

Ellen Victória Soares da Silva

Física de neutrinos e o universo primordial

João Pessoa - PB

2022

Ellen Victória Soares da Silva

Física de neutrinos e o universo primordial

Trabalho de conclusão do curso de graduação
em Física do Centro de Ciências Exatas e da
Natureza da Universidade Federal da Paraíba
como requisito parcial para a obtenção do
título de Bacharel em Física.

Universidade Federal da Paraíba – UFPB

Centro de Ciências Exatas e da Natureza – CCEN

Departamento de Física – DF

Orientador: Prof. Dr. Paulo Sérgio Rodrigues da Silva

João Pessoa - PB

2022

Catálogo na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

S586f Silva, Ellen Victorya Soares da.
Física de neutrinos e o universo primordial / Ellen
Victorya Soares da Silva. - João Pessoa, 2022.
51 p. : il.

Orientação: Paulo Sérgio Rodrigues da Silva.
TCC (Curso de Bacharelado em Física) - UFPB/CCEN.

1. Neutrinos. 2. Cosmologia. 3. Física de
partículas. I. Silva, Paulo Sérgio Rodrigues da. II.
Título.

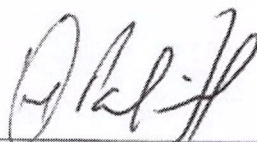
UFPB/CCEN

CDU 53(043.2)

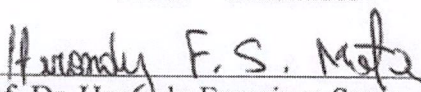
Ata da Sessão Pública da Defesa do
Trabalho de Conclusão de Curso de
Bacharelado em Física, da discente
Ellen Victória Soares da Silva.

Aos 02 dias do mês de dezembro do ano de 2022, às 10h, reuniram-se os membros da Banca Examinadora constituída pelos docentes Prof. Dr. Paulo Sérgio Rodrigues da Silva (UFPB), orientador e presidente da banca examinadora, o Prof. Dr. Herondy Francisco Santana Mota (UFPB) e o Prof. Dr. Paulo José Ferreira Porfírio da Silva (UFPB) para avaliar a discente Ellen Victória Soares da Silva. Dando início aos trabalhos, o professor orientador e presidente da banca examinadora comunicou aos presentes a finalidade da reunião. A seguir, concedeu a palavra à discente Ellen Victória Soares da Silva para que fizesse a explanação, oralmente, de seu Trabalho de Conclusão de Curso, intitulado "*Física de Neutrinos e o Universo Primordial*". Concluída a exposição, a discente foi arguida pela Banca Examinadora. Após as arguições, a banca examinadora, de comum acordo, declarou que a monografia apresentada foi aprovada com nota 9,5. Assim sendo, encerrada a reunião, eu, Prof. Dr. Paulo Sérgio Rodrigues da Silva (UFPB), orientador e presidente da banca examinadora, lavrei esta ata, que vai assinada pelos demais examinadores, pelo discente e por mim que a subscrevi.

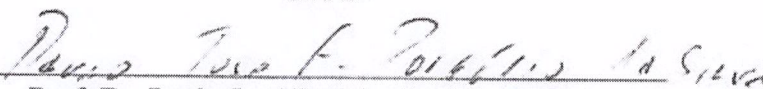
João Pessoa, 02 de dezembro de 2022.



Prof. Dr. Paulo Sérgio Rodrigues da Silva
UFPB – Orientador

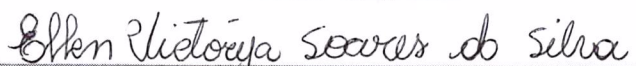


Prof. Dr. Herondy Francisco Santana Mota
UFPB



Prof. Dr. Paulo José Ferreira Porfírio da Silva
UFPB

Prof. Dr. Jorge Gabriel Gomes de Souza Ramos
UFPB - Suplente



Ellen Victória Soares da Silva
Discente

Dedico esse trabalho às minhas avós, Edna Maria e Luzinete Araújo (in memoriam).

Agradecimentos

Agradeço à minha mãe, Mylene Araújo. Ela, que pra mim é sinônimo de força, foi fundamental para minha formação, sempre me apoiou em minhas escolhas e me ajudou a realizá-las.

A todos os professores do departamento de Física da UFPB, em especial ao Prof. Paulo Sérgio que sempre exerceu com excelência seu papel de professor e orientador, de forma paciente e divertida. Agradeço pelas discussões e ensinamentos que levarei para toda a minha vida.

Às minhas avós Edna Maria e Luzinete Araújo (*in memoriam*), a quem dedico esse trabalho e amo incondicionalmente.

A todos os meus familiares que de alguma forma contribuíram com minha formação.

Aos meus amigos, em especial à Myrella e Leo, que sempre estiveram comigo e foram fundamentais para a construção desse trabalho.

Aos meus colegas e amigos da universidade, que tornaram essa jornada mais fácil.

E à Propesq-UFPB pelo apoio financeiro em meus últimos anos de graduação.

*There's two possible outcomes:
if the result confirms the hypothesis,
then you've made a discovery.
If the result is contrary to the hypothesis,
then you've made a discovery.
(Enrico Fermi)*

Resumo

Atualmente a cosmologia e a física de partículas encontram-se em um período extraordinário de descobertas, dada a grande quantidade de instrumentos, como aceleradores, detectores e satélites, e de dados observacionais precisos disponíveis. No entanto, apesar das recentes grandes descobertas em ambas as áreas da física, ainda há questões em aberto, como a determinação da escala de massa absoluta dos neutrinos, sua hierarquia, sua natureza fermiônica e seu papel na existência e evolução do universo. O presente trabalho busca dar uma visão geral sobre essas questões. Para tanto, foi necessário realizar um estudo detalhado acerca dos aspectos fundamentais dos neutrinos, desde a proposta de sua existência, por Wolfgang Pauli, com o objetivo de explicar o espectro de energia do decaimento beta, dos aspectos básicos da mecânica quântica relativística, a fim de obter a equação de Dirac para férmions de spin $1/2$, do problema da oscilação de sabor e da fraca interação dos neutrinos. Por fim, abordaremos alguns problemas contemporâneos que não são explicados pelo Modelo Padrão da Física de Partículas, ou pelo Modelo Cosmológico Padrão.

Palavras-chave: Neutrinos; Cosmologia; Física de partículas.

Abstract

Both Cosmology and Particle Physics are undergoing an extraordinary period of discoveries, hence the quantity of instruments, such as accelerators, detectors and satellites, as well as the availability of accurate observational data. Nevertheless, aside from the recent discoveries in both fields of physics, open questions remain unanswered, such as the determination of the absolute neutrino mass scale, its hierarchy, fermionic nature and influence in the universe's existence and evolution. The study aims to obtain an overview towards those questions. To do so, it required a detailed analysis of neutrino's fundamental aspects, from the proposal of its existence, presented by Wolfgang Pauli, focusing on explaining the energy spectrum of beta decay, basic aspects of relativistic quantum mechanics, to obtain Dirac's equation for spin $1/2$ particles, flavor oscillation issues and weak neutrino interaction. Finally, we shall address contemporary issues which are not explained either by Standard Model of Particle Physics or the Standard Cosmological Model.

Keywords: Neutrinos; Cosmology; Particle physics.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Representação do mar de Dirac.	25
Figura 2 – (a) Representação de uma partícula com helicidade de mão direita; (b) Representação de uma partícula com helicidade de mão esquerda	28
Figura 3 – (a) Representação do caso comum, em que o elétron é emitido na direção do spin do núcleo; (b) Representação do caso raro, em que o elétron é emitido na direção oposta ao spin do núcleo.	30
Figura 4 – Representação de uma fonte produzindo neutrinos do tipo eletrônico que, conforme se propagam, mudam de sabor e são detectados, após uma distância L como sendo neutrinos muônicos.	32
Figura 5 – Diagrama de Feynmann representando a produção do neutrino ele- trônico, que pode estar associado aos autoestados de massa ν_1, ν_2 ou ν_3	34
Figura 6 – Representação de um plano cartesiano, cujas coordenadas representam os estados de sabor, ν_2 e ν_μ , e os estados de massa, ν_1 e ν_2 , conectados pelo ângulo de mistura θ	37
Figura 7 – Diagrama de Feynman representando a produção do antineutrino do elétron ($\bar{\nu}_e$) e do neutrino do elétron (ν_e), respectivamente.	41
Figura 8 – Diagrama de Feynman representando o decaimento beta duplo sem neutrino.	42
Figura 9 – Representação de uma estrela em órbita de raio r dentro de uma galáxia espiral de raio R	44
Figura 10 – Disponível em:< https://www.esa.int/ESA_Multimedia/Images/2013/03/Planck_CMB >. Acesso em :08/11/2022.	47

Sumário

1	INTRODUÇÃO	11
2	A HISTÓRIA DOS NEUTRINOS	13
3	DESCRIÇÃO DOS NEUTRINOS	16
3.1	Forma covariante da equação de Dirac	20
3.2	Soluções da equação de Dirac	21
3.3	Interpretação de Teoria Quântica de Campos	25
3.4	Simetrias	27
3.4.1	Paridade	28
3.4.2	CP	30
3.5	Descrição da oscilação:	31
4	FÍSICA DE PARTÍCULAS VERSUS COSMOLOGIA	38
4.1	As massas dos neutrinos e seu mecanismo	38
4.2	A natureza fermiônica dos neutrinos	40
4.3	Matéria Escura	42
4.3.1	Formação de Estruturas	44
4.4	Radiação escura	47
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	49
	REFERÊNCIAS	50

1 Introdução

Com a descoberta dos prótons e dos nêutrons, pensou-se que o entendimento acerca da estrutura da matéria estava completo; no entanto, entre os anos de 1930 e 1950, novas partículas começaram a ser descobertas, por meio de ferramentas como aceleradores de partículas e raios cósmicos. Essa grande quantidade de partículas, que constituía o chamado "zoológico de partículas" (LINCOLN, 2018), possuía muitas propriedades diferentes, que envolviam o seu tipo de interação, suas massas, cargas, spins etc. Dada a quantidade de partículas descobertas, a física precisava de um princípio unificador, que explicasse os padrões vistos nesses objetos.

Em meados de 1960 percebeu-se que os prótons e os nêutrons eram constituídos de partículas ainda menores, os quarks. Hoje em dia conhecemos seis quarks: up, down, charm, strange, top e bottom. Além dos quarks, há outra classe de partículas, os léptons, também compostos por seis partículas: elétron, múon, tau, neutrino eletrônico, neutrino muônico e neutrino tauônico. Essas doze partículas, junto aos bósons Z, W, de Higgs, glúons e fótons, compõem o Modelo Padrão da Física de Partículas (MP). Esse modelo, além de descrever as partículas existentes, explica as suas interações.

A física de partículas está inteiramente ligada à cosmologia, pois o estudo das menores estruturas que compõem a matéria têm implicações diretas no estudo da origem, evolução e composição do universo. No contexto da cosmologia, portanto, há o Modelo Cosmológico Padrão (MCP), ou teoria do Big Bang, que é, atualmente, o modelo que descreve os aspectos fundamentais do universo, bem como sua distribuição de energia em suas diversas formas, mais bem aceito da cosmologia. O sucesso de tal teoria deve-se a grande concordância entre suas previsões e as observações experimentais, como dos desvios espectrais para o vermelho apresentados por galáxias distantes, a abundância de elementos leves, como o deutério e o hélio, a radiação cósmica de fundo e suas anisotropias e a origem das estruturas, como galáxias e aglomerados de galáxias (RYDEN, 2017).

O termo “padrão”, nos dois casos, implica que esses modelos funcionam bem, concordando com o que observamos, no entanto, como ficará claro nesse trabalho, há motivos experimentais e teóricos para considerarmos suas extensões. Um desses motivos reside no estudo dos neutrinos, que o MP descreve como partículas de spin $1/2$, sem carga e sem massa. No entanto, a verificação experimental de que os neutrinos passam por um processo chamado de oscilação de sabor permite a conclusão de que eles são massivos. Tal constatação atrelada ao fato de que os neutrinos são a segunda partícula mais abundante do universo fez com que os neutrinos fossem os primeiros candidatos a compor a matéria escura. Ou seja, os neutrinos possuem um papel fundamental na evolução do nosso universo.

Sendo assim, há questões, tanto da física de partículas quanto da cosmologia, que envolvem os neutrinos, e que permanecem sem soluções completas e, portanto, não são explicadas por esses modelos.

Visando abordar essas questões em aberto, que envolvem a determinação da escala absoluta da massa dos neutrinos, sua hierarquia, sua natureza fermiônica e o seu papel na existência e evolução do universo, o que justifica esse trabalho é o fato de que estamos em um período extraordinário de descobertas, cujo progresso técnico-científico nos proporciona tanto um alto grau de precisão no que diz respeito às observações cosmológicas quanto o desenvolvimento de equipamentos como aceleradores, colisores e detectores de partículas, reatores nucleares e satélites, que nos fornecem uma riqueza de dados. Deste modo, além de medir neutrinos advindos do sol, de supernovas e de raios cósmicos, é possível produzir feixes de neutrinos e estudar com precisão essas partículas que podem ser a chave para o entendimento de alguns mistérios do nosso universo.

Nesse sentido, o objetivo dessa pesquisa é o entendimento das questões em aberto que envolvem os neutrinos no contexto da cosmologia e da física de partículas. De forma mais específica, buscou-se compreender as possíveis soluções para esses problemas, juntamente aos esforços e experimentos atuais.

Para tal, iniciaremos no capítulo 2, apresentando uma breve história dos neutrinos, desde a proposta de sua existência, em 1930 por Wolfgang Pauli, até a sua detecção, em 1956 por Frederick Reines e Clyde L. Cowan, por meio do projeto Poltergeist. Em seguida, no capítulo 3, estudamos brevemente o desenvolvimento da mecânica quântica relativística que permitiu, por meio da equação de Dirac, descrever os neutrinos; nesse contexto, vemos que, além da existência de partículas, temos o surgimento da interpretação da existência de antipartículas e sua posterior confirmação. Esse estudo é de extrema importância no entendimento da existência do universo, dada a assimetria matéria-antimatéria, abordada na seção 3.4. Ainda buscando descrever essas partículas, analisamos sucintamente o processo de oscilação de sabor, que permite a primeira interpretação de que os neutrinos possuem massa; fato que não consegue ser explicado pelo MP. Finalmente, após a compreensão dos aspectos gerais da física de neutrinos, apresentamos as questões em aberto que envolvem essas partículas, como a busca pela sua escala de massa absoluta, sua natureza fermiônica, sua contribuição para a matéria escura e para a radiação escura.

2 A história dos neutrinos

A primeira ideia da existência dos neutrinos surgiu com Wolfgang Pauli, em 1930, a partir do decaimento beta. Tal processo consiste em uma transição nuclear, dominada por interações fracas, em que o número atômico do núcleo muda em uma unidade, ou seja, um núcleo se transforma em outro núcleo por meio da emissão de uma partícula beta. Hoje em dia sabemos que, nesse processo, essencialmente, um nêutron se transforma em um próton, com a emissão de um elétron, no entanto, em 1930, os nêutrons ainda não eram conhecidos.

Um processo desse tipo é denominado decaimento de dois corpos. Podemos considerar um decaimento de dois corpos genérico,

$$A \longrightarrow B + C \quad (2.1)$$

em que o núcleo mãe (A) está em repouso. Quando o núcleo A se decompõe produzindo o núcleo B mais a partícula C ,¹ a soma das massas de B e C é diferente da massa de A , tal que essa diferença aparece como energia cinética da partícula C . Ou seja, se o núcleo A sempre tiver como produto B e C , a diferença de massa entre A e B deve ser sempre a mesma, bem como a energia cinética de C também deve ser.

Como o decaimento Beta era considerado um decaimento de dois corpos e tomando que a massa do elétron é muito menor do que a do nêutron, toda energia liberada pelo decaimento deveria ser convertida em energia cinética do elétron, de modo que esperava-se que o elétron emitido tivesse sempre a mesma energia cinética. No entanto, na realidade, era observado que o elétron possuía um espectro de energia contínuo, ou seja, assumia diferentes energias, contrariando a teoria.

Uma das primeiras soluções a esse problema foi fornecida por Niels Bohr, que propôs a não conservação de energia em processos nucleares. No entanto, tendo em vista a ousadia de tal proposta, visto que a conservação de energia é uma lei, Pauli, por meio de uma carta aberta intitulada "Caros senhores e senhoras radioativas"², (PAULI, 1978), propôs a existência de uma nova partícula, que estaria sendo emitida, juntamente ao elétron, no decaimento beta. Segundo Pauli, essa partícula deveria ser neutra, com spin 1/2 e deveria obedecer ao princípio da exclusão. Com isso, o espectro beta contínuo faria sentido, dado que a soma das energias do elétron e dessa nova partícula, deveria ser constante.

¹ No caso dos decaimentos alfa e gama, C é uma partícula alfa e um fóton, respectivamente.

² Essa carta foi direcionada ao grupo que participava de uma conferência de físicos nucleares, em Tübingen, Alemanha, que visava discutir o decaimento beta.

Somente em 1932, após a descoberta do nêutron, Enrico Fermi propôs o nome de neutrino, que significa "pequeno nêutron". Ademais, em 1934, Fermi desenvolveu sua teoria, (FERMI, 1934), que descreve o espectro de energia do decaimento beta, indicando que a massa de repouso do neutrino deveria ser zero, ou muito pequena quando comparada à massa do elétron. Posteriormente, por meio da teoria de Fermi, Hans Bethe e Rudolf Peierls puderam calcular a probabilidade de interação dos neutrinos com a matéria, (BETHE; PEIERLS, 1934), mostrando que esta deveria ser essencialmente desprezível, de modo que seus cálculos implicavam que um neutrino produzido pelo decaimento beta poderia viajar imensas distâncias sem interagir com nada. Dessa forma, é possível concluir que os neutrinos interagem por meio da força fraca. Bethe e Peierls sugeriram ainda que se, no decaimento beta, um nêutron cria um próton, um elétron e um anti-neutrino,

$$n \longrightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e, \quad (2.2)$$

deveria existir um decaimento beta inverso, em que um próton decai criando um nêutron, um pósitron e um neutrino,

$$p \longrightarrow n + e^+ + \nu_e. \quad (2.3)$$

No entanto, apesar dos neutrinos explicarem perfeitamente o espectro beta contínuo, até meados de 1950 eles ainda eram tidos como partículas fantasmas, dada sua difícil detecção. Apenas em julho de 1956 Frederick Reines e Clyde L. Cowan Jr. conseguiram, a partir do experimento chamado de projeto Poltergeist, (REINES, 1996), pela primeira vez, detectar antineutrinos por meio de reatores nucleares. A detecção se baseou no decaimento beta inverso, tal que os antineutrinos formados nesse processo deveriam interagir com prótons, para produzir nêutrons e pósitrons, na forma

$$\bar{\nu}_e + p \longrightarrow n + e^+, \quad (2.4)$$

de modo que os pósitrons rapidamente encontram elétrons e, por meio da aniquilação de pares, produzem dois fótons em direções opostas ³, no entanto apenas a detecção desses dois fótons não era uma prova da observação dos neutrinos, logo o processo de detecção se baseou na medição coincidente dos fótons combinada a uma reação de captura de nêutrons alguns μs depois para confirmar a ocorrência da reação 2.4.

Para a realização do experimento que permitiu a detecção dos neutrinos, Cowan e Reines utilizaram um tanque de água com cloreto de Cádmio ($CdCl_2$), dado que o cádmio é um forte absorvedor de nêutrons, dissolvido em água cercado por cintiladores líquidos, que detectam os fótons da aniquilação de pares, bem como os fótons da reação de captura de nêutrons. Esse experimento foi realizado em diferentes configurações e diferentes reatores, acarretando na detecção dos neutrinos e rendendo, em 1995, um prêmio Nobel a Frederick Reines.

³ Assumindo que os momentos do pósitron e do elétron eram iguais antes da aniquilação, por conta da conservação do impulso, os dois fótons devem viajar em direções opostas.

Tendo em vista a detecção bem sucedida dos neutrinos, tornou-se importante descrevê-los. Para tal, faz-se necessário uma formulação relativística da mecânica quântica, cuja descrição será feita no próximo capítulo seguindo a referência (THOMSON, 2013). Seu ponto de partida se dá na mecânica quântica não relativística, por meio da equação de Schrödinger, cujas soluções são funções de onda que contém todas as informações sobre um estado particular de um sistema. Tendo em vista que Schrödinger obteve sua equação a partir da relação não relativística entre energia e momento,

$$E = \frac{\mathbf{p}^2}{2m}, \quad (2.5)$$

promovendo tais quantidades a operadores, que atuam nas funções de onda,

$$\hat{E} \rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t}; \quad (2.6)$$

$$\hat{\mathbf{p}} \rightarrow -i\hbar \nabla = -i\hbar \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right), \quad (2.7)$$

a primeira tentativa para um equivalente relativístico se deu seguindo o mesmo critério, ou seja, Klein-Gordon realizou o mesmo procedimento utilizando a relação relativística entre momento e energia,

$$E^2 = \mathbf{p}^2 + m^2, \quad (2.8)$$

promovendo tais quantidades a operadores. No entanto, como ficará claro no próximo capítulo, tal procedimento leva a alguns problemas, que fazem com que Dirac busque uma formulação alternativa para tal equação. Posto isso, é a equação de Dirac que descreve os férmions, como os elétrons e neutrinos, no Modelo Padrão.

3 Descrição dos neutrinos

Tendo em vista a necessidade da formulação relativística da mecânica quântica, Klein Gordon obteve sua equação partindo da relação 2.8, fazendo os operadores energia e momento atuarem na função de onda ψ da forma:

$$\hat{E}^2\psi(\mathbf{x}, t) = \hat{\mathbf{p}}^2\psi(\mathbf{x}, t) + m^2\psi(\mathbf{x}, t), \quad (3.1)$$

de modo que, associando às relações 2.6 e 2.7, resulta na equação de Klein-Gordon, que é, em suma, a equação de Schrödinger na forma relativística:

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = \nabla^2\psi - m^2\psi, \quad (3.2)$$

que pode ser expressa em sua forma covariante:

$$(\partial^\mu\partial_\mu + m^2)\psi = 0, \quad (3.3)$$

onde

$$\partial^\mu\partial_\mu \equiv \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right). \quad (3.4)$$

Tomando que a equação 3.2 seja boa para descrever partículas relativísticas no contexto da mecânica quântica, é de extremo interesse calcular a densidade de probabilidade e a corrente de probabilidade. Uma densidade de probabilidade $P(x, t)$ representa a probabilidade, por unidade de comprimento do eixo x , de encontrar a partícula representada pela função de onda $\psi(x, t)$, num instante t , próxima à coordenada x ; já a corrente de probabilidade refere-se à probabilidade por segundo de que uma partícula seja encontrada ao cruzar algum ponto de referência (SAKURAI; COMMINS, 1995). Como ficará claro adiante, para nós, a primeira quantidade será mais importante.

Para calcular tais quantidades, podemos seguir o mesmo procedimento utilizado para a equação de Schrödinger, conforme a referência (THOMSON, 2013). Considerando, portanto, o complexo conjugado da equação 3.2,

$$\frac{\partial^2\psi^*}{\partial t^2} = \nabla^2\psi^* - m^2\psi^*, \quad (3.5)$$

e tomando o produto $\psi^* \times 3.2 - \psi \times 3.5$, após simplificações, obtemos que

$$\frac{\partial}{\partial t}(\psi^*\frac{\partial\psi}{\partial t} - \psi\frac{\partial\psi^*}{\partial t}) = \nabla(\psi^*\nabla\psi - \psi\nabla\psi^*). \quad (3.6)$$

Portanto, a densidade de probabilidade é dada por:

$$\rho = i(\psi^*\frac{\partial\psi}{\partial t} - \psi\frac{\partial\psi^*}{\partial t}) \quad (3.7)$$

bem como a corrente de probabilidade:

$$j = -i(\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*). \quad (3.8)$$

É importante salientar que a densidade de probabilidade é uma quantidade real e positiva definida, no entanto, é fácil notar que a positividade da densidade associada à equação de Klein-Gordon (3.7) depende do valor de ψ . Tal impasse fica claro no caso da partícula livre, cuja solução é dada por

$$\psi(\vec{x}, t) = N e^{i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{x} - Et)}, \quad (3.9)$$

onde

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = -iE\psi(\mathbf{x}, t); \quad \frac{\partial \psi^*}{\partial t} = iE\psi^*(\mathbf{x}, t), \quad (3.10)$$

tal que obtemos,

$$\rho = 2E\psi^*\psi. \quad (3.11)$$

Ou seja, dada a relação entre energia e momento 2.8, temos que $E = \pm \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}$ e, como consequência, a densidade 3.11 pode ser uma quantidade negativa. Essa foi, portanto, uma das dificuldades de se obter uma equação para a mecânica quântica relativística, já que não é possível interpretar a relação 3.7 como uma densidade de probabilidade, que sempre está associada a valores positivos.

Tendo em vista o problema emergente ao considerar a equação de Klein Gordon para descrever a mecânica quântica relativística, Dirac surgiu, em 1928, com uma formulação alternativa. Nesse seção, abordaremos tal formulação de acordo com a referência (THOMSON, 2013). Dirac percebeu que exigir que partículas relativísticas obedecessem à relação 2.8 leva à uma equação cuja derivada temporal é em segunda ordem, de modo que, como a relatividade trata espaço e tempo de forma igualitária, buscando resolver o impasse, ele procurou uma equação de onda que fosse linear no tempo, ou seja, da forma:

$$\hat{E}\psi = (\alpha \cdot \hat{\mathbf{p}} + \beta m)\psi, \quad (3.12)$$

onde,

$$\hat{H}_D = (\alpha \hat{\mathbf{p}} + \beta m) \quad (3.13)$$

é a forma do hamiltoniano de Dirac. Como veremos adiante, é de extremo interesse conhecer a natureza de α e β . Essa equação, naturalmente, pode ser escrita em termos dos operadores 2.6 e 2.7,

$$i \frac{\partial}{\partial t} \psi = (-i\alpha_x \frac{\partial}{\partial x} - i\alpha_y \frac{\partial}{\partial y} - i\alpha_z \frac{\partial}{\partial z} + \beta m)\psi. \quad (3.14)$$

Se, de fato, as soluções da equação acima representam partículas relativísticas, elas devem satisfazer a relação entre energia e momento de Einstein (2.8) e, consequentemente, a equação de Klein-Gordon (3.2).

Para determinar α e β , portanto, apliquemos o operador energia mais uma vez à equação acima, que é equivalente à tomar o seu quadrado, visando aparecer termos do tipo p^2 e m^2 , similares à relação entre momento e energia de Einstein:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = & \alpha_x^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \alpha_y^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \alpha_z^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - \beta^2 m^2 \psi + (\alpha_x \alpha_y + \alpha_y \alpha_x) \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} + \\ & (\alpha_y \alpha_z + \alpha_z \alpha_y) \frac{\partial^2 \psi}{\partial y \partial z} + (\alpha_z \alpha_x + \alpha_x \alpha_z) \frac{\partial^2 \psi}{\partial z \partial x} + i(\alpha_x \beta + \beta \alpha_x) m \frac{\partial \psi}{\partial x} + \\ & i(\alpha_y \beta + \beta \alpha_y) m \frac{\partial \psi}{\partial y} + i(\alpha_z \beta + \beta \alpha_z) m \frac{\partial \psi}{\partial z}. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Como a equação acima deve recuperar a equação de Klein-Gordon, comparando seus termos à equação 3.2, extraímos que α e β devem satisfazer as condições:

$$\alpha_x^2 = \alpha_y^2 = \alpha_z^2 = \beta^2 = I \quad (3.16)$$

$$\alpha_i \alpha_j + \alpha_j \alpha_i = 0 (i \neq j) \quad (3.17)$$

$$\alpha_i \beta + \beta \alpha_i = 0 \quad (3.18)$$

Essas condições nos mostram a natureza de α e β : para que as relações de anticomutação 3.17 e 3.18 sejam verdadeiras, ou seja, para que $\alpha_i \alpha_j = -\alpha_j \alpha_i$ e $\alpha_i \beta = -\beta \alpha_i$, é fácil verificar que esses α_i e β não podem ser apenas números, mas podem ser matrizes.

Esse, no entanto, foi apenas o primeiro passo para conhecer essas matrizes. Como estamos interessados em saber como expressá-las, é possível inferir suas propriedades tomando, como ponto de partida, as condições 3.16, 3.17 e 3.18. Podemos obter a primeira propriedade considerando as condições 3.16 e 3.18 juntamente ao caráter cíclico dos traços das matrizes:

$$Tr(ABC) = Tr(BCA) = Tr(CAB), \quad (3.19)$$

tal que,

$$Tr(\alpha_i) = Tr(\alpha_i \beta \beta) = Tr(\beta \alpha_i \beta) = -Tr(\alpha_i \beta \beta) = -Tr(\alpha_i) \Rightarrow Tr(\alpha_i) = 0; \quad (3.20)$$

$$Tr(\beta) = Tr(\alpha_i \alpha_i \beta) = Tr(\alpha_i \beta \alpha_i) = -Tr(\beta \alpha_i \alpha_i) = -Tr(\beta) \Rightarrow Tr(\beta) = 0. \quad (3.21)$$

Ou seja, a primeira propriedade nos mostra que $Tr(\alpha_i) = Tr(\beta) = 0$. Buscando a obtenção da segunda propriedade, tomemos o produto entre a equação de autovalor

$$\alpha_i u = \lambda u \quad (3.22)$$

e α_i . Disso, temos que

$$\alpha_i \alpha_i u = \lambda \alpha_i u \quad (3.23)$$

portanto,

$$u = \lambda^2 u \longrightarrow \lambda = \pm 1. \quad (3.24)$$

Ou seja, as matrizes α_i possuem autovalores $+1$ e -1 ; o mesmo segue para a matriz β .

Tomando que tais matrizes possuem traço zero e autovalores ± 1 , é possível concluir que estas possuem dimensão par, mais especificamente possuem dimensão 4^4 .

Uma terceira propriedade pode ser obtida tomando que o operador Hamiltoniano de Dirac, 3.13, é hermitiano, ou seja $E^\dagger = E$, tal que

$$\alpha^\dagger \cdot \vec{p} + \beta^\dagger m = \alpha \cdot \vec{p} + \beta m, \quad (3.25)$$

disso, é possível concluir que α_i e β também são hermitianas.

A partir das propriedades descritas acima, podemos concluir que a função de onda ψ , conhecida como espinor de Dirac, deve possuir quatro componentes,

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{pmatrix}$$

de modo que α_i e β são matrizes 4×4 de operadores que devem atuar no espinor de Dirac.

Finalmente, podemos representar essas matrizes por meio das matrizes de Pauli, na representação de Pauli-Dirac, na forma:

$$\beta = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}; \alpha_i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{pmatrix}.$$

onde $\vec{\sigma} = \sigma_x \hat{i} + \sigma_y \hat{j} + \sigma_z \hat{k}$, tal que,

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}; \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

e

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Assim como na equação de Klein-Gordon, estamos interessados em calcular a corrente de probabilidade e a densidade de probabilidade; para tal, seguiremos a mesma técnica abordada anteriormente. No entanto, notemos que, diferentemente da equação de Klein-Gordon, a função de onda é dada em termos de um espinor de quatro componentes

⁴ Sua dimensão não pode ser 2 porque, neste caso poderíamos ter: $\alpha_1 = \sigma_x, \alpha_2 = \sigma_y, \alpha_3 = \sigma_z, \beta = I_{2 \times 2}$; ou seja, levando em conta a relação de anticomutação $\{\alpha_i, \beta\} = 0$, obrigatoriamente $\alpha_i = 0$. Note que as matrizes σ_x, σ_y e σ_z são indicadas ainda nessa página

e, portanto, o complexo conjugado é substituído pelo hermitiano conjugado, que equivale à conjugar e, posteriormente, transpor a matriz, $(\psi^* \longrightarrow \psi^\dagger = (\psi^*)^T)$.

Tomemos, então o hermitiano conjugado da equação de Dirac,

$$-i\frac{\partial\psi^\dagger}{\partial t} = i\frac{\partial\psi^\dagger}{\partial x}\alpha_x^\dagger + i\frac{\partial\psi^\dagger}{\partial y}\alpha_y^\dagger + i\frac{\partial\psi^\dagger}{\partial z}\alpha_z^\dagger + m\psi^\dagger\beta^\dagger \quad (3.26)$$

e façamos o produto $\psi^\dagger \times 3.14 - 3.26 \times \psi$,

$$i\psi^\dagger\frac{\partial\psi}{\partial t} + i\frac{\partial\psi^\dagger}{\partial t}\psi = \psi^\dagger(-i\alpha_x\frac{\partial\psi}{\partial x} - i\alpha_y\frac{\partial\psi}{\partial y} - i\alpha_z\frac{\partial\psi}{\partial z} + \beta m\psi) - (i\frac{\partial\psi^\dagger}{\partial x}\alpha_x^\dagger + i\frac{\partial\psi^\dagger}{\partial y}\alpha_y^\dagger + i\frac{\partial\psi^\dagger}{\partial z}\alpha_z^\dagger + m\psi^\dagger\beta^\dagger)\psi \quad (3.27)$$

em que podemos considerar as derivadas totais:

$$\psi^\dagger\frac{\partial\psi}{\partial t} + \frac{\partial\psi^\dagger}{\partial t}\psi = \frac{\partial}{\partial t}[\psi^\dagger\psi], \quad (3.28)$$

$$\psi^\dagger\alpha_x\frac{\partial\psi}{\partial x} + \frac{\partial\psi^\dagger}{\partial x}\alpha_x\psi = \frac{\partial}{\partial x}[\psi^\dagger\alpha_x\psi]. \quad (3.29)$$

Nesta última, consideramos o fato de que α é uma matriz hermitiana. A partir disso, temos que:

$$i\frac{\partial\psi}{\partial t}[\psi^\dagger\psi] = -i\left[\frac{\partial}{\partial x}(\psi^\dagger\alpha_x\psi) + \frac{\partial}{\partial y}(\psi^\dagger\alpha_y\psi) + \frac{\partial}{\partial z}(\psi^\dagger\alpha_z\psi)\right] + m\psi^\dagger\beta\psi - m\psi^\dagger\beta^\dagger\psi \quad (3.30)$$

que pode ser escrito na forma simplificada:

$$\nabla \cdot (\psi^\dagger\alpha\psi) + \frac{\partial}{\partial t}(\psi^\dagger\psi) = 0. \quad (3.31)$$

A partir disso, obtemos a corrente de probabilidade,

$$\vec{j} = \psi^\dagger\alpha\psi \quad (3.32)$$

e a densidade de probabilidade,

$$\rho = \psi^\dagger\psi = |\psi_1|^2 + |\psi_2|^2 + |\psi_3|^2 + |\psi_4|^2 \quad (3.33)$$

que é positivo definida, como queríamos. Ou seja, escrever uma equação linear no espaço e no tempo resolve o problema da densidade de probabilidade negativa e fornece uma equação que descreve a mecânica quântica relativística e que carrega, em seu espinor, um importante significado físico.

3.1 Forma covariante da equação de Dirac

Tendo em vista a invariância de Lorentz na equação de Dirac, podemos expressar sua forma covariante, ou seja, em termos dos índices de Lorentz conforme a referência (THOMSON, 2013). Para tal, tomemos o produto entre a equação 3.14 e a matriz β :

$$i\beta\alpha_x\frac{\partial\psi}{\partial x} + i\beta\alpha_y\frac{\partial\psi}{\partial y} + i\beta\alpha_z\frac{\partial\psi}{\partial z} + i\beta\frac{\partial\psi}{\partial t} - \beta^2 m\psi = 0 \quad (3.34)$$

e definamos as matrizes γ^μ de Dirac, que satisfazem a álgebra de Clifford, como:

$$\gamma^\mu = (\gamma^0, \gamma^1, \gamma^2, \gamma^3), \quad (3.35)$$

onde, utilizando as unidades naturais:

$$\gamma^0 \equiv \beta, \gamma^1 \equiv \beta\alpha_x, \gamma^2 \equiv \beta\alpha_y, \gamma^3 \equiv \beta\alpha_z, \quad (3.36)$$

bem como a quadri derivada covariante,

$$\partial_\mu \equiv (\partial_0, \partial_1, \partial_2, \partial_3) \equiv \left(\frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right). \quad (3.37)$$

Adotando as definições acima e tomando ainda que $\beta^2 = 1$, a equação 3.34 torna-se:

$$i\gamma^0\partial_0\psi + i\gamma^1\partial_1\psi + i\gamma^2\partial_2\psi + i\gamma^3\partial_3\psi - m\psi = 0 \quad (3.38)$$

que pode ser escrita na forma:

$$(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi = 0 \quad (3.39)$$

que, como queríamos, equivale a forma covariante da equação de Dirac.

3.2 Soluções da equação de Dirac

Como visto anteriormente, o espinor de Dirac é composto por quatro componentes, diferentemente da função de onda ψ da mecânica quântica não relativística, o que gera a questão de como descrever, por exemplo, um elétron ou um neutrino por meio de quatro componentes. Inicialmente, busquemos soluções de ondas planas para partículas livres na forma,

$$\psi(\mathbf{x}, t) = u(E, \mathbf{p})e^{i(\mathbf{p}\cdot\mathbf{x} - Et)}, \quad (3.40)$$

onde ψ é uma função de onda que satisfaz a equação de Dirac e $u(E, \mathbf{p})$ é o espinor de Dirac.

Podemos analisar primeiramente o caso mais simples, em que a partícula está em repouso, ou seja, em que $\mathbf{p} = 0$, e posteriormente, olhar para o caso geral. Neste caso, a solução de onda plana pode ser escrita na forma:

$$\psi(\vec{x}, t) = u(E, 0)e^{-iEt}, \quad (3.41)$$

de modo que, similarmente ao caso anterior, resolvendo os termos da equação 3.39 para a função de onda acima, dada apenas em termos de t , obtemos:

$$\partial_0\psi = -iE\psi, \quad (3.42)$$

o que nos leva a relação,

$$E\gamma^0u(E, 0) = mu(E, 0). \quad (3.43)$$

A equação acima pode ser escrita na forma de uma equação de autovalor (THOMSON, 2013), em termos da matriz diagonal γ e das componentes do espinor $u(E, 0)$:

$$E \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{pmatrix} = m \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{pmatrix}.$$

Resolvendo, portanto, as equações acima, obtemos quatro soluções na forma:

$$u_1(E, 0) = N \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, u_2(E, 0) = N \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$u_3(E, 0) = N \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, u_4(E, 0) = N \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

É fácil notar que u_1 e u_2 possuem autovalor de energia positivo ($E = +m$) e u_3 e u_4 possuem autovalor de energia negativo ($E = -m$). Associando, finalmente, as soluções acima com a relação 3.41, obtemos que

$$\psi_1 = N \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-imt}, \psi_2 = N \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-imt},$$

$$\psi_3 = N \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{+imt}, \psi_4 = N \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{+imt},$$

que são soluções associadas a energias e frequências positivas (ψ_1 e ψ_2) e negativas (ψ_3 e ψ_4).

Podemos buscar, finalmente, uma solução geral para a equação de Dirac tomando, como base o caso tratado acima. Resolvendo os termos da equação 3.39 para a função de onda 3.40, temos que

$$\partial_0 \psi = -iE\psi, \partial_1 \psi = ip_x \psi, \partial_2 \psi = ip_y \psi, \partial_3 \psi = ip_z \psi \quad (3.44)$$

tal que, substituindo na equação de Dirac,

$$(\gamma^0 E - \gamma^1 p_x - \gamma^2 p_y - \gamma^3 p_z - m)u(E, \mathbf{p})e^{i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{x} - Et)} = 0, \quad (3.45)$$

que pode ser escrito em termos do índice μ ,

$$(\gamma^\mu p_\mu - m)u = 0. \quad (3.46)$$

e por meio da representação de Pauli-Dirac:

$$\left[\begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} E - \begin{pmatrix} 0 & \sigma \cdot \mathbf{p} \\ -\sigma \cdot \mathbf{p} & 0 \end{pmatrix} - m \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} \right] u = 0$$

cujo produto $\sigma \cdot \mathbf{p}$ segue das representações matriciais apresentadas anteriormente:

$$\sigma \cdot \mathbf{p} \equiv \sigma_x p_x + \sigma_y p_y + \sigma_z p_z = \begin{pmatrix} p_z & p_x - ip_y \\ p_x + ip_y & -p_z \end{pmatrix}.$$

Tendo em vista que o espinor u possui quatro componentes, podemos escrevê-lo em termos de u_A e u_B , cada um com duas componentes, ou seja,

$$u = \begin{pmatrix} u_A \\ u_B \end{pmatrix},$$

com

$$u_A = \begin{pmatrix} u_A^{(1)} \\ u_A^{(2)} \end{pmatrix},$$

e

$$u_B = \begin{pmatrix} u_B^{(1)} \\ u_B^{(2)} \end{pmatrix}.$$

Relacionando as equações acima, obtemos:

$$\left[\begin{pmatrix} (E - m)I & 0 \\ 0 & -(E + m)I \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & \sigma \cdot \mathbf{p} \\ -\sigma \cdot \mathbf{p} & 0 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} u_A \\ u_B \end{pmatrix} = 0$$

que nos fornece o sistema de equações: $\begin{cases} (E - m)I u_A - (\sigma \cdot \mathbf{p}) u_B = 0 \\ (\sigma \cdot \mathbf{p}) u_A - (E + m)I u_B = 0 \end{cases}$, do qual obtemos que

$$u_A = \frac{\sigma \cdot \mathbf{p}}{(E - m)I} u_B, \quad (3.47)$$

$$u_B = \frac{\sigma \cdot \mathbf{p}}{(E + m)I} u_A. \quad (3.48)$$

Utilizando a representação ortogonal mais simples:

$$u_A^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$u_A^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

obtemos

$$u_B^{(1)} = \frac{1}{E+m} \begin{pmatrix} p_z & p_x - ip_y \\ p_x + ip_y & -p_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{E+m} \begin{pmatrix} p_z \\ p_x + ip_y \end{pmatrix}.$$

com solução associada:

$$u_1(E, p) = N_1 \begin{pmatrix} u_A \\ u_B \end{pmatrix} = \frac{N_1}{E+m} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ p_z \\ p_x + ip_y \end{pmatrix}$$

e

$$u_B^{(2)} = \frac{1}{E+m} \begin{pmatrix} p_z & p_x - ip_y \\ p_x + ip_y & -p_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{E+m} \begin{pmatrix} p_x - ip_y \\ -p_z \end{pmatrix}.$$

com solução associada:

$$u_2(E, p) = \frac{N_2}{E+m} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ p_x - ip_y \\ -p_z \end{pmatrix}.$$

O mesmo procedimento pode ser feito escolhendo a representação

$$u_B^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$u_B^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

do qual obtemos as soluções associadas:

$$u_3(E, p) = \frac{N_3}{E-m} \begin{pmatrix} p_z \\ p_x + ip_y \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$u_4(E, p) = \frac{N_4}{E-m} \begin{pmatrix} p_x - ip_y \\ -p_z \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

É possível perceber, substituindo um dos espinores acima na equação de Dirac, que a relação entre energia e momento de Einstein é recuperada. Seguindo tal passo, é fácil constatar que os espinores u_1 e u_2 estão associados à energias positivas, bem como os espinores u_3 e u_4 estão associados à energias negativas.

O passo seguinte à obtenção das soluções da equação de Dirac refere-se às suas interpretações. A primeira sugestão para as soluções de energia negativa foi dada por Dirac por meio do vácuo de Dirac, ou teoria do buraco (GRIFFITHS, 2020). Este é um modelo teórico do vácuo, que será considerado como um mar infinito em que todos os estados de energia negativa estão preenchidos por partículas. Nesse contexto, todos os estados de energia negativa são preenchidos e os de energia positiva não. Tendo em vista que o vácuo não possui números quânticos e considerando, como exemplo, que essas partículas que o preenche são elétrons, um fóton externo, com energia de pelo menos duas vezes a massa do elétron, pode atingir um desses elétrons do vácuo, conforme a figura 1, excitando-o, de modo que este terá energia maior do que zero e o que restará no vácuo será um buraco com energia positiva e com todos os números quânticos opostos aos do elétron. Ou seja, a ausência de um elétron com energia negativa equivale a presença de um pósitron com energia positiva. Em síntese, um buraco no vácuo de Dirac corresponde a antipartículas de energia positiva e números quânticos opostos aos da partícula.

Essa interpretação de Dirac, no entanto, só funciona para o caso dos férmions, que obedecem ao princípio da exclusão de Pauli, que afirma que dois férmions, como exemplo dois elétrons, não podem compartilhar o mesmo estado de energia dentro do átomo, ou seja, não podem ter os mesmos números quânticos. Como não há, para os bósons, nada equivalente ao princípio da exclusão, esse vácuo poderia ser preenchido indefinidamente, de modo que todas as partículas decaíam para o estado de menor energia. Portanto, a interpretação de Dirac, apesar de bastante revolucionária, é limitada. Contudo, em 1933, foi confirmado experimentalmente que as antipartículas previstas por Dirac correspondem, de fato, a estados físicos reais.

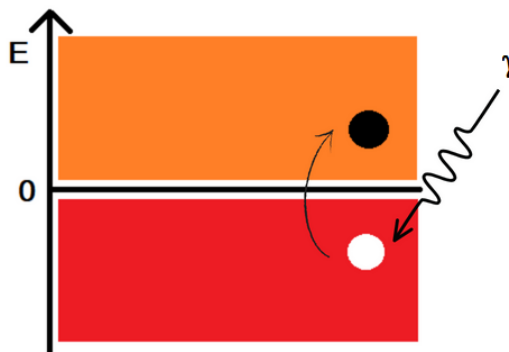


Figura 1 – Representação do mar de Dirac.

3.3 Interpretação de Teoria Quântica de Campos

Como visto neste capítulo, na mecânica quântica as partículas são descritas por funções de onda que satisfazem uma equação de onda apropriada, no entanto, no contexto

da teoria quântica de campos, essas mesmas partículas são descritas por excitações de campos que satisfazem uma equação de campo apropriada (THOMSON, 2013). Em suma, a equação de Klein Gordon descreve a evolução dos campos $\phi(x)$, que representam partículas escalares de spin 0, enquanto a equação de Dirac descreve a evolução dos campos $\psi(x)$ que representam partículas de spin 1/2.

Estamos acostumados a descrever a dinâmica de um sistema por meio da mecânica newtoniana, no entanto quando os sistemas possuem forças de vínculo, por exemplo, essa descrição se torna bastante complicada e, como solução, podemos descrevê-lo em termos de um conjunto de coordenadas generalizadas q_i e suas velocidades generalizadas $\dot{q}_i$. O que descreve a dinâmica desse sistema é, portanto, uma função dessas coordenadas, a função lagrangiana $L(q_i, \dot{q}_i)$ e ela está relacionada a uma quantidade fundamental para essa descrição, denominada ação S , da forma:

$$S = \int L(q, \dot{q}) dt. \quad (3.49)$$

Ao considerarmos, portanto, um sistema descrito pelas coordenadas generalizadas q_i que esteja evoluindo de um ponto A a um ponto B , percebemos que essa evolução pode acontecer de infinitas formas, no entanto, o princípio da mínima ação afirma que essa evolução se dá ao longo do “caminho” que extremize a ação. Esse princípio substitui as leis de Newton por determinar a evolução do sistema. Ademais, se a lagrangiana do sistema é conhecida, os caminhos que minimizam S satisfazem a equação de Euler-Lagrange

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0. \quad (3.50)$$

Como exemplo de sistema, temos o campo clássico. No entanto, ao considerarmos sistemas contínuos, a lagrangiana é substituída por uma densidade lagrangiana, $\mathcal{L}(\phi_i, \partial_\mu \phi_i)$, onde ϕ_i representa os campos e $\partial_\mu \phi_i$ representa a derivada do campo com relação a cada uma das coordenadas do espaço-tempo. A lagrangiana e a densidade lagrangiana estão relacionadas da forma:

$$L = \int \mathcal{L} d^3 \vec{x}. \quad (3.51)$$

O que descreve as equações de movimento neste caso é um equivalente à equação de Euler-Lagrange

$$\partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi_i)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_i} = 0. \quad (3.52)$$

Posto isto, a densidade lagrangiana que recupera a equação de Klein-Gordon é dada por

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi) (\partial^\mu \phi) - \frac{1}{2} m^2 \phi^2, \quad (3.53)$$

enquanto a lagrangiana que recupera a equação de Dirac é dada por

$$\mathcal{L} = i \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi - m \bar{\psi} \psi. \quad (3.54)$$

No caso da equação de Dirac, podemos verificar essa afirmação escrevendo a equação 3.52 em termos de $\bar{\psi}$:

$$\partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial x_\mu})} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \bar{\psi}} = 0, \quad (3.55)$$

e, tendo em vista que o primeiro termo se anula, resta apenas:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \bar{\psi}} = 0. \quad (3.56)$$

Efetuando, portando essa derivada, obtemos a relação,

$$i\gamma^\mu \partial_\mu \psi - m\psi = 0 \quad (3.57)$$

que é a equação de Dirac. O mesmo pode ser feito para a lagrangiana de Klein-Gordon.

3.4 Simetrias

Da seção 3.2, pudemos perceber que o universo é composto por partículas, que compreendem a matéria, e por antipartículas, que compreendem a antimatéria. Essas duas entidades são criadas e aniquiladas em pares, como no processo

$$\gamma \longrightarrow l^+ + l^-, \quad (3.58)$$

onde l representa um lépton, o que nos faz pensar que deve haver quantidades iguais destas. No entanto, se uma partícula e uma antipartícula se aniquilam e liberam energia ao se encontrarem, o nosso universo não deveria ser como o conhecemos, mas sim preenchido por energia, sem matéria, o que indica que, na verdade, o nosso universo contém muito mais partículas do que antipartículas (LINCOLN, 2012). As principais ideias para explicar essa questão envolvem simetrias no âmbito das interações fracas.

A força fraca é uma das interações mais misteriosas do nosso universo e os neutrinos possuem um papel fundamental para seu entendimento. Notoriamente, seu nome deve-se ao fato de que é uma força extremamente fraca; essa intensidade pode ser visualizada no decaimento beta sofrido pelo carbono catorze (^{14}C), um isótopo do carbono bastante utilizado na paleontologia para a datação de fósseis (para maiores informações, consultar (BJÖRCK; WOHLFARTH, 2002)), que decai com um tempo característico de 5730 anos, ou seja, se um átomo demora tanto tempo para reagir, a interação envolvida deve ser fraca (LINCOLN, 2012).

Como será abordado nessa seção, existem algumas simetrias que por muito tempo foram consideradas como absolutas, cujo cenário muda ao considerarmos as interações fracas; para compreender tais simetrias, vamos, de antemão, esclarecer o conceito de helicidade.

A helicidade é definida como a projeção do spin de uma partícula ao longo de sua direção de movimento:

$$h = \frac{\vec{S} \cdot \vec{p}}{p}. \quad (3.59)$$

Uma partícula pode ser classificada de acordo com sua helicidade, podendo ser de mão direita ($h = +1$) ou de mão esquerda ($h = -1$). Diz-se que a partícula é de mão direita quando a direção do spin e do momento linear são paralelas, e de mão esquerda quando são antiparalelas, conforme a figura 2. É importante notar que a helicidade não é um invariante de Lorentz, tal que, de modo geral, é possível considerar um referencial em que a direção da partícula seja modificada. Isso, no entanto não acontece para partículas sem massa, que viajam à velocidade da luz e, portanto, não é possível escolher um referencial cuja direção de propagação dessas partículas sejam alteradas. Todavia, esse cenário também é alterado ao considerarmos o caso dos neutrinos, de maneira que na natureza apenas são observados neutrinos de mão esquerda e antineutrinos de mão direita. Esse fato pode ser observado ao olharmos para o decaimento do méson pión em repouso,

$$\pi^- \longrightarrow \mu + \bar{\nu}_\mu. \quad (3.60)$$

Como esse decaimento acontece com o pión em repouso, por conta da conservação de momento linear, as partículas resultantes sairão em direções opostas e como o pión tem spin igual a zero, por questões de conservação de momento angular, a soma dos spins das partículas resultantes deve ser zero e, portanto, o múon e o antineutrino do múon terão spins opostos. Posto isso, no decaimento do pión, sempre é visto o múon e o antineutrino do múon como partículas de mão direita, mesmo sendo observado na natureza múons de mão esquerda, o que implica que antineutrinos sempre serão de mão direita. Posto o que é helicidade, é possível compreender as simetrias a seguir.

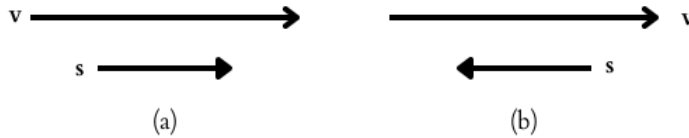


Figura 2 – (a) Representação de uma partícula com helicidade de mão direita; (b) Representação de uma partícula com helicidade de mão esquerda .

3.4.1 Paridade

A paridade é uma simetria que está relacionada a uma imagem espelhada, por exemplo, quando você levanta sua mão direita em frente a um espelho, sua imagem levanta

a mão esquerda; ou seja, o operador paridade está associado à uma inversão espacial,

$$P|p\rangle = -|p\rangle. \quad (3.61)$$

Dessa maneira, se tratarmos do movimento de partículas, a paridade é conservada se sua medição for independente de estar se movendo para frente ou para trás, que, matematicamente falando, equivale a substituir x por $-x$ nas equações e suas medidas e previsões não serem alteradas.

Até meados de 1956 imaginava-se que o inverso de qualquer processo era possível, no entanto os físicos Tsung-Dao Lee e Chen Ning Yang perceberam que, apesar de haver muitas evidências de que isso acontecia no caso das forças forte e eletromagnética, não haviam evidências de que isso era verdadeiro no contexto da força fraca (LEE; YANG, 1956).

O que motivou tal percepção foi o estudo do decaimento, através da força fraca, das partículas estranhas tau (τ) e theta (θ) que apesar de possuírem carga, massa e tempo de vida idênticos, percebeu-se que a partícula theta decaía em dois píons e a partícula tau decaía em três píons. Tendo em vista que a paridade dos píons era conhecida, $P = -1$, era possível concluir que a paridade do tau era $P = -1$ enquanto a do theta valia $P = 1$. Ou seja, se a paridade fosse uma quantidade conservada, essas partículas, cujas propriedades eram idênticas, eram diferentes.

Visando testar a paridade nas interações fracas, Lee e Young recorreram a Chien-Shiung Wu. Disso, foi proposto um teste por meio do decaimento beta do cobalto 60 (WU et al., 1957),

$${}^{60}\text{Co} \longrightarrow {}^{60}\text{Ni} + e^- + \bar{\nu}_e. \quad (3.62)$$

O teste consistia em alinhar núcleos de cobalto 60 radiativo, por meio de um campo magnético uniforme, de modo que seus spins apontassem, por exemplo, na direção do eixo z . Se a força fraca conserva paridade, os decaimentos (a) e (b) da figura 3 devem ocorrer com a mesma frequência; caso contrário, a paridade não é uma simetria das interações fracas. Isto posto, observava-se que os elétrons eram emitidos preferencialmente, ou seja em uma taxa muito maior, na direção do spin do cobalto, confirmando que, de fato, a paridade não é uma simetria das interações fracas.

Em 1957 foi confirmado que a paridade não é uma simetria das interações fracas, no entanto imaginava-se que a conjugação de carga era. O operador conjugação de carga converte cada partícula em sua antipartícula, mudando o sinal de todos os seus números quânticos (número bariônico e leptônico, estranheza etc) e carga, sem mudar sua massa, energia, momento e spin,

$$C|p\rangle = |\bar{p}\rangle. \quad (3.63)$$

Nesse sentido, apenas as partículas que são suas próprias antipartículas conservam paridade, como, por exemplo, o fóton, cujos números quânticos são nulos. Todavia, ao aplicarmos o

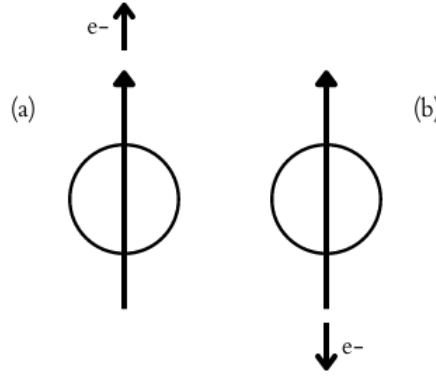


Figura 3 – (a) Representação do caso comum, em que o elétron é emitido na direção do spin do núcleo; (b) Representação do caso raro, em que o elétron é emitido na direção oposta ao spin do núcleo.

operador conjugação de carga a um neutrino, cuja helicidade é de mão esquerda,

$$C|\nu_{ME}\rangle = |\bar{\nu}_{ME}\rangle, \quad (3.64)$$

obtemos um antineutrino de mão esquerda que, como comentado anteriormente, não é observado na natureza.

3.4.2 CP

Tendo em vista que as interações fracas não conservam paridade e conjugação de carga, observou-se que combinar as duas simetrias, o que equivale a aplicar o operador paridade e, posteriormente, o operador conjugação de carga, funcionava. Ou seja, ao aplicar o operador paridade a um neutrino de mão esquerda, obtemos um neutrino de mão direita que, posteriormente, ao aplicar o operador conjugação de carga, se transforma em um antineutrino de mão direita,

$$|\nu_{ME}\rangle \longrightarrow |\nu_{MD}\rangle \longrightarrow |\bar{\nu}_{MD}\rangle, \quad (3.65)$$

que é observado na natureza.

No entanto, há o caso do méson estranho kaon. Percebeu-se que esta partícula poderia se transformar em sua antipartícula, todavia, esses mésons podiam decair em dois e três píon. Esse caso é similar ao das partículas theta e tau, visto que um estado contendo dois píons possui paridade $+1$, enquanto um estado contendo três píons possui paridade -1 , de modo que uma única partícula não poderia decair em dois sentidos.

Nesse sentido, os físicos Gell-Mann e Pais propuseram que, na verdade, essas partículas que eram observadas em laboratório não eram K^0 e $\bar{K}^0$, mas sim uma combinação

linear delas (ROBSON et al., 2013),

$$|K_c\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle), \quad (3.66)$$

$$|K_l\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle) \quad (3.67)$$

que são autoestados de CP,

$$CP|K_c\rangle = |K_c\rangle, \quad (3.68)$$

$$CP|K_l\rangle = -|K_l\rangle. \quad (3.69)$$

Ou seja, se CP é conservada nas interações fracas, K_c só poderia decair em estados com $CP = +1$ e K_l em estados com $CP = -1$, ou seja, em dois e três píons, respectivamente. Em 1964, Cronin e Fitch fizeram um experimento produzindo um feixe de kaons e, tendo em vista que o decaimento em dois píons, K_c , acontece de forma mais rápida, é possível, deixando o feixe percorrer uma longa distância, selecionar o decaimento apenas em três píons, ou seja, selecionar apenas K_l . Nesse experimento eles encontraram 45 eventos de 2π em um total de 22700 decaimentos, o que é uma evidência de violação de CP. Ou seja, CP também não é uma simetria das interações fracas.

A não conservação de CP nas interações fracas nos fornece um mecanismo de preferência da matéria sobre a antimatéria, evidenciando que existem sim processos que preferem a matéria à antimatéria; no entanto, a violação de CP sozinha não é suficiente pra explicar o nosso universo. Portanto, especula-se que essa assimetria também pode ser explicada em termos do processo de oscilação de sabor, descrito na próxima seção, caso os antineutrinos oscilem a uma taxa ligeiramente diferente dos neutrinos.

3.5 Descrição da oscilação:

Além da fraca interação dos neutrinos, uma característica que têm grandes implicações no âmbito da física é sua massa. O Modelo Padrão da física de partículas descreve os neutrinos como sem massa e por muito tempo se acreditou nisso, no entanto hoje em dia, devido à grande quantidade de dados observacionais advindos de neutrinos solares, atmosféricos, reatores e detectores, é possível constatar que os neutrinos possuem sim uma pequena massa.

O que permite tal interpretação é a constatação de que os neutrinos passam por um processo chamado de oscilação de sabor, que é caracterizado pelo fato de que um neutrino podem ser produzido com um determinado estado de sabor, por exemplo eletrônico, e ao se propagar, pode ser detectado com outro estado de sabor, por exemplo muônico, conforme a figura 4; esse processo foi proposto pelo físico Bruno Pontecorvo em 1957 que percebeu que, se os neutrinos passam por tal processo, eles deveriam ter massa (PONTECORVO,

1958). Uma das evidências desse processo pode ser vista no problema dos neutrinos solares.

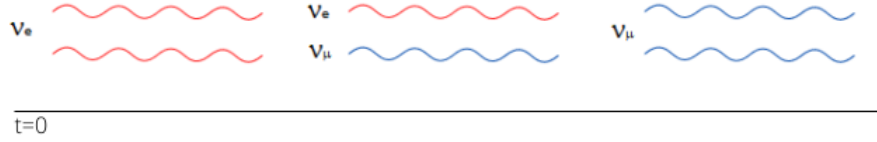


Figura 4 – Representação de uma fonte produzindo neutrinos do tipo eletrônico que, conforme se propagam, mudam de sabor e são detectados, após uma distância L como sendo neutrinos muônicos.

O sol é uma das nossas maiores fontes de neutrinos, no entanto este produz apenas neutrinos do tipo eletrônico. Sabendo-se disso, é possível calcular quantos neutrinos são emitidos pelo Sol e quantos devem ser detectados aqui na Terra. Em meados de 1960, esses cálculos foram realizados, juntamente com um experimento para a medição de tal fluxo, no entanto, ao se comparar os dados teóricos aos experimentais, pôde-se perceber que sempre eram detectados apenas cerca de 1/3 dos neutrinos esperados. A solução para esse problema é dada pelo processo de oscilação. Como o detector foi desenvolvido para detectar apenas neutrinos solares, que são do tipo eletrônico, e na jornada do sol até a terra, esses neutrinos se transformavam nas outras duas variedades, que não interagem com o detector, havia tal discrepância entre os dados e a teoria. Esse problema só foi resolvido em 2001, graças aos dados obtidos pelo Observatório de Neutrinos de Sudbury, que associaram o problema dos neutrinos solares ao fenômeno de oscilação (LESKO, 1993).

É possível descrever, por meio da mecânica quântica, o processo de oscilação de sabor. Nesta seção, a princípio será feita uma descrição geral dos aspectos da oscilação (ZUBER, 2020) e em seguida, será ilustrado o caso simplificado em que há apenas dois sabores de neutrinos- digamos, associados ao elétron e ao múon (THOMSON, 2013). A descrição da oscilação é feita de modo que os três sabores de neutrinos ativos (ν_e, ν_μ, ν_τ) são uma superposição quântica de diferentes estados de massa (m_1, m_2, m_3), ou seja, são escritos como uma combinação linear dos autoestados de massa ν_i , com $i = 1, 2, 3$, por meio de uma matriz de mistura unitária $U_{\alpha i}$, na forma:

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_i U_{\alpha i} |\nu_i\rangle \quad (3.70)$$

ou, de forma explícita,

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}.$$

Ou seja, não é possível saber qual autoestado de massa foi produzido associado ao autoestado de sabor, conforme a imagem 5, de modo que este se propaga como uma superposição de autoestados de massa até o momento em que interage e a função de onda colapsa, permitindo que o neutrino seja observado em um estado de sabor particular. Posto isso, o neutrino do elétron é descrito pela combinação linear:

$$|\nu_e\rangle = U_{e1}|\nu_1\rangle + U_{e2}|\nu_2\rangle + U_{e3}|\nu_3\rangle. \quad (3.71)$$

Como a matriz de mistura é unitária, $U^\dagger U = 1$, a descrição da oscilação pode ser feita em termos, também, dos autoestados de massa,

$$|\nu_i\rangle = \sum_{\alpha} U_{\alpha i}^* |\nu_{\alpha}\rangle. \quad (3.72)$$

Essa descrição pode ser feita, ainda, para o caso dos antineutrinos,

$$|\bar{\nu}_{\alpha}\rangle = \sum_i U_{\alpha i} |\bar{\nu}_i\rangle. \quad (3.73)$$

No caso dos neutrinos solares, a oscilação ocorre no percurso do Sol até a Terra, portanto, tendo em vista que o processo de oscilação acontece quando os neutrinos estão se propagando, estamos interessados na evolução temporal desses estados. Os autoestados de massa $|\nu_i\rangle$ são estados estacionários e mostram uma evolução temporal da forma,

$$|\nu_i(x, t)\rangle = e^{i(px - E_i t)} |\nu_i(x, 0)\rangle \quad (3.74)$$

de modo que, considerando que esses neutrinos estão sendo emitidos por uma fonte na posição $x = 0$, em $t = 0$, temos:

$$|\nu_i(x, 0)\rangle = e^{ipx} |\nu_i\rangle. \quad (3.75)$$

Como, em suma, os neutrinos são produzidos e detectados como estados de sabor, podemos olhar para a evolução temporal de tais estados relacionando as equações acima,

$$|\nu_{\alpha}(x, t)\rangle = \sum_{i, \beta} U_{\alpha i} U_{\beta i}^* e^{ipx} e^{i(px - E_i t)} |\nu_{\beta}\rangle, \quad (3.76)$$

disso, fica claro que o sabor do neutrino é uma superposição de estados de neutrinos com massas definidas. Ademais, o fator de fase indica que o conteúdo de sabor final difere do inicial.

É possível, finalmente, calcular a amplitude de transição,

$$A(\alpha \rightarrow \beta) = \langle \nu_{\beta} | \nu_{\alpha}(t) \rangle = \sum_i U_{\beta i}^* U_{\alpha i} e^{i(px - E_i t)} e^{ipx} \quad (3.77)$$

que nos fornece a probabilidade de transição,

$$P(\alpha \rightarrow \beta) = |A(\alpha \rightarrow \beta)|^2 = \sum_i \sum_j U_{\alpha i} U_{\alpha j}^* U_{\beta i}^* U_{\beta j} e^{-it(E_i - E_j)} \quad (3.78)$$

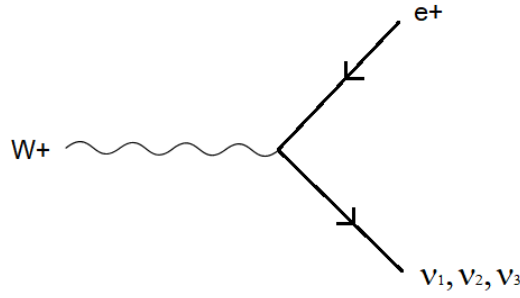


Figura 5 – Diagrama de Feynmann representando a produção do neutrino eletrônico, que pode estar associado aos autoestados de massa ν_1, ν_2 ou ν_3 .

ou seja, a probabilidade de que um neutrino emitido em $t = 0$ com sabor α se propague e seja detectado com um sabor β .

No caso em que os neutrinos são relativísticos, ou seja, em que suas velocidades são próximas à velocidade da luz, podemos tomar o limite em que $p_i \gg m_i$ e $E \sim p$ que, partindo da relação entre momento e energia,

$$E_i = \sqrt{p^2 + m_i^2} = \sqrt{p^2(1 + \frac{m_i^2}{p^2})} \quad (3.79)$$

e, portanto, utilizando a expansão em série de Taylor,

$$E_i = p(1 + \frac{m_i^2}{2p^2}) = p + \frac{m_i^2}{2p} \Rightarrow E_i = E + \frac{m_i^2}{2E} \quad (3.80)$$

nos fornece a relação:

$$E_i - E_j = \frac{\Delta m_{ij}^2}{2E}, \quad (3.81)$$

onde $\Delta m_{ij}^2 = m_i^2 - m_j^2$.

Note que a probabilidade de oscilação 3.78 é dada em termos do tempo de propagação t entre a fonte e o detector, no entanto, nos experimentos de oscilação, esse tempo não é medido, contudo é possível medir o deslocamento L percorrido pelos neutrinos, da fonte até o detector, de modo que, ao considerar que os neutrinos são ultra relativísticos, podemos usar a aproximação $t \sim L$ e, dessa forma, escrever a probabilidade de oscilação em termos da trajetória L e da diferença de massa quadrada Δm_{ij}^2 :

$$P(\alpha \longrightarrow \beta) = \sum_{j,i} U_{\alpha i} U_{\alpha j}^* U_{\beta i}^* U_{\beta j} e^{\frac{-iL\Delta m_{ij}^2}{2E}}. \quad (3.82)$$

Não obstante, fica claro que o fenômeno da oscilação apenas ocorre se essas partículas possuem massa e se essas massas m_i e m_j são diferentes.

Considerando, ademais, o processo de oscilação envolvendo apenas dois sabores, temos que os autoestados de massa se propagam da forma:

$$|\nu_1(t)\rangle = |\nu_1\rangle e^{i(\vec{p}_1 \cdot \vec{x} - E_1 t)} = e^{-ip_1 \cdot x}, \quad (3.83)$$

$$|\nu_2(t)\rangle = |\nu_2\rangle e^{i(\vec{p}_2 \cdot \vec{x} - E_2 t)} = e^{-ip_2 \cdot x}, \quad (3.84)$$

com $p \cdot x = Et - \vec{p} \cdot \vec{x}$. Tomando que a oscilação envolve os neutrinos do tipo eletrônico e muônico, temos que estes estão relacionados aos autoestados de massa por meio da matriz de mistura, que é escrita em termos do ângulo de mistura θ , na forma,

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix},$$

cujo ângulo de mistura θ relaciona os autoestados de massa e de sabor, de maneira similar a um plano cartesiano que relaciona os eixos x e y , conforme a figura 6.

Considerando que um neutrino é produzido em $t=0$ como ν_e ,

$$|\psi(0)\rangle = |\nu_e\rangle = \cos\theta|\nu_1\rangle + \sin\theta|\nu_2\rangle \quad (3.85)$$

sua evolução temporal é dada por:

$$|\psi(\vec{x}, t)\rangle = \cos\theta|\nu_1\rangle e^{-ip_1 \cdot x} + \sin\theta|\nu_2\rangle e^{-ip_2 \cdot x} \quad (3.86)$$

onde p_1 e p_2 são os quadrimomentos associados aos autoestados de massa ν_1 e ν_2 . Se considerarmos que L é a distância percorrida pelo neutrino durante um tempo T , de modo que

$$\phi_i = p_i \cdot x = E_i T - p_i L \quad (3.87)$$

fornece as fases dos autoestados de massa, podemos escrever a propagação dos autoestados de sabor na forma:

$$|\psi(L, T)\rangle = \cos\theta|\nu_1\rangle e^{-i\phi_1} + \sin\theta|\nu_2\rangle e^{-i\phi_2}. \quad (3.88)$$

É possível, de maneira análoga, descrever a evolução dos autoestados de massa,

$$\begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix}$$

que nos fornece a relação:

$$\nu_1 = \cos\theta|\nu_e\rangle - \sin\theta|\nu_\mu\rangle, \quad (3.89)$$

$$\nu_2 = \sin\theta|\nu_e\rangle + \cos\theta|\nu_\mu\rangle, \quad (3.90)$$

que, associada a equação 3.88, nos fornece, após simplificação:

$$|\psi(L, T)\rangle = e^{-i\phi_1}[(\cos^2\theta + e^{-i\Delta\phi_{12}}\sin^2\theta)|\nu_e\rangle - (1 - e^{-i\Delta\phi_{12}})\cos\theta\sin\theta|\nu_\mu\rangle], \quad (3.91)$$

considerando que $\Delta\phi_{12} = \phi_1 - \phi_2 = (E_1 - E_2)T - (p_1 - p_2)L$. É possível notar, inclusive, que o primeiro termo da equação acima está inteiramente associado ao elétron, enquanto o segundo ao múon, portanto, é plausível escrevermos tal relação na forma:

$$|\psi(L, T) > c_e|\nu_e > + c_\mu|\nu_\mu > \quad (3.92)$$

cujas quantidades c_e e c_μ são as amplitudes de probabilidade de se medir o neutrino do elétron e do múon respectivamente. Dessa forma:

$$A(\nu_e) = e^{-i\phi_1}[(\cos^2\theta + e^{-i\Delta\phi_{12}}\sin^2\theta)], \quad (3.93)$$

$$A(\nu_\mu) = e^{-i\phi_1}[(1 - e^{-i\Delta\phi_{12}})\cos\theta\sin\theta|\nu_\mu >]. \quad (3.94)$$

Como consequência, as probabilidades de tais medidas são dadas por:

$$P(\nu_e \longrightarrow \nu_\mu) = |c_\mu|^2 = \sin^2(2\theta)\sin^2\left(\frac{\Delta\phi_{12}}{2}\right) \quad (3.95)$$

e por

$$P(\nu_e \longrightarrow \nu_e) = |c_e|^2 = 1 - |c_\mu|^2. \quad (3.96)$$

Assim, a probabilidade de oscilação depende do ângulo de mistura e da diferença de fase dos autoestados de massa. Disso, é possível concluir também que se $\Delta\phi_{12} = 0$, o neutrino vai ser medido com o sabor eletrônico, já no caso em que este é diferente de zero, haverá uma componente com sabor muônico.

Olhemos, agora, atentamente para a diferença de fase $\Delta\phi_{12} = \phi_1 - \phi_2 = (E_1 - E_2)T - (p_1 - p_2)L$. É possível supor que os momentos dos autoestados de massa são iguais, $p_1 = p_2 = p$, que, por meio da aproximação relativística, nos fornece,

$$\Delta\phi_{12} = (E_1 - E_2)T = \frac{m_1^2 - m_2^2}{2p}L, \quad (3.97)$$

no entanto, essa aproximação requer certo cuidado pois se ν_1 e ν_2 se propagam com velocidades diferentes, eles percorrerão a distância L em tempos diferentes. Não obstante, esse resultado é muito importante; a partir dele, é possível enxergar que a oscilação de sabor reside na diferença de fase, que, por sua vez, depende da diferença quadrada das massas m_1 e m_2 . Ou seja, essa relação nos mostra que, como a oscilação é um processo real, além dos neutrinos possuírem massa, seus autoestados de massa não podem ser iguais, isto é $m_1 \neq m_2$.

Boa parte das questões que envolvem os neutrinos no contexto além do Modelo Padrão podem ser bem estudadas a partir do processo de oscilação; algumas dessas questões serão abordadas no próximo capítulo.

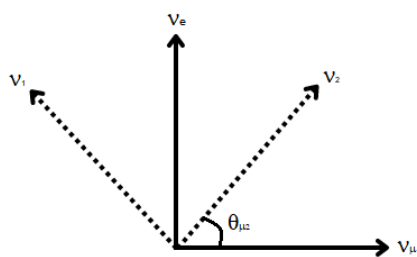


Figura 6 – Representação de um plano cartesiano, cujas coordenadas representam os estados de sabor, ν_2 e ν_μ , e os estados de massa, ν_1 e ν_2 , conectados pelo ângulo de mistura θ .

4 Física de partículas versus Cosmologia

O estudo dos neutrinos têm grandes implicações na física de partículas e na cosmologia, de modo que sua evolução exige esforços de ambas as áreas. Do ponto de vista da física de partículas, além do seu papel fundamental para o entendimento das interações fracas, são grandes os esforços para determinar sua natureza fermiônica e fixar sua escala de massa absoluta, que equivale à medida do seu estado de massa mais leve. Já no contexto da cosmologia, constatar que os neutrinos possuem massa tem consequências para a composição e o destino do universo. Nesse sentido, acredita-se que os neutrinos devam compor uma pequena parcela da chamada matéria escura, bem como da radiação escura.

Neste capítulo serão abordadas algumas questões que são temas de estudo tanto da física de partículas quanto da cosmologia, que envolvem os neutrinos, e que permanecem sem soluções completas.

4.1 As massas dos neutrinos e seu mecanismo

Como tratado anteriormente, desde a descoberta das oscilações dos neutrinos, sabemos que eles possuem uma pequena massa. No entanto, sua escala absoluta permanece desconhecida, em vista disso, são grandes os esforços para medi-la. Os experimentos atuais utilizam tanto o processo de oscilação de sabor quanto o espectro do decaimento beta para estimar esse valor.

Os experimentos de oscilação só nos permitem medir as diferenças dos quadrados das massas dos neutrinos, dadas pelos termos Δm_{ij}^2 , com $i, j = 1, 2, 3$; além disso, essas massas devem ser diferentes para que o fenômeno da oscilação de sabor aconteça. Nesse contexto, é possível que haja duas situações acerca da hierarquia de tais massas:

- Hierarquia invertida: $m_3 < m_2 < m_1$;
- Hierarquia normal: $m_1 < m_2 < m_3$;

que são caracterizadas pelo sinal de $|\Delta m_{31}^2|$, negativo e positivo, respectivamente. Os atuais experimentos não conseguem distinguir entre as duas possibilidades. Todavia, os experimentos de oscilação mais recentes nos fornecem (CAPOZZI et al., 2014):

$$|\Delta m_{21}^2| = |m_2^2 - m_1^2| \approx 7.54 \times 10^{-5} eV^2, \quad (4.1)$$

$$|\Delta m_{32}^2| = |m_3^2 - m_2^2| \approx 2.40 \times 10^{-3} eV^2. \quad (4.2)$$

Os experimentos de oscilação não nos fornecem a medida direta da massa dos neutrinos, no entanto, é possível estimar este valor a partir do decaimento beta, tratado no capítulo 2.

A presença do neutrino no decaimento beta altera o espectro de energia do elétron, no entanto essa distorção só é perceptível próximo ao ponto final do espectro, de modo que, quanto menor for a energia do ponto final, maior é a sensibilidade da medida. Por esse motivo, a maior parte dos experimentos que sondam a massa dos neutrinos utilizam o decaimento beta do trítio,

$${}^3H \longrightarrow {}^3He + e^- + \bar{\nu}_e, \quad (4.3)$$

cuja energia do ponto final é muito pequena:

$$Q = m_{{}^3H} - m_{{}^3He} = 18.6 \text{ KeV}. \quad (4.4)$$

A partir da energia do elétron é possível inferir a energia do neutrino e, portanto, sua massa,

$$E_{\nu_e} = (M_i - M_f - m_e) - T, \quad (4.5)$$

onde M_i é a massa do núcleo mãe (3H), M_f é a massa do núcleo filho (3He), m_e é a massa do elétron e T é a energia cinética do elétron.

Os primeiros experimentos que conseguiram impor um limite superior para a massa dos neutrinos, foram os experimentos de MAINZ, na Alemanha,

$$m_{\nu_e} < 2.3 \text{ eV}, \quad (4.6)$$

e TROITSK, na Rússia,

$$m_{\nu_e} < 2.5 \text{ eV}. \quad (4.7)$$

Os experimentos mais atuais, como o KATRIN (Karlsruhe Tritium Neutrino Experiment) (DIRECT..., 2022), conseguiram diminuir esse limite, atingindo uma sensibilidade de sub elétron-volt, definindo um limite superior de

$$m_{\nu_e} < 0.8 \text{ eV}. \quad (4.8)$$

Para tal, o KATRIN conta com uma fonte gasosa de trítio, que é injetada em uma extremidade sem janelas, onde acontecem milhões de decaimentos beta, que, por sua vez, produzem milhões de elétrons. Um sistema com 24 ímãs supercondutores guiam os elétrons até um enorme espectrômetro, que atua como um filtro passa-altas; ou seja, transmite apenas elétrons acima de um valor de energia específico, qU , onde U é o potencial aplicado no espectrômetro. Os elétrons que não possuem energia suficiente, serão rejeitados e os elétrons selecionados são detectados na saída do espectrômetro e, posteriormente, para um conjunto de valores de qU , o espectro do decaimento beta é obtido e estudado.

Tal experimento continuará coletando dados até 2024, visando uma sensibilidade 4 vezes maior do que a alcançada até o presente momento. Reduzir tal medida, como vem sendo feito, é de grande importância para as teorias atuais da física, lançando luz tanto acerca do mecanismo de obtenção de massa das partículas quanto acerca da evolução das estruturas em larga escala, devido a sua abundância dos neutrinos no Universo, como veremos a seguir.

4.2 A natureza fermiônica dos neutrinos

Outra questão que ainda não foi respondida e que pode lançar luz sobre o mecanismo de obtenção de massa dos neutrinos tem a ver com sua natureza fermiônica. Uma das propriedades que diferencia o neutrino do antineutrino é o seu spin, de modo que, como tratado na seção 3.4, na natureza apenas são observados neutrinos de mão esquerda e antineutrinos de mão direita; no entanto, a constatação de que os neutrinos possuem massa nos permite selecionar um referencial para o qual a helicidade do neutrino seja trocada, ou seja, em que um neutrino seja de mão direita e um antineutrino seja de mão esquerda. A partir disso, é possível questionar a sua natureza, ou seja, se os neutrinos e antineutrinos são a mesma partícula; nesse caso, dizemos que sua natureza é de Majorana, caso contrário, sua natureza é de Dirac.

Ao contrário dos neutrinos de Dirac, que são descritos por quatro graus de liberdade, associados às partículas e antipartículas de spins $\pm 1/2$, os neutrinos de majorana seriam descritos apenas por dois graus de liberdade, ou seja, teríamos apenas uma espécie, que equivaleria à partícula e antipartícula, simultaneamente, de spins $\pm 1/2$. É possível, conforme a referência (JONES, 2021), escrever a equação de Dirac em termos apenas desses dois graus de liberdade.

Um questionamento natural é acerca de como testar se os neutrinos realmente são suas próprias antipartículas. Ao realizarmos experimentos, lidamos a todo momento com neutrinos e antineutrinos, que podem ser diferenciados por meio da conservação de um número quântico chamado de número leptônico. Enquanto as partículas, que são léptons, possuem número leptônico $+1$, suas antipartículas possuem número leptônico -1 , tal que, em um processo qualquer que envolva essas partículas, a conservação dessa quantidade impõe que o número leptônico antes e depois do processo deve ser igual. Isso implica que os modos de produção e detecção dos neutrinos e antineutrinos são diferentes; conforme a figura 7, percebe-se que enquanto um neutrino é produzido juntamente a um pósitron, um antineutrino é produzido com um elétron.

Apesar disso, se os neutrinos são de Majorana, uma espécie de decomposição radioativa, chamada decaimento beta duplo sem neutrino ($0\nu\beta\beta$), deve ser possível. Esse processo é similar ao decaimento beta simples, ou seja, também consiste em uma transição

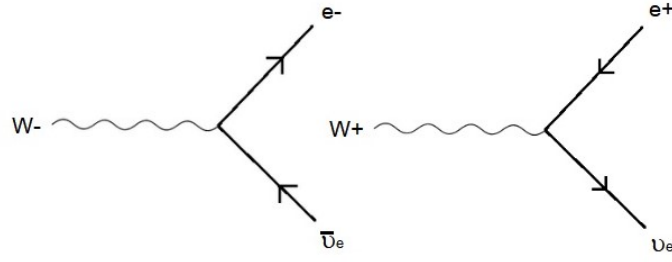


Figura 7 – Diagrama de Feynman representando a produção do antineutrino do elétron ($\bar{\nu}_e$) e do neutrino do elétron (ν_e), respectivamente.

nuclear, no entanto, neste caso, dois nêutrons são transformados em dois prótons dentro do núcleo, conforme a imagem 8. Como o decaimento beta não altera o número de nucleons dentro do núcleo, esse processo acontece entre dois núcleos com o mesmo número de massa A , e apenas a carga nuclear Z é alterada em duas unidades,

$$(Z, A) \longrightarrow (Z + 2, A) + e_1^- + e_2^-. \quad (4.9)$$

Como resultado desse decaimento, obtém-se dois elétrons, dado que o antineutrino interagirá como neutrino, devido a sua natureza. É fácil perceber que nesse processo há a violação do número leptônico, tendo em vista que no início do processo o número leptônico total é zero e que no final do processo, este é dois. Ou seja, uma das características do neutrino de Majorana é a não conservação do número leptônico.

Devido a força de emparelhamento entre os spins dos nucleons, esse processo só pode acontecer se o núcleo inicial estiver menos fortemente ligado do que o núcleo final. Nesse caso, a energia liberada pelo isótopo mais pesado, que é convertido no mais leve, pode ser convertida em massa, mais energia cinética, dos elétrons observados no estado final. Portanto, o ^{136}Xe é energeticamente proibido de sofrer decaimento duplo para o ^{136}Cs , mas é energeticamente permitido que este decaia para o ^{136}Ba .

Um dos problemas que dificulta a observação desse decaimento é a existência de um processo similar ao $0\nu\beta\beta$, cujo estado final é dado por dois elétrons e dois neutrinos. Nesse sentido, estima-se que a taxa do decaimento beta duplo com dois neutrinos $2\nu\beta\beta$ seja pelo menos dez vezes mais rápida do que no processo em questão.

Portanto, para que um experimento que busque por tal processo seja confiável, ele deve poder diferenciar entre os estados finais desses dois decaimentos. Como no $2\nu\beta\beta$, a energia final é dividida entre dois neutrinos e dois elétrons, os elétrons detectáveis devem assumir um espectro de energia, já no caso do $0\nu\beta\beta$, a energia final é dividida apenas entre os dois elétrons, que devem ser monoenergéticos. Ou seja, um experimento sensível deve diferenciar esses dois casos.

Alguns experimento, como o KamLAND-Zen (Kamioka Liquid scintillator Anti-

Neutrino Detector) (GANDO et al., 2016) e o nEXO (next-generation Enriched Xenon Observatory) (ALBERT et al., 2018) buscam detectar esse processo, que, caso confirmado, tem potencial para revelar uma nova física fascinante, com a confirmação da existência de férmions de Majorana e da não conservação do número leptônico, que por sua vez podem nos ajudar a compreender o mecanismo de obtenção de massa das partículas, em particular dos neutrinos, e até a assimetria matéria-antimatéria.

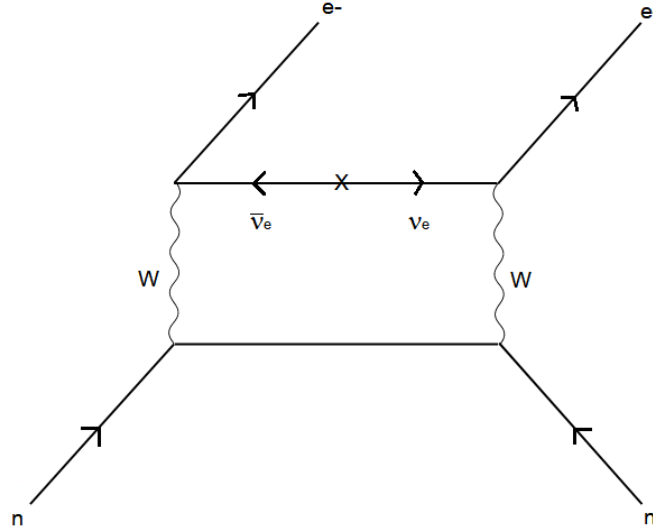


Figura 8 – Diagrama de Feynman representando o decaimento beta duplo sem neutrino.

4.3 Matéria Escura

Ao tratarmos de matéria, costumamos associá-la à composição luminosa do universo, que chamamos de bariônica e que compreende toda a matéria que constitui átomos, moléculas, planetas, estrelas e galáxias. No entanto, temos evidências de uma grande quantidade de matéria que não emite ou reflete luz, que é a matéria escura, cuja existência é inferida apenas a partir do seu efeito gravitacional na matéria luminosa, como no caso das lentes gravitacionais (MAKLER, 2019). Os melhores limites para a densidade da matéria bariônica vêm das previsões da nucleossíntese do Big Bang (RYDEN, 2017) e indicam que seu parâmetro de densidade deve ser de:

$$\Omega_{bar} = 0.04 \pm 0.01, \quad (4.10)$$

que corresponde a cerca de 5% da densidade crítica, de modo que a maior parte da matéria que compõe o universo é não bariônica. Ou seja, acredita-se que a matéria escura representa a maior parte da matéria do universo, sendo cerca de cinco vezes mais abundante que a matéria luminosa.

Tendo em vista que esse componente não emite ou reflete luz, sua detecção é um desafio para a comunidade científica, que visa responder perguntas do tipo: qual sua fração

e o que a compõe. As primeiras evidências sobre a presença de uma grande quantidade de matéria não luminosa vêm do estudo de aglomerados de galáxias, realizado por Fritz Zwicky nos anos 30 (ZWICKY,). Estudando o aglomerado de Coma, Zwicky encontrou uma grande divergência entre as massas luminosa e gravitacional, ou seja, as estrelas e o gás visível dentro das galáxias não proporciona atração gravitacional suficiente para manter o aglomerado unido, de modo que, segundo seus cálculos, o aglomerado deveria ter cerca de 50 vezes a matéria luminosa conhecida, o que o fez concluir que tal aglomerado estava saturado dessa componente não luminosa.

De maneira similar aos estudos de Zwicky, um método clássico de perceber a matéria escura é olhando para as galáxias do tipo espiral, como a Via Láctea e a M31, que possuem, ao redor de seu centro, discos planos de estrelas, cujas estrelas encontram-se em órbitas aproximadamente circulares; para essa análise, vamos considerar uma distribuição de massa homogênea.

Nesse sentido, podemos analisar uma dessas estrelas que se encontra dentro da galáxia espiral de raio R , sendo o raio da órbita da estrela r e sua velocidade v , conforme a figura 9. Naturalmente, devido a força gravitacional exercida sobre essa estrela,

$$F_G = m \frac{G\rho(\frac{4}{3}\pi r^3)}{r^2}, \quad (4.11)$$

com m sendo a massa da estrela, G a constante gravitacional e $\rho(\frac{4}{3}\pi r^3)$ a massa contida na esfera de raio r , ela sente uma aceleração centrípeta, que nos permite aproximar a velocidade dessa estrela por:

$$v = \sqrt{G\rho(\frac{4}{3}\pi)r} \propto r. \quad (4.12)$$

Ou seja, tendo em vista que a velocidade é proporcional ao raio, conforme selecionamos estrelas mais afastadas do centro da galáxia, mas ainda dentro dela, maior a velocidade dessas estrelas. No entanto, ao considerarmos estrelas que se encontram nas "bordas" da galáxia, ou seja, no raio limite R , ou fora dela, a massa considerada como fonte da força gravitacional será toda a massa M da galáxia, de modo que

$$F'_G = \frac{MmG}{R^2}, \quad (4.13)$$

e, portanto, nesse caso, a velocidade dessas estrelas seria dada por

$$v' = \sqrt{\frac{MG}{R}} \propto \frac{1}{\sqrt{R}}. \quad (4.14)$$

Ou seja, se as estrelas contribuíssem com toda ou com maior parte da massa de uma galáxia, suas velocidades cairiam da forma: $v \propto \frac{1}{\sqrt{R}}$. No entanto, ao determinar observacionalmente as velocidades de estrelas em galáxias espirais, percebeu-se que, na verdade, ao selecionarmos estrelas nos limites da galáxia, suas velocidades não decaem como na equação 4.14, mas permanecem constantes. Isto significa que para que essas estrelas permaneçam

unidas gravitacionalmente à galáxia deve haver uma grande quantidade de matéria não luminosa; disso, deduz-se que há a presença de um "halo escuro" que fornece, justamente, o efeito gravitacional necessário para o que é observado.

Tomando que os efeitos gravitacionais do que chamamos de matéria escura são observados, surge a questão acerca do que compõe tal componentes. As primeiras partículas propostas à compor a matéria escura foram os neutrinos, dado que, além de serem partículas que interagem muito fracamente com a matéria e serem massivas, são uma das partículas mais abundantes do universo, com uma densidade da ordem de 339 neutrinos e antineutrinos por cm^3 (LESGOURGUES; PASTOR, 2006), perdendo apenas para os fótons. Um estudo mais aprofundado nos permite perceber que, devido a sua classificação, atualmente, os neutrinos não são os principais candidatos a compor a matéria escura, logo, objetivando compreender essa classificação, tratemos, na seguinte seção, acerca do processo de formação de estruturas.

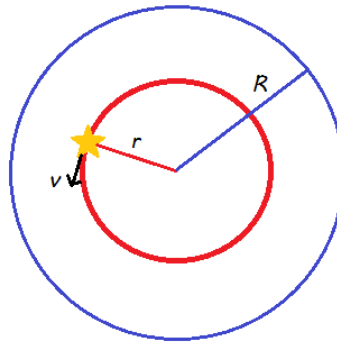


Figura 9 – Representação de uma estrela em órbita de raio r dentro de uma galáxia espiral de raio R .

4.3.1 Formação de Estruturas

O processo de formação de estruturas em largas escalas, como galáxias, aglomerados e superaglomerados de galáxias, nos fornecem evidências acerca da matéria escura, bem como das suas características. Para tratarmos do mecanismo básico da formação de estruturas precisamos olhar para o universo em seus instantes iniciais, ou seja, para o universo primordial, que se encontrava em um estado de elevada temperatura e densidade, tal que todo seu conteúdo apresentava-se na forma de um plasma de hidrogênio; isto é, haviam fótons, elétrons e prótons, mas não átomos de hidrogênio, visto que quando um próton e um elétron se combinavam para formar tal átomo, ele era ionizado por fótons de alta temperatura, impedindo sua formação. No entanto o universo encontrava-se em um estado de expansão e, como consequência, sua temperatura estava diminuindo, de modo que, quando esta aproxima-se de $3000K$, momento em que o universo possuía cerca de

300000 anos, os fótons não possuem mais energia suficiente para ionizar os átomos de hidrogênio; disso, formam-se átomos neutros e os fótons seguem livres, sem interagir com a matéria. Ou seja, diz-se que o universo torna-se transparente aos fótons, justamente quando a taxa de interação entre os fótons e os elétrons se torna menor do que o parâmetro Hubble, que dita a taxa de expansão do universo.

Esses fótons que saem livres constituem o que chamamos de radiação cósmica de fundo (CMB), que é uma radiação eletromagnética que pode ser detectada por radiotelescópios, mais intensamente na região de microondas; ela foi detectada primeiramente em 1964 por Arno Penzias e Robert Wilson (PENZIAS; WILSON, 1965). As imagens da radiação, no entanto, só foram capturadas depois, pelos satélites COBE (<https://map.gsfc.nasa.gov/media/990166/index.html>), WMAP (<https://map.gsfc.nasa.gov/media/121238/index.html>) e, mais recentemente pelo Planck (imagem 10).

Tal radiação possui como importante característica o seu espectro de corpo negro com uma temperatura de aproximadamente $2.7K$ e, apesar de preencher o universo de forma aproximadamente isotrópica, possui anisotropias da ordem de $10^{-5}K$, ou seja, $2.7K$ é a temperatura média e, em alguns pontos, essa temperatura é $10^{-5}K$ maior ou menor, como mostrado na imagem 10.

Tais anisotropias refletem as inomogeneidades presentes na distribuição de matéria no momento em que o universo ainda era uma espécie de fluido primordial, tal que, similarmente à temperatura do CMB, a densidade de matéria no universo primordial era aproximadamente constante, mas haviam alguns pontos cuja densidade era levemente maior ou menor. O processo básico para a formação de estruturas se dá a partir dessas sobredensidades.

Nesse processo temos basicamente duas forças atuando: a atração gravitacional e a repulsão gerada pela radiação, que deve-se à interação entre os bárions e a radiação. Quando o universo é dominado por matéria, por conta da ação da gravidade, tais sobredensidades tornam-se cada vez mais densas. No entanto, se o conteúdo do universo se restringisse à radiação e matéria bariônica, o processo de formação de estruturas seria muito lento, visto que a pressão de radiação, dado o forte acoplamento entre a matéria bariônica e os fótons, retardaria tal processo (KOLB; TURNER, 2018). No entanto, esse problema é resolvido quando consideramos o conteúdo de matéria escura, que não interage com os fótons.

A matéria escura é apontada como solução pois, para que as estruturas tenham se formado tão rapidamente, a atração gravitacional deve ser muito maior do que a pressão de radiação, de modo que não podemos simplesmente considerar uma quantidade maior de matéria bariônica, dado que ao fazê-lo, a pressão de radiação aumentaria e esse processo não seria eficiente. Ou seja, para se obter o padrão de formação de estruturas que observamos hoje em dia, é necessário uma componente de matéria que aumente tal atração gravitacional, mas que não interaja com a radiação, de modo a não colaborar com

a pressão de radiação.

A matéria escura pode ser classificada como quente ou fria, cujas denominações estão associadas às massas e velocidades dessas partículas que vêm a compor a matéria escura.

Neste sentido, a matéria escura fria consiste em partículas que não eram relativísticas no momento do desacoplamento. Um estudo mais detalhado nos permite compreender que, em um universo preenchido por essa componente, é válido um cenário do tipo “de baixo pra cima”, em que as primeiras estruturas formadas são as menores como as galáxias, que se aglomeram e formam estruturas maiores, como os aglomerados e superaglomerados de galáxias. Como exemplo de matéria escura fria, encontramos na literatura os WIMP’s e buracos negros, caso tivessem sido formados no universo primordial e os áxions.

Similarmente, a matéria escura quente consiste em partículas que eram relativísticas no momento que desacoplam. No entanto, tomando que fluidos relativísticos não formam estruturas, quando tal componente tornasse não relativística e passasse a formar estruturas, as flutuações de densidade já seriam da ordem de aglomerados de galáxias, ou seja, em um universo preenchido por tal componente seria válido o cenário "de cima para baixo", em que as primeiras estruturas formadas seriam as maiores, do tamanho de superaglomerados, que foram se fragmentando de modo a formar os aglomerados e as galáxias, que são estruturas menores.

A comunidade científica acredita que deva haver mais de um tipo de matéria escura, mas, como os dados observacionais, como os mapeamentos em largas escalas, mostram que a maior parte da matéria escura do universo deve ser fria, apenas uma pequena parcela deve ser composta por neutrinos. Alguns experimentos, como o LHC (Large Hadron Collider) (KAHLHOEFER, 2017), conhecido pela descoberta do bóson de higgs, CRESST (Cryogenic Rare Event Search with Superconducting Thermometers)(ABDELHAMEED et al., 2019) e o MADMAX (Magnetized Disc and Mirror Axion Experiment) (MAJOROVITS et al., 2020) visam compreender melhor essa componente misteriosa.

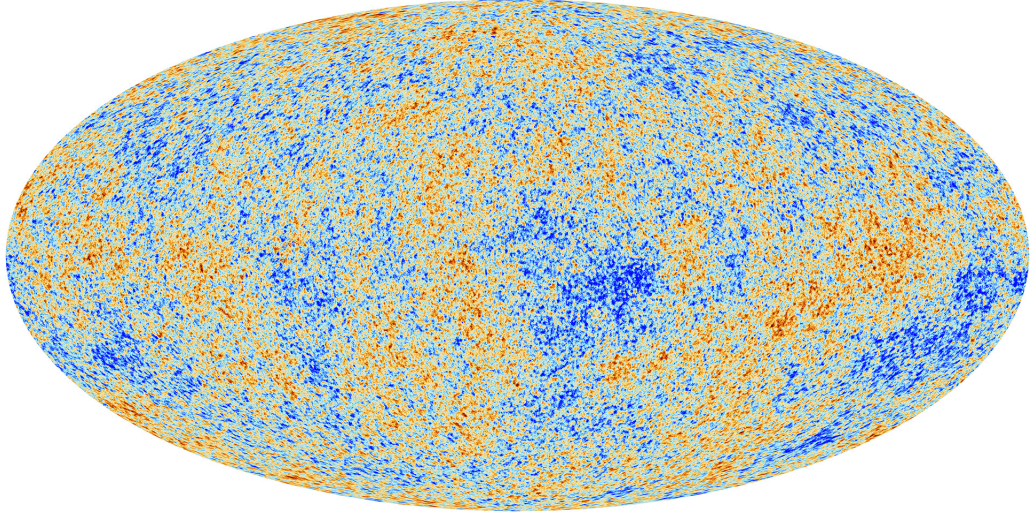


Figura 10 – Disponível em: <https://www.esa.int/ESA_Multimedia/Images/2013/03/Planck_CMB>. Acesso em :08/11/2022.

4.4 Radiação escura

Conhecemos, na cosmologia, a partir dos dados observacionais disponíveis, o conteúdo de radiação do universo advindo do período primordial. Embora o modelo padrão da cosmologia se ajuste muito bem às observações da abundância primordial de ${}^4\text{He}$ e da radiação cósmica de fundo, algumas observações recentes dão suporte à uma componente de radiação extra. Esse conteúdo, chamado de radiação escura, pode ser explicado por partículas que estavam em equilíbrio térmico e desacoplaram antes da nucleossíntese do big bang.

A abundância de radiação além dos fótons é normalmente parametrizada pelo número efetivo de graus de liberdade relativísticos, N_{eff} ,

$$\rho_r = [1 + \frac{7}{8}(\frac{4}{11})^{4/3}N_{eff}]\rho_\gamma, \quad (4.15)$$

onde ρ_γ é a densidade de fótons, $7/8$ é um fator multiplicativo, para cada grau de liberdade fermiônico, e $(\frac{4}{11})^{4/3}$ é a razão entre a temperatura dos fótons e dos neutrinos. Assumindo os três sabores de neutrinos ativos, o modelo padrão prevê que $N_{eff} = 3.046$, de modo que um desvio nesse valor, dado por:

$$\Delta N_{eff} = N_{eff} - 3.046 \quad (4.16)$$

fornece espécies relativísticas adicionais. Nos últimos anos alguns experimentos parecem sugerir valores superiores ao previsto pelo Modelo Padrão Cosmológico. As referências (WEILAND; WRIGHT15, 2010), (IZOTOV; THUAN, 2010) e (DUNKLEY et al., 2011) apontam para valores do número efetivo de $N_{eff} = 3.68^{+0.80}_{-0.70}$, $N_{eff} = 4.34^{+0.86}_{-0.88}$ e $N_{eff} = 4.56 \pm 0.75$, respectivamente. ΔN_{eff} positivo afeta tanto a forma quanto a amplitude do espectro de potência da CMB e, portanto, a determinação de parâmetros cosmológicos.

O espectro de potência é utilizado para analisar quantitativamente as anisotropias da CMB. Ou seja, as anisotropias angulares são decompostas no espectro de potência. Essa é uma técnica matemática em que um padrão é separado em uma soma de peças que, quando somadas, dão o padrão inteiro. Nesse caso, a decomposição é feita em relação a um conjunto de termos rotulados por um inteiro l , chamado de ordem multipolar. A partir dos picos, podem ser definidos diversos parâmetros importantes; alguns desses parâmetros envolvem o momento da igualdade entre radiação e matéria, a escala do horizonte sonoro e a razão bárion-fóton.

O valor de N_{eff} depende do processo de desacoplamento do fundo de neutrinos do plasma primordial, no qual pode ser levado em consideração o efeito da oscilação de sabor e o desacoplamento não instantâneo das espécies de neutrinos (ARCHIDIACONO; CALABRESE; MELCHIORRI, 2011), no entanto, um N_{eff} próximo à 4 é difícil de ser explicado com o modelo de três sabores ativos. Uma possível solução envolve a existência de um quarto tipo de neutrino, o neutrino estéril. Alguns modelos que propõem uma explicação à radiação escura são baseados em oscilações que envolvem $3 + N$ neutrinos, ou seja, as três espécies ativas, ν_e, ν_μ, ν_τ , mais N espécies estéreis.

É possível, por meio do conhecimento em oscilação de sabor, prever quantos neutrinos de determinado tipo são esperados ao realizar medidas à várias distâncias de uma fonte de neutrinos e foi por meio disso que os experimentos LSND e MineBooNe relataram excesso de ν_e e $\bar{\nu}_e$ em feixes de ν_μ . Essa anomalia não pode ser explicada pelo modelo de oscilação conhecido e, portanto, apoia a existência dessa espécie de neutrinos.

Ao contrário das espécies ativas, os neutrinos estéreis não interagiriam por meio da força fraca, apenas gravitacionalmente, e não seriam emitidos por feixes de partículas ou reatores nucleares, eles apenas participariam do processo de oscilação. A referência (AGUILAR-AREVALO et al., 2021) aborda os detalhes do experimento MineBooNe e relata um excesso de $638.0 \pm 52.1(stat.) \pm 122.2(syst.)$ eventos semelhantes à elétrons e propõe que alguns neutrinos do múon, antes de oscilarem para neutrinos do elétron, estão virando neutrinos estéreis. Apesar das indicações da existência desta partícula, os experimentos têm limitações, por exemplo, o MineBooNe não consegue distinguir entre um elétron e um fóton produzido quando um neutrino interage com o detector. Ou seja, as medidas atuais ainda não são definitivas e são necessários novos experimentos, como o MicroBooNe e o SBND para confirmar ou eliminar de vez a teoria que prevê a existência desta espécie de neutrinos. Mais informações sobre esses experimentos disponíveis em <<https://microboone.fnal.gov/>> e em <<https://sbn-nd.fnal.gov/>>

5 Considerações finais

Neste trabalho pudemos investigar e compreender os aspectos fundamentais da física de neutrinos. Para tal, abordamos a sua descrição por meio da equação de Dirac, de onde surge o importante conceito de antipartícula, bem como a descrição de sua oscilação, que permite a interpretação de que os neutrinos possuem massa. Ademais, pudemos estudar a forma de interação fraca dessas partículas.

A partir de tais ferramentas, pudemos compreender a relevância deste tema no desenvolvimento das áreas da física de partículas e da cosmologia, visto que há muitos aspectos relacionados aos neutrinos, como a sua natureza fermiônica, a composição da matéria escura e a existência da radiação escura que, apesar dos esforços, ainda não foram totalmente resolvidos. Como apenas foi fornecido uma visão geral de cada um desses tópicos, seu estudo pode ser continuado no futuro.

Posto isto, são vastos os experimentos em andamento, bem como experimentos futuros, que visam desvendar esses mistérios. Nesse processo, são desenvolvidas novas técnicas e muitos equipamentos, como aceleradores e detectores de partículas, e satélites, que beneficiam não só a física de partículas e a cosmologia, mas a física como um todo, bem como áreas adjacentes, como a medicina (BARBALAT, 1990).

Referências

- ABDELHAMEED, A. et al. First results from the cresst-iii low-mass dark matter program. *Physical Review D*, APS, v. 100, n. 10, p. 102002, 2019.
- AGUILAR-AREVALO, A. et al. Updated miniboone neutrino oscillation results with increased data and new background studies. *Physical Review D*, APS, v. 103, n. 5, p. 052002, 2021.
- ALBERT, J. et al. Sensitivity and discovery potential of the proposed nexø experiment to neutrinoless double- β decay. *Physical Review C*, APS, v. 97, n. 6, p. 065503, 2018.
- ARCHIDIACONO, M.; CALABRESE, E.; MELCHIORRI, A. Case for dark radiation. *Physical Review D*, APS, v. 84, n. 12, p. 123008, 2011.
- BARBALAT, O. *Applications of particle accelerators*. [S.l.], 1990.
- BETHE, H.; PEIERLS, R. The neutrino. *Nature*, Nature Publishing Group, v. 133, n. 3366, p. 689–690, 1934.
- BJÖRCK, S.; WOHLFARTH, B. 14 c chronostratigraphic techniques in paleolimnology. In: *Tracking environmental change using lake sediments*. [S.l.]: Springer, 2002. p. 205–245.
- CAPOZZI, F. et al. Status of three-neutrino oscillation parameters, circa 2013. *Physical Review D*, APS, v. 89, n. 9, p. 093018, 2014.
- DIRECT neutrino-mass measurement with sub-electronvolt sensitivity. *Nature Physics*, Nature Publishing Group UK London, v. 18, n. 2, p. 160–166, 2022.
- DUNKLEY, J. et al. The atacama cosmology telescope: cosmological parameters from the 2008 power spectrum. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 739, n. 1, p. 52, 2011.
- FERMI, E. An attempt of a theory of beta radiation. 1. *Z. Phys.*, v. 88, p. 161–177, 1934.
- GANDO, A. et al. A search for electron antineutrinos associated with gravitational-wave events gw150914 and gw151226 using kamland. *The Astrophysical Journal Letters*, IOP Publishing, v. 829, n. 2, p. L34, 2016.
- GRIFFITHS, D. *Introduction to elementary particles*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2020.
- IZOTOV, Y. I.; THUAN, T. X. The primordial abundance of 4he: evidence for non-standard big bang nucleosynthesis. *The Astrophysical Journal Letters*, IOP Publishing, v. 710, n. 1, p. L67, 2010.
- JONES, B. The physics of neutrinoless double beta decay: A primer. *arXiv preprint arXiv:2108.09364*, 2021.
- KAHLHOEFER, F. Review of the dark matter searches. *International Journal of Modern Physics A*, World Scientific, v. 32, n. 13, p. 1730006, 2017.
- KOLB, E. W.; TURNER, M. S. *The early universe*. [S.l.]: CRC press, 2018.

- LEE, T.-D.; YANG, C.-N. Question of parity conservation in weak interactions. *Physical Review*, APS, v. 104, n. 1, p. 254, 1956.
- LESGOURGUES, J.; PASTOR, S. Massive neutrinos and cosmology. *Physics Reports*, Elsevier, v. 429, n. 6, p. 307–379, 2006.
- LESKO, K. *The Sudbury Neutrino Observatory and the solar neutrino problem*. [S.l.], 1993.
- LINCOLN, D. *Understanding the universe: From quarks to the cosmos*. [S.l.]: World Scientific, 2012. v. 1.
- LINCOLN, D. And so ad infinitum: The search for quark and lepton substructure. *The Physics Teacher*, American Association of Physics Teachers, v. 56, n. 4, p. 204–209, 2018.
- MAJOROVITS, B. et al. Madmax: A new road to axion dark matter detection. In: IOP PUBLISHING. *Journal of Physics: Conference Series*. [S.l.], 2020. v. 1342, n. 1, p. 012098.
- MAKLER, M. Lentos gravitacionais: Um rico recurso didático na ocasião da celebração dos 100 anos do eclipse de sobral. *Conexões-Ciência e Tecnologia*, v. 13, n. 2, p. 21–36, 2019.
- PAULI, W. Dear radioactive ladies and gentlemen. *Phys. Today*, v. 31N9, p. 27, 1978.
- PENZIAS, A. A.; WILSON, R. W. A measurement of excess antenna temperature at 4080 mc/s. *The Astrophysical Journal*, v. 142, p. 419–421, 1965.
- PONTECORVO, B. Inverse *beta* processes and nonconservation of lepton charge. *Zhur. Eksptl'. i Teoret. Fiz.*, Joint Inst. of Nuclear Research, v. 34, 1958.
- REINES, F. The neutrino: From poltergeist to particle. *Reviews of Modern Physics*, APS, v. 68, n. 2, p. 317, 1996.
- ROBSON, B. et al. Parity of pions and cp violation in neutral kaon system. World Scientific Publishing Company, 2013.
- RYDEN, B. *Introduction to cosmology*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2017.
- SAKURAI, J. J.; COMMINS, E. D. *Modern quantum mechanics, revised edition*. [S.l.]: American Association of Physics Teachers, 1995.
- THOMSON, M. *Modern particle physics*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2013.
- WEILAND, E.; WRIGHT15, E. Seven-year wilkinson microwave anisotropy probe (wmap1) observations: Sky maps, systematic errors, and basic results. *arXiv preprint arXiv:1001.4744*, 2010.
- WU, C.-S. et al. Experimental test of parity conservation in beta decay. *Physical review*, APS, v. 105, n. 4, p. 1413, 1957.
- ZUBER, K. *Neutrino physics*. [S.l.]: Taylor & Francis, 2020.
- ZWICKY, F. Spectral displacement of extra galactic nebulae, 1933. *Helv. Phys. Acta*, v. 6, p. 110.