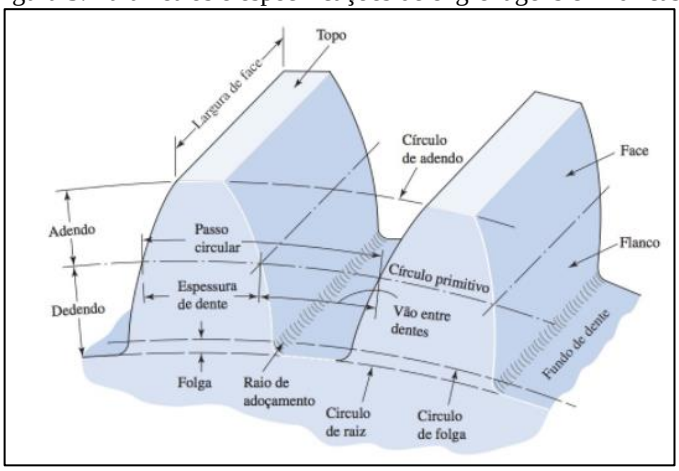
Os módulos de um par de engrenagens que operam juntas são obrigatoriamente idênticos, e aconselha-se sempre usar os valores padronizados disponíveis para os módulos, os quais, segundo Shigley (2016) são 1; 1,25; 1,5; 2; 2,5; 3; 4; 5; 6; 8; 10; 12; 16; 20; 25; 32; 40 e 50 mm. Analogamente ao módulo, existem no sistema inglês os chamados passo diametral e passo circular, o primeiro é simplesmente o inverso do módulo enquanto o segundo é facilmente determinado pela equação (8).

$$p_t = \frac{\pi * Diâmetro\ da\ engrenagem\ [in]}{Número\ de\ dentes\ da\ engrenagem * cos(\varphi)} \tag{8}$$

Nas engrenagens cilíndricas de dentes helicoidais existe ainda o chamado passo axial, parâmetro este que indica quantos milímetros ou polegadas serão avançados (se possível) após uma volta completa da engrenagem.

Outros parâmetros e especificações geométricas são mostrados na Figura 5 e outros equacionamentos indicados na Figura 6.

Figura 5. Parâmetros e especificações de engrenagens cilíndricas.



Fonte: (Shigley, 2016)

Figura 6. Equacionamento de outras variáveis de engrenagens cilíndricas.

Quantidade*	Fórmula	Quantidade*	Fórmula
Adendo	$\frac{1,00}{P_n}$	Engrenagens externas:	
Dedendo	$\frac{1,25}{P_n}$	Distância padrão entre centros	$\frac{D+d}{2}$
Diâmetro primitivo do pinhão	$\frac{N_P}{P_n \cos\psi}$	Diâmetro externo da coroa	$D+2a$
Diâmetro primitivo da coroa	$\frac{N_G}{P_n \cos\psi}$	Diâmetro externo do pinhão	$d+2a$
Espessura de dente no arco normal†	$\frac{\pi}{P_n} - \frac{B_n}{2}$	Diâmetro de raiz da coroa	$D-2b$
Diâmetro da base do pinhão	$d\cos\phi_t$	Diâmetro de raiz do pinhão	$d-2b$
		Engrenagens internas:	
Diâmetro da base do pinhão	$D\cos\phi_t$	Distância entre centros	$\frac{D-d}{2}$
Ângulo da hélice de base	$\tan^{-1}(\tan\psi\cos\phi_t)$	Diâmetro interno	$D-2a$
		Diâmetro de raiz	$D+2b$

Fonte: (Shigley, 2016)

2.1.3.2 Análise de forças

Tendo sido finalizada a definição dos principais parâmetros e variáveis de engrenagens cilíndricas de dentes retos e helicoidais, será iniciada a análise das forças existentes no engrenamento. Pelo princípio físico da ação e reação sabemos que os esforços presentes no pinhão, estarão também presentes na coroa, de modo que serão apontados os equacionamentos

para as forças atuantes no pinhão e estes serão iguais àqueles da coroa. Segundo Shigley (2016), a determinação da força tangencial é obtida através da equação (9).

$$W_t = \frac{60000 * H}{\pi * d * n} \tag{9}$$

Onde;

- H; é a potência motora do sistema em kW
- d; é o diâmetro do pinhão em mm
- n; é a rotação do pinhão em RPM
- W_t; é a força tangencial em kN

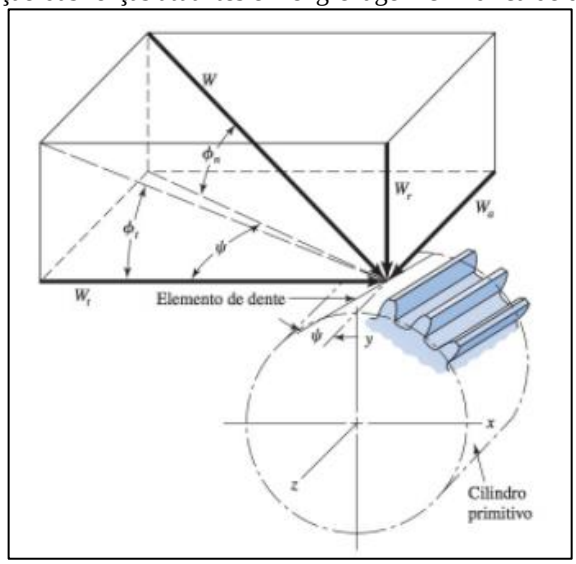
As forças radial e axial derivam da tangencial diretamente, seguindo respectivamente as equações (10) à (11).

$$W_r = W_t * \tan(\emptyset_n) \tag{10}$$

$$W_a = W_t * \tan(\varphi) \tag{11}$$

A disposição das forças com relação ao ponto de contato e aos parâmetros já mencionados é mostrada na Figura 7.

Figura 7. Disposição das forças atuantes em engrenagem cilíndrica de dentes helicoidais.



Fonte: (Shigley, 2016)

2.1.3.3 Análise de Tensão

O conhecimento das forças atuantes em um determinado elemento mecânico constitui fator importante para sua análise estrutural, porém por si só, são incapazes de determinar o sucesso ou falha de tal elemento em uma hipotética aplicação prática. Por tal razão, recorre-se

a análise de tensão para construção e validação de um projeto de engenharia, na qual não serão analisadas somente as forças, e sim as forças em conjunto com a área, ou superfície, sobre a qual incidem, valor este que se encontra limitado por características do material selecionado para o projeto. A *American Gear Manufacturers Association* (AGMA) construiu, a partir de experimentos e estudos, duas equações fundamentais de tensão que servem de guia e base para o projeto de engrenagens cilíndricas, uma para flexão e outra para resistência a formação de cavidades, também chamada de tensão de contato. Ambas serão equacionadas e detalhadas nas seções que se seguem.

2.1.3.3.1 Equação AGMA de tensão de flexão

Os dentes de uma engrenagem cilíndrica estão, devido à força tangencial resultante do contato, submetidos a uma tensão de flexão, que segundo a AGMA pode ser determinada pela equação (12).

$$\sigma = W^t K_0 K_v K_s \frac{1}{bm_t} \frac{K_H K_B}{Y_J} \tag{12}$$

Onde;

- W^t ; como já citado, é a força tangencial resultante do engrenamento que age sobre os dentes de uma engrenagem.
- K_0 ; é o fator de sobrecarga, e leva em consideração a existência de choques mecânicos, ou carregamento de impacto, que podem acabar por reduzir a vida útil dos dentes de uma engrenagem. Seu valor foi sugerido pela AGMA, e apresentado por Norton (2013) em sua obra, como mostra a Figura 8.

Figura 8. Fator de sobrecarga sugerido pela AGMA.

	Máquina movida		
Máquina motora	Uniforme	Choque moderado	Choque severo
Uniforme (motor elétrico, turbina)	1,00	1,25	1,75 ou mais
Choque leve (motor multi-cilindros)	1,25	1,50	2,00 ou mais
Choque médio (motor de um único cilindro)	1,50	1,75	2,25 ou mais

Fonte: (Norton, 2013)

- K_v ; é o fator dinâmico, e foi inserido pela AGMA buscando compensar os chamados erros de transmissão, que são essencialmente cargas de vibração resultantes de baixa

precisão de fabricação dos dentes de uma engrenagem. Portanto, a AGMA definiu o chamado "número de controle de qualidade", Q_v, que varia de 3 a 12, sendo as classes de 3 a 7 reservadas para engrenagens de uso comercial (baixa precisão) e as classes de 8 a 12 reservadas para engrenagens fabricadas com alto índice de precisão. A partir desse número, é possível calcular o fator dinâmico K_v a partir das equações (13) à (15).

$$K_v = \left(\frac{\mathrm{A} + \sqrt{200\mathrm{V}}}{\mathrm{A}}\right)^{\mathrm{B}} \tag{13}$$

Onde;

$$B = 0{,}25(12 - Q_v)^{2/3} \tag{14}$$

$$A = 50 + 56(1 - B) \tag{15}$$

Sendo V a velocidade linear do par engranzado.

- K_s ; é o fator de tamanho, e reflete possíveis variações das propriedades do material derivadas do "tamanho" da engrenagem. Seguiremos nesse trabalho a sugestão da AGMA de utilizar um valor unitário para esse fator até que mais estudos sejam realizados.
- K_H ; é o fator de distribuição de carga, e foi inserido na equação de flexão da AGMA para compensar possíveis desvios na forma do dente, que acarretariam distribuição desigual da carga transmitida ao longo da largura de face dos dentes. Para efeitos de cálculo nessa obra, será seguida a sugestão dada por Shigley (2016) através da equação (16).

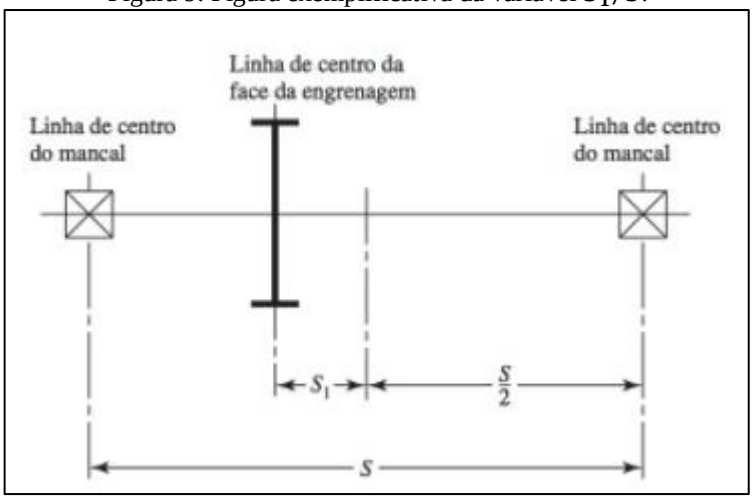
$$K_H = 1 + C_{mc}(C_{pf}C_{pm} + C_{ma}C_e) \tag{16}$$

Onde;

  - $C_{mc} = \begin{cases} 1 & para\ dentes\ sem\ coroamento \\ 0{,}8 & para\ dentes\ com\ coroamento \end{cases}$
  - $C_e = \begin{cases} 0{,}8 & para\ engrenagens\ ajustadas\ na\ montagem \\ 1 & para\ todas\ as\ outras\ condições\ possíveis \end{cases}$
  - $C_{pm} = \begin{cases} 1 & quando\ S_1/S < 0{,}175\ in \\ 1{,}1 & quando\ S_1/S \geq 0{,}175\ in \end{cases}$

Onde a variável S_1/S é mostrada na Figura 9.

Figura 9. Figura exemplificativa da variável $\boldsymbol{S_1/S}$.



Fonte: (Shigley, 2016)

Já as outras variáveis da equação (16) são obtidas através dos equacionamentos apontados nas equações (17) e (18).

$$C_{ma} = A + Bb + Cb^2 \tag{17}$$

Onde b é a largura de face em polegadas e as variáveis A, B e C podem ser extraídas da Figura 10.

Figura 10. Variáveis A, B e C para determinação de $\boldsymbol{C_{ma}}$.

Condição	A	B	C
Engrenamento aberto	0,247	0,0167	$-0{,}765(10^{-4})$
Unidades fechadas, comerciais	0,127	0,0158	$-0{,}930(10^{-4})$
Unidades fechadas, de precisão	0,0675	0,0128	$-0{,}926(10^{-4})$
Unidades de engrenagens fechadas, extraprecisas.	0,00360	0,0102	$-0{,}822(10^{-4})$

Fonte: (Shigley, 2016)

E;

$$C_{pf} = \begin{cases} \dfrac{b}{10d} - 0{,}025 & b \leq 1\ in \\ \dfrac{b}{10d} - 0{,}0375 + 0{,}0125b & 1 < b \leq 17\ in \\ \dfrac{b}{10d} - 0{,}1109 + 0{,}0207b - 0{,}000228b^2 & 17 < b \leq 40\ in \end{cases} \tag{18}$$

- K_B ; é o fator de espessura de borda, e foi inserido pela AGMA para abranger situações onde as engrenagens fossem fabricadas com anéis ou catracas e tivessem uma

profundidade de borda fina. Nesse trabalho, partiremos da suposição de que as engrenagens foram fabricas a partir de discos sólidos, implicando em um fator K_B equivalente a unidade.

- b ; é simplesmente a largura de face, ou espessura, da engrenagem.
- m_t ; é o módulo transversal das engrenagens, já discutido.
- Y_J ; é o fator geométrico de resistência à flexão. Esse fator é calculado através de um complicado algoritmo desenvolvido pela AGMA, que leva em conta fatores da fabricação muitas vezes desconhecidos pelo projetista. A norma da AGMA que disserta sobre tal fator ainda fornece tabelas com valores padrão para diversas situações e deve ser tomada como base.

Além da definição da tensão de flexão e dos vários fatores inseridos nesta, a AGMA também procurou definir um valor limitante, ou permissível, para a tensão de flexão, o qual é definido pela equação (19).

$$\sigma_{F,all} = \frac{\sigma_{FP}}{S_F}\frac{Y_N}{Y_\theta Y_Z} \tag{19}$$

Onde;

- σ_{FP} ; é o valor admissível da tensão de flexão para dado material. Neste trabalho, será sempre suposta a utilização de engrenagens de aço endurecidas por completo com grau 1, e será seguido o equacionamento proposto por Shigley (2016) mostrado na equação (20).

$$\sigma_{FP} = 0{,}533H_B + 88{,}3 \tag{20}$$

Onde H_B é a dureza brinnel do material.

- S_F ; é o fator de segurança para flexão do projeto.
- Y_θ ; é o fator de temperatura, e para a grande maioria das aplicações será igual a unidade, apenas para temperaturas de operação maiores que 120ºC deve-se usar a equação (21), utilizando a temperatura de operação em Fahrenheit.

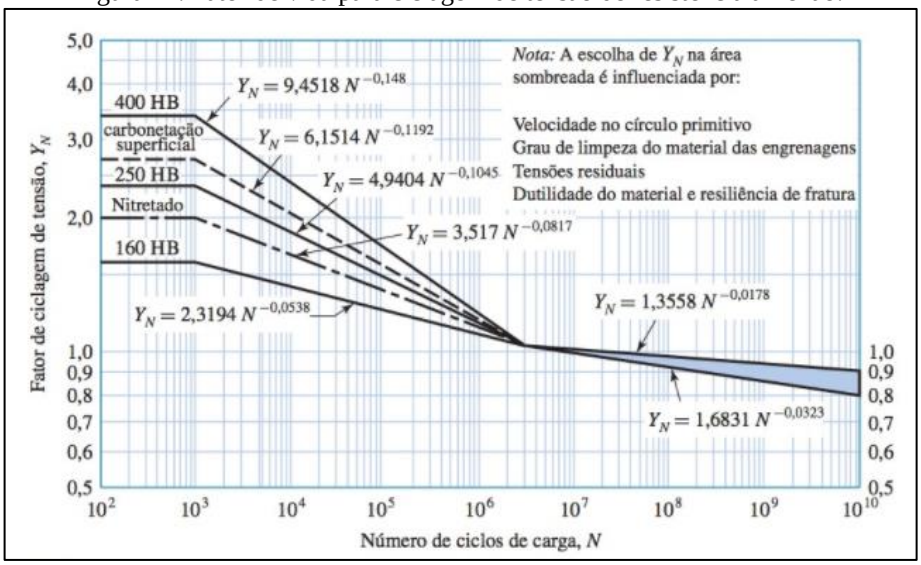
$$Y_\theta = \frac{460 + T_F}{620} \tag{21}$$

- Y_Z ; é o fator de confiabilidade, que depende da confiabilidade do projeto (R) e pode ser determinado seguindo a equação (22).

$$Y_z = \begin{cases} 0{,}658 - 0{,}0759\ln(1-R) & 0{,}5 < R < 0{,}99 \\ 0{,}5 - 0{,}109\ln(1-R) & 0{,}99 \leq R \leq 0{,}9999 \end{cases} \quad (22)$$

- Y_N ; é o fator de vida para ciclagem de tensão para resistência de flexão. As equações de resistência de flexão da AGMA foram todas formuladas levando em consideração uma vida de 10^7 ciclos de carga aplicadas repetidamente, portanto o fator de vida para ciclagem de tensão foi inserido para adequar a equação de tensão de flexão permissível à outras vidas. A determinação desse fator é feita de forma gráfica usando a Figura 11, note que para 10^7 ciclos Y_N equivale a unidade.

Figura 11. Fator de vida para ciclagem de tensão de resistência a flexão.



Fonte: (Shigley, 2016)

2.1.3.3.2 Equação AGMA de tensão de flexão

Esse segundo valor de tensão equacionado pela AGMA representa a resistência à formação de cavidades de uma engrenagem, e têm sua fórmula apresentada pela equação (23).

$$\sigma c_p = Z_E \sqrt{W^t K_0 K_v K_s \frac{K_H}{d_p b} \frac{Z_R}{Z_I}} \quad (23)$$

Onde;

- Z_E ; é o coeficiente elástico do conjunto e depende dos materiais selecionados para o projeto. Alguns valores são demonstrados na Figura 12.

Figura 12. Coeficiente elástico da AGMA.

Material pinhão	E_p psi (MPa)	Material da engrenagem: Aço	Ferro maleável	Ferro nodular	Ferro fundido	Alumínio bronze	Estanho bronze
Aço	30E6 (2E5)	2300 (191)	2180 (181)	2160 (179)	2100 (174)	1950 (162)	1900 (158)
Ferro maleável	25E6 (1,7E5)	2180 (181)	2090 (174)	2070 (172)	2020 (168)	1900 (158)	1850 (154)
Ferro nodular	24E6 (1,7E5)	2160 (179)	2070 (172)	2050 (170)	2000 (166)	1880 (156)	1830 (152)
Ferro fundido	22E6 (1,5E5)	2100 (174)	2020 (168)	2000 (166)	1960 (163)	1850 (154)	1800 (149)
Alumínio bronze	17,5E6 (1,2E5)	1950 (162)	1900 (158)	1880 (156)	1850 (154)	1750 (145)	1700 (141)
Estanho bronze	16E6 (1,1E5)	1900 (158)	1850 (154)	1830 (152)	1800 (149)	1700 (141)	1650 (137)

† Os valores de E_p nesta tabela são aproximados e ν = 0,3 foi usado como um coeficiente de Poisson aproximado para todos os materiais. Se números mais precisos para E_p e ν estiverem disponíveis, eles devem ser usados na Equação 12.23 para obter C_p.

Fonte: (Norton, 2013)

- W^t ; é a força tangencial atuante sobre o conjunto.
- K_0 ; é o fator de sobrecarga já mencionado
- K_v ; é o fator dinâmico já mencionado.
- K_s ; é o fator de tamanho já citado.
- K_H ; é o fator de distribuição de carga, também já citado.
- Z_R ; é o fator de condição de superfície. Ainda carece de estudo e determinação, porém, a AGMA sugere a utilização de valores unitário, quando utilizado método convencional de fabricação, e maiores do que a unidade quando se sabe que há a presença de acabamento superficial grosseiro, ou a presença de tensões residuais.
- d_p ; é o diâmetro do pinhão.
- b ; é a largura de face, ou espessura, das engrenagens.
- Z_I ; é o fator geométrico da resistência superficial. A norma AGMA 908-B89 documenta o algoritmo de determinação de tal fator, porém, aproximação simplificada é apresentada por Shigley (2016) para engrenagens helicoidais com razão de contato de face, m_b, superior a 2. Tal razão de contato de face é apresentada pela equação (24).

$$m_b = \frac{b}{p_x} \tag{24}$$

Onde p_x é o passo axial da engrenagem helicoidal, cuja fórmula encontra-se descrita na equação (25).

$$p_x = \frac{\pi}{sen(\varphi)} \tag{25}$$

Garantindo-se, através da equação (24), que a razão de contato de face seja superior a 2, pode-se equacionar a razão de partilha de carga m_N, como mostrado na equação (26).

$$m_N = \frac{p_N}{0{,}95Z} \tag{26}$$

Onde;

- p_N ; é o passo normal da base, cuja fórmula corresponde a:

$$p_N = \pi \cos(\emptyset_n) \tag{27}$$

- Z ; é o comprimento da linha de ação no plano transversal, cuja fórmula encontra-se descrita na equação (28).

$$Z = \left[\left(r_p + a\right)^2 - {r_{bp}}^2\right]^{1/2} + \left[\left(r_g + a\right)^2 - {r_{bg}}^2\right]^{1/2} - \left(r_p + r_g\right) sen(\emptyset_t) \tag{28}$$

Onde na fórmula acima tem-se que; r_p é o raio do pinhão, r_g é o raio da coroa, a é o adendo, r_{bp} é o raio de base do pinhão e r_{bg} é o raio de base da coroa.

Seguindo esse procedimento é possível definir a razão de partilha de carga, para que por fim seja possível, através da equação (29), definir o valor do fator geométrico de resistência ao contato.

$$Z_I = \frac{cos(\emptyset_t) * sen(\emptyset_t)}{2m_N} * \frac{m_z}{m_z + 1} \tag{29}$$

É também importante lembrar que o valor da razão de partilha de carga, m_N, é sempre igual a unidade para engrenagens cilíndricas de dentes retos.

Da mesma forma que foi feita para a tensão de flexão, a AGMA também procurou definir um valor limitante, ou permissível, para a tensão de contato presente nas engrenagens, o qual é definido pela equação (30).

$$\sigma_{c,all} = \frac{\sigma_{HP}}{S_H} \frac{Z_N Z_W}{Y_\theta Y_Z} \tag{30}$$

Onde;

- σ_{HP} ; é o valor admissível da tensão de contato para dado material. Mantendo a suposição de utilização de engrenagens de aço endurecidas por completo com grau 1,

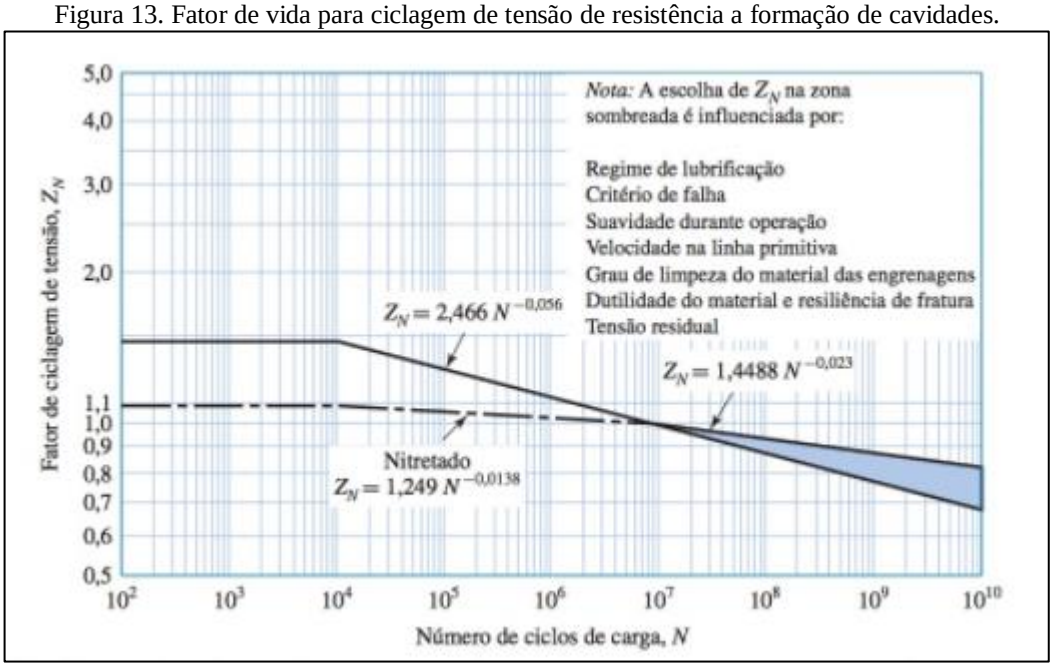
será seguido o equacionamento proposto por Shigley (2016) apresentado na equação (31).

$$\sigma_{HP} = 322H_B + 29100psi \tag{31}$$

Onde H_B é a dureza brinnel do material.

- S_H ; é o fator de segurança para tensão de contato.
- Y_θ ; é o fator de temperatura já mencionado e deve ser calculado pela equação (21).
- Y_Z ; é o fator de confiabilidade já mencionado e deve ser calculado pela equação (22).
- Z_N ; é o fator de vida para ciclagem de tensão para resistência formação de cavidades. As equações de resistência de contato da AGMA foram todas formuladas levando em consideração uma vida de 10^7 ciclos de carga aplicadas repetidamente, portanto o fator de vida para ciclagem de tensão foi inserido para adequar a equação de tensão de contato permissível a outras vidas. A determinação desse fator é feita de forma gráfica usando a Figura 13, note que para 10^7 ciclos Z_N equivale a unidade.

Figura 13. Fator de vida para ciclagem de tensão de resistência a formação de cavidades.



Fonte: (Shigley, 2016)

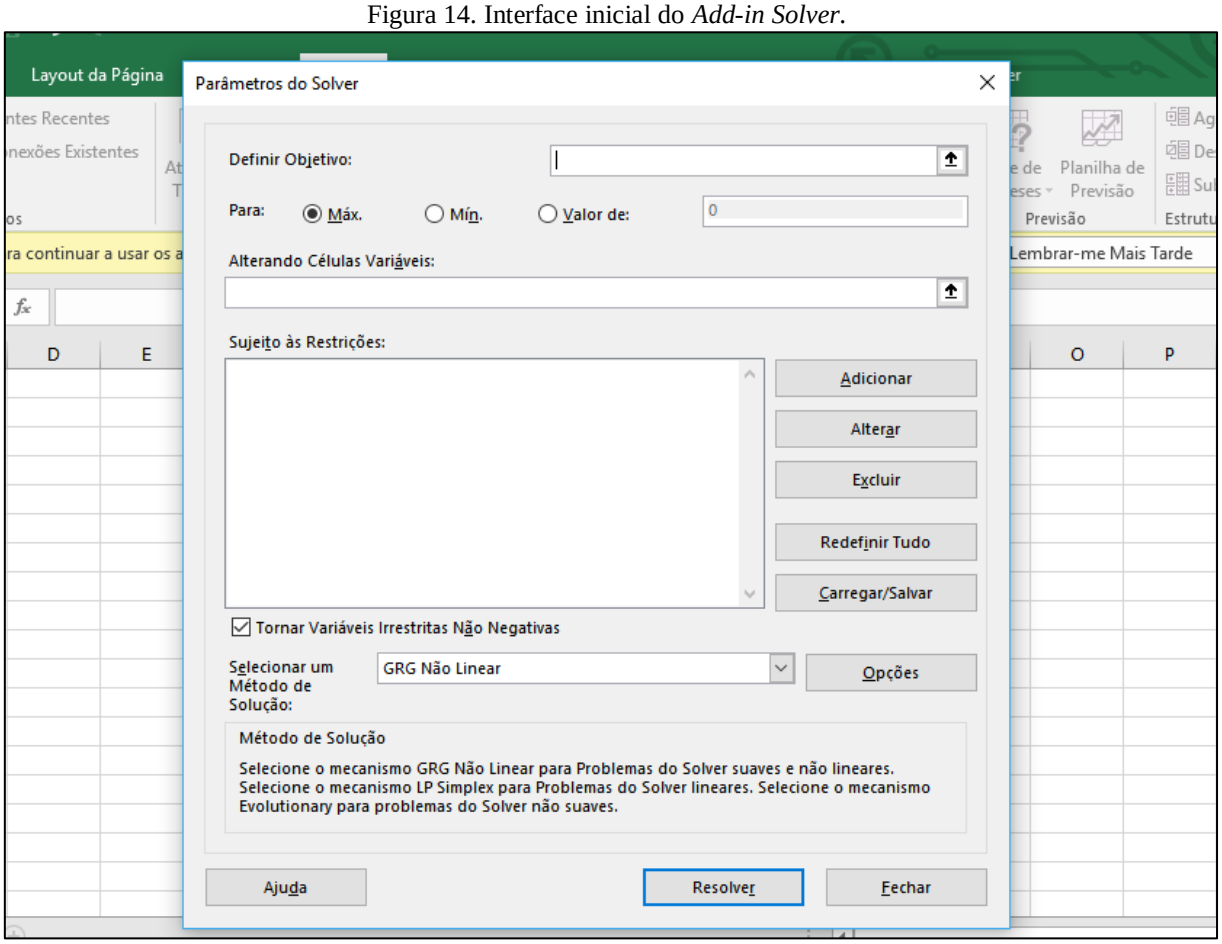
A. Z_W ; é o fator de razão de dureza e seu equacionamento depende da razão entre as durezas do pinhão e da coroa, de modo que ao usar o mesmo material para ambas as engrenagens, tem-se o valor de Z_W igual a unidade.

3. METODOLOGIA

Como mencionado, o sistema computacional que é objeto de estudo desse trabalho foi construído utilizando a linguagem VBA desenvolvida pela *Microsoft* para a edição, automação e programação de aplicativos *Office*. Com o objetivo de desenvolver um sistema de otimização da largura de face e do número de dentes do pinhão de um par de engrenagens cilíndricas, o primeiro passo a ser tomado foi o de construir uma planilha simples em *Excel* que, tomando por base a fundamentação teórica apresentada na seção 2 desse trabalho, pudesse calcular as tensões da AGMA de contato e flexão para um par de engrenagens quaisquer. Em seguida, tomou-se a decisão de utilizar um popular *Add-in* do *Excel* chamado *Solver* no sistema, devido ao fato de que esse suplemento, por si só, já possibilita a otimização de uma fórmula contida em uma célula genérica da planilha, o que implicaria em redução do tempo de execução da tarefa e simplicidade de projeto.

O *Solver*, quando aberto diretamente a partir de uma planilha do *Excel*, apresenta interface mostrada na Figura 14.

Figura 14. Interface inicial do *Add-in Solver*.



Fonte: (Autor)

Na caixa “Definir Objetivo”, na parte superior da interface do *Solver*, deve-se definir qual célula da planilha será otimizada. Em seguida, se faz necessária a marcação de uma das três opções sugeridas pelo programa, selecionando “Máx.” para maximizar a célula definida como objetivo, “Min.” para minimizar a célula-objetivo ou “Valor de:” para levar a célula-objetivo a um certo valor definido pela caixa a direita dessa opção. Com o preenchimento e/ou seleção desses parâmetros, o usuário deve agora informar ao *Solver* quais células da planilha ele pode modificar para atingir o objetivo proposto, separando-as por vírgulas. Todo esse *input* inicial do usuário é traduzido em uma única linha de programação no VBA que corresponde a:

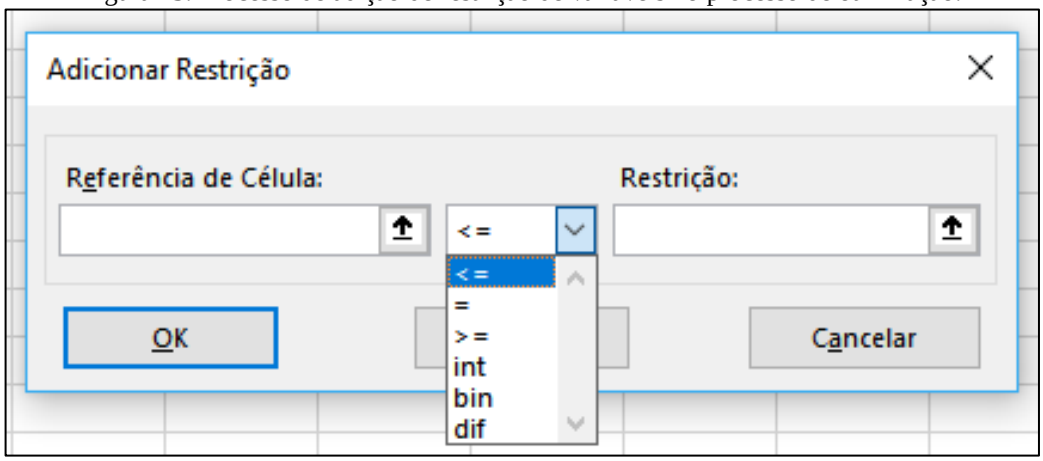
```
SolverOk SetCell:="$B$8", MaxMinVal:=1, ValueOf:="0", ByChange:="$B$5"
```

Com essa linha de programação, define-se a célula objetivo no campo “SetCell”, que no caso da linha acima será a célula B8, em seguida, é definido se o *Solver* deve maximizar, minimizar ou levar a célula-objetivo a um valor exato, para tal atribui-se ao parâmetro “MaxMinVal” o valor de 1 para maximizar, o valor de 2 para minimizar ou o valor de 3 para levar a um valor específico. O parâmetro “ValueOf” somente será lido pelo *Solver* quando for atribuído o valor 3 ao parâmetro “MaxMinVal”, indicando então para qual valor o *Add-in* deve tentar levar a célula-objetivo. Por fim, o parâmetro “ByChange” define quais células poderão ser modificadas para atingir o objetivo proposto. No programa que foi construído, existem duas opções para a célula-objetivo, uma célula que conterá a fórmula de otimização da largura de face e outra que conterá a fórmula de otimização do número de dentes do pinhão. A fórmula de otimização da largura de face poderá ser obtida isolando a largura de face na equação (12) ou na equação (23), e substituindo o valor de tensão real pelo respectivo valor de tensão admissível, o que garante a obtenção da menor largura de face possível. A escolha entre usar uma fórmula adaptada da equação (23) ou (12) se dará em função do valor de tensão permissível respectivo, ou seja, será isolada a largura de face a partir da equação de tensão de flexão (equação (12)) quando a tensão permissível de flexão foi maior que a permissível de contato, da mesma forma que será isolada a largura de face a partir da equação de tensão de contato (equação (23)) quando a tensão permissível de contato foi maior que a permissível de flexão. Procedimento análogo é utilizado para determinar a fórmula de otimização do número de dentes do pinhão, que embora não esteja explícito nas equações (12) e (23), pode ser obtido através do uso em conjunto com a equação (7).

Retornando a análise da Figura 14, o próximo campo a ser analisado é campo das restrições. Em qualquer processo de otimização é preciso definir o intervalo de variação das

variáveis apontadas, para tal, usando a estrutura do *Solver*, é necessário clicar no botão "Adicionar" ao lado do campo, o que abrirá a caixa de diálogo mostrada na Figura 15.

Figura 15. Processo de adição de restrição de variáveis no processo de otimização.



Fonte: (Autor)

No campo "Referência de Célula" deve-se digitar, ou selecionar, qual célula será restringida. No próximo campo se define qual a relação que deve ser aplicada a célula a ser restringida, podendo ser; maior que um certo valor ou outra célula, menor que um certo valor ou outra célula, igual a um certo valor ou outra célula, um número inteiro, um número binário ou simplesmente diferente dos outros valores da solução. O último campo, chamado "Restrição" faz referência ao valor numérico ou a alguma outra célula que servirá de restrição ao valor daquela inserida no campo "Referência de Célula". Novamente, todo o processo de adição de restrições no VBA consiste em uma única linha de programação, a saber:

```
SolverAdd CellRef:="$B$6", Relation:=1, FormulaText:="4"
```

O parâmetro "CellRef" define qual célula será restringida, já o parâmetro "Relation" define a relação entre a célula a ser restringida e o valor da restrição, devendo receber o valor 1 para "menor ou igual", 2 para "igual a", 3 para "maior ou igual", 4 para "inteiro", 5 para "binário" e 6 para "diferente dos outros valores". O último parâmetro da linha define qual o valor limite para a célula restringida e só será lido caso o valor do parâmetro "Relation" seja 1, 2 ou 3. Vale salientar que no parâmetro "FormulaText" podemos inserir tanto um valor numérico, quanto a referência de alguma outra célula. A título de exemplo, a linha de código acima seria interpretada pelo *Solver* da seguinte forma: "A célula B6 deve ser menor ou igual a 4".

As restrições utilizadas no programa desenvolvido variam a depender da variável selecionada para otimização. Para a otimização da largura de face, tem-se:

A. Número de dentes do pinhão deve ser maior que o número de dentes mínimo para evitar interferência.
B. Se a tensão permissível de flexão for maior que a de contato, é necessário haver uma restrição que imponha que a tensão real de contato seja menor que a tensão permissível de contato.
C. Se a tensão permissível de contato for maior que a de flexão, é necessário haver uma restrição que imponha que a tensão real de flexão seja menor que a tensão permissível de flexão.
D. Para engrenagens cilíndricas de dentes retos o valor mínimo otimizado da largura de face deve ser sempre maior que dez vezes o módulo normal.
E. Para engrenagens cilíndricas de dentes helicoidais o valor mínimo otimizado da largura de face deve ser sempre maior que dez vezes o módulo normal e maior que duas vezes o passo axial (essa última condição garante o cálculo simplificado de m_n citado anteriormente).
F. O número de dentes do pinhão deve ser sempre inteiro.
G. O usuário deve informar ainda no início do programa o valor máximo permitido para o número de dentes do pinhão.

Já para a otimização do número de dentes do pinhão, as restrições no programa serão:

A. Valor otimizado do número de dentes do pinhão deve ser maior que o número de dentes mínimo para evitar interferência.
B. Se a tensão permissível de flexão for maior que a de contato, é necessário haver uma restrição que imponha que a tensão real de contato seja menor que a tensão permissível de contato.
C. Se a tensão permissível de contato for maior que a de flexão, é necessário haver uma restrição que imponha que a tensão real de flexão seja menor que a tensão permissível de flexão.
D. Para engrenagens cilíndricas de dentes retos o valor mínimo otimizado da largura de face deve ser sempre maior que dez vezes o módulo normal.
E. Para engrenagens cilíndricas de dentes helicoidais o valor mínimo otimizado da largura de face deve ser sempre maior que dez vezes o módulo normal e maior que duas vezes o passo axial (essa última condição garante o cálculo simplificado de m_n citado anteriormente).

F. O usuário deve informar ainda no início do programa o valor máximo permitido para a largura de face das engrenagens.

Observe que no caso da otimização do número de dentes do pinhão não há restrição quanto ao fato desse valor ser ou não um número inteiro, optou-se por não adicioná-la devido a possíveis instabilidades decorrentes da ação de aplicar esse tipo de restrição à uma célula-objetivo. Tal restrição é aplicada normalmente após a execução normal do *Solver*, aproximando para o maior inteiro o valor otimizado.

Após a inserção de todas as possíveis restrições adotadas pelo usuário, o *Solver* poderá ser executado ao clicar no botão "Resolver" da Figura 14, o equivalente desse botão no VBA é o comando "*SolverSolve(True)*" que executará o processo de otimização e por fim poderá, a depender do parâmetro inserido dentro dos parênteses do comando ("*True"* ou "*False"*), perguntar ao usuário se ele gostaria de substituir os valores resultantes da otimização na planilha ou manter os valores originais. Um outro importante comando bastante utilizado para gerenciar o *Solver* usando o VBA é o comando "*SolverReset"*, que corresponde ao botão "Redefinir Tudo" da Figura 14 e simplesmente apaga todas as informações armazenadas pelo usuário no que toca ao *Solver*.

Somente com os comandos apresentados acima, já é plenamente possível a construção de uma rotina, ou um *Sub*, utilizando a nomenclatura do VBA, que execute um processo de otimização em uma planilha de *Excel*. Porém, como o objetivo desse programa é coletar dados do usuário para que este encontre os melhores de largura de face ou número de dentes de um pinhão, fez-se necessário a utilização de estruturas e comandos externos ao *Solver*. Cada aba da planilha de *Excel* construída tem uma função específica dentro do programa e estas serão detalhadas nas seções que se seguem. Porém, antes de mencionar a funcionalidade de cada aba individualmente, foram listados os valores dos fatores independentes (constantes, independentes de quaisquer outros valores) usados na construção do programa e organizados na Tabela 1.

Tabela 1. Especificação das constantes usadas no programa.

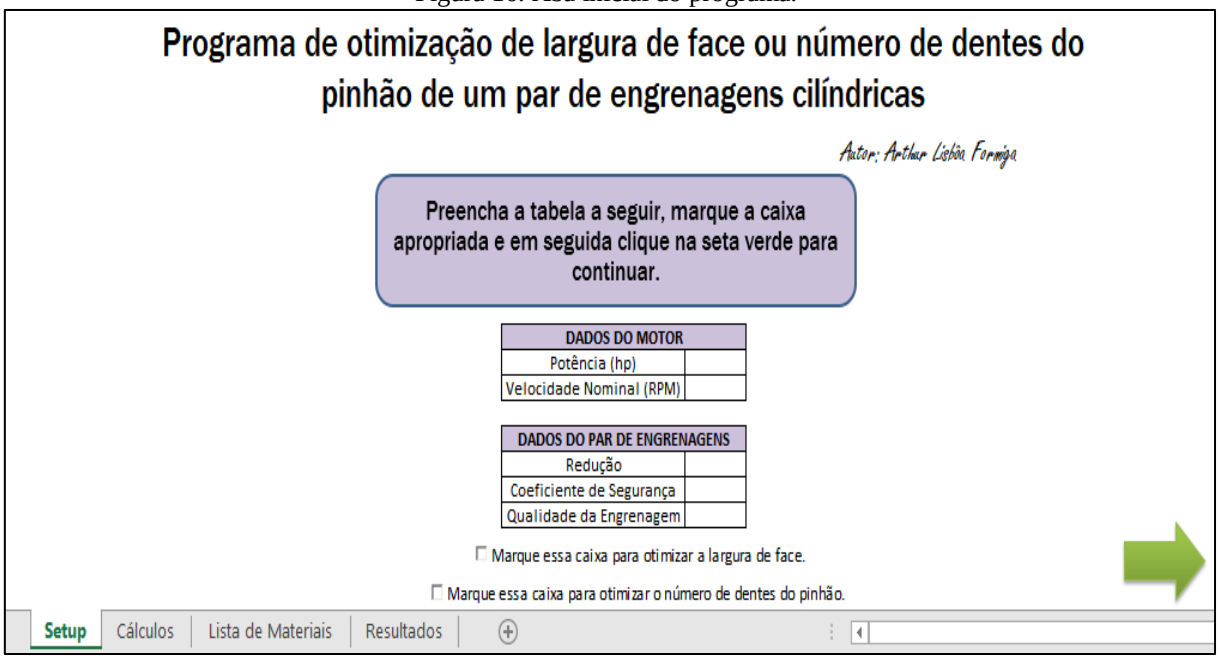
Fator	Valor	Suposição
K_0	1	Ausência de cargas de impacto.
K_s	1	Tamanho da engrenagem não afeta propriedades do material.
K_B	1	Engrenagens construídas a partir de discos sólidos.
Y_J	0,2	Optou-se por usar o menor valor indicado pela norma AGMA 908-B89, de modo a super-dimensionar o programa.
Y_θ	1	Operação em temperaturas inferiores a 120ºC.
Y_N	1	Otimização para vida operacional de 10^7 ciclos de cargas de flexão.
Z_E	191 MPa	Utilização de coroa e pinhão fabricados em aço.
Z_R	1	Engrenagens fabricadas por métodos convencionais, com boa qualidade de acabamento superficial.
Z_N	1	Otimização para vida operacional de 10^7 ciclos de cargas de contato.
Y_z	1,002	Será sempre suposta uma confiabilidade de 99% para o projeto. O que resulta (através da Equação 19) no valor mostrado ao lado.
C_{mc}	1	Dentes sem coroamento.
C_e	1	Outras condições de montagem.
C_{pm}	1	Pinhão montado entre mancais com $S_1/S < 0{,}175$
A	0,127	Unidades fechadas, comerciais.
B	0,0158	Unidades fechadas, comerciais.
C	$-0{,}093(10^{-4})$	Unidades fechadas, comerciais.

3.1 Aba Inicial ou "*Setup*"

A primeira aba, mostrada na Figura 16, é sempre a primeira a aparecer ao ser aberta a planilha, ela sempre aparece "limpa", ou seja, sem nenhum dado proveniente de outra otimização, e é responsável pela apresentação do software e coleta de dados iniciais a serem informados pelo usuário, sendo eles; a potência do motor, a velocidade nominal do motor (que será também a velocidade nominal do pinhão), a redução (ou razão de engrenamento), o coeficiente de segurança do projeto (no programa optou-se por utilizar o coeficiente de segurança único tanto para flexão quanto para contato) e qualidade das engrenagens. Além disso, o usuário deve marcar a caixa corresponde à otimização da largura de face ou do número de dentes do pinhão. Após finalizar o preenchimento e marcação indicada o usuário poderá

clicar na seta verde para dar continuidade ao programa e para que as variáveis digitadas pelo usuário sejam copiadas para a aba “Cálculos”. Caso o usuário esqueça de informar algum dado ou marcar alguma caixa, será mostrada uma caixa de diálogo o informando de seu erro, para que o mesmo possa ser corrigido.

Figura 16. Aba inicial do programa.



Fonte: (Autor)

3.2 Aba “Lista de Materiais”

Ao clicar na seta verde da aba “*Setup*” os valores inseridos são copiados para seus respectivos lugares na aba “Cálculos”, porém, antes que esta possa realmente realizar todo o processo de otimização, o programa dirige o usuário para a aba “Lista de Materiais”, mostrada na Figura 17, na qual será solicitado ao usuário que selecione um material dentre os mostrados em uma lista, extraída da obra de Shigley (2016). Após a seleção o usuário deverá digitar o número SAE e o tipo de processamento do material que ele escolheu para que dessa forma o programa extraia os valores de Dureza Brinnel, Resistência ao Escoamento, e Resistência Última a Tração do material. Feito isso, as propriedades do material serão copiadas para seus respectivos lugares na aba “Cálculos” para que o processo de otimização seja iniciado.

Figura 17. Processo de seleção do material das engrenagens na aba “Lista de Materiais”.

D	E	F	G	H	I	J	K	L
Número SAE	Processamento	Sut (MPa)	Sy (MPa)	Dur. Brinnel (HB)			No SAE	Procss.
1006	HR	300	170	86		Selecione um material da lista ao lado e indique seu número SAE e processamento:	4340	q&t
1006	CD	330	280	95				
1010	HR	320	180	95				
1010	CD	370	300	105				
1015	HR	340	190	101				
1015	CD	390	320	111				
1018	HR	400	220	116				
1018	CD	440	370	126				
1020	HR	380	210	111				
1020	CD	470	390	131				
1030	HR	470	260	137				
1030	CD	520	440	149				
1030	Q&T	848	648	495				
1035	HR	500	270	143				
1035	CD	550	460	163				
1040	HR	520	290	149				
1040	CD	590	490	170				
1040	Q&T	779	593	262				

de Materiais | Resultados

Fonte: (Autor)

3.3 Aba “Cálculos”

É nessa aba que ocorre o processo de otimização propriamente dito, os valores inseridos pelo usuário na aba “*Setup*” e na aba “Lista de Materiais” já foram transportadas para essa aba, de modo que o programa já tem praticamente todas as informações necessárias para dar início ao processo, com exceção do módulo normal, do ângulo de pressão normal e do ângulo de hélice. Essas três propriedades serão variadas ao longo de todo o programa computacional de modo a conseguir determinar qual conjunto de parâmetros que leva a minimização da variável selecionada para otimização. Inicialmente, a ideia era de inserir essas três variáveis no rol daquelas que o *Solver* pode modificar (obedecendo, claro, suas respectivas restrições), porém, tal iniciativa provou-se ineficaz, visto que o *Solver* não consegue atribuir valores discretos à uma variável (o módulo teria que variar livremente de 1,00 a 4,00, e não poderia seguir os valores padronizados discretos), e além disso, ao executar e ordenar o *Solver* a variar esses três parâmetros dentro de intervalos fixos, ele conseguia variá-los sem problemas, porém outras propriedades derivadas desses três parâmetros não eram atualizadas a cada possível valor atribuído pelo *Solver* o que acabava por gerar valores impossíveis de otimização. Por exemplo, se em um processo de otimização do número de dentes do pinhão de um par de engrenagens, o usuário informar que o ângulo de pressão normal pode ser igual a 14,5º ou 20º, que o ângulo de

hélice pode assumir qualquer valor inteiro compreendido entre 0º e 30º, e que o módulo pode assumir qualquer valor inteiro entre 1 e 4, o *Solver* será executado da seguinte maneira:

I. Definição da célula objetivo, nesse caso a célula referente ao número de dentes do pinhão.
II. Definição do que fazer com a célula objetivo, nesse caso, deseja-se minimizá-la.
III. Definição das restrições e solução; a título de exemplo, suponhamos que a única restrição aqui seja que o número mínimo de dentes do pinhão deve ser superior ao proposto pela equação (4). O *Solver* buscará então na planilha, o valor que se refere ao número mínimo de dentes do pinhão e o definirá como valor limitante da célula-objetivo, porém esta restrição terá sido calculada usando um ângulo de pressão normal inicial e um ângulo de hélice inicial, por exemplo, ao usar $\emptyset_n = 20°$ e $\varphi = 0°$ com $m_z = 2$, tem-se um número mínimo de dentes igual a 15. O que pode ser que aconteça é que o processo de otimização consiga achar uma solução com 16 dentes (ou seja, acima do mínimo permissível) usando $\emptyset_n = 14{,}5°$ e $\varphi = 30°$ com $m_z = 2$, porém o número mínimo de dentes permissível usando estes parâmetros é equivalente a 18, logo resultando em uma solução impossível.

A solução adotada para contornar situação foi a de não inserir esses parâmetros dentro do *Solver*, de modo que suas variações ocorrem ao longo da execução da rotina. O programa trabalha com três opções de ângulo de pressão normal, a saber 14,5º, 20º e 25º, já o módulo normal pode assumir os valores 1, 1,25, 1,5, 2, 2,5, 3, 4 e 5 por último, o ângulo de hélice pode assumir qualquer valor inteiro compreendido entre 0º e 30º. Inicialmente é atribuído o valor de 14,5º para o ângulo de pressão normal, e o *Solver* será executado para cada possível combinação de valores, ou seja, o programa otimizará a célula-objetivo usando $\emptyset_n = 14{,}5°$, $m_n = 1$ e $\varphi = 0°$, logo em seguida, executará outra otimização usando os parâmetros $\emptyset_n = 14{,}5°$, $m_n = 1$ e $\varphi = 1°$, e assim sucessivamente, até atingir o valor de ângulo de hélice igual a 30º, quando esse valor for atingido, será a vez de otimizar usando o segundo módulo padronizado (1,25) e assim por diante. Após otimizar a célula objetivo usando o ângulo de pressão normal igual a 14,5º com todos os módulos e, para cada módulo todos os ângulos de hélice, o processo será repetido usando como ângulo de pressão normal o valor de 20º e depois o de 25º. Dessa forma, todas as possíveis situações propostas terão sido cobertas, e o programa buscará dentre todas as otimizações aquela que atingiu o menor valor, mostrando o resultado obtido ao usuário na aba "Resultados".

3.4 Aba “Resultados”

Ao final do processo de otimização, a aba “Resultados” será mostrada, apresentando ao usuário os valores de entrada (potência, rotação, redução, fator de segurança e material escolhido), as características geométricas finais otimizadas e um relatório detalhado da análise dinâmica do par de engrenagens, trazendo informações quanto às tensões calculadas e permissíveis, as forças calculadas e ainda o coeficiente de segurança obtido com relação às tensões de contato e de flexão. Nessa aba, foi adicionado também um botão, para o qual foi adicionado um código que executa o processo de reinicialização do sistema computacional, descartando as informações previamente inseridas e permitindo ao usuário executar um novo processo de otimização. A Figura 18 mostra um exemplo dessa aba.

Figura 18. Aba “Resultados”.

RELATÓRIO FINAL

Clique aqui para reiniciar o programa!

Variável selecionada para Otimização:	Número de Dentes do Pinhão
Valor final da variável:	17 dentes

Dados Iniciais:	
Potência Motora	124,32 HP
Rotação Motora	1145 RPM
Qualidade da Engrenagem	6
Fator de Segurança	1
Redução	2,73:1

Características Geométricas Finais:	
Ângulo de Pressão Normal (graus)	25,00
Ângulo de Hélice (graus)	0,00
Ângulo de Pressão Transversal (graus)	25,00
Módulo Normal (mm)	8,00
Largura de Face (mm)	82,00
Nº dentes do Pinhão	17 dentes
Nº dentes da Coroa	46 dentes

Material Selecionado:	
Aço Selecionado	1095
Tratamento do Aço:	Laminado a Quente
Resistência Última à Tração (Sut)	830 MPa
Tensão de Escoamento (Sy)	460 MPa
Dureza Brinnel	248,00

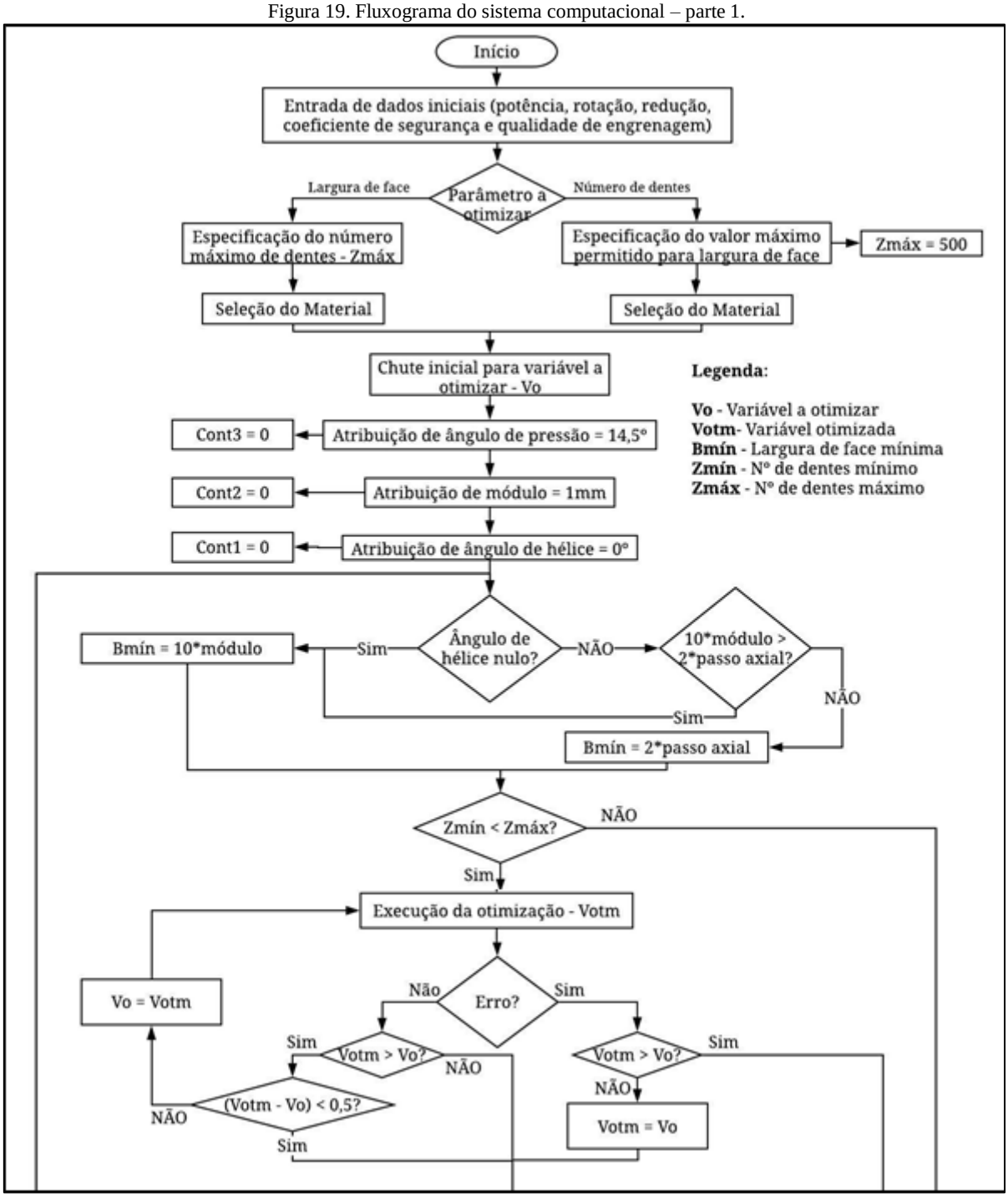
Análise Dinâmica (AGMA):			Fator de Segurança Final
Nome da Variável	Valor Calculado	Valor Permissível	
Tensão de Flexão (MPa)	164,76	220,05	1,34
Tensão de Contato (MPa)	709,11	749,75	1,06
Força Tangencial (kN)	11,37	-	
Força Radial (kN)	5,30	-	
Força Axial (kN)	0,00	-	

Fonte: (Autor)

3.5 Fluxograma

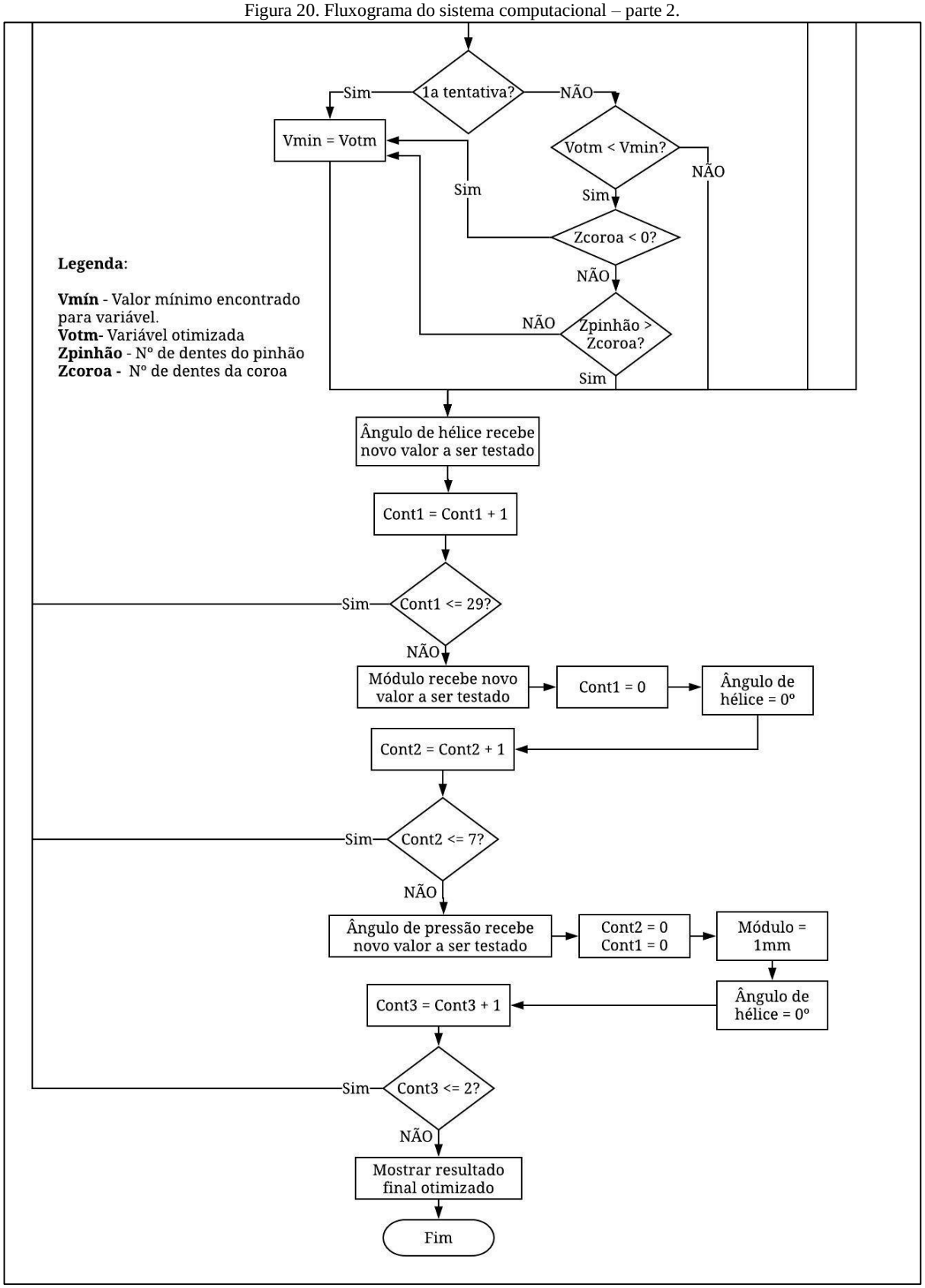
Um fluxograma do sistema computacional foi produzido para facilitar a visualização e entendimento da lógica do sistema. O resultado da utilização desse recurso pode ser visto nas Figuras 19 e 20.

Figura 19. Fluxograma do sistema computacional – parte 1.



Fonte: (Autor)

Figura 20. Fluxograma do sistema computacional – parte 2.



Fonte: (Autor)

4. APLICAÇÃO

Nesta seção o sistema desenvolvido será aplicado a alguns exercícios extraídos da obra de Shigley (2016), constituindo estudos de caso que atestem a performance do sistema.

4.1 Estudo de caso 1 (extraído de Shigley (2016), problema 14-19, página 766)

"14-19. Uma transmissão comercial fechada consiste em um pinhão cilíndrico de dentes retos cortados a 20º, com 16 dentes acionando uma coroa de 48 dentes. A velocidade do pinhão é de 300 rpm; a largura de face é de 50mm e o módulo é de 4mm. As engrenagens são feitas em aço grau 1, endurecidas por completo a 200 Brinnel, feitas para cumprir com a padronização de qualidade Nº 6, não coroada, devendo ser precisas e rigidamente montadas. Assuma uma vida de 10^8 ciclos e uma confiabilidade de 0,9. Determine as tensões de flexão e contato AGMA, bem como os fatores de segurança correspondentes se 4 kW é a potência a ser transmitida."

4.1.1 Solução analítica do estudo de caso 1

Os cálculos necessários foram efetuados com base na fundamentação teórica e nos dados acima, com apenas algumas modificações; foi considerado que o sistema irá operar em 10^7 ciclos ao invés dos 10^8 ciclos mencionados no livro, tal adaptação foi feita para garantir maior concordância entre o problema e o sistema computacional (visto que o último trabalha com a suposição de uma vida de 10^7 ciclos). Além desta, outras modificações foram adotadas para garantir as suposições mencionadas na Tabela 1, com exceção da confiabilidade, a qual foi mantida em 90% como indicado no enunciado do problema.

Tabela 2. Resultado final do problema, com correção da vida para 10^7 ciclos.

Potência	4 kW	Tensão de Contato	740,48 MPa
Número de dentes do pinhão	16 dentes	Tensão admissível de flexão	234,68 MPa
Número de dentes da coroa	48 dentes	Tensão admissível de contato	776,78 MPa
Ângulo de pressão normal	20º	Fator de segurança - flexão	1,62
Ângulo de hélice	0º	Fator de segurança - contato	1,05
Módulo transversal	4mm	Vida	10^7 ciclos
Dureza	200 HB	Largura de face	50mm
Tensão de Flexão	145,01 MPa		

4.1.2 Otimização do parâmetro número de dentes do estudo de caso 1

Os dados iniciais do problema acima foram inseridos na aba "*Setup*" do sistema e foi imposto ao sistema um fator de segurança mínimo de 1 para todas as tensões. O material

selecionado para execução no programa foi o aço 1060, laminado a quente, por apresentar dureza mais próxima daquela mencionada pelo problema. O resultado da otimização do número de dentes do pinhão, com a largura de face máxima de 50 mm informada pela questão, é mostrado na Tabela 3.

Tabela 3. Resultado da otimização do número de dentes no estudo de caso 1.

Potência	4 kW	Tensão de Contato	722,79 MPa
Número de dentes do pinhão	12 dentes	Tensão admissível de flexão	234,68 MPa
Número de dentes da coroa	36 dentes	Tensão admissível de contato	776,78 MPa
Ângulo de pressão normal	25º	Fator de segurança - flexão	1,90
Ângulo de hélice	0º	Fator de segurança - contato	1,07
Módulo transversal	5 mm	Vida	10^7 ciclos
Dureza	201 HB	Largura de face	50 mm
Tensão de Flexão	123,64 MPa		

4.1.3 Otimização do parâmetro largura de face do estudo de caso 1

As mesmas alterações e imposições da seção 4.1.2 foram aplicadas ao sistema. O resultado da otimização da largura de face das engrenagens, especificando o número de dentes máximo do pinhão de 16 dentes informado pelo problema, é mostrado na Tabela 4.

Tabela 4. Resultado da otimização da largura de face do estudo de caso 1.

Potência	4 kW	Tensão de Contato	776,78 MPa
Número de dentes do pinhão	15 dentes	Tensão admissível de flexão	234,68 MPa
Número de dentes da coroa	45 dentes	Tensão admissível de contato	776,78 MPa
Ângulo de pressão normal	25º	Fator de segurança - flexão	1,31
Ângulo de hélice	0º	Fator de segurança - contato	1,00
Módulo transversal	4 mm	Vida	10^7 ciclos
Dureza	201 HB	Largura de face	42,56 mm
Tensão de Flexão	178,50 MPa		

4.2 Estudo de caso 2 (extraído de Shigley (2016), problema 14-24, página 767)

“14-24. Um redutor de velocidade tem dentes de profundidade completa, com 20º, um estágio de redução envolvendo um pinhão cilíndrico com 22 dentes retos e uma coroa de 60 dentes. O passo diametral é de 4 dentes/in e a largura de face de 3,25 in. A velocidade do eixo do pinhão é de 1145 RPM. A vida pretendida de 5 anos, com turnos de 24 horas diárias de

trabalho, corresponde a cerca de $3(10^9)$ revoluções do pinhão. O valor absoluto da variação de passo é tal que o número de nível de precisão da transmissão é 6. O material de ambas as engrenagens, interior e de superfície, consiste em aço 4340, grau 1, endurecido por completo, tratado termicamente para atingir a dureza de 250 Brinell. A carga envolve choques moderados, e a potência é suave. Para uma confiabilidade de 0,99, estime a capacidade do redutor de velocidades quanto à potência."

4.2.1 Solução analítica do estudo de caso 2

Da mesma forma que na seção 4.1.1 a tabela a seguir reflete solução analítica encontrada pelo autor através das informações fornecidas no enunciado da questão e da aplicação das suposições levantadas na Tabela 1, novamente foi considerado que a vida pretendida será de 10^7 ciclos.

Tabela 5. Resultado do estudo de caso 2, com modificação da vida para 10^7 ciclos.

Potência	124,32 hp	Tensão de Contato	753,07 MPa
Número de dentes do pinhão	22 dentes	Tensão admissível de flexão	221,12 MPa
Número de dentes da coroa	60 dentes	Tensão admissível de contato	754,18 MPa
Ângulo de pressão normal	20º	Fator de segurança - flexão	1,10
Ângulo de hélice	0º	Fator de segurança - contato	1,00
Módulo transversal	6,35 mm	Vida	10^7 ciclos
Dureza	250 HB	Largura de face	82,55 mm
Tensão de Flexão	201,53 MPa		

4.2.2 Otimização da largura de face do estudo de caso 2.

Ao executar a otimização da largura de face nesse estudo de caso, foi tomada a precaução de modificar temporariamente o sistema e estender os possíveis módulos para abarcar os módulos 6 mm e 8 mm, valores entre os quais se encontra o módulo dado no enunciado do problema, isso foi feito para que o programa tivesse mais liberdade para encontrar um resultado ótimo. O resultado da otimização, fixando o valor máximo do número de dentes por aquele fornecido no problema (22 dentes), e utilizando o aço SAE 1095 HR (dureza mais próxima da indicada pelo estudo de caso; 248 HB), é mostrado na Tabela 6.

Tabela 6. Resultado da otimização da largura de face do estudo de caso 2.

Potência	124,32 hp	Tensão de Contato	750,23 MPa
Número de dentes do pinhão	22 dentes	Tensão admissível de flexão	220,05 MPa
Número de dentes da coroa	60 dentes	Tensão admissível de contato	749,75 MPa
Ângulo de pressão normal	25º	Fator de segurança - flexão	2,06
Ângulo de hélice	28º	Fator de segurança - contato	1,00
Módulo transversal	8 mm	Vida	10^7 ciclos
Dureza	248 HB	Largura de face	80,03 mm
Tensão de Flexão	106,82 MPa		

4.2.3 Otimização do número de dentes do estudo de caso 2.

Usando as mesmas correções mencionadas na seção anterior e fixando o valor máximo de 82 mm proposto pelo problema para a largura de face, foi possível otimizar o número de dentes do pinhão do estudo de caso 2 como mostra a Tabela 7.

Tabela 7. Resultado da otimização do número de dentes do estudo de caso 2.

Potência	124,32 hp	Tensão de Contato	709,11 MPa
Número de dentes do pinhão	17 dentes	Tensão admissível de flexão	220,05 MPa
Número de dentes da coroa	46 dentes	Tensão admissível de contato	749,75 MPa
Ângulo de pressão normal	25º	Fator de segurança - flexão	1,34
Ângulo de hélice	0º	Fator de segurança - contato	1,06
Módulo transversal	8 mm	Vida	10^7 ciclos
Dureza	248 HB	Largura de face	82 mm
Tensão de Flexão	164,76 MPa		

4.3 Discussão dos resultados obtidos

Como mostrado nas seções 4.1.2, 4.1.3, 4.2.2 e 4.2.3 o sistema computacional desenvolvido apresentou soluções superiores às soluções originais, atestando sua performance e aplicabilidade, como pode ser melhor visualizado na Tabela 8. Apesar do longo tempo de execução do problema exigido pelo sistema computacional, com registros variando entre 10 e 50 minutos, ele ainda se apresenta como uma alternativa viável, visto que a cada execução são computadas 540 variações de parâmetros (6 possíveis módulos, 3 possíveis ângulos de pressão normal e 30 possíveis ângulos de hélice) e a realização analítica dessas variações tomaria bastante tempo, além da grande possibilidade da ocorrência de erros humanos durante os

cálculos. O longo tempo de execução é atribuído, além do grande número de parâmetros variáveis, a dificuldade do *Solver* de lidar com restrições do tipo “inteiro”, o que segundo o fabricante do complemento retarda demasiadamente a obtenção de um resultado.

Tabela 8. Resultado das otimizações

	Variável a Otimizar	Resultado
Estudo de Caso 1	Número de dentes	16 dentes → 12 dentes
	Largura de face	50 mm → 42,56 mm
Estudo de Caso 2	Número de dentes	22 dentes → 17 dentes
	Largura de face	82,55 mm → 80,03 mm

CONCLUSÕES

A partir da implementação de toda a análise matemática deste trabalho em uma planilha de *Excel* e utilizando a linguagem de programação própria desse programa, foi possível desenvolver uma ferramenta de simples utilização que realizasse todo o processo de otimização das variáveis largura de face e número de dentes do pinhão de um par de engrenagens. Como mostrado na seção "Aplicação" dessa obra, o programa foi usado para otimizar problemas extraídos de bibliografias renomadas e comprovou sua eficiência, encontrando valores ótimos para as variáveis propostas. Contudo, o código desenvolvido leva considerável tempo para finalizar sua execução, isso se dá devido à dificuldade do complemento *Solver* em lidar com restrições que fixam determinas variáveis como sendo valores inteiros, como é o caso do número de dentes de engrenagens. Trabalhos futuros poderiam considerar a utilização de outra plataforma de programação, que pudesse vir a reduzir o tempo de execução do programa, bem como ampliar a abrangência do sistema para lidar com engrenagens sem-fim, engrenagens cônicas, ou até mesmo outros sistemas de transmissão, como correias e correntes.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BUDYNAS, Richard G.; NISBETT, J. Keith**. Elementos de Máquinas de Shigley**. 10ª Edição. New York: AMGH Editora Ltda, 2016.

COLLINS, Jack A**. Projeto Mecânico de Elementos de Máquinas**: uma perspectiva de prevenção de falha. Ohio: LTC, 2006.

MELCONIAN, Sarkis. **Elementos de Máquinas**. 10ª edição. São Paulo; Editora Érica Ltda., 2013.

NORTON, Robert L. **Projeto de máquinas: uma abordagem integrada**. 4ª Edição. Massachusetts: Bookman, 2013.

SHIGLEY, Joseph E.; MISCHKE, Charles R.; BUDYNAS, Richard G. **Projeto de Engenharia Mecânica**. 7ª Edição. Bookman, 2008.

AGMA 908-B89 - AGMA INFORMATION SHEET, **Geometry Factors for Determining the Pitting Resistance and Bending Strength of Spur, Helical and Herringbone Gear Teeth**, Abril, 1989.

ANSI/AGMA 2005-D03 - AGMA STANDARD, **Design Manual for Bevel Gears**, 2003.

ANDRADE, Alan Sulato de. **ENGRENAGENS**. Disponível em: <http://www.madeira.ufpr.br/disciplinasalan/AT102-Aula03.pdf>. Acesso em: 23 de abril de 2018.

CAVALCANTI, Jéssica. **9 maneiras de referenciar fontes sem data de publicação no Estilo ABNT.** Disponível em: < https://infonormas.com.br/2017/05/26/9-maneiras-de-referenciar-fontes-sem-data-de-publicacao-no-estilo-abnt/>. Acesso em: 24 de abril de 2018.

DIAS, Acires. **Captulo 01 - Introdução engrenagens.** UFSC, 2002. Disponível em: <http://www.ebah.com.br/content/ABAAABjtoAB/captulo-01-introducao-engrenagens#>. Acesso em: 23 de abril de 2018.

Engrenagens Cilíndricas de Dentes Retos. Disponível em: <http://www.fem.unicamp.br/~lafer/em718/arquivos/engrenagens_cilindricas_dentes_retos.pdf>. Acesso em: 10 dez. 2017.

FRANCESCHI, Alessandro de; ANTONELLO, Miguel Guilherme. **ELEMENTOS DE MÁQUINAS.** Santa Maria – RS, 2014. Disponível em: <http://estudio01.proj.ufsm.br/cadernos_mecanica/primeira_etapa/elementos_maquina.pdf>. Acesso em: 24 de abril de 2018.

MANUAL PARA APRESENTAÇÃO DE TRABALHOS ACADÊMICOS DAS FACULDADES OPET. Disponível em: <http://www.opet.com.br/biblioteca/PDF's/manual_trab_academicos.pdf>. Acesso em: 24 de abril de 2018.

Noções Básicas de Elementos de Máquinas. SENAI, Espírito Santo. Disponível em: <http://www.abraman.org.br/arquivos/72/72.pdf>. Acesso em: 24 de abril de 2018.

PASSOS, Clérisson. **Um Resumo da História.** 2015. Disponível em: < http://www.rtc.net.br/um-resumo-da-historia/>. Acesso em: 23 de abril de 2018.

SARDÁ, Alexandre Augusto Pescador. **ENGRENAGENS.** Disponível em: <http://ftp.demec.ufpr.br/disciplinas/TM129/Prof.%20Pescador/Engrenagens1.pdf>. Acesso em: 03 de maio de 2018.

Vantagens e desvantagens em cada tipo de transmissão das motos. Disponível em: <https://www.shopcar.com.br/noticias/vantagens-e-desvantagens-em-cada-tipo-de-transmiss-o-das-mot/26-06-2014/10438> Acesso em: 3 de dez. 2017.