



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA  
DOUTORADO ACADÊMICO EM FÍSICA



# Aspectos Perturbativos das Teorias de Calibre Não-Abelianas com a Quebra da Simetria de Lorentz

Antônio José Gomes Carvalho Silva

João Pessoa-PB  
08 de novembro de 2021.

**Catálogo na publicação**  
**Seção de Catalogação e Classificação**

C288a Silva, Antônio José Gomes Carvalho.

Aspectos perturbativos das teorias de Calibre não-abelianas com a quebra da simetria de Lorentz / Antônio José Gomes Carvalho Silva. - João Pessoa, 2021. 97 f. : il.

Orientação: Albert Petrov.

Coorientação: Eugênio Ramos Bezerra de Mello.  
Tese (Doutorado) - UFPB/CCEN.

1. Física. 2. Yang-Mills. 3. Éter. 4. Gribov. I. Petrov, Albert. II. Mello, Eugênio Ramos Bezerra de. III. Título.

UFPB/BC

CDU 53(043)



*Universidade Federal da Paraíba*  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA**

ATA Nº 123

Aos doze dias do mês de novembro do ano de dois mil e vinte e um, às 10:00, reuniram-se, remotamente, os membros da Banca Examinadora constituída para examinar o candidato ao grau de Doutor em Física na área de Física das Partículas Elementares e Campos, Antônio José Gomes Carvalho Silva. A comissão examinadora foi composta pelos professores doutores: Albert Petrov (UFPB), orientador e presidente da banca examinadora, Dionísio Bazeia Filho (UFPB), Roberto Menezes (UFPB), Roberto Vinhaes Maluf Cavalcante (UFC), Tiago Homero Mariz do Nascimento (UFAL). Dando início aos trabalhos, o Prof. Albert Petrov comunicou aos presentes a finalidade da reunião. A seguir, passou a palavra para que o candidato fizesse, oralmente, a exposição do trabalho de tese intitulado Aspectos perturbativos das teorias de Calibre não-abelianas com a quebra da simetria de Lorentz. Concluída a exposição, o candidato foi arguido pela Banca Examinadora, que emitiu o seguinte parecer: aprovado. Assim sendo, deve a Universidade Federal da Paraíba expedir o respectivo diploma de Doutor em Física na forma da lei. E para constar, eu, Jose Sérgio Trindade Silva, redigi esta ata que vai assinada por mim e pelos membros da Banca Examinadora. João Pessoa, Paraíba, 12 de novembro de 2021.

**Dr. ROBERTO VINHAES MALUF CAVALCANTE, UFC**

Examinador Externo à Instituição

**Dr. TIAGO HOMERO MARIZ DO NASCIMENTO, UFAL**

Examinador Externo à Instituição

**Dr. DIONISIO BAZEIA FILHO, UFPB**

Examinador Interno

**Dr. ROBERTO MENEZES DA SILVA, UFPB**

Examinador Interno

**Dr. ALBERT PETROV, UFPB**

Presidente

**ANTONIO JOSE GOMES CARVALHO**

Doutorando



*Universidade Federal da Paraíba*  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA**

**FOLHA DE CORREÇÕES**

**ATA Nº 123**

**Autor:** ANTONIO JOSE GOMES CARVALHO

**Título:** Aspectos Perturbativos das Teorias de Calibre Não-Abelianas com a Quebra da Simetria de Lorentz

**Banca examinadora:**

Prof. ROBERTO VINHAES MALUF

Examinador Externo à Instituição

\_\_\_\_\_

Prof. TIAGO HOMERO MARIZ DO NASCIMENTO

Examinador Externo à Instituição

\_\_\_\_\_

Prof. DIONISIO BAZEIA FILHO

Examinador Interno

\_\_\_\_\_

Prof. ROBERTO MENEZES DA SILVA

Examinador Interno

\_\_\_\_\_

Prof. ALBERT PETROV

Presidente

\_\_\_\_\_

---

Os itens abaixo deverão ser modificados, conforme sugestão da banca examinadora.

COMENTÁRIOS GERAIS:

---

Declaro, para fins de homologação, que as modificações, sugeridas pela banca examinadora, acima mencionadas, foram aceitas e serão cumpridas integralmente.

**Prof. ALBERT PETROV**

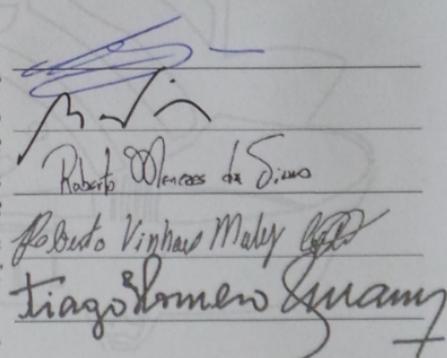
Orientador

Ata da Sessão Pública da Defesa de Tese de  
**Doutorado** do aluno **Antônio José Gomes  
Carvalho Silva**, candidato ao Título de Doutor  
em Física na Área de Concentração Física das  
Partículas Elementares e Campos.

1 Aos doze dias do mês de novembro do ano de dois mil e vinte e um, às 10:00, reuniram-  
2 se, remotamente, os membros da Banca Examinadora constituída para examinar o  
3 candidato ao grau de Doutor em Física na área de Física das Partículas Elementares e  
4 Campos, **Antônio José Gomes Carvalho Silva**. A comissão examinadora foi composta  
5 pelos professores doutores: *Albert Petrov* (UFPB), orientador e presidente da banca  
6 examinadora, *Dionísio Bazeia Filho* (UFPB), *Roberto Menezes* (UFPB), *Roberto Vinhaes*  
7 *Maluf Cavalcante* (UFC), *Tiago Homero Mariz do Nascimento* (UFAL). Dando início aos  
8 trabalhos, o Prof. Albert Petrov comunicou aos presentes a finalidade da reunião. A  
9 seguir, passou a palavra para que o candidato fizesse, oralmente, a exposição do trabalho  
10 de tese intitulado “*Aspectos perturbativos das teorias de Calibre não-abelianas com a*  
11 *quebra da simetria de Lorentz*”. Concluída a exposição, o candidato foi arguido pela  
12 Banca Examinadora, que emitiu o seguinte parecer: “**aprovado**”. Assim sendo, deve a  
13 Universidade Federal da Paraíba expedir o respectivo diploma de Doutor em Física na  
14 forma da lei. E para constar, eu, Jose Sérgio Trindade Silva, redigi esta ata que vai  
15 assinada por mim e pelos membros da Banca Examinadora. João Pessoa, Paraíba, **12 de**  
16 **novembro de 2021.**

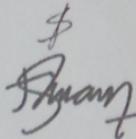
17

Prof. Dr. Albert Petrov  
Orientador – PPGF/UFPB  
Prof. Dr. Dionísio Bazeia Filho  
PPGF/UFPB  
Prof. Dr. Roberto Menezes  
PPGF/UFPB  
Prof. Dr. Roberto Vinhaes Maluf Cavalcante  
UFC  
Prof. Dr. Tiago H. Mariz do Nascimento  
UFAL



18 Link da reunião [meet.google.com/yyp-pkyf-oge](https://meet.google.com/yyp-pkyf-oge)  
19 Jose Sérgio Trindade Silva

20



Aos familiares, amigos e especialmente para minha esposa Raimunda Nonata.

# Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus por ter me concedido dom e sabedoria, e por ter me dado à força para suportar as dificuldades imposta no decorrer do curso. Aos meus pais Joeta Pinto Cerqueira e Manoel Gomes Carvalho e aos meus irmãos e sobrinhos Neusano Pinto Cerqueira, Manelma Gomes Carvalho, Joene Gomes Carvalho, Maria José Gomes Carvalho, Manelson Gomes Carvalho, Ana Ires Gomes Carvalho, Osvaldo Martins Carvalho, Willane Queiroz Carvalho, Raynara Martins Nogueira, Hanry Gomes Costa, Nádia Rodrigues Cerqueira, Nailde Rodrigues Cerqueira, Francilene Rodrigues Cerqueira, Léia Gomes da Silva, Ana Júlia Gomes da Silva, Luiz Gustavo Timóteo Carvalho, Davi Luca Alves Gomes, Maria Luisa Gomes Sousa, Henry Lorenzo, Lucas Miguel Gomes dos Santos, Anny Gabrielly Alves Gomes, Luis Eduardo Gomes Sousa e João Pedro Gomes de Sena. Por todo esforço e colaboração em todos os possíveis aspectos da minha vida acadêmica.

A minha esposa Raimunda Nonata por todo apoio e compreensão. Por ser a pessoa que pude compartilhar meus momentos de alegria e tristeza me garantindo a força que eu precisava. Quero aqui fazer um agradecimento especial ao um grande amigo Julio Cesar Marques que conheci no decorrer do curso e que foi essencial para que essa tese fosse concluída com as nossas discussões na hora de tomar o café. Desejo tudo de bom para ele que possa conseguir conquistar todos seus objetivos, pois sua humildade e força de vontade em ajudar ao próximo impressiona.

Por fim, agradeço em especial ao meu orientador Albert Petrov, por ter me recebido como seu orientando e acreditado que eu poderia desenvolver um bom trabalho, além de ter despertado o interesse científico, a busca pela criticidade, e por ter dado todo o apoio que pudesse desenvolver esse trabalho.

Gostaria de agradecer meus amigos e amigas que conheci mais precisamente no decorrer do curso e alguns amigos de muitos anos como: Ancelmo, Anderson, Deigivan, Bugley, Carla Cristina, Douglas Alves, Thiago Conrado, Fabiano, Juliana, Magno Acácio, Cleone, Fátima, Gessileide, Ilda, Ioleth, Lucas, Patrick, Graça, Maria Paulina, Paulo, Michel, Raimunda Alves, Romário, Rogério, Paula, Pâmela, Maria, Luciano, Francisco, Medson,

Nicolau, Rafaela, Ramon, Tiago, Ricardo Andrade, Maury, Hugo, Thais, Valdimir e Valculey .

Agradeço também a CAPES pelo apoio financeiro. E por fim agradecer todos de forma direta ou indireta para minha formação.

*Se num dia de tristezas, tiveres de escolher entre o mundo e o amor... Escolhe o amor e com ele conquista o mundo!*

Albert Einstein

# Aspectos Perturbativos das Teorias de Calibre Não-Abelianas com a Quebra da Simetria de Lorentz

Autor: Antônio José Gomes Carvalho Silva

Orientador(a): Dr. Albert Petrov

## RESUMO

Nesta tese, estudamos os problemas de quantização de teorias de gauge não-abelianas, no qual trabalhamos com modelos teóricos que contém um parâmetro que viola simetria de Lorentz (QSL) no regime perturbativo, isto é, um vetor axial mínimo  $b_\mu$  incorporado aos modelos e calculamos o termo de éter (massa) não-abeliano para as dimensões  $3D$  e  $4D$ . Em seguida, incorporamos o termo de massa (éter não-abeliano) de  $3D$ , encontrado da geração perturbativa em teorias de Yang-Mills mais Higgs com um vetor constante, cuja presença quebra a simetria de Lorentz. O vetor constante é introduzido no termo de éter não-abeliano (massa). Por fim, mostramos a influência deste acoplamento de éter no modelo Yang-Mills+ Higgs e como resultado vimos que para alguns valores dele, a teoria pode ser conduzida a partir de um regime não perturbativo para um perturbativo.

*Palavras-chave:* Yang-Mills. éter. Gribov.

# Perturbative Aspects of non-Abelian Gauge Theories with Lorentz Symmetry Breaking

Author: Antônio José Gomes Carvalho Silva

Supervisor: Dr. Albert Petrov

## ABSTRACT

In this thesis, we study the quantization problems of non-abelian gauge theories. In which, we work with theoretical models that contain a parameter that violates Lorentz (QSL) symmetry in the perturbative regime, that is, an axial vector  $b_\mu$  incorporated into the models and compute the non-abelian aether term for the dimensions  $3D$  and  $4D$ , we then incorporate the mass term (non-abelian aether) in  $3D$ , found from the perturbative generation in Yang-Mills+Higgs theories with a constant background vector field, whose presence breaks Lorentz symmetry. The constant background vector is introduced in the term non-abelian aether. Finally, we show the influence of this aether coupling on the Yang-Mills most Higgs model and as a result we saw that for some values of it, the theory can be driven from a non perturbative to a perturbative regime.

*Keywords:* Yang-Mills, Aether, Gribov.

# Lista de figuras

1	Haste verticalmente e aplicamos uma força em sua extremidade superior . . . . .	p. 31
2	Dipolos magnéticos alinhados em uma direção . . . . .	p. 32
3	Visão Passiva . . . . .	p. 33
4	Visão Ativa . . . . .	p. 34
5	Transformação de observador: rotação em um campo de fundo constante	p. 35
6	Transformação de partícula: rotação em um campo de fundo constante	p. 35
7	Diversas configurações de $A_\nu$ . . . . .	p. 44
8	Espaço de todas possíveis condições de fixação de gauge . . . . .	p. 45
9	Distribuição de fixação de gauge . . . . .	p. 50
10	Horizonte de Gribov . . . . .	p. 59
11	Contribuições de terceira ordem nos campos externos com duas inserções de $\not{b}\gamma_5$ . . . . .	p. 64
12	Contribuição de quarta ordem nos campos externos com duas inserções de $\not{b}\gamma_5$ . . . . .	p. 67
13	Valores do parâmetro adimensional Gribov $\gamma/g\nu$ como as funções de $Ng/\nu$ de uma solução numérica de 4.13 para selecionar valores da quebra de Lorentz $\alpha a^2$ . . . . .	p. 75
14	Limites entre os diferentes comportamentos dos pólos do propagador de glúon . . . . .	p. 75
15	Propagador do elétron . . . . .	p. 94
16	Propagador do fóton . . . . .	p. 94
17	Vértice . . . . .	p. 95

18	<b>Linhas externas para férmions</b> . . . . .	p. 95
19	<b>Linhas externas do foton</b> . . . . .	p. 96

# Lista de abreviaturas e siglas

MPE - Modelo padrão estendido

CPT - Simetria de carga, paridade(espaco) e temporal

GRB - Explosões de raios gama

$\mathcal{L}_{eff}$  - Lagrangiana efetiva

$\mathcal{L}_{SM}$  - Lagrangiana do modelo padrão

$\mathcal{L}_{VL}$  - Lagrangiana modelo padrão estendido

RR - Relatividade restrita

RG - Relatividade geral

MQ - Mecânica quântica

TQC - Teoria quântica de campo

MP - Modelo padrão

G - Constante da gravitação de Newton

LHC - Em inglês Large Hadrons Collider ou Grande Colisor de Hádrons

YM - Yang Mills

CS - Chern-Simons

$S_{YM}$  - Ação de Yang-Mills

CFJ - Carroll, Field e Jackiw

YMCS - Yang-Mills e Chern-Simons

QSL - Quebra da simetria de Lorentz

# Lista de símbolos

$$l_p \text{ (Comprimento de planck)} - \sqrt{\frac{hG}{c^3}} \approx 1.61 \cdot 10^{-35}m$$

$$MeV \text{ (Mega Elétron-Volt)} - 10^6 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19}joules$$

$$h \text{ (Constante de planck)} - (1,0545718 \cdot 10^{-34})\frac{kg \cdot m^2}{s}$$

$\hbar$  - h cortado

$$c \text{ (Velocidade da luz)} - 2,99 \cdot 10^8\frac{m}{s}$$

$$G \text{ (Constante da gravitação de Newton)} - G \approx 6.67 \cdot 10^{-11}\frac{N \cdot kg^2}{m^2}$$

$$m_p \text{ (massa de planck)} - \sqrt{\frac{hc}{G}} \approx 2.18 \cdot 10^{-8}kg$$

$$E_p \text{ (energia de planck)} - \sqrt{\frac{hc^5}{G}} \approx 1.22 \cdot 10^{19}GeV$$

$$t_p \text{ (tempo de planck)} - \sqrt{\frac{hG}{c^5}} \approx 5.39 \cdot 10^{-44}s$$

$$l_c \text{ (comprimento de compton)} - \approx 2.43 \cdot 10^{-12}m$$

$$l_s \text{ (comprimento de Schwarzschild)} - m \cdot 1.48 \cdot 10^{-27}$$

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	p. 18
<b>2</b>	<b>Fundamentação Teórica</b>	p. 26
2.1	Os Princípios da Relatividade na Escala de Planck . . . . .	p. 26
2.1.1	Um modelo geral para violações de Lorentz: O modelo padrão estendido (MPE) . . . . .	p. 28
2.1.2	Cenário da violação da simetria de Lorentz . . . . .	p. 30
2.1.3	Quebra espontânea/e explícita de simetria . . . . .	p. 31
2.1.4	As transformações de Lorentz de observador e de partícula . . . . .	p. 32
2.1.5	Análise da violação de Lorentz por rotação . . . . .	p. 34
2.2	Teorias de Gauge . . . . .	p. 36
2.2.1	Eletromagnetismo como uma teoria de gauge . . . . .	p. 36
2.2.2	Teorias de Yang-Mills . . . . .	p. 39
2.2.3	Quantização de campos de gauge abeliano . . . . .	p. 42
2.2.4	Fixação de gauge em integrais de trajetória, método de Fadeev-Popov . . . . .	p. 44
2.2.5	Quantização de campos de gauge não-abeliano . . . . .	p. 50
2.3	O Problema de Gribov . . . . .	p. 55
2.3.1	Ambiguidade de Gribov . . . . .	p. 56
2.3.2	A região de Gribov . . . . .	p. 57
<b>3</b>	<b>Geração perturbativa do termo de éter não-abeliano</b>	p. 61
3.0.1	Termo de éter não-abeliano . . . . .	p. 61

3.0.2	Contribuição de terceira ordem . . . . .	p. 64
3.0.3	Contribuição de quarta ordem . . . . .	p. 66
<b>4</b>	<b>Resultados e Discussão</b>	p. 70
<b>5</b>	<b>Conclusões e Perspectivas</b>	p. 77
5.1	Trabalhos futuros . . . . .	p. 78
	<b>Referências</b>	p. 79
	<b>Apêndice A – Equação de movimento</b>	p. 87
	<b>Apêndice B – Dimensão dos termos da densidade lagrangiana</b>	p. 89
	<b>Apêndice C – Inserções usadas no capítulo 3 para cálculo do termo de éter não-abeliano</b>	p. 92
	<b>Apêndice D – Regras de Feynman da QED</b>	p. 94
	<b>Apêndice E – Artigos Publicados</b>	p. 97
	<b>Apêndice F – Outras Publicações</b>	p. 99

# 1 Introdução

Como você faria se estivesse próximo de construir um universo e alguém te procurasse como aplicam as leis da física neste universo? Acredito que você logo enfrentaria um problema. Pois, elas teriam que satisfazer algumas condições, isto é, as mesmas leis se aplicam a todos em seu universo, independentemente de onde estejam? Ou as leis mudam conforme você se move ou se vira em direções diferentes? Notoriamente, a maneira mais justa e igualitária de proceder seria tornar as leis da física as mesmas para todos os observadores. Para um físico, essa igualdade e justiça das leis físicas é chamada de simetria, e a simetria que exige que as leis da física sejam as mesmas para todos os observadores é conhecida como simetria de Lorentz.

Ademais, que é um dos conceitos mais importantes da física e está ligada diretamente à conservação de quantidades como energia, quantidade de movimento e carga. porém, a quebra de simetria também é extremamente importante. A quebra da simetria eletrofraca, por exemplo, é responsável pela geração de massa no modelo padrão da física de partículas [1].

E foi Albert Einstein no ano de 1905 que usou pela primeira vez a simetria de Lorentz para descrever as leis da física em nosso universo. Ele considerou a simetria de Lorentz como um postulado da relatividade especial, conforme o qual assumiu que as leis da física, incluindo a velocidade da luz no vácuo, são as mesmas para todos os observadores inerciais. Além disso, calculou as consequências da simetria de Lorentz e chegou à surpreendente conclusão de que as medidas de comprimento e intervalos de tempo são diferentes quando feitas por observadores inerciais movendo-se uns em relação aos outros.

Por mais que o contexto em que ele as usou tenha se revelado incorreto (parece que não há éter), as próprias equações são as mesmas que Einstein derivou em 1905 para descrever as transformações no espaço e no tempo na teoria da relatividade. A simetria de Lorentz até agora resistiu aos testes do tempo, no entanto enquanto muitos físicos comemoram mais de 100 anos da simetria base da física moderna, o tema quebra de

simetria de Lorentz virou material de estudo para muitos teóricos e experimentalistas do mundo inteiro. As motivações para a busca dessas violações vêm de resultados em teorias de quânticas de gravitação, como teoria de cordas, gravidade quântica em loop, espaço-tempo não-comutativo, modelo de mundo-brana e de gravidade emergentes [2, 3].

Tudo isso porque até onde sabemos, o universo é razoavelmente bem descrito pela teorias da relatividade (RR), mecânica quântica (MQ) e relatividade geral (RG) consideradas as maiores conquistas da física do século XX. As duas primeiras criada devido aos dados experimentais sobre radiação de corpo negro e que não podiam ser explicados pela termodinâmica e pela mecânica estatística e o fracasso do experimento de Michelson e Morley em determinar a existência de éter. Posteriormente, veio a fusão das duas teorias, dando origem a teoria quântica de campos (TQC), que descreve o comportamento quântico de partículas no espaço-tempo plano da relatividade restrita. Além disso, permite o cálculo perturbativo das amplitudes de espalhamento de partículas subatômicas que colidem entre si a altas energias. Porém, o desenvolvimento da TQC enfrentou diversos obstáculos. Um desses problemas enfrentados podemos destacar as divergências, e foi necessário Dyson dar nova interpretação às quantidades físicas como massa e carga elétrica e, com isso, conseguiu eliminar as divergências no cálculo da amplitudes de espalhamento [4].

Já a fusão da relatividade geral (RG) com a mecânica quântica é material de estudos por físicos pelo ao menos uns 80 anos. Entre os percalços destacamos o problema do tempo. pois, na teoria quântica e relatividade geral contém conceitos drasticamente diferentes de tempo (e espaço-tempo), na verdade eles são realmente incompatível. Por um lado, o tempo e um elemento externo (absoluto) na teoria quântica, que não e descrito por um operador, enquanto no tempo relatividade geral, como parte do espaço-tempo, e um objeto dinâmico (não-absoluto). logo, espera que a unificação da teoria quântica e relatividade geral levará a uma modificação de nosso conceito de tempo. Podendo inclusive ter modificação geral nos conceitos da física básica.

Entretanto, a busca por uma teoria da gravidade quântica, não enfrentamos apenas problemas teóricos(renormalização das teorias gravitacionais, a possível perda de unidade nos fenômenos gravitacionais e o significado de tempo em gravidade quântica), mas também a falta de contribuição experimental. Infelizmente, é possível que experimentos nunca nos dão uma resposta clara para a construção da teoria, particulamente se nossa intensão for experimento da ordem do comprimento de planck  $l_p = 10^{-35}$  m [5].

De fato, onde devemos procurar efeitos da gravidade quântica e como devemos pro-

curar esses efeitos? Portanto, a resposta é trivial às perguntas acima é que qualquer experimento também é um experimento em busca dos efeitos da gravidade quântica. Pois, a tentativa de buscar efeitos da gravidade quântica é explorar regimes, seja indo de energias muito altas, baixas temperaturas, longas distâncias, escalas de tempo curtas ou longas, etc, ao qual são pesquisas que sempre esteve presente na história da física. Só que para buscar esses efeitos, precisamos explorar regimes além dos padrões do ponto de vista experimental. Isso apresenta que as profundas incompatibilidades encontradas entre as estruturas fundamentais de a relatividade geral e a teoria quântica mostra que temos vários problemas em aberto na física de alta energia que sugerem que novas ideias devem ser introduzidas e, eventualmente, elas podem envolver modificações severas nos axiomas da teoria quântica de campos e da relatividade geral. Por isso, muitos físicos questiona se a simetria de Lorentz é de fato uma simetria exata da natureza. Pois, até presente momento um dos maiores problemas da física de altas energias e de nunca ter encontrado solução.

Como vimos, na verdade não é fácil construir uma teoria unificada de todas as interações em que a gravidade mantém o clássico e o resto dos campos são quânticos. Podemos dizer que a incompatibilidade da teoria quântica com a relatividade geral é a maior motivação para dar início os estudos com violações de simetria. Dai Kostelecky e Samuel propôs o modelo padrão estendido (MPE), que é uma construção baseada na suposição de que a simetria de Lorentz é quebrada, ou seja, é uma teoria de campo eficaz que contém o modelo padrão (MP), a relatividade geral (RG) e todos os operadores possíveis que quebram a simetria de Lorentz. Uma forma simples de verificar a violação de Lorentz é por meio da relação de dispersão, pois, na relatividade restrita (RR), a relação entre a energia, momento e massa de uma partícula tem a seguinte forma.

$$E^2 = m^2 + p^2 \quad (1.1)$$

também chamada relação de dispersão. Por exemplo, no caso das teorias tipo éter com parâmetro  $b$ , for inserido na relação,

$$E^2 = p^2 + m^2 + (b \cdot p)^2 \quad (1.2)$$

onde  $b$  é um vetor constante. Contudo, as ondas eletromagnéticas acabam sendo modificadas com essa expressão, e for tentarmos determinar a velocidade de propagação dessas ondas, ela não é mais igual à velocidade usual da luz, é menor do que a velocidade normal da luz. Por outro lado, considerarmos as equações de propagação das ondas modificadas,

podemos ver que suas soluções são diferentes. Por exemplo, entrando de um meio (vácuo) em um meio onde há uma violação da simetria de Lorentz, o feixe de luz se dividirá em dois por si mesmo, e esses dois feixes se propagarão em velocidades diferentes, este que por sinal, é conhecido como princípio birrefringência, que é observada em alguns cristais.

Como vimos o estudo de quebra de simetria de Lorentz (QSL) está sendo discutido em muitos contextos diferentes e foi proposto pela primeira vez no contexto da QED por Carroll, Field e Jackiw (CFJ) nos anos 90 [6]. Um dos modelos mais conhecido é usado em teoria quântica de campos, envolve um campo tensorial constante  $b_\mu$  que contém índice de Lorentz e adquire valor esperado não nulo no vácuo e seleciona uma direção preferencial no espaço-tempo quebrando assim a transformação de Lorentz de partícula.

Depois disso, tivemos várias extensões de quebra de Lorentz do modelo padrão para diversas variedades [7, 8]. Dentre essas, podemos destacar uma propagação de onda de forma modificadas ( birrefringência) e rotação da polarização de uma onda eletromagnética no vácuo [9]. Muitas medições experimentais de sinais de potencial de quebra de simetria de Lorentz têm se realizado em casos diferentes [10].

Conforme mencionado anteriormente, a quebra de simetria de Lorentz foi tratada no contexto da QED (eletrodinâmica quântica). Com o passar do tempo, tivemos as extensões no contexto não-abeliano dos termos de quebra de Lorentz [11]. O termo não-abeliano Carrol-Field-Jackiw (CFJ) pode ser gerado perturbativamente [12] e algumas consequências ao adicionar este termo também foi discutido [13, 14]. As primeiras análises da teoria foram desenvolvida em [15] e a renormalizabilidade de alguns sistemas não-abelianos envolvendo termos aditivos foi explorado em [13, 14]. Recentemente, os autores de [16] estudaram a quantização da integral do caminho do sistema YM (Yang-Mills) mais CFJ (Carrol, Fields e Jackiw) e a geração perturbativa abeliana do termo de éter em [17] e em [18] o termo de éter não-abeliano.

No entanto, quando trabalhamos com quantização de uma teoria de calibre não-abeliana as questões de excesso de calibre precisam ser abordadas [19]. E corrigir o tratamento do regime não-perturbativo continua sendo um dos maiores desafios da teoria quântica de campos. Esse formalismo perturbativo falha para teorias de calibre não-abelianas em baixa energia e na ausência do mecanismo de Higgs (ou com apenas um pequeno valor de expectativa de vácuo Higgs), uma vez que a constante de acoplamento se torna forte. Para obter resultados confiáveis no limite infravermelho (IR) na formulação contínua, os métodos não perturbativos são obrigatórios, o qual podemos ver nas referências alguns métodos usados nesse tratamento [20, 21, 22, 23, 24, 25].

O procedimento de fixação do medidor Faddeev-Popov (FP) padrão é uma estrutura bem conhecida para lidar com esse problema. No entanto, em [19], Gribov mostrou que o procedimento de FP não é suficiente para contornar essas habilidades de todas as ambiguidades dos calibre das teorias YM. Ele demonstrou que, mesmo depois de inserir o calibre de Landau (ou Coulomb), lá ainda permanecem configurações de calibre de campos redundantes, chamadas de cópias de Gribov. A fim de contornar essas habilidades de ambiguidades que permanecem após a fixação de calibre, Gribov propôs restringir a integral de caminho de calibre de campo a uma região específica, chamada de primeira região Gribov, onde o sistema deve estar livre de cópias infinitesimais de calibre. Tal restrição é implementada por meio de uma função degrau de Heaviside e com uma consequente introdução de um novo parâmetro de massa. O resultado encontrado foi que o propagador de calibre de campo é eliminado no limite profundo infravermelho e não tem interpretação assintótica de uma partícula.

Em 1989, Zwanziger desenvolveu ainda mais a abordagem original de Gribov [26, 27, 28]. Ele percebeu que, naquela época, a ideia de Gribov de se livrar dos modos zero do operador FP (aqueles associados a transformações de calibre infinitesimais) é, na verdade, uma condição a ser imposta aos valores próprios mais baixos do operador FP. Como resultado, Zwanziger propôs uma ação local de todas as ordens [29] no calibre de Landau, cuja integral funcional é restrita à primeira região de Gribov (suposto estar livre de cópias de calibre infinitesimais).

Desde então, essa abordagem melhorada é conhecida como abordagem Gribov-Zwanziger (GZ). Assim como na abordagem original de Gribov, a estrutura GZ também leva a uma modificação drástica do propagador do campo de calibre, de modo que não possa mais ser interpretado como uma partícula física assintótica. Além disso, na abordagem Gribov-Zwanziger, o propagador calibre é altamente eliminado no limite do infravermelho profundo [30, 31, 32, 33, 34, 35]. Na abordagem de Gribov-Zwanziger, um parâmetro de massa, chamado o parâmetro Gribov, é introduzido e a função de dois pontos de calibre de campo adquire polos conjugados complexos. Isso exclui a possibilidade de uma representação espectral Källén-Lehmann [36], pois o propagador deve ser sempre positivo para isso ([37] para um estudo recente da conexão entre a existência de polos conjugados complexos e a violação da positividade da representação Källén-Lehmann).

Em [38], Osterwalder e Shradler mostraram que uma violação da positividade na representação espectral Källén-Lehmann impede o propagador de ter uma interpretação de partícula assintótica. Nesse sentido, Gribov propôs uma interpretação de confinamento

para o calibre de campo dentro desse marco. Além disso, uma abordagem alternativa para a questão de Gribov tem sido desenvolvida recentemente [39, 40, 41].

Na teoria da QCD, onde o parâmetro de acoplamento na região infravermelha é grande, problemas como esse não podem e não devem ser negligenciados, já que existe um fenômeno que pode ser sensível a essa atitude. Estamos falando do confinamento dos quarks e glúons. A QCD contém uma característica chamada liberdade assintótica. Uma teoria que apresenta liberdade assintótica quando dita que o comportamento da constante de acoplamento com a escala de energia, assume valores negativos quando a constante de acoplamento tende a zero. Isto significa que a teoria é bem definida, perturbativamente, na região ultravioleta, ou seja, em altas energias (curtas distâncias). Porém, conforme a escala de energia diminui, a constante de acoplamento cresce, chegando ao ponto em que os métodos perturbativos não são mais aplicáveis. Portanto, numa teoria com liberdade assintótica na região infravermelha, isto é, a baixas energias (longas distâncias), ocorrem os chamados efeitos não perturbativos. Assim, como consequência deste comportamento da QCD, quando a separação de dois quarks diminui, a intensidade do acoplamento fica fraca. Ao contrário, a grandes distâncias, a interação se torna tão forte que os quarks e os glúons são confinados permanentemente no interior dos hádrons. Isto significa que não é possível detectar quarks e glúons livres na natureza. Este fenômeno é conhecido como problema do confinamento da QCD. O comportamento na região infravermelha da QCD, e das teorias de Yang-Mills de um modo geral, requer um tratamento especial através de métodos não perturbativos. Na verdade, tais métodos não existem do ponto de vista analítico. O melhor que podemos fazer para obter informações deste setor é considerar alguns aspectos que podem ter implicações a baixas energias e nos enxergarmos numa região intermediária, onde os cálculos perturbativos ainda funcionam e começam a aparecer efeitos não perturbativos [42].

Nesta tese, vamos apresentar o cálculo da geração perturbativa de uma contribuição finita não-abeliana de quarta ordem [43], e os resultados são coerente com os resultados citados em [44]. Explicitamente, partimos de uma densidade lagrangiana que contém um parâmetro que viola a simetria de Lorentz e gerando um termo tipo éter em  $4D$   $S_1 = -\kappa \frac{e^2}{6\pi^2 m^2} b^\mu F_{\mu\nu}^a b_\lambda F^{\lambda\nu\alpha}$  [43] e depois aplicar esse termo de massa tipo éter para investigar a influência do mesmo no termo de massa de Gribov para análise em um regime não-perturbativo [45]. Partindo de uma densidade lagrangiana efetiva,

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = \mathcal{L}_{\text{SM}} + \mathcal{L}_{\text{VL}} \quad (1.3)$$

onde o  $\mathcal{L}_{\text{SM}}$  é a parte que corresponde ao modelo padrão e  $\mathcal{L}_{\text{VL}}$  são os novos termos que

corresponde a parte física desconhecida da escala de Planck. A física descrita por  $\mathcal{L}_{\text{SM}} = \bar{\psi}^i (i\not{\partial}\delta_{ij} - eA^a T_a^{ij} - m\delta^{ij})\psi^j$  é invariante de Lorentz e ao passo que  $\mathcal{L}_{\text{VL}} = \bar{\psi}^i \not{\psi}\gamma_5\delta^{ij}\psi^j$  é o termo que viola simetria de Lorentz. Frisamos que aqui estamos trabalhando em regime perturbativo. Devido, as dificuldades do desenvolvimento dos cálculos contamos com diversos programas de físicas altas energias, como destaque o Package X [93, 94] e o FeynCalc [46] para desenvolvimento das maiorias dos cálculos.

Posteriormente, fazemos os cálculos da geração do termo do éter não-abeliano em  $3D$  e encontramos  $S_1 = \frac{4|m|g^2\kappa}{2\pi}b_\mu F_{\mu\nu}^a b_\lambda F^{\lambda\nu a}$  [45], em seguida investigamos a influência deste termo tipo de éter no propagador do campo de calibre, isto é, consideramos um modelo eficaz, onde o termo de éter presente ao contrário do [6] não quebra simetria de Lorentz, ou seja, teremos uma teoria de YM (Yang-Mills) com simetria  $SU(N)$  com uma quebra espontânea de simetria devido a um campo de Higgs fundamental e com a presença do termo de massa tipo éter que não viola a simetria de Lorentz CPT (carga, paridade e tempo).

Consideramos o caso de três dimensões do espaço tempo e pegamos o termo de massa gerada do campo de éter não-abeliano e investigaremos a teoria de Yang-Mills mais Higgs na presença de desse campo constante por meio do cenário de confinamento de Gribov e investigaremos fisicamente no propagador do glúon. O campo de fundo constante é introduzido no termo de éter não-abeliano. Descobrimos que alguns regimes da teoria mudam se o glúon está atravessando, ou não, o campo de fundo e além disso, comparamos o termo do éter calculado em  $3D$  abeliano [17] e não-abeliano [45].

Portanto, o trabalho está organizado da seguinte forma. Capítulo 2 será apresentada uma revisão detalhada sobre as ferramentas matemáticas e os conceitos físicos de transformações de Lorentz, modelos teóricos da quebra da simetria de Lorentz em teorias não-abelianas, os casos onde a simetria de Lorentz pode ser incorreta, onde ela é notória, os quais está bem fundamentada nas referências [5, 47, 4, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54]. Além disso, apresentaremos a revisão de literatura sobre teorias de calibre abeliana e não-abelianas, teorias de Yang-Mills, quantização dos campos Yang-Mills e os percalços encontrados quando estamos realizando a quantização de integral de caminho das teorias não-abelianas e por fim, iremos tentar explicar as possíveis soluções para tais questões. No capítulo 3, apresentamos a geração do termo de éter não-abeliano, este que por sinal é o objetivo principal da tese, gerar o termo de éter em teorias não-abelianas. No capítulo 4, os resultados serão expostos e discutidos. Por fim, o último capítulo é destinado as conclusões finais e as perspectivas de trabalhos futuros.

Durante toda a tese, utilizamos as unidades naturais, ou seja, consideramos  $\hbar$  e  $c$  igual a 1, onde  $\hbar$  é a constante de Planck dividida por  $2\pi$ , e  $c$  é a velocidade da luz no vácuo. Além disso, a métrica adotada apresenta os seguintes elementos diagonais  $(+1, -1, -1, -1)$ .

## 2 Fundamentação Teórica

Nesta seção veremos os princípios da relatividade restrita na escala de Planck, o modelo padrão estendido (MPE), o cenário das violações de Lorentz (QSL), discutiremos quebra de simetria de Lorentz explícita e espontânea e os tipos de transformações de Lorentz de observador e partícula. Por fim, uma análise de violação de Lorentz por rotação.

### 2.1 Os Princípios da Relatividade na Escala de Planck

A relatividade restrita, proposta por Einstein no começo do século XX, é um dos pilares da física. Nesta seção, vamos discutir sobre os limites de validade da física newtoniana e conseqüentemente o surgimento da relatividade restrita, o problema da gravidade quântica e os limites da física do século XXI. Além disso, os problemas que deparamos ao investigar a física nova que está na escala de Planck e como as violações de Lorentz podem contribuir para surgimento de uma nova física na escala de Planck [5]. Isaac Newton foi um dos principais físicos, matemáticos e filósofos da história, com grandes obras, como destaque a lei da gravitação universal e as famosas leis de Newton, também chamadas de mecânica newtoniana. Além disso, ele conseguiu prever a existência de novos planetas a partir das divergências entre cálculos teóricos e as observações das órbitas experimentais. Passado um tempo deste grande feito, a comunidade científica reconheceu suas limitações e a validade de uma nova teoria que a substituiu [55, 56, 57, 58, 59], modificando seus conceitos básicos e suas equações, tal teoria chamada teoria da relatividade restrita (TRR) [60].

As teorias possuem um domínio de validade e no fim do século XIX e começo do século XX, o avanço dos experimentos permitiram a exploração de novos fenômenos, e hoje pertence ao domínios da física atômica, molecular e relativista [56, 55, 58]. Logo, surge então a necessidade de uma teoria mais "completa" e o esperado é que a física newtoniana é um caso particular desta teoria. A comprovação que a física newtoniana é válida apenas até um certo limite, nos ensinou que explorar fenômenos em novos domínios é um campo fértil

para descobertas de nova física. Além disso, no século XX teorias físicas foram colocadas à prova, e o resultado foi que uma revolução da física, e o resultado que a mecânica quântica e relatividade se estabeleceram como novos pilares da física. Logo, aprendemos que as teorias, sendo verificadas experimentalmente não necessariamente marca o seu fim, mas delimita onde podemos procurar novas questões abertas na física.

O século XX presenciou o surgimento de várias peças para compreender o universo: primeiro a relatividade Restrita (RR), que estabelece a noção do espaço-tempo, como uma arena onde a física se desenvolve, depois veio a relatividade geral (RG) que modifica o conceito de espaço-tempo tornando ele como uma entidade dinâmica e englobando ainda a sua forma geométrica e gravitação e por último a mecânica quântica (MQ), descreve o comportamento do mundo subatômico de moléculas e átomos.

A evolução desse conjunto de teorias, como a MQ compatibilizou com os princípios da RR , através do que hoje chamamos de teoria quântica de campos(TQC) e fornece ferramentas para descrever partículas elementares da natureza, exceto a gravitacional [4, 61]. Este desenvolvimento da MQ com a RR que chamamos de modelo padrão(MP), onde descreve a física das pequenas escalas de comprimentos, o domínio das partículas elementares, unificando num formalismo quântico três interações fundamentais(interacção eletromagnética, nuclear forte e fraca).

A tentativa de incorporar a interação gravitacional no modelo padrão (MP) falham por uma série de dificuldades técnicas, e surge daí o chamado problema da gravitação quântica: Os métodos conhecidos para quântização de uma teoria não funcionam para a RG, ou seja, a RG é geométrica e não-quantizável, valendo no domínio do "macro"enquanto que MP é quântico, valendo no modelo do "micro". A questão elucidada esse fato é a dificuldade de realizar experimentos que estejam na intersecção do "macro"e "micro", ou seja, RG e a MQ, mesmoo tendo a compatibilidade da constante da velocidade da luz  $c = 299.792.458 \frac{m}{s}$  tanto com RR e RG quanto com o MP .

Já pelo lado da RG aparece a constante da gravitação de Newton  $G$  que mede a intensidade da interação gravitacional  $G \approx 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot kg^2}{m^2}$ , ao passo, que na MQ, a constante que rege é de constante de Planck  $h \approx 1.05 \cdot 10^{-34} J \cdot s$ . Por meio dessas três constantes, pode-se construir constantes com dimensão de comprimento, massa ,energia e tempo, denominadas comprimentos de Planck  $l_p = \sqrt{\frac{hG}{c^3}} \approx 1.61 \cdot 10^{-35} m$ , massa de planck  $m_p = \sqrt{\frac{hc}{G}} \approx 2.18 \cdot 10^{-8} kg$ , energia de Planck  $E_p = \sqrt{\frac{hc^5}{G}} \approx 1.22 \cdot 10^{19} GeV$  e tempo de Planck  $t_p = \sqrt{\frac{hG}{c^5}} \approx 5.39 \cdot 10^{-44} s$ . Essas definições das constantes mostra onde a gravitação quântica tem o domínio para analisar certos fenômenos.

Se analisarmos a massa de Planck  $m_p \approx 10^{-8}kg$  e a massa do próton  $\approx 10^{-27}kg$ , o comprimento de  $l_p \approx 10^{-35}m$  e raio do próton/neutron  $\approx 10^{-16}m$ , notamos que massa de planck é muito grande para uma partícula elementar, enquanto que comprimento de Planck é muito pequeno se comparar a ordem do raio do próton/neutron e o microscópio mais potente do mundo(LHC), que investiga escalares da ordem da ordem  $10^{-19}m$ , isto é, precisamos de um acelerador de partículas que seja  $10^{16}$  vezes mais poderoso do que o LHC, sendo as comprovações experimentais sendo um dos empecilhos que deparamos neste século quando buscamos investir algo novo da escala de Planck[5].

### 2.1.1 Um modelo geral para violações de Lorentz: O modelo padrão estendido (MPE)

O modelo padrão estendido é uma teoria efetiva que contém o modelo padrão(MP), a relatividade geral(RG), e todos os operadores possíveis que quebram a simetria de Lorentz [62, 63, 64, 65]. Acredita-se que o modelo padrão seja o limite de baixas energias de uma teoria mais fundamental que inclui todas as forças da natureza, como por exemplo a teoria de cordas [62, 53, 52, 48, 49, 54]. Em algumas dessas teorias fundamentais, temos o processo de quebra espontânea de simetria de Lorentz, que é o processo utilizado para gerar o modelo padrão estendido (MPE). Tal processo é análogo ao mecanismo de Higgs, no qual um campo escalar ganha um valor esperado no vácuo diferente de zero e gera a massa para as partículas do modelo padrão. No caso de um campo tensorial que contém índices de Lorentz, um valor esperado não nulo seleciona uma direção preferencial no espaço-tempo, quebrando assim, espontaneamente, a transformação de Lorentz de partícula, ao passo que a transformação de Lorentz de observador permanece inalterada.

Dessa forma, a proposta do modelo padrão estendido(MPE) é incluir no modelo padrão todos os possíveis termos que violam as simetrias de Lorentz e CPT, a fim de investigar indícios de teorias fundamentais, com quebra espontânea de simetria de Lorentz. Portanto, quaisquer confirmações do (MPE), seriam também confirmações dessas teorias fundamentais. Ressaltando, que toda violação desta simetria acarreta também em uma violação de simetria de Lorentz [10]. Contudo, nem toda violação de simetria de Lorentz ocasiona uma violação de simetria CPT (paridade, carga e tempo)[66, 67, 68, 47, 10].

Esses termos com quebra de simetria de Lorentz e CPT do MPE são renormalizável, assim como invariantes de gauge. Deste forma, os coeficientes tensoriais que controlam a escala de violação de simetria de Lorentz tem escala de massa adimensionais e de dimensão  $d = 1$ , contraídos com operadores de dimensão de massa  $d = 4$  e  $d = 3$ , respectivamente.

Operadores não renormalizáveis de dimensão de massa  $d \geq 5$  têm sido estudados como pode verificar nas referências [69, 70, 71].

Embora esses operadores sejam não renormalizáveis, os seus coeficientes possuem dimensão de massa  $d \leq -1$ , ou seja, podem ser considerados naturalmente eliminado pela massa de Planck. Até o presente momento, muitos limites experimentais vêm sendo atribuídos aos coeficientes do MPE, associados a dados experimentais envolvendo hádrons, káons, prótons e nêutrons, elétrons e fótons [10, 72, 73, 74]

Um modelo de fácil visualização é eletrodinâmica estendida é composta basicamente da eletrodinâmica comum, e sendo também adicionado à lagrangiana todos os possíveis termos que incorporam a violação de simetria de Lorentz e CPT. Esses termos adicionais na EDQ estendida devem ser pequenos a ponto de poderem ser considerados desprezíveis no regime de energia do setor eletrofraco, para que assim a teoria recupere o modelo padrão comum. Com isso faz necessário, trabalharmos com um regime perturbativo e no limite recuperar o modelo padrão convencional, este cenário sobre qual trabalhamos a violação de simetria de Lorentz e CPT preserva a simetria de gauge local  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$  do modelo padrão comum, assim como a renormalização.

A lagrangiana da EDQ estendida, é dada por

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}\overbrace{(k_{AF})^\mu}^M \epsilon_{\mu\nu\lambda\rho} \overbrace{A^\nu F^{\lambda\rho}}^{M^3} - \frac{1}{4}(k_F)_{\mu\nu\lambda\rho} \overbrace{F^{\mu\nu}F^{\lambda\rho}}^{M^4} + \frac{1}{2}i\bar{\psi}\Gamma^\mu D_\mu\psi - \bar{\psi}M\psi, \quad (2.1)$$

onde  $\Gamma^\mu = \gamma^\mu + \Gamma_1^\mu$  e  $M = m + M_1$ , sendo

$$\begin{aligned} \Gamma_1^\mu &= e^{\mu\nu}\gamma_\nu + d^{\mu\nu}\gamma_5\gamma_\nu + e^\mu + if^\mu\gamma_5 + \frac{1}{2}g^{\lambda\nu\mu}\sigma_{\lambda\nu} \\ M_1 &= a_\mu\gamma^\mu + b_\mu\gamma_5\gamma^\mu + \frac{1}{2}H_{\mu\nu}\sigma^{\mu\nu}. \end{aligned} \quad (2.2)$$

O primeiro termo é a lagrangiana de Maxwell, e os outros dois termos são os que violam a simetria de Lorentz, lembrando que  $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ .

A primeira das contribuições extra é o termo de Chern-Simons quadridimensional, que é CPT ímpar e portanto viola as simetrias de Lorentz e CPT. Note que o coeficiente  $(k_{AF})^\mu$  tem dimensão de massa  $d = 1$ , ao passo que o operador  $A^\nu F^{\lambda\rho}$  (campos e derivadas) tem dimensão de massa  $d = 3$ , visto que a lagrangiana tem dimensão de massa  $d = 4$ . O segundo dos termos extra contém um operador com dimensão de massa  $d = 4$  e portanto o coeficiente  $(k_F)_{\mu\nu\lambda\rho}$  é adimensional. No setor fermiônico, os termos extras adicionados à lagrangiana de Dirac, os operadores contraídos com os coeficientes  $a_\mu$ ,  $b_\mu$ ,  $e_\mu$ ,  $f_\mu$  e  $g_{\lambda\nu\mu}$ , violam as simetrias de Lorentz e CPT (CPT ímpar), enquanto que os operadores

relacionados com os coeficientes  $c_{\mu\nu}$ ,  $d_{\mu\nu}$  e  $H_{\mu\nu}$ , violam apenas a simetria de Lorentz (CPT par). Contudo, sob uma certa redefinição espinorial, os termos relacionados com os coeficientes  $a_\mu$ ,  $e_\mu$  e  $f_\mu$  são removidos da lagrangiana, apenas os coeficientes  $\bar{c}_{\mu\nu}$ ,  $\bar{d}_{\mu\nu}$  (totalmente simétrico),  $\tilde{g}_{\lambda\nu\mu}$  (totalmente antissimétrico),  $b_\mu$  e  $H_{\mu\nu}$  sobrevivem. Note que os coeficientes contidos em  $M_1$  têm dimensão de massa  $d = 1$ , enquanto que os coeficientes contidos em  $\Gamma_1^\mu$  são adimensionais como podem ser verificado nas referências [75, 76, 8]

Na tese trabalhamos com matéria espinorial acoplada ao campo eletromagnético para teoria não-abelianas (Yang-Mills), tendo pequenas mudanças em relação a EDQ usual acoplada ao campo eletromagnético em teoria abelianas e um parâmetro  $\not{b}\gamma_5$  de acoplamento mínimo que viola a simetria de Lorentz, tendo como principais alterações a inserções dos índices de simetrias  $i, j$  (propagador), a alteração no campo  $A_\mu = A_\mu^a T^a$  e no tensor eletromagnético  $F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + gf^{abc} A_\mu^b A_\nu^c$ , lembrando que as regras de Feynmann são iguais tanto abeliano como não-abeliano.

Baseado nos conhecimento geral do modelo padrão(MP) e modelo padrão estendido (MPE), daremos continuidade a revisão, respondendo algumas perguntas sobre o assunto: Qual cenário da violação da simetria de lorentz? Qual diferença entre quebra explícita e quebra de simetria espontânea? Como funcionam as transformações de partículas e transformações de observadores? Na próxima subseção, faremos um apanhado geral dos estudos sobre violações de Lorentz.

### 2.1.2 Cenário da violação da simetria de Lorentz

A teoria da relatividade é bastante precisa, testada por diversos experimentos e sempre mostrou muito correta seus resultados, pelo menos quando se trata de escalas usuais de distâncias, energias e tempos. Daí os pesquisadores esperam que a "nova" teoria da relatividade deve-se apresentar em regiões do mundo e nas distâncias e energias que observamos apenas como pequenas correções, por que eles esperam que a teoria da relatividade sofra apenas pequenas correções para duas situações específicas[48, 49].

Condições essas tal as distâncias são tão pequenas que a geometria comum perde seu significado, ou energias muito altas como é esperado na mecânica quântica, quanto menor o tempo de medição, maior a incerteza da energia[57, 58].

### 2.1.3 Quebra espontânea/e explícita de simetria

A quebra espontânea de simetria é um processo espontâneo de quebra de simetria, pelo qual um sistema físico em um estado simétrico termina em um estado assimétrico. Em particular, pode descrever sistemas onde as equações de movimento ou a lagrangiana obedecem simetrias, mas as soluções de vácuo de energia mais baixa não exibem a mesma simetria [77, 78]. Quando o sistema vai para uma dessas soluções de vácuo, a simetria é quebrada para perturbações em torno desse vácuo, embora toda a densidade lagrangiana retenha essa simetria. Se colocarmos uma vareta verticalmente como mostrado na figura 6 e aplicarmos uma força em sua extremidade superior, pressionando verticalmente para baixo, apesar da força atuar estritamente verticalmente e a vareta inicialmente ser absolutamente reta, ela se dobrará para o lado e a direção da dobra será aleatória (espontânea). Diz-se que a forma da barra após a deformação quebra espontaneamente o grupo de simetria inicial.

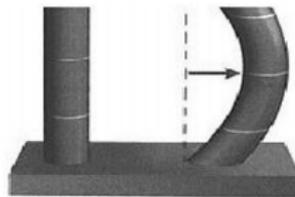


Figura 1: **Haste verticalmente e aplicamos uma força em sua extremidade superior**

Fonte: Belich *et al.*, 2007

Outro exemplo de quebra simetria espontânea, é uma simetria Lorentziana mais geral do grupo  $SO(1, 3)$ . Suponha que uma partícula penetra no interior de um ímã na figura 2. Ela verá muitos dipolos magnéticos alinhados em uma direção, que é chamada de direção de magnetização. A conservação das leis de transformações implica que não importa o ângulo de visão que ela esteja em relação à direção da magnetização, as leis da física não devem mudar. Consequentemente, o movimento de qualquer partícula carregada dentro do ímã não deve depender da posição que a partícula está em relação à sua trajetória ou face. Porém, o movimento de uma partícula que se moveria na sua face será diferente do movimento da mesma partícula para o lado, já que a força de Lorentz agindo sobre uma partícula depende do ângulo entre os vetores da velocidade da partícula e a direção do campo magnético. Nesse caso, diz-se que a pessoa é perturbada espontaneamente pelo campo magnético de fundo que criou uma direção preferencial no espaço, enquanto a invariância de Lorentz do observador é preservada.

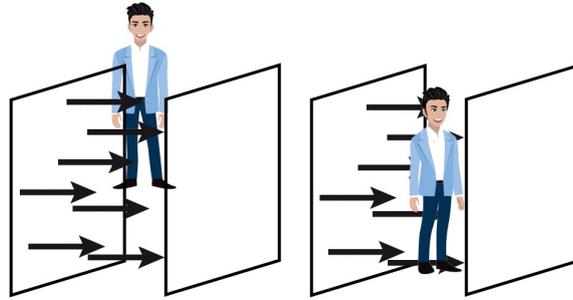


Figura 2: **Dipolos magnéticos alinhados em uma direção**

Já a quebra de simetria explícita é a quebra de uma simetria de uma teoria pelo fato da mesma possuir em suas equações de movimento definidoras (mais tipicamente, para a lagrangiana ou hamiltoniana ) termos que não respeitam a simetria. Normalmente estes termos são usado em situações onde esses termos de quebra de simetria são pequenos, de forma que a simetria é aproximadamente respeitada pela teoria.

Dessa forma a quebra explícita de simetria difere da quebra espontânea de simetria, pois, na quebra espontânea suas equações definidoras respeitam a simetria, mas o estado fundamental (vácuo) da teoria a quebra. Enquanto que a quebra explícita acontece por termos em suas equações de movimento definidoras como a lagrangiana ou hamiltoniana.

#### 2.1.4 As transformações de Lorentz de observador e de partícula

O Pressuposto da quebra de simetria de Lorentz leva à distinção entre transformações de Lorentz de observador e partícula. Vamos considerar o plano  $xy$  e um ponto  $P$ , que será descrito nas coordenadas cartesianas  $(x, y)$  em uma dado referencial arbitrário  $S$ . Ao

considerar uma rotação no plano  $(x, y)$ , teremos duas formas de descrever essa transformação: No ponto de vista passivo, imaginamos que o ponto  $P$  permanece parado, mas o sistema de coordenadas  $S$  rotaciona, tornando  $S'$ ; Já no caso ativo, imaginamos que o referencial permanece parado, mas o sistema sob consideração (no caso o ponto  $P$ ) é rotacionado por um ângulo em sentido oposto. Em ambos os casos as coordenadas para o ponto  $P$  mudam para  $(x', y')$ , cuja expressão explícita pode ser encontrada com um pouco de trigonometria. Fisicamente isso significa dizer que uma teoria permanece invariante por rotações no plano  $xy$ , contudo, as duas apresentam alguns aspectos diferentes. Na passiva, temos uma escolha de mudança de referencial, ou seja, passando do referencial  $S$  para o  $S'$ , ao passo que na transformação ativa o referencial permanece parado, e o que fazemos é girar o sistema físico considerado (no caso o ponto  $P$ ). Elucidaremos as figuras desses dois pontos de vista de transformação de Lorentz que envolve somente as rotações no plano  $xy$  por um ângulo  $\phi$ . E tirado as componentes e expandindo infinitesimal e considerando até primeira ordem.

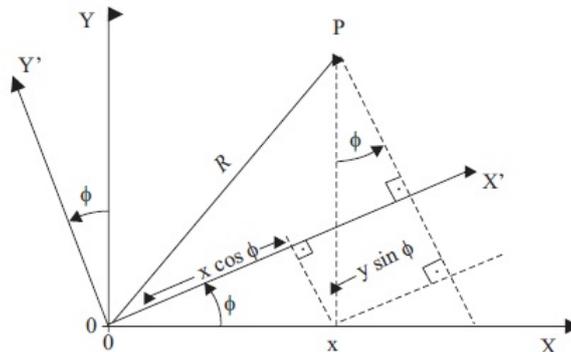


Figura 3: **Visão Passiva**

Fonte: Belich *et al.*, 2007

$$\begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \end{bmatrix} = \delta\phi \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}. \quad (2.3)$$

Observe que os dois tipos de transformação descrevem a rotação de maneira equivalente: No caso passivo temos dois referenciais diferindo de um ângulo  $\phi$  descrevendo um mesmo ponto  $P$ . No caso ativo, temos único referencial descrevendo a rotação por meio do deslocamento de um ponto  $P$ . Logo, se colocarmos um elétron no ponto  $P$  podemos descrever a rotação dessa partícula de duas maneira equivalentes, ou seja, se realizarmos uma rotação passiva de um ângulo  $\phi$ , ou ativa de um ângulo  $-\phi$  obtemos a mesma matriz

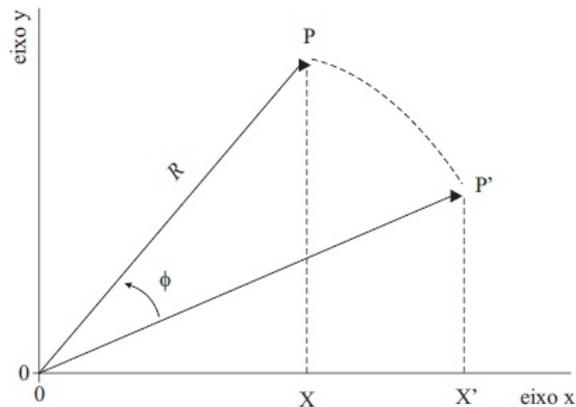


Figura 4: **Visão Ativa**

Fonte: Belich *et al.*, 2007

de rotação. Na visão passiva, o ponto  $P$  fica parado, enquanto o referencial gira no sentido anti-horário. Já na visão ativa, o ponto  $P$  gira pelo ângulo  $\phi$  no sentido horário. A equivalência das duas descrições pode ser vista se imaginar um observador que esteja fixo sobre o referencial que é girado: O que ele enxerga é o ponto girando pelo mesmo ângulo, porém em sentido oposto. Como estamos investigando as teorias que viola a simetria de Lorentz, e neste contexto elas receberam outros nomes as transformações de rotação passiva e ativa receberam os seguintes nomes transformações de observador e transformações de partículas, respectivamente. No caso mais simples podemos admitir a possibilidade de pequenas violações da invariância frente às transformações de partícula, ou seja, violações na isotropia das leis da física. Isso significa dizer que diante da rotação de um laboratório, girando de forma idêntica todas as partículas e campos relevantes ao experimento, encontraremos resultados diferentes dependendo do ângulo de rotação, devido a anisotropia (característica de um meio em que certas propriedades físicas serão diferentes conforme as diferentes direções) fundamental do universo.

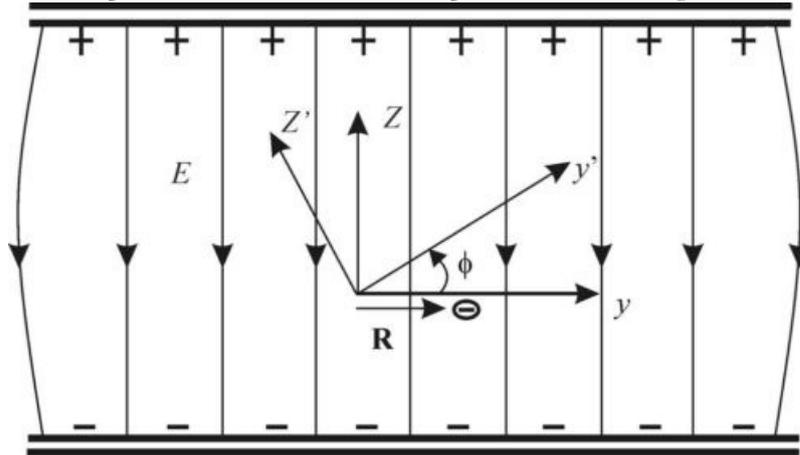
### 2.1.5 Análise da violação de Lorentz por rotação

Conforme fizemos uma breve elucidação acerca das transformações de observador e de partícula, ressaltando suas diferenças e suas relações com as transformações ativas e passivas, agora nas próximas subseções estaremos aptos a tratar do exemplo de um elétron imerso em um campo elétrico constante de fundo e avaliar a quebra da invariância de Lorentz por uma rotação e por um impulso(boost), sucessivamente.

Vamos observar inicialmente uma rotação por um ângulo de  $\frac{\pi}{2}$  ou 90 grau em meio a

um campo elétrico de fundo constante (gerado por um capacitor de placas paralelas) na direção  $z$ , de modo que o vetor posição de um elétron imerso neste campo seja  $\vec{R} = (0, a, 0)$ . Uma representação esquemática é apresentada na Fig. 5. Veja que, usando uma transformação de observador como está sendo representado na figura acima, o vetor posição segue perpendicular ao campo elétrico de fundo, ou seja, após a rotação ( $\vec{R} \perp \vec{E}$ ).

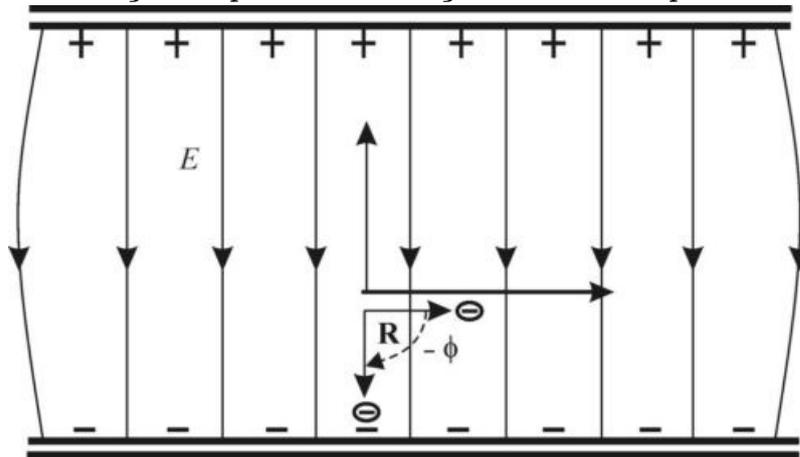
Figura 5: **Transformação de observador: rotação em um campo de fundo constante**



Fonte: Belich *et al.*, 2007

No entanto, ao realizarmos uma transformação de partícula, isto é, uma rotação de  $-\frac{\pi}{2}$  radianos na partícula, como mostrado na Fig 6, veremos agora que o vetor posição do elétron é paralelo ao campo de fundo, diferentemente do caso em que foi feita para uma transformação de observador.

Figura 6: **Transformação de partícula: rotação em um campo de fundo constante**



Fonte: Belich *et al.*, 2007

Note que, a presença de um campo de fundo quebra a invariância entre as transformações observador e partícula, que pode ser vista devido ao fato de que na primeira o vetor

posição segue perpendicular ao campo enquanto que na segunda o vetor posição segue paralelo ao campo. É fácil ver que na ausência de um campo de fundo a equivalência é mantida, observando-se que em ambas as transformações o vetor posição permanece anti paralelo ao eixo  $Z$  após a transformação [79, 47].

Dando continuidade a revisão de literatura, na seção seguinte veremos sobre as teorias de gauge abelianas e não-abelianas.

## 2.2 Teorias de Gauge

A teoria de gauge (calibre) é um tipo de teoria de campo em que a densidade lagrangiana não muda (é invariante) sob transformações locais de certos grupos de Lie [80, 81]. O calibre refere-se a qualquer formalismo matemático específico para regular graus de liberdade redundantes na lagrangiana. As transformações entre medidores possíveis, chamadas transformações de medidor, formam um grupo de Lie (grupo de simetria ou grupo de medidor), e para cada gerador de grupo, surge um campo correspondente (geralmente um campo vetorial) chamado campo de medidor. Os campos de calibre são incluídos na lagrangiana para garantir sua invariância sob as transformações do grupo local (chamada invariância de calibre). Quando essa teoria é quantizada, os quanta dos campos de calibre são chamados de bósons de calibre. Se o grupo de simetria não for comutativo, então a teoria de calibre é referida como teoria de calibre não-abeliana, sendo o exemplo usual a teoria de Yang-Mills que será um dos focos principais dessa tese [4, 61].

Sendo assim, nesta seção, vamos apresentar alguns casos das teorias de gauge no eletromagnetismo, teorias de Yang-Mills, a quantização de campos de gauge abeliano e não-abeliano, os percalços encontrados quando trabalhamos com quantização de teorias não-abelianas e a utilidade do fixação de gauge em integrais trajetórias conhecido como método de Faddeev- Popov [4, 82]. Além disso, introduzimos o chamado aspecto perturbativo, que será grande utilidade na aplicação dos resultados encontrados em parte desta tese.

### 2.2.1 Eletromagnetismo como uma teoria de gauge

Para introduzir o conceito de invariância de gauge, vamos tomar o exemplo do eletromagnetismo clássico no qual a simetria de calibre é uma ferramenta para a eliminação de graus de liberdade redundantes. Nas teorias modernas sobre as interações fundamentais, entretanto, é vista como um guia essencial na construção de modelos físicos para

o comportamento das partículas elementares[77]. Os chamados campos de calibre surgem naturalmente ao considerarmos a existência de uma simetria local em uma teoria. O eletromagnetismo, como teoria de calibre abeliana, é o cenário mais natural para enxergarmos mais fácil e profundamente esse mecanismo e tentarmos a sua generalização para teorias não-abelianas. Considerando a lagrangiana livre de um campo escalar complexo

$$\mathcal{L}_0 = \partial_\mu \phi^* \partial^\mu \phi - m^2 \phi^* \phi, \quad (2.4)$$

que 2.4 é simétrica por uma transformação de calibre global (1ª espécie) ( $\partial_\mu \alpha = 0$ ).

$$\phi' = e^{i\alpha} \phi \quad (2.5)$$

onde  $e^\alpha$  pertence ao grupo  $U(1)$  e  $\alpha$  não depende de  $x$ , e  $\partial_\mu \phi' = e^{i\alpha} (\partial_\mu \phi)$ . Concluimos que densidade lagrangiana é invariante. Entretanto, ao considerarmos uma transformação de calibre local (2ª espécie), vemos que, para manter a Lagrangiana invariante, temos de introduzir a chamada derivada covariante, pois,

$$\phi' = e^{i\alpha(x)} \phi(x), \quad (2.6)$$

Como agora temos dependência do  $x$ , a densidade lagrangiana não é mais invariante. Na derivadas covariante vem o chamado campo medidor ou compensador

$$D_\mu \phi = \partial_\mu - ieA_\mu \phi, \quad (2.7)$$

que deve substituir a derivada comum na Lagrangeana do sistema. Logo, o campo de gauge, no caso abeliano, deve se transformar com

$$A'_\mu = A_\mu - \frac{1}{e} \partial_\mu \alpha, \quad (2.8)$$

Para que o campo de calibre tenha uma dinâmica própria, devemos introduzir um termo cinético na Lagrangiana, invariante de Lorentz e de calibre, que gere as equações de Maxwell.

$$\mathcal{L} = (D_\mu \phi)(D_\mu \phi^*) - m^2 \phi \phi^* - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \quad (2.9)$$

Vimos assim que o campo de calibre (compensador) é introduzido naturalmente de maneira a garantir a simetria de calibre do sistema.

Agora o eletromagnetismo descrito pela eletrodinâmica quântica QED. Consideremos, então uma densidade lagrangeana correspondente a uma partícula de Dirac carregada,

neste caso, um elétron, descrito pelo campo fermiônico  $\psi$ .

$$\mathcal{L}_0 = \bar{\psi}(-i\gamma^\mu\partial_\mu + m)\psi \quad (2.10)$$

onde o  $\psi$  é um espinor de Dirac de quatro componentes; as  $\gamma^\mu$  são matrizes de Dirac e  $\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu}$ , sendo  $\mu = 0, 1, 2, 3$  um índice de lorentz;  $\bar{\psi} = \psi^\dagger\gamma^0$ , com o daga indicando hermitiano conjugado.

A lagrangiana 2.10 é invariante pelas transformações:

$$\psi(x) \rightarrow \psi' = e^{i\alpha}\psi, \quad \bar{\psi}(x) \rightarrow \bar{\psi}' = e^{-i\alpha}\bar{\psi} \quad (2.11)$$

$$(2.12)$$

com  $\alpha$  sendo um parâmetro constante. A invariância de 2.10 vem do fato que a derivada de  $\psi$  se transforma da mesma forma que  $\psi$ , ou seja,  $\partial_\mu\psi \rightarrow e^{i\alpha}\partial_\mu\psi$ . Neste caso, tomando  $\alpha$  constante a fase não é observável, e pode ser escolhida arbitrariamente. Com isso é mais aceitável tomar a fase dependendo do ponto  $\alpha(x)$ . Vejamos, as consequências trazem as seguintes transformações.

$$\psi(x) \rightarrow \psi' = e^{i\alpha(x)}\psi, \quad \bar{\psi}(x) \rightarrow \bar{\psi}' = e^{-i\alpha(x)}\bar{\psi} \quad (2.13)$$

agora com transformação de simetria 2.13 encontramos um problema que consiste no fato que  $\partial_\mu\psi$  não se transforma igual  $\psi$

$$\partial_\mu\psi(x) \rightarrow \partial_\mu\psi(x)' = e^{i\alpha(x)}\partial_\mu\psi(x) + ie^{i\alpha(x)}\psi(x)\partial_\mu\alpha(x) \quad (2.14)$$

o que resulta na não invariância de 2.10. Agora  $\mathcal{L}$ , se transforma da seguinte forma:

$$\mathcal{L}_0 \rightarrow \mathcal{L}'_0 = \mathcal{L}_0 + \bar{\psi}\gamma^\mu\psi(\partial_\mu\alpha(x)) \quad (2.15)$$

O Procedimento para restaurar a invariância da densidade lagrangiana, precisamos inserir na lagrangiana  $\mathcal{L}_0$  um termo que corresponde a interação de  $\psi$  com um campo vetorial  $A_\mu$  sem massa, chamado campo de gauge ou campo compensador.

$$\mathcal{L}_i = -e\bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu \quad (2.16)$$

o campo de gauge de transforma assim

$$A_\mu \rightarrow A'_\mu = A_\mu + \frac{1}{e} \partial_\mu \alpha(x) \quad (2.17)$$

e a nova lagrangiana de gauge é soma dos termos  $L_0$  e  $L_i$

$$\mathcal{L}_0 = \bar{\psi}(-i\gamma^\mu \partial_\mu + m)\psi - e\bar{\psi}\gamma^\mu \psi A^\mu \quad (2.18)$$

definindo a derivada covariante  $D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu$  a lagrangiana pode ser escrita da seguinte forma:

$$\mathcal{L}_0 = \bar{\psi}(-i\gamma^\mu D_\mu + m)\psi \quad (2.19)$$

e para completar a lagrangiana 2.19 temos que adicionar o termo do campo eletromagnético livre

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(-i\gamma^\mu D_\mu + m)\psi - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \quad (2.20)$$

Vimos ao longo desta subseção como construir a lagrangiana da QED partindo de uma lagrangeana livre  $\mathcal{L}_0$  que não contém o campo eletromagnético. Para isto, impusemos simplesmente que a nova lagrangiana construída a partir de  $\mathcal{L}_0$  (que é invariante por transformação de fase global) fosse invariante por transformação de fase local.

## 2.2.2 Teorias de Yang-Mills

Yang-Mills (YM) estenderam a invariância de gauge local para além dos limites do eletromagnetismo. Eles propuseram que a força interação forte pode ser descrita por uma teoria de campo análoga à eletrodinâmica. Para tanto eles postularam que o grupo de gauge era o grupo de spin isotópico  $SU(2)$  e eles estabeleceram os fundamentos da moderna teoria de gauge não-abeliana.

O campo irá se transformar de acordo com representações de um grupo de Lie, por exemplo, o grupo  $SU(N)$  cuja transformação genérica pode ser escrita com

$$U = \exp(-i\Theta^a T^a), \quad (2.21)$$

onde  $a = 1 \dots n^2 - 1$ ,  $T^a$  é um dos geradores do grupo de Lie e  $\Theta^a$  é um dos parâmetros

reais que caracterizam o grupo. A todo grupo de Lie está associada a álgebra de Lie. A unitariedade das transformações implica em hermiticidade dos geradores:

$$UU^\dagger = U^\dagger U = I \rightarrow T_a = T_a^\dagger \quad (2.22)$$

e em que seu traço seja nulo  $tr T_a = 0$ . Os geradores obedecem a relação característica de comutação da álgebra de Lie do grupo :

$$[T_a, T_b] = i f^{abc} T_c \quad (2.23)$$

na qual  $f_{abc}$  são as constantes de estrutura do grupo e  $a, b, c = 1, \dots, n^2 - 1$  são chamados de índices de cor (teoria Yang-Mills).

A simetria de calibre local introduz, da mesma forma que no caso abeliano, um campo de calibre  $A_\mu$ , tomando valores na álgebra de Lie de  $SU(N)$  e transformando-se como

$$A'_\mu = U^{-1} A_\mu U + \frac{i}{e} U^{-1} (\partial_\mu U) \quad (2.24)$$

e  $A_\mu$ , pode ser escrito como  $A_\mu = A_\mu^a T_a$ . A derivada covariante é dada naturalmente por

$$D_\mu \phi = (\partial_\mu - ie A_\mu) \phi \quad (2.25)$$

O tensor de intensidade de campo  $F_{\mu\nu}$  continua sendo dado em termos do comutador das derivadas covariantes, mas agora não é mais linear em  $A_\mu$ :

$$F_{\mu\nu} = \frac{i}{e} [D_\mu, D_\nu] = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu - ie [A_\mu, A_\nu] \quad (2.26)$$

com  $F_{\mu\nu}$  também tomando valores na algebra de Lie,

$$F_{\mu\nu} = F_{\mu\nu}^a T_a \quad (2.27)$$

A partir da lei de transformação para a derivada covariante podemos tirar a transformação para o tensor de intensidade de campo o que resulta em

$$F'_{\mu\nu} = U F_{\mu\nu} U^{-1} \quad (2.28)$$

Utilizando o traço, podemos montar um objeto invariante de calibre e de Lorentz, já

que

$$Tr(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu})' = tr(UF_{\mu\nu}U^{-1}UF^{\mu\nu}U^{-1}) = tr(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}) \quad (2.29)$$

normaliza-se o traço

$$tr(T_a T_b) = \delta_{ab} \quad (2.30)$$

já que assim

$$tr(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}) = tr(T_a T_b) tr(F_{\mu\nu}^a F^{b\mu\nu}) = \sum_a F_{\mu\nu}^a F^{b\mu\nu} = F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} \quad (2.31)$$

Logo, podemos descrever uma teoria de calibre genérica por uma ação  $S[\psi, \bar{\psi}, A_\mu]$  escrita explicitamente em termos de sua parte de calibre e de sua parte fermiônica, tal que

$$S[\psi, \bar{\psi}, A_\mu] = S_G[A_\mu] + S_F[\psi, \bar{\psi}, A_\mu] \quad (2.32)$$

Assim as para teorias de calibre não-abelianas de Yangs-Mills, onde a derivada covariante é escrita da seguinte forma:

$$D_\mu = \partial_\mu - igA_\mu \quad (2.33)$$

o  $A_\mu$  é o campo de calibre, cumpre o papel de conexão e o  $g$  é a constante de acoplamento e ação de Yang-Mills euclidiana do campo eletromagnético é dada por:

$$S_{YM} = \int d^4x \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F_{\mu\nu}^a \quad (2.34)$$

com o tensor de intensidade de campo escrito da seguinte forma  $F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + gf^{abc} A_\mu^b A_\nu^c$ . Genericamente, teorias que são construídas em torno da ação de Yang-Mills e da simetria de calibre são ditas teorias de Yang-Mills.

Neste próximo subseção, vamos ver os percalços que encontramos quando estamos trabalhando com quantização de campo de gauge.

### 2.2.3 Quantização de campos de gauge abeliano

Inicialmente vamos falar sobre um tipo especial de bóson, os bósons de gauge. Estes campos vetoriais são introduzidos em teorias toda vez que assumimos a existência de alguma simetria contínua ou local (simetria de gauge), postulamos que o conteúdo de matéria da teoria (escalares e férmions) se transformam sobre alguma representação de um grupo de Lie[4, 82].

Neste caso, o campo vetorial serve para manter a invariância da ação sobre as transformações do grupo em questão , transformando-se da seguinte forma:

$$A_\nu \rightarrow A_\nu(x) - \frac{1}{e} \partial_\nu \lambda(x) \quad (2.35)$$

$$A_\nu^a(x) \rightarrow A_\nu^a(x) + \frac{1}{g} \partial_\nu \lambda^a(x) + f^{abc} A_\nu^b \lambda^c(x) \quad (2.36)$$

Em 2.35 tem uma simetria  $U(1)$  abeliana e 2.36 simetria não abeliana, e os índices  $a, b, c$  representa adjunta do grupo que vão de 1 até geradores do grupo e  $f^{abc}$  é a constante de estrutura do grupo.

Na teoria abeliana de um campo eletromagnético sem interação com a matéria,

$$Z[J] = N \int DA_\nu e^{i \int (L + J^\nu A_\nu) d^4x} \quad (2.37)$$

onde a densidade lagrangiana é dada por:

$$L = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \quad (2.38)$$

e depois de umas manipulações matemática podemos escrever 2.38 da seguinte forma:

$$L = \frac{1}{2} A^\mu (g_{\mu\nu} \square - \partial_\nu \partial_\mu) A^\nu \quad (2.39)$$

e usando equações Euler-Lagrange obtemos seguinte resultado

$$(\square g_{\mu\nu} - \partial_\nu \partial_\mu) A^\nu = 0. \quad (2.40)$$

Em princípio só precisamos inverter esse operador 2.40, mas esbarramos em um problema: Imagine uma configuração de campo específica (estamos somando sobre todas elas):

$$A^\mu(x) = \partial^\mu \alpha(x) \quad (2.41)$$

e usando equação de movimento

$$(g_{\mu\nu} \square - \partial_\nu \partial_\mu) A^\nu = 0 \quad (2.42)$$

temos esse resultado

$$(\square \partial_\nu - \partial_\nu \square) \alpha = 0 \quad (2.43)$$

o operador 2.39 tem autovalores zero, e portanto é singular. De fato, a integral 2.44

$$Z[J] = DA_\mu e^{\frac{i}{2} \int d^4x A_\mu(x) (g^{\mu\nu} \partial^2 - \partial^\mu \partial^\nu) A_\nu(x)} \quad (2.44)$$

vai receber uma contribuição igual a 1 cada vez que consideramos uma contribuição deste tipo. É divergente e podemos ver que esta divergência é transmitida para o que seria função de Green:

$$(g_{\mu\nu} \square - \partial_\mu \partial_\nu) D^{\nu\lambda}(x-y) = \delta_\mu^\lambda \delta^4(x-y) \quad (2.45)$$

$$(0 \cdot \partial_\mu) D^{\mu\lambda}(x-y) = \delta_\mu^\lambda \delta^4(x-y) \quad (2.46)$$

A raiz deste problema está na invariância de gauge. Quando somamos sobre diversas configurações de  $A_\mu$ , somamos inclusive aquelas equivalentes (ligadas por uma transformação de gauge), o que é uma forma múltipla de contagem:

Temos que forçar a integral de trajetória a considerar somente estados inequivalentes por uma transformação de gauge. Uma maneira óbvia de fazê-lo é fixar o gauge.

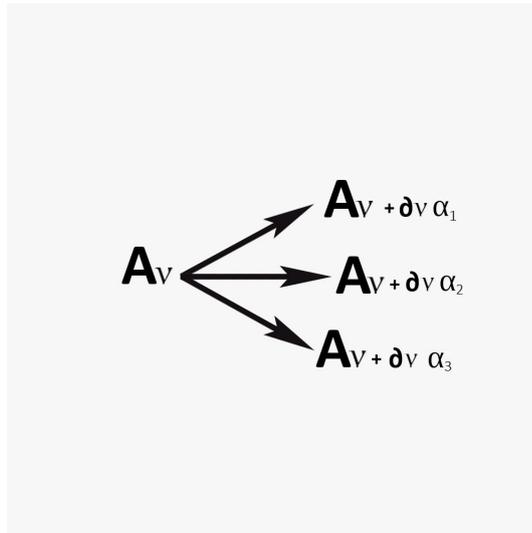


Figura 7: Diversas configurações de  $A_\nu$

## 2.2.4 Fixação de gauge em integrais de trajetória, método de Fadeev-Popov

Apartir de agora vamos mostrar a partir de agora como Fadeev-Popov conseguir fazer isso em integrais de trajetória.

A ação

$$S_{EM}[A] = \int d^4x \left[ -\frac{1}{2} A_\mu (\delta_{\mu\nu} \partial^2 - \partial_\nu \partial_\mu) A_\nu \right] \quad (2.47)$$

A ideia agora é que em

$$Z = \int DA_\mu(x) e^{-S_{EM}[A]} \quad (2.48)$$

e temos duas somas: Uma sobre todas as configurações fisicamente inequivalentes do campo  $A_\mu$  que criam o comportamento quântico, e a outra uma soma igual a anterior só que com todas as configurações levadas em outras fisicamente equivalentes por meio de uma transformação de gauge, para um parâmetro de gauge  $\lambda$  específico. Claramente temos se "cópia" desta para cada escolha de  $\lambda$ , o que acaba virando uma integral em  $\lambda$ .

se conseguirmos fatorar a integral 2.48 em duas:

$$\int DA_\mu(x) = \int d\lambda \int DA_\mu^{GF}(x) \quad (2.49)$$

$\int d\lambda$  é integral para os diversos "gauges" e  $\int DA_\mu^{GF}(x)$  é a integral sobre os campos fisicamente relevantes (gauge-fixados), assim eliminaremos a dependência em  $\lambda$  da integral

de trajetória, então a integral em  $\lambda$  vira um fator multiplicativo em 2.48, completamente irrelevante.

Vamos analisar essa situação para um gauge mais geral do que o de Lorentz:

$$\partial_\mu A^\mu = C(x) \quad (2.50)$$

Dada uma configuração específica de campo específico  $A_\mu$ , definimos a órbita de  $A_\mu$ ,  $Or(A)$ , como o conjunto de todas as outras configurações que podem ser obtidas a partir de  $A_\mu$  por meio de uma transformação de gauge[4].

Imagine também o espaço de todas as possíveis condições de fixação de gauge. Se estas são "boas"fixações de gauge, deve haver apenas um ponto de intersecção entre este espaço e  $Or(A)$ (para cada configuração inequivalente): Assumimos que a intersecção é única, mas

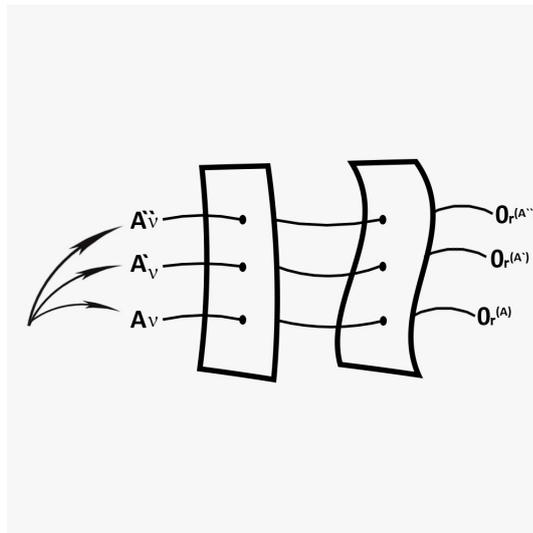


Figura 8: Espaço de todas possíveis condições de fixação de gauge

existe um problema em teorias não-abelianas com esta suposição, as chamadas cópias de Gribov (outras intersecções, uma infinidade delas de fato[44, 19, 83]). Na próxima subseção iremos falar sobre esse assunto com mais detalhe. Dando continuidade, no caso da fixação de gauge 1 só aparece no caso não-abeliano e no caso 2 mesmo nas teorias não-abelianas só são importantes no regime não perturbativo.

Considere então que estamos percorrendo a órbita fazendo uma transformação:

$$A_\mu \rightarrow A'_\mu(x) = A_\mu(x) + \partial_\mu \chi(x) \quad (2.51)$$

derivando 2.51 e substituindo 2.50, temos o  $\chi(x)$ .

$$\partial^2 \chi(x) = -\partial_\mu A_\mu(x) + C(x) \quad (2.52)$$

é a transformação que nos coloca exatamente na intersecção de  $Or(A)$  com a fixação 2.50.

Vamos provar o seguinte:

$$\int \prod_{x \in \mathbb{R}^4} \delta\chi(x) \prod_{y \in \mathbb{R}^4} \delta(-\partial_\mu(A'_\mu(y)) + C(y)) = \frac{1}{\det(-\partial^2)} \quad (2.53)$$

Essa identidade 2.53, pode ser escrita:

$$\det(-\partial^2) \int \prod_{x \in \mathbb{R}^4} \delta\chi(x) \prod_{y \in \mathbb{R}^4} \delta(-\partial_\mu(A_\mu(y)) + C(y)) = 1 \quad (2.54)$$

o  $\delta(-\partial_\mu A + C)$  o delta funcional terá que ter uma derivada de  $A$  e tem que ser obrigatoriamente  $C$  para qualquer ponto em  $y$ . Que pode ser inserida dentro da integral de trajetória e impõe por meio do delta funcional  $\delta(-\partial_\mu(A_\mu(y)) + C(y))$ , a condição 2.50 para qualquer valor de  $\chi$ .

Temos as condições:

$$-\partial_\mu A'_\mu(x) + C = -\partial^2 \chi - \partial_\mu A_\mu + C = -\partial^2 \chi + \partial^2 \chi \quad (2.55)$$

Podemos fazer uma mudança de variáveis na integral em  $\chi$ :

$$\chi \rightarrow \chi - \chi^A \quad (2.56)$$

$$\int \prod_{x \in \mathbb{R}^4} \delta\chi(x) \prod_{y \in \mathbb{R}^4} \delta\left(\underbrace{-\partial_\mu A'_\mu(y) + C(y)}_{G(A'_\mu(y))}\right) = \int \prod_{x \in \mathbb{R}^4} \delta\chi(x) \prod_{y \in \mathbb{R}^4} \delta(-\partial_\mu(-\partial^2 \chi(y))) \quad (2.57)$$

note que, dado o vínculo:

$$G(A'_\mu(y)) = -\partial_\mu A'_\mu + C = -\partial_2 \chi(y) - \partial_\mu A_\mu(y) + C(y) \quad (2.58)$$

$$\frac{\delta(G(A'_\mu(y)))}{\delta\chi(x)} = -\partial^2 \delta(x-y) = -\partial^2(x,y) \quad (2.59)$$

mostrando que este operador  $-\partial^2(x,y)$  age como elemento de matriz do jacobiano de uma mudança de variáveis:

$$\chi \rightarrow G(A'_\mu) \quad (2.60)$$

o que é uma versão contínua de:

$$\int \prod_{i=1}^n \delta\chi_i(x) \prod_{j=i}^n \delta(\Delta_{ij}x_j) = \int d^n\chi \delta^n\left(\underbrace{\Delta\vec{x}}_{\vec{\eta} = \Delta\vec{x}}\right) = \int d^n\eta \frac{\delta^n(\vec{\eta})}{\det(\Delta)} = \frac{1}{\det(\Delta)} \quad (2.61)$$

$\eta_i = \Delta_{ij}x_j \rightarrow d^n\eta = DET(\Delta)d^n\chi'$  Portanto , a identidade 2.53 é satisfeita. podemos então, a partir da identidade 2.53, obter uma outra , integrando sobre as condições de gauge (com peso gaussiano),

$$N(\alpha) \int D_c e^{-\frac{1}{2\alpha} \int d^4x C^2(x)} = 1 \quad (2.62)$$

o  $N(\alpha)$  garante a identidade,

$$N(\alpha) \int D C e^{-\frac{1}{2\alpha} \int d^4x C^2(x)} \det(-\partial^2) \int D\chi \delta\left[-\partial_\mu A'_\mu + C(y)\right] = 1 \quad (2.63)$$

$$\int D\chi N(\alpha) e^{\frac{-1}{2\alpha} \int d^4x (\partial_\mu A'_\mu)^2} \det(-\partial^2) = 1 \quad (2.64)$$

Podemos inserir a identidade 2.64 dentro de qualquer integral de trajetória em  $A$ .

$$\int D A e^{-S[A]} \phi[A] = \int D A e^{-S[A]} \phi[A] \int D\chi N(\alpha) e^{\frac{-1}{2\alpha} \int d^4x (\partial_\mu A'_\mu)^2} \det(-\partial^2) \quad (2.65)$$

podemos tirar da integral o termo  $\det(-\partial^2)$ , isto, é  $\det\left[\frac{\delta G}{\delta\chi}\right]$  este termo tiramos da

integral em teorias abelianas, agora em teorias não-abelianas não podemos fazer isso, pois, ele irá depender de  $A$  e não poderá ser tirado da integral, neste caso, seríamos forçados a reescrevê-lo como uma integral gaussiana, ou seja, mais um termo quadrático seria adicionado a ação, é dessa forma que surge os fantasmas de Fadeev-Popov,

$$\int DAe^{-S[A]}\phi[A] = \det(-\partial^2)N(\alpha) \int D\chi \int DAe^{-S[A]-\frac{1}{2\alpha} \int d^4x (\partial_\mu A'_\mu(x))} \phi[A] \quad (2.66)$$

O interessante da equação 2.66 é que nada depende do campo  $\chi$ , ou seja, a integral em  $\chi$  é só um número e é o que estávamos buscando, pois, podemos fatorar a integração sobre o parâmetro de gauge. Todas as constantes fora da integral em  $A$  são irrelevantes e vai ser obtido o correlator usando a expressão.

$$\langle \phi[A] \rangle = \frac{\int DA\phi[A]e^{-S[A]}}{\int DAe^{-S[A]}} = \frac{\int DA\phi[A]e^{-S_{eff}[A]}}{\int DAe^{-S_{eff}[A]}} \quad (2.67)$$

onde

$$L_{eff} = \frac{1}{2}F_{\mu\nu}^2 + \frac{1}{2\alpha}(\partial_\mu A_\mu)^2. \quad (2.68)$$

Para calcular propagador do fóton, vamos usar a nova lagrangiana e após integrar por partes, obtemos

$$S_{eff} = \int d^4x \left[ -\frac{1}{2}A_\mu(\delta_{\mu\nu}\partial^2 - \partial_\mu\partial_\nu)A_\nu \right] - \int d^4x \frac{1}{2\alpha}A_\mu\partial_\mu\partial_\nu A_\nu \quad (2.69)$$

$$S_{eff} = \frac{1}{2} \int d^4x A_\mu(x) \left[ -\delta_{\mu\nu}\partial^2 + (1 - \frac{1}{\alpha})\partial_\mu\partial_\nu \right] A_\nu(x) \quad (2.70)$$

podemos ver que agora o operador 2.70 é inversível.

Fazendo a transformada de Fourier nos campos :

$$A_\mu(x) \rightarrow \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} A_\mu(k) e^{ikx} \quad (2.71)$$

e

$$A_\nu(x) \rightarrow \int \frac{d^4 k'}{(2\pi)^4} A_\nu(k') e^{ik'x} \quad (2.72)$$

Assim vamos ficar com seguinte equação, desconsiderando o valores da constante  $\frac{1}{(2\pi)^4}$

$$S_{eff} = \frac{1}{2} \int d^4 k d^4 k' \delta^4(k+k') A_\mu(k) \left[ \delta_{\mu\nu}(k')^2 - (1 - \frac{1}{\alpha}) k'_\mu k'_\nu \right] A_\nu(k') \quad (2.73)$$

$$S_{eff} = \frac{1}{2} \int d^4 k A_\mu(-k) \underbrace{\left[ \delta_{\mu\nu} k^2 - (1 - \frac{1}{\alpha}) k_\mu k_\nu \right]}_{(G(k)_{\mu\nu})^{-1}} A_\nu(k) \quad (2.74)$$

Usando o método do coeficiente indeterminado para calcular o propagador, obtemos

$$G^{\mu\rho} = a_1 \delta^{\mu\rho} k^2 + a_2 k^\mu k^\rho \quad (2.75)$$

Finalmente, temos:

$$G_{\mu\nu} G^{\mu\rho} = \delta_\rho^\nu \quad (2.76)$$

$$\left[ a_1 \delta^{\mu\rho} k^2 + a_2 k^\mu k^\rho \right] \left[ \delta_{\mu\nu} k^2 - (1 - \frac{1}{\alpha}) k_\mu k_\nu \right] = \delta_\rho^\nu \quad (2.77)$$

chamando  $\alpha' = (1 - \frac{1}{\alpha})$ , fazendo manipulação matemática em 2.77.

$$a_1 \delta^{\rho\mu} k^2 \delta_{\mu\nu} k^2 - a_1 \alpha' \delta^{\rho\mu} k^2 k_\mu k_\nu + a_2 k^\mu k^\rho \delta_{\mu\nu} k^2 - a_2 k^\mu k^\rho \alpha' k_\mu k_\nu = \delta_\rho^\nu \quad (2.78)$$

chegamos ao sistema

$$\begin{cases} a_1 k^4 = 1 \\ -a_1 \alpha' k^4 + a_2 k^4 = 0 \\ -a_2 \alpha' k^4 = 0 \end{cases} \quad (2.79)$$

achando os valores de  $a_1 = \frac{1}{k^4}$  e  $a_2 = (1 - \frac{1}{\alpha}) k^4$  é só substituir em 2.75.

Temos o propagador do fóton

$$G^{\mu\nu} = \frac{1}{k^2} \left( \delta^{\mu\nu} + \left(1 - \frac{1}{\alpha}\right) \frac{k^\mu k^\nu}{k^2} \right) \quad (2.80)$$

o propagador do bóson de gauge 2.80 depende do parâmetro  $\alpha$  que está ligado a escolha do gauge. No chamado gauge de "Feynman" o valor de  $\alpha = 1$  é:

$$G^{\mu\nu} = \frac{1}{k^2} (\delta^{\mu\nu}) \quad (2.81)$$

Na verdade, quando dizemos que está ligado a escolha de de gauge, quer dizer que fixamos o gauge e integramos sobre todas as fixações possíveis com a seguinte distribuição, como pode observar em,

$$e^{-\frac{1}{2\alpha} \int d^4x c^2(x)} \quad (2.82)$$

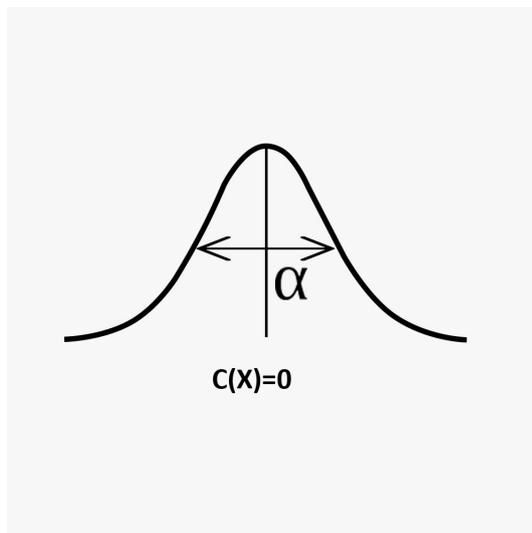


Figura 9: Distribuição de fixação de gauge

## 2.2.5 Quantização de campos de gauge não-abeliano

A quantização da ação de Yang-Mills apresenta algumas dificuldades, a começar pelo método canônico por não apresentar um momento canonicamente conjugado. No formalismo integral de trajetória, o funcional gerador não possui inversa, por estar mal defi-

nido, isto é, o propagador de calibre não existe. Vamos agora quantizar a teoria obtida para um campo de gauge não-abeliano no formalismo integral de trajetória:

$$L_{YM} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} \quad (2.83)$$

assim como no caso Abelian, temos um problema com a soma sobre configurações equivalentes. Agora as configurações equivalentes estão ligadas por:

$$A_\nu^M = A_\nu^a T^a \leftrightarrow A_\nu^{M\chi} = (A_\nu^\chi)^a T^a = e^{i\chi^a T^a} [A_\nu^b T^b + \frac{1}{g}\partial_\nu] e^{-i\chi^c T^c} \quad (2.84)$$

Podemos definir uma identidade idêntica a 2.53.

$$1 = \int D\chi \delta G(A_\mu^{M\chi}) \det \left[ \frac{\delta G(A_\mu^{M\chi})}{\delta \chi} \right] \quad (2.85)$$

o vínculo  $G(A_\mu^{M\chi}) = 0$  e  $\det \left[ \frac{\delta G(A_\mu^\chi)}{\delta \chi} \right] = \det \left[ -\partial^2 \right]$

torna desnecessário fixar o vínculo, apenas assumir que ele é linear em  $\chi$ :

$$\det \left[ \frac{\delta G(A_\mu^{M\chi})}{\delta \chi} \right] = \det \left[ \frac{\delta G(A_\mu^M)}{\delta \chi} \right] \quad (2.86)$$

assim podemos tirar o determinante da integral 2.85.

Inserindo a identidade 2.85 na integral do gerador funcional, temos:

$$Z = \int DA_\mu^M e^{i \int d^4x L_{YM}} \int D\chi \delta \left[ G(A_\mu^{M\chi}) \Delta_G(A_\mu^{M\chi}) \right] \quad (2.87)$$

note que lagrangiana Yang-Mills é invariante de gauge  $L_{YM}(A_\mu^M) = L_{YM}(A_\mu^{M\chi})$ .

$$Z = \int D\chi \int DA_\mu^M e^{i \int d^4x L_{YM}^\chi} \delta \left[ G(A_\mu^{M\chi}) \right] \Delta_G \left[ A_\mu^{M\chi} \right] \quad (2.88)$$

podemos então fazer uma mudança de variáveis em  $A$ , que é a transformação de gauge que leva

$$A_\mu^{M\chi} \rightarrow A_\mu^M \quad (2.89)$$

A medida de integração não muda,afinal de contas a transformação de  $A$  não passa de uma translação seguida por uma rotação do vetor  $A^a$ , então: Concluimos, que nada na integral 2.88 depende de  $\chi$ , isto não passa de um infinito multiplicativo. É neste próximo passo que surge diferença entre os casos abelianos e não-abelianos. No caso abeliano, para uma fixação de gauge genérica:

$$G(A_\nu) = \partial^\nu A_\nu(x) - \omega(x) \quad (2.90)$$

onde

$$G(A'_\nu) = \partial^\nu A_\nu + \partial^2 \chi - \omega(x) \quad (2.91)$$

nestes casos casos 2.90 e 2.91, a variação do vínculo independe de  $A$ .

$$\Delta[A'_\nu] = \frac{\delta G}{\delta \chi} = \frac{\delta}{\delta \chi}(\partial^2 \chi) \quad (2.92)$$

assim eles podem ser tirado da integral e ignorado tornando outro fator multiplicativo.

Agora no caso não-abeliano temos,

$$G(A_\nu^a) = \partial^\nu A_\nu^a(x) - \omega^a(x) \quad (2.93)$$

$$G(A'_\nu^a) = \partial^\nu (A_\nu^a + \frac{1}{g} \partial_\nu \chi^a + f^{abc} A_\nu^c \chi^b) - \omega^a(x) \quad (2.94)$$

$$\Delta_G(A_\nu^{M\chi}) = \frac{\delta G}{\delta \chi^a} = \frac{\delta}{\delta \chi^a} (\frac{1}{g} \partial^\nu \partial_\nu + \partial^\nu f^{abc} A_\nu^b \chi^c) = \frac{1}{g} \partial^\nu D_\nu^{ac} \quad (2.95)$$

e o  $\Delta_G[A_\nu^{M\chi}]$  depende de  $A$ .

$$A'_\nu^a = A_\nu^a + \frac{1}{g} \partial_\nu \chi^a + \rho A_\nu^b \chi^c = A_\nu^a + \frac{1}{g} (\delta^{ac} \partial_\nu + g \rho^{abc} A_\nu^b) \chi^c = A_\nu^a + \frac{1}{g} D_\nu^{ac} \chi^c \quad (2.96)$$

$\frac{\delta G(A_\nu^a)}{\delta \chi^b}$  é uma matriz quadrada com índices  $a$  e  $b$  de dimensão  $N^2 - 1$  (a, b são índices que numeram os geradores do grupo e estamos pensando em  $SU(N)$ ).

Podemos escrever o determinante como uma integral funcional de funções de números de Grassmann:

$$\det M = \int D\bar{c}Dc e^{-\int d^4x \bar{c}M c} \quad (2.97)$$

o  $M$  é uma matriz,  $c$  campo de números de Grassmann. Multipleteo com  $n$  componentes, no caso em questão isso significa campos se transformando na adjunta de  $SU(N)$ . Finalmente:

$$\Delta_G[A_\nu^M] = \det \left[ \frac{\delta G(A_\nu^{M\chi})}{\delta \chi} \right] = \int D\bar{C}DC e^{i\int d^4x \bar{C}_a (-\partial^\nu D_\nu^{ac}) C_c} \quad (2.98)$$

$C$  são os fantasmas de Faddeev-Popov.

A densidade lagrangiana de Faddeev-Popov fica da seguinte forma:

$$L_{FPG} = \bar{C}_a (-\partial^\nu D_\nu^{ac}) C_c = \bar{C}_c (-\delta^{ac} \partial^2 - g\rho^{abc} \partial^\nu A_\nu^b) C_c \quad (2.99)$$

$$L_{FPG} = \bar{C}_a \square C_a - g\rho^{abc} \bar{C}_a \partial^\nu A_\nu^b C_c \quad (2.100)$$

termo cinético  $\bar{C}_a \square C_a$  e  $g\rho^{abc} \bar{C}_a \partial^\nu A_\nu^b C_c$  são termos de interação dos campos fantasmas com campos de gauge.

Com isso em mente, temos:

$$Z[J] = \frac{1}{N} \int DA_\nu^a D\bar{c}DC e^{i\int d^4x (L_{YM} + L_{FPG})} \delta(G(A_\nu^M)) \quad (2.101)$$

Este  $\delta$  é tratado da mesma forma que o caso abeliano, e temos para uma fixação genérica:

$$\delta(G(A_\nu^M)) = \delta(\partial^\nu A_\nu^a - \omega) \quad (2.102)$$

Basta multiplicar  $Z$  pela identidade

$$Z[J] = N(\xi) \int D\omega e^{-i \int d^4x \frac{\omega^2}{2\xi}} = 1 \quad (2.103)$$

e fazer a integral em  $\omega$  usando a delta:

$$Z[J] = \frac{1}{N} \int DA_\nu^a D\bar{C} DC e^{i d^4x (L_{YM} + L_{FG})} e^{\left[ i \int d^4x \left( \frac{-(\partial^\nu A_\nu^a)^2}{2\xi} \right) \right]} \quad (2.104)$$

Podemos incluir os férmions para lagrangiana final:

$$L = -\frac{1}{4} (F_{\nu\mu}^a)^2 - \frac{1}{2\xi} (\partial^\nu A_\nu^a)^2 + \bar{\psi} (i\mathcal{D} - m)\psi + \bar{C}_a (-\partial^\nu D_\nu^{ab}) C_b \quad (2.105)$$

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c,$$

$$\mathcal{D} = \gamma^\mu (\partial_\mu - ig A_\mu^a T^a),$$

$$D_\mu^{ac} = (\delta^{ac} \partial_\mu + g f^{abc} A_\mu^b)$$

Lembrando que ainda restam os índices escondidos nos férmions:  $\bar{\psi} \mathcal{D} \psi \rightarrow \bar{\psi} \gamma^\mu T^a \psi = \bar{\psi}_{iA} \gamma_{ij} T_{AB}^a \psi_{jB}$ , os  $i$  representam os índices espinoriais e os índices  $A, B$  representação em que os férmions se transformam (neste caso a fundamental  $SU(N)$  ( $A, B = 1 \dots N$ )).

A problemática de Gribov, ou como se diz atualmente, o cenário de Gribov-Zwanziger, está associada a correta quantização das teorias de Yang-Mills. Como já sabemos a simples fixação do campo de calibre, aplicada no método Faddeev-Popov, não é necessária para eliminar completamente as configurações equivalentes do campo, levando ao surgimento das cópias de Gribov. A eliminação dessas cópias fazem com que os glúons deixe de fazer parte do espectro físico da região do infravermelho devido a supressão do propagador, uma característica de objetos confinados, e além disso, certas divergências das teorias são eliminadas[42].

Além do problema de confinamento, as teorias de Yang-Mills são repletas de problemas de divergências infravermelhas. Para resolver esse problema, uma hipótese bastante aceita é que existe um gap de massa, ou seja, de algum modo surge o parâmetro de massa que regulariza as divergências infravermelhas. A tese tem objetivo central mostrar geração perturbativa do termo de éter em teoria de calibre não-abelianas e por fim, aplicaremos este termo para caso de uma teoria de campo YM-HIGGS-ÉTER com um parâmetro que viola a simetria de Lorentz no termo de éter e veremos a influência deste parâmetro em

um regime não perturbativo.

Dando continuidade a fundamentação teórica, discutiremos seguidamente sobre o problema de Gribov, quando estamos trabalhando em quantização de teorias não-abelianas. A versão mais aceita hoje em dia que é a de Gribov-Zwanziger e por fim, o cálculo detalhadamente do termo de éter em  $4D$ .

Por fim, iremos unir essas duas fundamentações teóricas e trabalhar com violação da simetria de Lorentz em teorias não-abelianas.

## 2.3 O Problema de Gribov

A quantização adequada de um esquema de quebra de simetria de Lorentz em uma teoria de calibre não-abeliana deve levar em consideração questões de redundância de calibre. Apesar do procedimento de fixação de calibre de Faddeev-Popov (FP) representar um avanço no sentido da correta quantização de uma teoria de Yang-Mills, em [19], Gribov mostrou que o procedimento de FP não é suficiente para fixar inambigualmente a liberdade de calibre das teorias YM. Em outras palavras, existem algumas limitações que não podem ser omitidas, já que isso tem implicações severas em determinadas teorias físicas, como é o caso da QCD. Ele demonstrou que, mesmo depois de impor o calibre de Landau (ou Coulomb), ainda permanecem configurações de calibre de campos redundantes, chamadas de cópias de Gribov. além disso, a existência de tal calibre que fixa a ambiguidade residual está intimamente relacionada com a existência dos modos zero do operador FP. Logo após o trabalho de Gribov, Singer mostrou que o problema de Gribov não é um problema herdado de um calibre específico, mas da própria teoria de calibre [83]. A fim de se livrar dessas ambiguidades que permanecem após a fixação de calibre, Gribov propôs restringir a integral de caminho de calibre de campo a uma região específica, chamada de primeira região Gribov, onde o sistema deve estar livre de cópias infinitesimais de calibre. Tal restrição é implementada por meio de uma função degrau de Heaviside e com uma consequente introdução de um novo parâmetro de massa. Essa restrição da integral de caminho deve ser feita de acordo com uma condição imposta perturbativamente no propagador fantasma. Como resultado, o propagador de calibre de campo é excluído no limite do infravermelho e não tem interpretação assintótica de uma partícula, de acordo com os critérios de Osterwalder-Schrader [38]; e o propagador fantasma tem um comportamento ( $\sim p^{-4}$ ) no infravermelho que não está de acordo com os dados mais recentes, de acordo com [84, 85, 86].

Em 1989, Zwanziger desenvolveu ainda mais a abordagem original de Gribov [26, 27, 28]. Zwanziger percebeu, naquela época, a ideia de Gribov de se livrar dos modos zero do operador FP (aqueles associados a transformações de calibre infinitesimais) é, na verdade, uma condição a ser imposta aos valores próprios mais baixos do operador FP. Como resultado, Zwanziger propôs uma ação local de todas as ordens [29] no calibre de Landau, cuja integral funcional é restrita à primeira região de Gribov (suposto estar livre de cópias de calibre infinitesimais). Desde então, essa abordagem melhorada é conhecida como abordagem Gribov-Zwanziger (GZ). Assim como na abordagem original de Gribov, a estrutura GZ também leva a uma modificação drástica do propagador do campo calibre, de modo que não possa mais ser interpretado como uma partícula física assintótica. Além disso, na abordagem Gribov-Zwanziger, o propagador calibre é altamente excluído no limite do infravermelho [30, 31, 32, 33, 34, 35]. Inerente à abordagem Gribov-Zwanziger, um parâmetro de massa, chamado o parâmetro Gribov, é introduzido de forma consistente de tal forma que a função de dois pontos de calibre de campo adquira pólos conjugados complexos. Em [38], Osterwalder e Shradler mostraram que uma violação da positividade na representação espectral Kalen-Lehmann impede o propagador de ter uma interpretação de partícula assintótica. Nesse sentido, Gribov propôs uma interpretação de "confinamento" para o campo de calibre.

Recentemente, uma refinada abordagem da estrutura Gribov, conhecida como Gribov-Zwanziger (RGZ) abordagem, considera a existência de condensados de (massa) de dimensão 2 (do calibre de campo e dos fantasmas de Gribov) [36, 23], o que leva a um modelo teórico em completa concordância com os dados numéricos recentes [87, 88]. Nesta abordagem, o propagador do campo de calibre ainda exibe pólos conjugados complexos e é do tipo Stingl [89], com uma concordância razoável com a teoria quântica de campos [23, 87, 86, 88]. Nesse sentido, a aplicação dessa teoria ao termo de éter mostra os efeitos de tal termo de violação de Lorentz por meio do procedimento de quantização da integral de caminho dentro do calibre de Landau, lembrando que as ambiguidades de Gribov são tratadas dentro da abordagem GZ, em primeira ordem na expansão em loop.

### 2.3.1 Ambiguidade de Gribov

O problema das ambiguidades de Gribov, nos quais chamamos a atenção para certos aspectos importantes como a questão de que o método de quantização de Faddeev-Popov falha no regime não-perturbativo, desta maneira, é necessário que o método reside no fato de que o procedimento de fixação de calibre, destinado a eliminar configurações equi-

valentes que são indiscriminadamente contadas nas integrais de trajetória, na realidade, não cumprem inteiramente este papel[19]. Neste procedimento, escolhemos uma condição adicional sobre os campos de calibre, isto é, um vínculo, de tal forma que apenas uma entre as infinitas configurações equivalentes do campo satisfaça esta condição. No entanto, o que ocorre, na verdade, é que, ao sair do regime perturbativo, observa-se que existe mais de uma configuração equivalente dos campos que obedece ao vínculo pré-estabelecido. Estas configurações extras são as chamadas cópias de Gribov. A solução encontrada por Gribov para resolver o problema das cópias foi restringir o domínio de integração do espaço funcional dos campos de calibre a uma certa região denominada primeira região de Gribov, ou simplesmente, região de Gribov. A ideia original de Gribov era obter uma região que fosse livre de cópias. No entanto, descobriu-se posteriormente que a própria região de Gribov, no calibre de Landau, possui cópias em seu interior[42].

Entretanto, a restrição proposta por Gribov não é inconsistente, pois, como é demonstrado em [90, 91], toda órbita de calibre passa pelo menos uma vez pela região de Gribov. Dessa forma, qualquer configuração que esteja fora desta região é uma cópia de uma outra configuração equivalente que se encontra dentro da região de Gribov. Assim, podemos compreender a restrição à região de Gribov como um aperfeiçoamento do método usual de quantização devido a Faddeev e Popov. Além disso, a restrição pode ser feita acrescentando-se um termo na ação original de Yang-Mills com um calibre fixado. A ação resultante, que é a ação de Gribov-Zwanziger, possui as propriedades de localizabilidade e renormalizabilidade [92].

### 2.3.2 A região de Gribov

Como vimos, a condição de existência de cópias de Gribov é dada pela equação:

$$M^{ab} = g f^{abc} A_\mu^c - \partial_\mu \partial_\mu \delta^{ab}, \quad (2.106)$$

onde definimos dois operadores

$$\phi_1^{ab} = g f^{abc} A_\mu^c \quad (2.107)$$

e

$$\phi_2^{ab} = \partial_\mu \partial_\mu \delta^{ab}. \quad (2.108)$$

Podendo reescrever 2.106 da seguinte forma:

$$M^{ab} = \phi_1^{ab} - \phi_2^{ab} \quad (2.109)$$

Com base nesta equação 2.106, somos levados a estabelecer que, para que haja cópias de Gribov, o operador  $M^{ab}$ , cujo determinante entra na fórmula de quantização de Faddeev-Popov, deve ter autovalores iguais a zero. Também observamos que este operador pode ser escrito como a diferença entre dois operadores positivos semidefinidos 2.109. Dessa forma, para valores suficientemente grandes de  $A_\mu^c$ , esperamos que os autovalores nulos existam. Para melhor analisarmos esta questão, tomemos a equação de autovalores do operador de Faddeev-Popov:

$$M^{ab}\psi^b = \epsilon(A)\psi^a \quad (2.110)$$

Para valores pequenos de  $A_\mu^c$ , a equação 2.110 tem somente autovalores positivos. Pois, neste caso

$$M^{ab} = -\partial^2\delta^{ab} \quad (2.111)$$

e, como sabemos, o operador  $-\partial^2$  admite apenas autovalores positivos. Mais precisamente, denotando  $\epsilon_1(A), \epsilon_2(A)$  e  $\epsilon_3(A)$ , etc, para os autovalores correspondentes a uma dada configuração de campos  $A_\mu^a$ , temos que, para valores pequenos, todos os  $\epsilon_i(A)$  são positivos. Isto equivale a dizer que

$$\phi_1^{ab} > \phi_2^{ab} \quad (2.112)$$

como os campos  $\phi_1^{ab}$  e  $\phi_2^{ab}$  foram definido início da seção.

Porém, para valores grandes do campo  $A_\mu^a$ , um dos autovalores, digamos  $\epsilon_1(A)$ , vai a zero, tornando-se negativo conforme os campos continuam crescendo. Em uma escala de magnitude ainda maior dos campos, um segundo autovalor, digamos  $\epsilon_2(A)$ , vai a zero, e torna-se negativo ao acompanhar o crescimento dos campos. Assim, conforme os campos vão crescendo, mais autovalores vão se tornando negativos. Assim, seguindo a linha de raciocínio de Gribov, podemos dividir o espaço funcional dos campos em regiões  $R_0, R_1, R_2, \dots, R_{n-1}$ , etc, nas quais o operador de Faddeev-Popov tem, respectivamente, 0, 1,

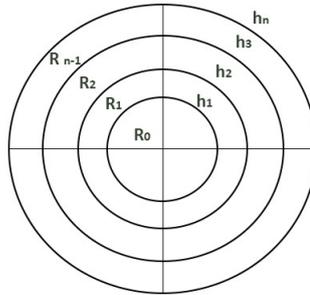


Figura 10: **Horizonte de Gribov**

2, . . . , n, etc, autovalores negativos, tal como é ilustrado na figura acima. Estas regiões são separadas por linhas  $h_1, h_2, h_3, \dots, h_n$ , etc, nas quais o operador  $M^{ab}$  tem algum autovalor nulo. Assim, na região  $R_0$  todos os autovalores do operador  $M^{ab}$  são positivos, assim  $M^{ab} > 0$ . Na borda  $h_1$  da região  $R_0$  o primeiro autovalor nulo aparece e, desta forma, o operador de Faddeev-Popov possui um modo zero normalizável, ou seja,

$$M^{ab}\psi^b = 0, \quad (2.113)$$

$$\int d^4x \psi_0^{a\dagger}(x) \psi_0^a(x) = 1 \quad (2.114)$$

A região  $R_0$  é, como veremos, uma região de particular interesse. Assim sendo, esta será intitulada como a região de Gribov e denotada pela letra  $\Omega$ .

Portanto, a região definida :

$$\Omega = \{A_\mu^a; \partial_\mu A_\mu^a = 0; \mathcal{M}^{ab} = -\partial_\mu(\partial_\mu \delta^{ab} - g f^{abc} A_\mu^c) > 0\} \quad (2.115)$$

ou seja, a região no espaço funcional onde se encontra todas configurações de campos

de calibre  $A_\mu^a$  que obedece a condição de calibre e para quais o operador Faddeev- Popov assume valores positivos.

Os contornos  $h_1, h_2, h_3, \dots, h_n$ , etc, são chamados horizonte de Gribov. Em particular, o contorno  $h_1$  que é contorno da região de Gribov.

Já o método desenvolvido por Gribov-Zwanziger [26, 27, 28, 31, 36], assim como na proposta original de Gribov, há uma condição de autoconsistência conhecida como equação de gap (equação útil para obter valor esperado não-zero de algum campo no vácuo), que deve ser satisfeita também na abordagem de Zwanziger. Isso significa que, de acordo com o formalismo de Gribov-Zwanziger (GZ), equação de gap deve ser satisfeita para realizar consistentemente a quantização da integral de caminho de uma teoria de campo de calibre não-Abeliano na calibração de Landau (entre outros calibres).

Como frisamos nesta seção, Gribov mostrou que a calibração de Coulomb contém uma ambiguidade de calibre fixa [19]. Originalmente, ele propôs um mecanismo para se livrar de tais ambiguidades (conhecidas como cópias de Gribov), [19]. Sua proposta era restringir a integração funcional do campo de calibre para a região onde o operador Faddeev-Popov (FP) está livre de modos zero, o chamado primeira região de Gribov. Esta restrição equivale a considerar apenas configurações campo calibre que correspondem a autovalores positivos do operador FP. Como o operador FP está estreitamente relacionado à função de dois pontos fantasma-anti-fantasma, Gribov propôs investigar a influência do campo calibre nesta função, computando até um loop. Posteriormente, Zwanziger melhorou o método de Gribov e hoje esse formalismo é conhecido como Gribov-Zwanziger, no qual, implementa totalmente a região de Gribov na integral de caminho. Na próxima subseção, vamos falar mostrar em detalhe o cálculo da geração perturbativa do termo de éter em  $4D$ , apesar de ter usado o termo de éter gerado de uma teoria perturbativa em  $3D$ . No capítulo seguinte, será exposto os cálculos e explicação detalhada sobre "termo de éter".

## 3 Geração perturbativa do termo de éter não-abeliano

Neste capítulo, iniciaremos falando sobre estrutura do termo de éter, seguidamente com maior detalhe o cálculo perturbativo com contribuições de terceira e quarta ordem e por último a soma de todas elas e conseqüentemente chegamos em um termo semelhante ao de éter não-abeliano em  $4D$ .

### 3.0.1 Termo de éter não-abeliano

Neste parte, iremos mostrar um cálculo perturbativo em detalhes que gera o termo de éter no regime perturbativo em  $4D$ . Posteriormente, iremos colocar densidade lagrangiana e resultado final da correção, pois, os cálculos são equivalentes. Como já mencionamos anteriormente, a quebra de simetria de Lorentz abre amplas possibilidades para a construção de extensões de modelos conhecidos da teoria de campo [48, 49, 52, 53, 95].

O termo éter original é conhecido por ter o seguinte fórmula [96],

$$\mathcal{L}_{\text{éter}} = u^\mu u_\nu F_{\mu\lambda} F^{\nu\lambda} \quad (3.1)$$

onde  $u^\mu$  é um vetor constante, e  $F_{\mu\nu}$  é o tensor campo eletromagnético. Na verdade, este termo é do tipo CPT-par

$$\mathcal{L}_{\text{par}} = \kappa^{\mu\nu\lambda\rho} F_{\mu\nu} F_{\lambda\rho} \quad (3.2)$$

proposto em [76, 8] e para uma forma especial do tensor constante  $\kappa^{\mu\nu\lambda\rho}$  [97, 98]. Interessante notar que o análogo não-abeliano do termo de éter [76] pode ser escrito diretamente, apenas substituindo o tensor abeliano por seu análogo não-abeliano [44],

$$\mathcal{L}_{\text{éter,YM}} = u^\mu u_\nu \mathbf{Tr}(F_{\mu\lambda} F^{\nu\lambda}) \quad (3.3)$$

onde  $F_{\mu\nu} = F_{\mu\nu}^a T^a$  é o tensor campo eletromagnético não-abeliano com valor de álgebra

de Lie.

Em [17] o esquema para geração do termo éter abeliano foi proposto, e este termo foi obtido como uma correção quântica de um loop em uma teoria que envolve um acoplamento do férmions a um campo eletromagnético. A generalização do esquema usado em [17], para o caso não-abeliano é dada pela ação:

$$S_\psi = \int d^4x \sum_{i,j=1}^N \bar{\psi}_i (i\delta_{ij}\not{\partial} - g'\epsilon^{\mu\nu\lambda\rho} F_{\mu\nu}^a b_\lambda \gamma_\rho (T^a)_{ij} - m\delta_{ij}) \psi_j, \quad (3.4)$$

onde  $T^a$  são os geradores do grupo de medidores correspondente. O termo de éter não-abeliano foi gerado para esta teoria em [19], similarmente ao seu análogo abeliano[17].

Ao mesmo tempo, a geração dos termos triplos e quárticos na ação de Yang-Mills usando apenas acoplamentos mínimos é um problema não trivial. Começamos com a seguinte ação do espinor acoplado ao campo de calibre não-abeliano:

$$S = \int d^4x \bar{\psi}^i (i\not{\partial}\delta^{ij} - e\not{A}^a (T^a)^{ij} - m\delta^{ij} - \not{b}\gamma_5\delta^{ij}) \psi^j. \quad (3.5)$$

esta ação envolve apenas o acoplamento mínimo, com a constante de acoplamento correspondente sendo adimensional. Como resultado, essa teoria é renormalizável em todos os loops.

Em nosso estudo, calculamos a ação efetiva de um loop apresentada pelo seguinte determinante fermiônico.

$$\Gamma^{(1)} = i\text{Tr} \ln(i\not{\partial} - e\not{A}^a T^a - m - \not{b}\gamma_5), \quad (3.6)$$

onde  $\not{A}^a = \gamma^\mu A_\mu^a$ , uma vez que nosso campo vetorial tem valor de álgebra de Lie. expandindo o determinante fermiônico até a quarta ordem em campos externos, encontramos (aqui  $\not{A} = \not{A}^a T^a$ )

$$\begin{aligned} -i\Gamma^{(1)} &= -\frac{e^2}{2} \text{Tr} \not{A} \frac{1}{i\not{\partial} - m - \not{b}\gamma_5} \not{A} \frac{1}{i\not{\partial} - m - \not{b}\gamma_5} + \\ &+ \frac{e^3}{3} \text{Tr} \not{A} \frac{1}{i\not{\partial} - m - \not{b}\gamma_5} \not{A} \frac{1}{i\not{\partial} - m - \not{b}\gamma_5} \not{A} \frac{1}{i\not{\partial} - m - \not{b}\gamma_5} - \\ &- \frac{e^4}{4} \text{Tr} \not{A} \frac{1}{i\not{\partial} - m - \not{b}\gamma_5} \not{A} \frac{1}{i\not{\partial} - m - \not{b}\gamma_5} \not{A} \frac{1}{i\not{\partial} - m - \not{b}\gamma_5} \not{A} \frac{1}{i\not{\partial} - m - \not{b}\gamma_5}. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Para proceder com este cálculo, pode-se usar o propagador exato do spinor cuja forma no

espaço de momento é dada por [99]

$$S(k) = \frac{1}{\not{k} - m - \not{b}\gamma_5} = \frac{k^2 + b^2 - m^2 + 2(b \cdot k + m\not{b})\gamma_5}{(k^2 + b^2 - m^2)^2 - 4[(b \cdot k)^2 - m^2 b^2]}(\not{k} + m + \not{b}\gamma_5). \quad (3.8)$$

No entanto, dentro de nossos propósitos, é conveniente utilizar o propagador usual de  $\psi$ , isso é,  $\langle \bar{\psi}(-p)\psi(p) \rangle = \frac{1}{\not{p} - m}$ , uma vez que consideramos as contribuições apenas até a segunda ordem em  $b_\mu$ . Notamos que, como o termo éter que será obtido de um acoplamento mínimo não é ambíguo, os resultados obtidos com o uso do propagador modificado ou do simples serão os mesmos.

O resultado para a segunda ordem em  $A_\mu$  pode ser obtido através da soma das contribuições para os três diagramas, com duas inserções de  $\not{b}\gamma_5$ , realizando a expansão da seguinte expressão:

$$\Gamma_2^{(1)} = \frac{ie^2}{2} \text{Tr} \not{A} \frac{1}{i\not{\partial} - m - \not{b}\gamma_5} \not{A} \frac{1}{i\not{\partial} - m - \not{b}\gamma_5}. \quad (3.9)$$

Neste caso, a contribuição total é dada por

$$\begin{aligned} \Gamma_2^{(1)} &= \frac{e^2}{2} \left[ \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{2\text{tr}[\gamma^\mu(\not{p} + m)\gamma^\nu(\not{p} + \not{k} + m)\not{b}\gamma_5(\not{p} + \not{k} + m)\not{b}\gamma_5(\not{p} + \not{k} + m)]}{(p^2 - m^2)^4} \right. \\ &+ \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{\text{tr}[\gamma^\mu(\not{p} + m)\not{b}\gamma_5(\not{p} + m)\gamma^\nu(\not{p} + \not{k} + m)\not{b}\gamma_5(\not{p} + \not{k} + m)]}{(p^2 - m^2)^4} \\ &\left. + \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{\text{tr}[\gamma^\mu(\not{p} + m)\not{b}\gamma_5(\not{p} + m)\not{b}\gamma_5(\not{p} + m)\gamma^\nu(\not{p} + \not{k} + m)]}{(p^2 - m^2)^4} \right] A_\mu^a(-k) A_\nu^b(k) \text{tr}(T^a T^b). \end{aligned} \quad (3.10)$$

O resultado representa a si mesmo como uma generalização direta da contribuição abeliana e é:

$$\Gamma_2^{(1)} = -\frac{e^2}{6\pi^2 m^2} b_\mu F_0^{\mu\nu a} b^\lambda F_{\lambda\nu 0}^b \text{tr}(T^a T^b) = -\frac{\kappa e^2}{6\pi^2 m^2} b_\mu F_0^{\mu\nu a} b^\lambda F_{\lambda\nu 0}^a, \quad (3.11)$$

onde  $F_0^{\mu\nu a} = \partial^\mu A^{\nu a} - \partial^\nu A^{\mu a}$  é a parte Abeliana do tensor de tensão, e os geradores são normalizados através da relação  $\text{tr}(T^a T^b) = \kappa \delta^{ab}$ , e  $\kappa \neq 0$  é um número real que define a normalização dos geradores. o resultado pode ser representado por:

$$\Gamma_2^{(1)} = -\frac{\kappa e^2}{6\pi^2 m^2} \Pi^{\lambda\rho\alpha\beta} \partial_\lambda A_\rho^a \partial_\alpha A_\beta^a, \quad (3.12)$$

onde

$$\Pi^{\lambda\rho\alpha\beta} = \eta^{\rho\beta} b^\lambda b^\alpha - \eta^{\rho\alpha} b^\lambda b^\beta - \eta^{\lambda\beta} b^\rho b^\alpha + \eta^{\lambda\alpha} b^\rho b^\beta, \quad (3.13)$$

onde  $\Pi^{\lambda\rho\alpha\beta} \partial_\lambda \partial_\alpha$  é um operador transversal. A análise direta dos diagramas de Feynman

correspondentes permite mostrar que apenas esse operador surge quando as contribuições de terceira e quarta ordens são obtidas. Notamos que essas contribuições de ordem superior são essencialmente não-abelianas, estando ausentes no caso a simetria  $U(1)$ .

### 3.0.2 Contribuição de terceira ordem

Já para contribuição de três pontos para a ação efetiva do campo de medição  $A_\mu^a$  dado por

$$\Gamma_3^{(1)} = \frac{ie^3}{3} \text{Tr} A \frac{1}{i\not{\partial} - m - \not{b}\gamma_5} A \frac{1}{i\not{\partial} - m - \not{b}\gamma_5} A \frac{1}{i\not{\partial} - m - \not{b}\gamma_5}. \quad (3.14)$$

Aqui, usamos o propagador usual do campo spinor.

Ao longo de nosso cálculo, consideramos os termos até a segunda ordem em  $b^\mu$  (proporcional a  $b_\mu b^\lambda$ , mas nós desconsideramos todos os termos proporcionais a  $b^2$  uma vez que eles produzem apenas contribuições invariantes de Lorentz). Os termos de segunda ordem em  $b_\mu$  são dados [17].

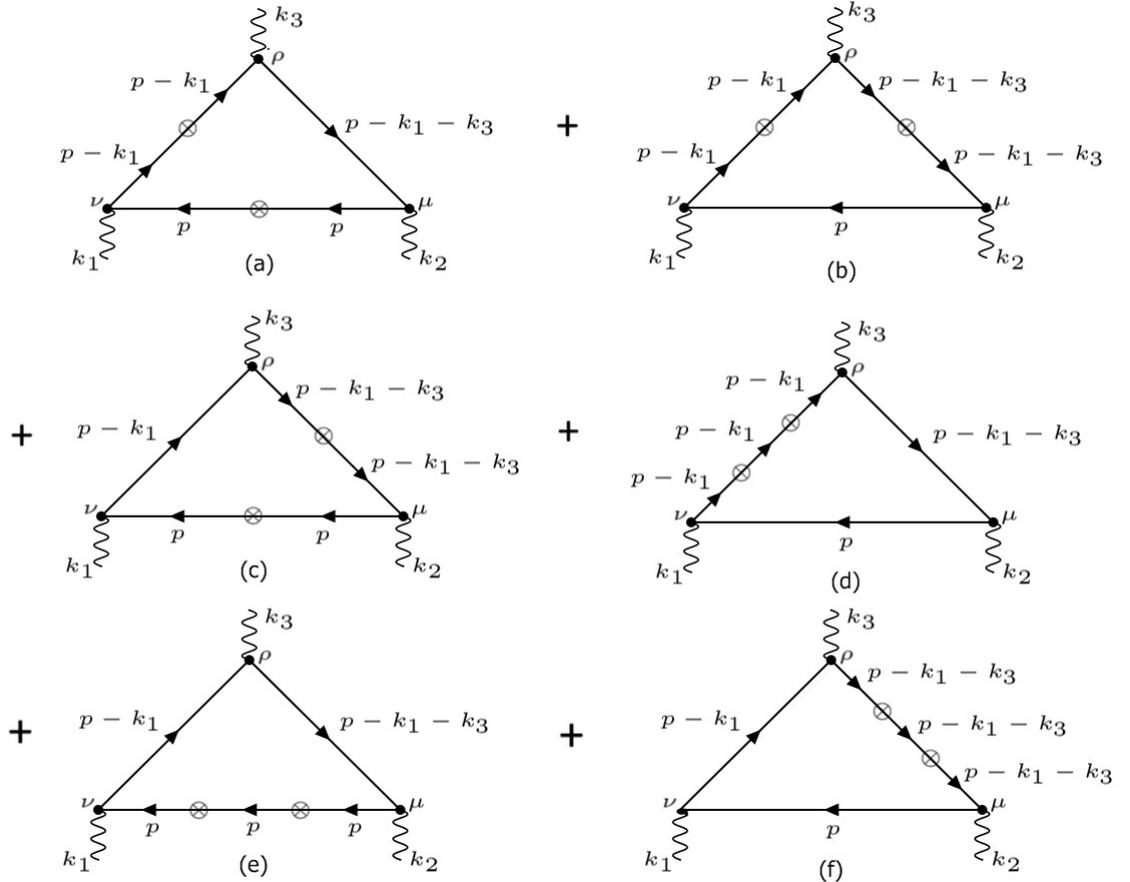


Figura 11: Contribuições de terceira ordem nos campos externos com duas inserções de  $\not{b}\gamma_5$ .

Notamos que os fatores algébricos que acompanham nossas correções quânticas são os mesmos que na teoria de Yang-Mills invariante de Lorentz usual desde  $\not{p}\gamma_5$  a inserção é proporcional ao símbolo Kronecker  $\delta^{ij}$  no espaço isotópico[100]. Esses fatores produzirão primeira ordem em constantes de estrutura  $f^{abc}$  para a função de três pontos e a segunda ordem para a função de quatro pontos.

Fazendo diferentes contrações de maneira semelhante aos cálculos das funções de ponto mais alto descobrimos que, explicitamente, a contribuição (a) se torna

$$\begin{aligned} \Gamma_{3,a}^{(1)} &= \frac{e^3}{6} \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \text{tr} \left[ \gamma^\mu \frac{1}{\not{p} - m} \not{p}\gamma_5 \frac{1}{\not{p} - m} \gamma^\nu \frac{1}{\not{p} - \not{k}_1 - m} \not{p}\gamma_5 \frac{1}{\not{p} - \not{k}_1 - m} \gamma^\rho \times \right. \\ &\quad \left. \times \frac{1}{\not{p} - \not{k}_1 - \not{k}_3 - m} \right] A_\mu^a(k_1) A_\nu^b(k_2) A_\rho^c(k_3) \text{tr}(T^a[T^b, T^c]), \end{aligned} \quad (3.15)$$

onde  $k_1 + k_2 + k_3 = 0$ .

Expandimos os propagadores até a primeira ordem em momentos externos  $k_1$  e  $k_3$ , e reescrevemos esta contribuição na forma:

$$\begin{aligned} \Gamma_{3,a}^{(1)} &= \frac{e^3}{3} \text{tr} \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \left[ \frac{[\gamma^\mu(\not{p} + m)\not{p}\gamma_5(\not{p} + m)\gamma^\nu(\not{p} + m)\not{k}_1(\not{p} + m)\not{p}\gamma_5(\not{p} + m)\gamma^\rho(\not{p} + m)]}{(p^2 - m^2)^6} \right. \\ &\quad + \frac{[\gamma^\mu(\not{p} + m)\not{p}\gamma_5(\not{p} + m)\gamma^\nu(\not{p} + m)\not{p}\gamma_5(\not{p} + m)\not{k}_1(\not{p} + m)\gamma^\rho(\not{p} + m)]}{(p^2 - m^2)^6} \\ &\quad \left. + \frac{[\gamma^\mu(\not{p} + m)\not{p}\gamma_5(\not{p} + m)\gamma^\nu(\not{p} + m)\not{p}\gamma_5(\not{p} + m)\gamma^\rho(\not{p} + m)(\not{k}_1 + \not{k}_3)(\not{p} + m)]}{(p^2 - m^2)^6} \right] \times \\ &\quad \times A_\mu^a(k_1) A_\nu^b(k_2) A_\rho^c(k_3) \text{tr}(T^a[T^b, T^c]). \end{aligned} \quad (3.16)$$

As contribuições (a), (b) e (c) produzem resultados iguais por razões de simetria.

Por outro lado, para as contribuições (d), (e) e (f), procedemos de maneira semelhante.

A (d) contribuição se torna

$$\begin{aligned} \Gamma_{3,d}^{(1)} &= \frac{e^3}{6} \text{tr} \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \left[ \gamma^\mu \frac{1}{\not{p} - m} \gamma^\nu \frac{1}{\not{p} - \not{k}_1 - m} \not{p}\gamma_5 \frac{1}{\not{p} - \not{k}_1 - m} \not{p}\gamma_5 \frac{1}{\not{p} - \not{k}_1 - m} \gamma^\rho \times \right. \\ &\quad \left. \times \frac{1}{\not{p} - \not{k}_1 - \not{k}_3 - m} \right] A_\mu^a(k_1) A_\nu^b(k_2) A_\rho^c(k_3) \text{tr}(T^a[T^b, T^c]), \end{aligned} \quad (3.17)$$

Após a expansão em momentos externos e mantendo apenas os termos de primeira ordem

nesta expansão, encontra-se

$$\begin{aligned}
\Gamma_3^{(d)} &= \frac{e^3}{3} \text{tr} \left[ \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{\gamma^\mu(\not{p}+m)\gamma^\nu(\not{p}+m)\not{k}_1(\not{p}+m)\not{b}\gamma_5(\not{p}+m)\not{b}\gamma_5(\not{p}+m)\gamma^\rho(\not{p}+m)}{(p^2-m^2)^6} \right. \\
&+ \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{\gamma^\mu(\not{p}+m)\gamma^\nu(\not{p}+m)\not{b}\gamma_5(\not{p}+m)\not{k}_1(\not{p}+m)\not{b}\gamma_5(\not{p}+m)\gamma^\rho(\not{p}+m)}{(p^2-m^2)^6} \\
&+ \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{\gamma^\mu(\not{p}+m)\gamma^\nu(\not{p}+m)\not{b}\gamma_5(\not{p}+m)\not{b}\gamma_5(\not{p}+m)\not{k}_1(\not{p}+m)\gamma^\rho(\not{p}+m)}{(p^2-m^2)^6} \\
&+ \left. \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{\gamma^\mu(\not{p}+m)\gamma^\nu(\not{p}+m)\not{b}\gamma_5(\not{p}+m)\not{b}\gamma_5(\not{p}+m)\gamma^\rho(\not{p}+m)(\not{k}_1+\not{k}_3)(\not{p}+m)}{(p^2-m^2)^6} \right] \times \\
&\times A_\mu^a(k_1)A_\nu^b(k_2)A_\rho^c(k_3)\text{tr}(T^a[T^b, T^c]).
\end{aligned} \tag{3.18}$$

Os diagramas (d), (e) e (f) também produzem resultados iguais por razões de simetria. Devido à presença dos comutadores, todas as contribuições acabam sendo proporcionais à primeira ordem em  $f^{abc}$ , assim como no caso invariante de Lorentz.

O resultado completo para a função de três pontos é uma soma dos resultados dos diagramas (a) - (f) dados pela Fig. 1. Por meio de comparação direta com as contribuições para a função de dois pontos, é mostrado que é proporcional ao mesmo tensor  $\Pi^{\lambda\rho\alpha\beta}$ , surgindo dentro do cálculo da função de dois pontos, explicitamente,

$$\Gamma_3^{(1)} = \frac{\kappa e^2}{6\pi^2 m^2} f^{abc} \Pi^{\lambda\rho\alpha\beta} \partial_\lambda A_\rho^a A_\alpha^b A_\beta^c, \tag{3.19}$$

ou, como é o mesmo,

$$\Gamma_3^{(1)} = \frac{\kappa e^3}{3\pi^2 m^2} b_\mu f^{abc} F_0^{\mu\nu\alpha} b^\lambda A_\lambda^b A_\nu^c. \tag{3.20}$$

Notamos que o fator constante que acompanha este termo é apropriado para formar a expressão covariante de calibre para a ação invariante de calibre não-Abeliana.

### 3.0.3 Contribuição de quarta ordem

A contribuição de quarta ordem. É dado por:

$$\Gamma_4^{(1)} = -\frac{e^4}{4} \text{Tr} A \frac{1}{i\not{\partial} - m - \not{b}\gamma_5} A \frac{1}{i\not{\partial} - m - \not{b}\gamma_5} A \frac{1}{i\not{\partial} - m - \not{b}\gamma_5} A \frac{1}{i\not{\partial} - m - \not{b}\gamma_5}. \tag{3.21}$$

A contribuição relevante é apresentada pelo diagrama de Feynman representado na Fig. 2.

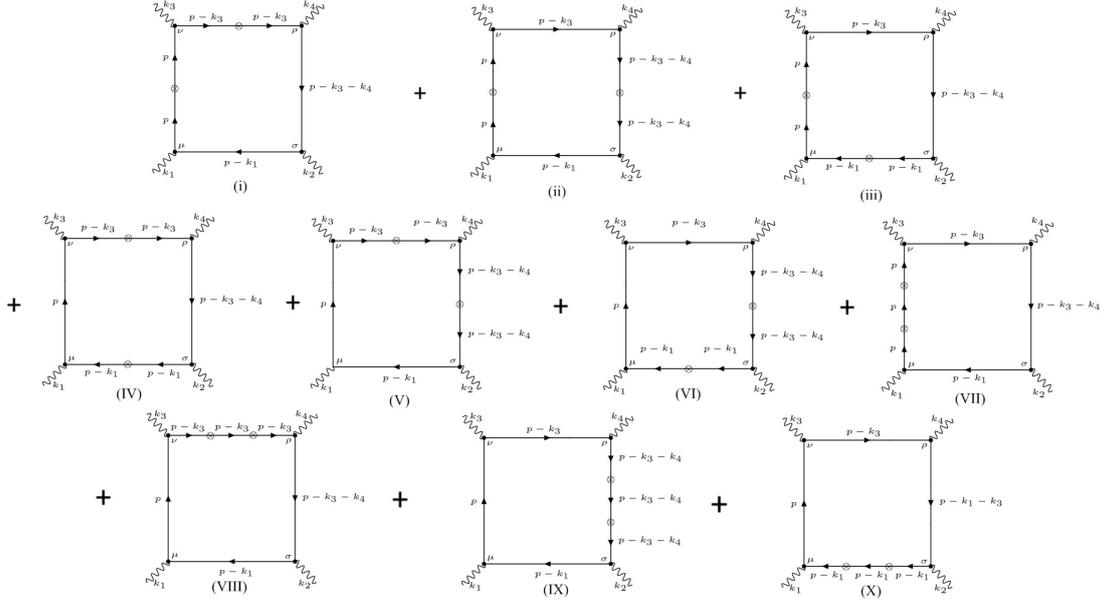


Figura 12: Contribuição de quarta ordem nos campos externos com duas inserções de  $\not{b}\gamma_5$ .

Explicitamente, considerando o ciclo  $(I) - (III) - (V) - (VI)$ , com cada contribuição é semelhante ao  $(I)$ , nós temos para  $I$  contribuição:

$$\begin{aligned} \Gamma_4^{(I)} &= -\frac{e^4}{4} \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \text{tr} \left[ \gamma^\mu \frac{(\not{p} + m)}{p^2 - m^2} \not{b}\gamma_5 \frac{(\not{p} + m)}{p^2 - m^2} \gamma^\nu \frac{(\not{p} - \not{k}_3 + m)}{(p - k_3)^2 - m^2} \not{b}\gamma_5 \frac{(\not{p} - \not{k}_3 + m)}{(p - k_3)^2 - m^2} \right. \\ &\quad \times \left. \gamma^\rho \frac{(\not{p} - \not{k}_3 - \not{k}_4 + m)}{(p - k_3 - k_4)^2 - m^2} \gamma^\lambda \frac{(\not{p} - \not{k}_1 + m)}{(p - k_1)^2 - m^2} \right] A_\mu^a A_\nu^b A_\lambda^c A_\rho^d \text{tr}([T^a, T^b][T^c, T^d]). \quad (3.22) \end{aligned}$$

Aqui, os comutadores surgem novamente devido às várias maneiras de realizar as contrações, como em cite PS. Agora, para formar a contribuição para o termo Yang-Mills-éter, apenas a ordem zero em momentos deve ser mantida, então,

$$\begin{aligned} \Gamma_4^{(I)} &= -\frac{e^4}{4} \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \text{tr} \left[ \frac{\gamma^\mu (\not{p} + m) \not{b}\gamma_5 (\not{p} + m) \gamma^\nu (\not{p} + m) \not{b}\gamma_5 (\not{p} + m) \gamma^\rho (\not{p} + m) \gamma^\lambda (\not{p} + m)}{(p^2 - m^2)^6} \right] \times \\ &\quad \times A_\mu^a A_\nu^b A_\lambda^c A_\rho^d \text{tr}([T^a, T^b][T^c, T^d]). \quad (3.23) \end{aligned}$$

os diagramas  $(II)$ ,  $(IV)$  são iguais. Explicitamente, a contribuição  $(IV)$  é

$$\begin{aligned} \Gamma_4^{(IV)} &= -\frac{e^4}{4} \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \text{tr} \left[ \gamma^\mu \frac{(\not{p} + m)}{p^2 - m^2} \gamma^\nu \frac{(\not{p} - \not{k}_3 + m)}{(p - k_3)^2 - m^2} \not{b}\gamma_5 \frac{(\not{p} - \not{k}_3 + m)}{(p - k_3)^2 - m^2} \right. \\ &\quad \times \left. \gamma^\lambda \frac{(\not{p} - \not{k}_3 - \not{k}_4 + m)}{(p - k_3 - k_4)^2 - m^2} \gamma^\rho \frac{(\not{p} - \not{k}_1 + m)}{(p - k_1)^2 - m^2} \not{b}\gamma_5 \frac{(\not{p} - \not{k}_1 + m)}{(p - k_1)^2 - m^2} \right] \times \\ &\quad \times A_\mu^a A_\nu^b A_\lambda^c A_\rho^d \text{tr}([T^a, T^b][T^c, T^d]). \quad (3.24) \end{aligned}$$

Mantendo novamente apenas a ordem zero em momentos, temos

$$\begin{aligned}\Gamma_4^{(IV)} &= -\frac{e^4}{4} \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \text{tr} \left[ \frac{\gamma^\mu(\not{p}+m)\gamma^\nu(\not{p}+m)\not{b}\gamma_5(\not{p}+m)\gamma^\lambda(\not{p}+m)\gamma^\rho(\not{p}+m)\not{b}\gamma_5(\not{p}+m)}{(p^2-m^2)^6} \right] \times \\ &\times A_\mu^a A_\nu^b A_\lambda^c A_\rho^d \text{tr}([T^a, T^b][T^c, T^d]).\end{aligned}\quad (3.25)$$

Os diagramas (VII) – (VIII) – (IX) – (X) produzir as mesmas contribuições. Explicitamente, a contribuição (X) é:

$$\begin{aligned}\Gamma_4^{(X)} &= -\frac{e^4}{4} \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \text{tr} \left[ \gamma^\mu \frac{(\not{p}+m)}{p^2-m^2} \gamma^\nu \frac{(\not{p}-\not{k}_3+m)}{(p-k_3)^2-m^2} \gamma^\lambda \frac{(\not{p}-\not{k}_3-\not{k}_4+m)}{(p-k_3-k_4)^2-m^2} \times \right. \\ &\times \left. \gamma^\rho \frac{(\not{p}-\not{k}_1+m)}{(p-k_1)^2-m^2} \not{b}\gamma_5 \frac{(\not{p}-\not{k}_1+m)}{(p-k_1)^2-m^2} \not{b}\gamma_5 \frac{(\not{p}-\not{k}_1+m)}{(p-k_1)^2-m^2} \right] \times \\ &\times A_\mu^a A_\nu^b A_\lambda^c A_\rho^d \text{tr}([T^a, T^b][T^c, T^d]).\end{aligned}\quad (3.26)$$

Novamente, mantendo apenas a ordem zero em momentos, temos:

$$\begin{aligned}\Gamma_4^{(X)} &= -\frac{e^4}{4} \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \text{tr} \left[ \frac{\gamma^\mu(\not{p}+m)\gamma^\nu(\not{p}+m)\gamma^\lambda(\not{p}+m)\gamma^\rho(\not{p}+m)\not{b}\gamma_5(\not{p}+m)\not{b}\gamma_5(\not{p}+m)}{(p^2-m^2)^6} \right] \times \\ &\times A_\mu^a A_\nu^b A_\lambda^c A_\rho^d \text{tr}([T^a, T^b][T^c, T^d]).\end{aligned}\quad (3.27)$$

Calculando todos os traços e usando as integrais listadas no apêndice ref listint, mostramos que o resultado é proporcional à segunda ordem em constantes de estrutura, como deve ser pelas razões de simetria de calibre, e ao operador  $\Pi^{\lambda\rho\alpha\beta}$ , e tem a seguinte forma:

$$\Gamma_4^{(1)} = -\frac{\kappa e^4}{24\pi^2 m^2} \Pi^{\lambda\rho\alpha\beta} f^{abm} f^{cdm} A_\lambda^a A_\rho^b A_\alpha^c A_\beta^d, \quad (3.28)$$

ou, como é o mesmo,

$$\Gamma_4^{(1)} = -\kappa \frac{e^4}{6\pi^2 m^2} f^{abm} f^{cdm} b_\mu A^{\mu a} A^{\nu b} b^\lambda A_\lambda^c A_\nu^d. \quad (3.29)$$

A soma das expressões (3.11), (3.20) e (3.29) produz o resultado desejado.

$$\Gamma^{(1)} = -\kappa \frac{e^2}{6\pi^2 m^2} b^\mu F_{\mu\nu}^a b_\lambda F^{\lambda\nu a}, \quad (3.30)$$

onde

$$F^{\mu\nu a} = \partial^\mu A^{\nu a} - \partial^\nu A^{\mu a} - e f^{abc} A^{\mu b} A^{\nu c} \quad (3.31)$$

é o tensor de tensão não-abeliano. Assim, concluímos que conseguimos gerar o termo não-abeliano semelhante ao éter.

Portanto, no segundo capítulo trabalhamos com fundamentação teórica útil para dar continuidade a tese, tendo como destaque as violações de Lorentz e como elas aparecem em modelos de teoria de Yang-Mills, já neste capítulo calculando as gerações perturbativa da geração do termo de éter não-abeliano. E por último, iremos aplicar esse termo de correção encontrado no regime perturbativo em modelos composto com campo de Yang-Mills+Higgs e o termo de correção de éter acoplado ao parâmetro que viola simetria de lorentz investigaremos os efeitos numericamente.

## 4 Resultados e Discussão

A análise comparativa foi feita tomando o cálculo da geração do termo de éter em  $3D$  não-abeliana [45] e abeliana [17]. Além disso, mostramos os cálculos do resultado apresentado no trabalho [19] para termo de éter em  $4D$  [43]. Depois de mostrar o surgimento do termo dos termos de éter em  $3D$  e  $4D$ , investigamos diferentes regimes da teoria  $3D$  Yang-Mills-Higgs-éter.

A ação para geração do termo de éter não-abeliana em  $4D$ :

$$S = \int d^4x \bar{\psi}^i (i \not{\partial} \delta^{ij} - e \not{A} (T^a)^{ij} - m \delta^{ij} - \not{b} \gamma_5 \delta^{ij}) \psi^j \quad (4.1)$$

e o resultado do termo de éter:  $\Gamma_{min}^1 = -\kappa \frac{e^2}{6\pi^2 m^2} b^\mu F_{\mu\nu}^a b_\lambda F^{\lambda\nu\alpha}$  [43]. já caso abeliano como mencionado no início da seção desenvolvido no trabalho [17].

A geração perturbativa do termo de éter em  $3D$  foi desenvolvida no trabalho [45], e como vários termos que quebram a simetria Lorentz, incluindo o termo éter, sejam abelianos ou não-abelianos, podem ser gerados perturbativamente como correções de um loop em alguma teoria envolvendo um calibre (não-abeliano) de campo acoplado a espiniores com inclusão de parâmetros de quebra de Lorentz. Essa metodologia foi proposta por [8] e aplicada ao termo éter abeliano em várias dimensões espaço-temporais [17, 18], e ao seu análogo não-abeliano quadridimensional em [101]. Já o termo éter tridimensional não-abeliano partimos de uma ação espinorial QED estendida, que pode ser tratada como um análogo  $3D$  natural da ação proposta em [18]:

$$S = \int d^3x \bar{\psi}^i (i \gamma^\mu (\partial_\mu \delta^{ij} - ie A_\mu^a (T^a)^{ij} + b_\mu \delta^{ij}) + g \epsilon^{\mu\nu\lambda} b_\mu F_{\nu\lambda}^a (T^a)^{ij} - m \delta^{ij}) \psi^j, \quad (4.2)$$

onde  $(T^a)^{ij}$  são os geradores da álgebra de Lie correspondente e tanto o calibre de campo, e ambos campos de gauge  $A_\mu = A_\mu^a T^a$  e o tensor de tensão não-abeliano  $F_{\mu\nu} = F_{\mu\nu}^a T^a$  são avaliações da álgebra de Lie. A derivada covariante  $D_\mu^{ij} = \partial_\mu \delta^{ij} - ie A_\mu^a (T^a)^{ij}$  é necessário para a invariância de calibre completa da ação.

O vértice envolvendo  $A_\mu$  chamamos de vértice mínimo, e aquele que envolve o  $F_{\mu\nu}$

como o não-mínimo. Notamos que, ao contrário do caso quadridimensional [43], não há quiralidade em três dimensões, e o análogo da matriz  $\gamma_5$  dada por  $\gamma_0\gamma_1\gamma_2$  é proporcional à matriz unitária[45].

De forma completamente análoga a [17], temos três contribuições para o termo éter, aquele formado por dois vértices mínimos, o misto e o formado por dois vértices não-mínimos. Contudo, cálculos diretos mostram que a contribuição puramente mínima desaparece. Este fato pode ser justificado da seguinte forma: a integral sobre os momentos no diagrama de Feynman correspondente é a mesma para o abeliano e o caso não-abeliano, e a contribuição mínima semelhante ao éter abeliano (proporcional a  $e^2$ ) é zero uma vez que, neste caso, o vetor de quebra de Lorentz  $b_\mu$  é excluído pela transformação de calibre simples  $A_\mu \rightarrow A_\mu - b_\mu$ , ou seja, a matriz  $\gamma_5$  em  $3D$  não é proporcional a unidade e portanto, a contribuição mínima de segunda ordem em  $b_\mu$  é zero, independentemente de calibre do grupo.

A contribuição do éter misto (proporcional a, por exemplo  $eg$ ) também pode ser facilmente mostrado que desaparece no caso abeliano e o único termo relevante, após a transformação de calibre acima mencionada, acaba sendo de primeira ordem em  $b_\mu$ , portanto, por razões de simetria de calibre, a generalização não-abeliana deste termo estará também ausente e concluimos que a contribuição abeliana é a parte quadrática da não-abeliana [17, 43]. Portanto, a única contribuição semelhante ao éter é puramente não-mínima. Nesse caso podemos aplicar diretamente os resultados obtidos em [17], com a única diferença surgindo de um fator  $\kappa$  a partir da definição do traço  $\text{tr}(T^a T^b) = \kappa\delta^{ab}$  e vindo do produto de dois geradores em dois vértices e escrito o termo de éter desejado  $S_1 = \frac{4|m|g^2\kappa}{2\pi} b^\mu F_{\mu\nu}^a b_\lambda F^{\lambda\nu a}$ . Além disso, os diagramas são semelhantes diferenciando apenas a inserção dos índices de simetria  $i, j$  dos casos abelianos para os não-abelianos, e independente da dimensão, isto é, são iguais para  $3D$  e  $4D$ .

Assim, demonstramos explicitamente como surge o termo éter  $3D$  e  $4D$  não-abeliano. É claro que em quatro dimensões, as contribuições do éter não-abeliano serão geradas para todos os três casos, não apenas o mínimo estudado em [101].

Na sequência da tese, a fim de descrever um mecanismo através do qual o termo de éter não-abeliano desejado surge em  $3D$ , descrevemos sua geração perturbativa e, por meio da abordagem descrita no parágrafo anterior, é investigado os diferentes regimes da teoria  $3D$  Yang-Mills-Higgs-éter. Destacando que o mecanismo de Higgs é aquele que provém através do bosón de Higgs descoberto em 2012 no LHC, a massa para todas as partículas[102, 103].

Então, ao fixar o calibre, de acordo com a quantização de Faddeev-Popov [101], a simetria é quebrada. Contudo, surge uma nova simetria chamada BRST [104], de modo que a ação se torna invariante. A simetria BRST é o tipo mais simples de supersimetria e é útil para obter a renormalização de uma teoria. Como resultado da renormalizabilidade, as teorias de Yang-Mills obedecem também ao grupo de renormalização [105]. Fisicamente, existe uma invariância de escala na teoria, ou seja, há uma constante de acoplamento  $g$  que depende da escala de renormalização  $\mu$ . Para escalas de energia grandes a constante de acoplamento tende a zero. Enquanto  $g$  for pequeno a teoria perturbativa funciona muito bem no regime ultravioleta. Neste regime, a QCD se mostra muito bem sucedida e as teorias de Yang-Mills são as teorias fundamentais da interação forte.

Por outro lado, conforme a energia diminui a constante de acoplamento  $g$  começa a crescer. No limite  $g = 1$  a expansão perturbativa deixa de fazer sentido e a teoria entra no regime infravermelho. A partir deste ponto, se a energia diminuir ainda mais a constante de acoplamento pode se tornar imaginária e a teoria perde completamente o sentido. Em outras palavras, o chamado problema infravermelho é um limite de validade da quantização das teorias de Yang-Mills.

No tratamento dessas teorias, são feitos estudos semi-perturbativos, onde as teorias de Yang-Mills são tratadas no âmbito de fenômenos críticos, nos quais a temperatura se torna útil para estudar as regiões ultravioleta e infravermelha como fases da QCD, servindo de parâmetro para a transição de fase. Assim, ao atravessar da fase ultravioleta para infravermelha, os quarks e os glúons estariam confinados devido ao grande valor da constante de acoplamento. Na transição de fase ocorreria a formação de hadrons e bolas de gluons (*glueball*).

Uma forma simples de se entender o confinamento é imaginando um estado ligado de dois quarks a baixas energias. Se tentarmos separá-los, a energia entre eles tende a aumentar devido a seu acoplamento forte. Quanto mais energia damos para separá-los mais energia precisamos. Finalmente chegaremos a uma quantidade de energia capaz de criar um novo par quark-antiquark. Então conseguiremos separar os dois quarks iniciais, porém, cada um deles ligar-se-ão a um dos novos quarks criados, de modo que terminamos com dois estados ligados, novamente confinados. Nesse contexto, o cenário de Gribov-Zwanziger é utilizado para explicar o confinamento [19].

A ação Euclidiana de Yang-Mills-Higgs-éter antes da fixação de calibre e implemen-

tação do formalismo Gribov é definida da forma:

$$S = \int d^3x \left( \frac{1}{4} (F_{\mu\nu}^a)^2 + \frac{\alpha}{2} a_\mu F_{\mu\nu}^a a_\delta F_{\delta\nu}^a \right) + (D_\mu^{ij} \Phi^j)^\dagger (D_\mu^{ik} \Phi^k) + \frac{\lambda}{2} (\Phi^\dagger \Phi - \nu^2)^2. \quad (4.3)$$

A esta ação, adicionamos um termo de fixação de calibre Landau e as contribuições provenientes do formalismo Gribov. O primeiro termo é a ação de YM, segundo termo é o termo de éter não-abeliano gerado de uma teoria perturbativa e os últimos termos são da ação de Higgs e para calcular o propagador podemos organizar os termos quadráticos e calcular o propagador de calibre,

$$S = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^4} \left( \frac{1}{2} A_\mu^a(k) Q_{\mu\nu}^{ab} A_\nu^b(-k) \right), \quad (4.4)$$

onde introduzimos o operador de propagação inversa

$$Q_{\mu\nu}^{ab} = \delta^{ab} \left[ \left( k^2 + \frac{\gamma^4}{k^2} + \frac{g^2 \nu^2}{2} \right) \delta_{\mu\nu} + \left( \frac{1}{\Delta} - 1 \right) k_\mu k_\nu + \alpha \left( (a \cdot k)^2 \delta_{\mu\nu} - (a \cdot k) a_\nu k_\mu - a_\mu k_\nu (a \cdot k) + k^2 a_\mu a_\nu \right) \right], \quad (4.5)$$

$\gamma^4 = \frac{\beta N g^2}{2V(N^2-1)}$  é o parâmetro Gribov e  $\Delta$  é o parâmetro de fixação de calibre, que deve ser zerado para o calibre de Landau. Neste limite  $\Delta \rightarrow 0$ , o propagador do glúon é dado por

$$\langle A_\mu^a(k) A_\nu^b(k) \rangle = \delta^{ab} F_1(k) \left[ \left( \delta_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{k^2} \right) - F_2(k) \left( (a \cdot k) k_\mu - k^2 a_\mu \right) \left( (a \cdot k) k_\nu - k^2 a_\nu \right) \right], \quad (4.6)$$

onde

$$F_1(k) = \frac{k^2}{k^4 + \gamma^4 + \frac{g^2 \nu^2}{2} k^2 + \alpha (a \cdot k)^2 k^2}, \quad F_2(k) = \frac{\alpha}{(1 + \alpha a^2) k^4 + \gamma^4 + \frac{g^2 \nu^2}{2} k^2}. \quad (4.7)$$

Podemos decompor  $F_1(k)$  em frações parciais, escrevendo

$$F_1(k) = \frac{1}{\xi(\theta)(m_+^2 + m_-^2)} \left( \frac{m_+^2}{k^2 + m_+^2} + \frac{m_-^2}{k^2 - m_-^2} \right), \quad (4.8)$$

onde definimos  $\theta$  como o ângulo entre  $k_\mu$  e  $a_\mu$ ,  $\xi(\theta) = 1 + \alpha a^2 \cos^2 \theta$  e

$$m_\pm^2 = \frac{g^2 \nu^2}{4\xi(\theta)} \pm \frac{1}{4\xi(\theta)} \sqrt{(g^4 \nu^4 - 16\xi(\theta)\gamma^4)} \quad (4.9)$$

Desse modo, temos as condições:

- i) Se  $g^4 \nu^4 - 16\xi(\theta)\gamma^4 > 0$ ,  $m_+$  e  $m_-$  são positivos e o propagador se decompõe em dois modos. No entanto, devido ao sinal negativo, somente o modo mais pesado,  $m_+^2$ ,

representa um modo físico. Esta região é chamada fase de Higgs;

- i) Se  $g^4\nu^4 - 16\xi(\theta)\gamma^4 < 0$ , as massas se tornam complexas. O propagador é do tipo Gribov, exibindo polos conjugados complexos e todas as componentes do campo de calibre se tornam não físicas. Esta região corresponde a fase de confinamento.

A equação de GAP que serve para obter valor esperado não zero do algum campo no vácuo e usualmente para  $d = 3$ , a equação GAP é dada por:

$$3 = Ng^2 \left( \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{1}{\xi(\theta)k^4 + \frac{g^2\nu^2}{2}k^2 + \gamma^4} + \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{1}{\zeta k^4 + \frac{g^2\nu^2}{2}k^2 + \gamma^4} \right), \quad (4.10)$$

onde colocamos  $\zeta = 1 + \alpha a^2$  e ainda temos  $\xi(\theta) = 1 + \alpha a^2 \cos^2 \theta$ . A primeira integral não possui solução analítica simples. No entanto, podemos analisar os seguintes comportamentos:

- Tomando a derivada do lado direito da igualdade com respeito a  $\gamma^4$  produz integrais de menos um quadrado, que é negativo. Isso significa que o lado direito da equação GAP diminui com  $\gamma$ .
- Mudando de variável  $k_\mu \rightarrow \gamma q_\mu$ , é possível expandir as integrais em relação a  $\gamma$  grande, produzindo resultados que se comportam como  $1/\gamma$ . Isso significa que o lado direito vai a zero para  $\gamma$  grande. Como resultado, o lado direito da equação é uma função monotonamente decrescente de  $\gamma$ , com valor limite zero. A equação GAP, portanto, só pode ter uma solução para  $\gamma$  real (positivo) se e somente se o lado direito da equação GAP avaliado em  $\gamma = 0$  for maior do que 3:

$$3 < Ng^2 \left( \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{1}{\xi(\theta)k^4 + \frac{g^2\nu^2}{2}k^2} + \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{1}{\zeta k^4 + \frac{g^2\nu^2}{2}k^2} \right). \quad (4.11)$$

Ou seja, após avaliar as integrais, encontramos

$$3 < \frac{Ng}{2\pi\nu\sqrt{2}} \left( \frac{\text{arsinh}(a\sqrt{\alpha})}{a\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{1 + \alpha a^2}} \right), \quad (4.12)$$

ou, para um pequeno termo de quebra de Lorentz, que é o caso físico,

$$g > \frac{3\pi\nu\sqrt{2}}{N} \left( 1 + \frac{\alpha a^2}{3} + \dots \right). \quad (4.13)$$

Está linha azul que separa os regimes I e II na figura 14 não há parâmetro de Gribov  $\gamma = \mathbf{0}$  e o regime I é chamado de Higgs-forte, enquanto o parâmetro de Gribov for diferente

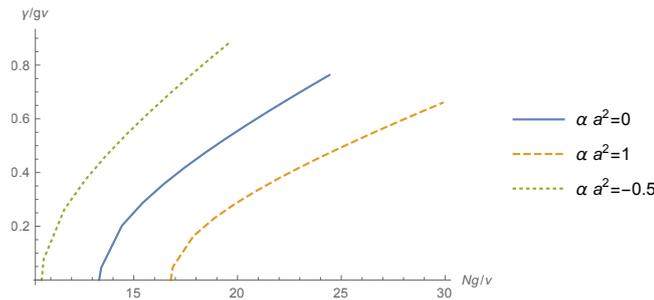


Figura 13: Valores do parâmetro adimensional Gribov  $\gamma/g\nu$  como as funções de  $Ng/\nu$  de uma solução numérica de 4.13 para selecionar valores da quebra de Lorentz  $\alpha a^2$ .

de zero  $\gamma \neq 0$  (regimes II a IV) para acoplamento forte ou termo de Higgs fraco. Alguns valores determinados numericamente do parâmetro Gribov são plotados na figura 13. Nota-se que um valor positivo para  $\alpha a^2$  puxa o parâmetro Gribov para baixo, enquanto o termo de éter negativo empurra-o para cima.

Percebe-se, que todas as linhas de transição na figura 14 aumentam com  $\alpha a^2$ . Como resultado, a introdução de um termo éter positivo tem um efeito qualitativo comparável a diminuir a força de acoplamento ou aumentar a força do fundo de Higgs, enquanto um termo éter negativo é semelhante a um acoplamento mais forte ou Higgs mais fraco.

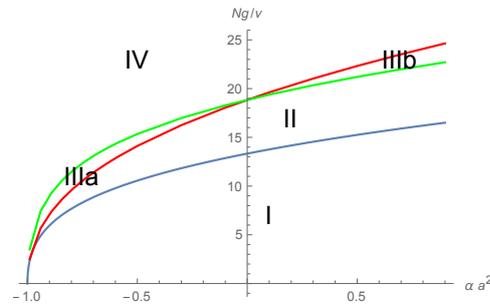


Figura 14: Limites entre os diferentes comportamentos dos pólos do propagador de glúon

Do análise gráfica, concluímos que existem pelo o menos dois regimes: um com e outro sem parâmetro de Gribov. A situação se torna mais complexa quando observamos o comportamento do propagador do glúon, isso significa que a relação da equação 4.10 é necessária para que  $\gamma$  tenha valor real positivo para acoplamento fraco (abaixo da linha I), e acoplamento forte (regimes II a IV). Pois, quando  $\gamma = 0$  o glúon simplesmente se comporta como um glúon do tipo Higgs massivo, com quebra de Lorentz.

Quando o parâmetro Gribov  $\gamma$  é diferente de zero  $\gamma \neq 0$ , isso começa a mudar. Em

valores não muito altos do parâmetro de Gribov, o propagador de glúon ainda tem pólos massivos reais, como no caso puro Higgs-éter. Isso é o que acontece no regime II da figura 14. Em algum ponto, o discriminante dos denominadores de (4.8) mudam o sinal, pelo menos para alguns valores de  $\theta$ . A linha verde na figura 14 indica uma mudança no sinal para  $\theta = 0$  (e, portanto, também para o denominador de  $F_2(k)$ ), enquanto a linha vermelha indica um mudança de sinal para  $\theta = \pi$ . As mudanças de sinal para outros valores de  $\theta$  acontecem entre essas duas linhas.

Como resultado, temos os regimes rotulados IIIa e IIIb, onde o glúon tem pólos reais ou complexos dependendo da direção de propagação em relação ao campo de éter. No acoplamento forte regime IV Higgs-fraco, todos os pólos têm partes imaginárias diferentes de zero e nenhum glúon físico pode se propagar, isto é, estão no regime de confinamento.

## 5 Conclusões e Perspectivas

Nesta tese, encontramos o termos não-abelianos semelhantes ao éter. Partindo da teoria do espinor de Dirac minimamente acoplado ao campo de calibre não-abeliano em  $4D$ , onde a quebra de simetria de Lorentz foi introduzida através do usual  $\not{b}\gamma_5$ , usando os aspectos perturbativos das teorias de quebra de Lorentz encontramos as contribuições quadráticas finitas. Notamos que o resultado é válido para um grupo de medidores arbitrário. Ademais, este é o segundo exemplo de geração de um termo não-abeliano realizado com o uso de apenas acoplamentos mínimos, já realizado em [106, 17]. Na verdade, nosso resultado é a contribuição de próxima ordem para a expansão da ação efetiva do campo de calibre não-abeliano acoplado a férmions, após o termo CFJ não-abeliano.

A vantagem de nossa abordagem consiste no fato de que é esquema baseado em acoplamento mínimo, sendo, portanto, explicitamente superficial finito e, portanto, livre de ambiguidade. Assim, confirmamos que os termos de quebra de Lorentz não-abelianos podem surgir como correções quânticas em alguma teoria fundamental, como decorre do conceito de dinâmica emergente.

Além disso, como foi discutido em [17], o impacto do termo de éter deve ser pequeno em comparação com o termo usual de Yang-Mills, uma vez que os parâmetros de quebra de Lorentz são muito pequenos. Espera-se que haja apenas pequenas modificações na descrição qualitativa do confinamento gerado pelo termo de éter.

Em seguida, trabalhamos com uma teoria Yang-Mills-Higgs não-abeliano com um termo de éter aditivo com quebra de Lorentz em 3 dimensões do espaço-tempo. Para justificar a presença do termo de éter não-abeliano, realizamos sua geração perturbativa, demonstrando que ela surge como uma correção de um loop. Como um subproduto, argumentamos que o termo não-abeliano semelhante ao éter em  $4D$  recebe contribuição também de acoplamentos não-mínimos. Usamos o formalismo Gribov-Zwanziger para fixar o calibre no calibre de Landau sem cópias infinitesimais de calibre, que fornecem uma visão da dinâmica não perturbativa da teoria.

Descobrimos que um parâmetro éter positivo  $\alpha a^2$  reduz o valor do parâmetro de Gribov e (se é suficientemente grande) pode alterar a teoria de um comportamento não perturbativo a um perturbativo. Um valor negativo de  $\alpha a^2$  tem o efeito oposto.

Em comparação com o caso  $3D$   $SU(N)$  Yang-Mills-Higgs, encontramos um regime intermediário extra: entre o regime com pólos reais e aquele com pólos complexos no propagador de glúon, há um regime adicional onde a realidade dos pólos propagadores do glúon depende da direção de propagação. Os diferentes regimes são representados na figura 14.

## 5.1 Trabalhos futuros

Como trabalhos futuros, temos nós dedicado aos cálculos de correções em teorias em um regime perturbativo para um acoplamento mínimo, outras possibilidade seria cálculos para parâmetro não-mínimos. Temos ainda outra linha de pesquisa seria considerar a teoria em um fundo temporal adequado de forma que permita verificar o valor de expectativa de vácuo do loop Polyakov [107, 108, 109, 110], o que nos diria se a teoria está efetivamente confinada ao regime em que o propagador do glúon tem pólos complexos e desconfigurados de outra forma. No entanto, notamos que há muitas questões relacionadas ao termo éter não-abeliano dentro do problema de confinamento e outros contextos que precisam ser estudados.

## Referências

- [1] DAWSON, S. Introduction to electroweak symmetry breaking. In: *ICTP Summer School in High-Energy Physics and Cosmology*. [S.l.: s.n.], 1998. p. 1–83. doi:.
- [2] MATTINGLY, D. Modern tests of Lorentz invariance. *Living Rev. Rel.*, v. 8, p. 5, 2005. doi:[10.12942/lrr-2005-5](https://doi.org/10.12942/lrr-2005-5).
- [3] LIBERATI, S.; MACCIONE, L. Lorentz Violation: Motivation and new constraints. *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*, v. 59, p. 245–267, 2009. doi:[10.1146/annurev.nucl.010909.083640](https://doi.org/10.1146/annurev.nucl.010909.083640).
- [4] PESKIN, D. V. S. M. *An Introduction to Quantum Field Theory*. 5th. ed. [S.l.]: Addison-Wesley, Reading, MA, 1995.
- [5] A.F.FERRARI. A busca por violações da simetria de lorentz: testando os princípios da relatividade restrita na escala de planck. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 2019. doi:[10.1590/1806-9126-RBEF-2019-0092](https://doi.org/10.1590/1806-9126-RBEF-2019-0092) .
- [6] CARROLL G. B. FIELD, R. J. S. Limits on a lorentz and parity violating modification of electrodynamics. *Phys. Rev. D*, 1990. doi:[10.1103/PhysRevD.41.1231](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.41.1231) .
- [7] COLLADAY, D.; KOSTELECKY, V. A. CPT violation and the standard model. *Phys. Rev. D*, v. 55, p. 6760–6774, 1997. doi:[10.1103/PhysRevD.55.6760](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.55.6760) .
- [8] COLLADAY, D.; KOSTELECKY, V. A. Lorentz violating extension of the standard model. *Phys. Rev. D*, v. 58, p. 116002, 1998. doi:[10.1103/PhysRevD.58.116002](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.58.116002).
- [9] GURALNIK, Z. et al. Testing noncommutative QED, constructing noncommutative MHD. *Phys. Lett. B*, v. 517, p. 450–456, 2001. doi:[10.1016/S0370-2693\(01\)00986-8](https://doi.org/10.1016/S0370-2693(01)00986-8).
- [10] KOSTELECKY, V. A.; RUSSELL, N. Data Tables for Lorentz and CPT Violation. 1 2008. doi:[10.1103/RevModPhys.83.11](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.83.11).
- [11] KOSTELECKY, V. A.; MEWES, M. Electrodynamics with Lorentz-violating operators of arbitrary dimension. *Phys. Rev. D*, v. 80, p. 015020, 2009. doi:[10.1103/PhysRevD.80.015020](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.80.015020).
- [12] GOMES, M. et al. On the induction of the four-dimensional Lorentz-breaking non-Abelian Chern-Simons action. *Phys. Rev. D*, v. 76, p. 047701, 2007. doi:[10.1103/PhysRevD.76.047701](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.76.047701) .
- [13] SANTOS, T. R. S.; SOBREIRO, R. F. Lorentz-violating Yang–Mills theory: discussing the Chern–Simons-like term generation. *Eur. Phys. J. C*, v. 77, n. 12, p. 903, 2017. doi:[10.1140/epjc/s10052-017-5472-7](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-017-5472-7) .

- [14] SANTOS, T. R. S.; SOBREIRO, R. F. Renormalizability of Yang-Mills theory with Lorentz violation and gluon mass generation. *Phys. Rev. D*, v. 91, n. 2, p. 025008, 2015. doi:[10.1103/PhysRevD.91.025008](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.91.025008) .
- [15] COLLADAY, D.; MCDONALD, P. One-Loop Renormalization of Pure Yang-Mills with Lorentz Violation. *Phys. Rev. D*, v. 75, p. 105002, 2007. doi:[10.1103/PhysRevD.75.105002](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.75.105002).
- [16] GRANADO, D. R.; JUSTO, I. F.; PETROV, A. Y. Lorentz symmetry breaking in a Yang-Mills theory within the Gribov restriction. *J. Phys. A*, v. 53, n. 6, p. 065402, 2020. doi:[10.1088/1751-8121/ab6620](https://doi.org/10.1088/1751-8121/ab6620).
- [17] GOMES, M. et al. On the aether-like Lorentz-breaking actions. *Phys. Rev. D*, v. 81, p. 045018, 2010. doi:[10.1103/PhysRevD.81.045018](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.81.045018).
- [18] SCARPELLI, A. P. B. et al. Four-dimensional aether-like Lorentz-breaking QED revisited and problem of ambiguities. *Eur. Phys. J. C*, v. 73, p. 2526, 2013. doi:[10.1140/epjc/s10052-013-2526-3](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-013-2526-3).
- [19] MOGAMI, T. *On quantization of massive non-Abelian gauge fields*. 2007. doi:.
- [20] DUDAL, D.; GUIMARAES, M. S.; SORELLA, S. P. Glueball masses from an infrared moment problem and nonperturbative Landau gauge. *Phys. Rev. Lett.*, v. 106, p. 062003, 2011. doi:[10.1103/PhysRevLett.106.062003](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.106.062003) .
- [21] CUCCHIERI, A.; MENDES, T. What's up with IR gluon and ghost propagators in Landau gauge? A puzzling answer from huge lattices. *PoS, LATTICE2007*, p. 297, 2007. doi:[10.22323/1.042.0297](https://doi.org/10.22323/1.042.0297) .
- [22] DUDAL, D. et al. New features of the gluon and ghost propagator in the infrared region from the Gribov-Zwanziger approach. *Phys. Rev. D*, v. 77, p. 071501, 2008. doi:[10.1103/PhysRevD.77.071501](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.77.071501) .
- [23] DUDAL, D. et al. A Refinement of the Gribov-Zwanziger approach in the Landau gauge: Infrared propagators in harmony with the lattice results. *Phys. Rev. D*, v. 78, p. 065047, 2008. doi:[10.1103/PhysRevD.78.065047](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.78.065047) .
- [24] AGUILAR, A. C.; BINOSI, D.; PAPAVALASSILIOU, J. Gluon and ghost propagators in the Landau gauge: Deriving lattice results from Schwinger-Dyson equations. *Phys. Rev. D*, v. 78, p. 025010, 2008. doi:[10.1103/PhysRevD.78.025010](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.78.025010) .
- [25] COMITINI, G.; SIRINGO, F. Variational study of mass generation and deconfinement in Yang-Mills theory. *Phys. Rev. D*, v. 97, n. 5, p. 056013, 2018. doi:[10.1103/PhysRevD.97.056013](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.97.056013) .
- [26] PEREIRA, A. D. *Exploring new horizons of the Gribov problem in Yang-Mills theories*. 2016. doi:.
- [27] DUDAL, D.; SORELLA, S. P.; VANDERSICKEL, N. More on the renormalization of the horizon function of the gribov?zwanziger action and the kugo?ojima green function(s). *The European Physical Journal C*, Springer Science and Business Media LLC, v. 68, n. 1-2, p. 283?298, Apr 2010. doi:[10.1140/epjc/s10052-010-1304-8](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-010-1304-8).

- [28] ZWANZIGER, D. Renormalizability of the critical limit of lattice gauge theory by brs invariance. *The European Physical Journal C*, Nucl. Phys. B, v. 399, 1993. doi:[10.1016/0550-3213\(93\)90506-K](https://doi.org/10.1016/0550-3213(93)90506-K).
- [29] CAPRI, M. et al. An all-order proof of the equivalence between gribov não-pole and zwanzigers horizon conditions. *Physics Letters B*, Elsevier BV, v. 719, n. 4-5, p. 448?453, Feb 2013. doi:[10.1016/j.physletb.2013.01.039](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2013.01.039).
- [30] SORELLA, S. P. Gribov horizon and brst symmetry: A few remarks. *Physical Review D*, American Physical Society (APS), v. 80, n. 2, Jul 2009. doi:[10.1103/physrevd.80.025013](https://doi.org/10.1103/physrevd.80.025013).
- [31] DUDAL, D. et al. *Aspects of the Gribov-Zwanziger framework*. 2009. doi:[10.22323/1.087.0012](https://doi.org/10.22323/1.087.0012) .
- [32] CAPRI, M. A. L. et al. Remark on the brst symmetry in the gribov-zwanziger theory. *Physical Review D*, American Physical Society (APS), v. 82, n. 10, Nov 2010. doi:[10.1103/physrevd.82.105019](https://doi.org/10.1103/physrevd.82.105019) .
- [33] DUDAL, D.; SORELLA, S. P. Gribov horizon and spontaneous brst symmetry breaking. *Physical Review D*, American Physical Society (APS), v. 86, n. 4, Aug 2012. doi:[10.1103/physrevd.86.045005](https://doi.org/10.1103/physrevd.86.045005) .
- [34] LAVROV, P.; LECHTENFELD, O.; RESHETNYAK, A. Is soft breaking of brst symmetry consistent. *Journal of High Energy Physics*, Springer Science and Business Media LLC, v. 2011, n. 10, Oct 2011. ISSN 1029-8479. doi:[10.1007/jhep10\(2011\)043](https://doi.org/10.1007/jhep10(2011)043) .
- [35] LAVROV, P. M.; RADCHENKO, O. V.; RESHETNYAK, A. A. Soft breaking of brst symmetry and gauge dependence. *Modern Physics Letters A*, World Scientific Pub Co Pte Lt, v. 27, n. 13, p. 1250067, Apr 2012. doi:[10.1142/s0217732312500678](https://doi.org/10.1142/s0217732312500678) .
- [36] VANDERSICKEL, N.; ZWANZIGER, D. The gribov problem and qcd dynamics. *Physics Reports*, Elsevier BV, v. 520, p. 175?251, Nov 2012. doi:[10.1016/j.physrep.2012.07.003](https://doi.org/10.1016/j.physrep.2012.07.003) .
- [37] HAYASHI, Y.; KONDO, K.-I. Complex poles and spectral function of yang-mills theory. *Physical Review D*, American Physical Society (APS), v. 99, n. 7, Apr 2019. doi:[10.1103/physrevd.99.074001](https://doi.org/10.1103/physrevd.99.074001) .
- [38] ZINOVIEV, Y. M. Equivalence of the euclidean and wightman field theories. *Lecture Notes in Physics*, Springer Berlin Heidelberg, p. 131?148. doi:[10.1007/3-540-59190-7\\_25](https://doi.org/10.1007/3-540-59190-7_25). Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1007/3-540-59190-7\\_25](http://dx.doi.org/10.1007/3-540-59190-7_25)>.
- [39] TISSIER, M.; WSCHEBOR, N. Infrared propagators of Yang-Mills theory from perturbation theory. *Phys. Rev. D*, v. 82, p. 101701, 2010. doi:[10.1103/PhysRevD.82.101701](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.82.101701).
- [40] TISSIER, M.; WSCHEBOR, N. An Infrared Safe perturbative approach to Yang-Mills correlators. *Phys. Rev. D*, v. 84, p. 045018, 2011. doi:[10.1103/PhysRevD.84.045018](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.84.045018).

- [41] PELÁEZ, M.; TISSIER, M.; WSCHEBOR, N. Two-point correlation functions of QCD in the Landau gauge. *Phys. Rev. D*, v. 90, p. 065031, 2014. doi:[10.1103/PhysRevD.90.065031](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.90.065031).
- [42] CAPRI, M. A. L. *Aspectos Perturbativos das Teorias de Yang-Mills no calibre abeliano maximal*. Rio de Janeiro, RJ, Brasil: [s.n.], 2009.
- [43] CARVALHO, A. J. G. et al. Non-Abelian aether-like term in four dimensions. *Eur. Phys. J. C*, v. 79, n. 10, p. 817, 2019. doi:[10.1140/epjc/s10052-019-7342-y](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-019-7342-y).
- [44] GRANADO, D. R. et al. Non-Abelian extension of the aether term and the Gribov problem. *Annals Phys.*, v. 422, p. 168324, 2020. doi:[10.1016/j.aop.2020.168324](https://doi.org/10.1016/j.aop.2020.168324).
- [45] GRANADO, D. R. et al. Regimes of 3D Yang–Mills theory in the presence of a constant vector background. *Eur. Phys. J. C*, v. 81, n. 5, p. 391, 2021. doi:[10.1140/epjc/s10052-021-09186-6](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-021-09186-6).
- [46] SHTABOVENKO, V.; MERTIG, R.; ORELLANA, F. FeynCalc 9.3: New features and improvements. *Comput. Phys. Commun.*, v. 256, p. 107478, 2020. doi:[10.1016/j.cpc.2020.107478](https://doi.org/10.1016/j.cpc.2020.107478).
- [47] H.BELICH T.COSTA SOARES, M. e. M. Violação da simetria de lorentz. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 29, 2007. doi:[10.1590/S1806-11172007000100011](https://doi.org/10.1590/S1806-11172007000100011).
- [48] V.A.KOSTELECKY, C.; A.G.M.PICKERING. One loop renormalization of lorentz violating electrodynamics. *Phys. Rev. D*, 2002. doi:[10.1103/PhysRevD.65.056006](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.65.056006).
- [49] V.A.KOSTELECKY, C.; A.G.M.PICKERING. Vacuum photon splitting in lorentz violating quantum electrodynamics. *Phys. Rev. Letters*, 2003. doi:[10.1103/PhysRevLett.91.031801](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.91.031801).
- [50] V.A.KOSTELECKY; S.SAMUEL. Spontaneous breaking of lorentz symmetry in string theory. In: . [S.l.: s.n.], 1989. doi:[10.1103/PhysRevD.64.025004](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.64.025004).
- [51] V.A.KOSTELECKY; R.POTTING. Cpt and strings. In: . [S.l.]: IEEE Press, 1991. doi:[10.1016/0550-3213\(91\)90071-5](https://doi.org/10.1016/0550-3213(91)90071-5).
- [52] D.COLLADAY; V.A.KOSTELECKY. Cpt violation and the standard model. *Phys. Rev. D*, 1997. doi:[10.1103/PhysRevD.55.6760](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.55.6760).
- [53] D.COLLADAY; V.A.KOSTELECKY. Lorentz-violating extension of the standard model. *Phys. Rev. D*, 1998. doi:[10.1103/PhysRevD.77.085032](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.77.085032).
- [54] S.M.CARROLL, G.; R.JACKIW. Limits on a lorentz and parity violating modification of electrodynamics. *Phys. Rev. D*, 1990. doi:[10.1103/PhysRevD.41.1231](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.41.1231).
- [55] (TRADUTOR), D. B. A. e R. L. F. *A teoria da relatividade restrita*. 1th. ed. [S.l.: s.n.], 2015.
- [56] DIRAC, P. A. *General Theory of Relativity*. revisão da edição em janeiro de 1996. [S.l.: s.n.], 1996.
- [57] EISBERG, R. R. *Física Quântica- Átomos, Moléculas, Sólidos, Núcleos e Partículas*. 1th. ed. [S.l.: s.n.], 2011.

- [58] SAKURAI, J. *Modern Quantum Mechanics*. 5th. ed. [S.l.: s.n.], 1994.
- [59] GRIFFITHS, D. *Mecânica Quântica*. 2th. ed. [S.l.: s.n.], 2011.
- [60] STACHEL, J. Einstein's 1912 manuscript as a clue to the development of special relativity. *SciELO*, 2021. ISSN 2316-8994. doi:<https://doi.org/10.1590/S1678-31662005000400003> .
- [61] SHAW, F. M. e G. *Quantum Field Theory*. revisão da edição em janeiro de 1996. [S.l.: s.n.], 2010.
- [62] KOSTELECKÝ, V. A.; LI, Z. Gauge field theories with lorentz-violating operators of arbitrary dimension. *Journal of High Energy Physics*.
- [63] BARGER, V. et al. LHC Phenomenology of an Extended Standard Model with a Real Scalar Singlet. *Phys. Rev. D*, v. 77, p. 035005, 2008. doi:[10.1103/PhysRevD.77.035005](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.77.035005).
- [64] KOSTELECKÝ, V. A. Gravity, Lorentz violation, and the standard model. *Phys. Rev. D*, v. 69, p. 105009, 2004. doi:[10.1103/PhysRevD.69.105009](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.69.105009).
- [65] BELL, N. F. et al. A Real Triplet-Singlet Extended Standard Model: Dark Matter and Collider Phenomenology. *JHEP*, v. 21, p. 098, 2020. doi:[10.1007/JHEP04\(2021\)098](https://doi.org/10.1007/JHEP04(2021)098).
- [66] MATTINGLY, D. *Modern Tests of Lorentz Invariance*.
- [67] CERVI, L. G. L.; SEMINARA, D. Structure of radiatively induced lorentz and cpt violation in qed at finite temperature. *Phys. Rev. D*. doi:[10.1103/PhysRevD.64.105003](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.64.105003).
- [68] LIBERATI, S.; MACCIONE, L. Lorentz violation: Motivation and new constraints. *Annual Review of Nuclear and Particle Science*.
- [69] MARIZ, T. Radiatively induced Lorentz-violating operator of mass dimension five in QED. *Phys. Rev. D*, v. 83, p. 045018, 2011. doi:[10.1103/PhysRevD.83.045018](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.83.045018).
- [70] KOSTELECKÝ, A.; MEWES, M. Neutrinos with Lorentz-violating operators of arbitrary dimension. *Phys. Rev. D*, v. 85, p. 096005, 2012. doi:[10.1103/PhysRevD.85.096005](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.85.096005).
- [71] NETO, J. S. F. *Acção de Euler-Heisenberg ? no contexto de violação de simetria de Lorentz*. Maceió, AL, Brasil: [s.n.], 2013.
- [72] MULLER, H. et al. Relativity tests by complementary rotating Michelson-Morley experiments. *Phys. Rev. Lett.*, v. 99, p. 050401, 2007. doi:[10.1103/PhysRevLett.99.050401](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.99.050401).
- [73] BLUHM, R.; KOSTELECKÝ, V. A.; RUSSELL, N. CPT and Lorentz tests in Penning traps. *Phys. Rev. D*, v. 57, p. 3932–3943, 1998. doi:[10.1103/PhysRevD.57.3932](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.57.3932).
- [74] BLUHM, R.; KOSTELECKÝ, V. A.; LANE, C. D. CPT and Lorentz tests with muons. *Phys. Rev. Lett.*, v. 84, p. 1098–1101, 2000. doi:[10.1103/PhysRevLett.84.1098](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.84.1098).
- [75] FERRARI, A. F.; NASCIMENTO, J. R.; PETROV, A. Y. Radiative corrections and Lorentz violation. *Eur. Phys. J. C*, v. 80, n. 5, p. 459, 2020. doi:[10.1140/epjc/s10052-020-8000-0](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-020-8000-0).

- [76] COLLADAY, D.; KOSTELECKY, V. A. CPT violation and the standard model. *Phys. Rev. D*, v. 55, p. 6760–6774, 1997. doi:[10.1103/PhysRevD.55.6760](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.55.6760).
- [77] GOLDSTEIN CHARLES POOLE, J. S. por H. *Classical Mechanics*. 3th. ed. [S.l.: s.n.], 2001.
- [78] PAPERBACK, L. D. L. E. L. *The Classical Theory of Fields*. 4th. ed. [S.l.: s.n.], 1980.
- [79] LEITE, J. *Violação da Invariância de Lorentz no Regime de Temperatura Finita*. Maceió, AL, Brasil: [s.n.], 2012.
- [80] BRANDT, F. T. C. *Tópicos sobre campos de gauge a temperatura finita*. São Paulo, SP, Brasil: [s.n.], 2004.
- [81] SOARES, B. L. *Simetrias globais e locais em teorias de Gauge*. São Paulo, SP, Brasil: [s.n.], 2007.
- [82] RYDER, L. *Quantum Field Theory*. 2th. ed. [S.l.: s.n.], 1985.
- [83] KALOGEROPOULOS, N. Comments on the gribov ambiguity. *Journal of Mathematical Physics*, AIP Publishing, v. 35, n. 2, p. 587–595, Feb 1994. ISSN 1089-7658. doi:[10.1063/1.530889](https://doi.org/10.1063/1.530889).
- [84] CUCCHIERI, A.; MENDES, T. Constraints on the infrared behavior of the gluon propagator in yang-mills theories. *Physical Review Letters*, American Physical Society (APS), v. 100, n. 24, Jun 2008. doi:[10.1103/physrevlett.100.241601](https://doi.org/10.1103/physrevlett.100.241601).
- [85] CUCCHIERI, A.; MENDES, T. Landau-gauge propagators in yang-mills theories at  $\beta=0$ : Massive solution versus conformal scaling. *Physical Review D*, American Physical Society (APS), v. 81, Jan 2010. doi:[10.1103/physrevd.81.016005](https://doi.org/10.1103/physrevd.81.016005).
- [86] CUCCHIERI, A.; MENDES, T. *Numerical test of the Gribov-Zwanziger scenario in Landau gauge*. 2010. doi:[10.22323/1.087.0026](https://doi.org/10.22323/1.087.0026).
- [87] DUDAL, D.; OLIVEIRA, O.; VANDERSICKEL, N. Indirect lattice evidence for the refined gribov-zwanziger formalism and the gluon condensate in the landau gauge. *Physical Review D*, American Physical Society (APS), v. 81, n. 7, Apr 2010. doi:[10.1103/physrevd.81.074505](https://doi.org/10.1103/physrevd.81.074505) .
- [88] CUCCHIERI, A. et al. Modeling the gluon propagator in landau gauge: Lattice estimates of pole masses and dimension-two condensates. *Physical Review D*, American Physical Society (APS), v. 85, n. 9, May 2012. doi:[10.22323/1.087.0012](https://doi.org/10.22323/1.087.0012) .
- [89] STINGL, M. A systematic extended iterative solution for quantum chromodynamics. *Zeitschrift für Physik A: Hadrons and Nuclei*, Springer Science and Business Media LLC, v. 353, n. 4, p. 423–445, Dec 1996. doi:[10.1007/bf01285154](https://doi.org/10.1007/bf01285154) .
- [90] ZWANZIGER, D. Nonperturbative Faddeev-Popov formula and infrared limit of QCD. *Phys. Rev. D*, v. 69, p. 016002, 2004. doi:[10.1103/PhysRevD.69.016002](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.69.016002).
- [91] ZWANZIGER, D. Action from the Gribov horizon . *Nuclear Physics B*, v. 321, p. 591. doi:[10.1016/0550-3213\(89\)90263-0](https://doi.org/10.1016/0550-3213(89)90263-0).

- [92] ZWANZIGER, D. Local and Renormalizable Action From the Gribov Horizon . *Nuclear Physics B*, v. 323, p. 513. doi:[10.1016/0550-3213\(89\)90122-3](https://doi.org/10.1016/0550-3213(89)90122-3).
- [93] PATEL, H. H. Package-X: A Mathematica package for the analytic calculation of one-loop integrals. *Comput. Phys. Commun.*, v. 197, p. 276–290, 2015. doi:[10.1016/j.cpc.2015.08.017](https://doi.org/10.1016/j.cpc.2015.08.017).
- [94] PATEL, H. H. Package-X 2.0: A Mathematica package for the analytic calculation of one-loop integrals. *Comput. Phys. Commun.*, v. 218, p. 66–70, 2017. doi:[10.1016/j.cpc.2017.04.015](https://doi.org/10.1016/j.cpc.2017.04.015).
- [95] A.F.FERRARI J.R.NASCIMENTO, A. Radiative corrections and lorentz violation. *The European Physical Journal C*. doi:[10.1140/epjc/s10052-020-8000-0](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-020-8000-0).
- [96] CARROLL, S. M.; TAM, H. Aether Compactification. *Phys. Rev. D*, v. 78, p. 044047, 2008. doi:[10.1103/PhysRevD.78.044047](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.78.044047).
- [97] CASANA, R.; FERREIRA, M. M.; SANTOS, F. E. P. dos. Gupta-Bleuler’s quantization of a parity-odd *CPT*-even electrodynamics of the standard model extension. *Phys. Rev. D*, v. 94, n. 12, p. 125011, 2016. doi:[10.1103/PhysRevD.94.125011](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.94.125011).
- [98] CASANA, R. et al. Feynman propagator for the nonbirefringent *CPT*-even electrodynamics of the Standard Model Extension. *Phys. Rev. D*, v. 82, p. 125006, 2010. doi:[10.1103/PhysRevD.82.125006](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.82.125006).
- [99] A.A.ANDRIANOV, P.; R.SOLDATI. Lorentz and cpt violations from chern-simons modifications of qed. *Journal of High Energy Physics*.
- [100] M.GOMES J.R.NASCIMENTO, E. A.; SILVA, A. On the induction of the four-dimensional lorentz-breaking non-abelian chern-simons action. *Phys. Rev. D*.
- [101] KORS, B.; SCHMIDT, M. G. Two loop Feynman diagrams in Yang-Mills theory from bosonic string amplitudes. 3 2000. doi:[10.1063/1.54495](https://doi.org/10.1063/1.54495).
- [102] BASS, S. D.; ROECK, A. D.; KADO, M. The Higgs boson implications and prospects for future discoveries. *Nature Rev. Phys.*, v. 3, n. 9, p. 608, 2021. doi:[10.1038/s42254-021-00341-2](https://doi.org/10.1038/s42254-021-00341-2).
- [103] ANSELMINI, D. On the nature of the Higgs boson. *Mod. Phys. Lett. A*, v. 34, n. 16, p. 1950123, 2019. doi:[10.1142/S0217732319501232](https://doi.org/10.1142/S0217732319501232).
- [104] PRINZ, D. Algebraic Structures in the Coupling of Gravity to Gauge Theories. *Annals Phys.*, v. 426, p. 168395, 2021. doi:[10.1016/j.aop.2021.168395](https://doi.org/10.1016/j.aop.2021.168395).
- [105] OXMAN, L. E. Confinement of quarks and valence gluons in  $SU(N)$  Yang-Mills-Higgs models. *JHEP*, v. 03, p. 038, 2013. doi:[10.1007/JHEP03\(2013\)038](https://doi.org/10.1007/JHEP03(2013)038).
- [106] MARIZ, T. et al. Lorentz violation and the proper-time method. *Phys. Lett. B*, v. 661, p. 312–318, 2008. doi:[10.1016/j.physletb.2007.10.089](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2007.10.089).
- [107] MARHAUSER, F.; PAWLOWSKI, J. M. Confinement in Polyakov Gauge. 12 2008. doi:<https://arxiv.org/abs/0812.1144>.

- [108] BRAUN, J.; GIES, H.; PAWLOWSKI, J. M. Quark Confinement from Color Confinement. *Phys. Lett. B*, v. 684, p. 262–267, 2010. doi:[10.1016/j.physletb.2010.01.009](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2010.01.009).
- [109] REINHARDT, H.; HEFFNER, J. Effective potential of the confinement order parameter in the Hamiltonian approach. *Phys. Rev. D*, v. 88, p. 045024, 2013. doi:[10.1103/PhysRevD.88.045024](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.88.045024).
- [110] REINOSA, U. et al. Deconfinement transition in  $SU(N)$  theories from perturbation theory. *Phys. Lett. B*, v. 742, p. 61–68, 2015.

## APÊNDICE A – Equação de movimento

$$S = \int d^4x \bar{\psi}^i (i\partial\delta^{ij} - eA^a(T^a)^{ij} - m\delta^{ij} - \not{b}\gamma_5\delta^{ij}) \psi^j. \quad (\text{A.1})$$

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}^i (i\gamma^\lambda\partial_\lambda\delta^{ij} - e\gamma^\lambda A_\lambda^a(T^a)^{ij} - m\delta^{ij} - \gamma^\lambda b_\lambda\gamma_5\delta^{ij}) \psi^j. \quad (\text{A.2})$$

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial A_\gamma} - \partial_\sigma \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\sigma A_\gamma)} + \partial_\tau\partial_\sigma \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\tau\partial_\sigma A_\gamma)} - \partial_\eta\partial_\tau\partial_\sigma \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\eta\partial_\tau\partial_\sigma A_\gamma)} = 0 \quad (\text{A.3})$$

Da densidade lagrangiana [A.1](#) podemos encontrar as equações de movimentos usando o princípio de mínima ação da equação Euler-lagrange [A.3](#). No nosso caso vamos ter três equações de movimento para diferentes campos  $\bar{\psi}^i$ ,  $\psi^j$  e  $A_\lambda$ , representada pelas seguintes equações de movimento, respectivamente.

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\bar{\psi}_k} - \partial_c \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_c\bar{\psi}_k)} \quad (\text{A.4})$$

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\psi_k} - \partial_c \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_c\psi_k)} \quad (\text{A.5})$$

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial A_\gamma^a} - \partial_\rho \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\rho A_\gamma^a)} \quad (\text{A.6})$$

fazendo passo [A.6](#), no qual vai ter termos apenas do vetor campos e não contém termos de derivadas.

$$-e\bar{\psi}^i\gamma^\lambda\left(\frac{\partial A_\lambda^a}{\partial A_\gamma^a}\right)(T^a)^{ij}\psi^j = -e\bar{\psi}^i\gamma^\lambda(\delta_{\lambda\gamma})(T^a)^{ij}\psi^j = -e\bar{\psi}^i\gamma^\lambda(T^a)^{ij}\psi^j \quad (\text{A.7})$$

chegamos a equação de movimento do campo  $A_\lambda^a$  [A.8](#)

$$-e\bar{\psi}^i\gamma^\lambda(T^a)^{ij}\psi^j = 0 \quad (\text{A.8})$$

abaixo as equações de movimento dos campos  $\bar{\psi}^i$  e  $\psi^j$ , respectivamente.

$$\bar{\psi}^i(-e\gamma^\lambda A_\lambda^a(T^a)^{ij} - m\delta^{ij} - \gamma^\lambda b_\lambda \gamma_5 \delta^{ij} - \gamma^\lambda \partial_\lambda) = 0 \quad (\text{A.9})$$

$$(-e\gamma^\lambda A_\lambda^a(T^a)^{ij} - m\delta^{ij} - \gamma^\lambda b_\lambda \gamma_5 \delta^{ij} - \gamma^\lambda \partial_\lambda) \psi^j = 0 \quad (\text{A.10})$$

## APÊNDICE B – Dimensão dos termos da densidade lagrangiana

### 1. Exemplos de cálculo de dimensão dos termos da densidade lagrangiana

A ação é integral da densidade lagrangiana e como ela não tem dimensão vamos usar esse método para calcular a dimensão da constante  $b$ .

$$S = \int d^4x \mathcal{L} \quad (\text{B.1})$$

$d^4x = dx dy dz dt$  e para falar de dimensão temos que usar unidade de energia. Considerando  $c = 1$  e  $\hbar = 1$  e usando formula  $E = mc^2$ , concluímos que dimensão de massa é igual energia. A  $E^2 = P^2 + m^2$ , além disso,  $E = (mc)c = pc = p$ . A relações que já conhecemos  $E = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$  e  $\vec{p} = -i\hbar \vec{\nabla}$ . De todas considerações pode verificar que  $dx = dy = dz = dt = \frac{1}{E}$  e

Agora pegando primeiro termo da lagrangiana

$$S = - \int d^4x \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \quad (\text{B.2})$$

abrindo a equação B.2

$$S = \int d^4x (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu)(\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu). \quad (\text{B.3})$$

veja que vai ter 4 termos, só que vamos usar somente um termo já para entender o processo de cálculo de dimensão das grandezas.

$$S = \int d^D x (\partial_\mu A^\nu \partial^\mu A_\nu) \quad (\text{B.4})$$

1. Em  $D = 2$ ,  $\partial_\mu = [E]$   $d^2 x = dx dt = [E]^{-2}$ , como ação não tem dimensão concluímos  $A = [E]^0$
2. Em  $D = 3$ ,  $\partial_\mu = [E]$   $d^3 x = dx dt dt = [E]^{-3}$ , como ação não tem dimensão concluímos  $A = [E]^{\frac{1}{2}}$
3. Em  $D = 4$ ,  $\partial_\mu = [E]$   $d^4 x = dx dt dt = [E]^{-4}$ , como ação não tem dimensão concluímos  $A = [E]^1$

já que mais usado espaço-tempo quadrimensional  $D = 4$ , vamos calcular a dimensão da constante  $b$ .

Como já sabemos dimensão de grandezas úteis como campos  $A$ , derivada  $\frac{\partial}{\partial_\mu} = [E]$  e  $d^4 x = dx dt dt = [E]^{-4}$ , precisamos só aplicar para segundo termo da lagrangiana e verificar qual valor de  $b$  para que a ação permaneça sem dimensão.

$$S = \int d^4 x \epsilon^{\mu\nu\lambda\rho} b^2 b_\mu A_\nu \partial_\lambda \partial_\alpha \partial^\alpha A_\rho \quad (\text{B.5})$$

observe o item abaixo e avaliando a equação B.5.

1. Em  $D = 4$ ,  $\frac{\partial}{\partial_\mu} = [E]$   $d^4 x = dx dt dt = [E]^{-4}$ , como ação não tem dimensão concluímos  $A = [E]^1$
2. vejamos que estamos com  $b^3$  e dimensões  $[E]^{-4}[E]^3[E]^2[b]^{3D}$ , sendo dimensão, derivada e campos, respectivamente. logo para ficar com dimensão zero o

(a) **Cálculo das dimensões das grandezas dos resultados da tese**

$$S = \int d^4 x \mathcal{L} \quad (\text{B.6})$$

A densidade lagrangiana:

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}^i (i\gamma^\lambda \partial_\lambda \delta^{ij} - e\gamma^\lambda A_\lambda^a (T^a)^{ij} - m\delta^{ij} - \gamma^\lambda b_\lambda \gamma_5 \delta^{ij}) \psi^j. \quad (\text{B.7})$$

Agora pegando primeiro termo da lagrangiana em 4 dimensão.

$$S = - \int d^4x (\bar{\psi}^i i \gamma^\lambda \partial_\lambda \delta^{ij} \psi^j) \quad (\text{B.8})$$

vimos no exemplo acima que dimensão da derivada é energia [E] e a derivadas  $dx = dx = dz = dt = \frac{1}{[E]}$ , a possibilidade para ação ficar sem dimensão só cada campo tiver dimensão  $\frac{3}{2}$ .

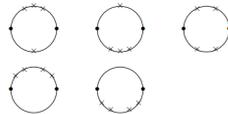
sabendo a dimensão dos campos e a derivada e analisando o último da densidade lagrangiana e concluímos que nosso parâmetro que viola a simetria de Lorentz tem dimensão de [E].

## APÊNDICE C – Inserções usadas no capítulo 3 para cálculo do termo de éter não-abeliano

Usando o propagador  $S(k) = \frac{1}{\not{k}-m} = \frac{\not{k}+m}{k^2-m^2}$ , podemos escrever nosso tensor de energia própria  $\Pi^{\mu\nu\lambda\rho}$  como

$$\begin{aligned} \Pi^{\mu\nu\lambda\rho} = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \text{tr} \left[ \right. & \gamma^\mu S(k) \gamma^\nu S(k) \gamma^\lambda S(k) \not{b}_{\gamma_5} S(k) \not{b}_{\gamma_5} S(k) \gamma^\rho S(k) + \\ & + \gamma^\mu S(k) \gamma^\nu S(k) \gamma^\lambda S(k) \gamma^\rho S(k) \not{b}_{\gamma_5} S(k) \not{b}_{\gamma_5} S(k) + \\ & + \gamma^\mu S(k) \not{b}_{\gamma_5} S(k) \not{b}_{\gamma_5} S(k) \gamma^\nu S(k) \gamma^\lambda S(k) \gamma^\rho S(k) + \\ & + \gamma^\mu S(k) \gamma^\nu S(k) \not{b}_{\gamma_5} S(k) \not{b}_{\gamma_5} S(k) \gamma^\lambda S(k) \gamma^\rho S(k) + \\ & + \gamma^\mu S(k) \not{b}_{\gamma_5} S(k) \gamma^\nu S(k) \not{b}_{\gamma_5} S(k) \gamma^\lambda S(k) \gamma^\rho S(k) + \\ & + \gamma^\mu S(k) \gamma^\nu S(k) \not{b}_{\gamma_5} S(k) \gamma^\lambda S(k) \not{b}_{\gamma_5} S(k) \gamma^\rho S(k) + \\ & + \gamma^\mu S(k) \gamma^\nu S(k) \gamma^\lambda S(k) \not{b}_{\gamma_5} S(k) \gamma^\rho S(k) \not{b}_{\gamma_5} S(k) + \\ & + \gamma^\mu S(k) \not{b}_{\gamma_5} S(k) \gamma^\nu S(k) \gamma^\lambda S(k) \gamma^\rho S(k) \not{b}_{\gamma_5} S(k) + \\ & + \gamma^\mu S(k) \not{b}_{\gamma_5} S(k) \gamma^\nu S(k) \gamma^\lambda S(k) \not{b}_{\gamma_5} S(k) \gamma^\rho S(k) + \\ & \left. + \gamma^\mu S(k) \gamma^\nu S(k) \not{b}_{\gamma_5} S(k) \gamma^\lambda S(k) \gamma^\rho S(k) \not{b}_{\gamma_5} S(k) \right]. \quad (\text{C.1}) \end{aligned}$$

É fácil ver que esses termos correspondem a todas as inserções possíveis de  $\gamma^\mu, \gamma^\nu, \gamma^\lambda, \gamma^\rho$  entre dois fatores  $\not{b}_{\gamma_5}$ . O mesmo  $\Pi^{\mu\nu\lambda\rho}$  descreve funções de dois, três e quatro pontos. Todas essas inserções são apresentadas por gráficos abaixo onde  $\bullet$  é para  $\not{b}_{\gamma_5}$ , e  $\times$  é para  $\gamma^\mu, \gamma^\nu, \gamma^\lambda, \gamma^\rho$  a ser contraída com derivadas ou momentos (cada gráfico aparece duas vezes na expressão acima descrevendo duas linhas diferentes).



O fato de que o projetor é o mesmo para funções de dois, três e quatro pontos, é consistente com a simetria de calibre e explica que há o mesmo fator que acompanha as contribuições de terceira e quatro ordens (no campo externo) como para as contribuições de segunda ordem. O último foi encontrado anteriormente para ser  $-\frac{e^2}{6m^2\pi^2}$ .

## APÊNDICE D – Regras de Feynman da QED

- (a) Desenhar todos os diagramas conectados e amputados que contribuem para o espalhamento;
- (b) Escreva as funções dos propagadores (somente as linhas internas);

$$\begin{array}{c} \alpha \\ \bullet \end{array} \xrightarrow{p} \begin{array}{c} \beta \\ \bullet \end{array} = - \frac{(\not{p} + m)_{\alpha\beta}}{p^2 - m^2 - i\epsilon}$$

Figura 15: Propagador do elétron

$$\begin{array}{c} \mu \\ \bullet \end{array} \text{---} \begin{array}{c} k \\ \text{~~~~~} \\ \bullet \end{array} \nu = - \frac{i}{k^2 - i\epsilon} \left( g_{\mu\nu} - (1 - \alpha) \frac{k_\mu k_\nu}{k^2 - i\epsilon} \right)$$

Figura 16: Propagador do fóton

- (c) Para cada vértice

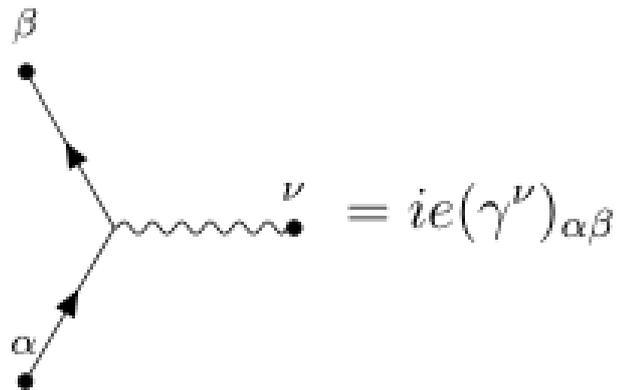


Figura 17: Vértice

;

- (d) Para as linhas externas, as (com atenção do sinal relativo entre diagramas iguais sob a troca de ponto de inserção de linhas fermiônicas externas)

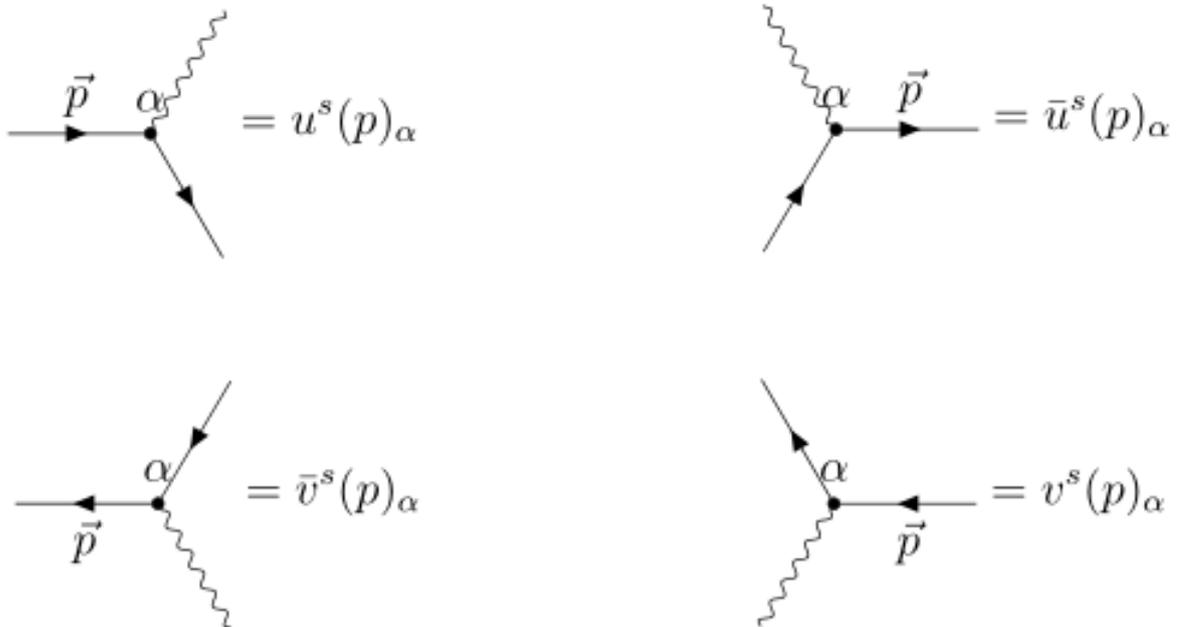


Figura 18: Linhas externas para férmions

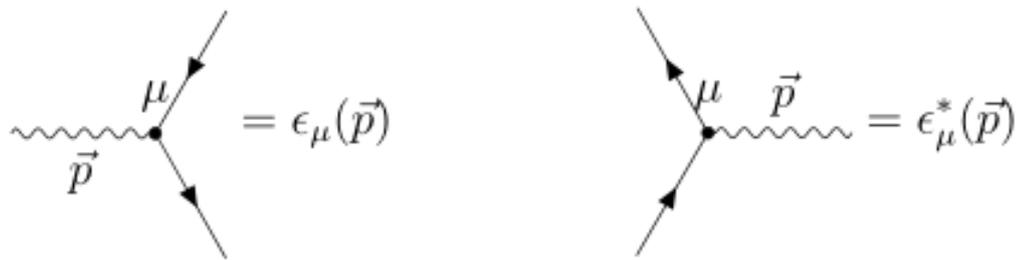


Figura 19: **Linhas externas do foton**

;

- (e) Imponha conservação de momento em cada vértice (re-escrevendo os momentos internos);
- (f) integre sobre cada momento não determinado:  $\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4}$ ;
- (g) Multiplique por (-1) para cada loop fermiônico.

# APÊNDICE E – Artigos Publicados

Eur. Phys. J. C (2019) 79:817  
<https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-019-7342-y>

THE EUROPEAN  
 PHYSICAL JOURNAL C



Regular Article - Theoretical Physics

## Non-Abelian aether-like term in four dimensions

A. J. G. Carvalho<sup>1,a</sup>, D. R. Granado<sup>2,b</sup>, J. R. Nascimento<sup>1,c</sup>, A. Yu. Petrov<sup>1,d</sup>

<sup>1</sup> Departamento de Física, Universidade Federal da Paraíba, Caixa Postal 5008, João Pessoa, Paraíba 58051-970, Brazil

<sup>2</sup> Duy Tân University, Institute of Research and Development, P809, 3 Quang Trung, Hải Châu, Đà Nẵng, Vietnam

Received: 28 August 2019 / Accepted: 20 September 2019 / Published online: 4 October 2019  
 © The Author(s) 2019

**Abstract** The non-Abelian aether-like Lorentz-breaking term, involving triple and quartic self-coupling vertices, is generated from the non-Abelian generalization of the Lorentz-breaking extended QED including only a minimal spinor-vector interaction. This term is shown explicitly to be finite and non-ambiguous.

### 1 Introduction

The Lorentz symmetry breaking opens broad possibilities for constructing extensions of known field theory models. The first steps in this direction were presented in the paradigmatic

symmetry but preserves the gauge symmetry. In [7], the authors presented the appropriate scheme for the path integral quantization of Yang–Mills–CFJ system. In order to remove properly the gauge copies, one must restrict the path integral to a subspace of independent dynamical fields called Gribov region. In [8], it was shown for the first time in the YM system that, in order to deal with the gauge copies, such restriction is mandatory and as a consequence implies the modification of the gluon propagator. In the low-energy limit of the theory, the gluon propagator exhibits the propagation of non-physical particles, which means that we are no longer able to describe the propagation of the real degrees of freedom of the theory in its low-energy limit. This feature is interpreted



## Regimes of 3D Yang–Mills theory in the presence of a constant vector background

D. R. Granado<sup>1,2,a</sup>, A. J. G. Carvalho<sup>3,b</sup>, A. Yu. Petrov<sup>3,c</sup>, David Vercauteren<sup>1,2,d</sup>

<sup>1</sup> Institute of Research and Development, Duy Tan University, Da Nang 550000, Vietnam

<sup>2</sup> Faculty of Natural Sciences, Duy Tan University, Da Nang 550000, Vietnam

<sup>3</sup> Departamento de Física, Universidade Federal da Paraíba, Caixa Postal 5008, João Pessoa, Paraíba 58051-970, Brazil

Received: 11 February 2021 / Accepted: 23 April 2021

© The Author(s) 2021

**Abstract** In this paper, we take into account the Gribov copies present in 3D Yang–Mills–Higgs theory with a constant vector background whose presence breaks the Lorentz symmetry. The constant vector background is introduced within the non-Abelian aether term. Here, we show that this term arises as a one-loop correction. The influence of the aether coupling constant on the system is treated afterwards. As a result, we find that for some values of it the theory can be driven from a nonperturbative regime to a perturbative one. In this paper, we work with the Higgs field in the fundamental representation and in the Landau gauge.

for Lorentz symmetry breaking have been carried out (see for example [9] and references therein). The renormalizability of minimal LV QED was furthermore discussed in [10].

Given the importance of the Higgs mechanism in the Standard Model, Lorentz breaking in the  $U(1)$  gauge-Higgs system has also enjoyed considerable interest in the last twenty years, with many different scenarios and aspects having come under scrutiny [11–16].

The works listed above considered Lorentz symmetry breaking in the context of QED. At the same time, further development of these studies implied in a formulation of the Standard Model Extension (SME) [2,3] involving LV

# APÊNDICE F – Outras Publicações



Available online at [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com)

**ScienceDirect**

Nuclear Physics B 942 (2019) 393–409

**NUCLEAR  
PHYSICS B**

[www.elsevier.com/locate/nuclphysb](http://www.elsevier.com/locate/nuclphysb)

## Perturbative generation of photon Lorentz violating terms from a pseudo-tensor Lorentz-breaking extension of QED

A.J.G. Carvalho<sup>a</sup>, A.F. Ferrari<sup>b,c</sup>, A.M. de Lima<sup>a</sup>, J.R. Nascimento<sup>a</sup>,  
A.Yu. Petrov<sup>a,\*</sup>

<sup>a</sup> Departamento de Física, Universidade Federal da Paraíba, Caixa Postal 5008, 58051-970, João Pessoa, Paraíba, Brazil

<sup>b</sup> Universidade Federal do ABC, Centro de Ciências Naturais e Humanas, Rua Santa Adélia, 166, 09210-170, Santo André, SP, Brazil

<sup>c</sup> Indiana University Center for Spacetime Symmetries, Indiana University, Bloomington, IN 47405-7105, United States of America

Received 13 August 2018; received in revised form 26 March 2019; accepted 30 March 2019

Available online 3 April 2019

Editor: Stephan Stieberger

---

**Abstract**

## Podolsky electrodynamics from a condensation of topological defects

D. R. GRANADO<sup>2</sup>, A. J. G. CARVALHO<sup>3</sup>, A. YU. PETROV<sup>3</sup>  and P. J. PORFIRIO<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup> *Department of Physics and Astronomy, University of Pennsylvania - Philadelphia, PA 19104, USA*

<sup>2</sup> *Institute of Research and Development, Duy Tan University - 3 Quang Trung, Hai Chau, Da Nang, Vietnam*

<sup>3</sup> *Departamento de Física, Universidade Federal da Paraíba - Caixa Postal 5008, 58051-970, João Pessoa, Paraíba, Brazil*

received 4 December 2019; accepted in final form 26 March 2020

published online 6 April 2020

PACS 11.15.-q – Gauge field theories

PACS 11.15.Kc – Classical and semi-classical techniques

**Abstract** – In this paper we demonstrate the arising of higher-derivative contributions to the effective action of electrodynamics on the basis of the generalized Julia-Toulouse mechanism and explicitly show that the complete effective action arising within this methodology is nonlocal.

Copyright © EPLA, 2020