

**UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA A DISTÂNCIA**

ADEMAR NUNES DOS SANTOS

**O TEOREMA DE PITÁGORAS: UMA PROPOSTA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE
MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE
PROBLEMAS**

JOÃO PESSOA – PB

2023

ADEMAR NUNES DOS SANTOS

**O TEOREMA DE PITÁGORAS: UMA PROPOSTA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE
MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE
PROBLEMAS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática a Distância da Universidade Federal da Paraíba como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof^ª. Dra. Severina Andréa Dantas de Farias

JOÃO PESSOA – PB

2023

Catálogo na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

S237t Santos, Ademar Nunes dos.

O teorema de Pitágoras : uma proposta didática para o ensino de matemática no ensino fundamental através da resolução de problemas / Ademar Nunes dos Santos. - João Pessoa, 2023.

70 p. : il.

Educação a Distância, UFPB.

Orientação: Severina Andréa Dantas de Farias.

TCC (Curso de Licenciatura em Matemática) - UFPB/CCEN.

1. Ensino de Matemática. 2. Geometria. 3. Resolução de problemas. 4. Teorema de Pitágoras. 5. Sequência didática. I. Farias, Severina Andréa Dantas de. II. Título.

UFPB/CCEN

CDU 51(043.2)

ADEMAR NUNES DOS SANTOS

**O TEOREMA DE PITÁGORAS: UMA PROPOSTA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE
MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE
PROBLEMAS**

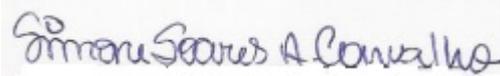
Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática a Distância da Universidade Federal da Paraíba como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Severina Andréa Dantas de Farias

Aprovado em: 15/06/2023

COMISSÃO ORGANIZADORA


Profa. Dra. Severina Andréa Dantas de Farias
Orientadora - DEC/CE/UEPB


Profa. Esp. Simone Soares de
Examinadora – UFPB Virtual


Prof. Dr. Adriano Alves de Medeiros
Examinador – DM/CCEN/UEPB

Dedicatória

À minha família pelo apoio e incentivo durante a realização deste Trabalho de Conclusão de Curso. As palavras de encorajamento em alguns momentos foram essenciais para a realização dessa conquista pessoal e acadêmica.

AGRADECIMENTOS

Ao Deus Todo-Poderoso, que está comigo em todos os momentos e nunca tem me desamparado.

Aos meus pais, José do Egito Bezerra dos Santos e Hilda Almeida Nunes, e aos meus dez irmãos que sempre foram o meu suporte e por me mostrarem que a educação é a ferramenta mais importante na construção da minha vida.

À minha noiva Rafaela do Nascimento Silva, por cada palavra de apoio e por ter paciência comigo durante os meses em que estive me debruçando sobre esta monografia.

Aos meus amigos e colegas de curso, José Eliton da Silva Costa, Poliana Targino Batista e Geraldo Soares Leite Junior, pois muitas vezes me esclareceram dúvidas referentes aos conteúdos e durante toda a graduação realizamos estudos juntos, nos incentivamos mutuamente a persistirmos até ao fim desta graduação.

À Universidade Federal da Paraíba, à Universidade Aberta do Brasil, ao Centro de Ciências Exatas e da Natureza e ao Departamento de Matemática por me darem a oportunidade de concluir o curso de Licenciatura em Matemática à distância, como segunda graduação.

Ao pólo da UAB em Taperoá - PB, representado pelo coordenador do pólo Vamberto Flávio Teófilo de Oliveira e pela tutora presencial do curso de Matemática Áurea Jane Gonçalves Gouveia, por todo apoio discente concedido durante a graduação.

À minha orientadora, Profa. Dra. Severina Andréa Dantas de Farias, que com muita paciência, humanidade e extrema competência tornou essa jornada mais leve e de grande parceria.

Aos professores, Simone Soares de Almeida Carvalho e Adriano Alves de Medeiros, que aceitaram participar da banca examinadora na apresentação deste trabalho e cujas sugestões de melhoria enriqueceram o meu Trabalho de Conclusão de Curso.

Resolver problemas é uma arte que tem de ser praticada, tal como nadar, esqui, tocar piano: aprende-se imitando e praticando.

George Polya

RESUMO

Esta pesquisa teve como objetivo principal discutir o Teorema de Pitágoras através de atividades didáticas utilizando a Resolução de Problemas com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do município de Cacimbas, Paraíba. Com base na temática, desenvolveram-se estudos dirigidos à discussão com foco na legislação vigente (BRASIL, 1997, 1998, 2017) e em estudos teóricos de autores diversos. A metodologia de pesquisa caracterizou por ser um estudo exploratório, de cunho pesquisa-ação, com análise qualitativa, tendo como sujeitos 21 alunos de uma turma de 9º de uma escola pública do município de Cacimbas - PB. Para isso, aplicou-se um questionário com intuito de traçar o perfil socioeconômico e cognitivo dos alunos sobre a temática. Em seguida aplicou-se atividades com base na sequência didática que discutiu conceitos de triângulos e a sua aplicação em cinco dias consecutivos. Os resultados indicaram que a maioria dos alunos são feminino, com idade entre 13 anos até 16 anos ou mais, sendo que moram com os seus pais e possuem renda familiar menor que 1 salário mínimo. Embora a maioria dos alunos da turma goste de estudar Matemática, não evidenciou-se nenhum relato de situação na qual a figura do triângulo estivesse presente na sua vivência diária. Quanto à aplicação da sequência didática, a maioria dos alunos apresentou bastante dificuldade para ler e interpretar os problemas propostos, e também nas operações básicas da matemática o que impossibilitou por alguns alunos a não conclusão da resolução dos problemas. Diante disso, torna-se relevante conduzir estudos futuros de ampliação deste estudo junto a metodologias ativas para atingir novas habilidades da BNCC voltadas ao Ensino Fundamental.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Geometria. Resolução de problemas. Teorema de Pitágoras. Sequência didática.

ABSTRACT

The main objective of this research was to discuss the Pythagorean Theorem through didactic activities using Problem Solving with students of the 9th grade of Elementary School in a public school in the city of Cacimbas, Paraíba. Based on the theme, studies aimed at discussion were developed, focusing on current legislation (BRASIL, 1997, 1998, 2017) and on theoretical studies by different authors. The research methodology was characterized by being an exploratory study, of an action-research nature, with qualitative analysis, having as subjects 21 students from a 9th grade class of a public school in the city of Cacimbas - PB. For this, a questionnaire was applied in order to trace the socioeconomic and cognitive profile of students on the subject. Then, activities were applied based on the didactic sequence that discussed concepts of triangles and their application in five consecutive days. The results indicated that of the students are male and are female, aged between 13 and 16 years or older, with living with their parents and have a family income of less than 1 minimum wage. Although of the students in the class like to study Mathematics, could not cite any situation in which the figure of the triangle was present in their daily lives. As for the application of the didactic sequence, of the students had a lot of difficulty reading and interpreting the proposed problems, had difficulty with the basic operations of mathematics and of the students in the class did not complete the resolution of the problems. In view of this, it becomes relevant to conduct future studies to expand this study together with active methodologies to achieve new BNCC skills aimed at Elementary Education.

Keywords: Mathematics Teaching. Geometry. Problem solving. Pythagorean theorem. Following teaching.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Figuras planas poligonais e não poligonais.....	29
Figura 2: Lado, vértice e ângulo interno de um polígono.....	29
Figura 3: Os poliedros possuem várias faces poligonais (formadas por linhas retas).....	30
Figura 4: Face, aresta e vértice de um poliedro e os não poliedros, são sólidos arredondados.....	30
Figura 5: Vértices, lados e ângulos internos de um triângulo.....	30
Figura 6: Teorema da Desigualdade Triangular.....	31
Figura 7: Classificação de triângulos quanto aos lados.....	31
Figura 8: Classificação e triângulos quanto aos ângulos.....	32
Figura 9: Soma dos ângulos internos e externos de um triângulo.....	32
Figura 10: Pitágoras de Samos.....	33
Figura 11: Triângulo retângulo dos egípcios.....	34
Figura 12: Relação entre os três lados de um triângulo retângulo.....	35
Figura 13: Representação geométrica do Teorema de Pitágoras.....	36
Figura 14: Triângulo retângulo de lados a , b e c	36
Figura 15: Divisão de um triângulo retângulo em dois triângulos semelhantes.....	37
Figura 16: Teorema de Pitágoras através de quadriculações.....	38
Figura 17: Respostas de dois alunos ao problema apresentado no questionário.....	51
Figura 18: A presença dos triângulos no nosso dia a dia.....	53
Figura 19: Verificação da condição de existência de triângulos.....	53
Figura 20: Atividade do terceiro dia sobre classificação de triângulos.....	54
Figura 21: Demonstração do Teorema de Pitágoras com malha quadriculada.....	54
Figura 22: Resolução de problemas em duplas.....	57
Figura 23: O teorema de Pitágoras no Geogebra.....	58
Figura 24: Cartelas do Bingo Pitagórico.....	59

LISTA DE TABELA

Tabela 1: Idade dos alunos do 9º ano “A” da E.M.E.F.I. Joaquim Cassiano Alves....49

SUMÁRIO

1 MEMORIAL	13
2 INTRODUÇÃO	16
2.1 APRESENTAÇÃO DO TEMA.....	16
2.2 OBJETIVOS.....	16
Objetivo Geral	17
Objetivos Específicos:.....	17
2.3 JUSTIFICATIVA	17
3 REFERENCIAL TEÓRICO	19
3.1 O ENSINO DA MATEMÁTICA ESCOLAR NO ENSINO FUNDAMENTAL	19
3.2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA	23
3.3 GEOMETRIA: ASPECTOS HISTÓRICOS E CONCEITUAIS	27
3.4 O TEOREMA DE PITÁGORAS	33
4 SEQUÊNCIA DIDÁTICA	38
5. METODOLOGIA DA PESQUISA	47
5.1 NATUREZA DA PESQUISA.....	47
5.2 LOCAL DE ESTUDO E SUJEITOS.....	48
5.3 COLETA DE DADOS	48
6 RESULTADOS E DISCUSSÕES	49
6.1 PERFIL DA TURMA.....	49
6.2 SEQUÊNCIA DIDÁTICA E A APLICAÇÕES DO TEOREMA DE PITÁGORAS ..	52
6.3 APLICAÇÃO DE ATIVIDADES COM O USO DE TECNOLOGIAS ATIVAS	58
7 CONSIDERAÇÕES FINAIS	61
REFERÊNCIAS	64
APÊNDICE 1 - Questionário Diagnóstico.....	69
APÊNDICE 2 - Verificação conceitual da Matemática.....	70
ANEXO - Solicitação de pesquisa de campo	71

1 MEMORIAL

Eu, Ademar Nunes dos Santos, nascido em 15 de Agosto de 1995, natural de Desterro, estado da Paraíba, sempre morei no Sítio Pedro, no município de Cacimbas - PB. Filho de José do Egito Bezerra dos Santos, agricultor e Agente Comunitário de Saúde, e Hilda Almeida Nunes, agricultora e dona de casa. Tenho 10 irmãos, sendo 06 do sexo feminino e 04 do sexo masculino. Na minha casa, desde a minha infância tivemos uma vida difícil, pois meus pais e meus irmãos mais velhos tiveram que trabalhar muito na roça e nos campos de sisal para trazer o sustento do lar e colocar a comida na nossa mesa.

Mesmo sendo um dos filhos mais novos da família também tive que trabalhar na roça desde a minha infância plantando, cultivando e colhendo milho, feijão, fava e abóbora para que, através da agricultura familiar, tivéssemos o alimento básico com o qual pudéssemos nos alimentar, uma vez que a família era muito grande e o salário que o meu pai recebia como servidor público era muito baixo para garantir o sustento da família.

Em meio a tantas lutas e adversidades, meu pai concluiu com cerca de 50 anos de idade o ensino fundamental e o ensino médio por meio da Educação de Jovens e Adultos (EJA). Minha mãe, por outro lado, nunca chegou a concluir o ensino fundamental (anos iniciais). No entanto, presenciando todas as dificuldades e o sofrimento dos meus pais, eu me motivei a buscar na educação uma oportunidade de mudar a realidade que estava à minha volta.

Tendo estudado na escola pública durante toda a minha vida, recordando a minha experiência no ensino fundamental e médio, hoje considerada interessante e marcante, percebo que a Matemática foi um componente curricular que eu me identificava e tinha facilidade para compreensão dos seus conteúdos.

Na verdade, embora na maioria das vezes as aulas de Matemática fossem pautadas em uma metodologia tradicional de ensino, eu tinha facilidade com os cálculos matemáticos e para compreender os conteúdos, me destacando como um dos melhores alunos da sala nesse componente curricular. É tanto que duas vezes consegui passar na prova da OBMEP e me destacar como um dos medalhistas na primeira fase dessa prova em nossa escola. No ensino fundamental lembro-me que tive um professor de Matemática que nos apresentava a importância desse componente curricular no dia a dia com aulas práticas e dinâmicas, de tal modo que

o aprendizado da Matemática se tornava mais facilitado e necessário, o que me incentivava muito a estudar e buscar o conhecimento matemático. No ensino médio também tive um professor de Matemática e Física que lecionava esses componentes curriculares tão bem, que eu sempre me via no seu lugar sendo um professor da área das ciências exatas.

No último ano do ensino médio, como eu não tinha recursos para pagar um curso preparatório para o vestibular, me inscrevi no extinto PBVest, o cursinho pré-vestibular na modalidade a distância oferecido gratuitamente pelo Governo da Paraíba para os alunos da rede pública estadual de ensino. No ano de 2012 realizei a prova do Enem pela primeira vez, e por meio da nota que obtive nele me inscrevi no SISU nos cursos de licenciatura em Matemática (UFCG, Campina Grande-PB) e Física (UEPB, Patos-PB).

Como tive que optar por um dos cursos, como a cidade de Patos-PB é mais próxima da minha cidade e tinha transporte público disponível para os alunos se deslocarem até ela para estudarem, em Setembro de 2013 eu ingressei no curso de Licenciatura em Física. Em 2017 participei como monitor bolsista em práticas laboratoriais durante o período de um ano no curso de Física.

Tendo concluído o curso de Física em 2018, comecei a lecionar Matemática no programa Novo Mais Educação em turmas do ensino fundamental em minha cidade, onde tive a minha primeira oportunidade de emprego e também a minha primeira experiência no ambiente da sala de aula. No ano de 2019 me inscrevi no processo seletivo da Especialização em Ensino de Ciências e Matemática pelo Instituto Federal da Paraíba, no Campus de Patos-PB, e fui aprovado, tendo cursado esta pós-graduação lato sensu até o ano de 2020. Nesta especialização me esforcei bastante para expandir o meu conhecimento e aprender novas metodologias e práticas de ensino para aplicá-las na minha prática docente, pois nesse período fui contratado para lecionar a disciplina de Matemática nos anos finais do ensino fundamental em uma escola pública do município de Cacimbas-PB, no qual resido.

Uma vez que já estava lecionando Matemática e percebendo a necessidade de ser portador de um diploma de segunda licenciatura, tive acesso ao edital no qual estava sendo ofertado o curso de Licenciatura em Matemática a distância pela Universidade Federal da Paraíba (UFPB). Fiz a inscrição e ingressei no curso (Turma 2021.1), buscando assim obter a minha segunda graduação em uma

instituição pública de ensino superior do meu Estado, bem como ampliar os meus conhecimentos na área das ciências exatas.

No ano de 2022 (Turma 2022.2) ingressei no curso de Especialização em Educação Profissional e Tecnológica do Instituto Federal da Paraíba (Campus Cabedelo), no qual estou buscando também me qualificar na docência para o mundo do trabalho e para o ensino técnico.

Desde que entrei no curso de Matemática, as minhas atividades são voltadas a área de educação principalmente no ensino fundamental e médio, pois como educador percebo-a como componente fundamental para me auxiliar na dinâmica do dia a dia, além de possibilitar diversas oportunidades no mercado de trabalho. Mesmo diante das dificuldades que tenho enfrentado para conciliar a minha vida de trabalho e estudo, sigo na perspectiva de não desistir de uma área que se consolidou como indispensável para o meu crescimento pessoal e profissional.

2 INTRODUÇÃO

2.1 APRESENTAÇÃO DO TEMA

Na sociedade globalizada em que vivemos as pessoas estão cada vez mais informatizadas e conectadas às mídias digitais, sendo que essa realidade acaba refletindo também no âmbito educacional, fazendo com que haja mudanças também no processo de ensino e aprendizagem das disciplinas escolares.

O componente curricular de Matemática tem sido visto ao longo do tempo pelos estudantes das escolas como “a disciplina difícil”, “a disciplina chata” e por tantos outros adjetivos negativos. Além disso, muitas vezes os conhecimentos matemáticos são apresentados total ou quase totalmente descontextualizados da realidade dos alunos, o que prejudica ainda mais a sua aprendizagem. Entretanto, os documentos que norteiam a educação brasileira apresentam a contextualização e a interdisciplinaridade como recursos para tornar a aprendizagem significativa ao associá-la com conhecimentos que os estudantes já possuem ou com experiência da vida diária deles.

No sentido de minimizar essa situação, os PCN da Matemática norteiam os educadores sobre o que é possível fazer para sanar os problemas que dificultam a aprendizagem dos alunos (BRASIL, 1997). Neles são apresentadas diretrizes e propostas metodológicas para que os docentes utilizem com o intuito de tornar o aprendizado da Matemática mais dinâmico e prazeroso (FARIAS; AZERÊDO; RÊGO, 2016).

Com o intuito de propiciar que o ensino da Matemática seja apresentado aos alunos de modo natural como um conjunto de conhecimentos historicamente construídos, os PCN da Matemática apresentam a metodologia de resolução de problemas como uma das principais propostas metodológicas apontadas pelos educadores para o ensino deste componente curricular, uma vez que esta metodologia baseia-se na apresentação de situações abertas que devem exigir dos alunos uma atitude ativa, autonomia própria e esforço para buscar respostas para elas, promovendo novas aprendizagens (BRASIL, 1997).

2.2 OBJETIVOS

Objetivo Geral: Discutir o Teorema de Pitágoras através de atividade didáticas utilizando a Resolução de Problemas com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do município de Cacimbas-PB.

Objetivos Específicos:

- Realizar estudo teórico com base em aspectos relevantes da Geometria plana e nas relações métricas do triângulo retângulo;
- Propor atividades em uma sequência didática para aplicação do Teorema de Pitágoras com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública;
- Adequar as atividades elaboradas de acordo com o nível cognitivo dos participantes diante dos conceitos que envolvem as relações métricas no triângulo retângulo.

2.3 JUSTIFICATIVA

O professor de Matemática precisa ter, além de uma sólida formação acadêmica, bons conhecimentos teóricos sobre a especialidade dos seus conteúdos e opções metodológicas para despertar interesse do seu público. Nesse sentido, para ser um professor competente é preciso estar em permanente estudo e formação para se compreender os elementos que interferem no trabalho que desenvolve nas escolas.

Com a utilização de metodologias adequadas em sala de aula no ensino da matemática a aprendizagem deste componente pode se tornar mais significativa, uma vez que o foco central do professor deve ser fazer com que os estudantes possam construir os seus próprios conhecimentos, mostrando as aplicabilidades da matemática e a importância que os seus conteúdos exercem na vida das pessoas.

Nesse contexto, a resolução de problemas consiste em uma metodologia ativa de ensino-aprendizagem, pois nela o foco da aprendizagem está centrado no estudante, sendo o professor o mediador deste processo. Além disso, se o professor de Matemática propuser que os estudantes resolvam problemas contextualizados com o cotidiano destes, eles serão estimulados a desenvolverem competências e habilidades que os tornarão mais participativos, dinâmicos e criativos.

Diante do exposto, a necessidade de relacionar os conhecimentos geométricos aplicados ao cotidiano dos estudantes possibilita desenvolver

atividades instigantes e que envolvem elementos conceituais, procedimentais e atitudinais, contemplando o aprendizado dos discentes no ambiente escolar.

Sendo assim este trabalho tem o intuito de promover a motivação dos estudantes a resolverem problemas e desenvolverem habilidades/capacidades que ajudem-os no raciocínio, na leitura e escrita, na argumentação, no levantamento de hipóteses, inferências, na organização de informação e tomadas de decisões na Matemática com mais segurança e de forma consciente.

Para uma melhor compreensão, estruturamos este trabalho em sete partes. A primeira apresentou o Memorial Acadêmico do aluno pesquisador. Na segunda parte apresentamos a Introdução que traz de forma breve o que foi desenvolvido na referida pesquisa, dando continuidade com o memorial onde é apresentado breve histórico do autor. Prosseguindo, na terceira etapa foi apresentado o Referencial Teórico com as seguintes discussões: O Ensino da Matemática Escolar no ensino fundamental; Resolução de problemas no ensino de Matemática; Geometria: Aspectos históricos e conceituais e O Teorema de Pitágoras.

No quarta parte apresentamos a proposta de Sequência Didática, na qual são propostos problemas envolvendo o Teorema de Pitágoras para os alunos resolverem. Já na quinta parte apresentamos a Metodologia de pesquisa, os sujeitos, o ambiente, instrumento e dados obtidos, descrevendo os procedimentos adotados. Na sexta parte são apresentados os Resultados e Discussões da pesquisa. Por fim, o trabalho apresenta as Considerações Finais.

Diante das discussões propostas, convidamos ao leitor para nos debruçarmos nessa pesquisa atento às discussões e abordagens que seguem.

3 REFERENCIAL TEÓRICO

3.1 O ENSINO DA MATEMÁTICA ESCOLAR NO ENSINO FUNDAMENTAL

Historicamente, o ensino da Matemática tem sido apresentado com uma visão dessa área como sendo um produto pronto e acabado, desvinculado da sua construção histórica, e acessível apenas a poucas pessoas, vistas na sociedade como inteligentes, talentosas e dotadas de uma capacidade intelectual que a maioria das pessoas não possui.

Como se isso fosse pouco, infelizmente, a prática metodológica tradicionalmente mais frequente no ensino da Matemática tem sido aquela na qual o professor expõe o conteúdo para os alunos oralmente, partindo de definições, exemplos e demonstração de propriedades, seguidos de exercícios de fixação e aplicação da aprendizagem. No entanto, essa prática de ensino tem se mostrado ineficaz e obsoleta (BRASIL, 1997).

Por esse motivo, o componente curricular de Matemática constitui-se num desafio para a maioria das crianças e jovens na idade escolar, sendo entendida como um componente difícil e o responsável por promover os mais altos índices de reprovação dos estudantes e evasão escolar. Existe também na sociedade uma questão cultural já impregnada, na qual se pode notar que os alunos já apresentam uma aversão à disciplina mesmo que ainda não tenham passado por situações que revelem alguma grande dificuldade (BAUMGARTEL, 2016).

Essa aversão à Matemática por parte dos estudantes pelo fato de acharem-na difícil resulta também em sentimentos de ansiedade, apreensão, tensão ou desconforto diante de situações que envolvam a resolução de problemas matemáticos. Estes sentimentos, que provocam desde a indiferença por parte dos alunos até traumas pessoais, denomina-se ansiedade em relação à Matemática (RINALDO, 2019).

Diante disso, Farias, Azerêdo e Rêgo (2016), esclarecem que:

Dessa forma, entendemos ser urgente que provoquemos a ruptura com essa visão da Matemática, uma vez que ela não favorece a sua aprendizagem pelos alunos e, portanto, sua democratização. Sabemos não ser fácil rompê-la, pois ela tem repercussão não somente no interior das escolas, mas na sociedade em geral. Será a partir de um trabalho pedagógico que evidencie a Matemática como uma ciência construída historicamente, por diversas culturas, permeada por interesses diversos, que estaremos dando o primeiro passo para que ela seja vista como mais próxima de todos nós. (FARIAS; AZERÊDO; RÉGO, 2016, p.19).

Nesse sentido, corroborando com o ensino da Matemática na esfera escolar faz-se necessário que reconheçamos-na como uma criação humana e contextualizemos os conhecimentos matemáticos às vivências e atividades do cotidiano dos estudantes.

Em consonância com isso, devemos ter em mente que o conhecimento matemático é indispensável para todos os alunos da Educação Básica, tanto por causa da sua grande aplicação na sociedade contemporânea, como também pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades na sociedade. (BRASIL, 2017).

Nessa visão, o ensino da Matemática precisa ser trabalhado de modo a inseri-la em um contexto, evidenciando-a como diversa e multicultural, por meio da apresentação, análise e discussão de diferentes formas de contar, classificar, medir, organizar, e tantas outras ações matematizadas e matematizáveis, realizadas por artistas, artesãos e profissionais de diversos setores da comunidade, de diferentes gêneros, ou idades (FARIAS; AZERÊDO; RÊGO, 2016, p.21).

No contexto brasileiro, o ensino de Matemática contou nos últimos cem anos com a influência de três grandes movimentos que foram responsáveis pelas mudanças curriculares e didático-pedagógicas no ensino da Matemática no Brasil, a saber: o Movimento da Matemática Clássica; o Movimento da Matemática Moderna e o Movimento da Educação Matemática.

Com relação ao Movimento da Matemática Clássica, Farias, Azerêdo e Rêgo (2016, p.14), destacam que ele:

[...] teve raízes filosóficas estabelecidas no Formalismo Clássico e as características centrais do ensino nele baseado eram a sistematização lógica dos conteúdos e a visão dogmática do conhecimento matemático, como verdade dada e acabada. O professor era o detentor, transmissor e expositor do conteúdo e o aluno, um receptor passivo, a quem caberia a tarefa de reproduzir o conteúdo.

No início da década de 1960, visando promover intensas reformulações para o ensino de Matemática no Brasil e no mundo, foi desencadeado um movimento de implementação de uma matemática mais sofisticada que ficou conhecido como Movimento da Matemática Moderna (MMM). (ARAÚJO, 2016).

Embora o Movimento da Matemática Moderna tenha sido um importante marco nas reformas curriculares e buscado aproximar o ensino escolar do método científico, situando-o no rigor lógico e na linguagem formal, o ensino da Matemática desde os anos iniciais tornou-se tão algebrizado que o ensino de Geometria foi

quase totalmente abandonado e a metodologia de ensino adotada não permitia a ligação dos conteúdos matemáticos ensinados em sala de aula com o cotidiano dos alunos, comprometendo, dessa forma, sua aprendizagem. (FARIAS; AZERÊDO; RÊGO, 2016; ARAÚJO, 2016).

Para Farias, Azerêdo e Rêgo (2016, p.15), nesse período o processo de ensino de Matemática ainda continuava centrado na figura do professor, que apresentava os conteúdos em sala de aula de forma mecânica, cabendo aos alunos à reprodução da linguagem e dos procedimentos estudados.

Como o Movimento da Matemática Moderna não surtiu os resultados curriculares esperados, na década de 1980 pesquisadores e professores da área de Matemática buscaram enfatizar o ensino deste componente curricular a partir do Movimento da Educação Matemática, que destacava a importância de levar em consideração a realidade do aluno e seus conhecimentos prévios, levando-o à compreensão e à construção do seu próprio conhecimento matemático.

Nesse sentido, o Movimento da Educação Matemática trouxe o desenvolvimento de práticas pedagógicas voltadas para a resolução de problemas emergiram e ganharam espaço no mundo inteiro, cabendo ao professor, nessa tendência, o papel de observador, organizador e motivador do processo de ensino-aprendizagem, em torno do objetivo que se quer alcançar, em uma relação que se pretende dialógica entre ele e o aluno (BRASIL, 1998).

No Brasil, atualmente existem alguns documentos que visam nortear o processo educativo e indicar os objetivos pedagógicos de cada nível de ensino no contexto educacional e escolar. Dentre eles, citaremos brevemente os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), com destaque para a área de Matemática.

No ano de 1997, o Ministério da Educação (MEC) publicou os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para o Ensino Fundamental - 1ª a 4ª séries - com o propósito de trazer subsídios para a construção de um referencial nacional, que orientasse a prática escolar, podendo também servir de parâmetro para as etapas de formação (inicial e continuada) de professores. No ano seguinte, em 1998, foram publicados os PCN que orientavam o ensino da 5ª à 8ª séries do Ensino Fundamental.

Como os PCN constituem um referencial para a educação em todo o país, sua função é nortear a elaboração do currículo das escolas públicas e privadas do

Brasil. Nestes documentos também “é ressaltada a importância do papel da educação na formação da cidadania, considerando-se a inserção do estudante no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura” (FARIAS; AZERÊDO; RÊGO, 2016, p.14).

No que diz respeito ao ensino de Matemática, nos PCN são apresentados os objetivos da Matemática para o Ensino Fundamental, o papel do professor e sua relação com o conhecimento matemático, assim como a relação entre professor e alunos em sala de aula e a relação da Matemática com os temas transversais de Ética, Pluralidade Cultural, Orientação Sexual, Meio Ambiente, Saúde, Trabalho e Consumo (BRASIL, 1998).

Nestes documentos, os conteúdos matemáticos aparecem agrupados em quatro blocos, a saber: Números e Operações; Espaço e Formas; Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação. Segundo Farias, Azerêdo e Rêgo (2016, p.53), “Nesse momento, inovou-se ao trazer os conteúdos não apenas na perspectiva de conceitos, mas incluindo os procedimentos e atitudes, valorizando a compreensão das ideias matemáticas” (FARIAS; AZERÊDO; RÊGO, 2016, p.53).

Conforme Farias, Azerêdo e Rêgo (2016, p.51),

Nos Parâmetros, os anos de escolaridade do nível Fundamental foram distribuídos em ciclos, com os critérios de avaliação sendo apresentados em relação a cada um deles, sendo defendido principalmente o uso de quatro possibilidades metodológicas para o ensino de Matemática: a resolução de problemas; a História da Matemática; as tecnologias e jogos. (FARIAS; AZERÊDO; RÊGO, 2016, p.51).

Neste sentido, nota-se que as propostas metodológicas apontadas acima para o ensino de Matemática estão em consonância com o Movimento da Educação Matemática, uma vez que nesse período elas emergiram e ganharam espaço no mundo inteiro buscando promover um ensino interdisciplinar e contextualizado da Matemática no ambiente escolar.

No ano de 2017, foi publicado pelo Ministério da Educação (MEC) a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento.

Este documento é também referência nacional para a formulação dos currículos dos sistemas e das redes de ensino dos Estados, do Distrito Federal e dos Municípios e das propostas pedagógicas das instituições escolares, visando o

pleno desenvolvimento da educação em todo o território nacional. No entanto, como cada escola está situada em um contexto social e cultural próprio, a BNCC propõe uma parte diversificada para que cada instituição escolar elabore o seu currículo levando em conta a sua realidade local (BRASIL, 2017).

Na BNCC são apresentadas 10 competências gerais que se inter-relacionam ao longo de todo o percurso escolar da Educação Básica. Em conformidade com as 10 competências gerais, cada área do conhecimento e/ou componente curricular tem as suas competências específicas. No caso da Matemática são 08 competências, sendo que no documento é apresentado um conjunto de habilidades relacionadas aos objetos de conhecimento matemáticos, os quais estão organizados em cinco unidades temáticas, percorridas de modo a funcionar de maneira complementar uma à outra, sendo elas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística.

Segundo Brasil (2017, p. 265),

No Ensino Fundamental, essa área, por meio da articulação de seus diversos campos – Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade –, precisa garantir que os alunos relacionem observações empíricas do mundo real a representações (tabelas, figuras e esquemas) e associem essas representações a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), fazendo induções e conjecturas. Assim, espera-se que eles desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações. . (BRASIL, 2017, p. 265).

Percebe-se, desse modo, que na BNCC o ensino de Matemática deve possibilitar

[...] o desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. (BRASIL, 2017, p. 266).

Para que haja o desenvolvimento do letramento matemático no Ensino Fundamental, é indispensável que o professor de Matemática contextualize a sua prática docente, considerando o educando como um sujeito integral e concreto, historicamente situado e como um ser humano em formação. É fundamental também que o educador busque na sua formação permanente, compreender os princípios e saberes que são necessários à sua prática educativa.

3.2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

A resolução de problemas consiste em uma estratégia pedagógica que favorece ao aluno um aprendizado devido ao estímulo a partir de desafios, ou seja, é uma metodologia de ensino que se baseia na apresentação de situações abertas que exijam dos alunos uma atitude ativa e esforço para buscar respostas para elas, promovendo novos conhecimentos (FARIAS; AZERÊDO; RÊGO, 2016, p. 60-61).

Embora resolver problemas seja uma função com a qual lidamos diariamente, o início das pesquisas com resolução de problemas deu-se com a publicação do trabalho do educador e matemático húngaro George Polya (1887-1982), em seu livro “A arte de resolver problemas” (1994). Nesta obra, Polya, o Pai da Resolução de Problemas, propõe um método em quatro etapas para a resolução de problemas, denominado por ele de heurística de Polya.

Conforme assevera Araújo (2016, p.18), as quatro etapas para a resolução de problemas de Polya, são:

1- Compreensão do problema:

- Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condicionante?
- Para determinar a incógnita, a condição é suficiente? Ou é insuficiente?

Ou é excessiva? Ou contraditória?

2- Estabelecimento de um plano:

- Qual a ligação entre os dados e a incógnita?
- Trace um caminho para a resolução: é possível descobrir algo para determinar a incógnita? E o que é preciso para descobrir esse algo?
- Já viu um problema parecido ou que corresponda a esse? Conhecer um problema que possa auxiliar?
- Conhece uma propriedade, um teorema, uma fórmula que seja útil para a resolução?

3- Execução do plano:

- Verifique cada passo da execução. É possível verificar que o passo está correto?

4- Reflexão sobre o que foi feito:

- É possível verificar o resultado? E o argumento?
- É possível seguir um caminho diferente?
- O resultado obtido tem sentido no contexto do problema?

Resumidamente, a heurística de Polya consiste em: 1º) compreender o problema; 2º) elaborar um plano de ação para resolver o problema; 3º) executar o plano de ação; e 4º) fazer o retrospecto ou verificação da solução encontrada para problema original. Nesse sentido, para Polya não existia fórmulas mágicas para resolver um problema, o que existe é um conjunto de procedimentos que qualquer indivíduo pode seguir para descobrir a solução de problemas (POLYA, 1995).

Para Polya (1995, p. 4), “o problema deve ser bem escolhido, nem muito difícil nem muito fácil, natural e interessante, e certo tempo deve ser dedicado à sua apresentação natural e interessante”. Nesse contexto, ao propor um problema, o professor precisa ter em mente que tal problema precisa despertar o interesse dos estudantes, além de desafiá-los a buscarem a solução para o problema.

No contexto da resolução de problemas, é importante que esteja clara a diferença entre um exercício e um problema. Para Pozo (1998), os alunos, quando resolvem um exercício usam, geralmente, uma fórmula que foi aprendida em determinada aula. Nesse sentido, para o autor, o exercício serve para que o aluno consolide o conteúdo aprendido; já o problema exige questionamento, reflexão e tomada de decisão.

Segundo Onuchic (1999) problema é tudo aquilo que não se sabe resolver, mas que de alguma forma, há o interesse em solucioná-lo. Dante (1988), corroborando com essa ideia, destaca que um problema é uma situação onde se procura algo desconhecido e que não reconhece de antemão nenhum algoritmo que garanta a solução de imediato.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) encontramos que, para os alunos, resolver um problema é apenas encontrar sua solução.

A prática mais frequente na Resolução de Problemas consiste em ensinar um conceito, um procedimento ou técnica e depois apresentar um problema para avaliar se os alunos são capazes de empregar o que lhes foi ensinado. Para a maioria dos alunos, resolver um problema significa fazer cálculos com números do enunciado ou aplicar algo que aprendam nas aulas. Desse modo, o que o professor explora na atividade matemática não é mais a atividade, ela mesma, mas seus resultados, técnicas e demonstrações (BRASIL, 1998, p. 40).

Portanto, o papel central durante o processo de ensino e aprendizagem de Matemática não é encontrar a solução do problema que foi sugerido a ser resolvido. Para Onuchic (1999), o ensino de Matemática através da resolução de problemas é um caminho para a aquisição de novos conhecimentos; para a autora, compreender deve ser o principal objetivo do ensino.

Os PCN, ao dispor de variadas possibilidades metodológicas no trato com o ensino de Matemática na Educação Básica, destacam que educadores matemáticos apontam a resolução de problemas como um ponto de partida da atividade matemática, isto é, como um “fio condutor” para se fazer Matemática em sala de aula durante todo esse processo formativo (BRASIL, 1997; 1998).

Considerando que um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações para se obter uma solução, o ensino baseado na resolução de problemas pressupõe promover nos alunos a construção de conteúdos conceituais, atitudinais e procedimentais, assim como a utilização dos conhecimentos disponíveis, para dar respostas a situações variadas e diferentes daquelas que lhe deram origem (BRASIL, 1998; FARIAS; AZERÊDO; RÊGO, 2016).

Percebe-se que, diferentemente da perspectiva tradicional de ensino com problemas matemáticos em sala de aula, a qual é estruturada na aplicação daquilo que o aluno já sabe em situações-problemas padrão, a metodologia de Resolução de Problemas baseia-se na apresentação de situações abertas que devem exigir dos alunos uma atitude ativa, autonomia própria e esforço para buscar respostas para elas, promovendo novas aprendizagens.

Farias, Azerêdo e Rêgo (2016, p.53) destacam que:

A elaboração de problemas pode ser promovida ao longo do Ensino Fundamental, estando ligada aos diferentes conteúdos matemáticos trabalhados, constituindo uma atividade que potencializa as capacidades de reflexão, antecipação, leitura e interpretação, argumentação, reversibilidade, entre outras. (FARIAS; AZERÊDO; RÊGO, 2016, p. 64-65).

Corroborando com essa ideia, a BNCC destaca que:

Os processos matemáticos de **resolução de problemas**, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental. (BRASIL, 2017, p. 266 - Grifo nosso).

Para isso, cabe ao professor selecionar e organizar, de forma criteriosa, os problemas que serão trabalhados em sala de aula. Esse procedimento é muito importante e revela a atitude do docente diante dessa metodologia de ensino (FARIAS; AZERÊDO; RÊGO, 2016).

Quando se faz opção de usar a metodologia de ensino baseada na resolução de problemas no ensino de Matemática, o professor deve desempenhar o papel de mediador do processo que os alunos estão utilizando; ou seja, ele deve fazer com que os alunos pensem e suscitem seus próprios conhecimentos.

Nesse contexto, a resolução de problemas consiste em uma metodologia ativa de ensino-aprendizagem, pois nela o processo de ensino e aprendizagem está centrado no estudante e contextualizado com o seu cotidiano, estimulando que os discentes sejam ativos e criativos no processo de ensino e aprendizagem. Os alunos aprendem de forma autônoma e participativa, por meio de problemas e situações reais, realizando tarefas que os estimulem a pensar além, a terem iniciativa, a debaterem, tornando-se, eles mesmos, responsáveis pela construção de seu próprio conhecimento. (ALMEIDA, 2018; MORAN, 2018).

Como protagonista do seu próprio conhecimento e trabalhando com uma diversidade de situações desafiadoras, o estudante que desenvolve a capacidade de resolver problemas matemáticos, desenvolve habilidades como autoconfiança, análise de situações, raciocínio lógico, construção de conceitos de maneira significativa e, o que é mais importante, estará mais bem preparado para aplicar o conhecimento matemático em outros contextos de aprendizagem e em situações do cotidiano.

3.3 GEOMETRIA: ASPECTOS HISTÓRICOS E CONCEITUAIS

A palavra Geometria é de origem grega e, etimologicamente, o seu significado resulta da junção de “geo” (terra) e “métron” (medir), isto é, “medida da terra”. Logo, a geometria é a área da Matemática que, em geral, se dedica a estudar as propriedades relacionadas com a posição e a forma de objetos no espaço.

Historicamente, as origens da geometria remontam às próprias origens da civilização, através dos registros escritos sobre temas geométricos oriundos das civilizações egípcias, suméria e babilônica, muito anteriores aos gregos, que são considerados os fundadores da geometria como disciplina autônoma. (PINHO; BATISTA; CARVALHO, 2010).

Conforme Pinho, Batista e Carvalho (2010, p. 9), o próprio termo Geometria nos fornece alguns indícios sobre as motivações fundamentais que os povos antigos tiveram para o estudo desta disciplina.

Em primeiro lugar, o desenvolvimento da agricultura naturalmente originou o problema a respeito da demarcação de terras, não somente por questões envolvendo a propriedade, mas também para se avaliar a produtividade através do cálculo da área de um determinado terreno. Uma segunda fonte de inspiração para o estudo de problemas geométricos na Antiguidade foi a arquitetura. Certamente, a construção de grandes monumentos, como templos e pirâmides, além de um colossal esforço humano, requereu o uso

de técnicas geométricas. Finalmente, motivações religiosas fizeram com que os povos olhassem para o céu e se preocupassem com o movimento dos astros. A astronomia, portanto, pode ter sido uma terceira fonte para as origens da geometria na Antiguidade. (PINHO; BATISTA; CARVALHO, 2010, p.9).

Percebe-se, desse modo, que a Geometria é um conjunto de conhecimentos historicamente construídos ao longo dos séculos por diferentes povos, vivendo em contextos diversos e, muitas vezes, em épocas diferentes. Nesse sentido, como fruto da criação e invenção do ser humano, os conhecimentos geométricos não evoluíram de forma linear e logicamente organizado, mas sim das necessidades reais do ser humano ao longo do tempo.

Segundo a BNCC, a “Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento”. (BRASIL, 2017, p. 271). Sendo assim, o estudo da Geometria é um campo fértil para trabalhar com situações-problema, além de ser um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente, uma vez que trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades (BRASIL, 1998, p.51).

O ensino de Geometria no Brasil foi relegado a um segundo plano por muitos anos no que diz respeito ao processo de escolarização da nossa sociedade. Os conceitos geométricos geralmente são descartado ou empurrado para o final do ano letivo e muitos professores não se sentissem à vontade para lecioná-la, a partir das reformas curriculares ocorridas no final do século XX, percebeu-se que ela desempenha um papel fundamental no currículo, na medida em que possibilita ao aluno desenvolver um tipo de pensamento particular para compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. (VAN DER WALLE, 2009, p. 438; BRASIL, 1998, p. 122).

O ensino da Geometria não se configura apenas em se dedicar as discussões de medidas e formas planas ou espaciais e suas propriedades, mas também ao entendimento conceitual das formas no mundo em que vivemos.

Com relação aos aspectos conceituais, o estudo das figuras planas acontece em plano bidimensional (duas dimensões), enquanto que das figuras espaciais avaliam-se conceitos básicos como: nomenclaturas, faces, arestas e vértices, associadas às representações Matemáticas tridimensionais (três dimensões).

As figuras planas, bidimensionais, são aquelas que possuem uma região plana fechada por segmentos de reta, dentre elas destacamos as figuras poligonais e não poligonais (Figura 1).

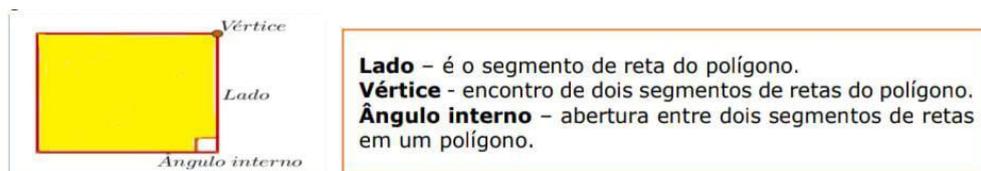
Figura 1: Figuras planas poligonais e não poligonais

Polígonos	Não polígono
Possuem vários lados (formados por segmentos de retas). Poli - gonos = vários ângulos	Não possui lados
<p>Quadrado</p>  <p>Retângulo</p>  <p>Paralelogramo</p>  <p>Triângulo</p>  <p>Trapézio</p>  <p>Pentágono</p>  <p>Losango</p> 	<p>Círculo</p> 

Fonte: NEALIM (2017)

Os polígonos possuem três características que o distinguem de uma figura plana não poligonal, a saber: lados, vértices e ângulos internos. Essas características são percebidas na figura 2.

Figura 2: Lado, vértice e ângulo interno de um polígono

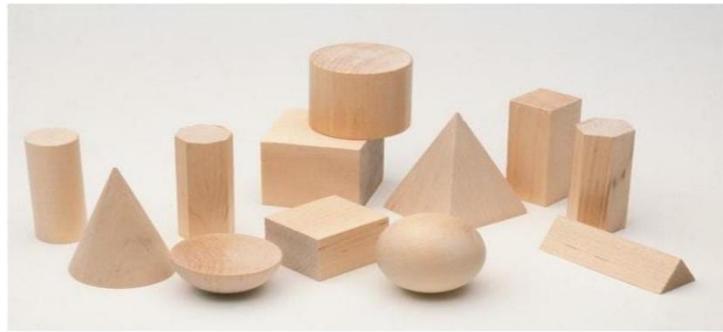


Fonte: NEALIM (2017)

As figuras espaciais, tridimensionais, são analisadas em planos distintos (altura, largura e comprimento) com o conceito de volume, por isso são chamadas de figuras não planas.

Os poliedros, também chamados de sólidos geométricos estruturados e os não poliedros (corpos redondos) são exemplos de figuras espaciais e podem ser classificados como prismas, pirâmides, cilindro e outros poliedros (Figura 3). As representações espaciais como poliedros são aquelas em que parte dos pontos se apoia na superfície e parte não, ficando fora dela.

Figura 3: Os poliedros possuem várias faces poligonais (formadas por linhas retas)

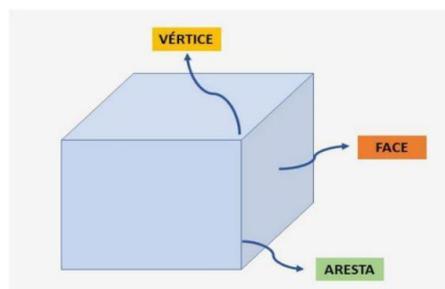


Fonte: NEALIM (2017)

Temos também um subconjunto de figuras espaciais que não se caracteriza como poliedros e nem como pirâmides, por isso eles são designados apenas pelo número de faces que possuem (Por exemplo, o pentaedro possui 5 faces, o octaedro possui 8 faces etc).

Os poliedros possuem faces, arestas e vértices. A face é a parte plana que limita o poliedro, as arestas são os segmentos de reta que determinado pelo encontro de duas faces em um poliedro, e os vértices diz respeito ao encontro de arestas ou encontro de lados em figuras geométricas. Essas características dos poliedros são notadas na figura 4.

Figura 4: Face, aresta e vértice de um poliedro e os não poliedros, são sólidos arredondados

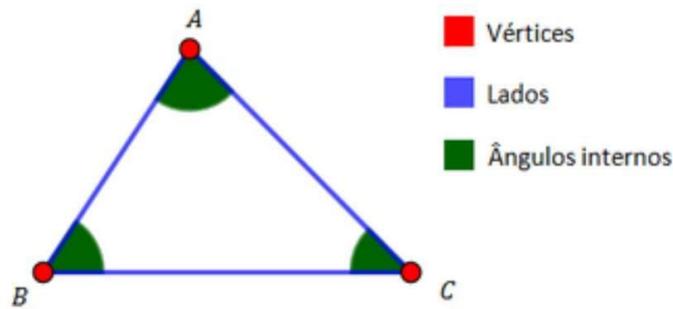


Fonte: NEALIM (2017)

Como o propósito deste trabalho é abordar o Teorema de Pitágoras, enfatizaremos o estudo mais detalhado de uma figura plana específica, o triângulo.

O triângulo é um polígono que possui três lados, três vértices e três ângulos internos (figura 5).

Figura 5: Vértices, lados e ângulos internos de um triângulo



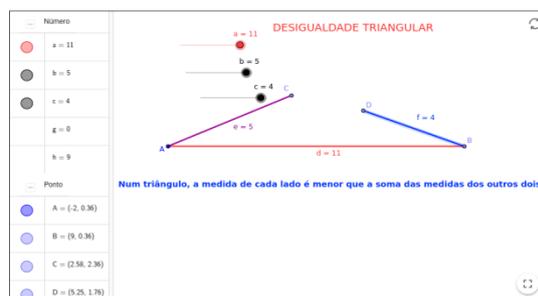
Fonte: NEALIM (2017)

Em um triângulo, os lados são indicados por segmentos de reta, os vértices são os pontos em que os lados se encontram e os ângulos internos são as aberturas formadas no encontro de dois lados.

Para que um triângulo exista, ele precisa obedecer ao Teorema da Desigualdade Triangular, segundo o qual “Em todo triângulo a medida de qualquer lado é menor do que a soma das medidas dos outros dois lados”. (PINHO; BATISTA; CARVALHO, 2010, p.121).

Na figura 6 abaixo, utilizamos o software Geogebra para fazermos o manuseio de segmentos que podem formar um triângulo ABC e demonstrar geometricamente as medidas que um triângulo deve possuir para que ele possa existir.

Figura 6: Teorema da Desigualdade Triangular



Fonte: Elaboração do autor no Software Geogebra (2023)

A classificação de triângulos pode ocorrer de duas formas: quanto aos lados e quanto aos ângulos. Em relação aos lados, os triângulos podem ser classificados em escaleno, isósceles e equilátero.

Figura 7: Classificação de triângulos quanto aos lados

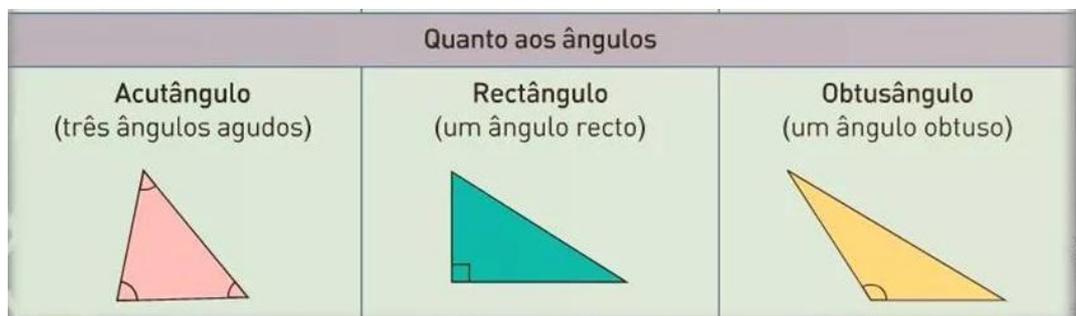


Fonte: NEALIM (2017)

Um triângulo escaleno possui a medida dos seus três lados diferentes, um triângulo isósceles possui dois dos seus três lados iguais e um triângulo equilátero possui os três lados iguais (Figura 7).

Em relação aos ângulos os triângulos podem ser classificados em acutângulos, retângulos e obtusângulos (figura 8).

Figura 8: Classificação e triângulos quanto aos ângulos

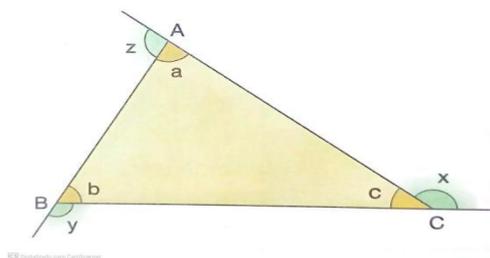


Fonte: NEALIM (2017)

Um triângulo é acutângulo quando os seus três ângulos internos são agudos (menores que 90°), um triângulo é retângulo quando um dos seus ângulos internos é reto (medida igual a 90°) e um triângulo é obtusângulo quando um dos seus ângulos é obtuso (a medida é maior que 90° e menor que 180°)(Figura 8).

Em todo triângulo, a soma dos seus ângulos internos é $S_i = 180^\circ$ e a soma dos seus ângulos externos é $S_e = 360^\circ$ (Figura 9).

Figura 9: Soma dos ângulos internos e externos de um triângulo



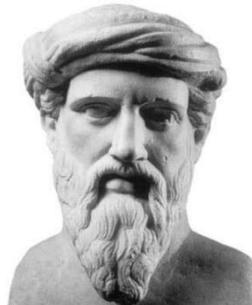
Fonte: GIOVANNI JÚNIOR & CASTRUCCI (2018).

Se a , b e c são as medidas dos ângulos internos e x , y e z são as medidas dos ângulos externos, então $a + b + c = 180^\circ$ e $x + y + z = 360^\circ$.

3.4 O TEOREMA DE PITÁGORAS

O Teorema de Pitágoras é creditado ao filósofo e matemático grego jônico Pitágoras (c. 572 a.C – c. 495 a.C.) (Figura 10). Nascido na ilha egeia de Samos, por volta de 572 a.C., é atribuída a ele a descoberta do teorema que leva seu nome, embora esse teorema tenha sido conhecido pelos babilônicos, mais de um milênio antes. No entanto, acredita-se que a primeira demonstração geral desse teorema tenha sido feita por Pitágoras.

Figura 10: Pitágoras de Samos



Fonte: FRAZÃO (2023)

A vida de Pitágoras foi completamente envolta em lenda e apoteose, pois ainda que Pitágoras viajasse pelo Egito e Babilônia - possivelmente indo até a Índia, nessas peregrinações ele não absorveu apenas informações matemáticas e astronômicas, mas também muitas ideias religiosas (BOYER, 1974).

Sendo Pitágoras contemporâneo de Buda, Confúcio e Lao-Tsé e, visto que o século no qual viveu foi crítico no desenvolvimento da religião bem como da Matemática, é natural que ele se apresentasse como um mestre místico e profeta. Giovanni Júnior e Castrucci (2018), afirmam em estudos que o matemático Pitágoras foi o fundador da famosa Escola Pitagórica, que, além de ser um centro de estudos filosóficos, matemáticos e científicos, era também uma irmandade unida por ritos e cerimônias secretas.

Em relação à escola pitagórica, Frazão (2023) esclarece que como os membros desta seita eram obrigados a sigilo mediante juramento, a irmandade era olhada com suspeição pelo povo comum. Devido o fato dos alunos formados serem

filhos de aristocratas, defensores da aristocracia e ocuparem altos cargos políticos nas cidades gregas do sul da Itália, região na qual Pitágoras dedicou-se a ensinar as suas ideias, surgiram revoltas populares que incendiaram a escola e Pitágoras foi obrigado a se exilar na Lucânia, região mais ao norte.

No que diz respeito à contribuição da Escola Pitagórica, Ferreira (2015, p.15) destaca que:

Uma das grandes contribuições da escola pitagórica à matemática foi organizar algumas partes da geometria, como a teoria das paralelas, por meio do método demonstrativo. Ou seja, por meio de teoremas. Diga-se, a bem da verdade, porém, que nenhum escrito da escola pitagórica sobreviveu até hoje e, portanto, informações como essa derivam de fontes indiretas muito posteriores. Assim, por exemplo, com base em alguns depoimentos posteriores, acredita-se que os pitagóricos tenham sido os primeiros a fazer a demonstração daquilo que se tornaria conhecido como o Teorema de Pitágoras.

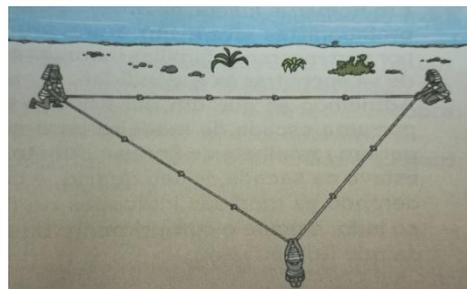
Para a demonstração do famoso teorema, é possível que Pitágoras e seus discípulos - os pitagóricos -, tenham se baseado nos conhecimentos geométricos dos egípcios presentes em papiros, e também em tabletes cuneiformes babilônicos, que traziam registros de tríades, isto é, três números que satisfazem as condições do teorema de Pitágoras.

Bianchini e Miani (2000, p. 142) asseveram que:

Mesmo antes da demonstração algébrica do Teorema de Pitágoras, o conhecimento e a aplicação prática desse teorema já existiam há vários anos antes de Cristo. No antigo Egito, por exemplo, após a inundação do Rio Nilo, quando as águas voltavam ao seu nível normal, os “puxadores de cordas” eram chamados para remarcar os limites das propriedades.

Esse trabalho realizado pelos egípcios se dava graças ao conhecimento que tinham de que todo triângulo que tivesse como medida dos lados os números 3, 4 e 5 era retângulo. Sendo assim, davam vários nós em uma corda, de modo que, para obterem um ângulo reto, bastava esticá-la, conforme é mostrado na figura 11.

Figura 11: Triângulo retângulo dos egípcios



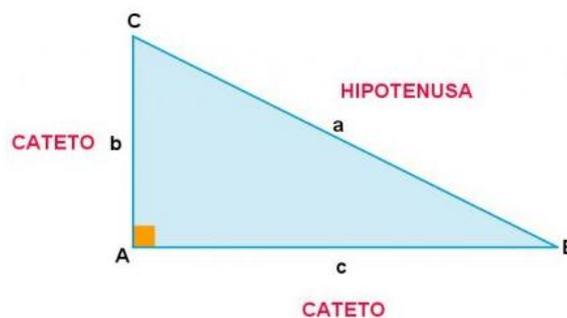
Fonte: BIANCHINI & MIANI (2000).

Boyer (1974) ao afirmar que há uma dificuldade de caracterizar claramente a figura de Pitágoras, esclarece que “é melhor, por isso, não falar na obra de Pitágoras mas antes das contribuições dos pitagóricos, embora na antiguidade fosse usual dar todo o crédito ao mestre (BOYER, 1974, p. 36). Nesse sentido, embora os escritos de Pitágoras tenham se perdido nos anais da História, sua doutrina tornou-se conhecida através de seus discípulos.

Sendo uma das mais importantes relações da Matemática, a utilização do Teorema de Pitágoras engloba o cálculo de perímetros, áreas e volumes de objetos (SILVA, 2023).

Segundo Moreira (2023), esse teorema é válido apenas para os triângulos retângulos (quando um dos ângulos internos do triângulo é igual a 90°), ou seja, quando o triângulo tem um ângulo reto. O lado oposto a esse ângulo é o maior lado do triângulo retângulo e é chamado de hipotenusa. Os outros dois lados menores são chamados de catetos (Figura 12).

Figura 12: Relação entre os três lados de um triângulo retângulo

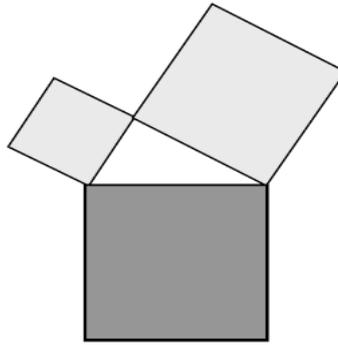


Fonte: INFOESCOLA (2023)

Conforme Silva (2021), o enunciado do Teorema de Pitágora diz o seguinte: “O quadrado da medida da hipotenusa é igual a soma do quadrado das medidas dos catetos”. Matematicamente, este enunciado é escrito como sendo $a^2 = b^2 + c^2$.

Geometricamente o enunciado do Teorema de Pitágoras pode ser verificado na figura 13, a seguir.

Figura 13: Representação geométrica do Teorema de Pitágoras



Fonte: SANTOS (2011).

Se a é a medida da hipotenusa e se b e c são as medidas dos catetos, o enunciado do Teorema equivale a afirmar que: $a^2 = b^2 + c^2$.

Sendo assim, na figura podemos observar que o Teorema de Pitágoras se baseia no somatório das áreas dos quadrados (sombreada em tom mais claro) é igual a área sombreada em tom mais escuro.

Existem várias maneiras de demonstrar o Teorema de Pitágoras, seja de forma algébrica ou geométrica. Santos (2011), por exemplo, apresenta em um de seus trabalhos 18 maneiras distintas de realizar esta tarefa. Iremos apresentar neste trabalho duas demonstrações do Teorema de Pitágoras.

Demonstração I - Através da semelhança de triângulos

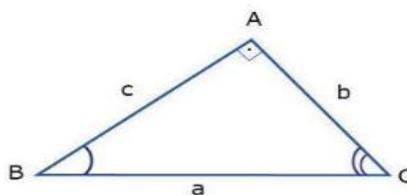
A primeira demonstração é através da semelhança de triângulos. Essa demonstração é a mais simples e também a mais difundida.

O teorema de Pitágoras mostra que a soma do quadrado dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa, ou seja:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

No triângulo abaixo o lado “ a ” representa a hipotenusa e os lados “ b ” e “ c ” são os catetos, de acordo com a Figura 14.

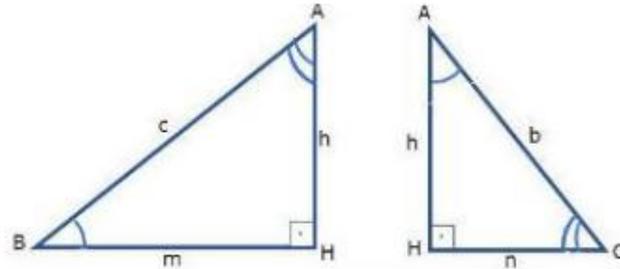
Figura 14: Triângulo retângulo de lados a , b e c .



Fonte: LEAL et al.,(2023).

Se traçarmos uma reta referente à altura e relativa à hipotenusa, dividiremos esse triângulo em dois outros triângulos, conforme a Figura 15.

Figura 15: Divisão de um triângulo retângulo em dois triângulos semelhantes



Fonte: LEAL et al., 2023.

A partir da análise da Figura 15, podemos observar que as medida dos ângulos dos dois triângulos são semelhantes. Com base nos conceitos de semelhança de triângulos podemos observar que:

$$a = m + n$$

$$\frac{m}{c} = \frac{c}{a} \rightarrow c^2 = a \cdot m$$

$$\frac{n}{b} = \frac{b}{a} \rightarrow b^2 = a \cdot n$$

$$a \cdot m + a \cdot n = a(m + n)$$

$$c^2 + b^2 = a \cdot a$$

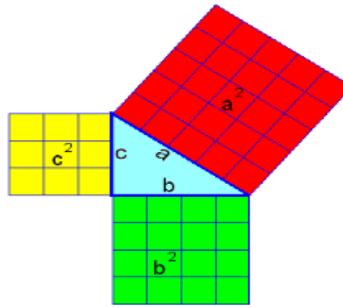
$$a^2 = b^2 + c^2$$

Demonstração II - Através de quadrificações

A segunda demonstração se dará através de quadrificações. Para isso, construiremos um triângulo retângulo de catetos 3 unidades e 4 unidades, e a hipotenusa medindo 5 unidades.

Iremos construir quadrados sobre a hipotenusa e os catetos e fazendo quadriculações em cada quadrado construído, e verificar a veracidade da proposição, conforme a Figura 16.

Figura 16: Teorema de Pitágoras através de quadriculações



Fonte: SANTOS (2011).

Contando os quadradinhos em cada quadrado chegamos a 9, 16 e 25 quadradinhos de área e então como $9 + 16 = 25$, chegamos ao mesmo resultado, ou seja, $3^2 + 4^2 = 5^2$.

4 SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Uma sequência didática corresponde a um conjunto de atividades articuladas que são planejadas com a intenção de atingir determinado objetivo didático. Não se trata de um aglomerado de atividades soltas, mas sim representa uma articulação entre as atividades, que devem proporcionar níveis progressivos de desafios e habilidades necessárias, além da necessidade de o professor ter definido o objetivo da aprendizagem (PAULA; BARRETO, 2016).

Na sequência didática, é indispensável que o princípio e o fim da ação pedagógica sejam conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos. Além disso, para que a sequência didática seja iniciada é necessário trazer etapas básicas como: escolher o tema, problematizar o assunto, planejar os conteúdos; traçar os objetivos, delimitar as atividades de forma sequencial levando em consideração os grupos, materiais, tempo, etapas e a avaliação dos resultados (OLIVEIRA, 2013).

Proposta de Sequência Didática para o 9º ano do Ensino Fundamental

Tema: Teorema de Pitágoras

Unidade Temática: Geometria

Ano escolar: 9º ano do Ensino Fundamental

Objetos do Conhecimento: Relações métricas no triângulo retângulo e Teorema de Pitágoras: verificações experimentais e demonstração

Habilidades BNCC (BRASIL, 2017):

(EF09MA13) Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos.

(EF09MA14) Resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes.

Objetivos:

- Relacionar a figura do triângulo a aplicações do cotidiano e identificar os elementos de um triângulo;
- Compreender a condição de existência de um triângulo;
- Classificar triângulos quanto às medida dos lados e dos ângulos;
- Verificar o Teorema de Pitágoras experimentalmente e demonstrá-lo;
- Resolver problemas de aplicação do Teorema de Pitágoras.

Tempo previsto: 05 dias (1 hora aula/dia)

Materiais necessários: Lápis, régua, transferidor, lousa, pincel, livro didático, Datashow, caixa de som, tesoura, folha sulfite (A4), papel quadriculado, cartolina colorida, cola e atividade impressa.

Etapas do Desenvolvimento:

1º Dia: SEGUNDA-FEIRA - Conhecendo a turma e aplicando questionário sobre questões sociodemográficas e levantamento do assunto Triângulo e suas aplicações no cotidiano

O primeiro contato foi para conhecer a turma, apresentando-se e conversando um pouco com os estudantes. Depois dessa breve conversa o professor pergunta:

- a) Você consegue verificar alguma aplicação dos conteúdos de Matemática no seu cotidiano?
- b) Você sabe da importância dos triângulos no nosso dia a dia?

Conforme a discussão suscitada pelos questionamentos acima, um questionário de dados sociodemográficos foi aplicado, sendo este uma ferramenta que permite coletar informações gerais sobre um grupo de pessoas. Esses dados incluem atributos como idade, sexo, local de residência, etnia, renda, entre outros.

Após os alunos responderem o questionário, todas as respostas foram analisadas e direcionado o conhecimento da Matemática dos mesmos.

2º Dia: TERÇA-FEIRA - Condição da existência de um triângulo quanto às medidas dos lado

Retomando a aula anterior e enfatizando a importância dos triângulos em nosso dia

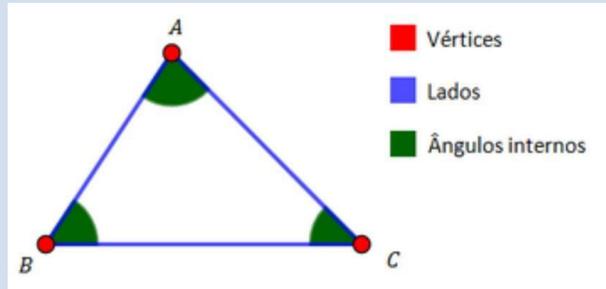
a dia, pergunte aos alunos:

O que é um triângulo?

Quantos lados tem um triângulo?

Quais são os elementos de um triângulo?

Após ouvir os estudantes, explique que o triângulo é um polígono que possui três lados, três vértices e três ângulos internos, sendo que os lados são indicados por segmentos de reta, os vértices são os pontos em que os lados se encontram e os ângulos internos são as aberturas formadas no encontro de dois lados.



Enfatize que podemos perceber a figura do triângulo em nosso dia a dia no telhado de uma casa, na construção de uma ponte, na vela de um barco, em estruturas metálicas utilizadas na construção civil ou na presença de marcas famosas das quais costumamos consumir os seus produtos.



Divida os alunos da turma em duplas, entregue a cada dupla três pedaços de madeira com os comprimentos 3 cm, 5 cm e 12 cm, porém sem falar-lhes as medidas dos pedaços de madeira. Peça para as duplas medirem com uma régua o comprimento de cada pedaço de madeira, após isso, pergunte aos estudantes qual representação geométrica eles podem formar com estes três pedaços de madeira e se é possível obtermos um desenho desta representação geométrica.

Ouçá-os com atenção e discuta com a turma:

Vocês conseguiram montar o triângulo?

Por que não foi possível?

Por que vocês acham que este triângulo não fechou?

Vá conduzindo a discussão para que os estudantes percebam que se a medida de um lado for maior ou igual ao comprimento dos outros dois juntos, não será possível encaixar o terceiro lado e não haverá triângulo neste caso. (Não se esqueça de comentar sobre o caso em que medida do lado maior é igual à soma das medidas dos outros dois, pois neste caso também não será possível montar o triângulo).

Conclua, explicando aos alunos que para que um triângulo exista ele precisa obedecer ao Teorema da Desigualdade Triangular, segundo o qual **“Em qualquer triângulo, a medida de um lado é sempre menor que a soma das medidas dos outros dois lados”**.

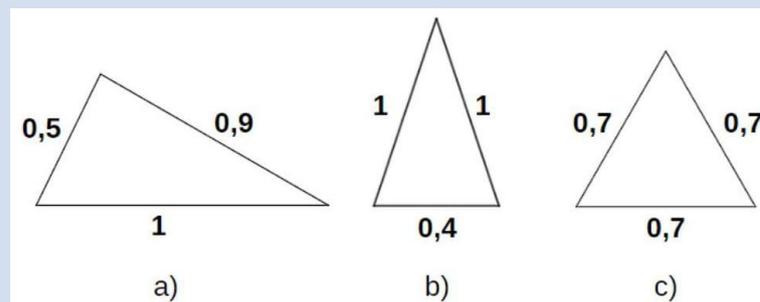
Como forma de avaliar os alunos, peça para que eles verifiquem se é possível construir triângulos com as seguintes medidas:

- a) 4 cm, 6 cm e 9 cm
- b) 7 cm, 5 cm e 2 cm
- c) 2 cm, 4 cm e 10 cm
- d) 5 cm, 5 cm e 3 cm

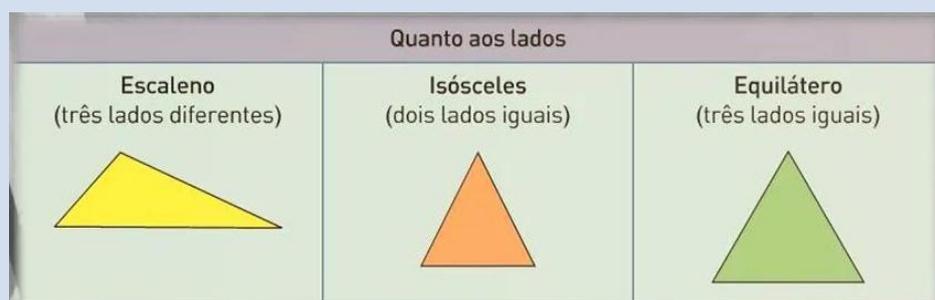
3º Dia: QUARTA-FEIRA - Classificação de Triângulos quanto à medida dos lados e dos ângulos

Iniciar a aula discutindo com os alunos o exercício de fixação de aprendizagem da última aula, em seguida apresente a resolução das questões. Após isso, explique para a turma que os triângulos podem ser classificados de duas maneiras diferentes: em relação à medida dos seus lados e em relação à medida dos seus ângulos.

Peça para os alunos observarem a medida dos três triângulos abaixo, questionando-lhes qual a diferença entre eles. Ouça-os com atenção e conduza o diálogo até que eles percebam que no primeiro triângulo (a), as três medidas são diferentes; no segundo triângulo (b), duas medidas são iguais e uma é diferente; e no terceiro triângulo (c), as três medidas são iguais.



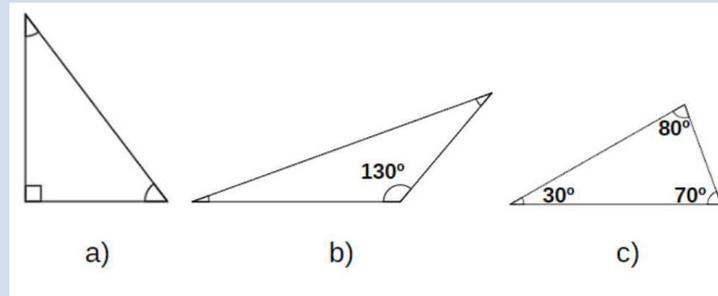
Explicar que em relação aos lados, os triângulos podem ser classificados em **escaleno, isósceles e equilátero**.



Um triângulo escaleno possui a medida dos seus três lados diferentes, um triângulo

isósceles possui dois dos seus três lados iguais e um triângulo equilátero possui os três lados iguais.

Em seguida, peça para os estudantes observarem a medida dos ângulos dos três triângulos abaixo, questionando-lhes qual a diferença entre eles no que diz respeito aos seus ângulos internos. Conduza o diálogo até que percebam que no primeiro triângulo (a), um dos ângulos é reto (90°) e os outros dois são agudos (menores que 90°); no segundo triângulo (b), um dos triângulos é obtuso (maior que 90° e menor que 180°); e no terceiro triângulo (c), os três ângulos são agudos (menores que 90°).



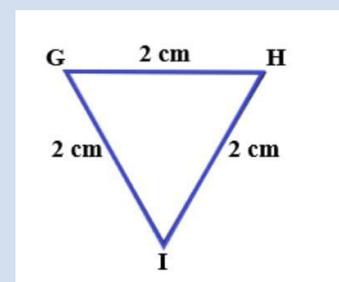
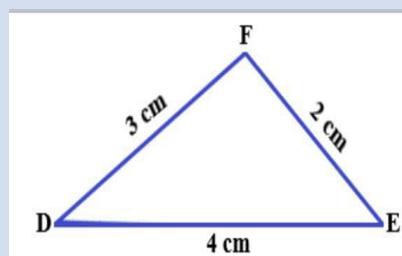
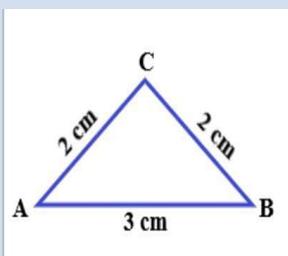
Explicar que em relação aos ângulos, os triângulos podem ser classificados em acutângulos, retângulos e obtusângulos.

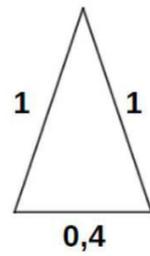
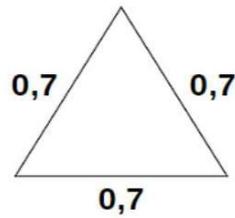
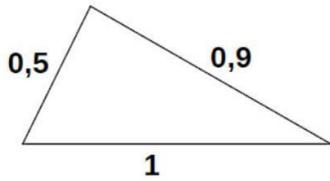
Quanto aos ângulos		
<p>Acutângulo (três ângulos agudos)</p>	<p>Retângulo (um ângulo recto)</p>	<p>Obtusângulo (um ângulo obtuso)</p>

Um triângulo é acutângulo quando os seus três ângulos internos são agudos (menores que 90°), um triângulo é retângulo quando um dos seus ângulos internos é reto (medida igual a 90°) e um triângulo é obtusângulo quando um dos seus ângulos é obtuso (a medida é maior que 90° e menor que 180°).

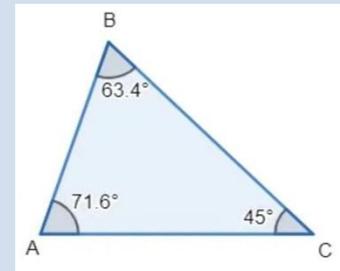
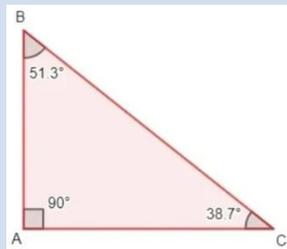
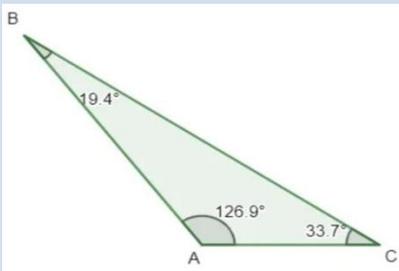
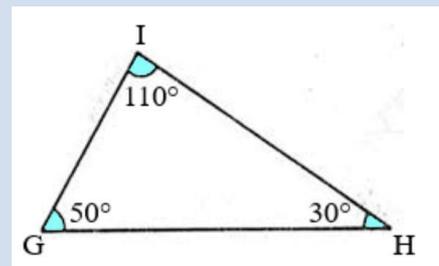
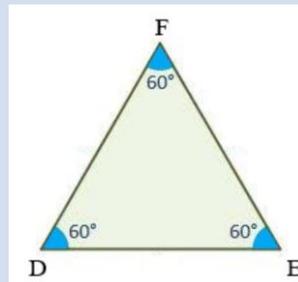
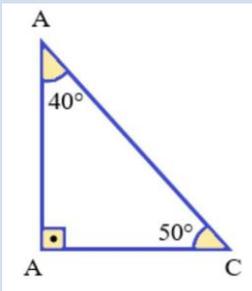
Como forma de verificar a aprendizagem dos estudantes, proponha os seguintes problemas:

1- Classifique os triângulos abaixo quanto às medidas dos seus lados em **escaleno, isósceles e equiláteros**.





2- Classifique os triângulos abaixo quanto às medidas dos seus ângulos em **acutângulo, retângulo e obtusângulo.**



4º Dia: Quinta-feira - Demonstração experimental do Teorema de Pitágoras com papel quadriculado

Retomando a aula anterior converse com a turma e explique que nesta aula será dada ênfase a um tipo específico de triângulo, o triângulo retângulo. I

Inicie questionando aos estudantes qual a característica que distingue o triângulo retângulo dos demais triângulos quanto à medida dos seus ângulos. Após ouvir as considerações dos estudantes, organize os alunos em duplas e distribua para eles os materiais necessários

para a realização da atividade: cartolina colorida, régua, cola, papel quadriculado e fita adesiva.

Posteriormente, desenhe na lousa um triângulo com lados de medidas de comprimento de 3 cm, 4 cm e 5 cm e solicite aos alunos que façam o mesmo numa folha sulfite. Feito isso, oriente-os a pintar esse triângulo da cor de sua preferência. O importante é que as medidas desse polígono sejam aquelas mencionadas.

Em seguida, desenhe na lousa 3 quadrados. O primeiro com lado de medida de comprimento de 3 cm, o segundo com lado de medida de comprimento de 4 cm e o terceiro com lado de medida de comprimento de 5 cm. Pinte as regiões quadradas com cores diferentes, orientando os alunos a procederem do mesmo modo.

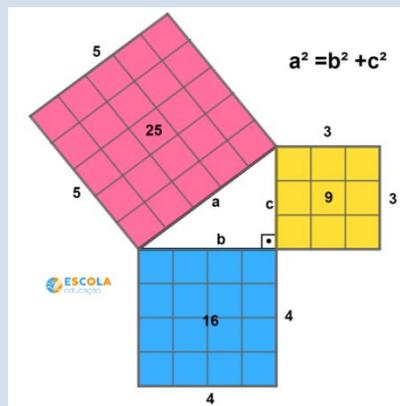
Posteriormente, oriente os grupos a colar no papel quadriculado o triângulo. Em seguida, numa discussão coletiva com a turma, faça a seguinte pergunta:

- Quais são as medidas de área dessas regiões quadradas que desenhamos? Espera-se que os alunos respondam: 9 cm^2 , 16 cm^2 e 25 cm^2 , respectivamente.

Após essas respostas, pergunte novamente aos alunos:

- Qual seria a relação entre essas 3 medidas de área?

Nesse ponto, caso os alunos não consigam identificar que a soma das medidas de área das 2 primeiras regiões quadradas é igual à medida de área da terceira, utilize os desenhos que fez na lousa para exemplificar. Para isso, cite que, quando adicionamos as 2 primeiras medidas de área, resulta a terceira medida de área. E que, se colocarmos essas regiões quadradas dispostas na folha quadriculada de modo a unirmos 2 de seus vértices, veremos a formação de um triângulo, o qual possuirá exatamente os lados desenhados inicialmente.



Em seguida, enuncie o teorema de Pitágoras para os alunos, dizendo: **“O quadrado da medida de comprimento a da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas de comprimento b e c dos catetos”**.

Para concluir a atividade, transponha essas palavras com os alunos em uma equação matemática:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Logo após, apresentar aos alunos o vídeo do YouTube “Demonstração do Teorema de Pitágoras com água”

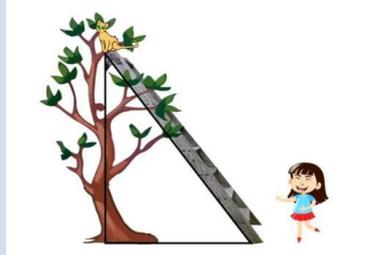
(<https://www.youtube.com/watch?v=CAkMUdeB06o&t=32s>) para que analisem a veracidade do Teorema de Pitágoras com um experimento prático.

Finalize a aula dizendo que esta é uma das ferramentas mais importantes da Matemática e nos auxilia a resolver muitos problemas envolvendo geometria.

5º Dia: Sexta-feira - Resolução de Problemas do Teorema de Pitágoras

Retomando a aula anterior, lembrar com os estudantes o enunciado do Teorema de Pitágoras. Em seguida, dividir os alunos em duplas e propor a eles três problemas envolvendo o Teorema de Pitágoras para que resolvam.

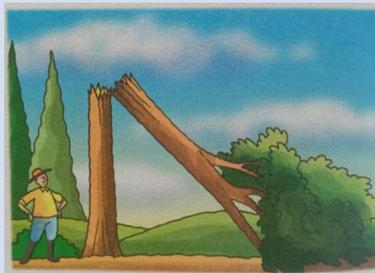
PROBLEMA 1: Ao procurar seu gatinho de estimação Carla o avistou em cima de uma árvore. Ela então pediu ajuda a sua mãe e colocaram uma escada junto à árvore para ajudar o gato a descer. Sabendo que o gato estava a 8 metros do chão e a base da escada estava posicionada a 6 metros da árvore, qual o comprimento da escada utilizada para salvar o gatinho?



PROBLEMA 2: Claudio construiu uma casa nova e pediu para que os funcionários da Energisa viessem fazer a ligação da rede elétrica para a sua residência. Sabendo disso, quantos metros de fio são necessários para ligar os fios de um poste de 5 metros de altura até a caixa de luz que está ao lado da casa e a 12 metros da base do poste?



PROBLEMA 3: O desmatamento tem sido uma problemática crescente no Brasil. Supondo que, ao efetuar o desmatamento de uma determinada área, o madeireiro se depara com uma árvore que já se encontra quebrada; parte do tronco da árvore que se manteve fixa ao solo mede 3 metros e forma com o solo um ângulo de 90° ; a ponta da parte quebrada que toca o solo encontra-se a 4 metros de distância da base da árvore. Qual era a altura da árvore antes de se quebrar?



Na medida em que as duplas de alunos forem resolvendo os problemas, o professor deve instigá-los à leitura e compreensão dos problema, elaboração de um plano de ação para resolver os problema, execução do plano de ação e verificação da solução encontrada para os problemas propostos aos estudantes. Por fim, o professor selecionará três duplas para fazer a correção dos problemas na lousa.

SISTEMATIZANDO O QUE FOI APRENDIDO

Escola: _____
 Ano letivo: _____ Turma: _____
 Número de estudantes: _____
 Professor: _____
 Data: ___/___/_____

Explicitar o número de alunos (as) com relação ao desempenho das capacidades:	C	E P	MD
Os estudantes participam das atividades?			
Conseguem relacionar a figura do triângulo a aplicações do cotidiano			
Compreendem a condição de existência de um triângulo			
Classificam triângulos quanto à medida dos lados e dos ângulos			
Demonstram experimentalmente o Teorema de Pitágoras			
Resolvem problemas de aplicação do Teorema de Pitágoras			

C – Consolidado EP- Em processo MD – Muita Dificuldade.

A partir dos dados apresentados, no quadro de sistematização, escreva propostas que serão desenvolvidas para a superação das dificuldades identificadas.

5. METODOLOGIA DA PESQUISA

Metodologia diz respeito aos procedimentos e regras utilizados para se chegar a um determinado fim e objetivo. Nesse sentido, conforme Richardson et al. (1999, p. 22), “ao realizar uma pesquisa científica, faz-se necessário estabelecer claramente quais são os procedimentos metodológicos que serão utilizados”. (RICHARDSON et al., 1999, p.22).

5.1 NATUREZA DA PESQUISA

A metodologia utilizada nessa pesquisa teve caráter de estudo exploratório, do tipo pesquisa-ação, com caráter descritivo do ensino de Matemática.

Segundo Gil (2007, p.34), a pesquisa exploratória “visa proporcionar maior proximidade com o problema, tornando-o mais compreensível ou construindo hipóteses acerca do tema e com relação ao caráter descritivo”.

A pesquisa-ação é um tipo de pesquisa social concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e os participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos do modo cooperativo ou participativo (THIOLLENT, 1986). Segundo Corrêa et al. (2018), a pesquisa-ação é uma estratégia de intervenção social, que tem como objetivo oportunizar aos envolvidos discutirem e refletirem sobre seus próprios problemas em busca de soluções possíveis.

Com o intuito de realizar a coleta de dados utilizou-se a pesquisa bibliográfica e a aplicação de questionário que foi desenvolvido com base em livros e artigos científicos com o levantamento de informações básicas sobre os aspectos direta e indiretamente ligados à temática pesquisada (VERGARA, 2000).

Enquanto isso, a aplicação do questionário estruturado foi apresentado aos participantes. O questionário é um instrumento de coleta de dados composto por uma determinada quantidade de perguntas ordenadas que devem ser respondidas por escrito e sem a presença do pesquisador (MARCONI; LAKATOS, 2003, p.201).

Os dados coletados foram analisados de forma criteriosa e as informações obtidas junto às amostras foram apresentados qualitativamente, não viabilizando uma análise estatística. Segundo Gil (1999) uma abordagem qualitativa, possibilita uma investigação mais profunda das questões relacionadas ao fenômeno em estudo e das suas relações, tendo em vista um contato direto com a situação estudada.

Este tipo de pesquisa é conceitual, pois seus dados são coletados diretamente no contexto natural e nas interações sociais que ocorrem, sendo analisados diretamente pelo pesquisador e o levantamento dessas informações permitem elaborar um acervo de conceitos pertinentes à execução da pesquisa, bem como, a obtenção do resultado esperado (LOZADA; NUNES; 2018).

5.2 LOCAL DE ESTUDO E SUJEITOS

A pesquisa foi desenvolvida em uma instituição pública de ensino do município de Cacimbas - PB, no período de março a maio de 2023. Participaram da pesquisa 21 (vinte e um) alunos da turma do 9º ano “A” do Ensino Fundamental, devidamente matriculados na E.M.E.I.F. Joaquim Cassiano Alves, localizada na comunidade quilombola de Serra Feia.

A comunidade quilombola de Serra Feia faz parte da mesorregião do sertão paraibano e está localizada no Distrito de São Sebastião, em Cacimbas - PB. No dia 06 de junho de 2007, a comunidade foi reconhecida como sendo um território remanescente de quilombolas pela Fundação Cultural Palmares (PALMARES, 2017). Nesse contexto, o termo ‘território remanescente de quilombolas’ é uma designação recente, porém que representa uma conquista social de muita relevância para a população descendente de quilombolas, uma vez que é um resgate da história e cultura própria desse povo (COSTA; SILVA, 2021).

5.3 COLETA DE DADOS

A turma do 9º ano “A” do Ensino Fundamental foi o objeto de estudo para verificação do ensino da Matemática quanto ao conteúdo de Geometria. Assim, a pesquisa consistiu inicialmente em conhecer a turma, e posteriormente aplicada uma sequência didática- (CAPÍTULO 4).

Na sequência didática constavam os conteúdos e as atividades que seriam conduzidas com a turma, sendo inicialmente a aplicação de um questionário de 13 perguntas envolvendo a temática socioeconômica e de conhecimento da Matemática, especificamente do conteúdo geométrico envolvendo triângulos (APÊNDICE 1).

Mediante informações levantadas e com base na sequência didática aplicada com a turma, foram desenvolvidas atividades envolvendo o triângulo, tais como: aplicação, a condição de existência, classificação com base na resolução de problemas e no Teorema de Pitágoras, discutidas a seguir.

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Inicialmente traçaremos o perfil docente da turma do 9º ano “A” com relação aos aspectos socioeconômicos e cognitivos, em seguida discorreremos sobre a aplicação da sequência didática na turma acima citada e, por fim, discutiremos sobre a aplicação de atividades futuras na discussão do Teorema de Pitágoras com o uso de tecnologias ativas.

6.1 PERFIL DA TURMA

Através da aplicação do questionário, como ferramenta que possibilita coletar informações gerais sobre o grupo participante da pesquisa, sendo verificado que 38,1% são do sexo masculino e 61,9% são do sexo feminino, com idades entre 13 e 16 anos ou mais (Tabela 1).

Tabela 1: Idade dos alunos do 9º ano “A” da E.M.E.F.I. Joaquim Cassiano Alves

Idade	Porcentagem (%)
Igual a 13 anos	0
Entre 14 e 15 anos	85,7 (18 alunos)
Igual a 16 anos ou mais	14,3 (3 alunos)

Fonte: Autoria Própria, 2023.

Os 85,7% dos estudantes que têm idade entre os 14 e 15 anos concluirão o ensino fundamental sem ter repetido o ano escolar em algum momento no seu percurso de aprendizagem escolar, ou seja, dentro da faixa etária própria para a conclusão desta etapa de ensino (BRASIL, 2009).

Os conhecimentos matemáticos anos finais do Ensino Fundamental referem-se à segunda etapa do questionário. A escola atende aos alunos do 6º ao 9º ano que, de acordo com relato dos participantes, 90,5% afirmaram que moram com os seus pais e 80,9% relataram que a renda familiar é menor de um salário mínimo (R\$ 1.320,00), sendo que 76,2% moram distante da escola. Por se tratar de uma localidade rural e quilombola, a população da Comunidade Quilombola de Serra Feia apresenta algumas vulnerabilidades.

Segundo Martins et al. (2017, p. 124), as famílias residentes na comunidade quilombola de Serra Feia tem como principal atividade econômica a agricultura, por meio do plantio do sisal (agave), do milho e do feijão como culturas temporárias e a agropecuária, na qual desenvolve-se com a criação de pequenos animais como a

caprinocultura extensiva e a avicultura. Conforme Costa e Silva (2021. p.13), essa diversidade de atividades na agricultura e na pecuária demanda tempo dessas famílias, levando os próprios filhos a terem que desempenhar trabalhos na roça a fim de ajudarem os seus pais nessas práticas.

Pinto et al. (2015) destacam que o desempenho escolar no Brasil leva em consideração uma série de fatores: o aluno, a escola, o professor, família, entre outros. Nesse aspecto, o nível socioeconômico familiar e o conhecimento prévio do aluno são exemplos de variáveis que podem afetar no seu desempenho escolar. Em consonância com isso, Soares (2004) considera três grandes estruturas sociais que influenciam o desempenho cognitivo de um aluno: condição socioeconômica e cultural, família e a escola que frequenta.

Analisando o nível de interação dos alunos com a disciplina de Matemática, 76,2% dos alunos afirmaram que gostam de estudar a disciplina e 85,7% destacaram que os conteúdos de Matemática ensinados na escola tem aplicações no seu cotidiano, como por exemplo, na utilização de dispositivos móveis como os celulares, no uso do relógio para verificar as horas, ao realizar cálculos durante uma compra no supermercado ou em situações simples do dia a dia.

Nesse contexto, é indispensável que o ensino da Matemática aconteça de modo contextualizado, levando em consideração a relação e aplicação dos conceitos matemáticos com a vivência dos estudantes. Segundo Morais (2008, p. 33), a contextualização refere-se ao maior número de relações e conexões que se pode fazer ao ensinar um novo conteúdo. Quanto maiores forem essas relações e mais fortes as conexões, sejam elas de dentro da Matemática ou fora dela, mais significativa será a aprendizagem.

Quando abordados sobre receberem alguma ajuda para resolverem tarefas de Matemática, 85,7% afirmaram que não recebem nenhuma ajuda, mas em contrapartida, 14,3% informaram receber ajuda de familiares como pais e irmãos mais velhos.

Ao ser pontuado sobre se já participaram de aulas de Matemática nas quais foram utilizadas metodologias diversificadas para a aplicação dos conteúdos, 100% dos estudantes afirmaram que sim. Indagados sobre como gostariam que fossem as aulas de Matemática, os discentes relataram que gostariam que as aulas fossem mais dinâmicas e lúdicas com a utilização de jogos, brincadeiras e recursos digitais, o que certamente resultaria em aulas mais legais e divertidas.

A utilização dos jogos matemáticos visa proporcionar um ensino mais interessante e um aprendizado mais dinâmico, gerando aulas mais lúdicas e desafiadoras, contribuindo para o desenvolvimento do raciocínio lógico dos estudantes. Sendo assim, tanto os jogos físicos como os jogos digitais podem ser utilizados no contexto escolar como recursos pedagógicos no processo de ensino e aprendizagem de Matemática (MASSA; RIBAS, 2016).

O questionário possibilitou inicialmente conhecer um pouco do perfil de cada participante e sobre o entendimento da disciplina de Matemática. Após essa avaliação foi aplicado uma verificação conceitual de Matemática com o conteúdo de Geometria, especificamente sobre triângulos (APÊNDICE 2).

Indagados sobre a importância dos triângulos em nosso cotidiano, 61,9% dos participantes responderam que não conseguem perceber a relevância dessa figura geométrica no seu dia a dia. Corroborando com isso, 85,7% não puderam citar nenhuma situação na qual a figura do triângulo esteve presente na sua vivência diária; entretanto, 14,3% afirmaram que a figura do triângulo está presente em seu dia a dia quando estão brincando de bolinhas de gude.

Com o propósito de analisar o entendimento conceitual dos alunos com relação ao estudo de Geometria, foi lhes apresentado um problema no qual estavam dispostos três pedaços de madeira com tamanhos de 3 cm, 5 cm e 12 cm. Com unanimidade, os participantes responderam que a única representação geométrica plana que podemos formar com estes três pedaços de madeira seria um triângulo, além disso, todos eles representaram a figura de um triângulo através de um desenho, porém nenhum deles especificaram as medidas desta figura geométrica no papael ou utilizaram uma régua para construir esta figura.

Figura 17: Respostas de dois alunos ao problema apresentado no questionário

15. Leia o texto e responda:

O professor de Matemática ao preparar uma aula para uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental colocou o seguinte problema para que os estudantes resolvessem:

Disponho de três pedaços de madeira com tamanhos de 3 cm, 5 cm e 12 cm. Pergunta-se:

a) Qual representação geométrica plana da Matemática que podemos formar com estes três pedaços de madeira?

triângulo

b) É possível obtermos um desenho desta representação geométrica? Em caso afirmativo, esboce com desenho ou descreva sua resposta em texto.
(A resposta pode ser em forma de texto ou utilizando a simbologia da Matemática).



15. Leia o texto e responda:

O professor de Matemática ao preparar uma aula para uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental colocou o seguinte problema para que os estudantes resolvessem:

Dispomos de três pedaços de madeira com tamanhos de 3 cm, 5 cm e 12 cm. Pergunta-se:

a) Qual representação geométrica plana da Matemática que podemos formar com estes três pedaços de madeira?

Triângulo

b) É possível obtermos um desenho desta representação geométrica? Em caso afirmativo, esboce com desenho ou descreva sua resposta em texto.
(A resposta pode ser em forma de texto ou utilizando a simbologia da Matemática).



Fonte: Autoria Própria (2023)

O letramento matemático, do mesmo modo que a alfabetização (ensino de leitura e escrita) é uma das prioridades no Ensino Fundamental, pois por meio dele as crianças e adolescentes serão capazes de reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (BRASIL, 2018).

6.2 SEQUÊNCIA DIDÁTICA E A APLICAÇÕES DO TEOREMA DE PITÁGORAS

Para discutir os conceitos da Matemática, na turma do 9º ano “A” do Ensino Fundamental, foram divididos momentos de aula apresentados no aspecto de definição e atividades aplicadas sobre triângulos e suas aplicações no cotidiano, voltados ao conhecimento da geometria.

Conforme a sequência didática (Capítulo 4), os triângulos e a sua utilização no cotidiano foram trabalhados como segunda atividade, sendo explicada para os estudantes a definição de um triângulo, as suas características, a sua importância na vida humana e como eles estão presentes no nosso dia a dia, desde o telhado da nossa casa até na presença de marcas famosas das quais costumamos consumir os seus produtos.

Figura 18: A presença dos triângulos no nosso dia a dia



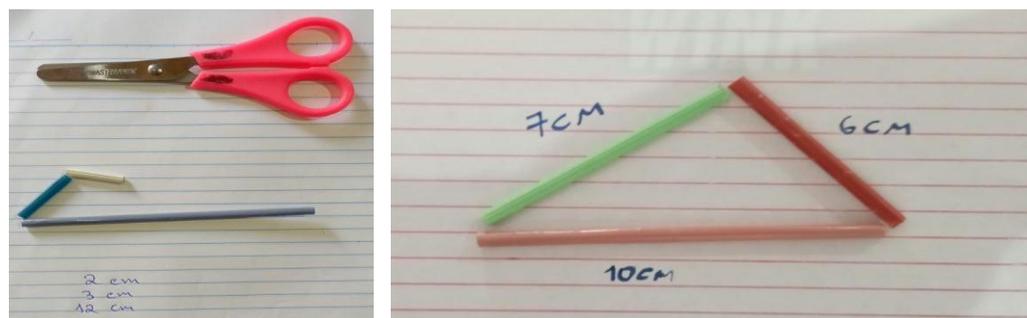
Fonte: Autoria própria (2023)

Segundo Relly (2021, p.4), uma vez que o aluno realiza a observação de que a forma geométrica do triângulo está muito presente no cotidiano faz com que a aula se torne mais atrativa. Desse modo, a matemática começa a deixar de ser um peso, algo difícil ou até entediante e desperta curiosidade e compreensão nos próximos conceitos.

No segundo dia de atividade os estudantes ainda fizeram uma atividade prática para verificar a condição de existência de um triângulo com canudos.

Inicialmente foi proposto que os alunos verificassem se as medidas do problema apresentado no questionário da aula anterior (3 cm, 5 cm e 12 cm) formariam um triângulo. Ao perceberem que as medidas não formaram o triângulo, foi-lhes explicado o Teorema da desigualdade triangular que estabelece a condição de existência de um triângulo. Em seguida, os estudantes verificaram se é possível construir triângulos com outras medidas sugeridas pelo professor (Figura 19).

Figura 19: Verificação com material concreto da condição de existência de triângulos

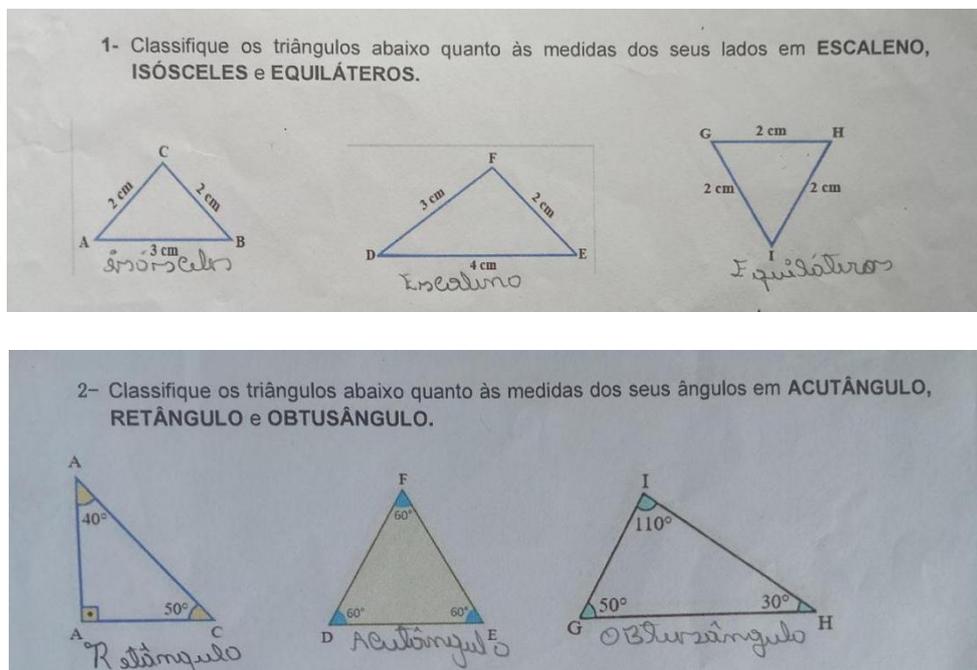


Fonte: Autoria própria (2023)

De acordo com Tibursky (2019), as atividades práticas facilitam a compreensão do estudante, pois este aprende fazendo, isto é, colocando a mão na massa e tornando-se agente ativo em seu processo de desenvolvimento intelectual. Essa experiência educacional passa a ser mais relevante, pois estimula o protagonismo juvenil e promove uma melhor compreensão e maior fixação dos conteúdos.

No terceiro dia de atividades foi apresentado e discutido com a turma a classificação de triângulos quanto às medidas dos seus lados e dos seus ângulos. Embora as atividades tenham ocorrido com extrema interação com os estudantes, devido à nomenclatura dada aos triângulos em relação às suas classificações, três alunos, mesmo que compreendessem os conceitos relacionados às medidas de lados e ângulos, tiveram dificuldades em assimilar a nomenclatura própria que recebe cada triângulo.

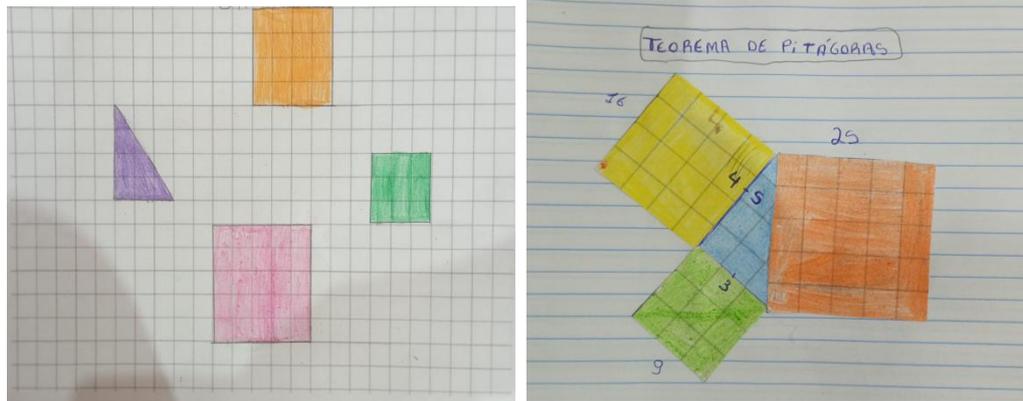
Figura 20: Atividade do terceiro dia sobre classificação de triângulos



Fonte: Autoria própria (2023)

Para o quarto dia de atividades, a demonstração experimental do Teorema de Pitágoras com malha quadriculada possibilitou aos estudantes maior participação e uma melhor compreensão das figuras planas do triângulo e do quadrado, o que foi bastante satisfatório (Figura 21).

Figura 21: Demonstração na malha do Teorema de Pitágoras por aluno



Fonte: Autoria própria (2023)

Ao utilizarmos a malha quadriculada como recurso no ensino de perímetro e área percebemos que facilita a aprendizagem do aluno, pois esse processo se dar através das interações do aluno com o meio, o que promove o papel ativo dos estudantes no momento de aprender a mesma. Nesse aspecto, as aulas de perímetro e área com a malha quadriculada contribuem para que o aluno identifique e relacione o conteúdo em diferentes ambientes (PEREIRA, 2022, p. 11).

Para o quinto dia de atividades, inicialmente foram resolvidos no quadro dois exemplos sobre o Teorema de Pitágoras para que os alunos compreendessem como se dá o processo de resolução e em seguida os alunos foram separados em duplas para resolverem 03 problemas envolvendo o Teorema de Pitágoras, extraídos do livro didático que a turma utiliza em sala de aula, conforme consta na sequência didática (Capítulo 4).

A priori, seis duplas (57,1% dos alunos) tiveram bastante dificuldade para lerem e interpretarem os problemas, embora eles estivessem sido apresentados de modo contextualizado e houvesse figuras em cada um dos três problemas para facilitar a sua descrição. Sendo assim, foi pedido para os alunos lerem e relerem os problemas várias vezes, buscando se perguntar sobre de que se tratava cada problema, quais os dados contidos nos problemas e o que deveria ser solucionado nos problemas. Segundo Beck e Langwinski (2021, p.2), “de todas as dificuldades matemáticas que os alunos possuem, a dificuldade de ler e interpretar corretamente uma situação-problema destaca-se com ênfase e acaba, por vezes, levando a maioria do alunado ao erro em suas resoluções”.

Conforme Vieira (2000), as dificuldades ocorridas durante a tentativa de resolução de problemas podem iniciar devido à falta de compreensão da linguagem do enunciado, provocando uma interpretação inadequada do mesmo. Desse modo, torna-se indispensável que o professor de Matemática realize um trabalho pedagógico específico com o texto do problema, uma vez que para os estudantes resolvam-no eles precisam inicialmente compreender o problema (1ª etapa da heurística de Polya).

Para isso, o professor deve assumir o papel de mediador, motivador e facilitador do processo de ensino-aprendizagem, atendendo aos seus alunos de forma plena na construção do saber e também na transformação do indivíduo (COLELHO; SILVA; LOPES, 2018).

A partir da mediação realizada pelo professor no processo de compreensão dos problemas, os estudantes buscaram traçar um plano e em seguida executá-lo para resolver os problemas (2ª e 3ª etapas da heurística de Polya). Nesse sentido, ao determinarem as variáveis de cada problema, aplicaram-na na fórmula do Teorema de Pitágoras e, por meio do cálculo numérico, determinaram a solução do problema.

Durante a realização das atividades envolvendo a resolução de problemas, percebeu-se que oito alunos (38,1%) apresentam muita dificuldade com as operações básicas da matemática ao resolverem cálculos de adição, subtração multiplicação, divisão, potenciação e radiciação.

Segundo Kimak e Basniak (2016), diante das estatísticas das avaliações realizadas pelo Instituto Nacional de Pesquisas Educacionais, através do Sistema Nacional de Educação Básica (SAEB) e da Prova Brasil, percebe-se a situação crítica em que se encontra o ensino da Matemática atualmente no Brasil. Conforme as autoras supracitadas, “os dados da Prova Brasil mostram que os alunos do 9º ano do ensino fundamental dominam somente habilidades simples em matemática, sendo as operações aritméticas (adição, subtração, multiplicação e divisão) uma das fragilidades desses alunos” (KIMAK, BASNIAK, 2016, p.2).

Pode-se afirmar, diante dessa situação, que as falhas encontradas no processo de ensino aprendizagem de Matemática, sejam relacionados à dificuldade de aprendizagem dos alunos ou pela prática de metodologias inapropriadas por parte dos professores.

Com relação às atividades do quinto dia, verificou-se ainda que durante a resolução dos problemas, por indisposição ou por terem dificuldades, 28,5% dos alunos da turma não completaram a etapa de verificação da resolução dos problemas (4ª etapa da heurística de Polya), encarando os problemas apresentados apenas como exercícios propostos para fixação do conteúdo abordado em sala de aula.

Figura 22: Resolução de problemas em duplas

PROBLEMA 1: Ao procurar seu gatinho de estimação Carla o avistou em cima de uma árvore. Ela então pediu ajuda a sua mãe e colocaram uma escada junto à árvore para ajudar o gato a descer. Sabendo que o gato estava a 8 metros do chão e a base da escada estava posicionada a 6 metros da árvore, qual o comprimento da escada utilizada para salvar o gatinho?



Logo, $a = 10$ metros

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$a^2 = 8^2 + 6^2$$

$$a^2 = 64 + 36$$

$$a^2 = 100$$

$$a = \sqrt{100}$$

$$a = 10$$

PROBLEMA 2: Claudio construiu uma casa nova e pediu para que os funcionários da Energisa viessem fazer a ligação da rede elétrica para a sua residência. Sabendo disso, quantos metros de fio são necessários para ligar os fios de um poste de 5 metros de altura até a caixa de luz que está ao lado da casa e a 12 metros da base do poste?



$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$5^2 + 12^2 = 25 + 144$$

$$169 = 169$$

$$\sqrt{169}$$

$$13$$

$$\frac{144}{+25}$$

$$\frac{169}{13}$$

comprimento necessário de 13

PROBLEMA 3: O desmatamento tem sido uma problemática crescente no Brasil. Supondo que, ao efetuar o desmatamento de uma determinada área, o madeireiro se depara com uma árvore que já se encontra quebrada; parte do tronco da árvore que se manteve fixa ao solo mede 3 metros e forma com o solo um ângulo de 90°; a ponta da parte quebrada que toca o solo encontra-se a 4 metros de distância da base da árvore. Qual era a altura da árvore antes de se quebrar?



$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$a^2 = 3^2 + 4^2$$

$$a^2 = 9 + 16$$

$$a^2 = 25$$

$$a = \sqrt{25}$$

$$a = 5$$

Logo, a árvore tinha 8 metros

$$5 + 3 = 8$$

Para a maioria dos alunos, resolver um problema significa fazer cálculos com números do enunciado ou aplicar algo que aprenderam durante as aulas (BRASIL, 1998). Sendo assim, esta visão que os alunos possuem é um desafio a enfrentar para trabalhar com a metodologia de resolução de problemas no ensino de Matemática, pois eles não aceitam, a princípio, que um problema tenha outras coisas a serem exploradas, além de sua solução final.

Na abordagem teórico-metodológica da resolução de problemas, o processo de avaliação não deve focar apenas no resultado final, mas, sim, em todo processo de resolução, pois, assim, possibilita ao professor analisar as dificuldades dos alunos, isto é, realizar a análise de erros dos estudantes. (BECK, LANGWINSKI, 2021).

Nesse sentido, Cury e Silva (2008, p. 87) destacam que “ao avaliar a resolução de um problema não somente pelo produto final, mas especialmente pelo processo de solução, podemos analisar a forma como o aluno solucionou a questão, descobrindo suas estratégias, detectando dificuldades e tecendo hipóteses sobre os erros”.

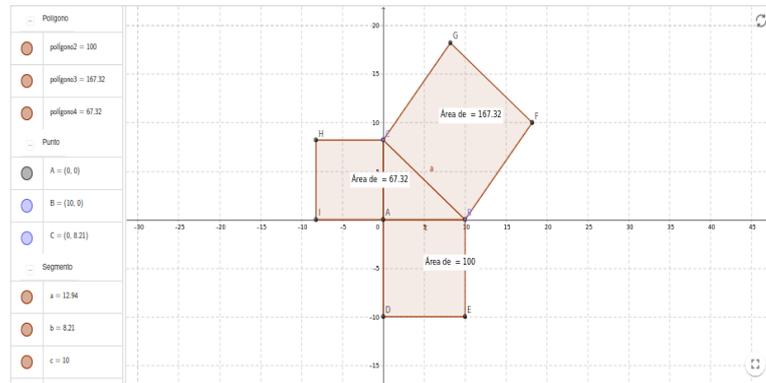
6.3 APLICAÇÃO DE ATIVIDADES COM O USO DE TECNOLOGIAS ATIVAS

Conforme Dahn (2019), a provocação ligada à construção de conhecimento deve ser significativa, sendo necessário criar um ambiente que desperte o interesse do aluno, que o convide a participar e o motive a buscar soluções para o problema em que se busca resolver.

Nesse contexto, como proposta de aplicação futura deste trabalho deve-se buscar conhecer e aplicar o software Geogebra no estudo de superfícies e áreas de representações geométricas planas, principalmente dos triângulo e quadrados, com ênfase no triângulo retângulo.

Sendo um software livre que pode ser utilizado facilmente como uma ferramenta para despertar o interesse pela busca do conhecimento matemático principalmente como alunos dos ensinos fundamental e médio, o Geogebra possibilita trabalhar de forma dinâmica na educação básica permitindo a abordagem de diversos conteúdos, especialmente aqueles relacionados ao estudo de geometria e de funções (FANTI, 2010).

Figura 23: O teorema de Pitágoras no Geogebra

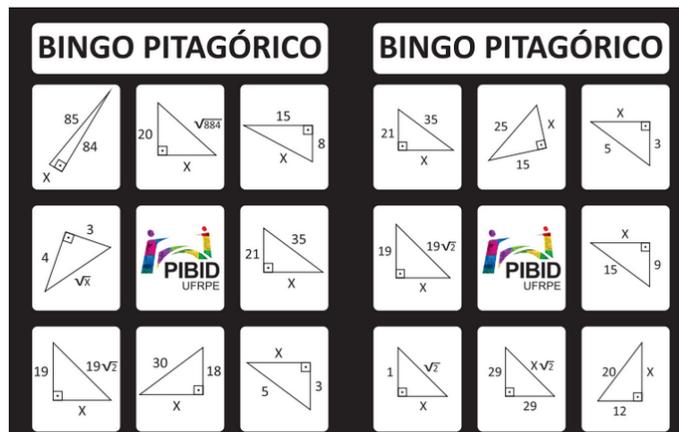


Fonte: Construção do autor com Software Geogebra (2023)

A utilização do software Geogebra possibilita o aluno trabalhar com modelagem de superfícies planas e espaciais, de modo que a ideia principal do seu uso é tornar o conteúdo mais dinâmico e valorizar mais as experiências, o raciocínio lógico e o conhecimento prévio de cada aluno. Sendo assim, a modelagem proporciona aos alunos a resolução de atividades contextualizadas (RIBEIRO, 2022).

Metodologias adicionais podem ser intensificadas em sala de aula com a utilização de jogos e bingos para conhecimento de figuras planas e fortalecimento do processo de aprendizagem dos alunos. Destaca-se nesse caso, o Bingo Pitagórico, o qual pode ser utilizado como auxiliar da metodologia de resolução de problemas e o uso do software Geogebra no estudo do Teorema de Pitágoras.

Figura 24: Cartelas do Bingo Pitagórico



Fonte: OLIVEIRA et al. (2020)

O Bingo Pitagórico (Figura 24) é um jogo que possibilita a exploração da conversão e do tratamento de registros semióticos acerca da tarefa de calcular a

medida de um dos lados do triângulo retângulo usando o teorema de Pitágoras (OLIVEIRA et al., 2020).

Sendo assim, aplicando-se metodologias concretas e lúdicas, com o auxílio de recursos tecnológicos existe uma interação ampla e participativa da Matemática, possibilitando uma melhor fixação do conteúdo e contribuem para mediar situações diferenciadas, saindo da abordagem tradicional de ensino, além de aproximar a relação entre alunos, professor e a disciplina.

Ao final, os resultados indicaram que 38,1% dos alunos são do sexo masculino e 61,9% são do sexo feminino, com idade entre 13 anos até 16 anos ou mais, sendo que 90,5% moram com os seus pais e 80,9% possuem renda familiar menor que 1 salário-mínimo (R\$ 1320,00). Embora 76,2% dos alunos da turma gostem de estudar Matemática, 85,7% não puderam citar nenhuma situação na qual a figura do triângulo esteve presente na sua vivência diária. Quanto à aplicação da sequência didática, 57,1% dos alunos apresentaram bastante dificuldade para ler e interpretar os problemas propostos, 38,1% apresentou dificuldade com as operações básicas da matemática e 28,5% dos alunos da turma não concluíram a resolução dos problemas.

Diante disso, torna-se relevante conduzir estudos futuros de ampliação deste estudo junto a metodologias ativas para atingir novas habilidades da BNCC voltadas ao Ensino Fundamental.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os Parâmetros Curriculares Nacionais e a Base Nacional Comum Curricular propõem que o ensino de Matemática na educação básica, especialmente no nível de Ensino Fundamental, promova a ampliação e o aprofundamento das aprendizagens essenciais desenvolvidas e organizadas segundo unidades de conhecimento da própria área, destacando o ensino de Geometria a partir do estudo dos triângulos, com ênfase no triângulo retângulo e na aplicação do Teorema de Pitágoras.

Neste Trabalho de Conclusão de Curso realizamos um estudo da resolução de problemas como proposta teórico-metodológica, que quando aplicada ao contexto escolar pode promover uma aprendizagem significativa e contextualizada do ensino de Matemática, possibilitando que os estudantes de forma consciente e autônoma construam os seus próprios conhecimentos com a ajuda da mediação do professor.

Foram verificados em uma turma de 21 anos do 9º ano do Ensino Fundamental do município de Cacimbas - PB o perfil da turma participante da pesquisa e também os aspectos socioeconômicos e cognitivos relevantes à escolarização dos participantes e da sua relação com a disciplina de Matemática. Verificou-se que 38,1% são do sexo masculino e 61,9% são do sexo feminino, com idade entre 13 anos até 16 anos ou mais. Conforme relato dos participantes, 90,5% afirmaram que moram com os seus pais e 80,9% relataram que a renda familiar é menor de 1 salário-mínimo (R\$1.320,00), sendo que 76,2% moram distante da escola.

Analisando o nível de interação dos alunos com a disciplina de Matemática, 76,2% dos alunos afirmaram que gostam de estudar a disciplina e 85,7% destacaram que os conteúdos de Matemática ensinados na escola tem aplicações no seu cotidiano, como por exemplo, na utilização de dispositivos móveis como os celulares, no uso do relógio para verificar as horas, ao realizar cálculos durante uma compra no supermercado ou em situações simples do dia a dia.

Questionados sobre como gostariam que fossem as aulas de Matemática, os alunos pesquisados relataram que gostariam que as aulas fossem mais dinâmicas e lúdicas com a utilização de jogos, brincadeiras e recursos digitais, o que certamente resultaria em aulas mais legais e divertidas.

Indagados sobre a importância dos triângulos em nosso cotidiano, 61,9% dos participantes responderam que não conseguem perceber a relevância dessa figura geométrica no seu dia a dia. Corroborando com isso, 85,7% não puderam citar nenhuma situação na qual a figura do triângulo esteve presente na sua vivência diária; entretanto, 14,3% afirmaram que a figura do triângulo está presente em seu dia a dia quando estão brincando de bolinhas de gude.

Com relação à sequência didática aplicada, percebeu-se que por meio de atividades práticas os alunos demonstraram bastante entusiasmo e participação durante as aulas, além de compreenderem melhor os conteúdos trabalhados. No entanto, no terceiro dia de atividades, mesmo que compreendessem os conceitos relacionados às medidas de lados e ângulos, três alunos tiveram dificuldades em assimilar a nomenclatura própria que recebe cada triângulo.

No quinto dia de atividades, ao resolverem os três problemas relacionados ao Teorema de Pitágoras extraídos do livro didático utilizado pela turma, 57,1% dos alunos apresentaram muitas dificuldades para ler e interpretar os problemas. No entanto, após lerem e relerem os problemas várias vezes, foram capazes de traçar um plano para resolver os problemas. Verificou-se também que 38,1% apresentam muita dificuldade com as operações básicas da matemática ao resolverem cálculos de adição, subtração multiplicação, divisão, potenciação e radiciação.

Notou-se ainda que durante a resolução dos problemas, por indisposição ou por terem dificuldades, 28,5% dos alunos da turma não completaram a etapa de verificação da resolução dos problemas (4ª etapa da heurística de Polya), encarando os problemas apresentados apenas como exercícios propostos.

Nesse sentido, diante do acompanhamento das atividades e conhecendo a turma do 9º ano do Ensino Fundamental, sugeriu-se a aplicação de atividades futuras na discussão de figuras geométricas planas com o uso de tecnologias ativas. Nesse aspecto, propõe-se a utilização do software livre Geogebra para o estudo de superfícies e áreas de representações geométricas planas, principalmente dos triângulos e quadrados, com ênfase no triângulo retângulo. E, além disso, destaca-se também o uso do Bingo Pitagórico, o qual pode ser utilizado como auxiliar da metodologia de resolução de problemas e do software Geogebra no estudo do Teorema de Pitágoras.

Sendo assim, consideramos que os objetivos desse trabalho foram satisfatoriamente alcançados e as hipóteses levantadas foram comprovadas, confirmando desse modo que se torna necessário uma discussão permanente a respeito das metodologias ativas de ensino e aprendizagem no ensino da Matemática, as quais possibilitam a valorização das experiências dos alunos, a sua autonomia, o seu entusiasmo, a sua participação, o seu raciocínio lógico e a sua criticidade.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, M.E.B. Apresentação. In: BACICH, L; MORAN, J. (org.). **Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática**. Porto Alegre: Penso, 2018.
- ARAÚJO, A. I. S. . **Ensino-aprendizagem de álgebra através da resolução e exploração de problemas**. 2016. Dissertação (Mestrado em Pós Graduação em Educação Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba. Orientadora: Farias, Severina Andréa Dantas de Farias.
- BECK, C. E. ; LANGWINSKI, L. G. . **DIFICULDADES NA LEITURA E INTERPRETAÇÃO DAS SITUAÇÕES-PROBLEMAS EM TRABALHOS DO XIII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**. In: XIV Encontro Gaúcho de Educação Matemática, 2021, online. Anais do EGEM 2021, 2021.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais : Matemática**. Brasília : MEC / SEF, 1997.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria do Ensino Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, 3º e 4º ciclos (5ª a 8ª séries) – Brasília: MEC/SEF, 1998b**.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria do Ensino Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais do Ensino Fundamental II**. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: Educação é a base**. Brasília, 2017.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Ensino Fundamental de Nove Anos: passo a passo do processo de implantação**. Brasília: Ministério da Educação, 2009.
- BAUMGARTEL, P. **O uso de jogos como metodologia de ensino da Matemática**. Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, XX, 2016.
- BIANCHINI, Edwaldo; MIANI, Marcos. **Construindo conhecimentos em Matemática: 8ª série**. - 1. ed. - São Paulo: Moderna, 2000.
- BOYER, Carl Benjamin. **História da Matemática**. São Paulo: Blucher, 1974.
- COELHO, Géssica Elias de Paulo; SILVA, Paula Cristina Pacheco; LOPES, Thalitta Fernanda. **A prática pedagógica do professor mediador e a motivação no processo de ensino e aprendizagem**. [S.l.:s.n.], 2018. Disponível em: <<https://multivix.edu.br/wp-content/uploads/2018/06/a-pratica-pedagogica-do-professor-mediador-e-a-motivacao-no-processo-de-ensino-e-aprendizagem.pdf>>. Acesso em: 29 mai. 2023.
- CORRÊA, Giovana Camila Garcia; CAMPOS, Isabel Cristina Pires de; ALMAGRO, Ricardo Campanha. **PESQUISA-AÇÃO: UMA ABORDAGEM PRÁTICA DE PESQUISA QUALITATIVA**. Ensaios Pedagógicos (Sorocaba), vol.2, n.1, jan./abr. 2018, p.62-72.

COSTA, A. A. ; MOTA, R. J. M. . **Resolução de Problemas no Ensino de Matemática: Um Olhar a Partir da Legislação.** In: VI Colóquio Internacional Educação e Contemporaneidade, 2012, São Cristóvão - SE. Colóquio Internacional Educação e Contemporaneidade, 2012.

COSTA, José Eliton da Silva; SILVA, João Paulo da. **Educação na comunidade quilombola de Serra Feia, em Cacimbas/PB, em meio à pandemia da covid-19.** *Revista Educação Pública*, v. 21, nº 20, 1 de junho de 2021. Disponível em: <https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/21/20/educacao-na-comunidade-quilombola-de-serra-feia-em-cacimbaspb-em-meio-a-pandemia-da-covid-19>. Acesso em 23 mai. 2023.

DANTE, L.R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática.** 2ªed. São Paulo: Ática, 1998.

FANTI, E. L. C. . **Utilizando o software GeoGebra no ensino de certos conteúdos matemáticos.** In: V Bienal da SBM, 2010, João Pessoa. <http://www.mat.ufpb.br/bienalsbm/arquivos/Conferencias%20Apresentadas/C%203.pdf>, 2010. p. 1-16.

FARIAS, S. A.D. F.; AZERÊDO, M. A. ; RÊGO, R.G. . **Matemática no ensino fundamental: considerações teóricas e metodológicas.** 1. ed. João Pessoa: Editora Universitária da UFPB, 2016. v. 1. 204p .

FRAZÃO, Dilva. **Pitágoras: Matemático grego.** Disponível em <<https://www.ebiografia.com/pitagoras/>>. Acesso em 02 de Abril de 2023.

FERREIRA, André da Silva. **Teorema de Pitágoras e suas aplicações.** 2015. 57p. Monografia (Graduação em Matemática) - Instituto UFC Virtual, Universidade Federal do Ceara, Fortaleza, 2015.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social.** 5.ed. São Paulo: Atlas, 1999.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 4. ed. São Paulo: Atlas, 2007.

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da matemática, 9º ano.** – 4. ed. – São Paulo: FTD, 2018. – (Coleção a conquista da Matemática).

InfoEscola. **Teorema de Pitágoras.** 2023. Disponível em <<https://www.infoescola.com/matematica/teorema-de-pitagoras/>>. Acesso em: 02 de abril de 2023

KIMAK, Sandra Regina; BASNIAK, Maria Ivete. **O ENSINO E APRENDIZAGEM DAS QUATRO OPERAÇÕES BÁSICAS DA MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA NA PERSPECTIVA DE ENSINO EXPLORATÓRIO ALIADO ÀS MÍDIAS TECNOLÓGICAS, JOGOS E MATERIAIS MANIPULÁVEIS.** Cadernos PDE, 2016, versão online, Vol. 1. Disponível em <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2016/2016_artigo_mat_unespar-uniaodavitoria_sandrareginakimak.pdf>. Acesso em 02 de jun. de 2023.

LEAL, Rodrigo Amaral; et al. **Teorema de Pitágoras e suas demonstrações em sala de aula**. Mundo Educação. Disponível em <https://www2.unifap.br/matematicaead/files/2016/03/Rodinelli-artigo-final.pdf>>. Acesso em 14 de abril de 2023.

LOZADA, Gisele; NUNES, Karina da Silva. **Metodologia científica**. [Recurso eletrônico]. revisão técnica: Ane Lise Pereira da Costa Dalcul. Porto Alegre: SAGAH, 2018. 238 p.

MARCONI, M. A; LAKATOS, E. M. **Técnicas de pesquisa: planejamento e interpretação de dados**. 3.ed. São Paulo: Atlas, 1996.

MARTINS, Ana Paula Figueiredo et al. **Estudo de impactos ambientais na comunidade quilombola Serra Feia - Cacimbas, PB**. Agropecuária Científica no Semiárido: Patos, v. 13, n.2, p. 121-129, Abril-Junho, 2017.

MASSA, L. S.; RIBAS, D. **Uso de jogos no ensino de Matemática**. *Cadernos PDE*, Curitiba, v. I, 2016. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2016/2016_artigo_mat_unicentro_deucleiaribas.pdf>. Acesso em: 14 mai. 2023.

MEIRELLES, Renata. **Território do brincar**. Disponível em <https://territoriodobrincar.com.br/brincadeiras/bila/>>. Acesso em 28 de mai. de 2023.

MORAIS, R. S. **A aprendizagem de polinômios através da resolução de problemas por meio de um ensino contextualizado**. Dissertação de Mestrado, São Carlos, Universidade Federal de São Carlos. 2008.

MORAN, J. **Metodologias ativas para uma aprendizagem mais profunda**. In: BACICH, L; MORAN, J. (org.). **Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática**. Porto Alegre: Penso, 2018. p. 2-25.

MOREIRA, Luiz Paulo. **O que é o teorema de Pitágoras?**. Disponível em <https://brasilecola.uol.com.br/o-que-e/matematica/o-que-e-teorema-de-pitagoras.htm>>. Acesso em: 02 de Abril de 2023.

NEALIN. **Núcleo de Estudos em Alfabetização em Linguagem e Matemática**. Universidade Federal da Paraíba, 2019. Disponível em: <https://www.ufpb.br/cchla/contents/noticias/nealim-integra-pesquisa-nacional-sobre-ensino-remoto-e-sobre-a-politica-nacional-de-alfabetizacao-pna-durante-a-pandemia/nealim.jpg/view>>. Acesso em: 20 de setembro de 2022.

OLIVEIRA, M.M. **Sequência didática interativa no processo de formação de professores**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2013.

OLIVEIRA, I. M. et al. . **Bingo Pitagórico**. 2020. (Desenvolvimento de material didático ou instrucional - Jogo Matemático). Disponível em <https://educapes.capes.gov.br/handle/capes/573109>>. Acesso em 04 de jun de 2023.

ONUCHIC, L. R. **O ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas.** In: BICUDO, M. A. V. (Org.). Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 199-218.

PALMARES. **Certidões expedidas às comunidades remanescentes de quilombos (CRQs) atualizadas até a Portaria nº 146/2017.** *Diário Oficial da União*, Brasília, 25 abr. 2017.

PAULA, Maiara Ariana Silva; BARRETO, Dosilia Espirito Santo. **Sequência didática de Matemática com livros paradidáticos.** Grandezas e Medidas: representações sociais de professores do ensino fundamental. Curitiba. 2008. Disponível em: (<http://ri.uepg.br:8080/riuepg/handle/123456789/>). Acesso em: 13 de abril de 2023.

PEREIRA, Tatiana Souza. **A malha quadriculada como instrumento de aprendizagem de perímetro e área.** Orientadoras: Tacilene Campos Pereira e Lucelida de Fátima Maia Costa. 2022. 14 f. (Graduação) - Curso de Matemática, Universidade do Estado do Amazonas, Parintins, Amazonas, 2022. Disponível em <<http://repositorioinstitucional.uea.edu.br/bitstream/riuea/4082/1/Malha%20quadriculada%20como%20instrumento%20de%20aprendizagem%20de%20per%C3%ADmetro%20e%20%C3%A1rea.pdf>>. Acesso em 29 de mai. de 2023.

PINHO, José Luiz Rosas, BATISTA Eliezer, CARVALHO, Neri Terezinha Both. **Geometria I.** 2. ed. – Florianópolis: EAD/UFSC/CED/CFM, 2010. 330 p.

PINTO, Jucinara de Castro Almeida; TENÓRIO, Robinson Moreira; ANDRADE, C. S. M.; LORDELO, J. A. C.; ARAUJO, M. L. H. S.. **Desempenho Acadêmico e Fatores Socioeconômicos:** Uma análise do Ensino Médio Integrado do IFBA Campus Barreiras. 2015. Dissertação (Mestrado em Mestrado em Educação) - Universidade Federal da Bahia.

POLYA, G.. **A arte de resolver problemas.** 2.ed. São Paulo: Hermann, 1995.

POZO, J. I. (Org.) **A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender.** Porto Alegre: Artmed, 1998.

RELLY, Odete Kreitlow. **O triângulo no cotidiano do aluno.** Feira estadual de Matemática do RS, Rio Grande do Sul, v.1, n.1, p.1-5, março de 2021. Disponível em <<https://publicacoeseventos.unijui.edu.br/index.php/feiramatematicars/article/view/18846>>.

RIBEIRO, Nicolle de Carvalho. **Grandezas e medidas:** uma perspectiva da Matemática na construção de conceitos de estudantes do proeja em instituição pública. 2022. 69 p. Trabalho de Conclusão de curso (graduação) - Universidade Federal da Paraíba. João Pessoa, 2022.

RICHARDSON, R. J. et al. (1999) **Pesquisa social:** métodos e técnicas. São Paulo: Atlas.

RINALDO, Arlete Petri. **Ansiedade em relação à Matemática**. Dissertação (Mestrado em Mestrado em Ciências da Educação) - Universidad Del Sol Unades, Asunción, Paraguai, 2019.

SANTOS, Marconi Coelho. **Teorema de Pitágoras: suas diversas demonstrações**. Trabalho de conclusão de curso. UEPB, 2011.

SILVA, Marcos Nóe Pedro da. **Demonstrações do Teorema de Pitágoras**. Disponível em <<https://educador.brasilecola.uol.com.br/estrategias-ensino/demonstracoes-teorema-pitagoras.htm>>. Acesso em: 02 de Abril de 2023.

SOARES, J. F. **O efeito da escola no desempenho cognitivo de seus alunos**. REICE - Revista Electrónica Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación 2004, Vol. 2, No. 2 . Disponível em: <http://www.ice.deusto.es/RINACE/reice/vol2n2/Soares.htm>. Acesso em: 07 de maio 2014.

TIBURSKY, Raquel. **Aprender Fazendo**. Diário Escola, 2019. Disponível em <<https://diarioescola.com.br/aprender-fazendo/>>. Acesso em 29 de mai. de 2023.

THIOLENT, Michel. Metodologia da Pesquisa Ação. 2ª ed. 1986. 56p.

VAN WALLE, J.A. **Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. Tradução Paulo Henrique Colonese. 6.ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VERGARA, Sylvia C. **Projetos e relatórios de pesquisa em administração**. 3.ed. Rio de Janeiro: Atlas, 2000.

APÊNDICE 1 - Questionário Diagnóstico

Estamos realizando este questionário com o intuito de identificarmos algumas características que acompanham os estudantes da Escola Municipal de Ensino Fundamental e Infantil Joaquim Cassiano Alves, do município de Cacimbas– PB.

Gostaríamos de contar com a sua participação voluntária, sabendo-se que a qualquer momento você poderá interromper suas respostas sem que haja qualquer dano a você ou a esta instituição de ensino. Os dados desta pesquisa serão utilizados na elaboração de um trabalho de conclusão de curso e poderão ser publicados em revistas científicas.

Caso haja qualquer dúvida na sua participação ou nas perguntas deste questionário, favor dirigir-se ao pesquisador. Nas questões de múltipla escolha você poderá ter mais de uma alternativa como resposta. Caso a questão não contemple a resposta desejada, favor escrever ao lado a sua opinião.

1. Qual a sua idade?

- a. () até 13 anos b. () entre 14 e 15 anos c. () 16 anos ou mais

2. Qual seu gênero?

- a. () Masculino b. () Feminino

2. Você mora perto da escola?

3. a. () Sim b. () Não

4. A renda total de sua família fica em torno de:

- a. () menos de um salário mínimo (R\$ 1.320,00)
 b. () Igual a um salário mínimo (R\$ 1.320,00)
 c. () Entre R\$ 1.320,00 e R\$ 2.640,00
 d. () acima de R\$ 2.640,00

4. Você mora com seus pais? a. () Sim b. () Não

6. Você gosta de estudar a disciplina de matemática?

- a. () Sim b. () Não

Justifique: _____

7. Em anos anteriores, na disciplina de matemática, você participou de metodologias diversificadas para aplicação do conteúdo?

- a. () sim () não

8. Você recebe alguma ajuda (de familiares e/ou amigos) para resolver problemas de matemática?

- a. () sim b. () não

Justifique de quem? _____

9. Como você gostaria que fossem as aulas de matemática? _____

10. Você consegue verificar alguma aplicação dos conteúdos de matemática no seu cotidiano? Justifique sua resposta.

- a. () Sim b. () Não

Justifique: _____

APÊNDICE 2 - Verificação conceitual da Matemática**1. Você sabe da importância dos triângulos em nosso dia a dia?**

a. () Sim b. () Não

2. Você poderia citar alguma situação da sua vivência diária na qual a figura do triângulo esteve presente?

a. () Sim b. () Não

Se sim, qual? _____

3. Leia o texto e responda:

O professor de Matemática ao preparar uma aula para uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental colocou o seguinte problema para que os estudantes resolvessem:

Dispomos de três canudos de refresco com tamanhos de 3 cm, 5 cm e 12 cm.

Pergunta-se:

a) Qual representação geométrica plana da Matemática que podemos formar com estes três canudos?

b) É possível obtermos um desenho desta representação geométrica? Em caso afirmativo, esboce com desenho ou descreva sua resposta em texto.

(A resposta pode ser em forma de texto ou utilizando a simbologia da Matemática).

ANEXO - Solicitação de pesquisa de campo



**UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA A DISTÂNCIA**

Solicitação de Pesquisa de Campo

De: Curso de Licenciatura em Matemática – EaD/UFPB – Campus I

Para: Escola Municipal de Ensino Fundamental e Infantil Joaquim Cassiano Alves na comunidade Quilombola de Serra Feia, município de Cacimbas - Paraíba

Direção da instituição: Joseane de Souza Mendonça

Sr(a). Diretor(a)

Venho por meio desta solicitar autorização de Vossa Senhoria para que o estudante **Ademar Nunes dos Santos**, matrícula n.º. 20210002042, aluno regular do curso de Licenciatura em Matemática a distância da Universidade Federal da Paraíba, **realize as atividades de pesquisa** (observação e intervenção em sala de aula) neste estabelecimento de ensino, em uma turma de 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental durante o período de **01 a 30 de maio de 2023**.

Outrossim, informamos que todas as atividades acima descritas serão desenvolvidas pelo estudante, sob orientação de **SEVERINA ANDRÉA DANTAS DE FARIAS**, matrícula SIAPE n.º 2587291, professora orientadora do Trabalho de Conclusão de Curso no período 2023-1, desta instituição de ensino.

Contando com a colaboração de Vossa Senhoria, subscrevemo-nos.

Atenciosamente,

João Pessoa, 12 de abril de 2023.

Severina Andréa Dantas de Farias
Prof. Severina Andréa Dantas de Farias
Orientadora/ DEC/CE/UFPB

(x) Aceito que o estudante realize a pesquisa de campo na instituição: E.M.E.F.I
Joaquim Cassiano Alves
Data: 13/06/2023
Assinatura da direção: Josiane de Souza Mendonça
Carimbo da instituição:

E. M. E. F. I.
JOAQUIM CASSIANO ALVES
Serra Feia - Cacimbas-PB.