



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Israel Solha

DESENVOLVIMENTO DE UM SISTEMA COMPUTACIONAL PARA O
DIMENSIONAMENTO DE SISTEMAS DE EIXOS E ENGRENAGENS

JOÃO PESSOA
2019

ISRAEL SOLHA

DESENVOLVIMENTO DE UM SISTEMA COMPUTACIONAL PARA O
DIMENSIONAMENTO DE SISTEMAS DE EIXOS E ENGRENAGENS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
ao Centro de Tecnologia, da Universidade
Federal da Paraíba, como requisito parcial para
a obtenção do título de Bacharel(a) em
Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. José Carlos de Lima Junior

JOÃO PESSOA

2019

Catálogo na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

S685d Solha, Israel.

DESENVOLVIMENTO DE UM SISTEMA COMPUTACIONAL PARA O
DIMENSIONAMENTO DE SISTEMAS DE EIXOS E ENGRENAGENS /

Israel Solha. - João Pessoa, 2019.

76 f. : il.

Orientação: JOSÉ CARLOS LIMA JÚNIOR,
Monografia (Graduação) - UFPB/CT.

1. Programação. 2. Engrenagens. 3. Eixos. 4. MATLAB. I.
JÚNIOR, JOSÉ CARLOS LIMA. II. . III. Título.

UFPB/BC



AVALIAÇÃO DO TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO - TCC

NOME ISRAEL SOLHA

Matricula 11320659

TÍTULO: DIMENSIONAMENTO DE UM SISTEMA COMPUTACIONAL PARA O
DIMENSIONAMENTO DE SISTEMAS DE EIXOS E ENGRENAGENS

AVALIAÇÃO

Prof. JOSÉ CARLOS DE LIMA JR.

Nome

Rubrica

Prof. JOÃO BOSCO DE AQUINO SILVA

Nome

Rubrica

Prof. KOSE DANIEL V. MISHINA

Nome

Rubrica

NOTAS

9,0 / 10,0 / 9,5

Monografia Apresentação Média

9,0 / 10,0 / 9,5

Monografia Apresentação Média

9,0 / 10,0 / 9,5

Monografia Apresentação Média

Média Final: 9,5

Situação: ☒ aprovado / () reprovado

RECOMENDACÕES:

O ALUNO TERÁ 10 DIAS PARA REALIZAR AS
CORREÇÕES.

João Pessoa, 31 de JULHO de 2019.

OBS: A implantação da nota no sistema seguirá o disposto na PORTARIA NORMATIVA Nº 02/2018 / CCGEM

RESUMO

O presente trabalho busca desenvolver um sistema computacional para automatizar o processo de dimensionamento e análise de sistemas de eixo e engrenagens, baseado em critérios estáticos e dinâmicos, como definido pela AGMA – Associação Americana de Fabricantes de Engrenagem. Os cálculos dos parâmetros necessários para tais análises são extremamente árduos, portanto, a criação de um sistema eficiente para realizar essa tarefa é de grande utilidade por reduzir drasticamente o tempo gasto em cada análise, além de minimizar significativamente a possibilidade de erro humano. Assim, a plataforma *App Designer* do software *MATLAB* foi escolhida para o desenvolvimento do sistema, por aliar toda a capacidade de análise numérica proveniente do software, com a integração de uma GUI – Interface Gráfica do Utilizador, para uma comunicação simples e direta com o usuário.

Palavras-chave: Programação. Engrenagens. Eixos. MATLAB.

ABSTRACT

This work aims to develop a computational program to automate the process of dimensioning and analyzing systems of gears and shafts, based on static and dynamic criteria, as defined by the AGMA – American Gear Manufacturers Association. Calculating the parameters needed to perform such analysis is an arduous task, therefore, creating an efficient system to do so is of great utility, as it drastically reduces the time spent on each analysis, and minimizes significantly the possibility of human error. With this in mind, the platform App Designer, from the Software MATLAB was chosen to develop the program, as it allies all the numerical analysis capability from the software to the integration of a GUI – Graphical User Interface, to create a simple and direct way to communicate with the user.

Keywords: Programming. Gears. Shafts. MATLAB.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Nomenclatura para engrenagens cilíndricas de dentes retos.....	15
Figura 2 – Diagrama de corpo livre de forças e momentos atuando sobre duas engrenagens de um trem de engrenagens simples.....	16
Figura 3 – Detalhe dos dentes de uma engrenagem helicoidal típica.	18
Figura 4 – Forças entre dentes atuando sobre uma engrenagem cilíndrica de hélice de mão direita.	18
Figura 5 – Acoplamento de engrenagens cônicas de dentes retos.....	20
Figura 6 – Forças entre dentes de engrenagens cônicas de dentes retos.....	20
Figura 7 – Acoplamento de pinhão e rosca sem fim.....	21
Figura 8 – Desenho do cilindro primitivo de um parafuso sem-fim mostrando as forças exercidas sobre ele pela coroa sem-fim.	23
Figura 9 – Valores representativos do coeficiente de atrito para engrenagens sem-fim. Estes valores baseiam-se em boas condições de lubrificação.....	24
Figura 10 – Fatores geométricos J de engrenagens cilíndricas de dentes retos.....	29
Figura 11 - Definição das distâncias S_1 e S utilizadas na Equação 39.....	33
Figura 12 – Fator de ciclagem de tensão YN para a resistência de flexão sob carregamento repetido.	34
Figura 13 – Fator de ciclagem para a resistência ao creteramento, ZN	34
Figura 14 – Definição de raio de borda e altura de dente.....	36
Figura 15 – Fatores geométricos J' para engrenagens helicoidais.....	39
Figura 16 – Fator modificador F_{mod} para engrenagens helicoidais.	40
Figura 17 – Fator geométrico de contato para engrenagens cônicas de dentes retos...44	
Figura 18 – Fator de flexão para engrenagens cônicas de dentes retos.....	45
Figura 19 – Fator de ciclagem de tensão de contato para resistência de cavitação para engrenagens cônicas de dentes retos.	45
Figura 20 – Cartas de sensibilidade ao entalhe de aços e ligas de alumínio forjado UNS A92024-T	54
Figura 21 – Fator teórico de concentração K_t	55
Figura 22 – Tela inicial do sistema onde o usuário define o sistema a ser usado.....	57

Figura 23 – Página de adição de engrenagens a partir de <i>inputs</i> do usuário.....	58
Figura 24 – Exemplo Resolvido 13-10 referentes a parafusos sem fim.	59
Figura 25 – Preenchimento dos dados da questão no programa.	60
Figura 26 – Resultados estáticos.....	61
Figura 27 – Página de análise dinâmica de engrenagens.	62
Figura 28 – Relatório final com todos os dados obtidos nas análises.	63
Figura 29 – Ilustração exemplificando o sistema da questão.	64
Figura 30 – Dados de entrada implementados no sistema.....	65
Figura 31 – Painel de adição de eixos.	66
Figura 32 – Preenchimento do segundo par de engrenagens do exemplo.	68
Figura 33 – Resultado da análise estática da questão exemplo.....	69
Figura 34 – Preenchimento dos dados relativos à análise dinâmica da questão exemplo.	71

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Tabela de fatores de sobrecarga, K_0	30
Tabela 2 – Valores do Fator de forma de Lewis, Y	31
Tabela 3 – Constantes empíricas A , B e C para a Equação 37.....	33
Tabela 4 – Fatores de confiabilidade K_R e Y_Z	35
Tabela 5 – Fatores de sobrecarga K_o (K_A)	42
Tabela 6 – Fatores de confiabilidade para engrenagens cônicas de dentes retos.....	47
Tabela 7 – Parâmetros para o fator de modificação de superfície.	51
Tabela 8 – Fatores de confiabilidade correspondentes a 8% do desvio padrão do limite de endurance.	53
Tabela 9 – Comparação dos resultados: análise estática.	72
Tabela 10 – Comparação dos resultados: análise dinâmica (continua).	73

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	13
2.	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	14
2.1	TIPOS DE ENGRENAGEM.....	14
2.1.1	ENGRENAGENS CILÍNDRICAS DE DENTES RETOS	14
2.1.2	ENGRENAGENS CILÍNDRICAS DE DENTES HELICOIDAIS.....	17
2.1.3	ENGRENAGENS CÔNICAS DE DENTES RETOS.....	19
2.1.4	PARAFUSO ROSCA SEM FIM	21
2.2	MUDANÇA DE VELOCIDADES DE ROTAÇÃO ENTRE EIXOS	25
2.3	ANÁLISE ESTATICA PARA DETERMINAÇÃO DE DIÂMETRO MÍNIMO DE EIXO.....	25
2.4	ANÁLISES DINÂMICAS PARA DIMENSIONAMENTO DE ENGRENAGENS	27
2.4.1	ANÁLISES PARA ENGRENAGENS CILÍNDRICAS DE DENTES RETOS	27
2.4.1.1	FATOR GEOMÉTRICO DE RESISTÊNCIA À FLEXÃO J (YJ).....	28
2.4.1.2	FATOR GEOMÉTRICO DE RESISTÊNCIA SUPERFICIAL I (ZI).....	28
2.4.1.3	COEFICIENTE ELÁSTICO Cp (ZE)	29
2.4.1.4	FATOR DE SOBRECARGA $K0$	30
2.4.1.5	FATOR DINÂMICO Kv	30
2.4.1.6	FATOR DE TAMANHO Ks	31
2.4.1.7	FATOR DE DISTRIBUIÇÃO DE CARGA Km (KH)	32
2.4.1.8	FATORES DE CICLAGEM DE TENSÃO YN E ZN	33
2.4.1.9	FATOR DE CONFIABILIDADE KR (YZ)	35
2.4.1.10	FATOR DE RAZÃO DE DUREZA CH (ZW).....	35
2.4.1.11	FATOR DE TEMPERATURA KT ($Y\theta$)	36
2.4.1.12	FATOR DE ESPESSURA DE ARO (BORDA) KB	36
2.4.1.13	COEFICIENTES DE SEGURANÇA SH E SF	37
2.4.1.14	TENSÕES DE CONTATO E DE FLEXÃO ADMISSÍVEIS, $\sigma c, adm$ E σadm	37
2.4.2	ANÁLISES PARA ENGRENAGENS CILÍNDRICAS DE DENTES HELICOIDAIS	38

2.4.3	ANÁLISES PARA ENGRENAGENS CÔNICAS DE DENTES RETOS.....	40
2.4.3.1	FATOR DE SOBRECARGA K_o (KA).....	41
2.4.3.2	FATOR DINÂMICO K_v	42
2.4.3.3	FATOR DE TAMANHO PARA RESISTÊNCIA À CAVITAÇÃO C_s (Zx)	42
2.4.3.4	FATOR DE TAMANHO PARA FLEXÃO K_s (Yx)	42
2.4.3.5	FATOR DE DISTRIBUIÇÃO DE CARGA K_m ($KH\beta$).....	43
2.4.3.6	FATOR DE COROAMENTO PARA RESISTÊNCIA À CAVITAÇÃO C_{xc} (Zxc)	43
2.4.3.7	FATOR DE CURVATURA AO LONGO DO COMPRIMENTO PARA RESISTÊNCIA À FLEXÃO $K_x(Y\beta)$	44
2.4.3.8	FATOR GEOMÉTRICO PARA RESISTÊNCIA DE CAVITAÇÃO I (ZI)	44
2.4.3.9	FATOR GEOMÉTRICO PARA RESISTÊNCIA À FLEXÃO J (YI).....	44
2.4.3.10	FATOR DE CICLAGEM DE TENSÃO PARA RESISTÊNCIA À CAVITAÇÃO CL (ZNT).....	45
2.4.3.11	FATOR DE CICLAGEM PARA A RESISTÊNCIA À FLEXÃO KL (YNT).....	46
2.4.3.12	FATOR DE RAZÃO DE DUREZA CH (ZW)	46
2.4.3.13	FATOR DE TEMPERATURA KT ($K\theta$).....	46
2.4.3.14	FATORES DE CONFIABILIDADE $CRZZ$ E $KRYZ$	46
2.4.3.15	COEFICIENTE ELÁSTICO PARA RESISTÊNCIA À CAVITAÇÃO C_p (ZE)	47
2.4.4	ANÁLISES PARA PARAFUSOS ROSCA SEM FIM	47
2.4.4.1	FATOR DE MATERIAL	48
2.4.4.2	FATOR DE CORREÇÃO DA RAZÃO C_m	49
2.4.4.3	FATOR DE VELOCIDADE C_v	49
2.4.4.4	COEFICIENTE DE ATRITO F	49
2.4.4.5	ANÁLISE DOS RESULTADOS	50
2.4.5	ANÁLISES PARA EIXOS	50
2.4.5.1	LIMITE DE RESISTÊNCIA À FADIGA S_e '.....	50
2.4.5.2	FATOR DE SUPERFÍCIE k_a	51
2.4.5.3	FATOR DE TAMANHO k_b	51

2.4.5.4	FATOR DE CARREGAMENTO k_c	52
2.4.5.5	FATOR DE TEMPERATURA k_d	52
2.4.5.6	FATOR DE CONFIABILIDADE k_e	53
2.4.5.7	FATOR DE EFEITOS DIVERSOS k_f	53
2.4.5.8	CONCENTRAÇÃO DE TENSÃO E SENSITIVIDADE DE ENTALHE.....	53
2.4.5.9	CRITÉRIOS DE FALHA POR FADIGA PARA TENSÃO FLUTUANTE	55
3.	DESENVOLVIMENTO DE UM SISTEMA PARA O DIMENSIONAMENTO DE SISTEMAS DE EIXOS E ENGRENAGENS	57
3.2	VALIDAÇÃO DO SISTEMA: ANÁLISE DINÂMICA	69
4.	ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	72
5.	CONSIDERAÇÕES FINAIS	74
6.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	75

1. INTRODUÇÃO

Engrenagens são rodas dentadas que funcionam em conjunto para alterar a relação de velocidade entre um sistema motor e um movido, além de transmitir potência. A configuração mais comum desse tipo de sistema consiste em engrenagens acopladas a eixos que recebem a potência inicial de alguma máquina acionadora, como um motor.

O processo de dimensionamento de sistemas de eixos e engrenagens é extremamente extenso e depende de inúmeros fatores. Além do mais, trata-se de um processo iterativo, isto é, o resultado final pode não ser satisfatório e o projeto deve ser descartado e recomeçado. Devido a esses fatores, é muito comum que um projeto de dimensionamento de média escala leve várias horas, de sua concepção ao resultado final.

Com isso em mente, é muito vantajosa a utilização de sistemas computacionais para tais fins, visto que as análises que duravam horas podem ser reduzidas a poucos minutos, além de poupar o projetista de cometer eventuais erros de cálculos.

Este trabalho propõe o desenvolvimento de um sistema no software MATLAB, que a partir de dados de entrada básicos, como relações geométricas e propriedades de materiais dos componentes do sistema, determina todo o comportamento estático e dinâmico do sistema estudado.

O escopo do projeto limita-se a análises de engrenagens cilíndricas de dentes retos, engrenagens cilíndricas de dentes helicoidais, engrenagens cônicas de dentes retos, e parafusos sem-fim, além dos eixos aos quais estão acopladas. Os resultados esperados são os coeficientes de segurança de cada elemento, além de um relatório expondo o tipo de falha mais provável do espécimen e uma lista dos parâmetros intermediários calculados.

Para as análises, serão seguidas as recomendações da AGMA, seguindo o passo a passo apresentado por Budynas e Nisbett (2016).

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Existem diversos tipos de engrenagem, cada uma com uma aplicação específica. Assim, há vários fatores considerados na decisão do tipo de engrenagem a ser utilizada, como por exemplo: eficiência total do sistema, nível de ruído dos elementos, relação de velocidades entre eixos, direção requerida do eixo de saída, entre outros. Por isso, é muito comum que um sistema de transmissão de potência possua vários tipos de engrenagem funcionando em conjunto.

2.1 TIPOS DE ENGRENAGEM

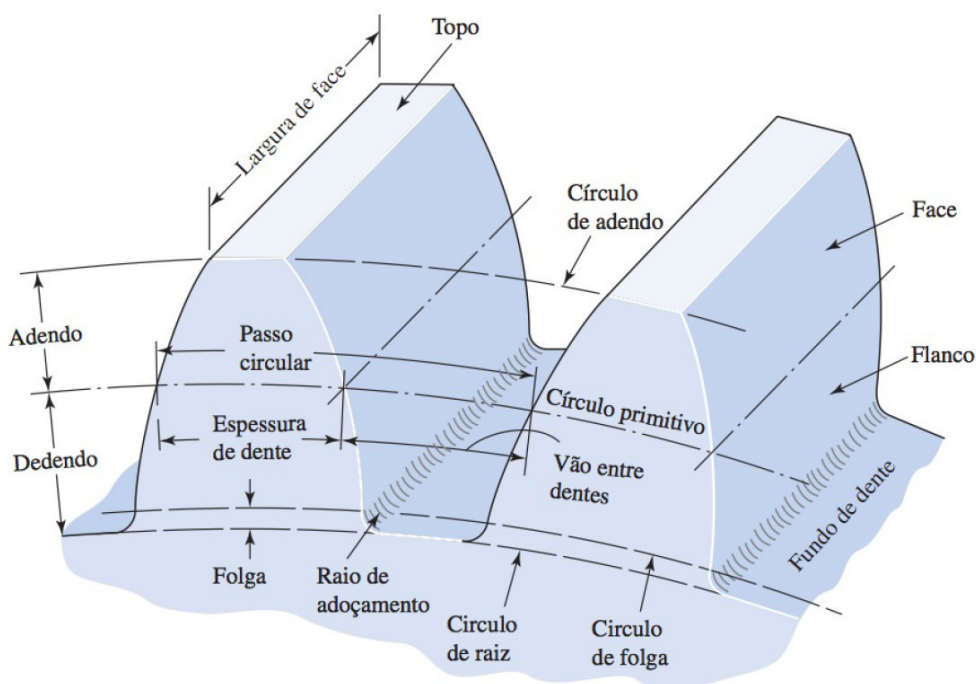
Os principais tipos de engrenagem utilizados nos dias de hoje, são:

- Engrenagens cilíndricas de dentes retos;
- Engrenagens cilíndricas de dentes helicoidais;
- Engrenagens cônicas de dentes retos;
- Parafuso rosca sem fim;

2.1.1 Engrenagens cilíndricas de dentes retos

É o tipo de engrenagem mais simples, que utiliza seus dentes como forma de desenvolver relações cinemáticas primárias. Sua principal característica, fora a simplicidade, é a altíssima eficiência na transmissão de potência, que pode chegar até a 98%. Além disso, essas engrenagens sempre se acoplam com outras do mesmo tipo, e seus eixos, obviamente, sempre serão paralelos entre si. A Figura 1 apresenta a nomenclatura dos principais parâmetros geométricos desse tipo de engrenagem, que também se aplicam em sua maior parte aos outros tipos.

Figura 1 – Nomenclatura para engrenagens cilíndricas de dentes retos.

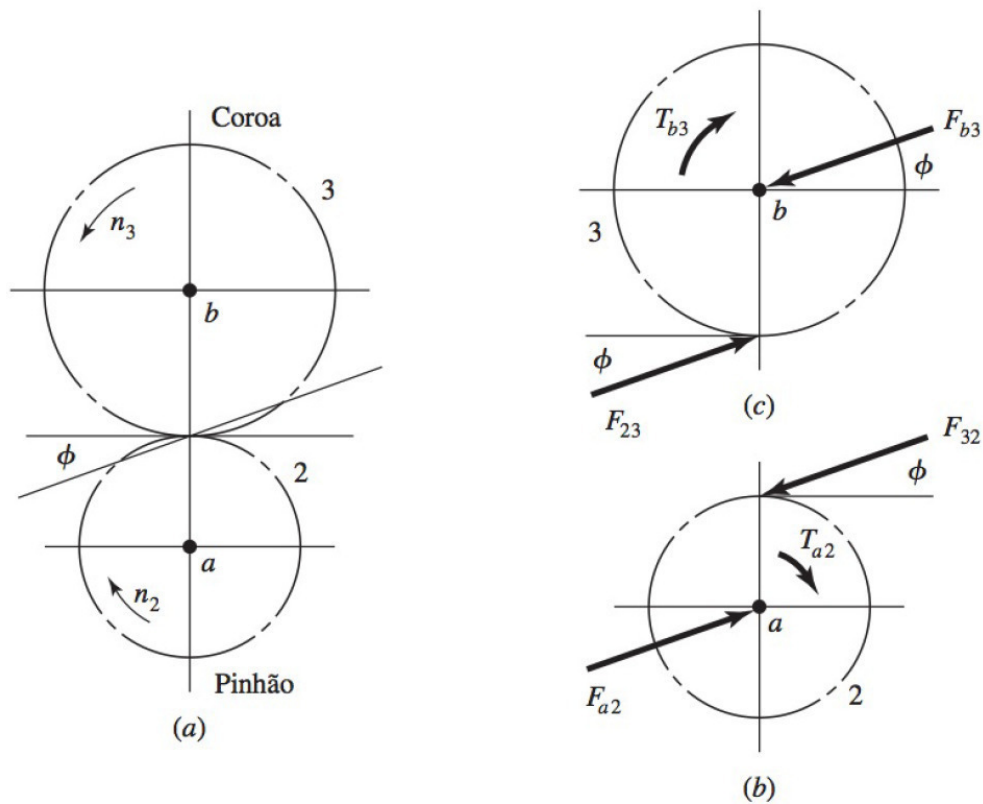


Fonte: Budynas e Nisbett (2016).

Para as análises neste trabalho, também serão necessários outros parâmetros, que por sua vez, dependem do sistema de medição utilizado. Os dois sistemas mais importantes são o Sistema Internacional (SI) e o Sistema Inglês, também chamado de Sistema Imperial. Uma das propriedades mais importantes para as engrenagens é o seu Módulo m (Sistema internacional), definido como o diâmetro do círculo primitivo dividido pelo número de dentes, e seu equivalente no Sistema Inglês, o Passo Diametral P , definido como o número de dentes da engrenagem dividido pelo diâmetro do círculo primitivo. Assim, salvo as mudanças de unidade, um parâmetro é o inverso do outro. O círculo primitivo, por sua vez, é o círculo imaginário correspondente aos pontos onde há o contato direto entre os dentes das engrenagens acopladas. Define-se a maior engrenagem do par como a coroa, e a menor, como pinhão. Assim, d_p , será considerado o diâmetro do círculo primitivo do pinhão, e d_g , o diâmetro do círculo primitivo da coroa.

A Figura 2 demonstra o contato de duas engrenagens cilíndricas de dentes retos e as forças e reações geradas nas diferentes direções.

Figura 2 – Diagrama de corpo livre de forças e momentos atuando sobre duas engrenagens de um trem de engrenagens simples.



Fonte: Budynas e Nisbett (2016).

Como se pode ver, as forças entre uma engrenagem e outra não são completamente tangenciais ao círculo primitivo, como talvez se esperasse. Existe uma inclinação determinada pelo ângulo ϕ_n , chamado de ângulo de pressão normal, que nada mais é do que a angulação da força aplicada a engrenagem acoplada com base na linha tangente do contato entre os dois círculos primitivos, que depende da geometria dos dentes das engrenagens. Como as forças são iguais e opostas, é necessário que ambas engrenagens acopladas possuam o mesmo ângulo de pressão para que funcionem corretamente. Assim, assumiu-se uma convenção de decompor a força resultante do contato das engrenagens em duas componentes: tangencial (W_t) e radial (W_r). Todos esses valores dependem diretamente do torque T , descrito na Equação 1. Seus módulos encontram-se nas Equações 2 e 3, respectivamente.

$$T = \frac{Pot}{n} \quad (1)$$

$$W_t = T/r_p \quad (2)$$

$$W_r = W_t \tan \phi_n \quad (3)$$

Onde: **Pot** é a potência transmitida ao eixo da engrenagem em questão, **n** é a rotação do eixo em *rad/s* e **r_p** é o raio do círculo primitivo da engrenagem. Tendo apenas os valores das forças em todas as engrenagens, junto com a posição das engrenagens e as posições dos pontos de contato, já é possível fazer uma análise estática para determinação do diâmetro do eixo necessário para suportar essas cargas, como será exposto no fim do capítulo.

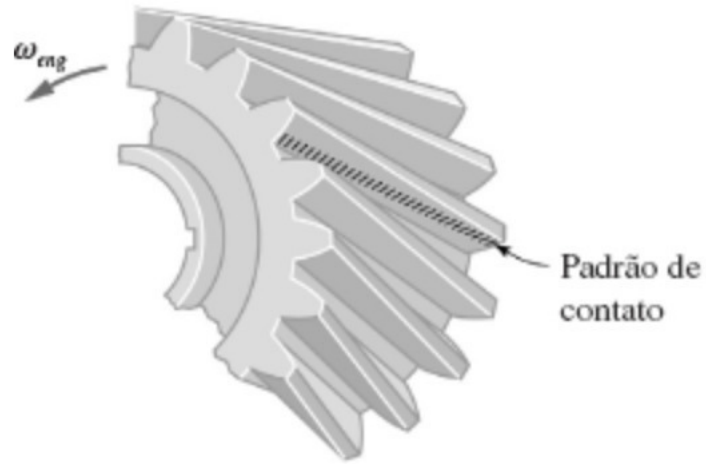
2.1.2 Engrenagens cilíndricas de dentes helicoidais

Esse tipo de engrenagem é muito parecido com as engrenagens cilíndricas de dentes retos, inclusive em suas análises. A principal diferença em relação a anterior, é que seus dentes são dispostos transversalmente em forma de hélice em relação ao eixo. Esse tipo de engrenagem possui uma eficiência levemente inferior às de dente reto, porém, são recomendadas para altair potências, pois reduzem significativamente os ruídos do sistema. A Figura 3 demonstra uma seção de uma engrenagem helicoidal típica.

A inclinação nos dentes é definida em relação a um ângulo ψ , chamado ângulo de hélice. Por convenção, as engrenagens são chamadas de hélice direita, ou esquerda, dependendo da direção da inclinação dos dentes. Nota-se que uma engrenagem helicoidal sempre estará acoplada a outra com uma hélice de sentido contrário a sua. A Figura 4 mostra a base para a determinação de ψ , como também o comportamento da força do contato entre as engrenagens.

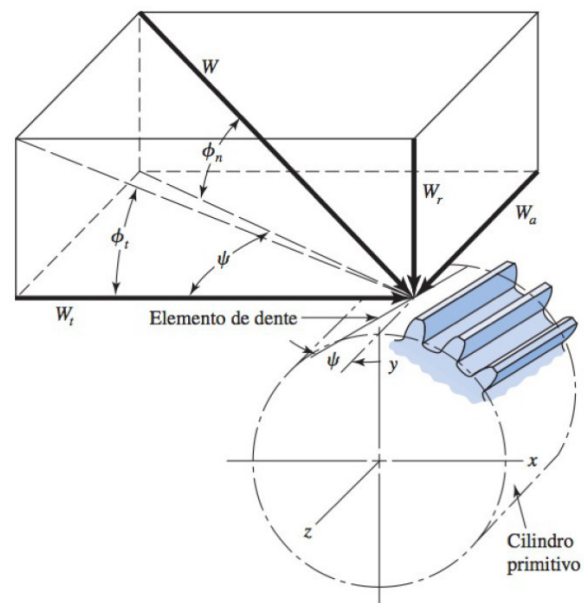
Os mesmos parâmetros definidos nas engrenagens de dentes retos se aplicam aqui. A única diferença é que as forças também dependem do ângulo de hélice, e por isso, há a aparição de uma componente axial (W_a). Assim, as componentes da força resultante do contato estão definidas nas Equações 4 à 6.

Figura 3 – Detalhe dos dentes de uma engrenagem helicoidal típica.



Fonte: Collins (2010)

Figura 4 – Forças entre dentes atuando sobre uma engrenagem cilíndrica de hélice de mão direita.



Fonte: Budynas e Nisbett (2016).

$$W_t = T/r_p \quad (4)$$

$$W_r = W_t \tan \phi_t \quad (5)$$

$$W_a = W_t \tan \psi \quad (6)$$

Como mostrado na Figura 4, o ângulo de pressão no sentido da rotação, ϕ_t , é obtido a partir de uma relação do ângulo de pressão normal e do ângulo de hélice, exposta na Equação 7.

$$\phi_t = \tan^{-1} \left(\frac{\tan \phi_n}{\cos \psi} \right) \quad (7)$$

Por hora, assim como na metodologia descrita nas engrenagens de dentes retos, a obtenção das forças é o suficiente para realizar a análise estática.

2.1.3 Engrenagens cônicas de dentes retos

Diferentemente dos tipos de engrenagens anteriores, o topo dos dentes das engrenagens cônicas de dentes retos não são paralelos ao eixo em que a engrenagem está acoplada. Como o próprio nome já diz, os dentes desse tipo de engrenagem tem formato seções de tronco de cone. Assim, o engrenamento do par ocorre de maneira diferente dos anteriores: as engrenagens encontram-se em eixos perpendiculares, ao invés de paralelos, sendo essa sua principal utilização: mudar a direção do eixo acoplado. Essa característica está apresentada na Figura 5.

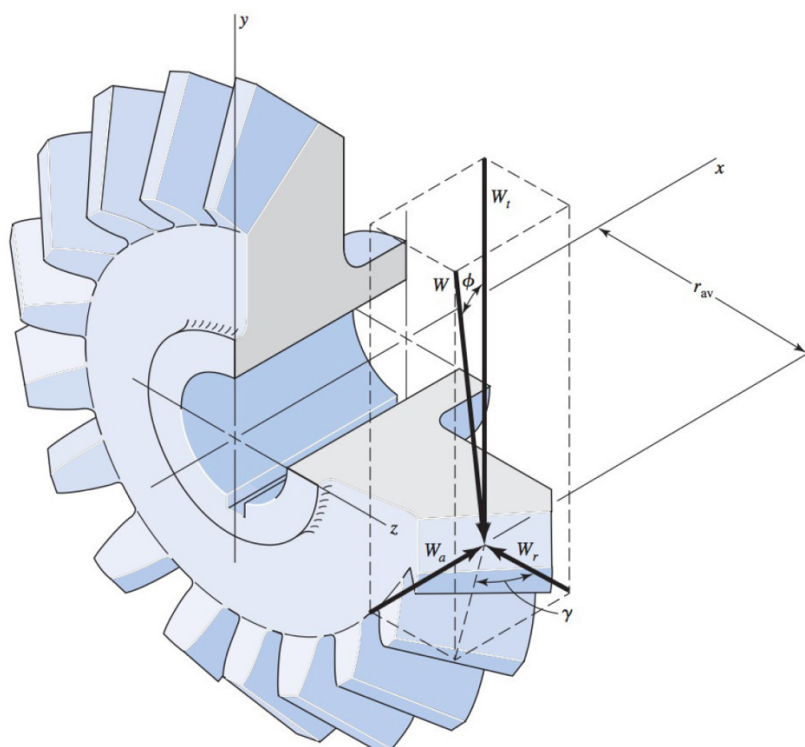
Nesse sistema, há a introdução de um novo parâmetro, γ , chamado ângulo de cone, mostrado na Figura 6 e expresso pela Equação 8.

Figura 5 – Acoplamento de engrenagens cônicas de dentes retos.



Fonte: How Stuff Works¹

Figura 6 – Forças entre dentes de engrenagens cônicas de dentes retos.



Fonte: Budynas e Nisbett (2016).

¹ Disponível em: <<https://science.howstuffworks.com/transport/engines-equipment/gear4.htm>>. Acesso em: 20 jul. 2019.

$$\gamma = \tan^{-1} \frac{N_a}{N} \quad (8)$$

Onde N é o número de dentes da engrenagem que se está observando e N_a o número de dentes da engrenagem acoplada. A disposição das forças, como mostrado na última figura, segue um caráter similar às engrenagens anteriores, como exposto nas Equações 9 à 11.

$$W_t = T/r_p \quad (9)$$

$$W_r = W_t \tan \phi \cos \gamma \quad (10)$$

$$W_a = W_t \tan \phi \sin \gamma \quad (11)$$

2.1.4 Parafuso rosca sem fim

Entre todos os sistemas citados, esse é o que mais se distancia do padrão. Um pinhão sem fim é caracterizado por possuir entradas ao invés de dentes. O movimento rotativo do pinhão sem fim empurra a coroa, gerando um movimento “sem fim”, como visto na Figura 7.

Figura 7 – Acoplamento de pinhão e rosca sem fim



Fonte: Normelemente KG²

² Disponível em: < <https://www.norelem.com/>>. Acesso em: 20 jul. 2019.

O sentido da hélice do pinhão sempre será igual ao da coroa. A análise das forças se dá de uma forma diferente das anteriores, pois calcular a componente tangencial à partir da relação do torque e o raio do círculo primitivo não é apropriado nesse caso. Primeiro, é necessário calcular o passo axial, p_x , definido pela Equação 12. Em seguida, calcula-se o avanço L e o ângulo de avanço λ , com base nas Equações 13 e 14.

$$p_x = \frac{\pi}{p} = \pi m \quad (12)$$

$$L = p_x N_w \quad (13)$$

$$\lambda = \tan^{-1} \left(\frac{L}{\pi d_p} \right) \quad (14)$$

Onde N_w é o número de entradas do pinhão. Por fim, com posse de λ , parte-se para o cálculo das forças. Para o cálculo da componente tangencial, há uma equação para cada tipo de sistema, como mostra Equação 15. O comportamento das forças é mostrado na Figura 8. Nota-se que as componentes tangenciais, radiais e axiais estão representadas na figura como W_x , W_y e W_z , respectivamente.

$$W_t = \begin{cases} 33000 \frac{Pot}{V_w} & (\text{Sistema Inglês}) \\ \frac{Pot}{V_w} & (\text{Sistema Internacional}) \end{cases} \quad (15)$$

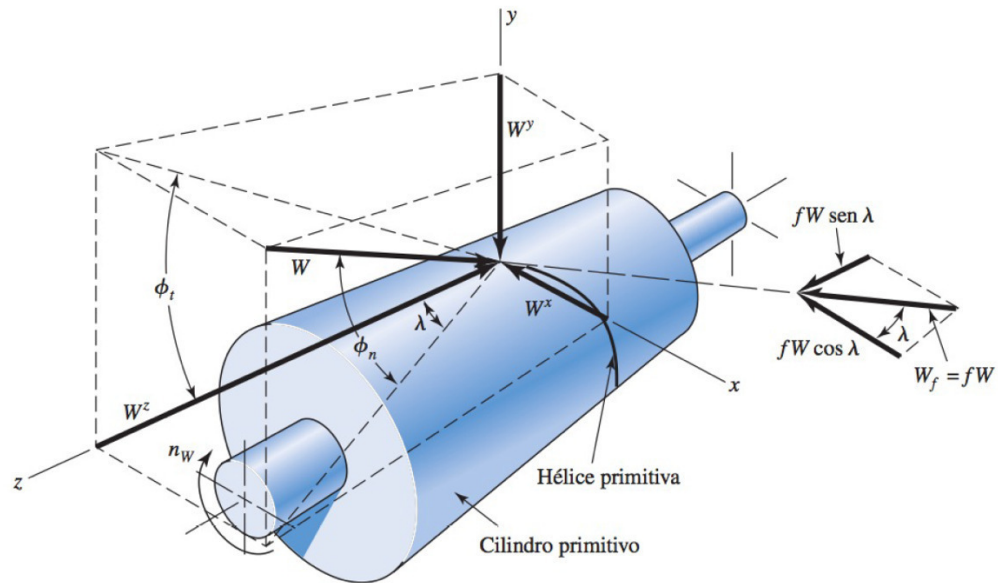
Nas quais V_w corresponde à velocidade na linha primitiva, que também é calculada de maneira diferente para cada sistema, como expresso na Equação 16.

$$V_w = \begin{cases} \pi d_p n_p / 12 & (\text{Sistema Inglês}) \\ \pi d_p n_p / 60 & (\text{Sistema Internacional}) \end{cases} \quad (16)$$

Onde n_p é a rotação do eixo sem fim em rotação/min. Como o movimento das engrenagens é baseado em deslizamento puro, em contraste às anteriores onde o

movimento se dava por rolamento puro, o atrito é de grande importância para determinação das forças do sistema. Antes de calcular o coeficiente de atrito, entretanto, é necessário calcular a velocidade de deslizamento, V_s , a partir das Equação 17.

Figura 8 – Desenho do cilindro primitivo de um parafuso sem-fim mostrando as forças exercidas sobre ele pela coroa sem-fim.



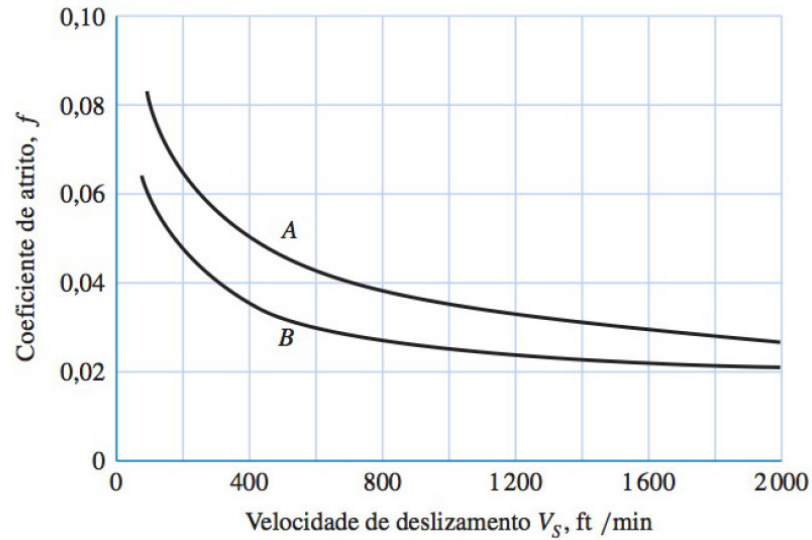
Fonte: Budynas e Nisbett (2016).

$$V_s = \frac{V_w}{\cos \lambda} \quad (17)$$

A partir desse valor, é possível achar o coeficiente de atrito do contato entre as engrenagens f , através do gráfico da Figura 9. Vale ressaltar que o gráfico diz respeito ao sistema inglês, então caso o projeto seja no sistema internacional, será necessária a conversão do valor da velocidade de deslizamento para o sistema correspondente. A curva A deve ser usada para materiais mais grosseiros, onde é esperado um atrito maior, como ferro fundido, já a B, para materiais mais refinados, com um menor atrito, como um aço endurecido ou bronze-fósforo.

Em mãos do coeficiente de atrito, a força resultante, W , e suas componentes axiais e radiais podem ser calculadas conforme as Equações 18 à 20.

Figura 9 – Valores representativos do coeficiente de atrito para engrenagens sem-fim. Estes valores baseiam-se em boas condições de lubrificação.



Fonte: Budynas e Nisbett (2016).

$$W = \frac{W_t}{\cos \phi_n \sin \lambda + f \cos \lambda} \quad (18)$$

$$W_a = W \sin \phi_n \quad (19)$$

$$W_r = W(\cos \phi_n \cos \lambda - f \sin \lambda) \quad (20)$$

Por fim, diferentemente das engrenagens anteriores onde as forças aplicadas a cada engrenagem do par eram iguais e opostas, como nesse caso há a presença significativa do atrito, é necessário calcular a eficiência da transmissão antes de determinar a força aplicada pela coroa no pinhão. A eficiência, η , pode ser calculada a partir da Equação 21.

$$\eta = \frac{\cos \phi_n - f \tan \lambda}{\cos \phi_n + f \cotan \lambda} \quad (21)$$

Assim, com uma manipulação de variáveis, a componente tangencial da força tangencial na coroa, W_{Gt} , pode ser calculada pela Equação 22.

$$W_{Gt} = W_t \frac{f \sin \lambda - \cos \phi_n \cos \lambda}{\cos \phi_n \sin \lambda + f \cos \lambda} \quad (22)$$

Em seguida, as outras componentes podem ser calculadas utilizando o mesmo procedimento descrito nas Equações 15 à 20.

2.2 MUDANÇA DE VELOCIDADES DE ROTAÇÃO ENTRE EIXOS

Um tópico extremamente simples, mas de vital importância no dimensionamento de um sistema de transmissão de potência é a relação entre as velocidades de rotação dos eixos. Para as engrenagens de dentes retos, helicoidais, e cônicas de dentes retos, a Equação 23 apresenta a relação entre as velocidades do eixo motor e o eixo acoplado. Já a Equação 24 apresenta a mesma relação para as engrenagens sem fim.

$$n_p = n_g \frac{d_p}{d_g} \quad (23)$$

$$n_p = n_g \frac{N_w}{d_g} \quad (24)$$

2.3 ANÁLISE ESTÁTICA PARA DETERMINAÇÃO DE DIÂMETRO MÍNIMO DE EIXO

Após calcular todas as forças sofridas pelas engrenagens de um determinado eixo, é possível calcular o diâmetro mínimo de tal para que suporte os carregamentos em questão.

O primeiro passo para isso é a determinação de um sistema de referências pelo qual todo o projeto se baseará. Recomenda-se que o eixo fique paralelo a um dos três eixos coordenados, para simplificação de cálculos. Vale ressaltar que utilizando essa metodologia todos os eixos estarão paralelos a algum eixo coordenado, já que as engrenagens cilíndricas de dentes retos e helicoidais sempre estão em eixos paralelos, e as rotações das cônicas e do sem-fim são sempre de noventa graus. Escolhido o ponto, é necessário tomar nota das posições das engrenagens e dos pontos de contatos entre elas e as acopladas. Além disso, é necessário ter a posição dos mancais do eixo, que

são os elementos que impedem que haja movimentos indesejados durante seu funcionamento.

Tendo todos esses dados em mãos, é necessário deslocar todas as forças presentes ao eixo. Para isso, calcula-se o produto vetorial entre a distância entre as forças e o eixo com as próprias forças. Isso gera um vetor com momentos (nas direções diferentes a do eixo) e torque (na direção axial), que será utilizado posteriormente nas análises.

Com todas as forças no eixo, calculando o somatório das forças na direção do eixo, é possível determinar qual mancal suportará a carga axial. Esse mancal será o que se encontra no mesmo sentido da força resultante nessa direção.

Calculando o momento em relação ao mancal que **não** suporta a carga axial e igualando-o a zero, lembrando de adicionar um termo para o torque resultante na direção do eixo, é possível encontrar as componentes da reação do outro mancal e o torque resultante. Em todos os eixos intermediários, o torque resultante necessariamente tem que ser zero, o que serve como uma forma de checagem dos cálculos.

Por fim, igualando o somatório de forças a zero, acha-se as componentes do mancal que não recebe carregamento axial, levando ao conhecimento de todas as forças do sistema.

Ao descobrir o valor das reações dos mancais, utilizando o método de seccionamento, calcula-se os momentos fletores nos dois eixos correspondentes. Achando os valores máximos de momentos e torques ao longo da barra, é possível calcular o diâmetro mínimo do eixo a partir da Equação 25.

$$d = \left\{ \frac{16n}{\pi S_y} (M^2 + T^2)^{1/2} \right\}^{1/3} \quad (25)$$

Onde n é o coeficiente de segurança do projeto, que deve ser maior ou igual a um, definido a critério S_y o limite de resistência ao escoamento do material do eixo, M e T são o momento total e torque máximo ao longo do eixo, respectivamente.

2.4 ANÁLISES DINÂMICAS PARA DIMENSIONAMENTO DE ENGRENAGENS

Embora os resultados obtidos anteriormente já deem uma magnitude do comportamento dos elementos do projeto, nenhum efeito dinâmico foi considerado. Isto é, os dimensionamentos não levam em conta a ação da fadiga na deterioração dos elementos.

A AGMA propõe uma série de análises baseadas em métodos empíricos para determinação dos parâmetros necessários para o projeto e o cálculo dos coeficientes de segurança dos elementos em suas diferentes formas de falha. Cada tipo de engrenagem tem uma análise diferente, e por fim, há outra análise para o eixo.

2.4.1 Análises para engrenagens cilíndricas de dentes retos

Para a análise, duas tensões devem ser calculadas, a referente à fadiga, e ao crateramento. As Equações 26 e 27 representam as duas tensões, respectivamente, em ambos os sistemas.

$$\sigma = \begin{cases} W^t K_o K_v K_s \frac{P_d}{F} \frac{K_m K_B}{J} & (\text{Sistema americano}) \\ W^t K_o K_v K_s \frac{1}{b m_t} \frac{K_H K_B}{Y_J} & (\text{Unidades SI}) \end{cases} \quad (26)$$

Onde W^t é a força tangencial transmitida, K_o é o fator de sobrecarga, K_v é o fator dinâmico, K_s é o fator de tamanho, P_d é o passo diametral transversal, $F(b)$ é a largura da face do membro mais estreito, $K_m(K_H)$ é o fator de distribuição de carga, K_B é o fator de espessura do aro de borda, $J(Y_J)$ é o fator geométrico para resistência flexional e m_t é o módulo métrico transversal.

$$\sigma_c = \begin{cases} C_p \sqrt{W^t K_o K_v K_s \frac{K_m C_f}{d_p F I}} & (\text{Sistema americano}) \\ Z_E \sqrt{W^t K_o K_v K_s \frac{K_H Z_R}{d_{w1} b Z_I}} & (\text{Unidades SI}) \end{cases} \quad (27)$$

Onde $C_p(Z_E)$ é o coeficiente elástico do material, $C_f(Z_R)$ é o fator de condição superficial, $d_p(d_{w1})$ é o diâmetro primitivo do pinhão e $I(Z_I)$ é o fator geométrico para a resistência de crateramento.

Todos os parâmetros mencionados serão explicados nas seções a seguir.

2.4.1.1 Fator geométrico de resistência à flexão $J (Y_J)$

Esse valor pode ser encontrado diretamente a partir da Figura 10. Nota-se que há dois valores diferentes que precisam ser encontrados para cada par de engrenagem, um para o pinhão e outro para a coroa.

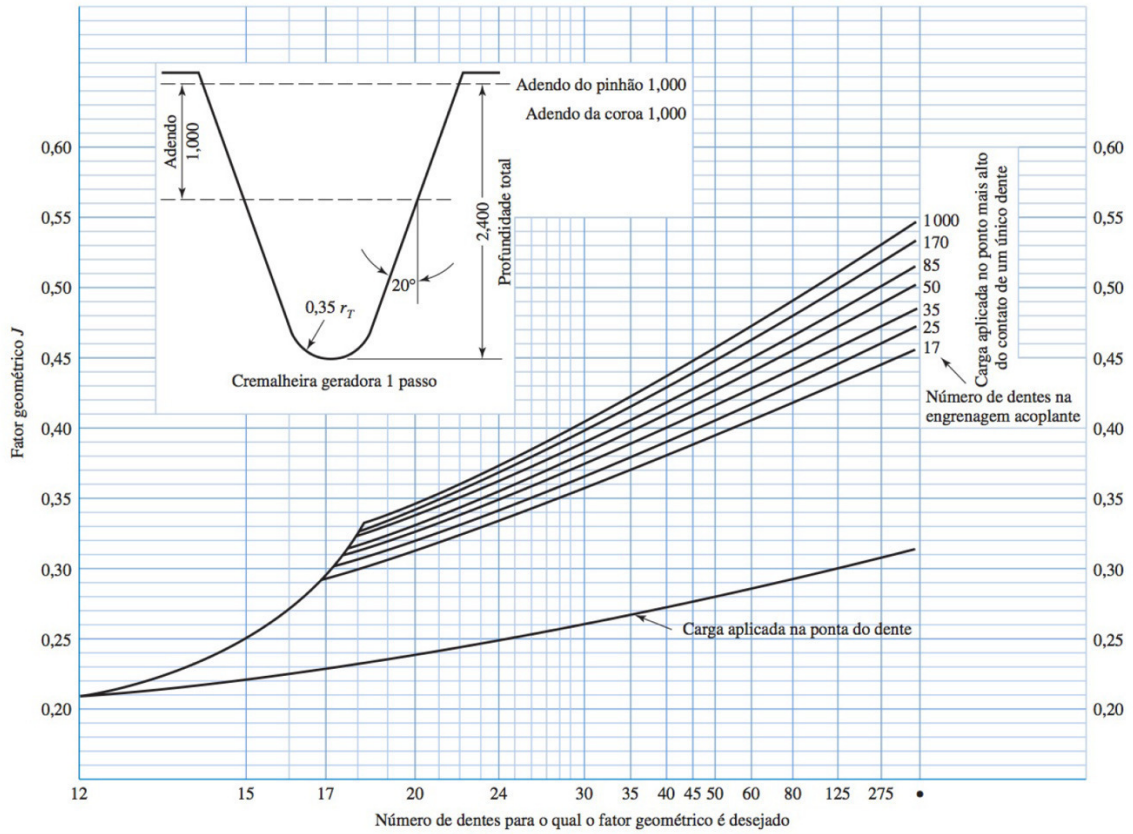
2.4.1.2 Fator geométrico de resistência superficial $I (Z_I)$

Parâmetro obtido através da análise da relação entre as velocidades de rotação dos eixos e a geometria das engrenagens envolvidas. Pode ser calculado a partir da Equação 28.

$$I = \begin{cases} \frac{\cos \phi_t \sin \phi_t}{2m_N} \frac{m_G}{m_G + 1} & \text{para engrenagens externas} \\ \frac{\cos \phi_t \sin \phi_t}{2m_N} \frac{m_G}{m_G - 1} & \text{para engrenagens internas} \end{cases} \quad (28)$$

Onde m_N é o fator de razão de compartilhamento de carga, que para engrenagens de dentes retos é igual a 1, e m_G é a razão de número de dentes da coroa em relação ao pinhão.

Figura 10 – Fatores geométricos J de engrenagens cilíndricas de dentes retos.



Fonte: AGMA 218.01.

2.4.1.3 Coeficiente elástico C_p (Z_E)

Esse parâmetro pode ser calculado diretamente a partir da Equação 29.

$$C_p = \left[\frac{1}{\pi \left(\frac{1 - \nu_p^2}{E_p} + \frac{1 - \nu_g^2}{E_g} \right)} \right]^{1/2} \quad (29)$$

Onde ν_p é o coeficiente de Poisson, e E_p e E_g são os módulos de Young do material do pinhão e da coroa, respectivamente.

2.4.1.4 Fator de sobrecarga K_0

Esse parâmetro depende da suavidade do comportamento dos elementos envolvidos. Pode ser facilmente determinado a partir da Tabela 1.

Tabela 1 – Tabela de fatores de sobrecarga, K_0

Máquina acionada			
Fonte de potência	Uniforme	Choques moderados	Choques intensos
Uniforme	1,00	1,25	1,75
Choques leves	1,25	1,50	2,00
Choques médios	1,50	1,75	2,25

Fonte: ANSI/AGMA 2001-D04.

2.4.1.5 Fator dinâmico K_v

Parâmetro que depende da velocidade na linha primitiva, como visto na Equação 16, e do número de qualidade das engrenagens. Caso as engrenagens do par tenham números de qualidade diferente, é necessário obter um valor de K_v para cada. O fator pode ser calculado a partir da Equação 30.

$$K_v = \begin{cases} \left(\frac{A + \sqrt{V}}{A} \right)^B & V \text{ em } ft/min \\ \left(\frac{A + \sqrt{200V}}{A} \right)^B & V \text{ em } m/s \end{cases} \quad (30)$$

Em que **A** e **B** são parâmetros que podem ser calculados a partir das Equações 31 e 32, respectivamente.

$$A = 50 + 56(1 - B) \quad (31)$$

$$B = 0.25(12 - Q_v)^{2/3} \quad (32)$$

Onde Q_v é o número de qualidade da engrenagem em questão.

2.4.1.6 Fator de tamanho K_s

Reflete a influência nas propriedades do material causado pelo tamanho. Depende de fatores como o tamanho do dente, diâmetro da peça, razão entre o tamanho do dente e o diâmetro da peça, largura de face, área do padrão de tensão, razão de profundidade de camada pelo tamanho do dente, capacidade de endurecimento e tratamento térmico. Pode ser calculado a partir da Equação 33.

$$K_s = 1.192 \left(\frac{F\sqrt{Y}}{P} \right)^{0.0535} \quad (\text{Sistema inglês}) \quad (33)$$

Onde Y é o fator de Lewis e pode ser obtido a partir da Tabela 2. A Equação 33 é apenas determinada para o Sistema inglês, então caso o projetista estiver trabalhando no SI, terá que converter os parâmetros de largura de face e módulo para utilizá-la.

Tabela 2 – Valores do Fator de forma de Lewis, Y

Número de dentes	Y	Número de dentes	Y
12	0,245	28	0,353
13	0,261	30	0,359
14	0,277	34	0,371
15	0,290	38	0,384
16	0,296	43	0,397
17	0,303	50	0,409
18	0,309	60	0,422
19	0,314	75	0,435
20	0,322	100	0,447
21	0,328	150	0,460
22	0,331	300	0,472
24	0,337	400	0,480
26	0,346	Cremalheira	0,485

Fonte: Budynas e Nisbett (2016).

2.4.1.7 Fator de distribuição de carga K_m (K_H)

Reflete a não uniformidade da distribuição da carga ao longo da linha de contato. Depende de vários parâmetros intermediários, conforme a Equação 34.

$$K_m = C_{mf} = 1 + C_{mc}(C_{pf}C_{pm} + C_{ma}C_e) \quad (34)$$

Em que,

$$C_{mc} = \begin{cases} 1,0 & \text{para dentes sem coroamento} \\ 0,8 & \text{para dentes coroados} \end{cases} \quad (35)$$

$$C_{pf} = \begin{cases} \frac{F}{10d} - 0,025 & F \leq 1 \text{ in} \\ \frac{F}{10d} - 0,0375 + 0,0125F & 1 \leq F \leq 17 \text{ in} \\ \frac{F}{10d} - 0,1109 + 0,0207F - 0,000288F^2 & 17 \leq F \leq 40 \text{ in} \\ \frac{b}{10d} - 0,025 & b \leq 25 \text{ mm} \\ \frac{b}{10d} - 0,0375 + 4,92(10^{-4})b & 25 \leq b \leq 425 \text{ mm} \\ \frac{b}{10d} - 0,1109 + 8,15(10^{-4})b - 3,53(10^{-7})b^2 & 425 \leq b \end{cases} \quad (36)$$

$$C_{ma} = A + BF + CF^2 \quad (37)$$

Onde **A**, **B** e **C** são parâmetros obtidos a partir da Tabela 3.

$$C_e = \begin{cases} 0,8 & \text{para engrenamento ajustado na montagem, ou quando} \\ & \text{a compatibilidade é melhorada por lapidação, ou ambos} \\ 1,0 & \text{para todos os outros casos} \end{cases} \quad (38)$$

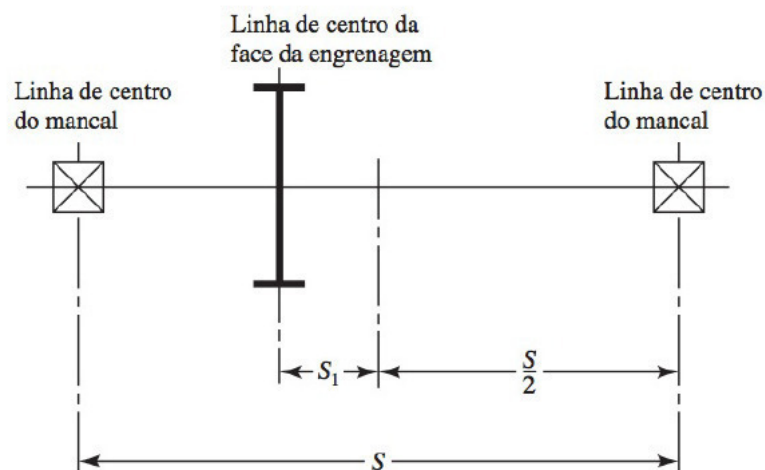
Tabela 3 – Constantes empíricas A , B e C para a Equação 37.

Condição	A	B	C
Engrenamento aberto	0,247	0,0167	$-0,765(10^{-4})$
Unidades fechadas, comerciais	0,127	0,0158	$-0,930(10^{-4})$
Unidades fechadas, de precisão	0,0675	0,0128	$-0,926(10^{-4})$
Unidades fechadas, extraprecisas	0,00360	0,0102	$-0,822(10^{-4})$

Fonte: ANSI/AGMA 2001-D04.

$$C_{pm} = \begin{cases} 1 & \text{para pinhão no intervalo entre mancais } S_1/S < 0,175 \\ 1,1 & \text{para pinhão no intervalo entre mancais } S_1/S \geq 0,175 \end{cases} \quad (39)$$

Onde S_1 e S são definidos a partir da Figura 11.

Figura 11 - Definição das distâncias S_1 e S utilizadas na Equação 39.

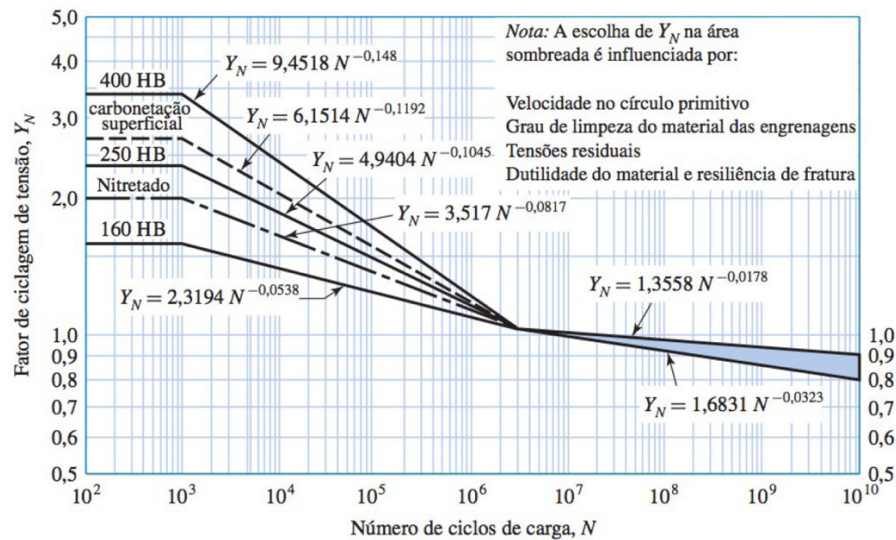
Fonte: ANSI/AGMA 2001-D04.

2.4.1.8 Fatores de ciclagem de tensão Y_N e Z_N

Fatores que dependem da vida pretendida do par de engrenagens. É necessário observar que como o pinhão e a coroa não necessariamente giram com a mesma velocidade, ambos terão fatores de ciclagem diferente, baseado na relação entre a

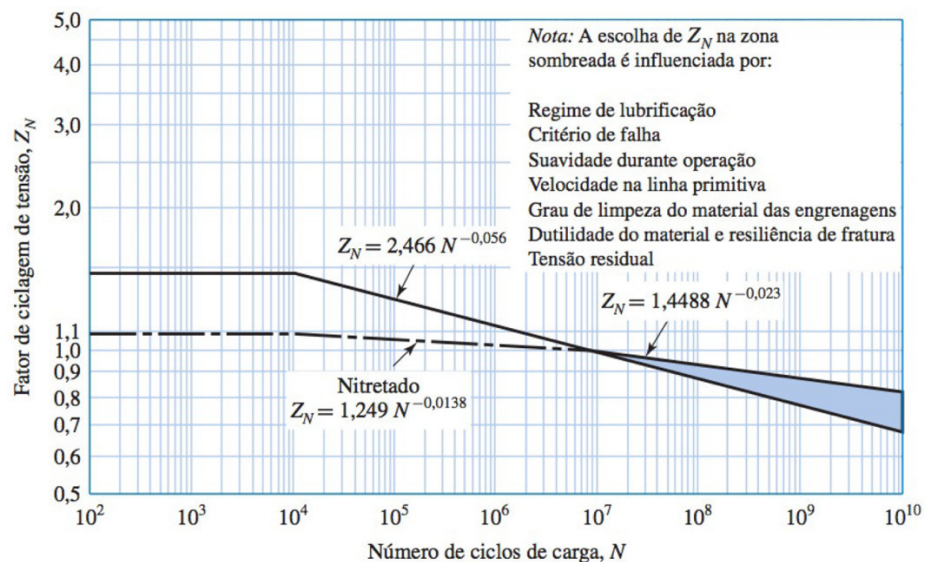
rotação dos dois eixos. Os fatores Y_N e Z_N podem ser obtidos através das Figuras 12 e 13.

Figura 12 – Fator de ciclagem de tensão Y_N para a resistência de flexão sob carregamento repetido.



Fonte: ANSI/AGMA 2001-D04.

Figura 13 – Fator de ciclagem para a resistência ao creteramento, Z_N



Fonte: ANSI/AGMA 2001-D04.

2.4.1.9 Fator de confiabilidade $K_R(Y_Z)$

Resultado das distribuições estatísticas de falha do material por fadiga. Pode ser obtido a partir da Tabela 4.

Tabela 4 – Fatores de confiabilidade K_R e Y_Z

Confiabilidade	$K_R (Y_Z)$
0,9999	1,50
0,999	1,25
0,99	1,00
0,9	0,85
0,5	0,70

Fonte: ANSI/AGMA 2001-D04.

2.4.1.10 Fator de razão de dureza $C_H(Z_W)$

Devido ao fato do pinhão ser submetido a um número de ciclos maior do que a coroa, é necessário ajustar as resistências superficiais com relação a esse efeito. Esse fator pode ser calculado a partir da Equação 40.

$$C_H = 1,0 + A'(m_G - 1,0) \quad (40)$$

Onde A' pode ser calculado a partir da Equação 41.

$$A' = 8,98(10^{-3}) \left(\frac{H_{BP}}{H_{BG}} \right) - 8,29(10^{-3}) \quad (41)$$

Em que os parâmetros H_{BP} e H_{BG} são a dureza superficial do pinhão e da coroa em HB, respectivamente.

2.4.1.11 Fator de temperatura $K_T (Y_\theta)$

Para temperatura de funcionamento das engrenagens até 250°F, usa-se o fator $K_T = Y_\theta = 1$. Para temperaturas maiores do que a citada, utiliza-se um fator maior do que a unidade.

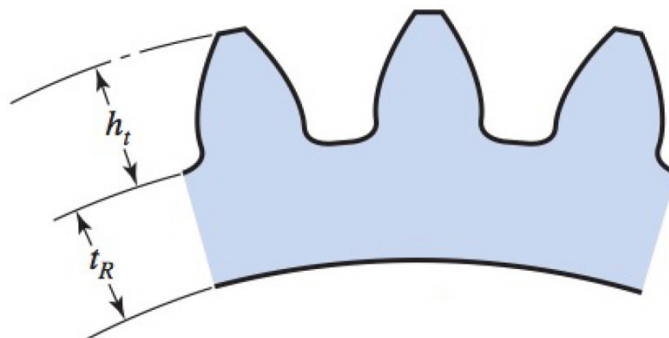
2.4.1.12 Fator de espessura de aro (borda) K_B

Necessário para levar em conta a falha por fadiga flexional causado pela incapacidade da espessura do aro de suportar propriamente a raiz do dente. Depende de uma função de razão auxiliar m_B , definida na Equação 42.

$$m_B = \frac{t_R}{h_t} \quad (42)$$

Onde t_R é a espessura do raio de borda, e h_t a altura do dente, conforme apresentado na Figura 14.

Figura 14 – Definição de raio de borda e altura de dente



Fonte: ANSI/AGMA 2001-D04.

Obtida a razão auxiliar, é possível calcular o fator de espessura de aro a partir da Equação 43.

$$K_B = \begin{cases} 1,6 \ln \frac{2,242}{m_B} & m_B < 1,2 \\ 1 & m_B \geq 1,2 \end{cases} \quad (43)$$

2.4.1.13 Coeficientes de segurança S_H e S_F

São os coeficientes de segurança das engrenagens a respeito de falha por crateramento e fadiga, respectivamente. Podem ser calculados a partir das Equações 44 e 45, respectivamente.

$$S_H = \left(\frac{S_c Z_N C_H / (K_T K_R)}{\sigma_c} \right)^2 \quad (44)$$

$$S_F = \frac{S_t Y_N / (K_T K_R)}{\sigma} \quad (45)$$

Onde S_c e S_t são as tensões de contato e de flexão admissíveis do material, respectivamente.

2.4.1.14 Tensões de contato e de flexão admissíveis, $\sigma_{c,adm}$ e σ_{adm}

Finalmente, as tensões máximas admissíveis nas engrenagens podem ser calculadas a partir das Equações 46 e 47.

$$\sigma_{adm} = \begin{cases} \frac{S_t}{S_F} \frac{Y_N}{K_T K_R} & \text{(Sistema inglês)} \\ \frac{S_t}{S_F} \frac{Y_N}{Y_\theta Y_Z} & \text{(Sistema internacional)} \end{cases} \quad (46)$$

$$\sigma_{c,adm} = \begin{cases} \frac{S_c}{S_H} \frac{Z_N C_H}{K_T K_R} & \text{(Sistema inglês)} \\ \frac{S_c}{S_H} \frac{Z_N Z_W}{Y_\theta Y_Z} & \text{(Sistema internacional)} \end{cases} \quad (47)$$

A partir dos resultados encontrados é possível verificar se o projeto está dentro dos padrões aceitáveis ou não. Caso a resposta seja negativa, é necessário mudar os parâmetros de entrada da análise, como os tipos de materiais das engrenagens, a largura de face, ou o módulo das engrenagens.

2.4.2 Análises para engrenagens cilíndricas de dentes helicoidais

No caso de engrenagens helicoidais, a análise é praticamente a mesma das engrenagens de dentes retos. Apenas duas propriedades vão ser modificadas: o fator geométrico da resistência superficial e o fator geométrico da resistência a flexão, mas elas continuam dependendo dos valores obtidos na análise prévia.

A razão de compartilhamento de carga, m_N , que era 1 para engrenagens de dentes retos, passa a ser definida pela Equação 48.

$$m_N = \frac{\pi \bar{P} \cos \phi_n}{0,95Z} \quad (48)$$

Em que Z pode ser computado por meio da Equação 49.

$$Z = \left[(r_p + a)^2 - r_{bp} \right]^{1/2} + \left[(r_g + a)^2 - r_{bg} \right]^{1/2} - (r_p + r_g) \sin \phi_t \quad (49)$$

Em que r_p e r_g são os raios dos círculos primitivos do pinhão e da coroa, respectivamente, a é o adendo do dente, calculado a partir da Equação 50, e r_{bp} e r_{bg} são o raio do círculo base do pinhão e da coroa, respectivamente, calculados a partir da Equação 51.

$$a = \frac{1}{P} \quad (50)$$

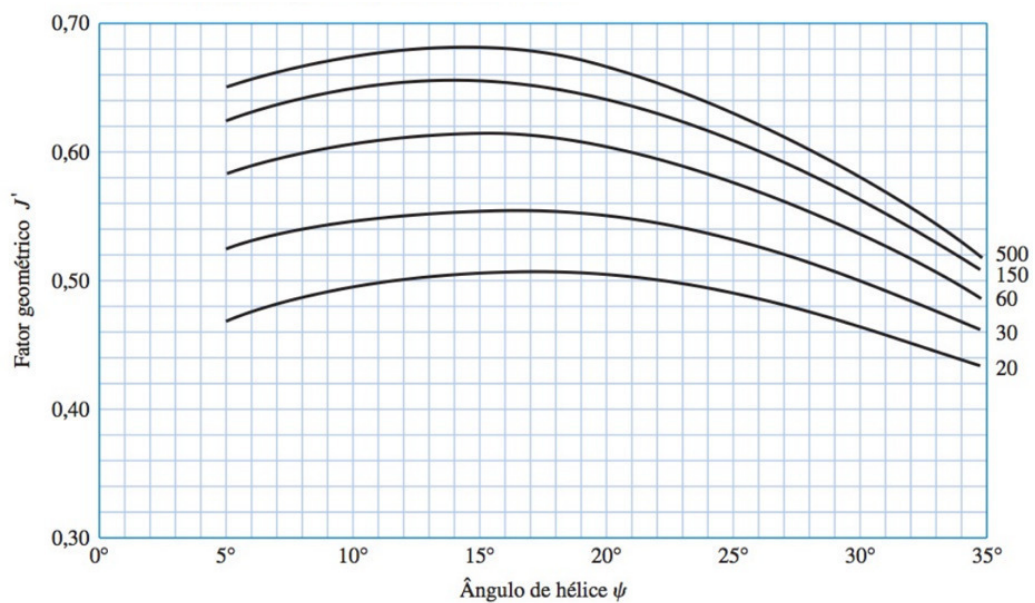
$$r_b = r \cos \phi_t \quad (51)$$

Tendo em mãos o valor de m_N , o fator geométrico da resistência superficial pode ser calculado da mesma forma que anteriormente. O fator geométrico de resistência a flexão é calculado pela Equação 52.

$$J = J' F_{\text{mod}} \quad (52)$$

Em que J' é o Fator geométrico modificado, obtido através da Figura 15, e F_{mod} é o fator modificador, obtido através da Figura 16.

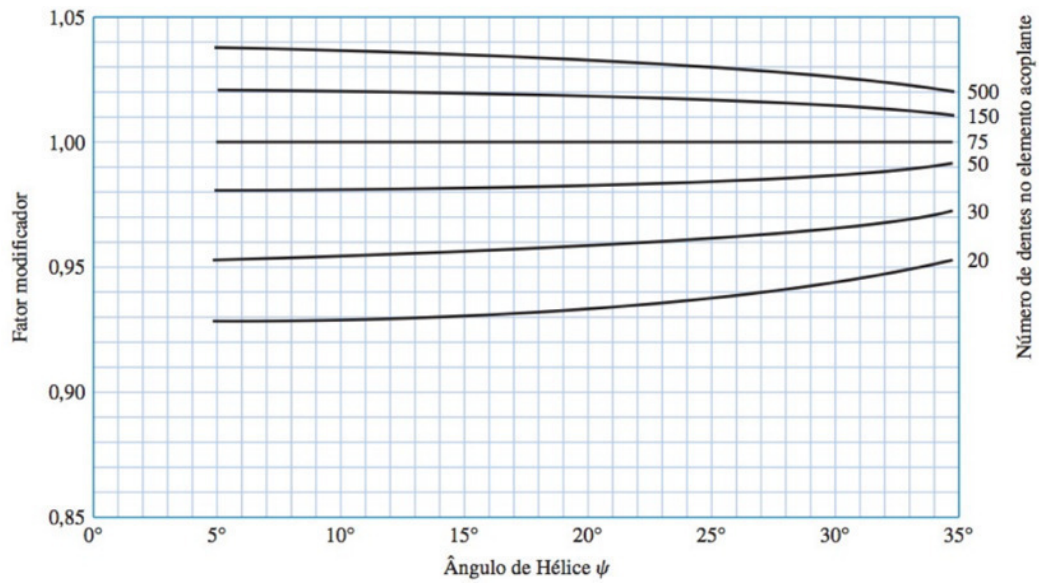
Figura 15 – Fatores geométricos J' para engrenagens helicoidais.



Fonte: AGMA 218.01

A partir desses valores, a análise é completamente igual a anterior, e as mesmas conclusões podem ser tiradas

Figura 16 – Fator modificador F_{mod} para engrenagens helicoidais.



Fonte: AGMA 218.01

2.4.3 Análises para engrenagens cônicas de dentes retos

Essa análise é em linhas gerais muito parecida à das engrenagens cilíndricas de dentes retos. A principal diferença está na determinação de cada parâmetro, que tem leves alterações, mas o passo a passo é basicamente idêntico.

As tensões de contato podem ser calculadas a partir da Equação 53, enquanto as tensões de fadiga podem ser calculadas pela Equação 54.

$$\sigma_c = C_p \left(\frac{W^t}{F d_p I} K_o K_v K_m C_s C_{xc} \right)^{1/2} \quad (\text{Sistema inglês}) \quad (53)$$

$$\sigma_H = Z_E \left(\frac{1000 W^t}{b d Z_1} K_A K_w K_{H\beta} Z_x Z_{xc} \right)^{1/2} \quad (\text{Sistema internacional})$$

$$s_t = \frac{W^t}{F} P K_o K_v \frac{K_s K_m}{K_x J} \quad (\text{Sistema inglês}) \quad (54)$$

$$\sigma_F = \frac{1000W^t}{b} \frac{K_A K_v}{m_{et}} \frac{Y_x K_{H\beta}}{K_x J} \quad (\text{Sistema internacional})$$

Todos os termos novos serão apresentados posteriormente, como no caso das engrenagens cilíndricas de dentes retos. As tensões permissíveis de contato e flexão, encontram-se apresentadas nas Equações 55 e 56, respectivamente.

$$(\sigma_c)_{adm} = \frac{s_{ac} C_L C_H}{S_H K_T C_R} \quad (\text{Sistema inglês})$$

$$\sigma_{HP} = \frac{\sigma_{H \lim} Z_{NT} Z_W}{S_H K_\theta Z_Z} \quad (\text{Sistema internacional}) \quad (55)$$

$$s_{wt} = \frac{s_{at} K_L}{S_F K_T K_R} \quad (\text{Sistema inglês})$$

$$\sigma_{FP} = \frac{\sigma_{F \lim} Y_{NT}}{S_F K_\theta Y_Z} \quad (\text{Sistema inglês}) \quad (56)$$

A seguir, será descrito o passo a passo para a obtenção de todos os parâmetros citados acima.

2.4.3.1 Fator de sobrecarga K_o (K_A)

De forma similar ao método já descrito, o parâmetro pode ser obtido diretamente a partir da Tabela 5.

Tabela 5 – Fatores de sobrecarga K_o (K_A)

Caráter do acionador principal	Caráter da carga na máquina acionada			
	Uniforme	Choques leves	Choques médios	Choques intensos
Uniforme	1,00	1,25	1,50	$\geq 1,75$
Choques leves	1,10	1,35	1,60	$\geq 1,85$
Choques médios	1,25	1,50	1,75	$\geq 2,00$
Choques intensos	1,50	1,75	2,00	$\geq 2,25$

Fonte: ANSI/AGMA 2003-B97

2.4.3.2 Fator dinâmico K_v

Segue exatamente a mesma metodologia descrita na seção de engrenagens cilíndricas de dentes retos.

2.4.3.3 Fator de tamanho para resistência à cavitação C_s (Z_x)

Análogo ao já apresentado, pode ser calculado diretamente pela Equação 57.

$$C_s = \begin{cases} 0,5 & F < 0,5 \text{ in} \\ 0,125F + 0,4375 & 0,5 \leq F \leq 4,5 \text{ in} \\ 1 & F > 4,5 \text{ in} \end{cases} \quad (57)$$

$$Z_x = \begin{cases} 0,5 & b < 12,7 \text{ mm} \\ 0,00492b + 0,4375 & 12,7 \leq b \leq 114,3 \text{ mm} \\ 1 & b > 114,3 \text{ mm} \end{cases}$$

2.4.3.4 Fator de tamanho para flexão K_s (Y_x)

Pode ser calculado diretamente a partir da Equação 58.

$$K_s = \begin{cases} 0,4867 + 0,2132/P & 0,5 \leq P \leq 16 \text{ dentes/in} \\ 0,5 & P \geq 16 \text{ dentes/in} \end{cases} \quad (58)$$

$$Y_x = \begin{cases} 0,5 & m < 1,6 \text{ mm} \\ 0,4867 + 0,008339m & 1,6 \leq m \leq 50 \text{ mm} \end{cases}$$

2.4.3.5 Fator de distribuição de carga K_m ($K_{H\beta}$)

Similar ao já citado, pode ser calculado pela Equação 59.

$$K_m = K_{mb} + 0,0036F^2 \quad (\text{Sistema inglês})$$

$$K_{H\beta} = K_{mb} + 5,6(10^{-6})b^2 \quad (\text{Sistema internacional}) \quad (59)$$

Em que K_{mb} é definido pela Equação 60.

$$K_{mb} = \begin{cases} 1,00 & \text{ambos os membros montados entre mancais} \\ 1,10 & \text{um membro montado entre mancais} \\ 1,25 & \text{nenhum membro montado entre mancais} \end{cases} \quad (60)$$

2.4.3.6 Fator de coroamento para resistência à cavitação C_{xc} (Z_{xc})

Para não sofrer problemas na montagem, é comum que as engrenagens cônicas tenham coroamento aplicado durante sua confecção, e seu efeito pode ser calculado pelo fator descrito na Equação 61.

$$C_{xc} = Z_{xc} = \begin{cases} 1,5 & \text{para dentes coroados de forma apropriada} \\ 2,0 & \text{para dentes não coroados} \end{cases} \quad (61)$$

2.4.3.7 Fator de curvatura ao longo do comprimento para resistência à flexão $K_x(Y_\beta)$

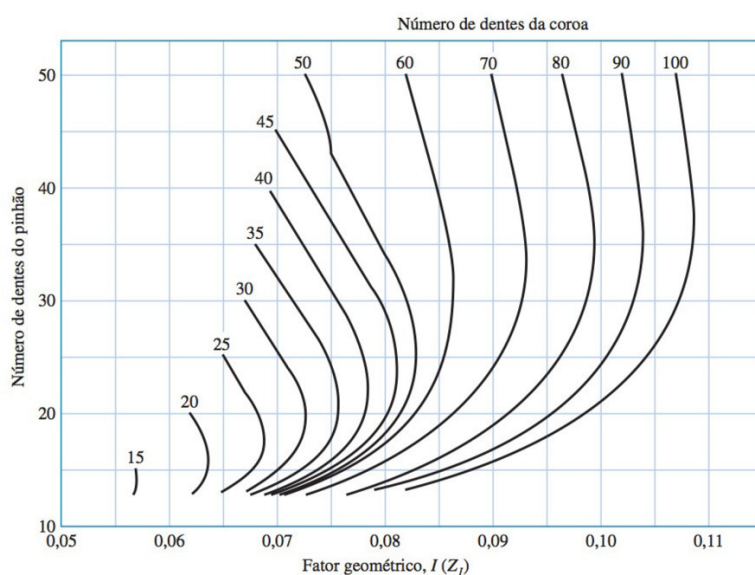
Para engrenagens cônicas de dentes retos,

$$K_x = Y_\beta = 1 \quad (62)$$

2.4.3.8 Fator geométrico para resistência de cavitação $I(Z_I)$

Obtido através da relação entre o número de dentes do pinhão e da coroa, conforme a Figura 17.

Figura 17 – Fator geométrico de contato para engrenagens cônicas de dentes retos.

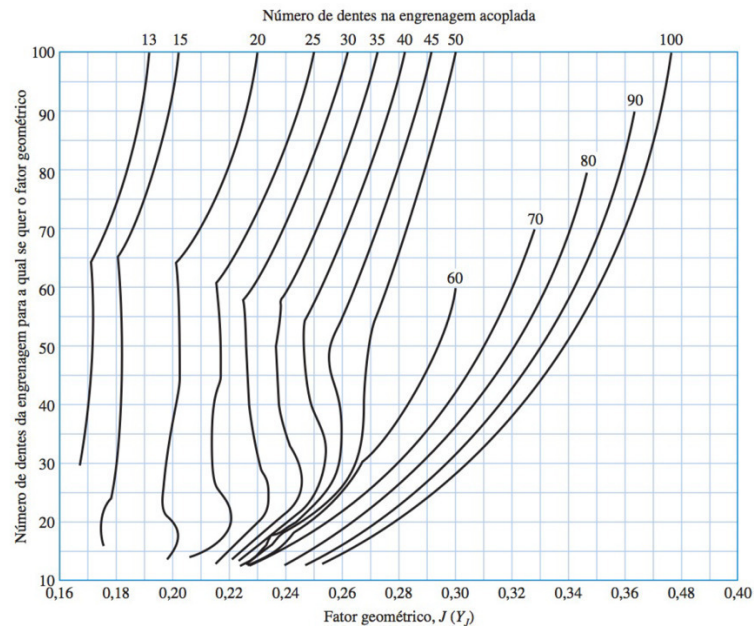


Fonte: ANSI/AGMA 2003-B97

2.4.3.9 Fator geométrico para resistência à flexão $J(Y_I)$

De forma análoga ao parâmetro anterior, obtido diretamente a partir da Figura 18.

Figura 18 – Fator de flexão para engrenagens cônicas de dentes retos.

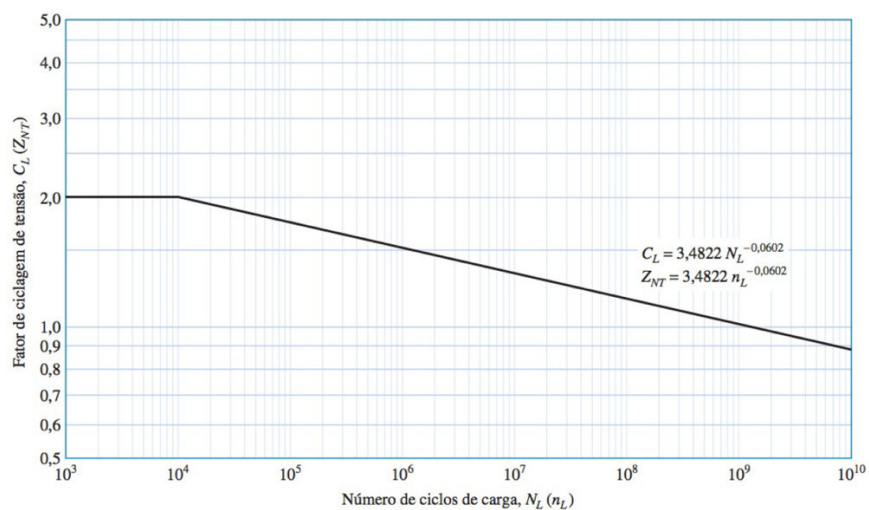


Fonte: ANSI/AGMA 2003-B97

2.4.3.10 Fator de ciclagem de tensão para resistência à cavitação $C_L (Z_{NT})$

Obtido diretamente a partir da análise da vida das engrenagens com base na Figura 19.

Figura 19 – Fator de ciclagem de tensão de contato para resistência de cavitação para engrenagens cônicas de dentes retos.



Fonte: ANSI/AGMA 2003-B97

2.4.3.11 Fator de ciclagem para a resistência à flexão $K_L (Y_{NT})$

Obtido a partir da Figura 20.

2.4.3.12 Fator de razão de dureza $C_H (Z_W)$

Pode ser calculado diretamente pela Equação 63.

$$C_H = Z_W = 1 + \left(0,00898 \left[\frac{H_{BP}}{H_{BG}} \right] - 0,00829 \right) \left(\frac{N_G}{N_P} - 1 \right) \quad (63)$$

2.4.3.13 Fator de temperatura $K_T (K_\theta)$

Pode ser calculado pela Equação 64.

$$K_T = \begin{cases} 1 & 32^\circ\text{F} \leq t \leq 250^\circ\text{F} \\ (460 + t)/710 & t > 250^\circ\text{F} \end{cases}$$

$$K_\theta = \begin{cases} 1 & 0^\circ\text{C} \leq \theta \leq 120^\circ\text{C} \\ (273 + \theta)/393 & \theta > 120^\circ\text{C} \end{cases} \quad (64)$$

Em que t e θ são os valores da temperatura de funcionamento das engrenagens em graus Fahrenheit e Celsius, respectivamente.

2.4.3.14 Fatores de confiabilidade $C_R(Z_Z)$ e $K_R(Y_Z)$

Obtidos a partir da Tabela 6.

Tabela 6 – Fatores de confiabilidade para engrenagens cônicas de dentes retos.

Confiabilidade	$C_R (Z_Z)$	$K_R (Y_Z)$
0,9999	1,22	1,50
0,999	1,12	1,25
0,99	1,00	1,00
0,9	0,92	0,85
0,5	0,84	0,7

Fonte: ANSI/AGMA 2003-B97

2.4.3.15 Coeficiente elástico para resistência à cavitação $C_p(Z_E)$

Calculado diretamente a partir da Equação 65.

$$C_p = Z_E = \sqrt{\frac{1}{\pi[(1 - \nu_P^2)/E_P + (1 - \nu_G^2)/E_G]}} \quad (65)$$

2.4.4 Análises para parafusos rosca sem fim

A análise desse tipo de engrenagens também depende de inúmeros fatores, porém não há a declaração de coeficientes de segurança propriamente ditos, e sim parâmetros qualitativos de adequação ou não do projeto. Também vale ressaltar que a análise não é mais focada em calcular tensões reais e admissíveis, pois essa análise diz respeito a forças. A equação que comanda essa análise, com a força tangencial admissível de um projeto, encontra-se na Equação 66.

$$(W^t)_{\text{adm}} = C_s D_m^{0,8} F_e C_m C_v \quad (66)$$

Em que C_s é o fator dos materiais, D_m é o diâmetro médio da coroa, F_e é largura efetiva da face da coroa, C_m é o fator de correção da razão e C_v o fator de velocidade. Todos os parâmetros serão melhor explicados nos tópicos abaixo.

Primeiramente, a força de atrito, W_f deve ser calculada seguindo a Equação 67.

$$W_f = \frac{f W^t}{\cos \lambda \cos \phi_n} \quad (67)$$

2.4.4.1 Fator de material

Depende primeiramente da distância entre centros das engrenagens, C . Valendo a desigualdade da Equação 68, o parâmetro deve ser calculado a partir dessa, senão, dependerá do tipo de tratamento térmico aplicado, exposto pelas Equações 69 a 71. Vale ressaltar que toda a análise para parafuso sem fim é realizada no sistema inglês, então as unidades devem ser convertidas quando conveniente.

$$C_s = 720 + 10,37C^3 \quad C \leq 3 \text{ in} \quad (68)$$

Caso a distância entre centros não se adeque à restrição anterior, para engrenagens fundidas em molde de areia:

$$C_s = \begin{cases} 1000 & D_m \leq 2,5 \text{ in} \\ 1190 - 477 \log D_m & D_m > 2,5 \text{ in} \end{cases} \quad (69)$$

Para engrenagens fundidas com resfriamento,

$$C_s = \begin{cases} 1000 & D_m \leq 8 \text{ in} \\ 1412 - 456 \log D_m & D_m > 8 \text{ in} \end{cases} \quad (70)$$

Finalmente, para engrenagens fundidas centrifugamente,

$$C_s = \begin{cases} 1000 & D_m \leq 25 \text{ in} \\ 1251 - 180 \log D_m & D_m > 25 \text{ in} \end{cases} \quad (71)$$

2.4.4.2 Fator de correção da razão C_m

Fator dependente da razão de engrenamento m_G , obtido por meio da Equação 72.

$$C_m = \begin{cases} 0,02\sqrt{-m_G^2 + 40m_G - 76} + 0,46 & 3 < m_G \leq 20 \\ 0,0107\sqrt{-m_G^2 + 56m_G - 5145} & 20 < m_G \leq 76 \\ 1,1483 - 0,00658m_G & m_G > 76 \end{cases} \quad (72)$$

2.4.4.3 Fator de velocidade C_v

Definido diretamente a partir da velocidade de deslizamento, V_s , exposta previamente na Equação 17. Seu valor pode ser computado a partir da Equação 73.

$$C_v = \begin{cases} 0,659 \exp(-0,0011V_s) & V_s < 700 \text{ ft/min} \\ 13,31V_s^{-0,571} & 700 \leq V_s \leq 3000 \text{ ft/min} \\ 65,52V_s^{-0,774} & V_s \geq 3000 \text{ ft/min} \end{cases} \quad (73)$$

2.4.4.4 Coeficiente de atrito f

A AGMA oferece uma recomendação diferente da utilizada durante o método estático para o cálculo do coeficiente de atrito, como exposto na Equação 74.

$$f = \begin{cases} 0,15 & V_s = 0 \\ 0,124 \exp(-0,074V_s^{0,645}) & 0 \leq V_s \leq 10 \text{ ft/min} \\ 0,103 \exp(-0,110V_s^{0,450}) + 0,012 & V_s > 10 \text{ ft/min} \end{cases} \quad (74)$$

2.4.4.5 Análise dos resultados

Após computar o valor de $(W^t)_{adm}$, compara-se esse valor com o de W_{Gt} obtido a partir da Equação 22. Caso A força tangencial real na coroa for menor ou igual ao valor admissível, o sistema durará pelo menos 25.000 horas.

2.4.5 Análises para eixos

A análise dinâmica de eixos segue passos semelhantes as de engrenagens. Vários parâmetros são introduzidos para modificar um valor de tensão estático para levar em conta todos os efeitos sofridos pelo funcionamento do sistema. Porém, a ótica de um projetista geralmente deve ser outra. Ao invés de validar o projeto já pensado a partir dos valores de coeficientes de segurança, como exposto anteriormente, é mais interessante estabelecer um coeficiente de segurança e a partir dele extrair o valor do diâmetro mínimo do eixo para que se adeque ao projeto. A equação que governa essa análise, demonstra a relação do limite de endurance no local crítico de uma peça de máquina na geometria e condição de uso, S_e , e os fatores modificadores, conforme exposto na Equação 75.

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S_e' \quad (75)$$

Em que k_a é o fator de modificação de condição de superfície, k_b , o fator de modificação de tamanho, k_c , o fator de modificação de carga, k_d , o fator de modificação de temperatura, k_e , o fator de confiabilidade, k_f , o fator de modificação por efeitos variados, e S_e' , o limite de endurance do espécime do teste da viga rotativa. Cada um dos parâmetros mencionados será melhor exposto nos próximos tópicos.

2.4.5.1 Limite de resistência à fadiga S_e'

Esse é um parâmetro que apresenta grandes incertezas, pois os dados utilizados vem de diversas fontes que possuem diferenças significativas entre si. Entretanto, a

análise para aços é mais consolidada, e será a apresentada nesse trabalho. Para outros materiais, será necessário buscar valores tabelados dessa propriedade. Os valores do limite de resistência à fadiga para aço estão apresentados na Equação 76.

$$S_e' = \begin{cases} 0,5S_{ut} & S_{ut} \leq 200 \text{ kpsi (1400 MPa)} \\ 100 \text{ kpsi} & S_{ut} > 200 \text{ kpsi} \\ 700 \text{ MPa} & S_{ut} > 1400 \text{ MPa} \end{cases} \quad (76)$$

Em que S_{ut} é o limite de resistência a tração do material.

2.4.5.2 Fator de superfície k_a

Para funcionar da forma mais eficiente possível, um eixo precisa ser altamente polido. Esse fator quantifica o grau da qualidade superficial do eixo baseado nos seus métodos de confecção. O fator é regido pela Equação 77, e os parâmetros adicionais encontram-se na Tabela 7.

$$k_a = aS_{ut}^b \quad (77)$$

Tabela 7 – Parâmetros para o fator de modificação de superfície.

Acabamento superficial	Fator a		Expoente
	S_{ut} , kpsi	S_{ut} , MPa	b
Retificado	1,34	1,58	-0,075
Usinado ou laminado a frio	2,70	4,51	-0,265
Laminado a quente	14,4	57,7	-0,718
Forjado	39,9	272,0	-0,995

Fonte: Noll e C. Lipson (1946)

2.4.5.3 Fator de tamanho k_b

Pode ser calculado diretamente a partir da Equação 78.

$$k_b = \begin{cases} 0,879d^{-0,107} & 0,11 \leq d \leq 2 \text{ in} \\ 0,91d^{-0,157} & 2 \leq d \leq 10 \text{ in} \\ 1,24d^{-0,107} & 2,79 \leq d \leq 51 \text{ mm} \\ 1,51d^{-0,157} & 51 \leq d \leq 254 \text{ mm} \end{cases} \quad (78)$$

Porém, quando o eixo sofre carregamento axial, não há efeito de tamanho, então:

$$k_b = 1 \quad (79)$$

2.4.5.4 Fator de carregamento k_c

Esse método abrange mais elementos do que apenas eixos, valendo também para vigas e afins, então esse fator é diferente para cada tipo de carregamento. Para o caso dos eixos estudados, entretanto, esse valor pode ser simplificado de acordo com a Equação 80.

$$k_c = 1 \quad (80)$$

2.4.5.5 Fator de temperatura k_d

A temperatura condiciona o processo de falha sofrido pelo eixo. Para temperaturas baixas, o material torna-se muito frágil e pode fraturar por esse motivo. Já temperaturas elevadas podem influenciar na diminuição da resistência ao escoamento. O fator de temperatura quantifica justamente, essas influências, como exposto na Equação 81.

$$k_d = 0,975 + 0,432(10^{-3})T_F - 0,115(10^{-5})T_F^2 + 0,104(10^{-8})T_F^3 - 0,595(10^{-12})T_F^4 \quad (81)$$

Para temperaturas T_F em Fahrenheit.

2.4.5.6 Fator de confiabilidade k_e

Leva em conta os efeitos estatísticos e probabilísticos no funcionamento de um sistema por longo tempo com baixas taxas de falha. Pode ser obtido a partir da Tabela 8.

2.4.5.7 Fator de efeitos diversos k_f

Fator que leva em conta todos os outros fatores não considerados nos anteriores, que podem ser ou não relevantes no projeto. Cabe ao projetista decidir qual valor assumir para esse parâmetro. Os principais fatores que influenciariam essa decisão são a corrosão do material, a presença ou não de chapeamento eletrolítico, a pulverização do metal e a frequência cíclica para projetos de vida finita.

Tabela 8 – Fatores de confiabilidade correspondentes a 8% do desvio padrão do limite de endurance.

Confiabilidade (%)	Fator de confiabilidade k_e
50	1,000
90	0,897
95	0,868
99	0,814
99,9	0,753
99,99	0,702
99,999	0,659
99,9999	0,620

Haugen e Wirching (1975)

2.4.5.8 Concentração de tensão e sensibilidade de entalhe

Descontinuidades na seção transversal de eixos podem causar concentradores de tensão, que funcionam de forma multiplicativa nesses pontos, tornando-os críticos. É necessário olhar com atenção especial para checar se as tensões neles continuam abaixo das tensões limites. Para isso, foi definido o fator concentrador de fadiga, K_f , que modifica a tensão nominal de acordo com a Equação 82.

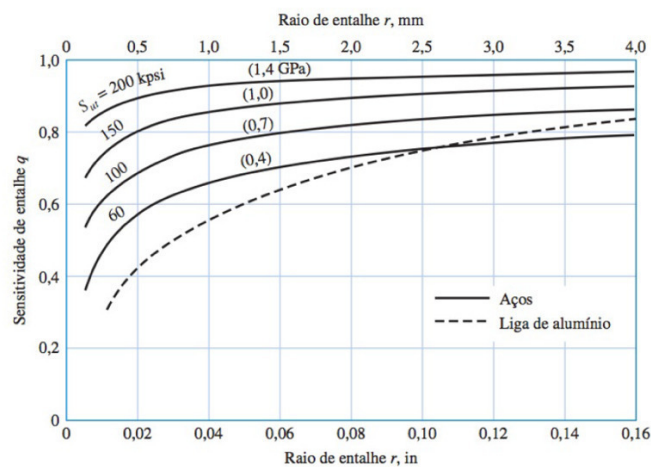
$$\sigma_{\max} = K_f \sigma_0 \quad (82)$$

Em que $\sigma_{\max}$ é a tensão máxima admissível no eixo e σ_0 a tensão nominal em superfícies uniformes do mesmo. O fator K_f , por sua vez, pode ser calculado a partir da equação 83.

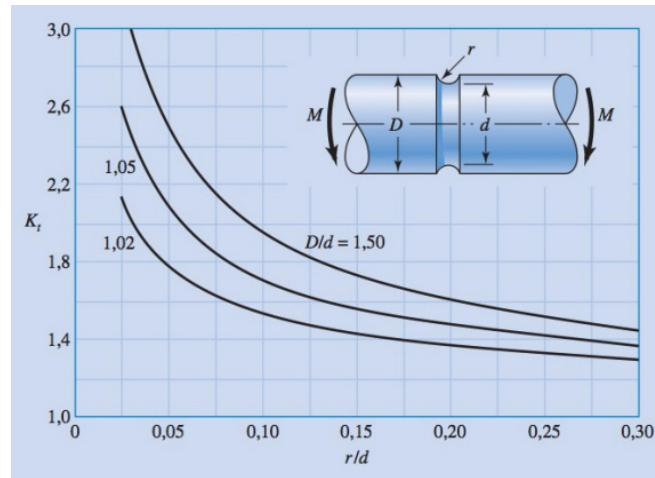
$$K_f = 1 + q(K_t - 1) \quad (83)$$

Em que q representa a sensibilidade ao entalhe e pode ser obtido a partir da Figura 20. Já K_t é o fator concentrador de fadiga para materiais com sensibilidade completa a entalhes, que depende muito da geometria do eixo em questão. O exemplo utilizado é um eixo com sulcos, em que os valores desse termo podem ser obtidos a partir da Figura 21.

Figura 20 – Cartas de sensibilidade ao entalhe de aços e ligas de alumínio forjado UNS A92024-T



Fonte: George Sines e J.L. Waisman (1969)

Figura 21 – Fator teórico de concentração K_t 

Fonte: R.E. Peterson (1951)

2.4.5.9 Critérios de falha por fadiga para tensão flutuante

Não há um consenso em qual método de análise de fadiga deve ser utilizado para todas as ocasiões, então cabe ao projetista melhor escolher o que achar que mais se aplica a seu projeto. Nesse trabalho serão expostos quatro desses critérios, o de Goodman modificado, o ASME-elíptico, o de Gerber e o de Langer para escoamento.

O coeficiente de segurança para fadiga a partir do método de Gerber é dado pela Equação 84.

$$n_f = \frac{1}{2} \left(\frac{S_{ut}}{\sigma_m} \right)^2 \frac{\sigma_a}{S_e} \left[-1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2\sigma_m S_e}{S_{ut} \sigma_a} \right)^2} \right] \quad (84)$$

Em que, nesse caso, que também se aplicará aos outros métodos,

$$\sigma_a = \sigma_m = \sigma_0/2 \quad (85)$$

Para o método de Goodman modificado, o coeficiente de segurança é dado pela Equação 86.

$$n_f = \frac{1}{\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}}} \quad (86)$$

Para o método ASME-Elíptico, o fator de segurança é expresso pela Equação 87.

$$n_f = \sqrt{\frac{1}{(\sigma_a/S_e)^2 + (\sigma_m/S_y)^2}} \quad (87)$$

Por fim, o fator de segurança de Langer para escoamento é definido pela Equação 88.

$$\sigma_a + \sigma_m = \frac{S_y}{n} \quad (88)$$

Comparando o fator de segurança contra fadiga com o de escoamento, é possível definir qual método será o responsável pela falha da peça. Caso o fator de segurança contra fadiga seja menor do que o quadrado do de escoamento, a falha será por fadiga, caso contrário, por escoamento.

Como citado anteriormente, é mais sensato estabelecer fatores de segurança e fazer o processo reverso para a determinação do diâmetro mínimo. Dessa forma, a iteratividade do processo cai consideravelmente, já produzindo um resultado aceitável de primeira, que apenas deverá ser recalculado com outros parâmetros caso não sirva de forma prática para o projeto, seja por questões monetárias, espaciais, ou outros fatores considerados pelo projetista.

3. DESENVOLVIMENTO DE UM SISTEMA PARA O DIMENSIONAMENTO DE SISTEMAS DE EIXOS E ENGRENAGENS

Como pode ser visto pela explanação dos métodos anteriores, o dimensionamento de sistemas de transmissão de potência pode ser extremamente desgastante e longo. Visando facilitar esse processo e reduzir a possibilidade de erro humano, um sistema no *MATLAB* foi desenvolvido para fazer todos os cálculos citados para o usuário, a partir de dados geométricos e de materiais, além da posição dos elementos, dados pelo usuário.

O sistema em sua tela inicial pede para o usuário definir que tipo de sistema será utilizado para as análises, seja ele o sistema inglês ou o internacional, conforme a Figura 22. Após a escolha, o usuário é redirecionado para a página de adicionar engrenagens, onde deverá escolher o tipo de engrenagem a ser selecionada a partir do menu *Drop down* encontrado no topo da página. A partir daí, cabe ao usuário preencher os dados referentes ao par de engrenagens a ser adicionado com base nas informações dadas na página, conforme a Figura 23.

Figura 22 – Tela inicial do sistema onde o usuário define o sistema a ser usado



Fonte: Elaborada pelo autor.

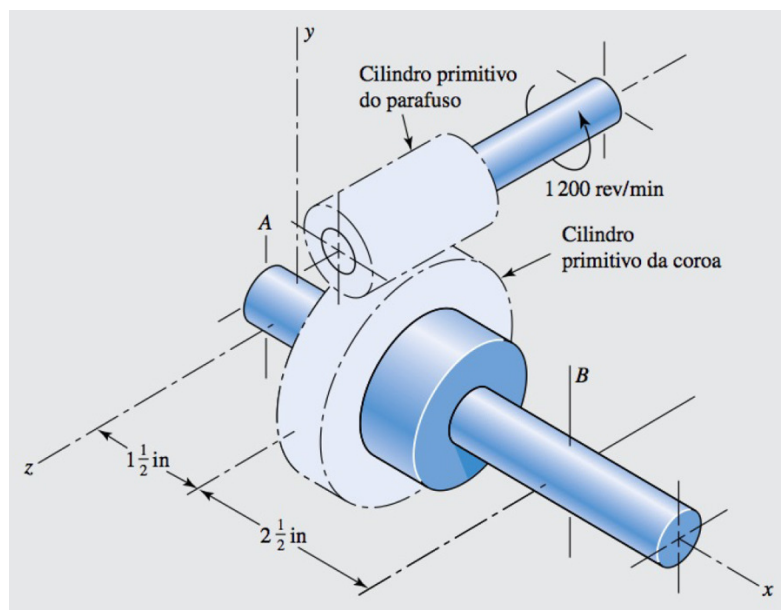
Figura 23 – Página de adição de engrenagens a partir de *inputs* do usuário.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Por questões didáticas, uma questão resolvida do livro do Shigley será utilizada para demonstrar como funciona o preenchimento dos dados. Guiando-se pelo sistema demonstrado na Figura 24, e sabendo-se que o pinhão sem fim é de mão direita com diâmetro primitivo de 2 in e duas entradas, e que transmite 1 hp para uma coroa sem fim de 30 dentes com passo diametral de 6 in/dente, que possui uma largura de face de 2,5 in, além de ângulo de pressão normal de 14,5°, e que o material possui baixo coeficiente de atrito, a análise no programa seria feito da seguinte maneira:

- 1 – Primeiramente, seleciona-se o sistema inglês, correspondente aos dados da questão.
- 2 – Em seguida, clicando no botão engrenagens no canto esquerdo superior da tela, o menu de preenchimento de dados de engrenagem será aberto.
- 3 – Feito isso, é necessário selecionar o tipo de engrenagens no menu *Drop Down* no canto superior do painel, no caso, o sistema trata-se de um parafuso sem fim.

Figura 24 – Exemplo Resolvido 13-10 referentes a parafusos sem fim.



Fonte: Budynas e Nisbett (2016).

4 – De acordo com os dados fornecidos na questão, os parâmetros passados ao programa devem ser os seguintes: Número de entradas: 2; Ângulo de pressão : 14.5; Potência: 1; Rotação: 1200; Atrito **baixo** e Sentido de rotação **anti-horário**.

5 – Para preencher os dados referentes a posição, é necessário estabelecer-se um referencial. Para essa questão, será utilizado o ponto A. A posição da engrenagem é definida como seu ponto central, isto é, o ponto relativo ao centro do círculo primitivo da engrenagem e na metade de sua largura. Nesse caso, tomando a referência citada, o pinhão se encontra nas coordenadas **X**: 1.5 in; **Y**: 6 in; **Z**: 0 in.

6 – Continuando o preenchimento dos dados, o Número de dentes da engrenagem acoplada é 30 e o passo diametral 6.

7 – O ângulo relativo é definido como o ângulo entre o eixo da engrenagem motora e a posição da engrenagem acoplada em relação ao eixo coordenado seguinte ao que se encontra a engrenagem motora. Isto é, caso a engrenagem motora esteja no eixo x, o eixo y servirá como referência. Como a engrenagem motora se encontra no eixo z, o eixo coordenado de referência será o eixo **x**, portanto, o ângulo entre o pinhão e a coroa em relação ao eixo x é de 270°.

8 – Preenchidos todos os dados, é necessário adicionar os eixos de ambas as engrenagens. Para começar, seleciona-se a opção Adicionar Eixo embaixo do menu

correspondente à engrenagem motora. Assim, no canto direito da tela será aberto um menu para o preenchimento dos dados correspondentes. Como pode ser visto na Figura 25, os três primeiros parâmetros são a critério do usuário, pois não foram dados pela questão. Por simplicidade, os valores padrões serão utilizados. A direção do eixo da engrenagem motora é o eixo **z**, como já visto anteriormente. Como as posições do mancal do eixo motor não foram especificadas na questão, fica a critério do usuário determiná-los, contanto que não sejam iguais. Para a resolução dessa questão, serão utilizados os valores -2 e -5. Preenchendo todos os dados, o botão Adicionar Eixo deve ser pressionado e o *Drop Down* de Eixo referente ao eixo motor será atualizado para o elemento de eixo recém criado.

Figura 25 – Preenchimento dos dados da questão no programa.

The screenshot displays the 'Elementos' software interface, which is used for configuring mechanical components. On the left, there is a sidebar with buttons for 'Eixos', 'Engrenagens', 'Resultado', and 'Relatório'. The main area is divided into several sections:

- Top Section:** Includes a 'Tipo de engrenagem' dropdown set to 'Sem Fim' and a text field for 'Nome das engrenagens'.
- Engrenagem Sem Fim Section:** Contains input fields for 'Número de entradas' (2), 'Ângulo de pressão' (14.5), 'Diâmetro primitivo (in)' (2), 'Potência (cv)' (1), and 'Rotação (rpm)' (1200). It also has checkboxes for 'Atrito alto' (unchecked), 'Atrito baixo' (checked), 'Horário' (unchecked), and 'Anti-Horário' (checked).
- Engrenagem Acoplada Section:** Contains input fields for 'Número de dentes' (30), 'Passo diametral (1/in)' (6), and 'Ângulo relativo' (270). Below this is an 'Eixo' dropdown set to 'Selecionar'.
- Posição Section:** Includes input fields for 'x' (1.5), 'y' (6), and 'z' (0), along with checkboxes for 'Rosca direita' (checked) and 'Rosca esquerda' (unchecked).
- Bottom Section:** Features an 'Eixo' dropdown set to 'Adicionar Eixo' and an 'Adicionar Engrenagens' button.
- Adicionar Eixo Section (Right):** A separate panel for adding a new shaft, containing fields for 'Nome do eixo', 'Sy' (1e+05), 'Fator de segurança' (1), and 'Direção do eixo' (x, y, z checkboxes, with z checked). It also includes 'Posição do mancal 1' and 'Posição do mancal 2' with x, y, z coordinates, and an 'Adicionar Eixo' button at the bottom.

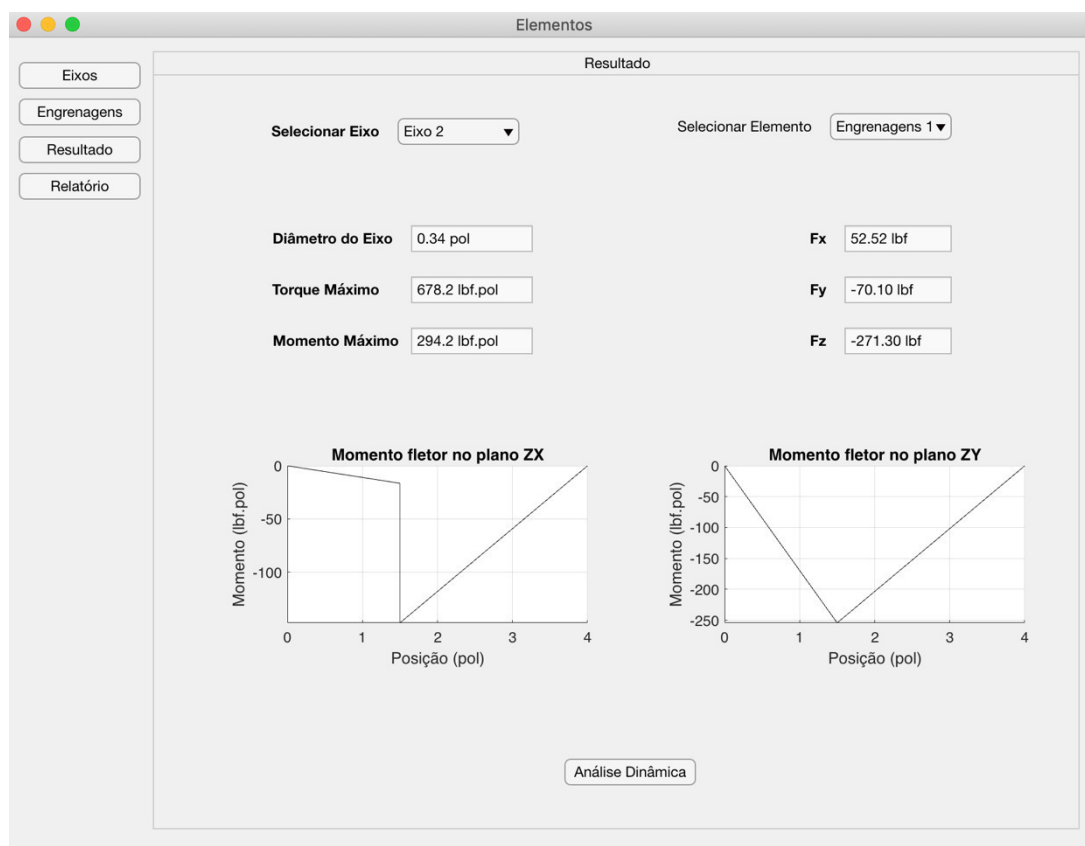
Fonte: Elaborado pelo autor.

9 – Seguindo o mesmo processo descrito anteriormente, o eixo da engrenagem acoplada deve ser adicionado ao escolher a seleção Adicionar Eixo no menu *Drop Down*. Dessa vez, a direção do eixo acoplado será calculada automaticamente pelo programa, e cabe ao usuário preencher apenas os dados referentes às posições dos mancais. Neste caso, conforme a figura, os mancais encontram-se na posição 0 e 4 in, referentes ao eixo z, respectivamente. Adicionando o eixo, o menu de eixos da engrenagem acoplada será atualizado, e todos os dados estarão preenchidos.

10 – Finalmente, o botão Adicionar Engrenagens no canto inferior da tela deve ser acionado e os dados serão armazenados no programa.

11 – Para realizar a análise estática, basta clicar no botão Resultado, na aba superior esquerda, para ser direcionado para o painel com os resultados. Nele, a partir dos menus *Drop Down* referentes ao eixo e elemento, o usuário pode escolher estudar o elemento que desejar. Os gráficos de momento fletor relativos à cada eixo são plotados automaticamente na parte inferior da tela, como pode ser visto na Figura 26.

Figura 26 – Resultados estáticos.



Fonte: Elaborado pelo autor.

12 – A partir daí, se for desejo do usuário, pode partir para a análise dinâmica ao apertar o botão localizado no canto inferior da tela. Na nova aba, basta selecionar os critérios já pré-definidos referentes a questão conforme mostrado na Figura 27.

Figura 27 – Página de análise dinâmica de engrenagens.

Análise Dinâmica

Eixos Engrenagens Resultado

Engrenagens Engrenagens 1 ▼

Engrenagens de Dentes Helicoidais

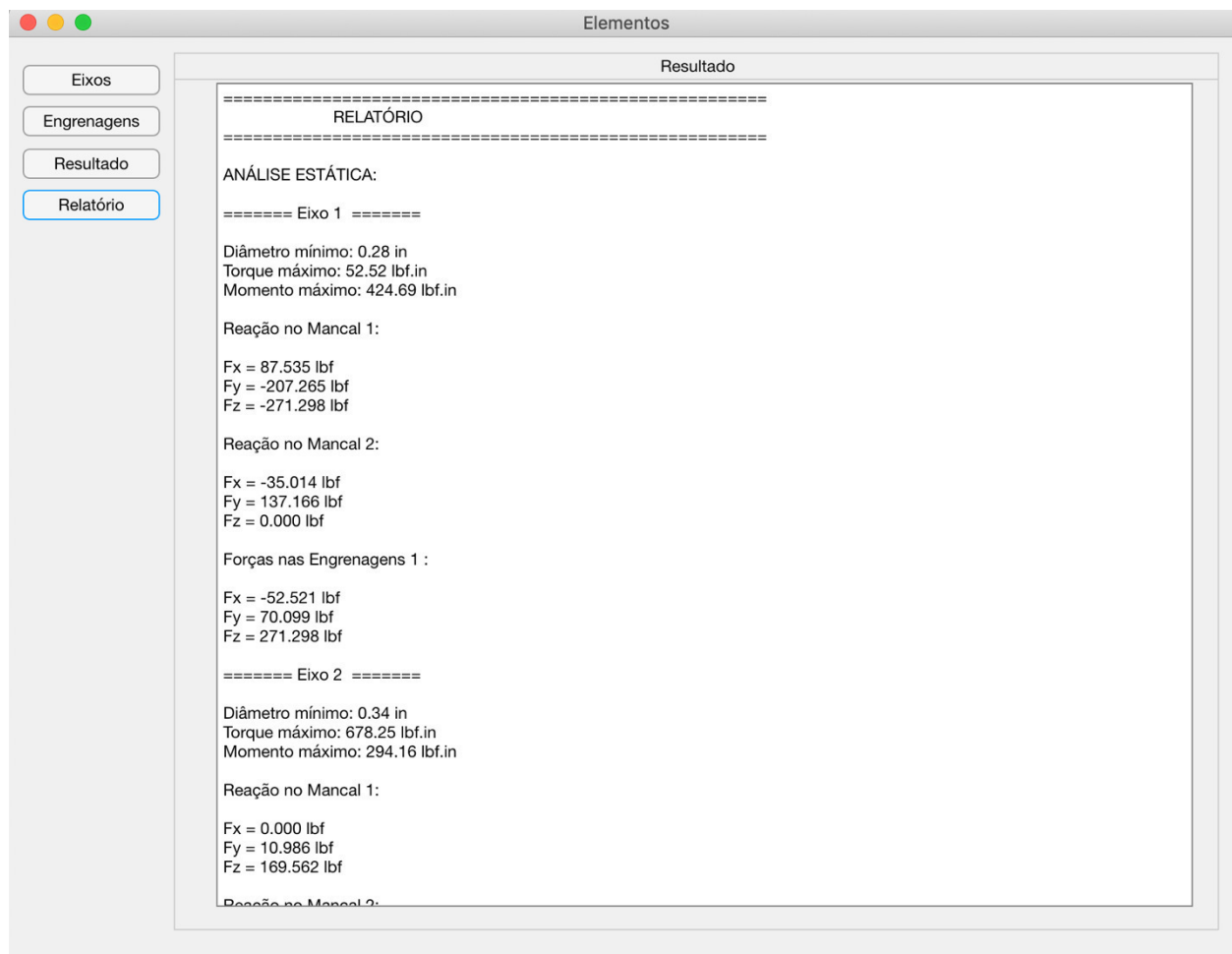
Largura de face (in):	1.5	Fonte de potência:	Uniforme ▼	
Dureza do pinhão (HB):	240	Máquina acionada:	Uniforme ▼	
Dureza da coroa (HB):	200	Coroamento:	Sem coroamento ▼	
Número de qualidade:	6	Engrenamento:	Ajustado na montager ▼	
Vida do pinhão (ciclos):	1e+08	Posição das engs.	Engrenagens internas ▼	
Coef. de confiabilidade:	0.9	Tipo de eng.:	Engrenamento aberto ▼	
Temp. de func. (°F):	100	Material da coroa:	Aço ▼	E da coroa (psi): 3e+07
		Trat. térmico coroa:	Endurecido por comp ▼	Sca da coroa (psi): 9.35e+04
		Grau da coroa	1 ▼	Sta da coroa (psi): 2.826e+04
		Material do pinhão:	Aço ▼	E do pinhão (psi): 3e+07
		Trat. térmico pinhão:	Endurecido por comp ▼	Sca do pinhão (psi): 1.064e+05
		Grau do pinhão:	1 ▼	Sta do pinhão (psi): 3.135e+04
		Caract. do aro:	Mb>=1.2 ▼	Mb: 1.2

Adicionar Dados

Fonte: Elaborada pelo autor.

13 – Finalmente, ao apertar o botão adicionar dados, o usuário pode checar o resultado de todas as análises apertando o botão Relatório no canto superior esquerdo da tela. Nesse caso, não será feita uma análise dinâmica, pois não é do escopo da questão. O resultado final pode ser visto na Figura 28.

Figura 28 – Relatório final com todos os dados obtidos nas análises.



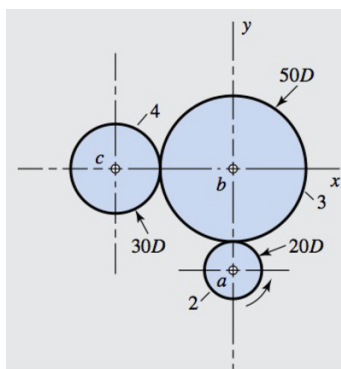
Fonte: Elaborado pelo autor.

Vale ressaltar ainda sobre a análise dinâmica que o sistema já vem pré-programado com vários tipos de materiais mais comuns para esse tipo de aplicação, mas caso não possua o material utilizado no projeto, basta selecionar o campo "Outros" no campo de materiais, e inserir manualmente as propriedades dos materiais como será pedido na tela. Também é necessário notar que o programa ainda não leva em consideração interferência em relação ao número de dentes das engrenagens inseridas, então fica a cargo do usuário checar essas relações.

3.1 VALIDAÇÃO DO SISTEMA DESENVOLVIDO: ANÁLISE ESTÁTICA

Como exemplo para a parte estática, será utilizado o exemplo resolvido 13-7 do livro Elementos de Máquinas de Shigley, de Budynas e Nisbett (2016): O pinhão da Figura 29 roda a 1750 rev/min e transmite 2,5 kW à engrenagem intermediária sem torque. Os dentes são cortados segundo o sistema de 20° de profundidade completa, e possuem módulo com valor $m = 2,5$ mm.

Figura 29 – Ilustração exemplificando o sistema da questão.



Fonte: Budynas e Nisbett (2016).

Primeiramente será necessário definir o sistema utilizado no problema. No caso, o sistema internacional. Após isso, deve-se preencher todos os dados pedidos na página antes de adicionar os eixos. Transcrevendo os dados para o sistema, a tela de *inputs* deveria estar de acordo com a Figura 30. A referência do sistema utilizada será o centro da engrenagem 2.

Figura 30 – Dados de entrada implementados no sistema.

Fonte: Elaborada pelo autor.

O ângulo relativo é definido como o ângulo a posição da engrenagem acoplada a partir da engrenagem motora, tomando como referência o eixo coordenado seguinte ao da engrenagem motora. Nesse exemplo, ambos eixos estão no eixo coordenado **z**, portanto, o ângulo relativo é medido de **x** (eixo coordenado seguinte de **z**) até o eixo da engrenagem acoplada, o que equivale a 90°. Após preencher todos os dados, deve-se selecionar a opção “Adicionar Eixo” no menu *Drop Down* de eixos do painel de engrenagem motora. Isso abrirá a página de criação de eixo, que deve ser preenchida de forma adequada. Como as posições de eixo não são declaradas nem afetam as forças resultantes do problema, serão utilizados os padrões do sistema para o limite de escoamento e coeficiente de segurança, e os mancais serão posicionados em -300 e 300mm no eixo **z**, respectivamente. Nota-se que ao preencher o campo da direção do eixo, o sistema automaticamente calcula a posição deste nas outras duas direções, baseado na posição declarada da engrenagem. Por isso, é necessário preencher os dados referentes à engrenagem antes de adicionar o eixo.

Figura 31 – Painel de adição de eixos.

Adicionar Eixo

Nome do eixo:

Sy:

Fator de segurança:

Direção do eixo

☐ x ☐ y ☒ z

Posição do mancal 1

x y z

Posição do mancal 2

x y z

Fonte: Elaborada pelo autor.

Ao mudar as posições do mancal para que um valor seja diferente do outro, o botão de adicionar eixo é ativado e pode ser apertado após o término do preenchimento dos outros parâmetros. Ao apertá-lo, o menu de eixos da engrenagem motora será atualizado automaticamente para o eixo recém gerado.

O próximo passo é repetir essa etapa para a engrenagem movida. Partindo do menu *Drop Down* da engrenagem movida, selecionando “Adicionar Eixo”, o usuário deverá preencher os dados da mesma forma que o anterior.

No caso de eixos de engrenagens acopladas, a direção e a posição dos mancais nas direções não axiais já são automaticamente calculadas pelo sistema com base na posição do eixo da engrenagem motora e os parâmetros geométricos que definem os tamanhos das engrenagens, como forma de evitar erro humano. As opções que aparecem no menu *Drop Down* para as engrenagens acopladas também têm um sistema próprio de verificação, no qual, diferentemente do menu das engrenagens motoras, não estarão presentes todos os eixos criados pelo usuário até o momento, e sim, só aqueles

que são compatíveis com a posição e direção do eixo requerido pela engrenagem acoplada com relação à movida.

Ao adicionar os dois eixos, o botão de “Adicionar Engrenagens” é liberado, e com todas as informações preenchidas, deve ser apertado. Fazendo isso, os dados serão gravados pelo sistema e um botão referenciando o par de engrenagens será criado no canto inferior direito para possíveis edições dos parâmetros definidos anteriormente pelo usuário.

O próximo passo será adicionar o “segundo par” de engrenagens. No sistema, para transformar a engrenagem 3, que já foi declarada como movida, em motora do novo par, basta declará-la novamente no painel de motora. Não haverá nenhum problema em relação a “duplicação” da engrenagem.

Uma pequena observação deve ser feita para o caso de se adicionar engrenagens em um eixo que já possui engrenagens acopladas. Como o eixo já possui rotação e torque disponível definidos pelo primeiro acoplamento, é necessário escolher o eixo a que se deseja acoplar a engrenagem **antes** de preencher os dados. Dessa forma, os parâmetros que já são calculados automaticamente serão preenchidos e o usuário perderá controle sobre eles, mais uma vez, reduzindo o risco de erro humano. O processo de criação do terceiro eixo se dá de forma igual aos dois anteriores. A página deve estar com a configuração exposta na Figura 32 logo antes de se apertar o botão de adicionar engrenagens.

Figura 32 – Preenchimento do segundo par de engrenagens do exemplo.

Tipo de engrenagem: Dentes Retos ▼

Nome das engrenagens:

Engrenagem Motora

Número de dentes:

Módulo (mm):

Ângulo de pressão:

Potência (kW):

Rotação (rpm):

☒ Horário ☐ Anti-Horário

Posição

x y z

Engrenagem Acoplada

Número de dentes:

Ângulo relativo:

Eixo: Eixo 3 ▼

Engrenagens 1

Eixo: Eixo 2 ▼

Adicionar Engrenagens

Fonte: Elaborada pelo autor.

Nesse caso, como a posição da engrenagem acoplada encontra-se no semi-eixo negativo do eixo coordenado **x** e a engrenagem motora encontra-se no eixo coordenado **z**, o eixo imediatamente seguinte ao eixo da engrenagem motora é o eixo **x**, portanto o ângulo relativo será o ângulo entre o semi-eixo positivo e o negativo do eixo **x**, equivalendo a 180°.

Finalmente, ao pressionar o botão Adicionar Engrenagens, os dados serão mais uma vez salvos e outro botão será gerado para posterior atualizações desse par de engrenagem.

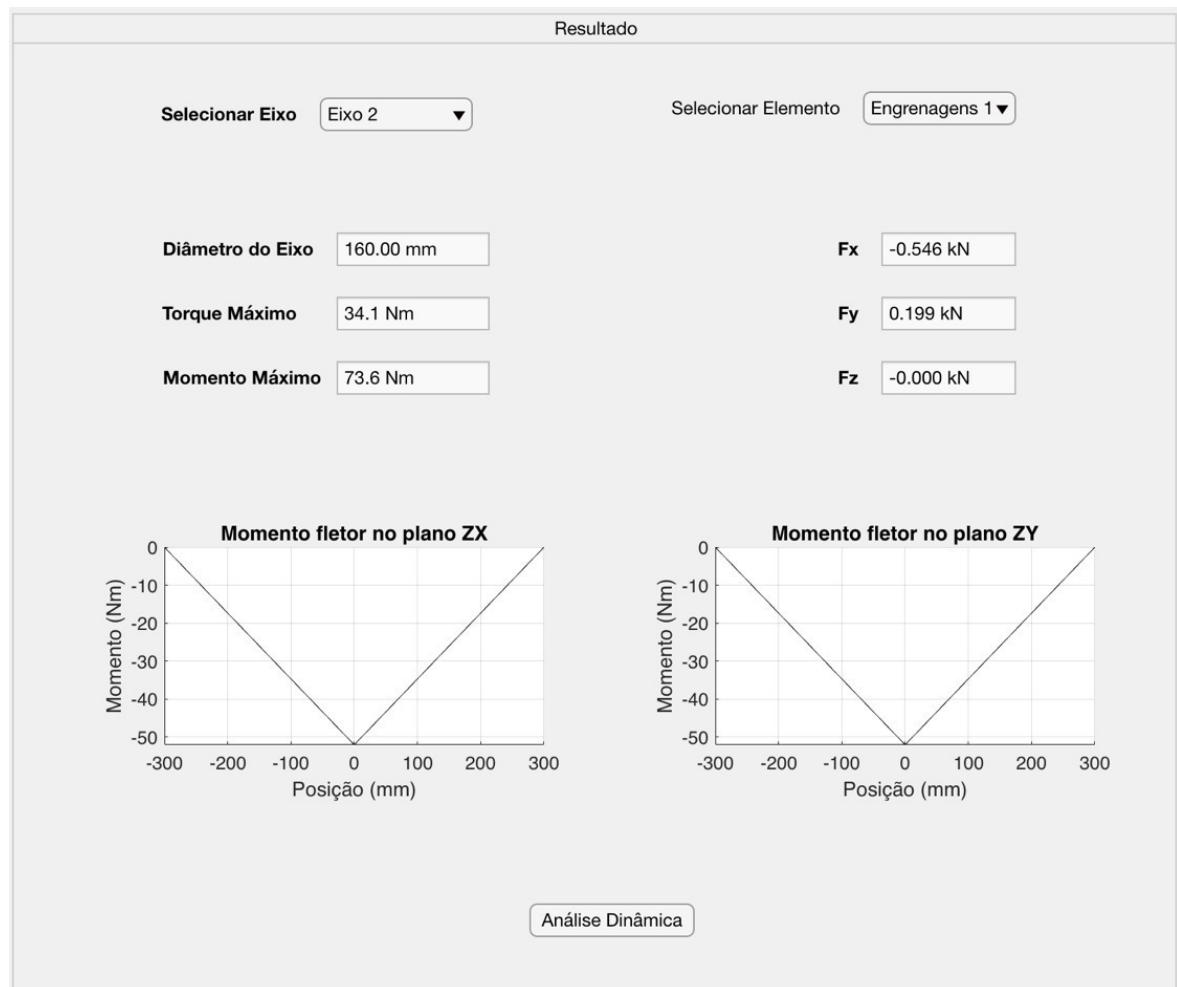
Com todos os dados inseridos, basta pressionar o botão resultado para abrir a página da análise estática.

Selecionando o eixo desejado, como o eixo 2, no menu *Drop Down*, e posteriormente o elemento desejado no menu à direita, encontra-se os valores das forças e reações, tão como os valores de diâmetro mínimo do eixo, torque e momentos máximos,

e os gráficos de momento fletor. Para a configuração mencionada, a página de resultados deverá estar como a Figura 33.

A apresentação detalhada dos resultados e comparação com os valores teóricos será feita no capítulo 4.

Figura 33 – Resultado da análise estática da questão exemplo.



Fonte: Elaborada pelo autor.

3.2 VALIDAÇÃO DO SISTEMA: ANÁLISE DINÂMICA

De forma similar ao exemplo anterior, será resolvido o Exemplo 14-4 adaptado do mesmo livro. Os dados são apresentados a seguir: Um pinhão cilíndrico de dentes retos com 17 dentes, ângulo de pressão de 20° , roda a 1800 rev/min e transmite 4 hp a uma

engrenagem de disco de 52 dentes. O passo diametral é de 10 dentes/in, a largura de face é 1,5 in e o padrão de qualidade é o N° 6. As engrenagens são montadas entre mancais, ficando os mancais imediatamente adjacentes. O pinhão é feito de aço de grau 1 com dureza de superfície de dente de 240 Brinell, e núcleo totalmente endurecido. A coroa é de aço, endurecida por completo também, material de grau 1, com dureza Brinell de 200, para ambos, superfície e núcleo. A razão de Poisson vale 0,30. O carregamento é suave em razão do tipo de motor e de carga. Assumindo vida de 10^8 ciclos para o pinhão e confiabilidade de 0,90. O perfil de dente é sem coroa.

Para fazer essa análise, é necessário recomençar o sistema no sistema inglês, e preencher os dados da parte estática conforme a questão anterior. Fatores como posição e características do eixo, tal como ângulo relativo, não influenciarão nessa análise, então ficam a critério do usuário. Após adicionar o par de engrenagens com as características geométricas citadas, deve-se entrar na parte de análise dinâmica a partir do botão resultados. Selecionando o par de engrenagem da análise, o painel deverá ser preenchido conforme a Figura 34, de forma extremamente simples, seguindo os dados informados na questão.

Finalizada a inserção, basta apertar adicionar dados, e os resultados estarão disponíveis para serem consultados.

De forma análoga à questão anterior, a comparação dos resultados do sistema com os teóricos será feita no próximo tópico.

Figura 34 – Preenchimento dos dados relativos à análise dinâmica da questão exemplo.

Análise Dinâmica

Engrenagens Engrenagens 1 ▼

Engrenagens de Dentes Retos

Largura de face (in):	1.5	Fonte de potência:	Uniforme	
Dureza do pinhão (HB):	240	Máquina acionada:	Uniforme	
Dureza da coroa (HB):	200	Coroamento:	Sem coroamento	
Número de qualidade:	6	Engrenamento:	Outros	
Vida do pinhão (ciclos):	1e+08	Posição das engs.	Engrenagens internas	
Coef. de confiabilidade:	0.9	Tipo de eng.:	Unid. fechadas, come	
Temp. de func. (°F):	100	Material da coroa:	Aço	E da coroa (psi): 3e+07
		Trat. térmico coroa:	Endurecido por comp	Sca da coroa (psi): 9.35e+04
		Grau da coroa	1	Sta da coroa (psi): 2.826e+04
		Material do pinhão:	Aço	E do pinhão (psi): 3e+07
		Trat. térmico pinhão:	Endurecido por comp	Sca do pinhão (psi): 1.064e+05
		Grau do pinhão:	1	Sta do pinhão (psi): 3.135e+04
		Caract. do aro:	Mb>=1.2	Mb: 1.2

Fonte: Elaborada pelo autor

4. ANÁLISE DOS RESULTADOS

A comparação dos resultados obtidos na questão de análise estática está presente na Tabela 9.

Tabela 9 – Comparação dos resultados: análise estática.

Parâmetro analisado	Resultado teórico	Resultado do sistema
d_2	50 mm	50 mm
d_3	125 mm	125 mm
W_t	0,546 kN	0,546 kN
F_{23}^x	-0,546 kN	-0,546 kN
F_{23}^y	0,199 kN	0,199 kN
F_{23}^z	0	0
F_{43}^x	0,199 kN	0,199 kN
F_{43}^y	-0,546 kN	-0,546 kN
F_{43}^z	0	0

Fonte: Elaborada pelo autor.

Como se pode ver, os resultados da análise estática batem exatamente com o resultado teórico esperado. Já que todos os parâmetros são calculados diretamente de equações, e não obtidos por análises de gráficos ou de forma subjetiva, espera-se que para esse tipo de análise os valores sempre sejam iguais ao teórico.

Já os resultados da análise dinâmica estão presentes na Tabela 10.

Assim como a na análise estática, os resultados foram muito próximos dos valores teóricos. A única diferença se dá em parâmetros que precisam de leitura de gráfico. As aproximações feitas nas leituras variam de pessoa para pessoa, mas vale ressaltar que o sistema recriou digitalmente todos os gráficos analisados, e por métodos de regressão, é capaz de determinar os valores com altíssima precisão.

Dessa forma, é comprovada a eficiência do sistema, com resultados altamente próximos do teórico, com possibilidade de estarem ainda mais próximos do esperado na realidade, por conta das leituras de gráficos e arredondamentos.

Tabela 10 – Comparação dos resultados: análise dinâmica (continua).

Parâmetro analisado	Resultado teórico	Resultado do sistema
V	801,1 ft/min	801,1 ft/min
W^t	164,8 lbf	164,7 lbf
K_v	1,377	1,377
$(K_s)_P$	1,043	1,043
$(K_s)_G$	1,052	1,052
$(Y_N)_P$	0,977	0,977
$(Y_N)_G$	0,996	0,996
I	0,091	0,091
K_m	1,22	1,23
$(S_t)_P$	31.350 psi	31.350 psi
$(S_t)_G$	28.260 psi	28.260 psi
$(Z_N)_P$	0,948	0,948
$(Z_N)_G$	0,973	0,973
A'	0,00249	0,00249
C_H	1,005	1,005
$(\sigma)_P$	6417 psi	6531 psi
$(S_F)_P$	5,62	5,52
$(\sigma)_G$	4854 psi	4723 psi
$(S_F)_G$	6,82	7,01
$(\sigma_c)_P$	81.133 psi	80.881 psi
$(\sigma_c)_G$	80.990 psi	79.809 psi
$(S_H)_P$	1,467	1,468
$(S_F)_P$	1,326	1,341
Tipo de falha	Desgaste	Desgaste

Fonte: Elaborada pelo autor.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com o presente trabalho, fica clara a importância da crescente introdução de métodos computacionais na engenharia. Tarefas extremamente longas e complexas podem ser simplificadas ao apertar de um botão. Além disso, é possível eximir o usuário da possibilidade de cometer erros durante suas análises.

Porém, a utilização dessas ferramentas não é capaz de substituir um engenheiro. Para garantir a acurácia dos resultados obtidos, é necessário ter um senso crítico das informações que estão sendo passadas, e garantir que os parâmetros utilizados fazem sentido e se aplicam de forma apropriada ao projeto.

Dessa forma, a evolução dos métodos computacionais deve crescer lado a lado do profissional que as usa, gerando um ciclo de profissionais cada vez mais qualificados, capazes de gerar ferramentas cada vez mais poderosas.

Embora o sistema criado seja bastante abrangente, não é a toa que possui mais de sete mil linhas de código, e seja suficiente para a análise da maioria dos sistemas encontrados na prática na engenharia, ainda há diversas exceções não abordadas. Vários tipos de engrenagens mais seletas foram desconsideradas, e alguns parâmetros de análise estão sendo utilizados de maneira aproximada devido a falta de informações suficientes para os cálculos em todos os casos.

Para trabalhos futuros, deve-se considerar a implementação de um sistema que com base em dados geométricos simples, gere a combinação de elementos que mais se aproxima do desejado pelo usuário, seja considerando o menor volume, menor custo, ou outros fatores.

Além disso, por mais que o *MATLAB* seja uma ferramenta excelente, há certas limitações utilizando a plataforma *App Designer*, o que torna interessante o estudo da implementação desse sistema em outras linguagens de programação *Open Source*, que não teriam essas restrições. Fora isso, uma interface gráfica mais focada em um *design User Friendly* poderia ser abordada.

Por fim, o sistema satisfaz as metas estipuladas e funciona como uma importante ferramenta para o auxílio do dimensionamento de sistemas de potência, funcionando de uma forma eficiente na grande maioria dos casos relacionados a aplicações comuns.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] AGMA, Fundamental Rating Factors and Calculation Methods for Involute Spur and Helical Gear Teeth. ANSI/AGMA Standard 2001-B88. American Gear Manufacturers Association, Alexandria, 1988.
- [2] AGMA, Gear Nomenclature, Definitions of Terms with Symbols. ANSI/AGMA Standard 1012-F90. American Gear Manufacturers Association, Alexandria, 1990.
- [3] AGMA, Geometry Factors for Determining the Pitting Resistance and Bending Strength of Spur, Helical, and Herringbone Gear Teeth. ANSI/AGMA Standard 908-B89. American Gear Manufacturers Association, Alexandria, 1989.
- [4] AGMA, Geometry Factors for Determining the Pitting Resistance and Bending Strength of Spur, Helical, and Herringbone Gear Teeth. ANSI/AGMA Standard 908-B89. American Gear Manufacturers Association, Alexandria, 1989.
- [5] AGMA, Rating the Pitting Resistance and Bending Strength of Generated Straight Bevel, Zerol Bevel, and Spiral Bevel Gear Teeth. ANSI/AGMA Standard 2003-B97. American Gear Manufacturers Association, Alexandria, 2003.
- [6] Andrade, Leonardo Aiex, Desenvolvimento de um programa para dimensionar engrenagens de dentes retos, Trabalho de Conclusão de Curso, PUC Rio.
- [7] BUDYNAS, G .R; NISBET, J. K. Elementos de Máquinas de Shigley: Projeto de Engenharia Mecânica, McGraw-Hill (2006).
- [8] COLLINS, J. Projeto mecânico de elementos de máquinas: uma perspectiva de prevenção de falhas. São Paulo: Editora LTC, 2006.

- [9] Guedes, Phillippe Rocha Cordeiro, Desenvolvimento de uma solução web para calcular parâmetros de transmissão de potência através de engrenagens cilíndricas de dentes retos, Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade Federal da Paraíba, 2018.
- [10] NORTON, R. L. (2006) Machine Design: An Integrated approach. 3. ed. Worcester, Massachusetts: Pearson Prentice Hall.
- [11] R. E. Peterson, Design Factors for Stress Concentration and Machine Design, vol. 23 1951;