



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS HUMANAS, LETRAS E ARTES
DEPARTAMENTO DE FILOSOFIA
CURSO DE BACHARELADO EM FILOSOFIA

HENRIQUE JOSÉ CAVALCANTE CHAGAS DA SILVA

FILOSOFIA E MATEMÁTICA: DESCARTES E SEU MÉTODO

Orientador: Sérgio Luís Persch

João Pessoa, Novembro de 2022

HENRIQUE JOSÉ CAVALCANTE CHAGAS DA SILVA

FILOSOFIA E MATEMÁTICA: DESCARTES E SEU MÉTODO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Filosofia, pelo Curso de Graduação em Filosofia da Universidade Federal da Paraíba (UFPB).

Orientador: Sérgio Luís Persch

João Pessoa, Novembro de 2022.

HENRIQUE JOSÉ CAVALCANTE CHAGAS DA SILVA

FILOSOFIA E MATEMÁTICA: DESCARTES E SEU MÉTODO

Nota: _____

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado como requisito parcial para
obtenção do título de Bacharel em Filosofia,
pelo Curso de Filosofia da Universidade
Federal da Paraíba (UFPB).

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Sérgio Luís Persch

(Orientador)

Prof. Dr. Anderson D'arc Ferreira

(Examinador)

Prof. Dr. Narbal de Marsilac Fontes

(Examinador)

João Pessoa, Novembro de 2020

Dedico as letras e aos números, afinal tudo aqui é um produto das infinitudes possibilidades de combinações entre letras, espaços, números... símbolos.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer primeiramente a mim, sem eu nada seria possível. Agradeço aos meus pais, sem eles eu não estaria aqui.

Aos amigos por todas as conversas filosóficas, todas são, ao longo da vida, elas foram muito mais importantes do que qualquer aula, disciplina ou curso.

A todos os colegas da faculdade por compartilhar alguns momentos comigo, todas as conversas, discussões, debates, brigas e até ameaças. Foram todas produtivas. Gostaria de agradecer em especial as pessoas que estavam mais próximas de mim nesses quatro anos, apesar de ter cortado relações com alguns não poderia deixar de agradecer tudo que foi vivido: Camila, Ângela, Pedro, Estóico, Alexya, Eduarda, Isla, Emilly, Olavo, Jesus, Vinícius, Emicida, Eudes, Viaje, Daniel, Emanuelle, Hygor, João, Kerolayne, Luana, Bil, Willams...

Agradeço aos professores que foram de suma importância no decorrer da minha jornada na filosofia, em particular ao meu orientador, professor Dr. Sérgio Luís Persch, pela paciência e dicas que me passou ao longo desses meses de processo de escrita. A Garibaldi por colocar luz nesse tema trabalhado na disciplina de Seminários de obras filosóficas da modernidade.

A todos aqueles que contribuíram, de alguma forma, para a realização deste trabalho, direta ou indiretamente, enriquecendo o meu processo de aprendizado. Agradeço a todos.

EPÍGRAFE

“A Matemática é o alfabeto com o qual Deus escreveu o Universo.”
Galileu Galilei

RESUMO

O Discurso do Método, do filósofo e matemático René Descartes, marca o início do racionalismo moderno, é uma das primeiras obras que nos mostra que todos os homens, sem problemas cognitivos, têm, por natureza, a mesma capacidade de pensar logicamente, ou seja, o bom senso. Pela importância dessa obra, pretendi ao longo desse trabalho me aprofundar na análise do Método de Descartes, mais conhecido como método cartesiano, bem como sua relação com a matemática, em especial a resolução de problemas da geometria, passando pela busca da verdade na matemática, bem como a criação da geometria não-euclidiana.

Palavras-chave: Método, Descartes, Euclides, Geometria, Matemática, Filosofia.

ABSTRACT

The Discourse on Method, by the philosopher and mathematician René Descartes, marks the beginning of modern rationalism, it is one of the first works that shows us that all men, without cognitive problems, have, by nature, the same ability to think, that is, the common sense. Due to the importance of this work, it is intended throughout this work to delve deeper into the analysis of the Descartes Method, better known as the Cartesian method, as well as its relationship with mathematics, especially the resolution of geometry problems, through the search for truth in mathematics, as well as the creation of non-Euclidean geometry.

Keywords: Method, Descartes, Euclides, Geometry, Mathematics, Philosophy.

Lista de Figuras.

FIGURA 1 - Triângulo retângulo de Euclides	35
FIGURA 2 - Triângulo retângulo	37
FIGURA 3 - Comparação das áreas	38
FIGURA 4 - Comparação das áreas 2	39
FIGURA 5 - Construção dos triângulos	40
FIGURA 6 - Construção dos baricentros	41

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	11
2 PASSEIO HISTÓRICO	14
2.1 Antiguidade	14
2.2 Fim da idade média - início da idade moderna	15
3 O DISCURSO DO MÉTODO	18
3.1 Livro I - o bom senso	20
4 LIVRO II - O MÉTODO	22
5 ANÁLISE DO MÉTODO	25
5.1 Primeira Regra	26
5.1.1 - O Estabelecimento do sujeito como fundamento do conhecimento objetivo, nas meditações	26
5.1.2 - O problema da noção de evidência a partir de um “sujeito histórico”	29
5.1.2.1 O 5º postulado de Euclides	29
5.1.2.2 O Último Teorema de Fermat	31
5.2 Segunda regra	32
5.3 Terceira Regra	33
5.4 Quarta Regra	33
6 EXEMPLO DO USO DO MÉTODO NA GEOMETRIA EUCLIDIANA	35
CONCLUSÃO	42
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	43

1 INTRODUÇÃO

O Discurso do Método, do filósofo e matemático René Descartes, marca o início do racionalismo moderno, é uma das primeiras obras que nos mostra que todos os homens, sem problemas cognitivos, têm, por natureza, a mesma capacidade de pensar logicamente, ou seja, o bom senso.

Nessa obra, Descartes nos esclarece o modo de como adquirir conhecimento, tomando como base fundamental a sua própria jornada na vida: desde o estudo no colégio Jesuíta Royal Henry-Le-Grand, em La Flèche, passando pelo seu curso de Direito na Universidade de Poitiers, até suas excursões militares que fizeram conhecer músicos, matemáticos, filósofos e cientistas.

A princípio, partindo da dúvida, o método que Descartes nos apresenta um modo gradual de como aumentar o conhecimento, ou seja, de como conduzir a razão em busca da verdade. E assim “desvencilhar pouco a pouco de muitos erros, que podem ofuscar nossa luz natural e nos tornar menos capazes de ouvir a razão” (DESCARTES, 2018, p. 75).

Desse modo, René Descartes, usando de seu bom senso, descreveu seu método de adquirir maior conhecimento. O estudo da filosofia, em especial buscando seguir o método, é necessário porque só assim chegaremos ao caminho ideal para resolver os obstáculos que a vida oferece.

Tendo como pilar a observação do modo de pensar dos geômetras, Descartes nos apresenta “*O Método para bem conduzir a razão na busca da verdade dentro da ciência*”, o que a princípio se apresenta como uma forma com a qual o autor elaborou para desenvolver seu trabalho, mostrou-se ser a melhor forma como buscamos a verdade na ciência até os dias de hoje. A forma que escrevemos nossos trabalhos de conclusão de curso (este inclusive), até pesquisas de ponta como a busca da vacina para o coronavírus utiliza o “Método” de Descartes.

A importância dessa obra para as ciências, de como conduzir a razão, associada à minha primeira graduação em matemática e ser mestrando na mesma área, me fizeram escrever sobre esse tema tão rico e estudado e que mesmo assim ainda leva a perguntas que ouço frequentemente do tipo: Por quê estudar áreas tão distintas como matemática e filosofia? Ou ainda, qual a relação de matemática com filosofia?

Diante disso, pretendi ao longo desse trabalho me aprofundar na análise do Método de Descartes, mais conhecido como método cartesiano, bem como sua relação com a matemática,

em especial a resolução de problemas da geometria, passando pela busca da verdade na matemática, bem como a criação da geometria não-euclidiana.

Para isso, primeiro contextualizei os pontos primordiais do texto. Como a geometria euclidiana se faz presente de maneira recorrente no texto, achei necessário falar um pouco sobre quem foi Euclides e sua importância para a geometria, afinal ele nomeia um ramo fundamental da matemática.

Como Descartes faz uma crítica à Escolástica e a partir disso segue sua jornada em busca de conhecimento, achei interessante dedicar um certo esforço para tratar dessa crítica de Descartes e suas viagens pois, apesar de ler inúmeros livros, ele estava enterrado em sua ignorância e dúvidas.

Em seguida, tratamos sobre o livro “*Discurso do método para bem conduzir a própria razão e procurar as verdades na ciência, mais A dióptrica, Os meteoros e A geometria que são ensaios desse método.*” Traçamos um breve comentário de cada parte do livro, inclusive dos três ensaios que o autor traz junto ao *Discurso do Método : A dióptrica, Os meteoros e A geometria.*

Como o objetivo principal do trabalho é tratar sobre o Método e sua relação com a matemática, focamos nosso estudo na parte II do *Discurso do Método*, onde Descartes nos esclarece passo a passo sobre o método. Mas antes disso, tratamos sobre a parte I, onde existe toda uma preparação para expor o método no capítulo seguinte.

No capítulo 4, tratamos sobre os pensamentos de Descartes que o levaram a refletir sobre a ideia de perfeição. Ele refletiu então que, numa obra feita por várias pessoas, geralmente não há tanta perfeição quanto as obras feitas por um só mestre. Podemos aqui subentender que, para Descartes, o conhecimento adquirido nos livros e experiências vividas, mostravam-se erradas e careciam de um método seguro. Em seguida, expusemos o método e o que o fez a construir esse método.

O próximo capítulo, “*ANÁLISE DO MÉTODO*”, é o mais importante desse trabalho. Nele, analisamos o método regra por regra. Primeiro, analisamos a divisão do Método e nos questionamos o porquê das regras seguirem aquela ordem. Em seguida, analisamos regra por regra.

Para analisar a primeira regra, utilizamos as duas primeiras meditações da obra chamada “*Meditações sobre Filosofia Primeira*”, também de Descartes. Nela, analisamos a primeira evidência de Descartes, o “*cogito, ergo sum*” e partir daí chegamos as outras evidências.

Com a discussão sobre evidência, trazemos dois exemplos matemáticos de evidência ao longo da história, são eles o 5º postulado de Euclides e o último teorema de Fermat. Em seguida, damos continuidade às outras regras propostas por Descartes.

Concluimos a monografia utilizando o método de Descartes para solução de dois problemas geométricos: uma questão de geometria do mestrado Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional; e uma demonstração do teorema de Pitágoras proposta por Euclides.

2 PASSEIO HISTÓRICO

Para entendermos como se dá o surgimento do Método Cartesiano e sua relação com a matemática, é de suma importância compreender o contexto histórico da matemática estudada por Euclides nos *Elementos* e o contexto histórico e filosófico vivido por Descartes para desenvolvimento do seu método. Sendo assim, proponho um passeio histórico em torno desses dois personagens principais desse trabalho.

2.1 Antiguidade

Como acontece com muitos fatos históricos da antiguidade, pouca coisa sabemos sobre aquele período, e o que sabemos se dá pelas obras que sobreviveram por ações do tempo e humanas. O pouco que sabemos sobre Euclides e os *Elementos* foi deixado por Eudemo (por volta de 400 a 300 A.C.), na obra *História da Geometria*, como podemos ver abaixo:

E Amyclas de Heracleia, um dos discípulos de Platão e Menaechmus, que é discípulo de Eudoxo, tendo também frequentado Platão, e o seu irmão Deinostratus fizeram ainda mais perfeita a geometria toda. E Theudius de Magnésia pareceu ser o que excede tanto nas matemáticas quanto em relação à outra filosofia. Pois também arranjou convenientemente os *Elementos* e fez mais gerais muitas coisas das particulares. (BICUDO, 2009, p.19)

Proclus de Alexandria continuou o catálogo dos geômetras:

E não muito mais jovem do que esses é Euclides, o que reuniu os *Elementos*, tendo também, por um lado, arranjado muitas das coisas de Eudoxo e tendo, por outro lado, aperfeiçoado muitas das coisas de Teeteto, e ainda tendo conduzido as coisas demonstradas frouxamente pelos predecessores a demonstrações irrefutáveis. E esse homem floresceu no tempo do primeiro Ptolomeu; pois, também Arquimedes, tendo vindo depois do primeiro, menciona Euclides, e, por outro lado, também dizem que Ptolomeu demandou-lhe uma vez se existe algum caminho mais curto que os *Elementos* para a geometria e ele respondeu não existir atalho real na geometria. (BICUDO, 2009, p.41)

Como visto acima, Euclides não foi o primeiro a reunir os conhecimentos geométricos em um livro denominado “*Os Elementos*”, e nem tudo o que está no livro foi descoberto por ele. Podemos entender “*Os Elementos*” como uma obra que mescla conhecimentos de outros matemáticos e de Euclides de forma clara e objetiva com demonstrações bem construídas em cada passo. Pelo fato desta obra ser bem elaborada, preferiam copiá-la em detrimento das

outras obras, visto que era muito trabalhoso fazer cópias de trabalhos naquela época. Assim, só essa obra sobreviveu às intempéries da história.

Euclides foi convidado por Ptolomeu I para lecionar na recém formada Academia de Platão. Esta que é considerado um dos primeiros lugares de produzir e compartilhar conhecimento, algo próximo das escolas e universidades de hoje. Tornou-se um dos mais importantes autores de matemática da Antiguidade greco-romana e talvez de todos os tempos, com seu monumental *Stoichia* (*Os elementos*, c. 300 a.C.), um dos livros de estudos mais estudado do mundo¹.

2.2 Fim da idade média - início da idade moderna

Apesar da Idade Média ter acabado oficialmente em 1453 com a queda de Constantinopla, aspectos sociais, culturais e educacionais ainda estavam fortemente ligados ao cristianismo e à Idade Média em 1596, ano em que nasceu René Descartes.

A ideia de modernidade está sempre relacionada com algo novo, que quebra com a tradição, ou seja, está associado com a mudança e o progresso. Portanto, quando estamos falando da Idade Moderna, estamos também nos referindo à quebra da Idade Média, também conhecida como idade das trevas, que foi um período histórico compreendido entre 476 com a queda do Império Romano, até o ano de 1453.

Mas hoje já vivemos num contexto fortemente marcado por reflexões filosóficas que revisam criticamente esse entusiasmo. O que se pode dizer com mais propriedade é que cada período histórico tem seu período de nascimento e florescimento, seguido de um amadurecimento e término. Contudo que, como já comentamos acima, nossas práticas intelectuais e científicas continuam fortemente marcadas pelo modelo que se instituiu na modernidade, em particular com Descartes. De qualquer forma, é muito importante descrever de modo geral a diferença entre a Idade Medieval e a Moderna.

Durante o período medieval, o cristianismo não estava relacionado apenas com a fé, mas também com o poder, passando a governar e ter estabilidade institucional e intelectual².

¹ Sobre a história da matemática, ver também Eves, Howard. Introdução à história da matemática. 5a ed. - Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.

² Para saber mais sobre a escolástica, ver História da Filosofia Medieval de Bento Silva Santos e Ricardo da Costa. Vitória, ES : Universidade Federal do Espírito Santo, Secretaria de Ensino a Distância, 2015.

No campo filosófico educacional, esse período foi dominado pela Escolástica, cujo interesse era estabelecer a harmonia entre a fé cristã e a razão, tentando conciliar os escritos sagrados com a filosofia grega, em especial com Platão e Aristóteles.

Apesar de estudar as artes, divididas em dois grupos: Trivium (Gramática, retórica e dialética) e o Quadrivium (aritmética, geometria, astronomia e música), o saber escolástico estava preocupado principalmente com a teologia e a filosofia. Os mestres e estudantes estavam mais preocupados em formular, interpretar e explicar dogmas do catolicismo, do que propriamente criar uma nova filosofia.

Com o passar do tempo a matematização da natureza foi sendo estudado por diversos pensadores da época. Nicolau Copérnico, por exemplo, coloca em xeque a igreja com seu modelo Heliocêntrico (Sol centro do universo) , indo de encontro à ideia de que a terra era o centro do Universo. Galileu Galilei, após observações com o auxílio do telescópio, descobriu que o planeta Vênus orbita ao redor do Sol, reforçando a teoria heliocêntrica. Apesar desses grandes avanços, esses cientistas foram obrigados a se retratar perante a comunidade e negar todo esse conhecimento, com risco à vida.

No contexto educacional similar a esse, René Descartes, que nasceu em Haye, antiga província de Touraine (hoje Descartes), na França, no dia 31 de março de 1596, iniciou os estudos com 8 anos no colégio Jesuíta Royal Henry – Le Grand, que era o colégio mais prestigiado da França. Com 19 anos ele continuou inclinado aos estudos e se formou em Direito, mas nunca exerceu a profissão. Com o dinheiro herdado de sua mãe, morta durante o parto de sua irmã, ele rodou a Europa tentando se encontrar.

Em 1617, René Descartes ingressou no exército do príncipe Maurício de Nassau, na Holanda. E no exército ele começou a desenvolver sua matemática estudando com o cientista holandês Isaac Beeckman. Aos 22 anos, começou a formular sua "geometria analítica" e seu "método de raciocinar corretamente"³.

Rompeu com a filosofia de Aristóteles, adotada nas academias e, em 1619, propôs uma ciência unitária e universal, lançando as bases do método científico moderno. Afirmou que a filosofia escolástica não conduz a nenhuma verdade indiscutível. Só a matemática demonstra aquilo que afirma.

³ No livro *A Geometria de René Descartes* de Raquel Anna Sapunaru podemos ver mais sobre o seu pensamento geométrico. Livraria da Física; 1ª edição, 2015.

Descartes tomou parte da Guerra dos Trinta Anos, combatendo sob as ordens de Tilly na Batalha do Monte Branco, em 1621. Regressou depois à França, ocasião na qual empreendeu viagens pela Itália, Holanda e Espanha. Em 1628, compôs as *Regulae ad directionem ingenii* (*Regras para a Direção do Espírito*).

Em 1629, começou a redigir o "Tratado do Mundo", uma obra de física na qual aborda a sua tese sobre o heliocentrismo. Porém, em 1633, quando Galileu é condenado pela Inquisição, Descartes abandona seus planos de publicá-lo.

Em 1637, publicou três pequenos tratados científicos: *A Dióptrica*, *Os Meteoros* e *A Geometria*, mas o prefácio dessas obras é que faz seu futuro reconhecimento: o *Discurso sobre o método*.

A obra, *O Discurso do Método*, estuda o método para conquistar a verdade. Tem como fundamento duvidar sempre daquilo que suscitar dúvidas, o chamado “ceticismo metodológico”, que tem 4 preceitos: nunca conceber algo como verdadeiro que não se evidencie como tal; dividir as dificuldades resultantes do estudo do objeto em quantas parcelas forem necessárias para um melhor julgamento; conduzir o pensamento ordenadamente, começando pelo que é fácil até atingir o difícil, e, por último, fazer revisões para certificar-se de que nada foi omitido.

O *Discurso do método para bem conduzir a própria razão e procurar as verdades na ciência* funda o racionalismo moderno. É a primeira obra a afirmar que todos os homens têm, por natureza, a mesma razão e a capacidade de pensar com lógica. A máxima “Penso, logo existo”, que Descartes formulou no livro e, com precisão sistemática mais apurada, nas *Meditações sobre Filosofia Primeira*, se tornou uma das mais célebres da filosofia, valendo citações até os dias de hoje entre variados públicos.

Feita essa apresentação geral da vida e da obra do autor (ambas intimamente vinculadas), na sequência vamos passar às considerações mais específicas do texto que é a principal referência do nosso trabalho, *O Discurso do método*.

3 O DISCURSO DO MÉTODO

O *Discurso do Método* foi publicado pela primeira vez em 1637 junto com três ensaios: *A dióptrica*, *Os meteoros* e *A geometria*. O título original é: *O Discurso do método para bem conduzir a própria razão e procurar as verdades na ciência, mais A dióptrica, Os meteoros e A geometria que são ensaios desse método*.

Desse modo, é possível perceber que a intenção original de Descartes era apresentar o seu método, na prática, com o um ensaio e não tratado, como o próprio autor deixa claro ao escrever uma carta para o padre, matemático, teólogo e pioneiro no estudo dos números primos, Marin Mersenne:

.. não ponho Tratado do método, e sim Discurso do método, o que é o mesmo que Prefácio ou Advertência sobre o método, para mostrar que não tenho intenção de ensiná-lo, mas somente de falar sobre ele. Pois, como se pode ver pelo que exponho sobre ele, consiste mais em prática que em teoria, e chamo os ensaios que vêm depois de Ensaio deste método, porque pretendo que as coisas que contêm não poderiam ser encontradas sem ele, e que através delas podemos reconhecer o que ele vale; assim como inseri alguma coisa de metafísica, de física e de medicina no primeiro discurso para mostrar que o método estende-se a todos os tipos de matérias. (DESCARTES, 2003, p. XXV)

Portanto, devemos entender a obra completa como um conjunto formado pelo *Discurso* e os *Ensaio*s, o primeiro como um ensaio preparatório para entender o método que está presente nos ensaios subsequentes.

O *Discurso* está dividido em seis partes. A primeira parte é quase uma bibliografia educacional, o autor nos faz uma síntese sobre sua educação e sua vontade de conhecer não só o mundo, mas também a verdade, além de algumas considerações acerca da ciência.

É peculiar a forma como o autor escreve. Um livro fundador do racionalismo moderno, por vezes parece um grande diário no qual o mesmo narra suas aventuras e seu modo de pensar, como se estivesse escrevendo um diário:

Estava então na Alemanha, para onde a ocorrência das guerras, que lá ainda não terminaram, havia me chamado, e, quando estava voltando da coroação do imperador para o exército, o começo do inverno reteve-me numa caserna onde, não encontrando nenhuma conversa que me distraísse, e não tendo, aliás felizmente, nenhuma preocupação nem paixão que me perturbasse, ficava o dia inteiro sozinho fechado num quarto aquecido, onde tinha bastante tempo disponível para entreter-me com meus pensamentos. (DESCARTES, 2018; p.76)

Essa forma tão leve e sem preocupação de ditar um método de se buscar a verdade e de escrever sobre um assunto tão sério e importante para ciência moderna me fez buscar a aprender e escrever sobre esse livro.

A segunda parte é onde está a essência do método, é nessa parte onde vemos as principais regras para a prática da ciência. Descartes nos apresenta como diferenciar o que é verdadeiro e o que não é.

Na terceira parte da obra está a moralidade provisória que Descartes define para si mesmo. Descartes formula algumas máximas que devem orientá-lo na vida prática, enquanto realiza as suas especulações filosóficas. Considerou que eram necessárias porque, para reconstruir seu juízo e se livrar de velhas ideias e crenças ultrapassadas, teria que, ele mesmo, orientar-se por um estabelecimento temporário de conduta, uma moralidade temporária.

Na quarta parte do *Discurso*, o autor pretende provar a existência de Deus e da alma humana. No discurso ele faz isso de forma mais rápida, porém, aprofunda o estudo no livro *Meditações sobre Filosofia Primeira*. O autor nos faz refletir sobre as coisas que aceitamos como verdadeiras sem duvidar acerca das mesmas. Através de uma reflexão profunda, ele elabora sua célebre frase: Penso, logo sou (*cogito ergo sum*).

Na quinta parte, Descartes reafirma seu pensamento da dualidade corpo e alma. Segundo ele, a alma foi criada por Deus e acrescentada ao nosso corpo de forma metafísica. É também com base nisso que ele explica de que modo nós seres humanos nos diferenciamos dos outros animais. Nessa parte, ele também investiga questões da medicina, tais como o movimento do sangue e do nosso coração.

Na sexta e última parte do *Discurso do Método*, Descartes nos conta os motivos os quais o levaram a escrever tal obra, além dos requisitos para ir mais além do método. Segundo Descartes (2018, p.115), “Quero que se saiba que o pouco que aprendi até agora não é quase nada, em comparação com o que ignoro, e que não desespero de poder aprender”.

No *Ensaio sobre a Geometria*, Descartes usa seu método de forma lógico-matemática. Nesse estudo é estabelecido apenas um conjunto de articulações de problemas e resoluções matemáticas. É estruturado em três partes: a primeira trata dos problemas que podem ser construídos apenas com o uso de círculos e linhas retas; a segunda expõe a natureza das linhas curvas; e a terceira examina os problemas sólidos e os hipsólidos.

Na *Dióptrica*, Descartes investiga três campos da ciência ótica: Ótica a partir da matemática aplicada; psicofisiologia e por fim a física. Já *Os Meteoros* consistem num estudo acerca dos fenômenos atmosféricos.

Feita essa descrição geral da obra, em seguida adentraremos em pormenores mais específicos, começando pela parte inicial do livro.

3.1 Livro I - o bom senso

René Descartes começa versando acerca do bom senso. Segundo ele, todos os homens (com exceção das pessoas que de alguma forma estejam impedidas de fazer uso íntegro da razão) têm a capacidade de distinguir o verdadeiro do falso. Essa capacidade é chamada de bom senso, razão. O fato de termos pensamentos diferentes sobre um determinado ponto não significa necessariamente que somos mais ou menos racionais, mas sim, que, por termos experiências e vivências únicas, conduzimos nossos pensamentos por caminhos diferentes.

Ele acreditava que não possuía nada especial em seu espírito. Inclusive, via com admiração as pessoas que se destacavam de alguma forma nesse sentido, pois ele “tinha desejado ter o pensamento tão rápido e imaginação tão clara e distinta, ou memória tão ampla, ou presente”. Mas o que ele se propunha a examinar mesmo eram qualidades que serviriam à razão, ao bom senso - a razão como um fator determinante da essência do ser humano, que, segundo ele, é o que nos diferencia dos animais.

Descartes parece saber o tamanho da importância que ele representaria na história não só da filosofia mas também da ciência, ao revelar seu método de conduzir a razão, método esse que o fez elevar até o mais alto ponto que seu medíocre espírito e sua curta vida, palavras do autor, pudessem atingir. Ele não está preocupado em ensinar ou convencer o leitor sobre seu método, mas ele quer apenas compartilhar a maneira como ele conduziu a sua razão.

O autor narra sua jornada pelo conhecimento, jornada essa que começou nas letras, no colégio Jesuíta Henri IV. Apesar de ler inúmeros livros, ele estava enterrado em sua ignorância e dúvidas. Ele sabia da importância do que era estudado, dos livros, poesia, filosofia, música, medicina e outras ciências. Sentia-se perdido, pois já lera o suficiente e ler para ele é como viajar, ótimo para ter novas experiências, aprender uma cultura diferente da sua e dialogar com grandes pensadores. Mas viajar por muito tempo nos torna estrangeiros em nossa terra, em nosso tempo. Assim é imprescindível escrever sobre as coisas do seu tempo.

E para escrever, ele saiu procurando pelo mundo a verdade, passou por exércitos e cortes, conhecendo pessoas de diferentes condições, com objetivo de adquirir cada vez mais conhecimento. Conhecimento esse que o fez enxergar as coisas de forma mais racional, não

crendo firmemente em nada que só o tivesse persuadido pelo exemplo e costume. Isso o fez perceber que para encontrar o caminho em busca da distinção entre o verdadeiro e o falso, deveria olhar para dentro de si.

Essas são as considerações específicas relativas ao livro I que consideramos importante destacar no nosso estudo. Em seguida, passaremos para o livro II, que sem dúvida é o mais relevante para o nosso estudo.

4 LIVRO II - O MÉTODO

Como um filósofo consegue pensar sobre um determinado assunto? Em que perspectiva social e espacial? Esses questionamentos cruciais ocorreram a Descartes, quando resolveu se isolar num inverno Alemão e empreender uma reflexão filosófica profunda acerca dos princípios do nosso conhecimento. Depois de adquirir todos os conhecimentos que estiveram ao seu alcance por meio dos livros e, além disso, depois de obter uma vasta experiência em viagens e campanhas militares, Descartes decidiu se recolher num lugar solitário e confortável para simplesmente refletir, refletir mais uma vez sobre toda a sua vida, sobre o que vivenciou e aprendeu.

Entre seus pensamentos, estava o de um ideal da perfeição. Ele refletiu então que, numa obra feita por várias pessoas, geralmente não há tanta perfeição quanto nas obras feitas por um só mestre. Podemos aqui subentender que, para Descartes, o conhecimento adquirido nos livros e nas experiências vividas, mostrava-se errante e careciam de um método seguro.

Descartes continua com seus pensamentos, refletindo sobre como os edifícios, ruas e cidades construídos por um só arquiteto costumam ser mais belos, ordenados e funcionais do que as vilas que foram crescendo e com o passar do tempo se transformando em grandes cidades, ou as casas que foram pensadas para uma utilidade e depois reformadas para outro fim.

Assim, vê-se que os edifícios iniciados e terminados por um único arquiteto costumam ser mais belos e mais bem ordenados do que aqueles que muitos procuraram reformar, servindo-se de velhas muralhas que haviam sido construídas para outros fins.

De forma análoga, ele refletiu sobre os povos, que no passado eram nômades e com o passar do tempo foram criando raízes em uma localidade e tendo-se civilizado pouco a pouco, e criando leis à medida que as atitudes desagradáveis fossem surgindo, não poderiam ser tão civilizados e organizados como os povos que se reuniram e observaram as leis antes que os crimes acontecesse, como podemos ver na passagem abaixo:

Assim, imaginei que os povos que, tendo sido outrora semi-selvagens e tendo-se civilizado apenas pouco a pouco, foram fazendo suas leis somente à medida que a incomodidade dos crimes e das querelas a isso os forçou não poderiam ser tão bem policiados como aqueles que, desde o momento em que se reuniram, observaram as constituições de algum prudente legislador. (DESCARTES, 2018; p.77)

Com esse método de pensar, ele chegou à conclusão de que os livros cujas razões não são demonstráveis, mas sim apenas prováveis, construídas pouco a pouco pela opinião de vários mestres, não se aproximam tanto da verdade quanto uma obra feita por um único homem de bom senso. Perceba que novamente existe uma crítica à escolástica e o fazer filosófico da época. Ele estava preocupado em buscar a verdade do começo, sem se apoiar nos escritos anteriores de outros mestres.

Poderíamos então concluir que Descartes propõe uma reforma no corpo estrutural das ciências ou nas instituições de ensino. Porém, nos diz que do mesmo modo que não vemos demolirem todas as ruas e casas de uma cidade para refazê-las de modo mais bela e organizada de outro modo, não é incomum vermos donos demolirem e refazer sua própria casa. Ele não pretende reformar a ciência, mas sim seu método para bem conduzir a razão. Mas como fazer isso?

Nós somos adultos, possuímos crenças e opiniões, estamos inseridos numa sociedade com regras e normas sociais. Então, para buscar a verdade, Descartes primeiramente se desfez de todas as opiniões antes aceitas como verdadeiras sem o uso da razão. Porém, como mencionado anteriormente, esse não é um discurso autoritário sobre um método, é uma sugestão. E como sugestão, ele nos lembra que o método de nos desfazer das nossas opiniões não é um exemplo para todos, “A mera resolução de se desfazer de todas as opiniões antes aceitas como verdadeiras não é um exemplo que todos devam seguir.” (DESCARTES, 2018, p. 78).

Depois de pensar sobre como a lógica, a geometria e a álgebra se apresentam a nós, ele pensou em um método que tivesse por suporte essas três áreas, lógica, geometria, e álgebra, mas que não ficassem deficientes por causa das limitações que então notava em cada uma delas: A lógica serve para explicar o que se sabe; a álgebra é presa em várias regras e sinais; e a geometria restrita às figuras, ficando o entendimento dependente da imaginação.

Assim, ele chegou à conclusão de que o seu método deveria ter poucas regras ou preceitos, quatro precisamente, mas que, uma vez bem explicados e fielmente cumpridos, poderiam alavancar o conhecimento de um modo inteiramente novo:

O primeiro era de nunca aceitar coisa alguma como verdadeira sem que a conhecesse evidentemente como tal; ou seja, evitar cuidadosamente a precipitação e a prevenção, e não incluir em meus juízos nada além daquilo que se apresentasse tão clara e distintamente a meu espírito, que eu não tivesse nenhuma ocasião de pô-lo em dúvida.

O segundo, dividir cada uma das dificuldades que examinasse em tantas parcelas quantas fosse possível e necessário para melhor resolvê-las.

O terceiro, conduzir por ordem meus pensamentos, começando pelos objetos mais simples e mais fáceis de conhecer, para subir pouco a pouco, como por degraus, até o conhecimento dos mais compostos; e supondo certa ordem mesmo entre aqueles que não se precedem naturalmente uns aos outros.

E o último, fazer em tudo enumerações tão completas, e revisões tão gerais, que eu tivesse certeza de nada omitir. (DESCARTES, 2018; p.81)

Descartes nos revela que essas regras vêm dos geômetras: “Essas longas cadeias de razões, tão simples e fáceis, de que os geômetras costumam servir-se para chegar às suas mais difíceis demonstrações” (DESCARTES, 2018; p.81). Logo em seguida, ele afirma:

Mas o que mais me contentava nesse método era que por meio dele tinha a certeza de usar em tudo minha razão, se não perfeitamente, pelo menos da melhor forma em meu poder; ademais, sentia, ao praticá-lo, que meu espírito acostumava-se pouco a pouco a conceber mais nítida e distintamente seus objetos. (DESCARTES, 2018; p.81)

Ou seja, à medida que Descartes ia praticando o método com seus ensaios, ele ia percebendo que seu espírito já estava se acostumando com aquele método e por conseguinte em conhecer mais nítida e distintamente os objetos de estudo. Do grego “*méthodos*”, a palavra “método” significa um conjunto de técnicas, procedimentos ou regras que nos levam a chegar a um objetivo, no caso de Descartes, a verdade nas ciências.

Essas são, portanto, as quatro regras elementares que Descartes estabelece no *Discurso do método* e que iremos examinar de modo detalhado no capítulo seguinte.

5 ANÁLISE DO MÉTODO

Antes de detalhar e analisar cada regra isoladamente, devemos (Estamos usando o método de Descartes para analisar o método de Descartes. Metalinguagem) nos perguntar: O porquê as regras aparecem nessa posição?

Para não induzir a uma ordem linear como alfabética ou numérica, vamos representar a posição das regras por símbolos: A primeira regra por '!'; a segunda regra por '/'; a terceira regra por '+'; e por fim a quarta regra por '□'.

Note que a escolha dos símbolos não foi por acaso, no primeiro passo nós temos um problema a ser solucionado, e para buscar solucionar, devemos tomar apenas as coisas que não podemos colocar em dúvida (!), ou seja, as coisas claras e distintas. Portanto, não podemos partir do “nada” para chegar a uma verdade. Temos que partir de evidências, do que não dá margem à dúvida.

No segundo, dividimos (/) o problema maior em menores, em seguida, vamos subindo pouco a pouco (+) o nosso conhecimento até, por fim, chegar à nossa conclusão, a ponto de enumerar cada passo (□ é o símbolo usado para representar a conclusão de uma demonstração na matemática)

Devemos observar no método que existem dois passos que se preocupam com o problema a ser solucionado, o conhecimento ainda não conhecido: '! e '/. E dois que estão preocupados na solução, o conhecimento conhecido: '+ e '□'.

Mais uma vez, usando o método para analisar o método, poderíamos nos perguntar se '/' poderia vir antes da "!". Perceba que não posso dividir meus problemas a fim de melhor resolvê-los se não sabemos o que é conhecido, as verdades e evidências que eu tomo como base. Então, parece ser razoável primeiro tomar as coisas evidentemente verdadeiras, a ponto de não existir dúvidas acerca daquilo, para depois dividir meus problemas em tantas partes quanto possível para melhor resolvê-los.

E por fim, '□' não poderia vir antes do '+', pois, só podemos enumerar e revisar de modo que nada se omita se eu já estiver chegando em alguma conclusão. Portanto, me parece razoável tomar a ordem proposta por Descartes do seu método.

5.1 Primeira Regra

“O primeiro era de nunca aceitar coisa alguma como verdadeira sem que a conhecesse evidentemente como tal;” (DESCARTES, 2018; p.81)

Aceitar, verbo que vem do latim ‘*acceptar*’, significa estar de acordo com, admitir, reconhecer. Antes de perguntar ‘aceitar o quê?’ devemos perguntar ‘quem aceita?’. O homem de bom senso que deve responder a pergunta.

Entretanto, vimos que “conduzimos nossos pensamentos por diversas vias, e não consideramos as mesmas coisas” (DESCARTES, 2018; p.70), portanto, parte de uma subjetividade e da vontade de quem está procurando a verdade.

Evidência, substantivo que vem do latim ‘*evidentia*’, significa qualidade ou caráter do que é evidente, do que não dá margem a dúvida.

Perceba que temos um problema: como pode uma evidência depender da subjetividade de quem o observa? Uma evidência não gera dúvida. Portanto, ao falar de aceitar uma evidência, Descartes nos fala que o EU que está seguindo o método é que deve ou não ACEITAR a EVIDÊNCIA para ELE. Alguma coisa é evidente para alguém. Não gera dúvida para esse observador. Porém, devemos conceber que para outrem o que o primeiro achava uma evidência, na verdade não o é.

Descartes parece que tem consciência desse problema, uma vez que, nas *Meditações metafísicas*, ele estabelece o “eu penso, logo existo” como fundamento primeiro de toda a sua filosofia. Por outro lado, podemos problematizar esse fundamento, talvez, pelo relativismo histórico inclusive das evidências matemáticas para o ser humano. É com esse viés que, mais à frente, faremos menção ao famoso problema histórico do quinto postulado euclidiano dos *Elementos*. Mas antes é preciso estabelecer o sujeito como fundamento do conhecimento objetivo em Descartes.

5.1.1 - O Estabelecimento do sujeito como fundamento do conhecimento objetivo, nas meditações

Além do questionamento do que é evidente, também podemos nos questionar sobre o que é real. Nas *Meditações sobre Filosofia Primeira*, na primeira meditação, Descartes nos alerta de que os sentidos enganam. Como é possível observar na passagem abaixo:

Com efeito, tudo o que admiti até agora como o que há de mais verdadeiro, eu o recebi dos sentidos ou pelos sentidos. Ora, notei que os sentidos às vezes enganam e é prudente nunca confiar completamente nos que, seja uma vez, nos enganaram. (DESCARTES, 2004, p.23)

Nessa perspectiva, posso muito bem me perguntar: Estou sentado no meu escritório escrevendo esse trabalho ou estou na minha cama sonhando que estou no meu escritório escrevendo esse trabalho? Descartes nos responde logo em seguida:

Por exemplo, que agora estou aqui, sentado junto ao fogo, vestindo esta roupa de inverno, tendo este papel às mãos e coisas semelhantes. Em verdade, qual a razão para que possa negar essas próprias mãos e todo esse meu corpo? A não ser talvez que me compare a não sei quais insanos cujo cérebro foi a tal ponto afetado pelo negro vapor da bÍlis que constantemente asseveram ou que são reis, sendo paupérrimos, ou que se vestem de púrpura, estando nus, ou que têm a cabeça feita de barro, ou que são inteiramente cabaças ou confeccionados em vidro. Mas eles são dementes e não pareceria menos demente do que eles, se neles buscasse algo como exemplo para mim.(DESCARTES, 2004; p.24)

Sendo assim, apesar dos sentidos nos enganarem, não podemos excluir nossos sentidos do nosso pensamento. Pois se estamos com a mente sã, sem estar afetado “pelo negro vapor da bÍlis” existem experiências que não são suscetíveis a dúvida, ou seja, são evidências. Como podemos verificar no trecho extraído das *Meditações sobre Filosofia Primeira*:

Agora, no entanto, estou certamente de olhos despertos e vejo este papel, e esta cabeça que movimento não está dormindo, e é de propósito, ciente disso, que estendo e sinto esta mão, coisas que não ocorreriam de modo tão distinto a quem dormisse. Mas, pensando nisto cuidadosamente, como não recordar que fui iludido nos sonhos por pensamentos semelhantes, em outras ocasiões! E, quando penso mais atentamente, vejo do modo mais manifesto que a vigília nunca pode ser distinguida do sono por indícios certos, fico estupefato e esse mesmo estupor quase me confirma na opinião de que estou dormindo. (DESCARTES, 2004; p.25)

Perceba, que Descartes a princípio usa o recurso da divisão para tentar chegar em uma evidência primeira. Descartes parte da nossa impressão habitual de que as coisas que vemos e sentimos em vigília se mostram diferentes das coisas que imaginamos em sonho. Porém, ele acaba observando que na verdade essa diferença não se sustenta, ou seja, que as duas coisas se confundem. Logo, essa dúvida acaba se mostrando provisória.

Portanto, até agora não sabemos o que de fato existe e é real, Descartes inclusive põe em dúvida até as coisas que parecem ser óbvias, como ter cabeça, braços e pernas, ou seja, ele colocou em dúvida até a existência do nosso corpo físico, como podemos observar nessa passagem:

Sonhemos, portanto, e que aquelas coisas particulares — que abrimos os olhos, mexemos a cabeça, estendemos a mão e coisas semelhantes — não são verdadeiras e talvez não tenhamos também estas mãos, nem este corpo todo. (Meditações sobre Filosofia Primeira, 2004; p.25)

E nessa outra:

Por igual razão, embora essas coisas gerais — olhos, cabeça, mãos e semelhantes — possam ser elas também imaginárias, é preciso confessar, todavia, que são pelo menos necessariamente verdadeiras e existentes algumas outras coisas, ainda mais simples e universais, a partir das quais são figuradas, como a partir de cores verdadeiras, todas as imagens de coisas que estão em nosso pensamento, quer verdadeiras, quer falsas..(Meditações sobre Filosofia Primeira, 2004; p.27)

Nessas duas passagens, Descartes se questiona que nosso corpo pode não ser real, porém existem coisas que são verdadeiras e existentes, mas o que seria? Perceba que o autor vem seguindo o fio condutor de sua razão para chegar em uma evidência primeira:

Mas, de onde sei que não há algo diverso de todas as coisas cujo censo acabo de fazer e a respeito de que não haveria a mais mínima ocasião de duvidar? Não há algum Deus, qualquer que seja o nome com que o chame, que tenha posto em mim esses mesmos pensamentos? Por que, na verdade, supô-lo, quando talvez eu mesmo possa ser o seu autor? Não sou, portanto, eu pelo menos, algo? Mas já me neguei a posse de todos os sentidos e de todo corpo. Hesito, entretanto, pois, que resulta disso? Acaso estou atado assim ao corpo e aos sentidos que, sem eles, não posso ser? Mas já me persuadi de que não há no mundo totalmente nada, nenhum céu, nenhuma terra, nenhuma mente e nenhum corpo. Portanto, não me persuadi de que eu, também, não era? Ao contrário, eu certamente era, se me persuadi de algo ou se somente pensei algo. Mas há um enganador, não sei quem, sumamente poderoso, sumamente astucioso que, por indústria, sempre me engana. Não há dúvida, portanto, de que eu, eu sou, também, se me engana: que me engane o quanto possa, nunca poderá fazer, porém, que eu nada seja, enquanto eu pensar que sou algo. De sorte que, depois de ponderar e examinar cuidadosamente todas as coisas, é preciso estabelecer, finalmente, que este enunciado eu, eu sou, eu, eu existo é necessariamente verdadeiro, todas as vezes que é por mim proferido ou concebido na mente. (DESCARTES, 2004; p.43)

Aqui, o autor nos fornece a primeira verdade indubitável, o famoso “*cogito, ergo sum*” (Penso, logo existo). Essa verdade é clara e distinta, é também simples e, portanto, indivisível. Através de toda linha argumentativa que vai desde a primeira meditação até a segunda, Descartes nos diz que existe uma verdade primeira e evidente: Eu sou. Essa verdade é o pressuposto para que a segunda regra faça sentido.

Esse estabelecimento do “eu”, do sujeito que pensa e que se coloca como perspectiva originária na qual uma coisa se mostra evidente, é um dispositivo muito importante da filosofia cartesiana. Porém, é necessário que nossos pressupostos estejam bem claros e

distintos, de modo que deixe espaço para dúvidas. Feito o estabelecimento do sujeito do conhecimento objetivo, vamos agora tratar do problema da noção de evidência a partir de um sujeito histórico.

5.1.2 - O problema da noção de evidência a partir de um “sujeito histórico”

Na sequência, a partir do subtítulo 5.1.2.1, tentaremos problematizar um pouco a fundamentação filosófica da ciência a partir do sujeito pensante (racional), apontando para a instabilidade histórica dos pensadores relativamente a evidências matemáticas, tomando como referência a obra de Euclides.

Temos ao longo da história vários exemplos de “evidências” que na verdade precisavam de premissas que não foram explicitadas. Inclusive uma na própria geometria que Descartes tomou como base do seu método. Vale a pena examinar esse caso, que é relativo ao quinto postulado de Euclides.

5.1.2.1 O 5º postulado de Euclides

Postulado é algo que se considera como fato reconhecido e ponto de partida, implícito ou explícito, de uma argumentação; premissa. Os 5 postulados de Euclides, tomados como verdade, eram a base de todo conhecimento acerca da geometria.

O 5º postulado de Euclides, enunciado por volta dos anos 300 a.c. nos diz: “E, caso uma reta, caindo sobre duas retas, faça os ângulos interiores e do mesmo lado menores do que dois retos, sendo prolongadas as duas retas, ilimitadamente, encontrarem-se no lado no qual estão os menores do que dois retos”. (BICUDO, 2009; p.98)

Esse postulado era evidente? Foi debatido durante mais de 2000 anos sobre sua natureza. Até que no século XIX, três matemáticos : Nikolai Ivanovich Lobachevsky (1792-1856), János Bolyai (1802-1860) e Carl Friedrich Gauss (1777- 1855), descobriram que sim, o postulado era evidente. Porém, que ele não era necessário para se construir uma geometria.

Daí, surgiram mais geometrias, por exemplo: A geometria de Lobachevski e a A geometria de Riemann⁴.

Portanto, a evidência de que para se ter geometria, era necessário que os 5 postulados de Euclides fossem verdadeiros foi por água abaixo.

Podemos então entender de duas formas: a primeira é que tomar algo como evidente que não o seja, na verdade estamos tomando o que é evidente em nossa época e com nossas limitações, e portanto, chegaremos a uma conclusão que não é verdadeiramente perfeita; a segunda é que não existe nada evidente, que na verdade tudo está sujeito a certas limitações, e que Descartes está se referindo a ser evidente para o indivíduo que está aplicando o método. Por isso, o dispositivo do “sujeito”, do “eu penso” e do que “é evidente para mim”, tem uma importância filosófica singular e uma validade perene. Podemos fazer a seguinte comparação: assim como a crença equivocada de Aristóteles no geocentrismo não invalida a sua filosofia, assim também a invalidação de um determinado postulado de geometria tomado por Descartes como claro e evidente não lança por terra o seu legado filosófico. É importante, pois, destacar esse dispositivo do “eu pensante”, do “meu juízo”, que Descartes faz valer ao longo do seu Discurso:

“...ou seja, evitar cuidadosamente a precipitação e a prevenção, e não incluir em meus juízos nada além daquilo que se apresentasse tão clara e distintamente a meu espírito, que eu não tivesse nenhuma ocasião de pô-lo em dúvida.” (DESCARTES, 2018; p.81)

Ao falar de *precipitação e prevenção*, Descartes está se referindo ao que *aceitamos*. Antes de aceitar uma coisa como verdadeira, devemos analisar a veracidade da coisa de forma calma, lenta e não tendenciosa, a fim de não cometer falha e assim, tomar uma coisa evidente que não o seja.

Essa forma de investigar é baseada fortemente nos geômetras. Como mencionado anteriormente, foram 2 milênios estudando acerca da veracidade do 5º postulado e se era necessário sua veracidade para toda geometria conhecida na época.

Na matemática existem diversos exemplos de como se busca a verdade de forma lenta e gradual, de modo a evitar a precipitação. Pelo ponto de vista metodológico, pois, nós encontramos diferentes situações que atestam os preceitos práticos cartesianos. Um dos mais famosos é o “Último Teorema de Fermat”. É interessante trazer esse exemplo para nós

⁴ Para saber mais sobre geometrias euclidianas e não euclidianas, ver também o artigo *De Euclides às geometrias não euclidianas* de Vincenzo Bongiovanni e Ana Paula Jahn publicada pela Revista IberoAmericana de Educación Matemática disponível em <https://core.ac.uk/download/pdf/328833603.pdf>

percebermos que, enquanto método filosófico, o Discurso se associa mais a um processo intuitivo de descobertas (processo esse que não exige conhecimento prévio e especializado) do que a um encadeamento de raciocínios matemáticos complexo e elaborado. Veremos nesse exemplo que, para Fermat, enquanto um “sujeito que conhece”, à maneira do “eu penso” cartesiano, o referido teorema era de todo evidente, por mais que ele próprio e o seu contexto histórico não estivessem aptos a demonstrar matematicamente a verdade do teorema.

5.1.2.2 O Último Teorema de Fermat

Um teorema é uma proposição que pode ser demonstrada por meio de um processo lógico dedutivo a partir de axiomas ou postulados. Portanto, para uma proposição ser considerada um teorema, precisa ser demonstrada. Já uma conjectura é uma hipótese muito forte, mas da qual ainda não existe demonstração, ou seja, ainda não sabemos afirmar sua veracidade.

Pierre de Fermat nasceu em 17 de agosto de 1601, também na França. É conhecido como “Príncipe dos Amadores”, pois ele não era um matemático, apenas um amante da matemática, que no seu momento de descanso de seu trabalho (jurista), adorava elaborar problemas matemáticos.

O seu maior problema é semelhante ao tão conhecido Teorema de Pitágoras. Não existe nenhum conjunto com números inteiros positivos x , y , z e n com n maior que 2 que torne a igualdade verdadeira $x^n + y^n = z^n$. Perceba que $n = 2$ temos o teorema de Pitágoras, ou seja, o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos. Assim, temos infinitas soluções para a equação $x^2 + y^2 = z^2$, uma dessas soluções seria $x=3, y=4$ e $z=5$. Sobre esse problema, Fermat escreveu:

É impossível para um cubo ser escrito como a soma de dois cubos ou uma quarta potência ser escrita como a soma de duas quartas potências ou, em geral, para qualquer número que é uma potência maior do que a segunda, ser escrito como a soma de duas potências com o mesmo expoente. (SINGH, 2014; p. 39)

Não sendo um matemático, Fermat não tinha a preocupação em formalizar e escrever matemática com todo rigor dos matemáticos. Ele costumava escrever em seus livros, a exemplo do comentário acima, deixado no livro “Aritmética” de Diofante. Em outra anotação ele escreveu: “Descobri uma demonstração maravilhosa desta proposição que, no entanto, não cabe nas margens deste livro”.

Durante três séculos vários matemáticos provaram casos particulares dessa conjectura. Como não existia uma prova geral então não poderia ser considerado um teorema. Em busca da solução, foram descobertos novos campos matemáticos e relações entre campos da matemática, como por exemplo problemas da geometria algébrica a serem resolvidos com a teoria dos números.

Até que em 1995 o britânico Andrew Wiles conseguiu provar a demonstração completa e definitiva do problema, mostrando, portanto, que se trata de um teorema. Demonstração essa que tem mais de 200 páginas e é feita por transitividade da implicação. Pois, foi visto que se fosse possível provar uma outra conjectura, conhecida por conjectura de Taniyama-Shimura, então essa provaria o teorema de Fermat, e assim, Andrew Wiles conseguiu provar tal conjectura e portanto, o último teorema de Fermat. Portanto, é muito improvável que Fermat tivesse conseguindo encontrar uma demonstração para seu teorema com a matemática desenvolvida na sua época.

Uma vez abordada detalhadamente a problemática que envolve o ponto de partida de Descartes, problemática essa que está implícita na relação entre as duas regras iniciais, seguiremos agora o nosso estudo discorrendo brevemente sobre as outras regras, para nos mantermos fiéis ao conjunto de regras apresentado por Descartes.

5.2 Segunda regra

“O segundo, dividir cada uma das dificuldades que examinasse em tantas parcelas quantas fosse possível e necessário para melhor resolvê-las.” (DESCARTES, 2018; p.81)

Após admitirmos as evidências de forma clara e distinta e pôr em dúvida todo o resto, chegou a hora de analisar o problema. Nesta segunda regra, conhecida também como regra da análise, o autor propõe separar as nossas dificuldades de modo que o complexo passe a ser mais simples e assim que as dúvidas obscuras se tornem mais límpidas.

Assim, ao quebrar a dificuldade em problemas menores, não simplesmente dividir por dividir mas sim decompor em elementos de modo o mais simples possível que nosso bom senso permita, facilitará o processo de resolução.

Vale ressaltar que no método apresentado por Descartes não existe um passo a passo em como dividir as dificuldades apresentadas. Cada ramo da Ciência, cada cientista e cada pesquisa tem divisões diferentes. Descartes não estava preocupado em criar um algoritmo

capaz de solucionar cada problema, como os computadores resolvem equações. Mas sim, em revelar o seu método para bem conduzir a razão. Visto a segunda regra, iremos passar para a penúltima regra.

5.3 Terceira Regra

A terceira regra diz:

“O terceiro, conduzir por ordem meus pensamentos, começando pelos objetos mais simples e mais fáceis de conhecer, para subir pouco a pouco, como por degraus, até o conhecimento dos mais compostos; e supondo certa ordem mesmo entre aqueles que não se precedem naturalmente uns aos outros.” (DESCARTES , 2018; p.81)

Após fragmentar os nossos problemas mais complexos em problemas menores, quase atômicos chega a hora de retomá-los em ordem: dos mais fáceis e básicos aos mais complexos. Até que não tenhamos mais problemas, apenas respostas evidentes, de modo que não nos restem dúvidas sobre a veracidade das mesmas. Sendo assim, a cada passo que damos, nosso conjunto de evidências aumenta, ou seja, existe uma ordem lógica no nosso raciocínio.

É dessa forma que a Ciência avança na busca de chegar em mais evidências. Primeiro Euclides com seus quatro postulados, aceito inquestionavelmente como verdade. O 5º postulado não se apresentou assim para a comunidade dos geômetras, porém com o avanço da Matemática foi possível que para ter a geometria Euclidiana, a que nós usamos no nosso dia-a-dia, o 5º postulado é tido como evidência. Sendo assim, todas as vezes que formos investigar algum problema da geometria Euclidiana, podemos e devemos usar o 5º postulado e todas as consequências demonstráveis a partir dele. Feito a análise das três primeiras regras, vamos analisar a última regra.

5.4 Quarta Regra

“E o último, fazer em tudo enumerações tão completas, e revisões tão gerais, que eu tivesse certeza de nada omitir.” (DESCARTES, 2018; p.81)

Na última regra, Descartes complementa e fecha o ciclo das regras anteriores. Como falado anteriormente, as duas primeiras regras estão associadas ao problema em si: O que temos como evidente? O que não é evidente, e portanto, vou colocar em dúvida? Qual o tamanho do meu problema? Posso dividir em problemas menores? De que forma?...

Na terceira regra, solucionamos os nossos problemas menores, as divisões desse problema maior. Mas, ainda é preciso organizar e estruturar nossa solução. Afinal, nosso problema primeiro se deu de forma integral, e não em pequenos problemas. A partir disso, o autor fecha seu método e, com a certeza de não restar mais nenhum problema em aberto, ele propõe enumerar e colocar nossa ordem de demonstração de forma clara e distinta.

De modo que quando um terceiro olhar o que foi feito, ele conseguirá entender a solução. Portanto, no final de um problema, podemos chegar a uma evidência. E assim, como diria Newton, *“Se cheguei até aqui foi porque me apoiei no ombro dos gigantes”*.

6 EXEMPLO DO USO DO MÉTODO NA GEOMETRIA EUCLIDIANA

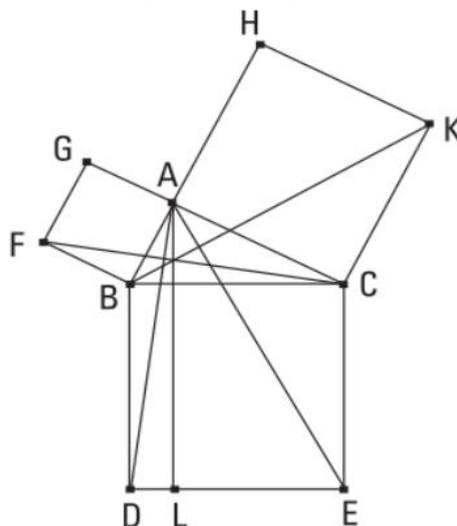
Neste capítulo, trouxemos dois problemas geométricos que podem ser resolvidos com o auxílio de Descartes: seja pela concepção do seu método ou pela algebreização da geometria. O primeiro problema é uma das mais belas fórmulas da matemática antiga, o teorema de Pitágoras, apresentado por Euclides nos Elementos. É importante observar que analisando sua demonstração original é possível observar uma estrutura bem parecida com o método proposto por Descartes. Por isso, escolhemos algebrizar a demonstração de Euclides mas sendo fiel aos argumentos originais. O segundo problema é uma questão da disciplina de Geometria do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional aplicada em 2014.

Proposição 47 do livro I dos *Elementos* e sua demonstração original de Euclides

Nos triângulos retângulos, o quadrado sobre o lado que se estende sob o ângulo reto é igual aos quadrados sobre os lados que contêm o ângulo reto.

Prova: Seja o triângulo retângulo ABC, tendo o ângulo sob BAC reto; digo que o quadrado sobre a BC é igual aos quadrados sobre as BA, AC. (Figura 1)

Figura 1 - Triângulo retângulo de Euclides



Fonte: Os Elementos (2009, p. 133)

Fiquem, pois, descritos, por um lado, o quadrado BDEC sobre a BC, e, por outro lado, os GB, HC sobre as BA, AC, e, pelo A, fique traçada a AL paralela a qualquer uma das BD, CE; e fiquem ligadas as AD, FC. E, como cada um dos ângulos sob BAC, BAG é reto, então, as duas retas AC, AG, não postas no mesmo lado, fazem relativamente a alguma reta, a BA, e no ponto A sobre ela, os ângulos adjacentes iguais a dois retos; portanto, a CA está sobre uma reta com a AG. Pelas mesmas coisas, então, também a BA está sobre uma reta com a AH. E, como o ângulo sob DBC é igual ao sob FBA; pois, cada um é reto; fique adicionado o sob ABC comum; portanto, o sob DBA todo é igual ao sob FBC todo. E como, por um lado, a DB é igual à BC, e, por outro lado, a FB, à BA, então, as duas DB, BA são iguais às duas FB, BC, cada uma a cada uma; e o ângulo sob DBA é igual ao ângulo sob FBC; por tanto, a base AD [é] igual à base FC, e o triângulo ABD é igual ao triângulo FBC; e, por um lado, o paralelogramo BL [é] o dobro do triângulo ABD; pois, tanto têm a mesma base BD quanto estão nas mesmas paralelas BD, AL; e, por outro lado, o quadrado GB é o dobro do triângulo FBC; pois, de novo, tanto têm a mesma base FB quanto estão nas mesmas paralelas FB, GC. [Mas os dobros das coisas iguais são iguais entre si;] portanto, também o paralelogramo BL é igual ao quadrado GB. Do mesmo modo, então, sendo ligadas as AE, BK, será provado também o paralelogramo CL igual ao quadrado HC; portanto, o quadrado BDEC todo é igual aos quadrados GB, HC. E, por um lado, o quadrado BDEC foi descrito sobre a BC, e, por outro lado, os GB, HC, sobre as BA, AC. Portanto, o quadrado sobre o lado BC é igual aos quadrados sobre os lados BA, AC.

Portanto, nos triângulos retângulos, o quadrado sobre o lado que se estende sob o ângulo reto é igual aos quadrados sobre os lados que contêm o [ângulo] reto; o que era preciso provar.

Perceba que essa proposição diz respeito ao que é conhecido como Teorema de Pitágoras. Apesar de levar o nome de Pitágoras, existem pedras babilônicas cerca de mil anos antes do nascimento de Pitágoras com ternas pitagóricas (conjuntos de três números que satisfazem o teorema de Pitágoras). Porém, Pitágoras foi o primeiro que se preocupou em formalizar a demonstração. Após Pitágoras, houveram muitas outras demonstrações, como de Leonardo da Vinci e do ex presidente dos Estados Unidos Abram Garfield⁵.

⁵ Essa e outras demonstrações podem ser encontradas no livro “Meu professor de matemática e outras histórias” de Elon Lages Lima. 6ª ed. Rio de Janeiro: SBM, 2012.

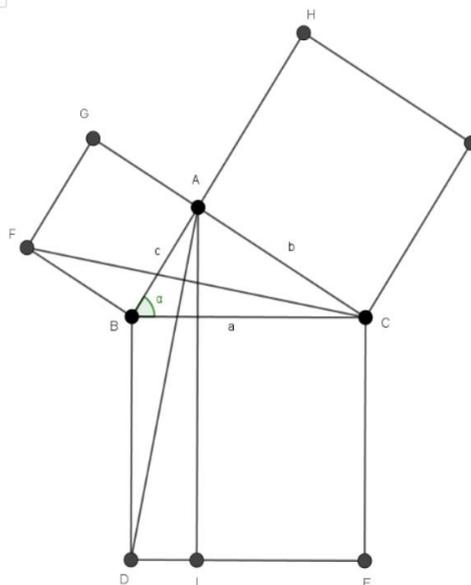
Nessa demonstração original de Euclides, é possível perceber como era feita a demonstração e a linguagem matemática antes da modernidade. Não existiam tantos símbolos para representar o que era dito. Descartes, com *A Geometria*, relaciona as operações geométricas com os cálculos aritméticos, tais como operações de soma, subtração, multiplicação, divisão e extração de raiz quadrada. Descartes começa a algebrização da geometria, utilizando símbolos e letras para facilitar a compreensão dos problemas.

Vamos tentar demonstrar o Teorema de Pitágoras usando a demonstração de Euclides com a utilização da linguagem trazida por Descartes.

Nos triângulos retângulos, o quadrado sobre o lado que se estende sob o ângulo reto é igual aos quadrados sobre os lados que contêm o ângulo reto. Podemos reescrever utilizando a nova linguagem proposta por Descartes da seguinte forma: No triângulo retângulo, o quadrado da hipotenusa é igual a soma dos quadrados dos catetos.

Sobre o cateto BC, se constrói um quadrado de lado 'b'. Sobre o cateto AB, se constrói um quadrado de lado 'c'. E sobre a hipotenusa BC, se constrói um quadrado de lado 'a'. Passando pelo ponto A, se constrói uma reta paralela a reta BD de modo que a interseção da reta com o segmento DE se encontre no ponto L, tracem os segmentos AD e FG como mostra a figura 2. Queremos provar que a soma das áreas dos quadrados de lado 'b' e 'c' é igual a área do quadrado de lado a, ou seja, $a^2 = b^2 + c^2$.

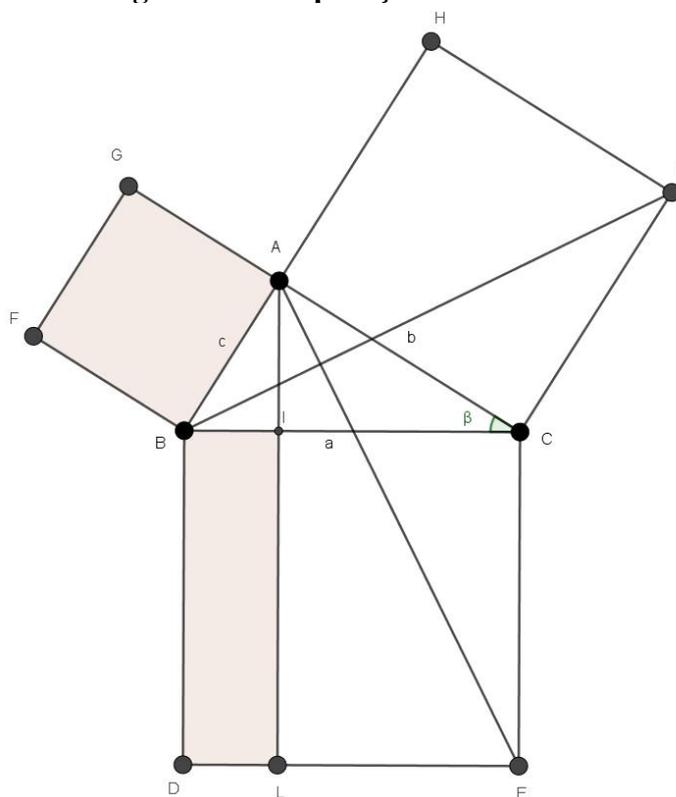
Figura 2 - Triângulo retângulo



Fonte: Autor

Como o ângulo em BAC é reto (possui 90°) e AGFB e AHKC são quadrados, então o ponto G pertence a reta AC e o ponto H pertence a reta AB. Perceba que o ângulo FBC é o mesmo do ângulo ABD, que é igual a $\alpha + 90^\circ$. Temos também que $AB = BF = c$ e que $BC = BD = a$. Portanto os triângulos FBC e ABD são iguais, pois tem os mesmos lados e ângulos. Note que o retângulo de base BD e altura BL tem o dobro da área do triângulo ABD, pois tem a mesma base e mesma altura. O quadrado ABFG tem o dobro da área do triângulo FBC pela mesma razão. Assim, o quadrado ABFG tem a mesma área do retângulo, como exemplifica a figura abaixo destacando as áreas iguais com cores iguais (figura 3).

Figura 3 - Comparação das áreas



Fonte: Autor

Perceba que o ângulo KCB é o mesmo do ângulo ACE, que é igual a $\beta + 90^\circ$. Temos também que $AC = CK = b$ e que $BC = CE = a$. Portanto os triângulos ACE e KCB são iguais, pois tem os mesmos lados e ângulos. Note que o retângulo de base CE e altura EL tem o dobro da área do triângulo ACE, pois tem a mesma base e mesma altura. O quadrado ACKH tem o dobro da área do triângulo KCB pela mesma razão. Assim, o quadrado ACKH tem a

mesma área do retângulo, como exemplifica a figura abaixo destacando as áreas iguais com cores iguais (figura 4).

Figura 4 - Comparação das áreas 2

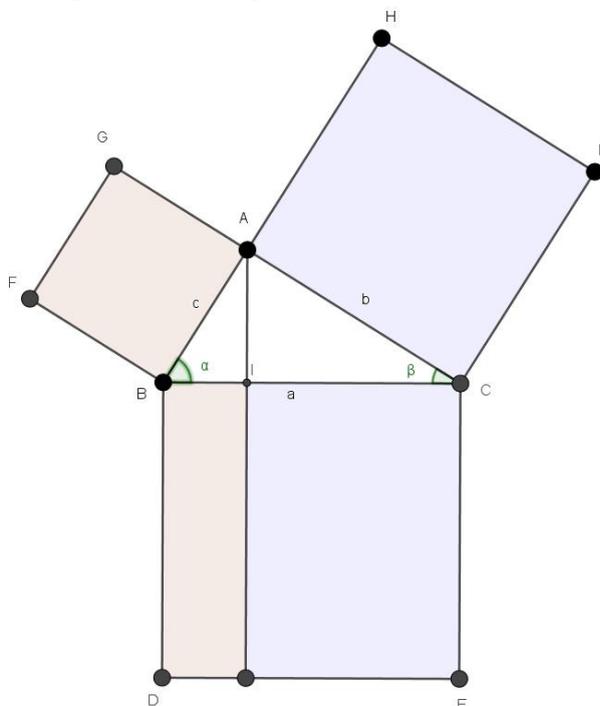


Figura 3

Fonte: Autor

Portanto, a área do quadrado DBCE é igual a soma dos quadrados ACKH e BAGF, ou ainda que $a^2 = b^2 + c^2$.

Questão da disciplina de Geometria do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional aplicada em 2014 (adaptada).

Dado um triângulo acutângulo ABC de baricentro G, constrói-se os triângulos equiláteros ABD e ACE, exteriores a ABC, de baricentros H e I, respectivamente.

Um entusiasta da geometria euclidiana certamente desconfia que o seguimento $CD = BE$ e que $GH=GI$, porém vimos que desconfiar não basta. Devemos colocar em dúvida o que não for evidente. Então vamos colocar algumas evidencias, resultados e definições conhecidas. Ou seja, nossas evidencias (primeira regra).

Um triângulo equilátero é um triângulo que possui todos os ângulos e lados iguais;

Um triângulo acutângulo é um triângulo que possui todos os seus ângulos internos menores que 90° ;

Baricentro de um triângulo é o ponto de encontro das três medianas do triângulo, e mediana é o ponto que divide um segmento (lado do triângulo) em partes iguais; o baricentro divide o segmento na razão 1 para 2;

Todo triângulo tem a soma dos seus ângulos internos iguais a 180° ;

Dois segmentos são congruentes, quando possuem a mesma medida;

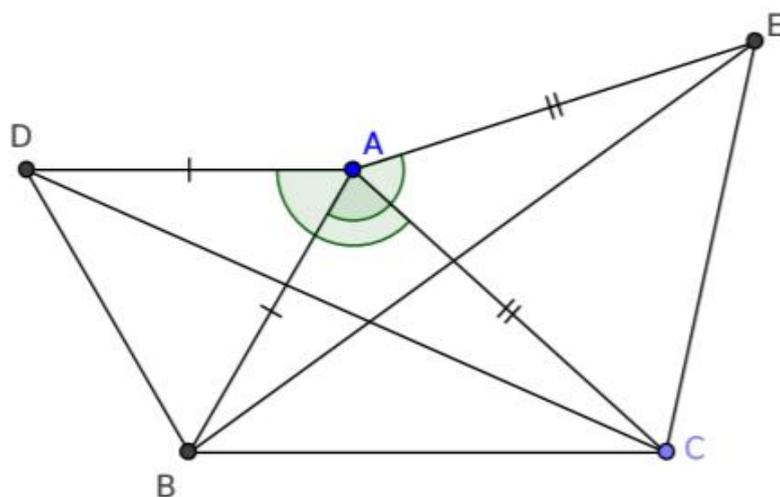
Dois ângulos são congruentes, quando possuem a mesma medida

Dois triângulos são congruentes quando possuírem dois lados congruentes e o ângulo formado por eles também forem congruentes (caso LAL).

Dois triângulos são semelhantes se for possível estabelecer uma correspondência biunívoca entre seus vértices, de modo que ângulos correspondentes sejam iguais e lados correspondentes sejam proporcionais.

Feito isso, vamos analisar nosso problema. Desconfiamos de dois resultados: 1) $CD = BE$ e 2) $GH = GI$. Portanto, vamos dividir e tentar provar um de cada vez. Percebe que para facilitar o entendimento podemos construir um triângulo que atenda nosso problema (segunda regra). Portanto, sem perda de generalidade, temos:

Figura 5 - Construção dos triângulos



Fonte: Autor

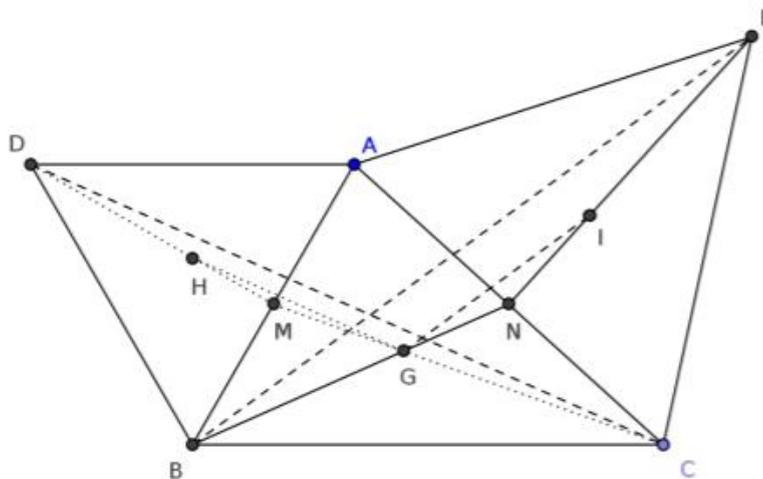
Onde o traço no segmento AB representa que ele é congruente a AD e o duplo traço em EA representa que ele é congruente ao segmento AC.

Perceba que o ângulo \widehat{CAD} é igual ao ângulo \widehat{CAB} mais o ângulo \widehat{BAD} , mas como \widehat{BAD} é um triângulo equilátero, e todo triângulo equilátero possui os seus ângulos iguais a 60° , então temos que $\widehat{CAD} = \widehat{CAB} + 60^\circ$.

Ademais, note que como $AC = AE$, e $AD = AB$, pelo fato dos triângulos ADB e ACE serem equiláteros. Portanto, os triângulos ACD e AEB são congruentes pelo caso LAL. (Terceira regra) Assim, os lados BE e CD são congruentes.

Sejam M e N , pontos médios de AB e AC , respectivamente.

Figura 6 - Construção dos baricentros



Fonte: Autor

Como G é o baricentro do triângulo ABC , então $\underline{GN} = \underline{BN}/3$ e $\underline{IN} = \underline{EN}/3$, e como o ângulo \widehat{GNI} é congruente ao ângulo \widehat{BNE} , os triângulos BNE e GNI serão semelhantes, de razão $1/3$. Assim, $\underline{GI} = \underline{BE}/3$.

Analogamente usando os triângulos semelhantes CMD e GMH de razão $1/3$, temos que $\underline{GH} = \underline{CD}/3$. (Terceira regra)

Como $CD=BE$, temos que $GI = GH$.

Portanto, através das evidências que possuíamos previamente, nós quebramos o nosso problema e fomos construindo nossa solução de forma gradual e distinta, portanto o que tínhamos apenas como achismo: $CD = BE$ e $GI = GH$, agora é uma evidência. (Quarta regra)

CONCLUSÃO

O presente trabalho de conclusão de curso abordou a questão da relação da filosofia com a matemática. Neste trabalho, buscamos analisar parte da obra *O Discurso do método para bem conduzir a própria razão e procurar as verdades na ciência, mais A dióptrica, Os meteoros e A geometria que são ensaios desse método* e relacioná-la com elementos matemáticos.

Primeiramente foi feito um breve levantamento histórico sobre o período em que a obra foi lançada com a finalidade de situar o leitor sobre os acontecimentos daquele período. Em um segundo momento, focamos nossos esforços em analisar a trajetória de Descartes para chegar na elaboração do Método.

Com o Método exposto, com a ajuda das *Meditações sobre Filosofia Primeira* buscamos analisar a ordem das regras e cada regra isoladamente. Com efeito, discutimos sobre evidências e a partir disso, abrimos nosso estudo para a matemática, com o exemplo do 5º postulado de Euclides, presente na obra *Os Elementos* e do último teorema de Fermat.

Concluimos com exemplos geométricos da utilização do método cartesiano, ou seja, com o apoio do método proposto pelo filósofo e matemático René Descartes, podemos resolver problemas matemáticos, em especial os geométricos, de maneira mais organizada.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BICUDO, IRINEU. **Os Elementos/Euclides**; tradução e introdução. São Paulo: Editora UNESP, 2009

BONGIOVANNI, Vincenzo. **De Euclides às geometrias não euclidianas**. 2010. Disponível em: <https://core.ac.uk/download/pdf/328833603.pdf>

DESCARTES, René. **O Discurso do método & Ensaio**. René Descartes; organizado por Pablo Rubén Mariconda; traduzido por César Augusto Batristi, Érico Andrade, Guilherme Rodrigues Neto, Marisa Carneiro de Oliveira Franco Donatelli, Pablo Rubén Mariconda, Paulo Tadeu da Silva. São Paulo: Editora Unesp, 2018.

DESCARTES, René. **Meditações sobre Filosofia Primeira**; tradução, nota prévia e revisão de Fausto Castilho. São Paulo: Editora UNICAMP, 2004.

DESCARTES, René. **Discurso do Método**. Trad. Maria E. Galvão. São Paulo, Martins Fontes, 2003

EUCLIDES. **Os elementos/Euclides**; tradução e introdução de Irineu Bicudo. – São Paulo: Editora UNESP, 2009.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. 5ª ed. - Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.

LIMA, Elon Lages. **Meu professor de Matemática e outras histórias**. 6ª ed. - Rio de Janeiro: SBM, 2012.

PROCLUS. **A Commentary on the First Book of Euclid's Elements**. Translated with introduction and notes by Glenn R. Morrow. Princeton, New Jersey, 1970.

SANTOS, Bento Silva. **História da filosofia medieval**. Vitória : Universidade Federal do Espírito Santo, Secretaria de Ensino a Distância, 2015.

SAPUNARU, Raquel Anna. **A Geometria de René Descartes**. 1ª ed. Livraria da Física, 2015

SINGH, Simon. **O último teorema de Fermat** [recurso eletrônico]: a história do enigma que confundiu as mais brilhantes mentes do mundo durante 358 anos / Simon Singh; tradução Jorge Luiz Calife. - 1. ed. - Rio de Janeiro: BestBolso, 2014.