



**UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**



JOSE MARIO SOLANO DE MACEDO FILHO

**PROJETO E DIMENSIONAMENTO DE TRENS DE ENGRENAGENS PARA FINS
COMPARATIVOS EM RELAÇÃO AOS TAMANHOS, MASSAS E APLICAÇÕES**

**JOÃO PESSOA - PB
2018**

Jose Mario Solano De Macedo Filho

**PROJETO E DIMENSIONAMENTO DE TRENS DE ENGRENAGENS PARA FINS
COMPARATIVOS EM RELAÇÃO AOS TAMANHOS, MASSAS E APLICAÇÕES**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
à Coordenação do Curso de Graduação em
Engenharia Mecânica da Universidade Federal da
Paraíba como requisito para obtenção do título de
Bacharel em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. José Carlos Lima Júnior

**JOÃO PESSOA – PB
2018**

Catálogo na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

M141p Macedo Filho, Jose M S.

PROJETO E DIMENSIONAMENTO DE TRENS DE ENGRENAGENS PARA
FINS COMPARATIVOS EM RELAÇÃO AOS TAMANHOS, MASSAS E
APLICAÇÕES / Jose M S Macedo Filho. - João Pessoa,
2018.

83 f.

Orientação: José Carlos Lima Júnior.
Monografia (Graduação) - UFPB/Tecnologia.

1. Trens de Engrenagens. 2. Epicycloidais. 3.
Dimensionamentos. I. Lima Júnior, José Carlos. II.
Título.

UFPB/BC

JOSE MARIO SOLANO DE MACEDO FILHO

**PROJETO E DIMENSIONAMENTO DE TRENS DE ENGRENAGENS PARA FINS
COMPARATIVOS EM RELAÇÃO AOS TAMANHOS, MASSAS E APLICAÇÕES**

Trabalho de Conclusão de Curso - T.C.C., apresentado pelo acadêmico JOSE MARIO SOLANO DE MACEDO FILHO, do Curso de Bacharelado em Engenharia Mecânica da Universidade Federal da Paraíba - UFPB, tendo obtido o conceito _____, conforme a apreciação da Banca Examinadora:

Aprovado em _____ de

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Koje Daniel Vasconcelos Mishina
Membro (Universidade Federal da Paraíba - UFPB)

Prof. Dr. Marcelo Cavalcanti Rodrigues
Membro (Universidade Federal da Paraíba - UFPB)

Prof. Dr. José Carlos de Lima Júnior
Orientador (Universidade Federal da Paraíba - UFPB)

*Dedico este trabalho primeiramente a Deus, a
minha família e a todos os companheiros da
UFPB*

AGRADECIMENTOS

A Deus, a minha família e a meus amigos que sempre estiveram em minha vida e me ajudaram a chegar até aqui, para realizar um dos meus maiores sonhos.

Aos meus pais, José Mario e Inalda, pelo amor, paciência, ensinamentos de vida e todo apoio que precisei durante a minha caminhada, a minha irmã Beatriz, pelo companheirismo e momentos compartilhados.

Aos meus amigos, Adysson, José Ribeiro, Paulo Roberto, Ólavio, e todos aqueles que fazem parte do Paz MEC, que foram meus companheiros de curso, e me apoiaram e me ajudaram em algum momento nessa graduação.

Ao Prof. Dr. José Carlos de Lima Júnior, pelo voto de confiança, a paciente e dedicada orientação e pelo grande papel desempenhado como professor e amigo.

E aos demais professores da UFPB que de alguma forma contribuíram com minha formação.

RESUMO

Este trabalho visa a elaboração de projetos de trens de engrenagens externas e trens epicicloidais com o objetivo de comparar os redutores projetados, em relação ao seu tamanho e massas. Foram projetados quatro redutores, dois compostos e dois planetários. Adotou-se que todos os trens de engrenagens possuem a mesma potência de entrada e relação de transmissão. No dimensionamento das engrenagens utilizou-se da teoria proposta pela American Gear Manufacturers Association, e para os eixos fez-se uso do critério estático. São apresentados dados sobre o dimensionamento dos elementos que compõem os sistemas, como também desenhos do mesmo. Ao final do trabalho conclui-se que os trens planetários projetados apresentam diferenças significativas em massa e volume quando comparados trens compostos também projetados

PALAVRAS-CHAVE: Trens de engrenagens, Epicicloidais, Dimensionamento.

ABSTRACT

This work proposes the design of external gears and epicyclic gears in order to compare the projected data in relation to the size and mass of the systems. Four reducers, two compounds and two planetaries were designed. It was adopted that all the gears trains have the same input power and gear ratio. For the gears` design was used the theory proposed by the American Gear Manufacturers Association and all the axes were designed by the static criteria. All the data about the elements design were presented, as well their drawings. At the end of the work it was concluded that the planetaries trains present significant changes in mass and volume when compared with the compounds trains.

KEY WORDS: Gears trains, Epicyclic, Design.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Esquema de um par pinhão-coroa de engrenagens cilíndricas de dentes retos.....	19
Figura 2: Conjunto pinhão-coroa de engrenagens helicoidais com eixos paralelos	20
Figura 3: Par pinhão –coroa de engrenagens cilíndricas helicoidais com eixos perpendiculares	21
Figura 4: Esquema de um par de engrenagens cônicas de dentes helicoidais.....	21
Figura 5: Par parafuso sem-fim e sua coroa.....	22
Figura 6: Quadro dos fatores modificadores para o cálculo de tensão de flexão e contato AGMA.....	27
Figura 7: Quadro de fatores AGMA para o cálculo tensões de flexão e contato admissíveis .	29
Figura 8 : Layout de um trem de engrenagem simples	30
Figura 9- Trem de engrenagem composto de dois estágios	31
Figura 10: Trem de Engrenagem Planetário	32
Figura 11: Possibilidades de Entradas e saídas de um TEP simples de 1 estágio: (a) uma entrada e duas saídas e (b) duas entradas e uma saída	33
Figura 12: trem planetário simples com três planetas	33
Figura 13: Motor da Universal selecionado para ser usado no sistema.	38
Figura 14: Esquema preliminar do trens de engrenagens: (a) cilíndricas de dentes retos de 2 estágios e (b) cilíndricas de dentes helicoidais de 2 estágios	39
Figura 15: Esquema do trem de engrenagens planetários simples de 1 estagio com 3 planetas	40
Figura 16: Disposições dos eixos redutor de engrenagens de dentes retos. Dimensões em milímetro.	48
Figura 17: Disposições dos eixos redutor de engrenagens de dentes helicoidais. Dimensões em milímetros.....	49
Figura 18: Vetores, 2 em 3, primeiro par dentes retos.	50
Figura 19: Vetores, 4 em 5, segundo par dentes retos.....	50
Figura 20: Vetores, 2 em 3, primeiro par dentes helicoidais ,hélice esquerda.....	51
Figura 21: Vetores, 4 em 5, segundo par dentes helicoidais.....	52
Figura 22: Vetores das reações das engrenagens solar e anular na engrenagem planeta, engrenagens de dentes retos.	52

Figura 23: Vetores das reações das engrenagens solar e anular na engrenagem planeta, engrenagens de dentes helicoidais	54
Figura 24: Redutor de velocidade composto de engrenagens de dentes retos : (a) vista isométrica do plano XYZ e (b) vista do plano XY	66
Figura 25: Redutor de velocidade composto de engrenagens de dentes helicoidais : (a) vista isométrica do plano XYZ e (b) vista do plano XY	67
Figura 26: Redutor de velocidade planetário de engrenagens cilíndricas de dentes retos : (a) vista frente, entrada do sistema e (b) vista costas, saída do sistema.....	67
Figura 27: Redutor de velocidade planetário de engrenagens cilíndricas de dentes helicoidais : (a) vista frente, entrada do sistema e (b) vista costas, saída do sistema.	68
Figura A-1: Analise do Eixo 1, Plano XY	74
Figura A-2: Analise do Eixo 1, Plano ZY	74
Figura B-1: Analise do Eixo 2, Plano XY	75
Figura B-2: Analise do Eixo 2, Plano ZY	75
Figura C-1: Analise do Eixo 3, Plano XY	76
Figura C-2: Analise do Eixo 3, Plano ZY	76
Figura D-1: Analise do Eixo 4, Plano XY	77
Figura D-2: Analise do Eixo 4, Plano XY	77
Figura E-1: Analise do Eixo 5, Plano XY	78
Figura E-2: Analise do Eixo 5, Plano Z	78
Figura F-1: Analise do Eixo 6, Plano XY	79
Figura F-2: Analise do Eixo 6, Plano ZY	79
Figura G-1: Analise do Eixo 7, Plano ZY	80
Figura G-2: Analise do Eixo 8, Plano XY	80
Figura H-1: Analise do Eixo 8, Plano ZY	81
Figura H-2: Analise do Eixo 10, Plano XY	81
Figura I-1: Analise do Eixo 10, Plano ZY	82
Figura I-2: Analise do Eixo 11, Plano XY	82
Figura J-1: Analise do Eixo 11, Plano ZY	83

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Relações cinemática de um TEP Simples.	37
Tabela 2: Características do motores de carcaça de ferro da Universal Motors	39
Tabela 3: Rotações e Relações de transmissão para ambos os trens de engrenagens, de dentes retos e helicoidais..	40
Tabela 4: Rotações e Relações de transmissão para os trens epicicloidais.	40
Tabela 5: Parâmetros das engrenagens de dentes retos e engrenagens helicoidais dimensionadas.	41
Tabela 6: Parâmetros dos trens epicicloidais com engrenagens de dentes retos e helicoidais.	42
Tabela 7: Forças atuantes nos engrenamentos dos trens convencionais.	42
Tabela 8: Forças atuantes nas engrenagens dos trens epicicloidais.	43
Tabela 9: Fatores modificadores de tensão AGMA para as engrenagens cilíndricas de dentes retos e helicoidais dos sistemas de reduções convencionais.	44
Tabela 10: Fatores modificadores de tensão AGMA para as engrenagens cilíndricas de dentes retos e helicoidais dos sistemas de reduções planetários.....	45
Tabela 11: Valores das tensões AGMA e coeficientes de segurança para as engrenagens cilíndricas de dentes retos e dentes helicoidais dos sistemas de redução composto.	46
Tabela 12: Valores das tensões AGMA e coeficientes de segurança para as engrenagens cilíndricas de dentes retos e dentes helicoidais dos sistemas de redução planetário.	47
Tabela 13: Momentos e Torques Resultantes atuantes nos eixos.....	65
Tabela 14: Valores dos Diâmetros calculados pelo critério estático e Comprimentos selecionados para os eixos.....	65
Tabela 15: Parâmetros dos trens de engrenagens compostos de dentes retos e helicoidais.	69
Tabela 16: Parâmetros dos trens de engrenagens de Planetários de dentes retos e helicoidais.	70

LISTA DE EQUAÇÕES

Equação 1: Número mínimo de dentes do pinhão engrenagens dentes retos	23
Equação 2: Número máximo de dentes da coroa	23
Equação 3: Número mínimo de dentes do pinhão engrenagens dentes helicoidais	23
Equação 4: Número máximo de dentes da coroa de engrenagens dentes helicoidais.....	24
Equação 5: Largura de Face recomendada.....	24
Equação 6: Força tangencial engrenagens	24
Equação 7: Força radial engrenagens cilíndricas dentes retos	24
Equação 8: Força radial engrenagens cilíndricas de dentes helicoidais.....	25
Equação 9: Força axial engrenagens cilíndricas de dentes helicoidais	25
Equação 10: Força tangencial planetas (trens planetários)	25
Equação 11: Equação fundamental de flexão AGMA	25
Equação 12: Equação fundamental de contato AGMA	25
Equação 13: Flexão Admissível	28
Equação 14: Contato Admissível	28
Equação 15: Relação de velocidade trens simples	30
Equação 16: Relação transmissão trens simples	31
Equação 17: Relação de transmissão trens compostos	32
Equação 18: Condição de vizinhança trens epicicloidais.....	34
Equação 19: Condição de simetria trens epicicloidais	35
Equação 20: Condição de encaixe trens epicicloidais.....	35
Equação 21: Razão básica dos trens epicicloidais	36
Equação 22: Força centrípeta nos planetas trens epicicloidais	53
Equação 23: Critério do diâmetro estático do eixo	64

LISTA DE SÍMBOLOS

ϕ_n	Ângulo de pressão normal
Ψ	Ângulo de hélice
ϕ_t	Ângulo de pressão tangencial
σ	Tensões
b	Razão Básica dos TEP
C_p	Coefficiente elástico
C_F	Fator de condição superficial
d	Diâmetro
F	Largura de Face ou Forças atuantes nas engrenagens
H	Potência
I	Fator geométrico para a resistência à formação de cavidades
J	Fator geométrico para resistência à flexão
k	Constante calculo número de dentes ou número inteiro
K_b	Fator de espessura de borda
K_m	Fator de distribuição de carga
K_o	Fator de sobrecarga
K_R	Fator de confiabilidade
K_S	Fator de tamanho
K_T	Fator de temperatura
K_v	Fator dinâmico
m	Módulo

m_g	Razão de Velocidade, redução
n	Velocidade de rotação, rpm
N_{in}	Rotação de entrada, rpm
N_{out}	Rotação de saída, rpm
N_p	Número mínimo de dentes pinhão
N_G	Número máximo de dentes pinhão
S_c	Resistência admissível de contato
S_F	Fator AGMA de segurança de flexão
S_H	Fator AGMA de segurança de contato
S_t	Resistência admissível de flexão
S_y	Resistência ao escoamento
W	Forças nos engrenamentos
Y_N	Fator de ciclagem de tensão para tensão de flexão
Z_N	Fator de ciclagem de tensão para resistência a formação de cavidades
Z_n	Número de dentes da engrenagem n

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
1.1	ENGRENAGENS	16
1.2	JUSTIFICATIVA	17
1.3	OBJETIVO GERAL	17
1.4	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	17
1.5	ESTRUTURA DO TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO	18
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	19
2.1	TIPOS DE ENGRENAGENS	19
2.1.1	Engrenagens Dentes Retos	19
2.1.2	Engrenagens Helicoidais	20
2.1.3	Engrenagens Cônicas	21
2.1.4	ENGRENAGENS SEM FIM.....	22
2.2	METODOLOGIA DO DIMENSIONAMENTO DE ENGRENAGENS CILÍNDRICAS DE DENTES RETOS E HELICOIDAIS.....	23
2.2.1	Cálculo Número Mínimo e Máximo De dentes, Diâmetro e Largura de Face 23	
2.2.2	Análises das Forças	24
2.2.3	Análise das Tensões	25
2.2.4	Tensões Admissíveis.....	28
2.3	TRENS DE ENGRENAGENS	29
2.3.1	Trem de Engrenagem Simples	29
2.3.2	Trem de Engrenagem Composto.....	31
2.3.3	Trens de Engrenagens Epicicloidais (TEP)	32
3	DIMENSIONAMENTO E RESULTADOS	38
3.1	Projeto dos Trens de Engrenagens	38

3.2	REQUISITOS DO SISTEMA	38
3.3	RELAÇÃO DE TRANSMISSÃO DOS TRENS DE ENGRENAGENS	39
3.4	ESPECIFICAÇÕES DAS ENGRENAGENS	41
3.5	FATORES E TENSÕES AGMA	43
3.6	DESENHO DAS DISPOSIÇÕES DOS EIXOS.....	48
3.7	ANALISE DAS FORÇAS.....	49
3.7.1	Eixo 1- Eixo de Entrada Conjunto Engrenagens Dentes Retos	55
3.7.2	Eixo 2- Eixo Intermediário Conjunto Engrenagens Dentes Retos.....	55
3.7.3	Eixo 3- Eixo De Saída Conjunto Engrenagens Dentes Retos.....	56
3.7.4	Eixo 4 – Eixo de Entrada Conjunto Engrenagens Dentes Helicoidais	57
3.7.5	Eixo 5- Eixo Intermediário do Conjunto de Engrenagens Dentes Helicoidais 58	
3.7.6	Eixo 6- Eixo de Saída do Conjunto de Engrenagens Dentes Helicoidais .	59
3.7.7	Eixo 7 -Eixo da Engrenagem Solar Do Conjunto De Engrenagens Planetárias De Dentes Retos.....	60
3.7.8	Eixo 8 - Eixo da Engrenagem Planeta Do Conjunto De Engrenagens Planetárias De Dentes Retos.....	61
3.7.9	Eixo 9- Eixo do Suporte das Engrenagens Planeta Do Conjunto De Engrenagens Planetárias De Dentes Retos	62
3.7.10	Eixo 10- Eixo da Engrenagem Solar Do Conjunto De Engrenagens Planetárias De Dentes Helicoidais.....	62
3.7.11	Eixo 11- Eixo da Engrenagem Planeta Do Conjunto De Engrenagens Planetárias De Dentes Helicoidais.....	63
3.7.12	Eixo 12- Eixo do Suporte das Engrenagens Planetas Do Conjunto De Engrenagens Planetárias De Dentes Helicoidais	64
3.8	Dimensionamento do Eixo pelo Critério Estático	64
3.9	RESULTADOS	66
4	CONCLUSÃO	72
4.1	CONSIDERAÇÕES FINAIS	72

REFERÊNCIAS	73
APÊNDICE A.....	74
APÊNDICE B	75
APÊNDICE C.....	76
APÊNDICE D.....	77
APÊNDICE E	78
APÊNDICE F	79
APÊNDICE G.....	80
APÊNDICE H.....	81
APÊNDICE I	82
APÊNDICE J	83

1 INTRODUÇÃO

1.1 ENGRENAGENS

Engrenagens são elementos dentados utilizados para transmitir potência e movimentos rotativos entre eixos. A transmissão se dá através do contato entre os dentes, onde os dentes da engrenagem motora empurram os dentes da engrenagem movida (MOTT,2004). No ponto de contato entre os dentes, a transmissão do movimento ocorre sem deslizamento e consequentemente com velocidade constante (FLORES E GOMES, 2014).

Geralmente dispositivos com engrenagens são utilizados quando se pretende reduzir ou aumentar a velocidade de rotação oriunda da fonte de energia. A relação de transmissão será redutora de velocidade quando a engrenagem de menor diâmetro, pinhão, acionar a engrenagem de maior diâmetro, coroa, e multiplicadora de velocidade quando o inverso acontecer, a coroa acionar o pinhão (MELCONIAN,2009). O torque também sofrerá alterações inversamente proporcionais as que ocorrerem com a velocidade. O valor da redução ou aumento na rotação depende exclusivamente da razão entre os números de dentes do pinhão e da coroa (MOTT,2004). A direção de rotação do sistema é outra característica que pode sofrer mudanças com o uso de engrenagens.

De acordo com Flores e Gomes (2014), o que torna as engrenagens uns dos elementos de transmissão mais utilizados atualmente é que elas são bastante versáteis podendo operar em altas e baixas rotações, resistentes a altos torques, apresentam rendimentos que podem chegar até 99%, possuem uma boa confiabilidade e durabilidade e um custo de produção razoável.

Como as engrenagens estão presentes em quase todos os tipos de maquinários e são frequentemente projetadas, inclusive na disciplina de elementos de máquinas, disciplina da grade curricular da Engenharia Mecânica curso ao qual o autor busca a Graduação, esses dispositivos são foco de estudo, onde se apresenta procedimentos e metodologias para o seu dimensionamento. Desta forma este trabalho propõe realizar uma comparação entre os sistemas de redução de engrenagens, redutores compostos convencionais e redutores planetários, utilizando-se de engrenagens helicoidais e engrenagens de dentes retos e considerando os mesmos parâmetros de entrada e saída requeridos para todos os sistemas, ou seja, os redutores

terão a mesma potência de entrada e a mesma relação de transmissão. Para isso serão mostrados os principais tipos de engrenagens e as características dos sistemas externos e internos.

1.2 JUSTIFICATIVA

No Curso de Engenharia Mecânica da Universidade Federal da Paraíba, o aluno de graduação vivência e aprende sobre os variados tipos de engrenagens e as suas respectivas metodologias de dimensionamento, porém os redutores epicicloidais, ainda são poucos comentados e estudados. Desta forma justifica-se a realização deste trabalho como forma de aprofundar e melhorar a compreensão desse tipo de sistema e o seu processo de dimensionamento.

1.3 OBJETIVO GERAL

Este trabalho tem como objetivo comparar os sistemas de redução de engrenagens externas e internas, os sistemas de reduções foram compostos por engrenagens cilíndricas de dentes retos e engrenagens cilíndricas de dentes helicoidais. Para isso foi necessário projetar redutores composto de engrenagens externas, como também o dimensionar e projetar redutores planetários

1.4 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Para que os objetivo geral fosse alcançado tornou-se necessário realizar:

- a) Estudo sobre os tipos de engrenagens e redutores de velocidades;
- b) Definição da relação de redução a ser utilizada;
- c) Dimensionamento dos elementos mecânicos;
- d) Desenho construtivo do conjunto mecânico.

1.5 ESTRUTURA DO TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

A primeira parte deste trabalho, a Introdução, apresenta uma breve definição sobre as engrenagens assunto no qual este trabalho tem foco, como também o objetivo geral e os objetivos específicos. No capítulo 2 encontra-se a fundamentação teórica sobre os tipos de engrenagens e as metodologias de dimensionamento das mesmas utilizando a norma AGMA (American Gear Manufacturers Association), presente no livro de Elementos de máquina de Shigley, Budynas e Nisbett (2011). Ainda no segundo capítulo encontra-se estudos sobre os tipos de redutores de velocidade, suas principais características e como determinar a sua relação de transmissão. O Capítulo 3 apresenta o estudo realizado do dimensionamento dos elementos mecânicos envolvidos no sistema assim como seus resultados. Por fim, encontra-se as considerações finais do trabalho sobre o estudo realizado.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

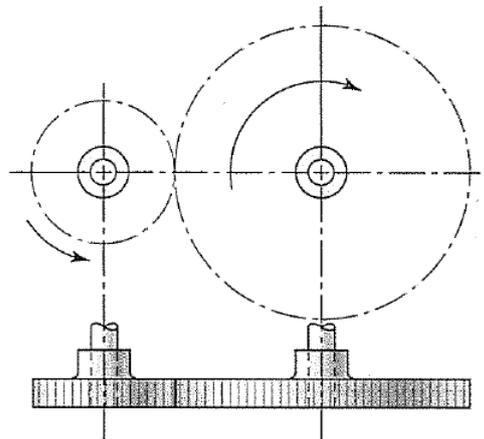
2.1 TIPOS DE ENGRENAGENS

Segundo Norton (2013), existe uma grande variedade de tipos de engrenagens a se escolher. Desde engrenagens projetadas para transmitir movimentos entre eixos paralelos, como também engrenagens que podem acomodar eixos não paralelos. As engrenagens também podem apresentar variadas geometrias de dentes (MOTT,2004). Serão abordados nesta seção os principais tipos de engrenagens e suas principais características.

2.1.1 Engrenagens Dentes Retos

Shigley, Mischke, Budynas (2008), define as *engrenagens cilíndricas de dentes retos* como sendo a mais simples entre todos os tipos de engrenagens. Esses tipos de engrenagens são utilizadas para transmitir movimento entre dois eixos paralelos e possuem os dentes paralelos ao eixo de rotação como pode ser observado na Figura 1.

Figura 1: Esquema de um par pinhão-coroa de engrenagens cilíndricas de dentes retos

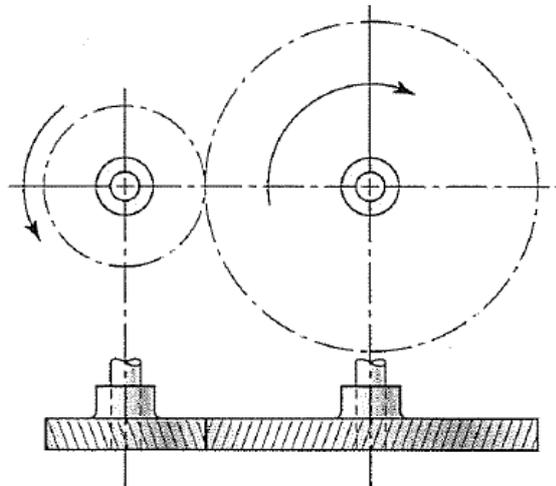


Fonte: Shigley, Mischke e Budynas, (2008)

2.1.2 Engrenagens Helicoidais

As *engrenagens cilíndricas helicoidais*, Figura 2, diferem das engrenagens de dentes retos, pois possuem os dentes inclinados em relação ao eixo de rotação. Essa inclinação é denominada de ângulo de hélice. Os ângulos de hélices mais comum variam entre 10° a 30° , mas ângulos superiores a essas faixas também podem ser utilizados (MOTT, 2004).

Figura 2: Conjunto pinhão-coroa de engrenagens helicoidais com eixos paralelos



Fonte: Shigley, Mischke e Budynas, (2008)

Ainda de acordo com Mott (2004), uma das desvantagens das engrenagens helicoidais é a presença de uma força axial resultante dessa inclinação dos dentes, fato que não se apresenta em sistema de engrenagens com dentes retos. Em contrapartida, as inclinações nos dentes permitem que o contato dos dentes ocorra de maneira mais gradual durante o funcionamento, fazendo com que esse tipo de engrenagem atue de forma mais silenciosa que as de dentes retos.

Em sua maioria as engrenagens helicoidais são dimensionadas para transmitir movimentos entre eixos paralelos, porém em alguns casos elas podem ser utilizadas na transmissão de movimento entre eixos não-paralelos, Figura 3. Esses modelos de engrenagens não são recomendáveis para a transmissão de elevados torques e potência (NORTON,2013).

Figura 3: Par pinhão –coroa de engrenagens cilíndricas helicoidais com eixos perpendiculares

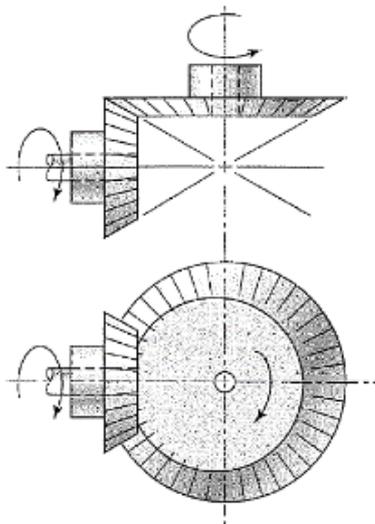


Fonte: Silva (2012).

2.1.3 Engrenagens Cônicas

Segundo Budynas e Nisbett (2011), as engrenagens cônicas têm seus dentes formados em superfícies cônicas, ver Figura 4, e são utilizadas principalmente quando se necessita transmitir movimento entre eixos concorrentes. Esse é o principal motivo para a escolha desse tipo de elemento. Da mesma forma que nas engrenagens cilíndricas, elas podem apresentar dentes helicoidais ou retos.

Figura 4: Esquema de um par de engrenagens cônicas de dentes helicoidais



Fonte: Shigley, Mischke e Budynas (2008)

2.1.4 ENGRENAGENS SEM FIM

O conjunto sem fim consiste de um *sem-fim*, *parafuso*, e uma engrenagem sem-fim, também chamada de coroa, como mostra a Figura 5. Eles conectam eixos não paralelos, geralmente em ângulos retos entre eles. Neste tipo de engrenamento o pinhão sem-fim, consiste em uma engrenagem helicoidal com ângulo de hélice tão grande que um único dente se envolve continuamente ao redor de sua circunferência, se assemelhando assim a um parafuso. Os sem-fins normalmente apresentam apenas um dente ou rosca, sendo assim capazes de criar reduções tão grandes quanto o número de dentes da coroa. O número de roscas no sem-fim, se refere ao número de começos ou entradas (NORTON, 2013).

Figura 5: Par parafuso sem-fim e sua coroa



Fonte: Norton (2013).

Uma das particularidades do conjunto sem-fim sobre os demais tipos de engrenagem é o de auto travamento, isto é, se um torque aplicado na Coroa ele não rodará o sem-fim. Outra vantagem deste tipo de engrenamento é a de permitir grandes reduções, podendo ser projetados com razões que vão de 1:1 até 360:1. As relações de transmissões mais encontradas estão na faixa de 3:1 até 100:1 (NORTON,2013).

2.2 METODOLOGIA DO DIMENSIONAMENTO DE ENGRENAGENS CILÍNDRICAS DE DENTES RETOS E HELICOIDAIS

Para o dimensionamento das engrenagens cilíndricas tanto de dentes retos tanto a de dentes helicoidais foi utilizada a metodologia apresentada por Budynas e Nisbett (2011). Com base nessa metodologia é realizada uma análise de forças atuantes nas engrenagens, bem como uma análise de tensão (flexão e contato) para verificar se a engrenagem suporta a carga de trabalho proposta.

2.2.1 Cálculo Número Mínimo e Máximo De dentes, Diâmetro e Largura de Face

Para que não exista interferência, Budynas e Nisbett (2011) aconselham utilizar a equação (1) e equação 2 a modo de determinar os números de dentes mínimo (N_p) e máximo (N_g) do pinhão e da coroa do engrenamento de dentes retos, respectivamente.

$$N_p = \frac{2K}{(1+2m_g)\text{sen}^2\phi_n} \left[m_g + \sqrt{m_g^2 + (1 + 2m_g)\text{sen}^2\phi_n} \right] \quad (1)$$

$$N_g = \frac{N_p^2 \text{sen}^2\phi_n - 4K^2}{4K - 2N_p \text{sen}^2\phi_n} \quad (2)$$

Onde:

ϕ_n , ângulo de pressão normal;

k, constante de valor unitário para $\phi_n = 20^\circ$;

m_g , razão de velocidade entre as engrenagens, não o sistema.

Da mesma maneira que nas engrenagens de dentes retos, engrenagens com dentes helicoidais também podem apresentar interferência. Assim Budynas e Nisbett (2011) indica a utilização da equação 3 e equação 4 para determinação dos números de dentes mínimos e máximos do pinhão e da coroa.

$$N_p = \frac{2K \cos \psi}{(1+2m_g)\text{sin}^2 \phi_t} \left[m_g + \sqrt{m_g^2 + (1 + 2m_g)\text{sen}^2\phi_t} \right] \quad (3)$$

$$N_g = \frac{N_p^2 \sin^2 \phi_t - 4K^2 \cos^2 \psi}{4K \cos \psi - 2N_p \sin^2 \phi_t} \quad (4)$$

Onde:

ψ , ângulo de hélice (°);

ϕ_t , ângulo de pressão tangencial, $\tan^{-1} \left(\frac{\tan \phi_n}{\cos \psi} \right)$

Já a largura de face recomenda-se utilizar um valor igual a dez vezes o modulo como pode ser visto na equação 5.

$$F = 10 \times m \quad (5)$$

Onde:

F= largura de Face.

2.2.2 Análises das Forças

Para determinação das forças entre o par pinhão-coroa para engrenagens cilíndricas de dentes retos, Budynas e Nisbett (2011) apontam a utilização da equação 6 e equação 7.

$$W^t = \frac{60000H}{\pi d n} \quad (6)$$

$$W^r = W^t \tan \phi_n \quad (7)$$

Onde:

H = Potência (Kw)

d = Diâmetro (mm)

n = Rotações por minuto

W = Força (KN);

W^t (Força Tangencial);

W^r (Força Radial).

Já para os cálculos das forças nas engrenagens de dentes helicoidais, se utiliza a equação 6 quando se quer determinar a Força tangencial e as equações 8 e 9 para o cálculo de suas forças radial e axial.

$$W^r = W^t \tan \phi_t \quad (8)$$

$$W^a = W^t \tan \phi_\psi \quad (9)$$

Onde:

W^a , força axial;

Como nos trens planetários, existe a possibilidade de se utilizar uma quantidade maior de planetas diminuindo assim os esforços feitos nas próprias engrenagens como também nos mancais, deve-se calcular a sua força tangencial dividindo-a pela quantidade de planetas utilizados no sistema, como pode ser visto na equação 10.

$$W_{ep}^t = \frac{60000H}{\pi d n N} \quad (10)$$

Onde:

N , é igual ao número de planetas

2.2.3 Análise das Tensões

Para análise das tensões utilizaremos o critério da AGMA, relatado em Budynas e Nisbett (2011), no qual se faz uso de duas equações fundamentais de tensão, uma para flexão e outra para contato, que são representadas pelas equações 11 e 12 respectivamente.

Equação Fundamental de Flexão

$$\sigma_f = W_t K_o K_v K_s \frac{K_m K_b}{m F J} \quad (11)$$

Equação de Contato

$$\sigma_c = C_p \sqrt{W_t K_o K_v K_s \frac{K_m C_F}{d_p F I}} \quad (12)$$

Onde:

W_t , é a carga tangencial transmitida, (N);

K_o , é o fator de sobrecarga;

K_v , é o fator dinâmico;

K_s , é o fator de tamanho;

m , é o módulo;

F , é a largura de face (mm);

K_m , é o fator de distribuição de carga;

K_b é o fator de espessura de borda ;

J , é o fator geométrico para resistência à flexão;

C_p , é um coeficiente elástico ($\sqrt{N/mm^2}$);

C_F , é o fator de condição superficial;

d_p , é o diâmetro primitivo do *pinhão*, (mm);

I , é o fator geométrico para a resistência à formação de cavidades.

As equações de tensão levam em conta assuntos como a magnitude de tensão, sobrecarga, aumento dinâmico da carga transmitida, tamanho, geometria da engrenagem, distribuição de carga, suporte da borda do dente e concentração de tensão da raiz do filete. Cada modificador de tensão será citado na Figura 6, baseado no trabalho de Budynas e Nisbett (2011).

Figura 6: Quadro dos fatores modificadores para o cálculo de tensão de flexão e contato AGMA.

Fatores AGMA		
Fator	Característica	Fonte
Fator de Sobrecarga (K_0)	Este fator tem como função de levar em conta todas as cargas aplicadas externamente tais como variação de torque e reações de carga.	Figura 14-17 –Tabela de fatores de Sobrecarga (Budynas e Nisbett, p.772, 2011).
Fator Dinâmico (K_v)	Esse fator leva em conta imprecisões na manufatura e no engranzamento de dentes de engrenagem em ação.	Equação 14-27 e Equação 14-28 (Budynas e Nisbett, p.762, 2011).
Fator Geométrico para resistência de formação de cavidades (I)	O fator I da AGMA diz respeito à resistência superficial dos dentes da engrenagem a ser dimensionada	Equação 14-23 (Budynas e Nisbett, p.761, 2011).
Fator Geométrico para a resistência a flexão (J)	O fator J da AGMA diz respeito à resistência à flexão do dente a ser dimensionado.	Figura 14-6 (Budynas e Nisbett, p.759, 2011).
Coefficientes Elásticos (C_p)	Leva em consideração a influência da diferença do módulo de elasticidade dos materiais do pinhão e da coroa engranzados.	Tabela 14-8 (Budynas e Nisbett, p.763, 2011).
Fator de condição de superfície (C_f)	É utilizado somente na equação de resistência ao crateramento. A AGMA aconselha utilizar um C_f maior que a unidade.	
Fator de Tamanho (K_s)	Este fator representa a não-uniformidade das propriedades do material causada pelo tamanho. Pode se considerar $K_s=1$ ou calcular a partir de Equação.	Equação (a) (Budynas e Nisbett, p.765, 2011).
Fator de distribuição de carga (K_m)	Reflete a não-uniformidade da distribuição de carga ao longo da linha de contato.	Equação 14-30 a Equação 14-35, Figura 14-10 e Tabela 14-9. (Budynas e Nisbett, p.765-766, 2011).
Fator de borda (K_b)	Quando a espessura do aro não é suficiente para proporcionar suporte completo para a raiz do dente, pode ocorrer falha por fadiga flexional dentro do aro de engrenagem em lugar do filete do dente.	Equação 14-40 (Budynas e Nisbett, p.770, 2011).
Fator de Dureza (C_H)	Fator considerado apenas para a coroa, leva em consideração a diferença de dureza entre o pinhão e a coroa que estão sendo engranzadas.	Figura 14-12 (Budynas e Nisbett, p.768, 2011).

Fonte: Adaptado pelo Autor (BUDYNAS E NISBETT,2011)

2.2.4 Tensões Admissíveis

Após os cálculos das tensões de flexão e contato, deve-se também determinar os valores de tensões admissíveis, equação 13 e equação 14, para futuramente determinar os fatores de segurança de flexão e contato.

Equação de tensão de flexão admissível:

$$\sigma_{f,all} = \frac{S_t Y_N}{S_F K_T K_R} \quad (13)$$

Equação de tensão de contato admissível:

$$\sigma_{c,all} = \frac{S_c Z_N C_H}{S_H K_T K_R} \quad (14)$$

Onde:

S_t , é a resistência admissível de flexão, (N/mm²);

S_c , é a resistência admissível de contato, (N/mm²);

Y_N , é o fator de ciclagem de tensão para tensão de flexão;

Z_N , é o fator de ciclagem de tensão para resistência a formação de cavidades;

K_T , é o fator de temperatura;

K_R , é o fator de confiabilidade;

S_F , é o fator AGMA de segurança de flexão;

S_H , é o fator AGMA de segurança de contato.

Assim como para as Equações Fundamentais de Flexão e Contato, alguns fatores devem ser utilizados para determinação das Tensões admissíveis, esses fatores podem ser vistos na Figura 7.

Figura 7:Quadro de fatores AGMA para o cálculo tensões de flexão e contato admissíveis

Fatores AGMA		
Fator	Característica	Fonte
Fator de Confiabilidade (K_R)	Este fator leva em consideração o quão precisa se dá a previsão de falha das engrenagens projetadas.	Tabela 14-10 (Budynas e Nisbett, p.770, 2011).
Fator de Temperatura (K_T)	Para este fator a AGMA recomenda utilizar um valor unitário, ou seja, $K_T=1$ para corpos de engrenagens sob temperaturas de até 120°C. Para temperaturas mais altas o fator acima da unidade	
Fator de Ciclagem para Tensão Y_N e Z_N	O propósito dos fatores de ciclos de carga Y_N e Z_N consiste em modificar as resistências AGMA para outras vidas que não de 10^7 ciclos.	Figura 14-14 e Figura 14-15 (Budynas e Nisbett, p.769, 2011).

Fonte: Adaptado pelo Autor (BUDYNAS E NISBETT ,2011)

2.3 TRENS DE ENGRENAGENS

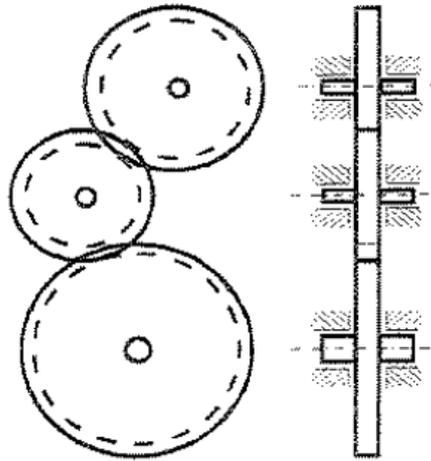
Norton (2013), define um *trem de engrenagem*, como qualquer sistema com duas ou mais engrenagens acopladas. Assim, um par de engrenagens é a forma mais simples de um trem de engrenagens. Existem três tipos de trens de engrenagens: simples, compostos e epicícloidal.

Segundo Khurmi (2005), nos dois primeiros tipos de trens citados, os eixos nos quais as engrenagens são montadas, são fixos em relação um ao outro. Já nos trens epicicloidais existe a possibilidade de o eixo das engrenagens também girarem ao redor de outro eixo fixo.

2.3.1 Trem de Engrenagem Simples

De acordo com Khurmi (2005), um trem de engrenagem simples é um sistema de engrenagens onde só existe uma engrenagem para cada eixo. Um esquema desse tipo de trem está apresentado na Figura 8.

Figura 8 : Layout de um trem de engrenagem simples



Fonte: Amaral (2000)

A razão de velocidade em *trens simples* será a razão da primeira engrenagem, motora, sobre a última, movida. As engrenagens intermediárias, vazias ou sem cargas, apenas influenciam no sentido de rotação da engrenagem de saída. Assim se o sistema consistir de um número par de engrenagens o sentido de rotação da última engrenagem será o inverso da primeira, já se existir um número ímpar de engrenagens o sentido de rotação de saída será o mesmo do de entrada (NORTON,2013).

A expressão utilizada para o cálculo da razão de velocidade é dada pela equação 15.

$$m_g = \frac{N_{in}}{N_{out}} = \frac{Z_1}{Z_n} \quad (15)$$

Onde:

m_g , razão de velocidade;

N_{in} , rotação de entrada, rpm;

N_{out} , rotação de saída, rpm;

Z_1 , número de dentes da engrenagem 1, motora;

Z_n , número de dentes da última engrenagem, movida.

Já o cálculo da relação de transmissão, é realizado como o inverso da razão de velocidade, logo pela equação 16:

$$i = \frac{N_{out}}{N_{in}} = \frac{Z_n}{Z_1} \quad (16)$$

Onde:

i , relação de transmissão;

N_{in} , rotação de entrada, rpm;

N_{out} , rotação de saída, rpm;

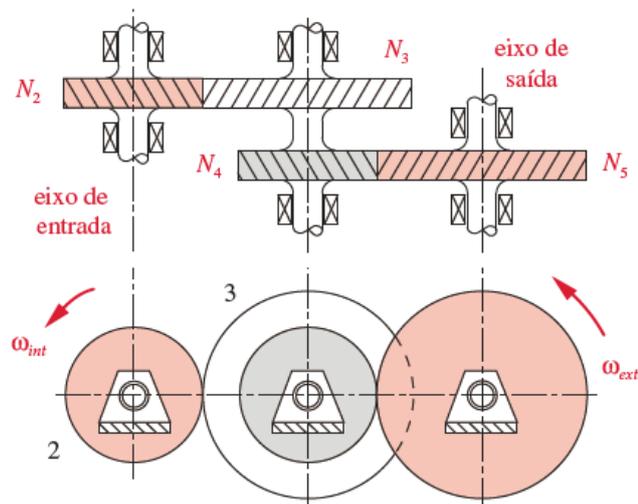
Z_1 , número de dentes da engrenagem 1, motora;

Z_n , número de dentes da última engrenagem, movida.

2.3.2 Trem de Engrenagem Composto

Segundo Norton (2013), quando pelo menos um eixo apresenta mais do que uma engrenagem ele é denominado de trem de engrenagem composto. Esse tipo de sistema é utilizado quando se deseja obter razões de velocidades maiores que 10:1. A Figura 9 mostra um trem composto de quatro engrenagens, nas quais duas delas estão montadas no mesmo eixo e, assim, apresentam a mesma velocidade de rotação.

Figura 9- Trem de engrenagem composto de dois estágios



Fonte: Norton (2013)

A razão de velocidades para esse tipo de trem pode ser determinada pela equação 17:

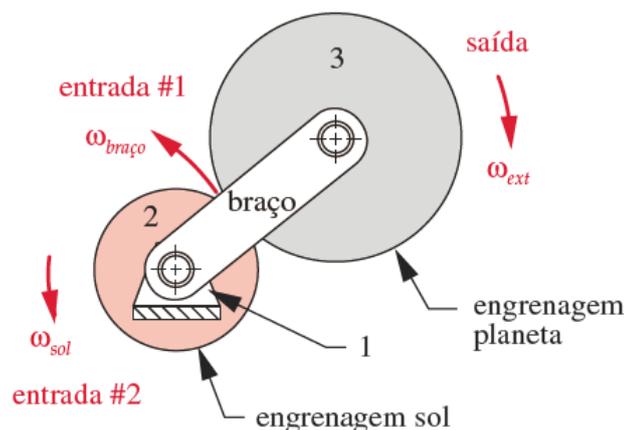
$$m_g = \frac{\text{produto de numero de dentes nas engrenagens motoras}}{\text{produto dos numeros de dentes nas engrenagens movidas}} \quad (17)$$

Diferentemente do que acontece nos trens de engrenagens simples, as razões intermediárias não se cancelam, e assim influenciam diretamente na razão global de velocidade do trem, tornando-se possível obter razões bem maiores do que nos trens simples. Essa é na verdade a grande vantagem dos trens de engrenagens composto quando comparados com os simples (NORTON,2013).

2.3.3 Trens de Engrenagens Epicicloidais (TEP)

Como discutido anteriormente nos trens de engrenagens epicicloidais ou trem de engrenagens planetárias, ou TEP, existe a possibilidade de as engrenagens girarem ao redor do seu próprio eixo e simultaneamente girarem em torno de outro eixo fixo. A Figura 10 apresenta um trem de engrenagem planetária.

Figura 10: Trem de Engrenagem Planetário



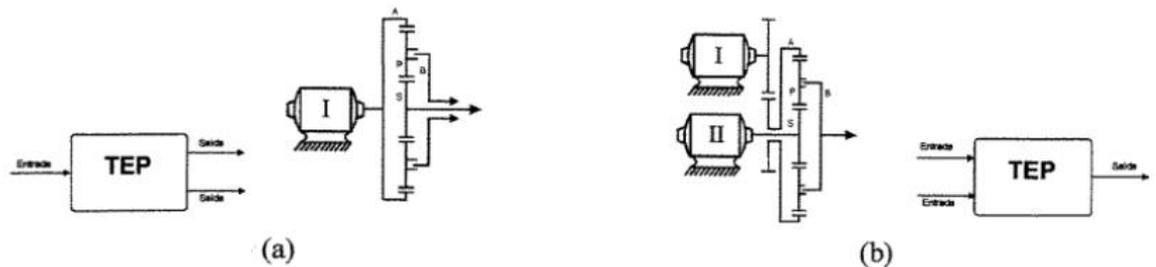
Fonte: Norton (2013).

Os TEP são dispositivos com dois graus de liberdades (2-DOF), ou seja, duas entradas são necessárias para que se obtenha uma saída (NORTON,2013).

É exatamente por serem dispositivos com dois graus de liberdade, que os trens de engrenagens epicicloidais apresentam capacidade diferencial ou de adição de potência, ou seja, pode-se criar um sistema com uma entrada e uma saída ou um dispositivo com duas entradas e uma saída, como no esquema apresentado na Figura 11. Logo o trem planetário pode trabalhar

com dois eixos motores e um resistente ou dois resistentes e um motor ou ainda um motor, um resistente e outro imóvel (AMARAL,2000).

Figura 11: Possibilidades de Entradas e saídas de um TEP simples de 1 estágio: (a) uma entrada e duas saídas e (b) duas entradas e uma saída

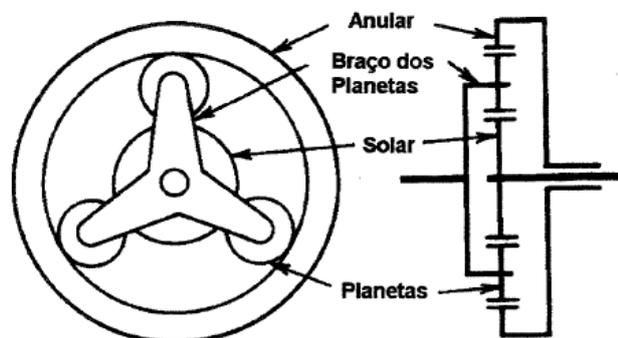


Fonte: Amaral (2000).

Além da capacidade de bifurcação e adição de potência o TEP ainda apresenta as demais vantagens, quando comparados com os trens de engrenagens simples ou composto, elas são: mais compacto, mais leve, possibilitam maiores reduções /multiplicações de velocidade, são sistemas de múltiplas relações de transmissões e apresentam menores esforços nos mancais (AMARAL apud DEDINI,1985).

Na Figura 12 estão indicados os principais elementos que compõem um planetário, são eles: engrenagem solar, engrenagem planetas, engrenagem anular e o braço dos planetas, também conhecido como suporte dos planetas.

Figura 12: trem planetário simples com três planetas



Fonte: Moraes (2004).

De acordo com Amaral (2000), a engrenagem solar seria a engrenagem central, já as engrenagens que giram em torno dela são chamadas de planetas. A engrenagem anular é uma engrenagem de dentes internos que engrena com as planetárias. O braço é o elemento móvel

que suporta os planetas e pivota em torno do eixo principal do TEP. Morais (2004), menciona que as engrenagens solar e anular, assim como o braço de suporte dos planetas, tem a função de elementos de entrada ou saída da transmissão ou a de controle da relação de transmissão do conjunto.

Observa-se que o TEP esquematizado na Figura 12, possui três planetas entre as engrenagens centrais. Segundo Amaral (2000), *quanto maior o número de engrenagens planetárias, maior será a divisão da carga transmitida entre os planetas.*

2.3.3.1 Metodologia de Dimensionamento dos TEPs

O texto a seguir irá detalhar particularidades no dimensionamento dos TEPs, como algumas condições para que se obtenha um ótimo desempenho e como se calcular a razão de transmissão

2.3.3.1.1 Condições de Montagem

Para se obter uma ótima condição de operação dos trens planetários, se faz necessário garantir três condições de montagens, listadas a seguir.

A. Condições de Vizinhaça

Como trens epicicloidais são normalmente projetados com 3 ou mais planetas torna-se necessário garantir uma distância mínima entre eixos de dois planetas adjacentes, de modo que um planeta não interfira no outro (NANDEPPAGOUDAR, SHAIKH E GAWANDE, 2017). Essa condição pode ser verificada com o uso da equação 18.

$$(Z_P + 2) < (Z_S + Z_P) \operatorname{sen} \frac{180^\circ}{N} \quad (18)$$

Onde:

Z_P , número de dentes do planeta;

Z_S , número de dentes da solar;

N , número de planetas.

B. Condições de Simetria

Para garantir que os eixos de todos os planetas sejam paralelos entre si e paralelos ao eixo central, e também que eles estejam montados a uma mesma distância do eixo central, garantindo assim uma distância de centro comum, a seguinte condição, equação 19 deve ser respeitada (NANDEPPAGOUDAR, SHAIKH E GAWANDE, 2017).

$$Z_A = Z_S + 2Z_P \quad (19)$$

Onde:

Z_A : Número de dentes da engrenagem anular.

C. Condições de encaixe

A equação 20 garante que os dentes de todas as engrenagens planetas penetrem simultaneamente entre os dentes da engrenagem solar.

$$\frac{Z_S + Z_A}{N} = k \quad (20)$$

Onde:

k : Número inteiro.

2.3.3.1.2 Relação de Transmissão

A razão de transmissão entre a velocidade de rotação do elemento de entrada em relação a velocidade de rotação do elemento de saída é denominada de **Relação de Transmissão**, como comentando nos tópicos anteriores. Para sua determinação nos trens planetários foram desenvolvidos diversos métodos, desde os tabulares e gráficos até os analíticos. Analiticamente,

essa relação de transmissão entre os membros principais de um TEP simples é chamada de razão R (AMARAL,2000). “Para um TEP a razão R entre as velocidades angulares de dois membros relativo ao terceiro é uma constante” (AMARAL apud LIMA,1980).

Nos TEPs existem 6 possibilidades de razão R, já que para esses sistemas de transmissão existe a possibilidade de se variar qual dos seus elementos-solar, anular e braço, será considerado como entrada, o outro a saída e o terceiro o elemento fixo ou resistente (AMARAL,2000).

Ao fixar o braço de um TEP, sua relação de transmissão será a relação entre o número de dentes das engrenagens, solar e anular. Logo o sistema transforma-se em um trem simples, ou composto de engrenagens. Segundo Amaral (2000) “Este mecanismo com seu suporte imobilizado, é chamado de mecanismo base do trem epicicloidial e sua razão **b**, razão básica”. O TEP possui duas razões básicas que podem determinadas pela equação 21.

$$\pm b = \frac{w_S - w_B}{w_A - w_B} = \frac{Z_A}{Z_S} \quad \text{ou} \quad \pm b = \frac{w_A - w_B}{w_S - w_B} = \frac{Z_S}{Z_A} \quad (21)$$

Onde:

w_S , velocidade de rotação da engrenagem solar;

w_B , velocidade de rotação do suporte, nesse caso igual 0 (Fixo);

w_A , velocidade de rotação da engrenagem anular;

Z_S , número de dentes da engrenagem solar;

Z_A , número de dentes da engrenagem anular

Sabendo-se a relação básica (b), é possível determinar as relações de velocidade dos elementos de entrada e saída. A Tabela 1 mostra as 6 relações cinemáticas de um TEP simples, em função de b.

Tabela 1: Relações cinemática de um TEP Simples.

Razão	$R_{A,S}^B$	$R_{S,A}^B$	$R_{A,B}^S$	$R_{B,A}^S$	$R_{S,B}^A$	$R_{B,S}^A$
Elemento	b	$\frac{1}{b}$	$1 - b$	$\frac{1}{1 - b}$	$\frac{b - 1}{b}$	$\frac{b}{b - 1}$
Fixo (resist.)	Braço	Braço	Solar	Solar	Anular	Anular
Entrada	Anular	Solar	Anular	Braço	Solar	Braço
Saída	Solar	Anular	Braço	Anular	Braço	Solar

Fonte: Adaptado pelo Autor (AMARAL ,2000)

Amaral (2000) considera “ a notação genérica $R_{y,x}^z$,como a razão entre a velocidade angular do elemento de entrada y e do elemento de saída x, com relação a velocidade angular do elemento z”

3 DIMENSIONAMENTO E RESULTADOS

3.1 Projeto dos Trens de Engrenagens

Como mencionado, o objetivo principal desse trabalho é o de realizar uma comparação entre os sistemas de reduções de engrenagens. Essa comparação será feita entre redutores de engrenagens cilíndricas de dentes retos, redutores de engrenagens cilíndricas de dentes helicoidais e redutores planetários, dimensionados nesse capítulo. Os quatro sistemas a serem dimensionado adotarão a mesma potência e a mesma relação de transmissão. Para auxílio dos cálculos foram elaboradas planilhas no Excel.

3.2 REQUISITOS DO SISTEMA

O motor escolhido para o projeto foi um motor em carcaça de ferro da marca Universal Motor, Figura (13). Algumas características desse motor de 15 kW (HE30 160 M2 2 IE2) 2polos, 50HZ são apresentadas na Tabela (2).

Figura 13: Motor da Universal selecionado para ser usado no sistema.



Fonte: Universal Motors (2013)

Tabela 2:Características do motores de carcaça de ferro da Universal Motors

Motor Tipo HE30	Potência		Rpm	Tn	Peso
	kW	Cv	min ⁻¹	N.m	Kg
160 M2 IE2	15	20	2940	49	132

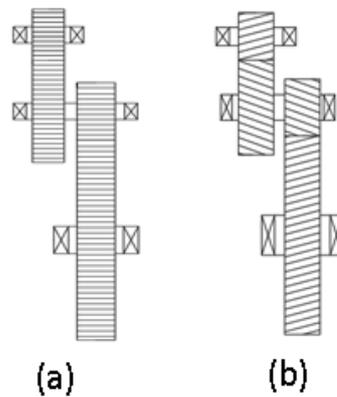
Fonte: Adaptado pelo Autor (UNIVERSAL MOTORS ,2013)

A relação de transmissão final desejada pelo projeto é de 7:1, e para o dimensionamento de todas as engrenagens iremos fixar o modulo em $m = 3$.

3.3 RELAÇÃO DE TRANSMISSÃO DOS TRENS DE ENGRENAGENS

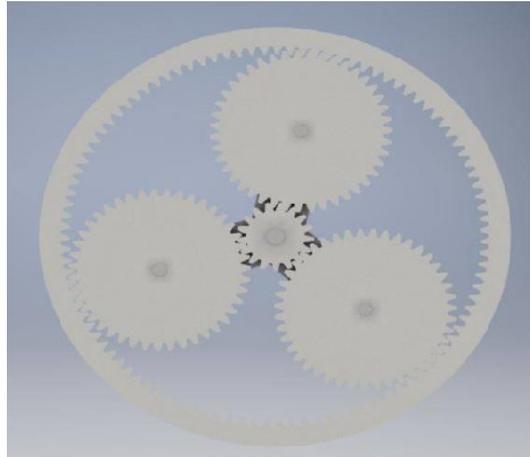
Para chegar a uma relação de transmissão final, igual ou próxima de 7:1 definiu-se que as reduções, tanto para os sistemas de engrenagens cilíndricas de dentes retos quanto para a de dentes helicoidais, serão feitas em dois estágios como mostrado no esquema preliminar, Figura 14. Já a redução do sistema planetário será realizada em apenas um estágio, Figura 15.

Figura 14:Esquema preliminar do trens de engrenagens: (a) cilíndricas de dentes retos de 2 estágios e (b) cilíndricas de dentes helicoidais de 2 estágios



Fonte: Elaborado pelo Autor (2018)

Figura 15: Esquema do trem de engrenagens planetários simples de 1 estágio com 3 planetas



Fonte: Elaborado pelo Autor (2018)

Assim as rotações e as relações de transmissões para o sistema apresentado na Figura 14, estão apresentadas na Tabela 3.

Tabela 3: Rotações e Relações de transmissão para ambos os trens de engrenagens, de dentes retos e helicoidais..

Características do Sistema	
Rotação entrada (n_1)	2940 rpm
m_{v1}	2:1
Rotação Intermediaria (n_2)	1470 rpm
m_{v2}	3,5:1
Rotação saída (n_3)	420 rpm
m_{vf} (final)	7:1

Fonte: Elaborado pelo Autor (2018)

Já para o trem planetário, Figura 15, iremos adotar a seguinte configuração, Tabela 4.

Tabela 4: Rotações e Relações de transmissão para os trens epicicloidais.

Características do Sistema	Dentes Retos	Dentes Helicoidais
	Anelar (Fixo)	0 rpm
Solar (Entrada)	2940 rpm	2940 rpm
Braço (Saída)	416,43 rpm	424,86rpm
Relação transmissão	7,06:1	6,92:1

Fonte: Elaborado pelo Autor (2018)

3.4 ESPECIFICAÇÕES DAS ENGRENAGENS

Com as características do sistema definida, o próximo passo será de definir os parâmetros geométricos e números de dentes das engrenagens de forma que atendam as relações de transmissões apresentadas na Tabela 3 e Tabela 4. A escolha do módulo normal “ m_n ”, ângulo normal “ ϕ_n ” e o ângulo de hélice “ ψ ”, foram selecionados por tentativa. De modo a se evitar interferências, os números de dentes foram determinados a partir do uso das Equações 1 e 2 para as engrenagens de dentes retos e as Equações 3 e 4 para os conjuntos helicoidais. Nos sistemas planetários além das equações agora citadas, faz-se também necessário cumprir-se as condições das Equações 18,19 e 20. As Tabelas 5 e 6 reúnem informações como: os números de dentes, módulos, ângulos das engrenagens dimensionadas.

Tabela 5: Parâmetros das engrenagens de dentes retos e engrenagens helicoidais dimensionadas.

Especificações Engrenagens				
	Dentes Retos		Dentes Helicoidais	
	1° Estagio	2° Estagio	1° Estagio	2° Estagio
Ângulo normal(ϕ_n)	20°	20°	20°	20°
Ângulo de hélice(ψ)	-	-	30°	30°
Ângulo transversal $\phi_t = \tan^{-1} \left(\frac{\tan \phi_n}{\cos \psi} \right)$	-	-	22,80°	22,80°
Módulo, m (mm)	3	3	3	3
Módulo transversal ($m_t = \frac{m}{\cos \psi}$)(mm)	-	-	3,46	3,46
Número de dentes do pinhão Z_p	25	28	15	18
Número de dentes da coroa, Z_g	50	98	30	63
Diâmetro pinhão, ($d_p = mxZ$)(mm)	75	84	51,96	62,35
Diâmetro coroa, ($d_G = mxZ$)(mm)	150	294	103,92	218,24
Redução(m_g)	2	3,5	2	3,5
Distancia de Centro, ($C = \frac{d_p+d_G}{2}$)(mm)	112,5	189	77,94	140,30

Fonte: Elaborado pelo Autor (2018)

Tabela 6: Parâmetros dos trens epicicloidais com engrenagens de dentes retos e helicoidais.

Especificações Trem Epicicloidal						
	Engrenagens Dentes Retos			Engrenagens Dentes Helicoidais		
	Solar	Planeta	Anular	Solar	Planeta	Anular
Ângulo normal(ϕ_n)	20°	20°	20°	20°	20°	20°
Ângulo de hélice(ψ)	-	-	-	30°	30°	30°
Ângulo transversal	-	-	-	22,80°	22,80°	22,80°
$\phi_t = \tan^{-1} \left(\frac{\tan \phi_n}{\cos \psi} \right)$						
Modulo, m (mm)	3	3	3	3	3	3
Modulo transversal m_t (mm)	-	-	-	3,46	3,46	3,46
Número de dentes Z_n	17	43	103	13	32	77
Diâmetro Engrenagem	51	129	309	45,03	110,85	266,74
Número Planetas N		3			3	
Redução Solar-Planeta (m_g)		2,53			2,46	
Redução Planeta-Anular (m_g)		2,40			2,41	

Fonte: Elaborado pelo Autor (2018)

Dando continuidade ao dimensionamento, as forças atuantes nas engrenagens, Tabelas 7 e 8, foram calculadas utilizando-se as equações 6,7,8,9 e 10.

Tabela 7-Forças atuantes nos engrenamentos dos trens convencionais.

	Engrenagens dentes retos		Engrenagens dentes Helicoidais	
	Estagio 1	Estagio 2	Estagio 1	Estagio 2
Força Tangencial W^t (N)	1299,22	2320,04	1875,27	3125,45
Força Radial W^r (N)	472,88	844,43	788,30	1313,82
Força axial W^a (N)	-	-	1082,69	1804,48
Força resultante W (N)	1382,60	2468,94	2304,34	3840,57

Fonte: Elaborado pelo Autor (2018)

Tabela 8: Forças atuantes nas engrenagens dos trens epicicloidais.

	Engrenagens dentes retos		Engrenagens dentes Helicoidais	
	Solar-Planeta	Planeta Anular	Solar- Planeta	Planeta-Anular
Força Tangencial W^t (N)	636,87	636,87	721,26	721,26
Força Radial W^r (N)	231,80	231,80	303,13	303,13
Força axial W^a (N)	-	-	416,42	416,42
Força resultante W (N)	677,74	677,74	866,29	866,29

Fonte: Elaborado pelo Autor (2018)

Lembrando que as forças apresentadas na Tabela 8, por se tratarem de trens planetários, estão divididas pelo número de planetas que constituem o sistema, no caso em estudo são 3. Assim as forças apresentadas representam as cargas atuantes no engrenamento entre um planeta e a solar/anular.

3.5 FATORES E TENSÕES AGMA

Conforme já mencionado, a análise das tensões das engrenagens foi baseada na metodologia AGMA, descrita em Budynas e Nisbett (2008) e introduzida nos tópicos 3.3 e 3.4 deste trabalho. Para o cálculo das tensões de Flexões e de Contato utilizou-se as equações 11 e 12 respectivamente. As equações 13 e 14 foram utilizadas para se determinar as tensões admissíveis de flexão e contato. Já os fatores modificadores de tensões apresentados anteriormente nas Figuras 6 e 7 foram retirados do livro de Budynas e Nisbett (2008). Os fatores utilizados, os resultados das Equações e os fatores de segurança do dimensionamento dos pares engrenados podem ser vistos nas Tabelas 9 a 12.

Tabela 9: Fatores modificadores de tensão AGMA para as engrenagens cilíndricas de dentes retos e helicoidais dos sistemas de reduções convencionais.

	Engrenagens dentes retos		Engrenagens dentes Helicoidais	
	1º Estagio	2º Estagio	1º Estagio	2º Estagio
Fator de Sobrecarga (K_0)	2	2	2	2
Nº de Qualidade (Q_v)	5	5	5	5
Fator Dinâmico (K_v)	1,7793	1,5868	1,6513	1,5070
Fator Geométrico (I)	0,1071	0,1250	0,1668	0,2033
Fator Geométrico (J)	0,361	0,382	0,400	0,443
Coeficientes Elásticos (C_p)	$191 \sqrt{MPa}$	$191 \sqrt{MPa}$	$191 \sqrt{MPa}$	$191 \sqrt{MPa}$
Fator de condição de superfície (C_f)	1,3	1,3	1,3	1,3
Fator de Tamanho (K_s)	1	1	1	1
Fator de distribuição de carga (K_m)	1,1629	1,1724	1,2049	1,1928
Fator de borda (K_b)	1	1	1	1
Fator de Dureza (C_H)	1	1	1	1
Fator de Confiabilidade (K_R)	1 (0,99)	1 (0,99)	1 (0,99)	1 (0,99)
Fator de Temperatura (K_T)	1	1	1	1
Nº de ciclos	10^8	10^8	10^8	10^8
Fator de Ciclagem para Tensão Y_N	0,9768	0,9768	0,9768	0,9768
Fator de Ciclagem para Tensão Z_N	0,9484	0,9484	0,9484	0,9484
Material	Aço Carbonetado e endurecido (Grau 2)			
Resistencia a flexão (S_t)	447,85 (MPa)	447,85 (Mpa)	447,85 (MPa)	447,85 (MPa)
Resistencia ao contato (S_c)	1550,25 (MPa)	1550,25 (MPa)	1550,25 (Mpa)	1550,25 (MPa)

Fonte: Elaborado pelo Autor (2018)

Tabela 10: Fatores modificadores de tensão AGMA para as engrenagens cilíndricas de dentes retos e helicoidais dos sistemas de reduções planetários.

	Engrenagens dentes retos			Engrenagens dentes helicoidais		
	Solar	Planeta	Anular	Solar	Planeta	Anular
Fator de Sobrecarga (K_0)	2	2	2	2	2	2
Nº de Qualidade (Q_v)	5	5	5	5	5	5
Fator Dinâmico (K_v)	1,6454	1,6454	1,6454	1,6073	1,6073	1,6073
Fator Geométrico (I)	0,1152	0,1152	0,2759	0,1767	0,1767	0,4645
Fator Geométrico (J)	0,312	0,378	0,451	0,392	0,572	0,492
Coefficientes Elásticos (C_p)	$191\sqrt{MPa}$	$191\sqrt{MPa}$	$191\sqrt{MPa}$	$191\sqrt{MPa}$	$191\sqrt{MPa}$	$191\sqrt{MPa}$
Fator de condição de superfície (C_f)	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3
Fator de Tamanho (K_s)	1	1	1	1	1	1
Fator de distribuição de carga (K_m)	1,1817	1,1729	1,1729	1,2162	1,1818	1,1818
Fator de borda (K_b)	1	1	1	1	1	1
Fator de Dureza (C_H)	1	1	1	1	1	1
Fator de Confiabilidade (K_R)	1 (0,99)	1 (0,99)	1 (0,99)	1 (0,99)	1 (0,99)	1 (0,99)
Fator de Temperatura (K_T)	1	1	1	1	1	1
Nº de ciclos para Tensão Y_N	3×10^8	2×10^8	3×10^8	3×10^8	2×10^8	3×10^8
Fator de Ciclagem para Tensão Y_N	0,9579	0,9648	0,9579	0,9579	0,9648	0,9579
Fator de Ciclagem para Tensão Z_N	0,9248	0,9334	0,9248	0,9248	0,9334	0,9248
Material	Aço Carbonetado e endurecido (Grau 2)					
Resistencia a flexão (S_e)	447,85 (MPa)					
Resistencia ao contato (S_c)	1550,25 (MPa)					

Fonte: Elaborado pelo Autor (2018)

Tabela 11: Valores das tensões AGMA e coeficientes de segurança para as engrenagens cilíndricas de dentes retos e dentes helicoidais dos sistemas de redução composto.

	Engrenagens dentes retos		Engrenagens dentes helicoidais	
	1º Estagio	2º Estagio	1º Estagio	2º Estagio
Tensão de flexão (σ_f) [Mpa]	165,945	209,251	141,730	192,680
Tensão de flexão admissível ($\sigma_{f,all}$) [Mpa]	437,450	437,450	437,450	437,450
Coeficiente de segurança para flexão	2,64	2,09	3,09	2,27
Tensão de contato (σ_c) [Mpa]	1028,515	1040,783	1036,482	1051,801
Tensão de contato admissível ($\sigma_{c,all}$) [Mpa]	1470,314	1470,314	1470,314	1470,314
Coeficiente de segurança para o contato	1,43	1,41	1,42	1,40

Fonte: Elaborado pelo Autor (2018)

Tabela 12: Valores das tensões AGMA e coeficientes de segurança para as engrenagens cilíndricas de dentes retos e dentes helicoidais dos sistemas de redução planetário.

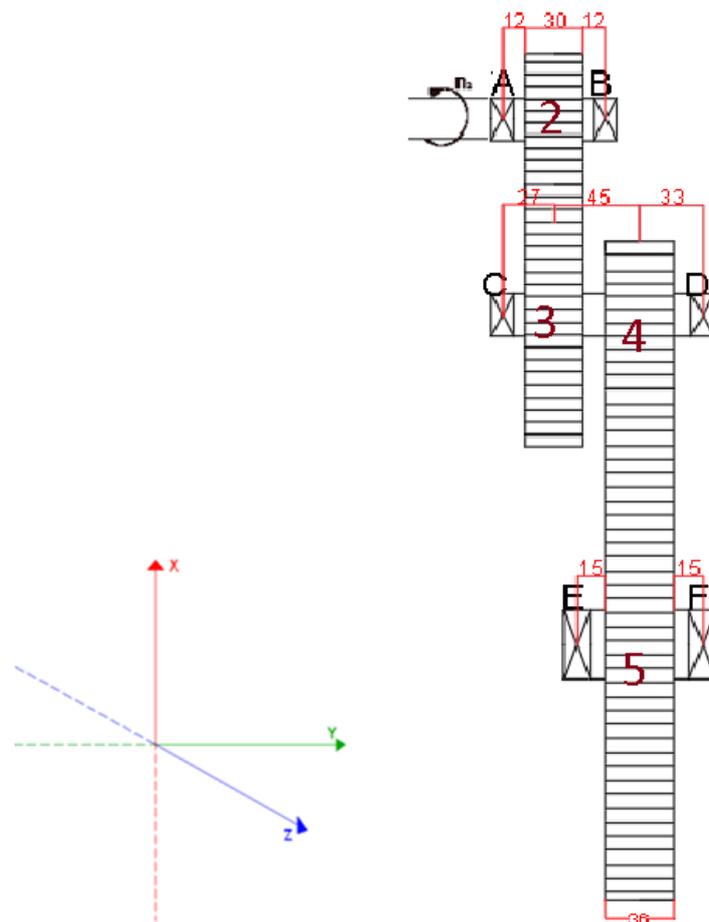
	Engrenagens dentes retos			Engrenagens dentes helicoidais		
	Solar	Planeta	Anular	Solar	Planeta	Anular
Tensão de flexão (σ_f) [Mpa]	88,203	72,259	60,563	54,646	36,391	42,308
Tensão de flex admissível ($\sigma_{f,all}$) [Mpa]	428,978	432,086	428,978	428,978	432,086	428,978
Coeficiente de segurança para flexão	4,86	5,98	7,08	7,85	11,87	10,14
Tensão de contato (σ_c) [Mpa]	816,466	511,447	213,517	664,962	417,798	166,135
Tensão de contato admissível ($\sigma_{f,all}$) [Mpa]	1433,859	1447,600	1433,628	1433,859	1447,600	1433,628
Coeficiente de segurança para o contato	1,76	2,83	6,71	2,16	3,46	8,63

Fonte: Elaborado pelo Autor (2018)

3.6 DESENHO DAS DISPOSIÇÕES DOS EIXOS

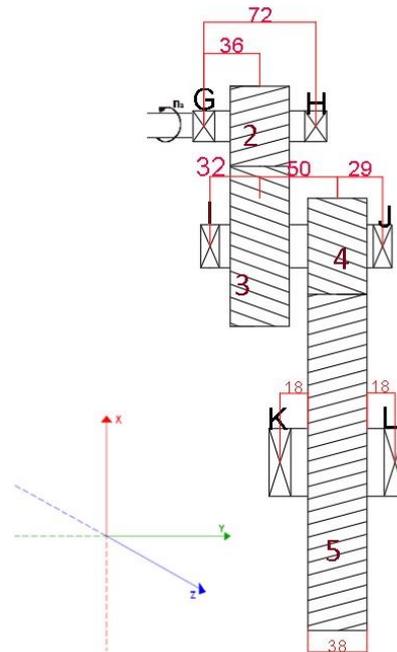
Como todas as dimensões das engrenagens já são conhecidas, o próximo passo é o de dimensionamento dos eixos dos conjuntos, onde as larguras nos mancais são pré-fixadas para que se faça os cálculos das reações nos apoios. As Figuras 16 e 17 mostram a montagem dos sistemas de reduções compostos, engrenagens e eixos, considerando as dimensões axiais dos eixos, que serão utilizadas como base para os cálculos a serem realizados. O sentido de rotação de entrada do sistema também está especificado.

Figura 16: Disposições dos eixos redutor de engrenagens de dentes retos. Dimensões em milímetro.



Fonte: Elaborado pelo Autor (2018)

Figura 17: Disposições dos eixos redutor de engrenagens de dentes helicoidais. Dimensões em milímetros



Fonte: Elaborado pelo Autor (2018)

Como os sistemas epicicloides apresentam uma certa complexidade e particularidades em suas montagens, a visualização da sua montagem como foi feito para os casos dos trens compostos convencionais, Figura 16 e Figura 17, se torna difícil e por isso não será apresentada.

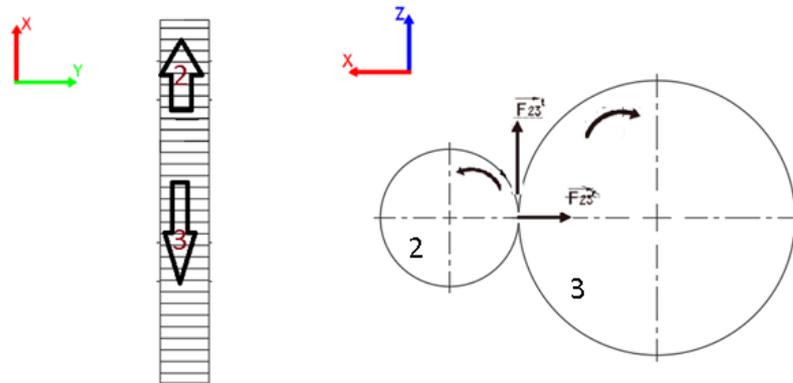
3.7 ANÁLISE DAS FORÇAS

Como os diâmetros das engrenagens, as localizações axiais dos componentes dos conjuntos e as cargas transmitidas pelas engrenagens já foram especificados, os diagramas de corpo livre, de força cortante e momento fletor para os eixos podem ser feitos. Os diagramas de forças cortantes e momentos fletores são obtidos em dois planos e depois somados como vetores nos pontos de interesse.

As Figuras 18 a 23, mostram os sentidos de rotação das engrenagens, que serão considerados para análise das forças como forma de vetores. Analisando-se separadamente os conjuntos tem-se:

- **Primeiro par dentes retos:** Vetores da engrenagem 2 atuando em 3 e de 3 atuando em 2, respectivamente, \vec{F}_{23r} e \vec{F}_{32r} , Figura 18.

Figura 18: Vetores, 2 em 3, primeiro par dentes retos.



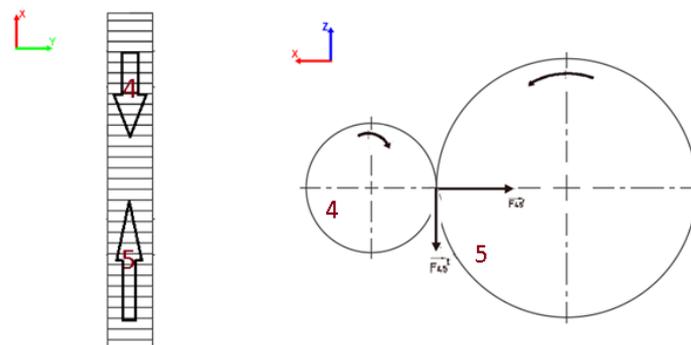
Fonte: Elaborado pelo Autor (2018)

A partir das forças encontradas anteriormente, Tabela 7, para o sistema de dentes retos, $w_{23}^t = F_{23r}^t = 1299,22 \text{ N}$, $w_{23}^r = F_{23r}^r = 472,88 \text{ N}$, assim analisando os sentidos das forças na Figura 18 obtém-se os seguintes vetores:

$$\vec{F}_{23r} = \begin{bmatrix} -472,88 \\ 0 \\ 1299,22 \end{bmatrix} \text{ N}; \quad \vec{F}_{32r} = \begin{bmatrix} 472,88 \\ 0 \\ -1299,22 \end{bmatrix} \text{ N}$$

- **Segundo par dentes retos:** Vetores da engrenagem 4 atuando em 5 e de 5 atuando em 4, respectivamente, \vec{F}_{45r} e \vec{F}_{54r} , Figura 19.

Figura 19: Vetores, 4 em 5, segundo par dentes retos.



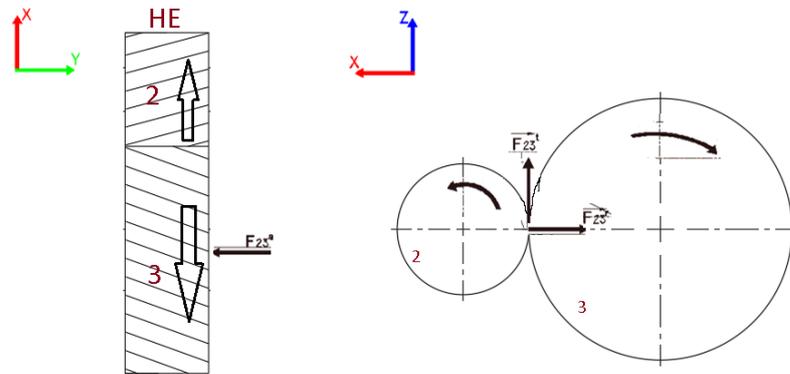
Fonte: Elaborado pelo Autor (2018)

A partir das forças encontradas anteriormente, Tabela 7, para o sistema de dentes retos, $w_{45}^t = F_{45r}^t = 2320,04 N$, $w_{45}^r = F_{45r}^r = 844,43N$, analisando os sentidos das forças obtém-se os seguintes vetores:

$$\vec{F}_{45r} = \begin{vmatrix} -844,43 \\ 0 \\ -2320,04 \end{vmatrix} N; \quad \vec{F}_{54r} = \begin{vmatrix} 844,43 \\ 10 \\ 2320,04 \end{vmatrix} N$$

• **Primeiro par de dentes Helicoidais:** Vetores da engrenagem 2 atuando em 3 e de 3 atuando em 2, respectivamente, \vec{F}_{23h} e \vec{F}_{32h} , Figura 20.

Figura 20: Vetores, 2 em 3, primeiro par dentes helicoidais ,hélice esquerda.



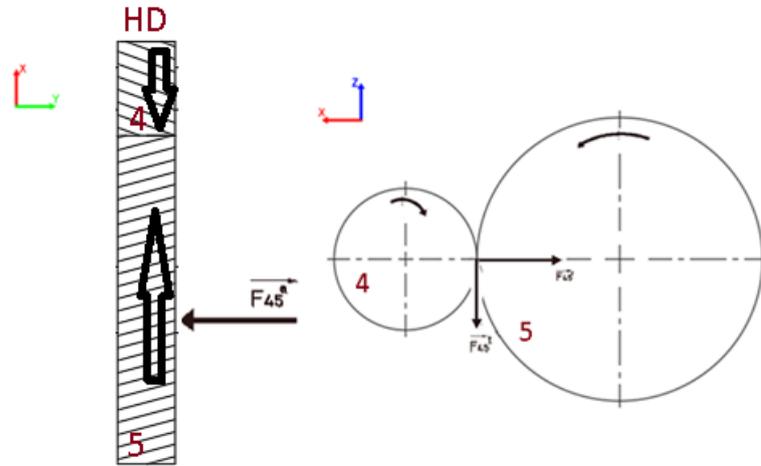
Fonte: Elaborado pelo Autor (2018)

A partir das forças encontradas anteriormente, Tabela 7, para o sistema de dentes helicoidais, $w_{23}^t = F_{23h}^t = 1875,27 N$, $w_{23}^r = F_{23h}^r = 788,30 N$, $w_{23}^a = F_{23h}^a = 1082,69 kN$, assim analisando os sentidos das forças na Figura 18 obtém-se os seguintes vetores:

$$\vec{F}_{23h} = \begin{vmatrix} -788,30 \\ -1082,69 \\ 1875,27 \end{vmatrix} N; \quad \vec{F}_{32h} = \begin{vmatrix} 788,30 \\ 1082,69 \\ -1875,27 \end{vmatrix} N$$

• **Segundo par dentes helicoidais:** Vetores da engrenagem 4 atuando em 5 e de 5 atuando em 4, respectivamente, \vec{F}_{45h} e \vec{F}_{54h} , Figura 21.

Figura 21: Vetores, 4 em 5, segundo par dentes helicoidais.



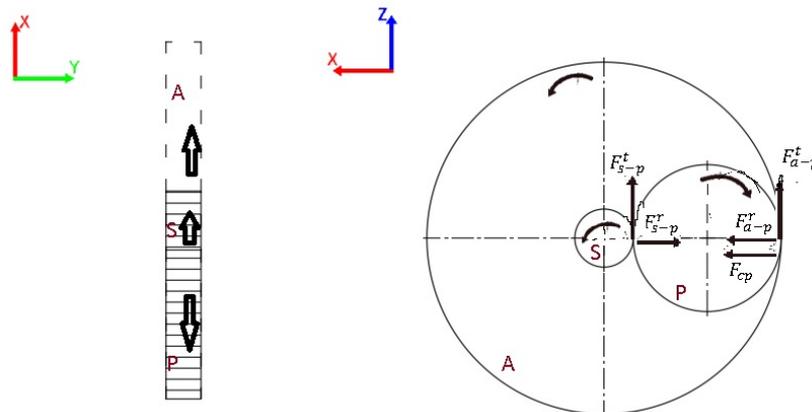
Fonte: Elaborado pelo Autor (2018)

A partir das forças encontradas anteriormente, Tabela 7, para o sistema de dentes helicoidais, $w_{45}^t = F_{45h}^t = 3125,45 \text{ N}$, $w_{45}^r = F_{45h}^r = 1313,82 \text{ N}$, $w_{45}^a = F_{45h}^a = 1804,48 \text{ kN}$, assim analisando os sentidos das forças na Figura 18 obtém-se os seguintes vetores:

$$\vec{F}_{45h} = \begin{bmatrix} -1313,82 \\ -1804,48 \\ -3125,45 \end{bmatrix} \text{ N}; \quad \vec{F}_{54h} = \begin{bmatrix} 1313,82 \\ 1804,48 \\ 3125,45 \end{bmatrix} \text{ N}$$

- **Conjunto Planetário de dentes retos:** Vetores das engrenagens solar, anular e força centrípeta atuando no planeta, $F_{s1-p1}^t, F_{s1-p1}^r, F_{a1-p1}^t, F_{a1-p1}^r, F_{cp1}$, Figura 22.

Figura 22: Vetores das reações das engrenagens solar e anular na engrenagem planeta, engrenagens de dentes retos.



Fonte: Elaborado pelo Autor (2018)

A partir das forças encontradas anteriormente, Tabela 8, para o sistema planetario de dentes retos, $w_{s-p}^t = F_{s1-p1}^t = 636,87 N$, $w_{s-p}^r = F_{s1-p1}^r = 231,80N$, $w_{a1-p1}^t = F_{a1-p1}^t = 636,87 N$, $w_{a-p}^r = F_{a1-p1}^r = 231,80 N$, assim analisando os sentidos das forças na Figura 22 obtém-se os seguintes vetores:

$$\vec{F}_{s1-p1} = \begin{vmatrix} -231,80 \\ 0 \\ 636,87 \end{vmatrix} N; \quad \vec{F}_{a1-p1} = \begin{vmatrix} 231,80 \\ 0 \\ 636,87 \end{vmatrix} N$$

Para determinação da carga atuante no eixo do planeta, observa-se pelo diagrama da figura 22, que as forças radiais se anulam e as forças tangencias somam-se. É necessário também o cálculo da Força Centrípeta (F_{cp}) através da Equação 22.

$$F_{cp1} = m \times w^2 \times \frac{(d_s+d_p)}{2} \quad 22$$

Onde:

m , massa em kg

w , velocidade de rotação do suporte, em rad/s.

A massa pode ser obtida fazendo-se uma aproximação do elemento para um cilindro e aplicando sua equação característica de volume e densidade, considerando a densidade do aço 7850 kg/m³, temos:

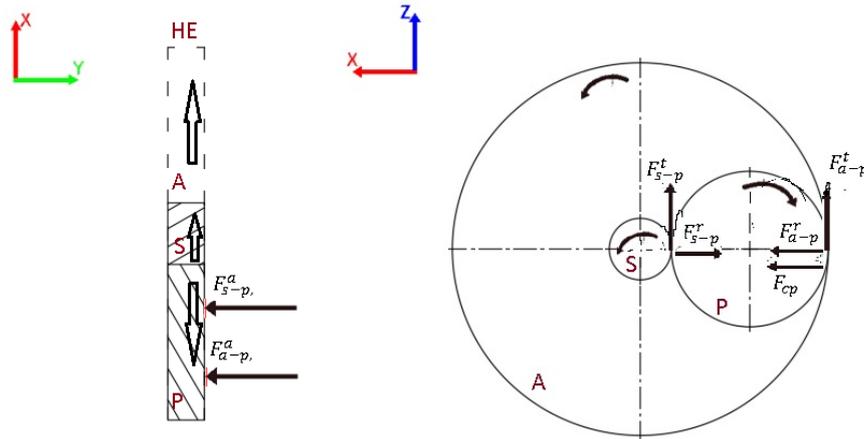
$$F_{cp1} = \left(\pi \times \left(\frac{d_p}{2} \right)^2 \times h \times \rho \right) \times w^2 \times \frac{(d_s+d_p)}{2} = 527,43 N$$

Assim a Força F resultante do planeta que atua no seu eixo é:

$$\vec{F}_{p1} = \begin{vmatrix} 527,43 \\ 0 \\ 1273,74 \end{vmatrix} N$$

- **Conjunto Planetário de dentes Helicoidais:** Vetores das engrenagens solar, anular e força centrípeta atuando no planeta, $F_{s2-p2}^t, F_{s2-p2}^r, F_{s2-p2}^a, F_{a2-p2}^t, F_{a2-p2}^r, F_{a2-p2}^a, F_{cp2}$, Figura 23.

Figura 23: Vetores das reações das engrenagens solar e anular na engrenagem planeta, engrenagens de dentes helicoidais



Fonte: Elaborado pelo Autor (2018)

A partir das forças encontradas anteriormente, Tabela 8, para o sistema planetario de dentes helicoidais, $w_{s-p}^t = F_{s2-p2}^t = 721,26 N$, $w_{s-p}^r = F_{s2-p2}^r = 303,13 N$, $w_{s-p}^a = F_{s2-p2}^a = 416,42 N$, $w_{a-p}^t = F_{a2-p2}^t = 721,26 N$, $w_{a-p}^r = F_{a2-p2}^r = 303,13 N$, $w_{a-p}^a = F_{a2-p2}^a = 416,42$, assim analisando os sentidos das forças na Figura 22 obtém-se os seguintes vetores:

$$\vec{F}_{s2-p2} = \begin{vmatrix} -303,13 \\ -416,42 \\ 721,26 \end{vmatrix} N; \quad \vec{F}_{a2-p2} = \begin{vmatrix} 303,13 \\ -416,42 \\ 721,26 \end{vmatrix} N$$

Da mesma forma que no caso para os dentes retos, na determinação da carga atuante no eixo do planeta, as forças radiais se anulam e as forças tangenciais somam-se, porém como trata-se de engrenagens helicoidais existe a presença das forças axiais, que também se somam por possuírem mesmo sentido, ver Figura 23. É necessário que também se calcule a Força Centrípeta (F_{cp}), utilizando-se a Equação 22. Assim temos uma força centrípeta F_{cp} e a resultante F como:

$$F_{cp2} = \left(\pi x \left(\frac{d_p}{2} \right)^2 x h x \rho \right) x w^2 x \frac{(d_s + d_p)}{2} = 583,77 \text{ N}$$

$$\vec{F}_{p2} = \begin{vmatrix} 583,77 \\ -832,84 \\ 1442,52 \end{vmatrix} N$$

3.7.1 Eixo 1- Eixo de Entrada Conjunto Engrenagens Dentes Retos

As forças que atuam sobre o eixo 1 (entrada) são:

$$\vec{F}_{32r} = \begin{vmatrix} 472,88 \\ 0 \\ -1299,22 \end{vmatrix} N$$

Assim os vetores de reação dos apoios serão:

$$\vec{F}_A = \begin{vmatrix} F_A^x \\ 0 \\ F_A^z \end{vmatrix} N; \quad \vec{F}_B = \begin{vmatrix} F_B^x \\ 0 \\ F_B^z \end{vmatrix} N$$

Fazendo o somatório de momentos no mancal “A”, tem-se:

$$\vec{F}_B = \begin{vmatrix} -236,44 \\ 0 \\ 649,61 \end{vmatrix} N; \quad \vec{T}_1 = \begin{vmatrix} 0 \\ -48,72 \\ 0 \end{vmatrix} Nm$$

Assim, pelo somatório de forças, tem-se:

$$\vec{F}_A = \begin{vmatrix} -236,44 \\ 0 \\ 649,61 \end{vmatrix} N$$

O Apêndice A apresenta os diagramas de corpo livre com os gráficos de força cortante e momento, no plano XY e ZY.

3.7.2 Eixo 2- Eixo Intermediário Conjunto Engrenagens Dentes Retos

As forças que atuam sobre o eixo 2 (Intermediário) são:

$$\vec{F}_{23r} = \begin{vmatrix} -472,88 \\ 0 \\ 1299,22 \end{vmatrix} N \text{ e } \vec{F}_{54r} = \begin{vmatrix} 844,43 \\ 0 \\ 2320,04 \end{vmatrix} N$$

Assim os vetores de reação dos apoios serão:

$$\vec{F}_C = \begin{vmatrix} F_C^x \\ 0 \\ F_C^z \end{vmatrix} N; \quad \vec{F}_D = \begin{vmatrix} F_D^x \\ 0 \\ F_D^z \end{vmatrix} N$$

Fazendo o somatório de momentos no mancal “C”, tem-se:

$$\vec{F}_D = \begin{vmatrix} -457,44 \\ 0 \\ -1924,97 \end{vmatrix} N; \quad \vec{T}_2 = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} Nm$$

Assim, pelo somatório de forças, tem-se:

$$\vec{F}_C = \begin{vmatrix} 85,89 \\ 0 \\ -1694,29 \end{vmatrix} N$$

O Apêndice B apresenta os diagramas de corpo livre com os gráficos de força cortante e momento, no plano XY e ZY.

3.7.3 Eixo 3- Eixo De Saída Conjunto Engrenagens Dentes Retos

As forças que atuam sobre o eixo 3 (Saída) são:

$$\vec{F}_{45r} = \begin{vmatrix} -844,43 \\ 0 \\ -2320,04 \end{vmatrix} N$$

Assim os vetores de reação dos apoios serão:

$$\vec{F}_E = \begin{vmatrix} F_E^x \\ 0 \\ F_E^z \end{vmatrix} N; \quad \vec{F}_F = \begin{vmatrix} F_F^x \\ 0 \\ F_F^z \end{vmatrix} N$$

Fazendo o somatório de momentos no mancal “E”, tem-se:

$$\vec{F}_F = \begin{vmatrix} 422,22 \\ 0 \\ 1160,02 \end{vmatrix} N; \vec{T}_3 = \begin{vmatrix} 0 \\ 341,05 \\ 0 \end{vmatrix} Nm$$

Assim, pelo somatório de forças, tem-se:

$$\vec{F}_E = \begin{vmatrix} 422,22 \\ 0 \\ 1160,02 \end{vmatrix} N$$

O Apêndice C apresenta os diagramas de corpo livre com os gráficos de força cortante e momento, no plano XY e ZY.

3.7.4 Eixo 4 – Eixo de Entrada Conjunto Engrenagens Dentes Helicoidais

As forças que atuam sobre o eixo 4 (Entrada) são:

$$\vec{F}_{32h} = \begin{vmatrix} 788,30 \\ 1082,69 \\ -1875,27 \end{vmatrix} N;$$

Assim os vetores de reação dos apoios serão:

$$\vec{F}_G = \begin{vmatrix} F_G^x \\ 0 \\ F_G^z \end{vmatrix} N; \vec{F}_H = \begin{vmatrix} F_H^x \\ F_H^y \\ F_H^z \end{vmatrix} N$$

Fazendo o somatório de momentos no mancal “H”, que estará suportando carga axial, tem-se:

$$\vec{F}_G = \begin{vmatrix} -784,84 \\ 0 \\ 937,64 \end{vmatrix} N; \vec{T}_4 = \begin{vmatrix} 0 \\ -48,72 \\ 0 \end{vmatrix} Nm$$

Assim, pelo somatório de forças, tem-se:

$$\vec{F}_H = \begin{vmatrix} -3,46 \\ 1082,69 \\ 937,64 \end{vmatrix} N$$

O Apêndice D apresenta os diagramas de corpo livre com os gráficos de força cortante e momento, no plano XY e ZY.

3.7.5 Eixo 5- Eixo Intermediário do Conjunto de Engrenagens Dentes Helicoidais

As forças que atuam sobre o eixo 5(Intermediário) são:

$$\vec{F}_{23h} = \begin{vmatrix} -788,30 \\ -1082,69 \\ 1875,27 \end{vmatrix} N \text{ e } \vec{F}_{54h} = \begin{vmatrix} 1313,82 \\ 1804,48 \\ 3125,45 \end{vmatrix} N:$$

Assim os vetores de reação dos apoios serão:

$$\vec{F}_I = \begin{vmatrix} F_I^x \\ 0 \\ F_I^z \end{vmatrix} N; \vec{F}_J = \begin{vmatrix} F_J^x \\ F_J^y \\ F_J^z \end{vmatrix} N$$

Fazendo o somatório de momentos no mancal “J”, que estará suportando carga axial, tem-se:

$$\vec{F}_I = \begin{vmatrix} -795,90 \\ 0 \\ -2151,21 \end{vmatrix} kN; \vec{T}_5 = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} Nm$$

Assim, pelo somatório de forças, tem-se:

$$\vec{F}_J = \begin{vmatrix} 270,38 \\ 721,79 \\ -2849,51 \end{vmatrix} N$$

O Apêndice E apresentam os diagramas de corpo livre com os gráficos de força cortante e momento, no plano XY e ZY.

3.7.6 Eixo 6- Eixo de Saída do Conjunto de Engrenagens Dentes Helicoidais

As forças que atuam sobre o eixo 6 (Saída) são:

$$\vec{F}_{45h} = \begin{vmatrix} -1313,82 \\ -1804,48 \\ -3125,45 \end{vmatrix} N$$

Assim os vetores de reação dos apoios serão:

$$\vec{F}_K = \begin{vmatrix} F_K^x \\ F_K^y \\ F_K^z \end{vmatrix} N; \quad \vec{F}_L = \begin{vmatrix} F_L^x \\ 0 \\ F_L^z \end{vmatrix} N$$

Fazendo o somatório de momentos no mancal “K”, que estará suportando carga axial, tem-se:

$$\vec{F}_L = \begin{vmatrix} 3317.72 \\ 0 \\ 1562.73 \end{vmatrix} N; \quad \vec{T}_6 = \begin{vmatrix} 0 \\ 341,05 \\ 0 \end{vmatrix} Nm$$

Assim, pelo somatório de forças, tem-se:

$$\vec{F}_L = \begin{vmatrix} -2003.90 \\ 0 \\ 1562.73 \end{vmatrix} N$$

O Apêndice F apresenta os diagramas de corpo livre com os gráficos de força cortante e momento, no plano XY e ZY.

3.7.7 Eixo 7 -Eixo da Engrenagem Solar Do Conjunto De Engrenagens Planetárias De Dentes Retos

Como as forças radiais ao qual o sol está submetido são anuladas, o eixo em questão recebe apenas carga tangencial, que neste caso será a soma das forças tangenciais dos planetas que compõem o sistema. A força que o planeta exerce na solar será igual F_{s1-p1}^t mas com direções opostas. Como o sistema em questão apresenta 3 planetas a Força Resultante que atua no eixo da solar será:

$$\vec{F}_1 = 3x \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ -636,87 \end{vmatrix} N$$

Assim os vetores de reação dos apoios serão:

$$\vec{F}_O = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ F_O^Z \end{vmatrix} N; \quad \vec{F}_P = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ F_P^Z \end{vmatrix} N$$

Fazendo o somatório de momentos no mancal “O, tem-se:

$$\vec{F}_P = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 955,31 \end{vmatrix} N; \quad \vec{T}_7 = \begin{vmatrix} 0 \\ 48,72 \\ 0 \end{vmatrix} Nm$$

Assim, pelo somatório de forças, tem-se:

$$\vec{F}_O = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 955,31 \end{vmatrix} N$$

O Apêndice G apresenta o diagrama de corpo livre com o gráfico de força cortante e momento, no plano ZY.

3.7.8 Eixo 8 - Eixo da Engrenagem Planeta Do Conjunto De Engrenagens Planetárias De Dentes Retos

A Força F_{p1}^{\rightarrow} resultante do planeta que atua no eixo 8 já foi calculada anteriormente e é:

$$F_{p1}^{\rightarrow} = \begin{vmatrix} 527,43 \\ 0 \\ 1273,74 \end{vmatrix} N$$

Considerando um eixo com 55 mm de comprimento, onde a engrenagem planeta encontrasse montada no centro do mesmo, entre os mancais, tem-se os vetores de reação dos apoios como:

$$\vec{F}_Q = \begin{vmatrix} F_Q^X \\ 0 \\ F_Q^Z \end{vmatrix} N; \vec{F}_R = \begin{vmatrix} F_R^X \\ 0 \\ F_R^Z \end{vmatrix} N$$

Fazendo o somatório de momentos no mancal “Q”, tem-se:

$$\vec{F}_R = \begin{vmatrix} -263,72 \\ 0 \\ -636,87 \end{vmatrix} N; \vec{T}_8 = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} Nm$$

Assim, pelo somatório de forças, tem-se:

$$\vec{F}_R = \begin{vmatrix} -263,72 \\ 0 \\ -636,87 \end{vmatrix} N$$

O s Apêndices G e H apresenta m os diagramas de corpo livre com os gráficos de força cortante e momento, no plano XY e ZY.

3.7.9 Eixo 9- Eixo do Suporte das Engrenagens Planeta Do Conjunto De Engrenagens Planetárias De Dentes Retos

Como as forças nesse esse eixo se anulam, para o dimensionamento do mesmo irá se considerar que o mesmo só está submetido ao torque, excluindo a necessidade de se fazer análise das forças.

3.7.10 Eixo 10- Eixo da Engrenagem Solar Do Conjunto De Engrenagens Planetárias De Dentes Helicoidais

A análise das reações no eixo da Engrenagem Solar do sistema planetário com engrenagens de dentes helicoidais, difere da do sistema planetário com dentes retos, pois existe a presença da força axial. Assim para a análise das reações nos eixos considera-se a força axial e o momento causado pela mesma no eixo. A resultante atuante no solar será a soma das forças axiais e tangencias dos planetas ($F_{p2-s2}^t = F_{s2-p2}^t$ e $F_{p2-s2}^a = -F_{s2-p2}^a$). Assim a força resultante atuante no eixo da solar será:

$$\vec{F}_2 = 3x \begin{vmatrix} 0 \\ 416,42 \\ -721,26 \end{vmatrix} N$$

Assim os vetores de reação dos apoios serão:

$$\vec{F}_S = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ F_S^Z \end{vmatrix} N; \quad \vec{F}_T = \begin{vmatrix} 0 \\ F_T^Y \\ F_T^Z \end{vmatrix} N$$

Fazendo o somatório de momentos no mancal “T” que irá suportar a carga axial, tem-se:

$$\vec{F}_S = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1081,89 \end{vmatrix} N; \quad \vec{T}_{10} = \begin{vmatrix} 0 \\ 48,72 \\ 0 \end{vmatrix} Nm$$

Assim, pelo somatório de forças, tem-se:

$$\vec{F}_T = \begin{vmatrix} 0 \\ 1249.26 \\ 1081.89 \end{vmatrix} N$$

O Apêndice H apresenta o diagrama de corpo livre com o gráfico de força cortante e momento, no plano ZY.

3.7.11 Eixo 11- Eixo da Engrenagem Planeta Do Conjunto De Engrenagens Planetárias De Dentes Helicoidais

A Força F resultante do planeta que atua no eixo já foi calculada anteriormente e é:

$$F_{p2}^{\rightarrow} = \begin{vmatrix} 583,77 \\ -832,84 \\ 1442,52 \end{vmatrix} N$$

Considerando um eixo com 60 mm de comprimento, onde a engrenagem planeta encontrasse montada no centro do mesmo, entre os mancais, tem-se os vetores de reação dos apoios como:

$$\vec{F}_U = \begin{vmatrix} F_U^X \\ F_U^Y \\ F_U^Z \end{vmatrix} N; \vec{F}_V = \begin{vmatrix} F_V^X \\ 0 \\ F_V^Z \end{vmatrix} N$$

Fazendo o somatório de momentos no mancal “U”, que suportará a força axial tem-se:

$$\vec{F}_R = \begin{vmatrix} 477,45 \\ 0 \\ -721.26 \end{vmatrix} N; \vec{T}_{11} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} Nm$$

Assim, pelo somatório de forças, tem-se:

$$\vec{F}_U = \begin{vmatrix} -1061,22 \\ -832.84 \\ -721.26 \end{vmatrix} N$$

Os Apêndices I e J apresentam os diagramas de corpo livre com os gráficos de força cortante e momento, no plano XY e ZY.

3.7.12 Eixo 12- Eixo do Suporte das Engrenagens Planetas Do Conjunto De Engrenagens Planetárias De Dentes Helicoidais

De maneira análoga a análise do eixo da engrenagem do suporte dos planetas de dentes retos, esse eixo só está submetido ao torque, excluindo a necessidade de se fazer análise das forças.

3.8 Dimensionamento do Eixo pelo Critério Estático

Os Diâmetros mínimos dos eixos serão obtidos a partir do critério estático pela tensão máxima de cisalhamento do eixo, Equação 23. Sabe-se que a utilização dos critérios de Fadiga é um procedimento essencial para a complementação da determinação dos diâmetros dos eixos, mas como o dimensionamento dos mesmos não é o foco principal desse estudo, esses critérios não foram utilizados.

$$d_e = \left(\frac{32 \cdot n}{\pi \cdot S_y} \sqrt{4M^2 + 3T^2} \right)^{1/3} \quad (23)$$

Onde:

n , é o fator de segurança;

S_y , é o limite de resistência ao escoamento;

M , é o momento resultante no eixo;

T , é o Torque no eixo.

A Tabela 14 reúne os resultados dos diâmetros para os eixos a partir da Equação 23. Para os cálculos dos diâmetros foi considerado arbitrariamente um fator de segurança de valor 3, pois não se encontrou nenhuma norma que auxiliasse ou indicasse um valor aceitável para esta aplicação. O material do eixo selecionado: aço AISI 1015 estirado a frio que possui uma $S_y = 320 \text{ MPa}$.

Os momentos resultantes foram calculados a partir dos momentos apresentados nos Anexos 1 a 17 e podem ser vistos na Tabela 13.

Tabela 13: Momentos e Torques Resultantes atuantes nos eixos.

	Momento (M) (Nm)	Torque (T) (Nm)
Eixo 1	18,66	48,72
Eixo 2	65,30	0
Eixo 3	40,74	341,05
Eixo 4	44,01	48,72
Eixo 5	95,78	0
Eixo 6	135,70	341,05
Eixo 7	28,66	48,72
Eixo 8	18,95	0
Eixo 9	0	343,97
Eixo 10	42,95	48,72
Eixo 11	21,64	0
Eixo 12	0	337,14

Fonte: Elaborado pelo Autor (2018)

Tabela 14: Valores dos Diâmetros calculados pelo critério estático e Comprimentos selecionados para os eixos.

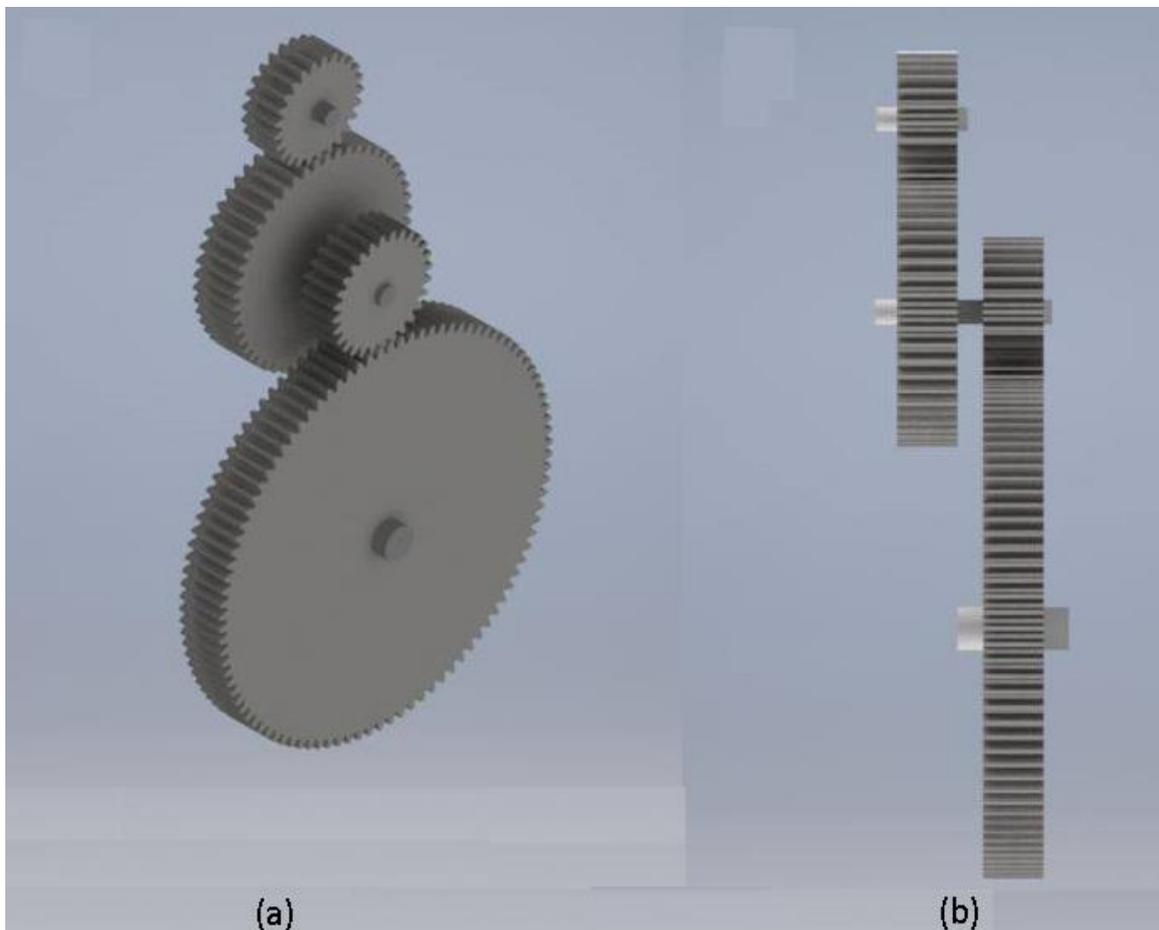
	Diâmetro (mm)	Comprimento (mm)
Eixo 1	20,65	54
Eixo 2	23,19	105
Eixo 3	38,47	66
Eixo 4	22,67	72
Eixo 5	26,35	111
Eixo 6	39,60	74
Eixo 7	21,36	60
Eixo 8	15,35	55
Eixo 9	38,46	-
Eixo 10	22,57	60
Eixo 11	16,05	60
Eixo 12	38,20	-

Fonte: Elaborado pelo Autor (2018)

3.9 RESULTADOS

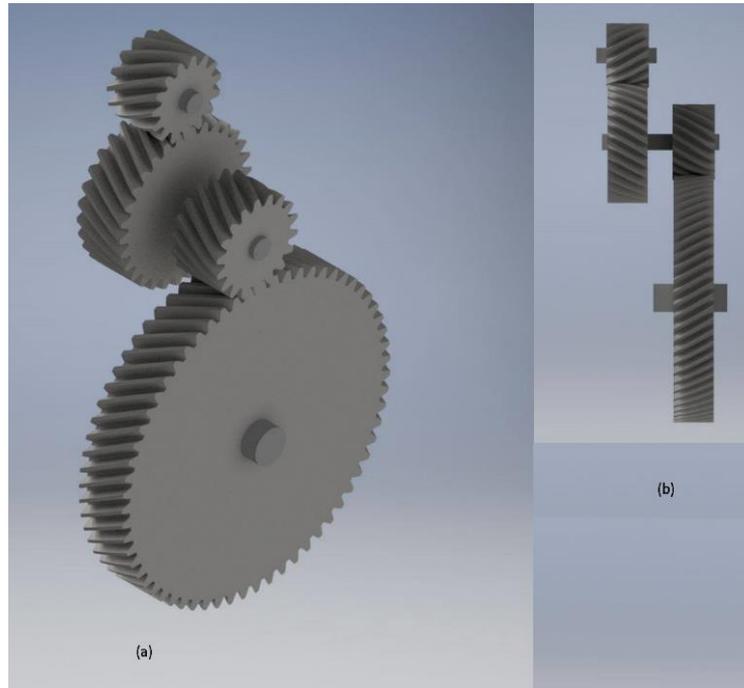
Afim de se ter uma melhor visualização dos elementos dimensionados, o Autor fez uso do software Autodesk Inventor 2019 para a criação dos desenhos das engrenagens e eixos que compõem os redutores dimensionados, pois esse software apresenta a ferramenta “Gear Accelerator” que facilita o design das engrenagens, já que ela o realiza de forma automática a partir da entrada de dados como módulos e número de dentes. Esses desenhos podem ser visualizados da Figura 24 a Figura 27.

Figura 24: Redutor de velocidade composto de engrenagens de dentes retos : (a) vista isométrica do plano XYZ e (b) vista do plano XY



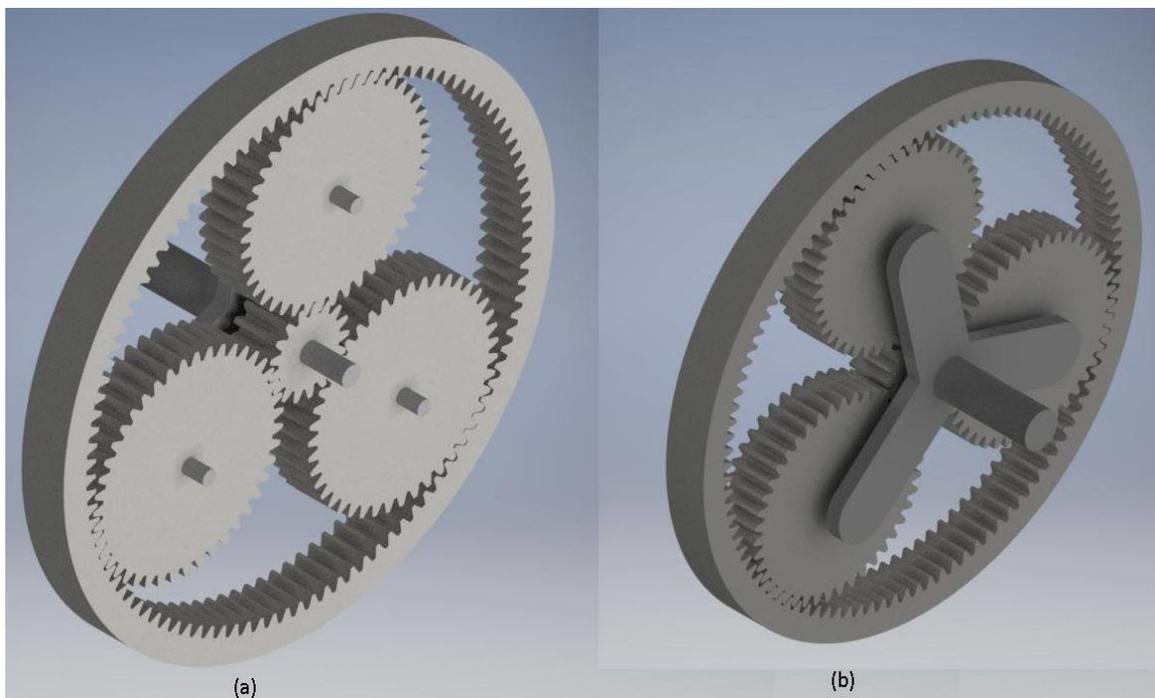
Fonte: Elaborado pelo Autor (2018)

Figura 25: Redutor de velocidade composto de engrenagens de dentes helicoidais : (a) vista isométrica do plano XYZ e (b) vista do plano XY



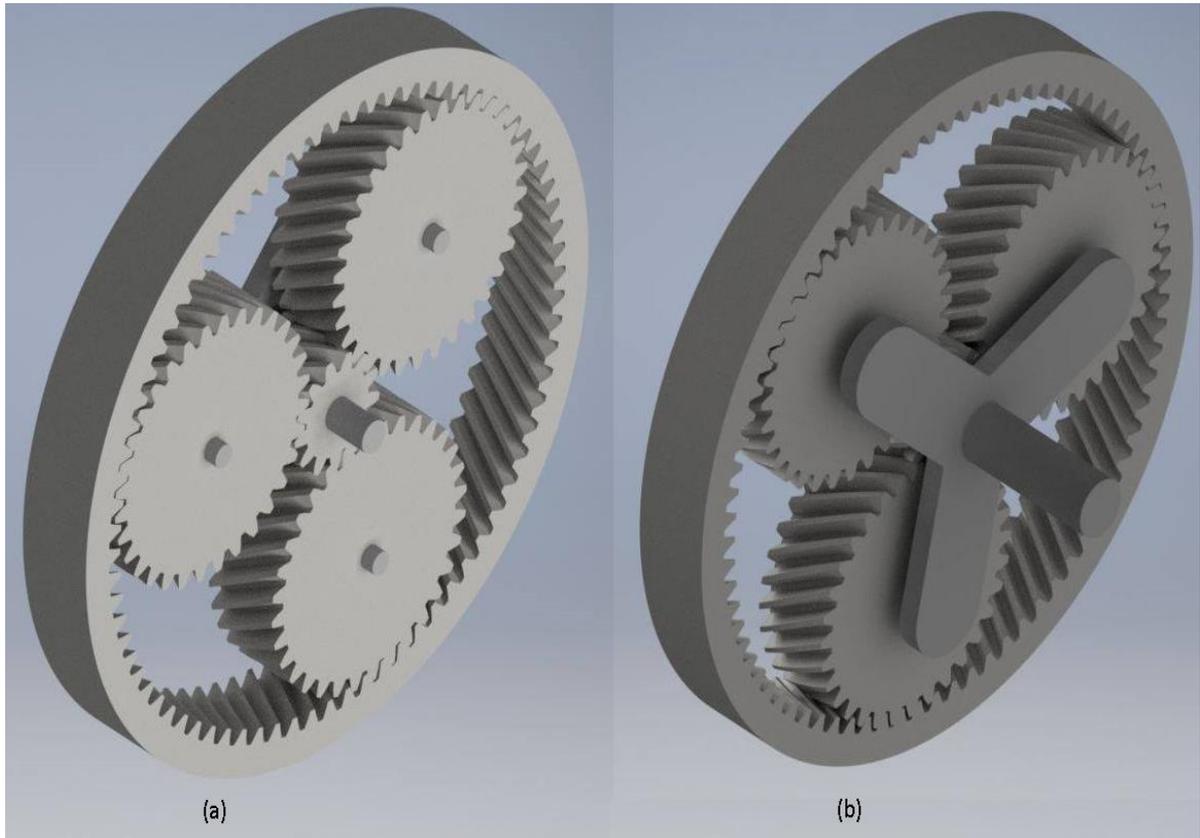
Fonte: Elaborado pelo Autor (2018)

Figura 26: Redutor de velocidade planetário de engrenagens cilíndricas de dentes retos : (a) vista frente, entrada do sistema e (b) vista costas, saída do sistema.



Fonte: Elaborado pelo Autor (2018)

Figura 27: Redutor de velocidade planetário de engrenagens cilíndricas de dentes helicoidais : (a) vista frente, entrada do sistema e (b) vista costas, saída do sistema.



Fonte: Elaborado pelo Autor (2018)

Para uma melhor apresentação final dos resultados, as Tabelas 15 e 16 apresentam os principais dados dos sistemas dimensionados, como diâmetros, número de dentes, largura de face, módulo, volume e massa de cada engrenagem, e massa total do sistema, ou seja, a soma de todos elementos do conjunto. Para os cálculos dos volumes apresentados considerou-se apenas as engrenagens, já para as massas totais acrescentou-se as massas provenientes dos eixos. Na Tabela 16 para os volumes e massas dos planetas foi feito o cálculo para apenas um planeta e depois multiplicado pelo número totais de planetas, nesse caso 3.

Tabela 15: Parâmetros dos trens de engrenagens compostos de dentes retos e helicoidais.

Trens de Engrenagens Composto Convencionais								
	1° Estágio		2° Estágio		1° Estágio		2° Estágio	
	Engrenagem em 2	Engrenagem 3	Engrenagem em 4	Engrenagem em 5	Engrenagem em 2	Engrenagem em 3	Engrenagem em 4	Engrenagem em 5
Modulo (mm)	3	3	3	3	3	3	3	3
Nº de dentes	25	50	28	98	15	30	18	63
Diâmetro (mm)	75	150	84	294	51,96	103,92	62,35	218,24
Material	Aço Carbonetado e Endurecido Grau 2							
S _f	2,64		2,09		3,09		2,27	
S _c	1,43		1,41		1,42		1,40	
Volume (cm ³)	122,549	517,473	186,390	2402,076	65,293	301,586	95,302	1374,683
Massa (kg)	0,96	4,06	1,46	18,86	0,51	2,37	0,75	10,79
Massa Total kg	26,43				15,85			

Fonte: Elaborado pelo Autor (2018)

Tabela 16: Parâmetros dos trens de engrenagens de Planetários de dentes retos e helicoidais.

Trens de Engrenagens Planetárias						
	Engrenagens dentes retos			Engrenagens dentes helicoidais		
	Solar	Planeta	Anular	Solar	Planeta	Anular
Modulo (mm)	3	3	3	3	3	3
Largura de Face (mm)	30	30	30	38	38	38
Nº de dentes	17	43	103	13	32	77
Diâmetro(mm)	51	129	309	45,03	110,85	266,74
Material	Aço Carbonetado e Endurecido Grau 2					
S _f	4,86	5,98	7,08	7,85	11,87	10,14
S _c	1,76	2,83	6,71	2,16	3,46	8,63
Volume (cm ³)	50,530	1159,614	598,844	45,314	1077,126	575,530
Massa (kg)	0,40	9,10	4,70	0,36	8,46	4,52
Massa total (kg))		15,25			14,45	

Fonte: Elaborado pelo Autor (2018)

Ao se comparar apenas os redutores com engrenamentos externos, os valores apresentados na Tabela 15, é fácil notar que as engrenagens dos tipos helicoidais para uma mesma configuração que as dentes de dentes retos, conseguem transmitir uma maior potência, pois mesmo diminuindo as suas dimensões, utilizando-se uma quantidade menor de dentes que as engrenagens do conjunto de dentes retos e conseqüentemente obtendo menores dimensões (diâmetros), o conjunto helicoidal ainda obteve maiores coeficientes de segurança. Essa possibilidade de redução do sistema resultou em uma diminuição de 10,58 Kg, ou seja, o redutor composto de engrenagens de dentes helicoidais é 40,03 % mais leve que o conjunto composto de engrenagens de dentes retos.

Comparando os sistemas planetários entre si, nota-se que as diferenças entre o sistema com dentes retos e o conjunto de dentes helicoidais, não são assim tão consideráveis como acontece com os sistemas convencionais, pois a redução da massa foi de apenas 0,80 Kg o equivalente 5,25%.

Por fim quando se compara os sistemas planetários com os sistemas convencionais, observa-se que os conjuntos epicicloidais levam vantagens nos seguintes quesitos, conseguem transmitir uma maior potência, pois apresentam maiores coeficientes de segurança, são sistemas mais compactos, pois ambos redutores planetários apresentam um estágio a menos que os trens compostos dimensionados. Em relação as massas os TEP também são sistemas dispositivos mais leves, apesar da diferença não ser assim tão gritante, já que o TEP mais leve, o de dentes helicoidais possui uma massa de 14,45 Kg, contra 15,85 Kg dos engrenamentos helicoidais externos, uma diferença de 1,40 Kg (8,83%).

Quanto a qual configuração de trem escolher e apontar qual redutor levou vantagem, torna-se necessário definir pontos cruciais de interesse ao projeto por exemplo para aplicações em aeronaves, em automóveis e nos mais diversos sistemas mecânicos onde exista uma limitação de espaço, o peso do objeto influencie diretamente na eficiência do produto e o custo não seja prioridade do projeto, o sistema planetário de dentes retos é o redutor mais apropriado a ser utilizado pois como comentado nos parágrafos anteriores, a diferença entre seu volume e massa para os redutores compostos é bastante relevante, fato que não se presencia quando o compara-se com o planetário helicoidal, onde as diferenças são mínimas e a utilização da configuração helicoidal implicaria apenas em maiores custos e complexidade do sistema.

4 CONCLUSÃO

4.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao avaliar o projeto final, considera-se que este trabalho atingiu com todos os seus objetivos propostos, desde as especificações das engrenagens até os dimensionamentos dos quatro redutores, que foram realizados de acordo com aspectos e etapas de dimensionamento propostos na fundamentação.

Conclui-se que os resultados obtidos através do projeto e das comparações entre os sistemas de transmissão projetados, foram coerentes com as informações presentes nas literaturas, aos quais afirmam que algumas das vantagens dos TEPs quando comparados com os sistemas de transmissão de engrenagens compostos são: dispositivos mais leves e compactos, apresentam menores esforços nos mancais, possibilidade de transmitir altos torques. Além de serem preferíveis em projetos que se exige altas confiabilidades, menores riscos de panes ou quebras, fato esse que pode ser atingido devido ao múltiplo engrenamento presente nesses sistemas.

Apesar de todas as vantagens os TEPs também são mecanismos mais onerosos, já que apresentam uma maior complexidade em seu dimensionamento e manufatura, como também custos mais elevados em lubrificações e manutenções também relacionados a sua configuração um pouco mais complexa em relação aos redutores compostos convencionais.

Ao dimensionar-se as engrenagens conclui-se que as engrenagens com dentes helicoidais suportam uma maior carga, fato esse diretamente relacionado ao seu engate que ocorre que de maneira mais gradual e implica em uma melhor distribuição dos esforços.

REFERÊNCIAS

- AMARAL, D. Metodologia, **Sistematização e Seleção de Projetos de Transmissões Epicycloidais com Um e Dois TEPs Ligados**. Tese de Doutorado. UNICAMP, Campinas – SP, 2000.
- BUDYNAS, Richard G.; NISBETT, J. Keith. **Elementos de Máquinas de Shigley**. 8 ed. AMGH Editora, 2011.
- FLORES, Paulo; GOMES, José. **Cinemática e Dinâmica de Engrenagens: Aspectos Gerais Sobre Engrenagens**. 41 p. Apostila (Graduação em Engenharia Mecânica) - Escola de Engenharia, Universidade do Minho, Guimarães, 2014.
- KHURMI, R. S.; GUPTA, J. K. **Theory of machines**. India: S. Chand, 2005.
- MANDARINO, Caio Gomes; GONÇALVES, Guilherme dos Santos. **Projeto de um Redutor de Velocidades para Veículos Baja SAE**. 157 p. Monografia (Graduação em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, 2014
- MELCONIAN, S. **Elementos de Máquinas**. 9. ed. São Paulo: Erica, 2009.
- MILLI, Giovanni Vitor; MESQUITA, Vinicius do Amaral. **Projeto de Caixa de Transmissão Por Engrenagens Do Tipo Epicycloidal Para Veículos Baja SAE**. 83 p. Monografia (Graduação em Engenharia Mecânica)- Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2016
- MOTT, Robert . **Machine Elements in Mechanical Design**. 4 ed Pearson Prentice Hall, 2004.
- Nandeppagoudar S.B., Shaikh S.N., Gawande S.H. **Optimization of Planetary Gear Box for High reduction ratio**, IOSR Journal of Mechanical and Civil Engineering, pp39-50, Pune, 2017
- NORTON, R. L. **Projeto de Máquinas**. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2013
- SHIGLEY J. E. MISCHKE C. R. e BUDYNAS R. G. **Projetos de Engenharia Mecânica**. 7 ed., Porto Alegre: Bookman, 2008.
- SILVA, Mateus Nasser. **Desenvolvimento de um programa para verificação de engrenagens cilíndricas de dentes retos e helicoidais**. 58 p. Monografia (Graduação em Engenharia Mecânica)- Escola de Engenharia de São Carlos, São Paulo, 2012.
- UNIVERSAL MOTORS, **Catalogo dos Produtos 2013**.
Disponível em: www.universalmotors.pt
Acessado em: 23 de maio de 2018 as 15:27h

APÊNDICE A

Figura 28: Análise do Eixo 1, Plano XY

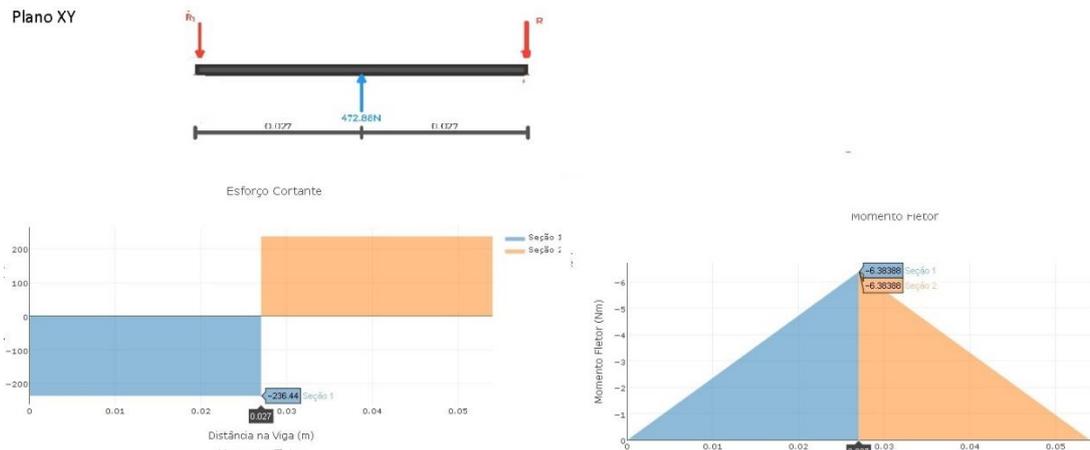
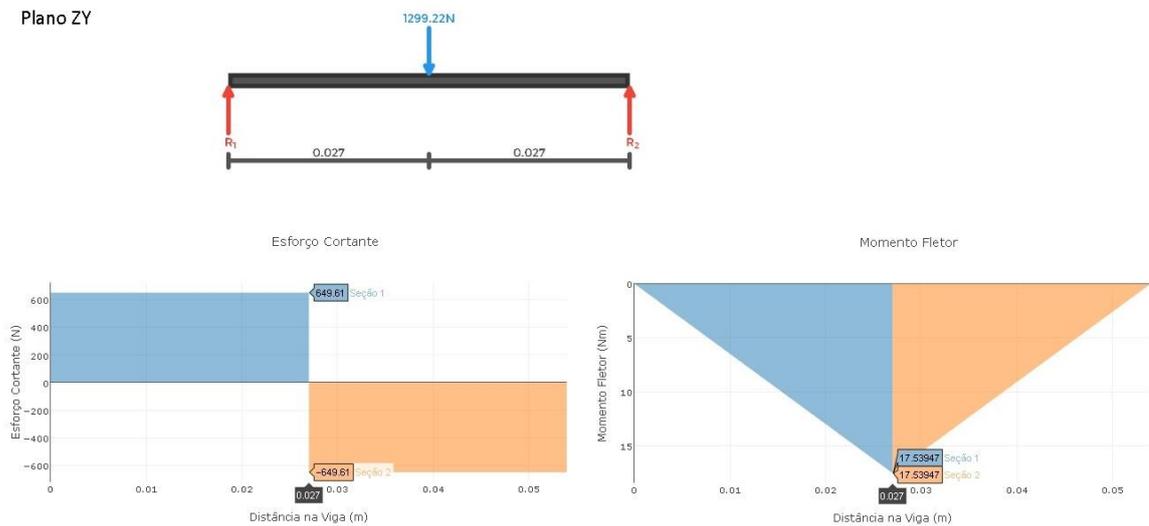


Figura 29: Análise do Eixo 1, Plano ZY



APÊNDICE B

Figura 30: Análise do Eixo 2, Plano XY

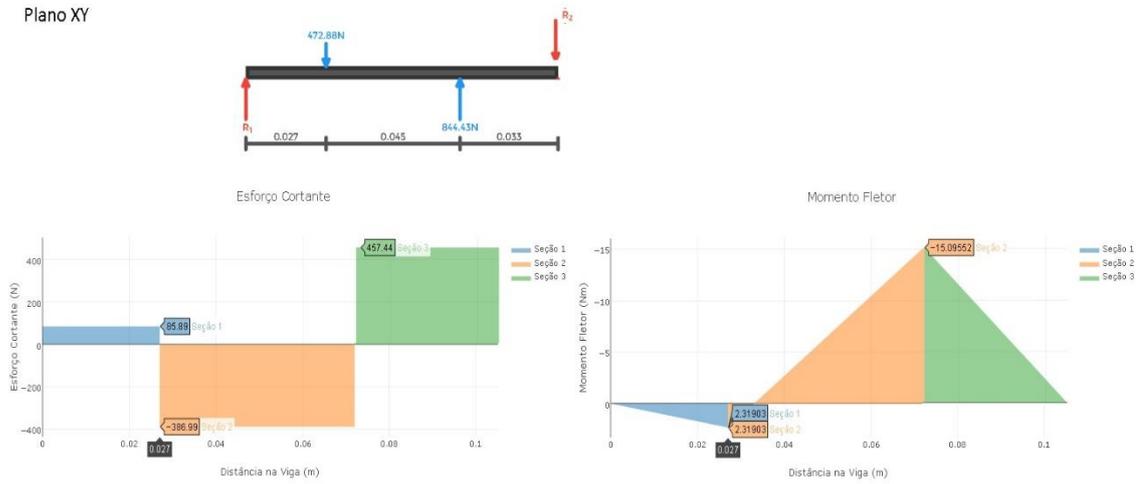
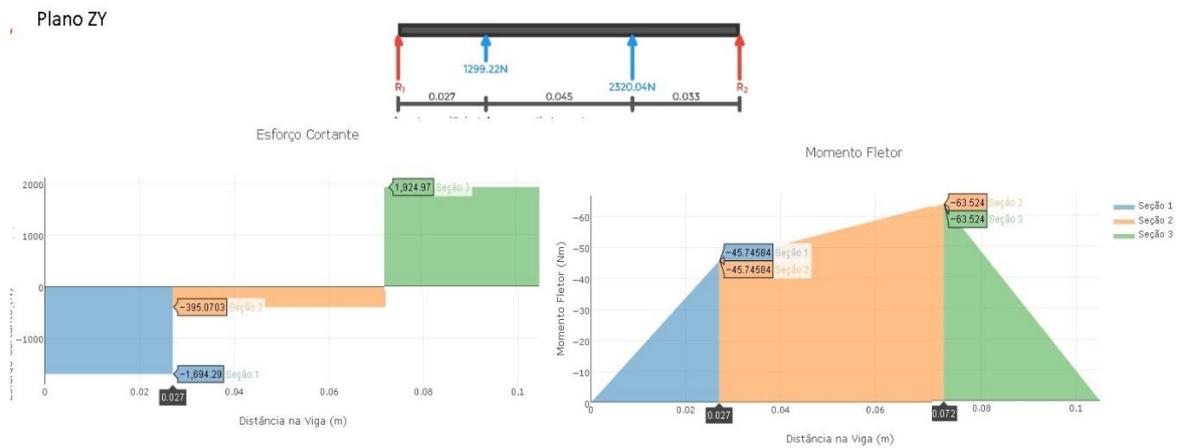


Figura 31: Análise do Eixo 2, Plano ZY



APÊNDICE C

Figura 32: Análise do Eixo 3, Plano XY

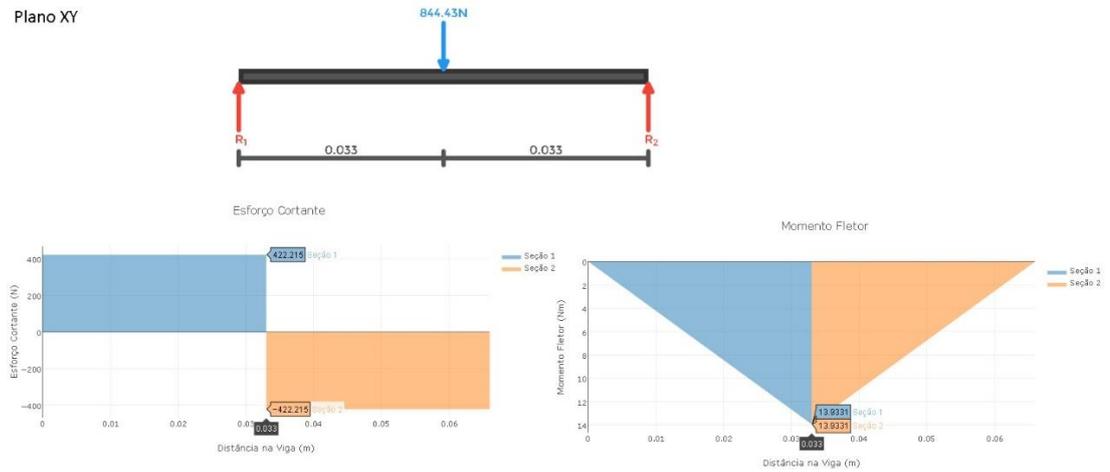
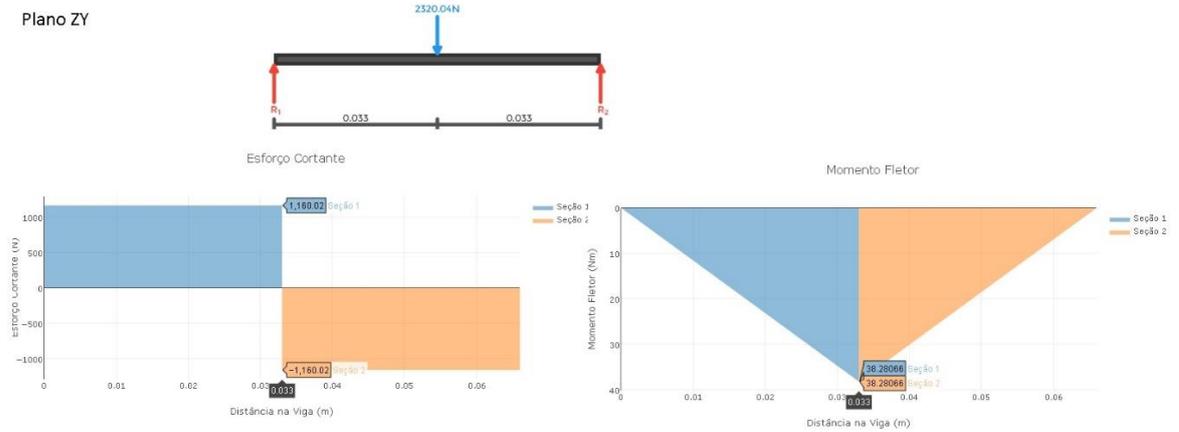


Figura 33: Análise do Eixo 3, Plano ZY



APÊNDICE D

Figura 34: Análise do Eixo 4, Plano XY

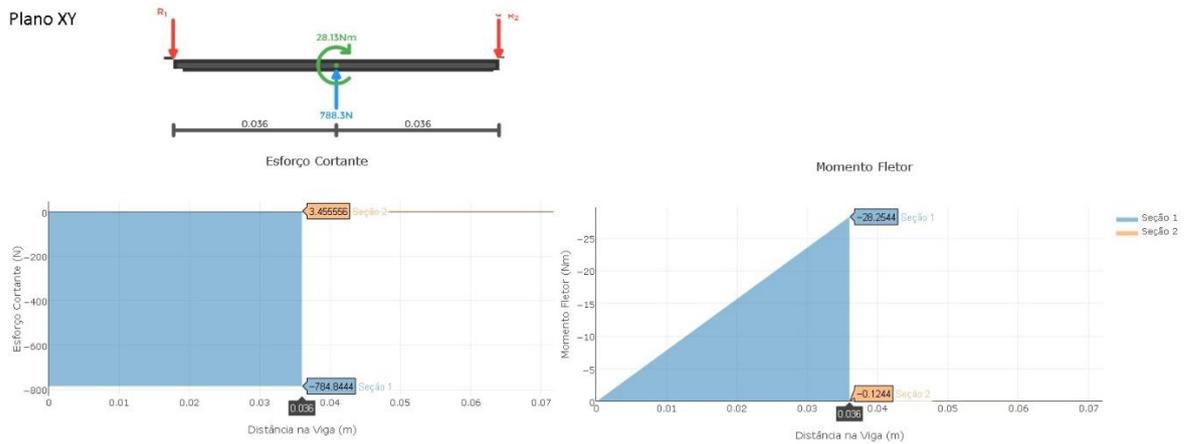
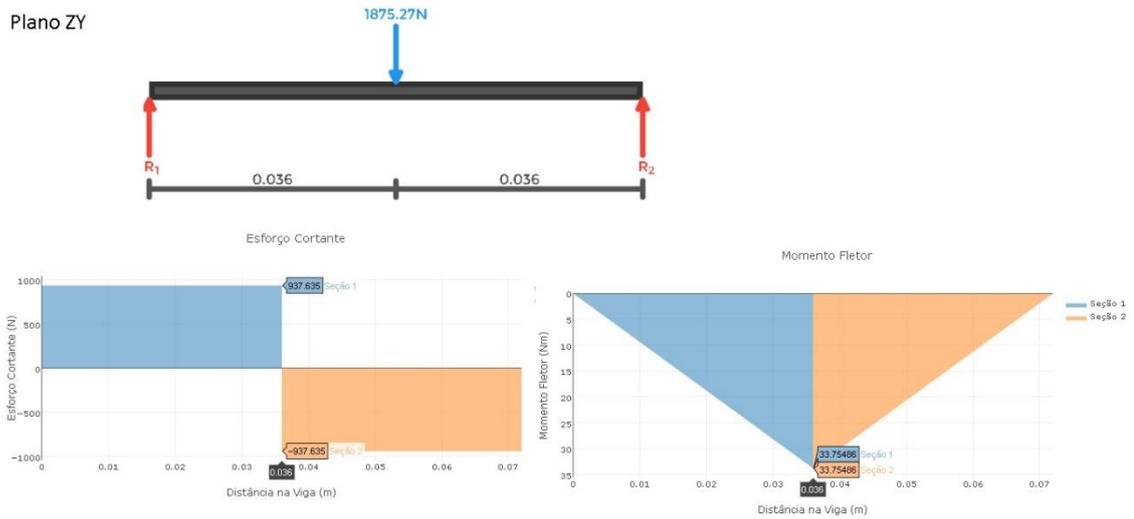


Figura 35: Análise do Eixo 4, Plano XY



APÊNDICE E

Figura 36: Análise do Eixo 5, Plano XY

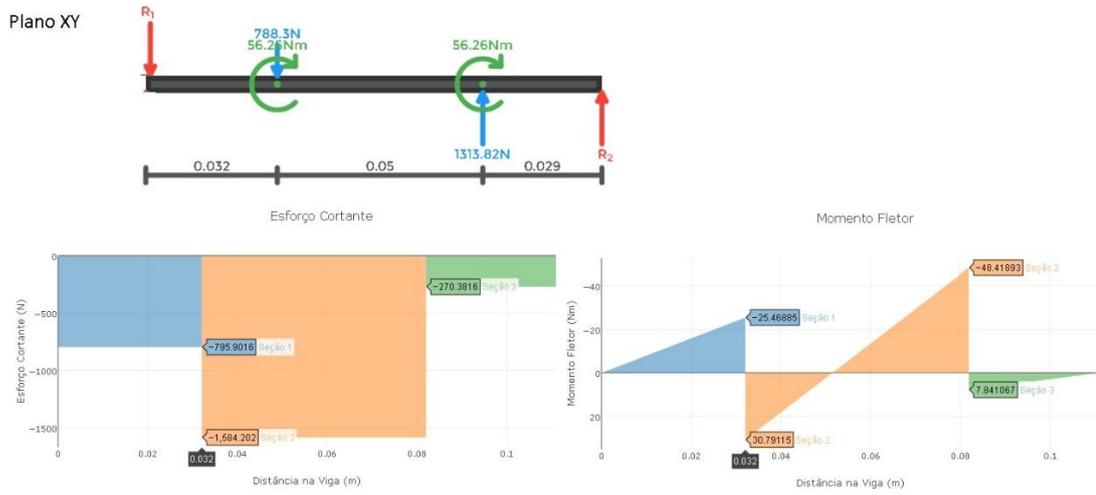
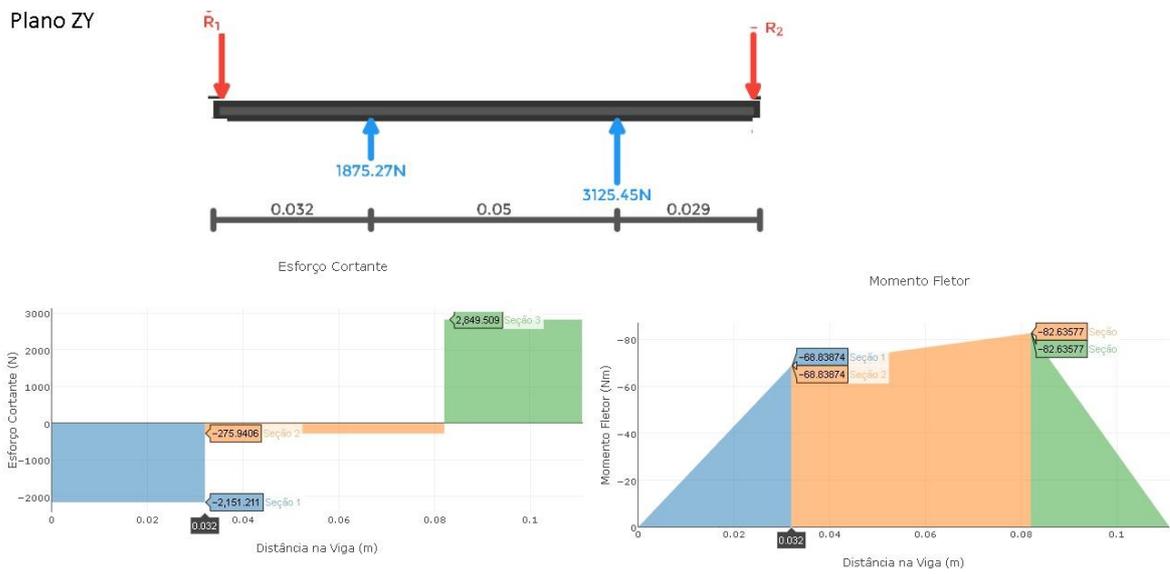


Figura 37: Análise do Eixo 5, Plano Z



APÊNDICE F

Figura 38: Análise do Eixo 6, Plano XY

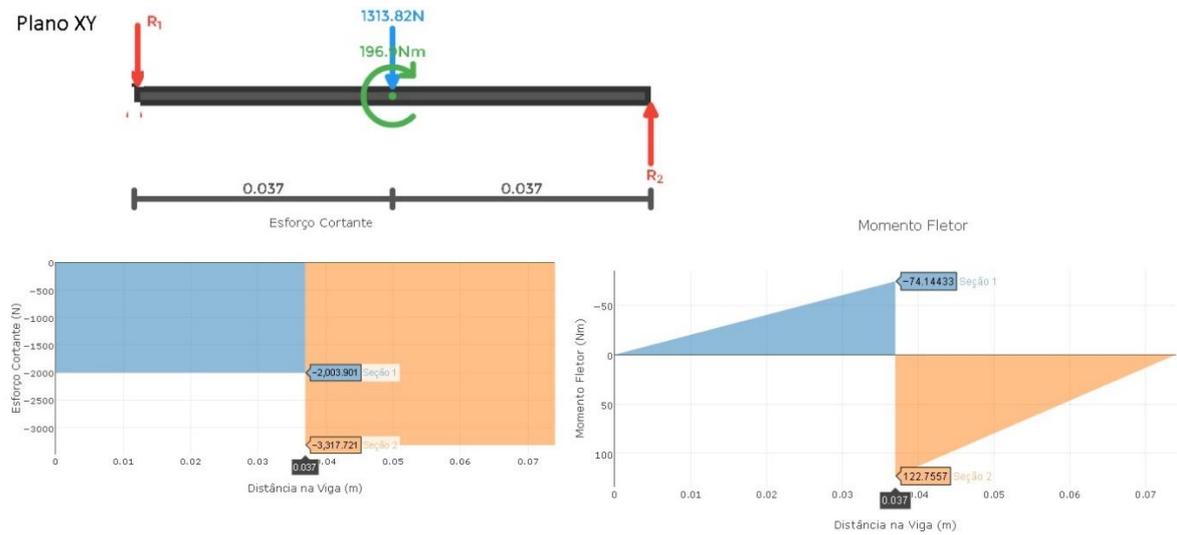
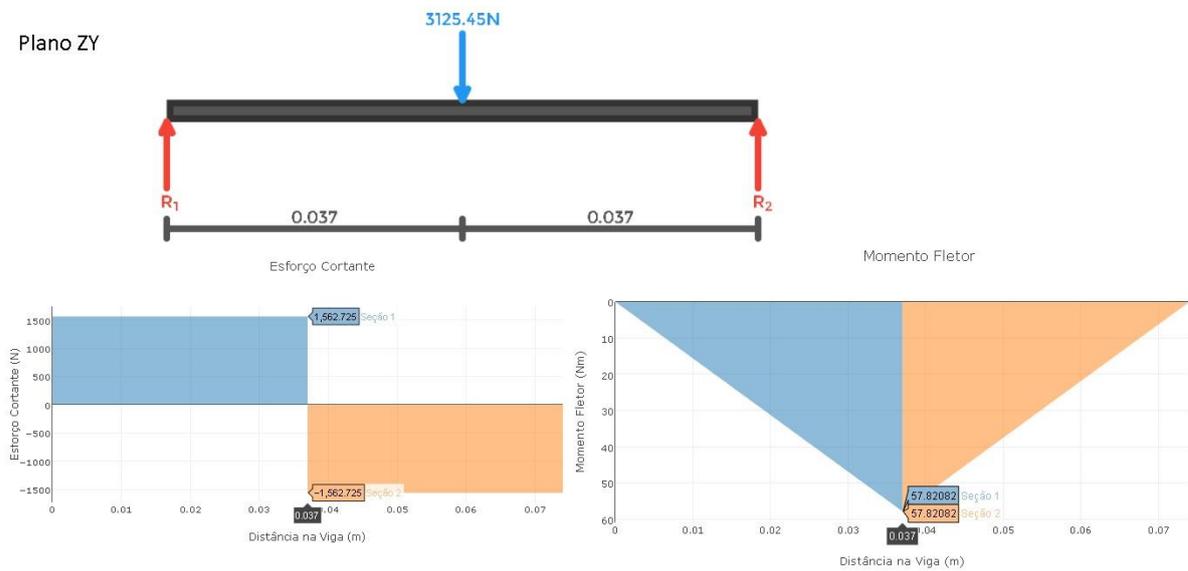


Figura 39: Análise do Eixo 6, Plano ZY



APÊNDICE G

Figura 40: Análise do Eixo 7, Plano ZY

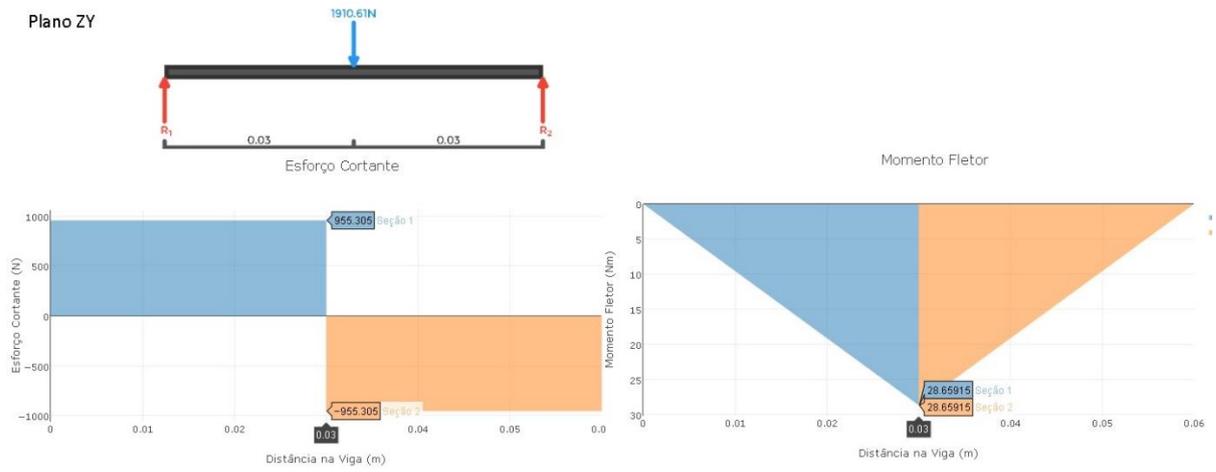
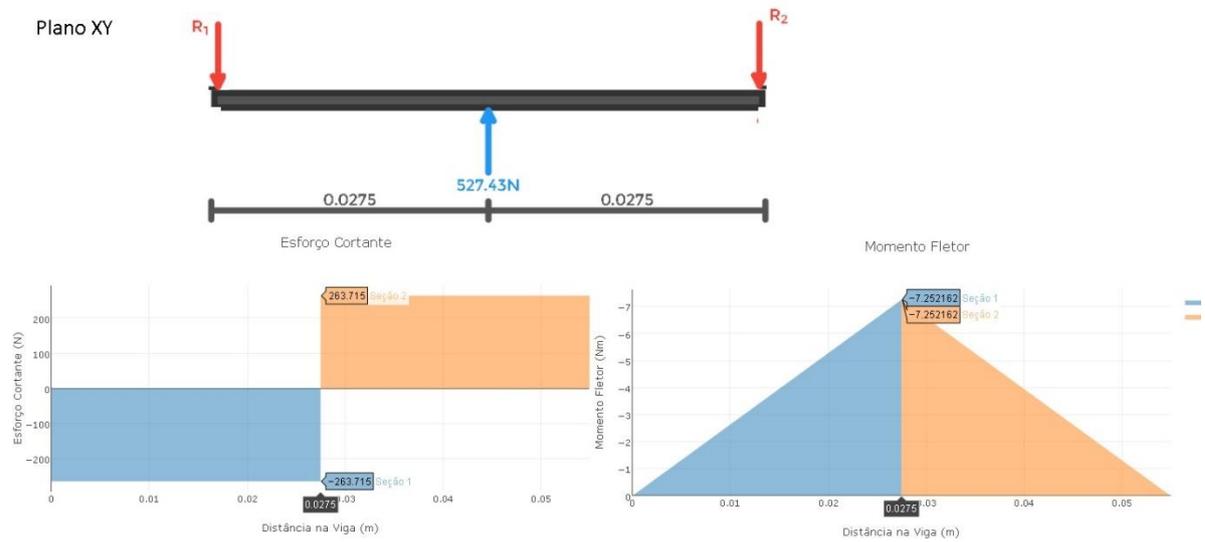


Figura 41: Análise do Eixo 8, Plano XY



APÊNDICE H

Figura 42: Análise do Eixo 8, Plano ZY

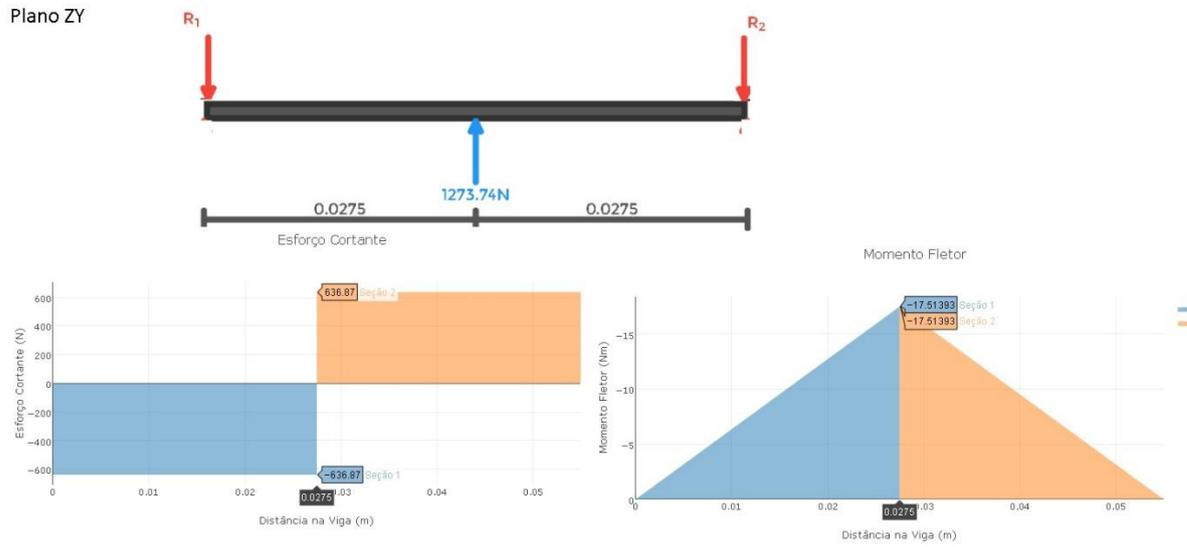
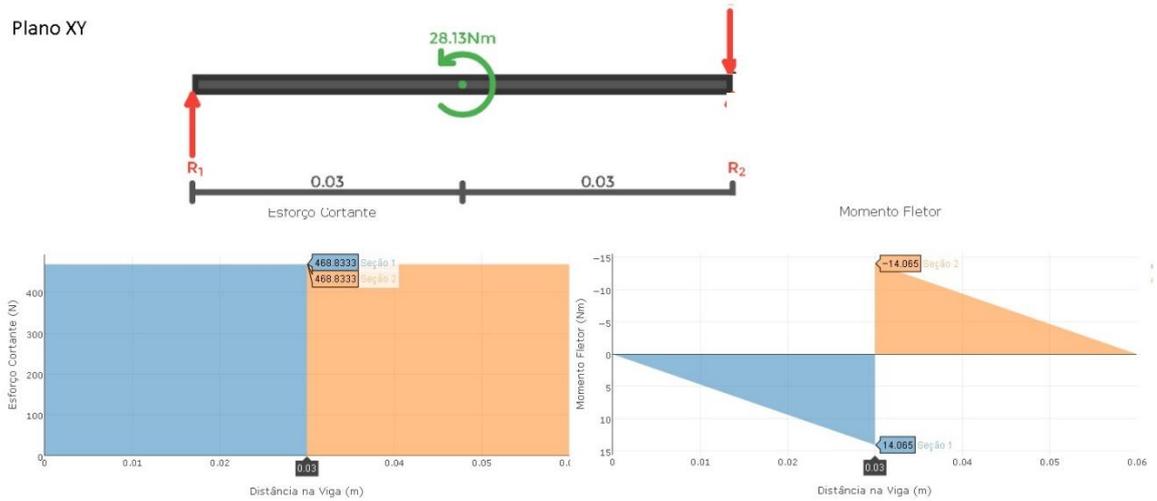


Figura 43: Análise do Eixo 10, Plano XY



APÊNDICE I

Figura 44: Análise do Eixo 10, Plano ZY

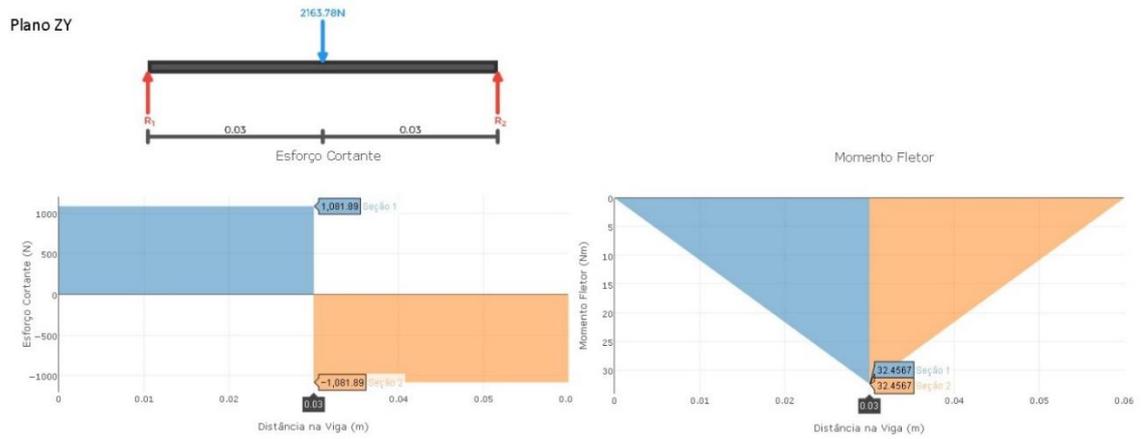
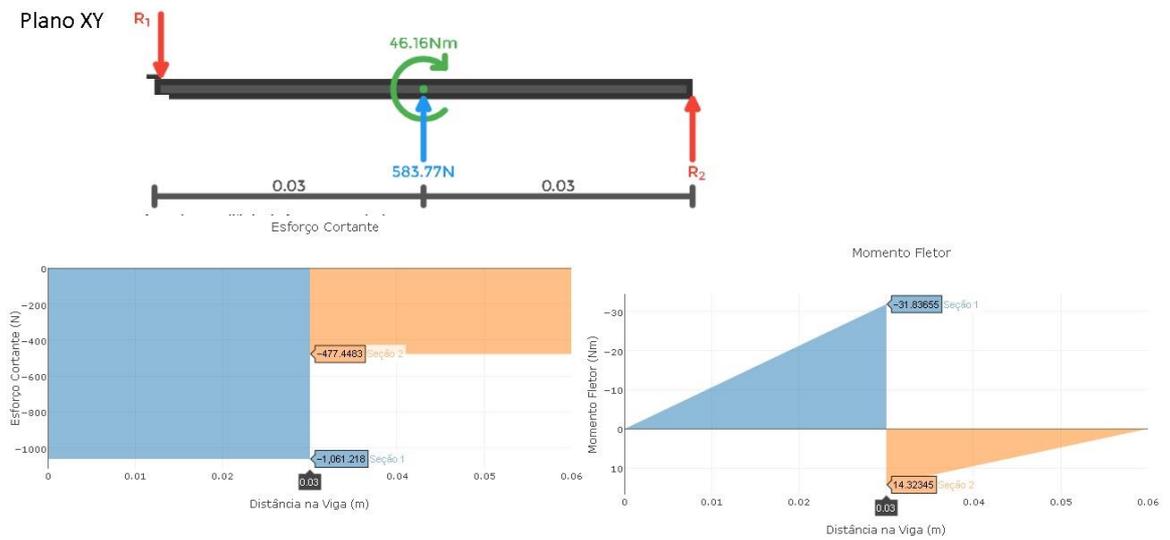


Figura 45: Análise do Eixo 11, Plano XY



APÊNDICE J

Figura 46: Análise do Eixo 11, Plano ZY

