UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Cosmo Rodrigues da Silva

Uma Abordagem da Função Quadrática

Rio Tinto – PB
2023

Cosmo Rodrigues da Silva

Uma Abordagem da Função Quadrática

Trabalho Monográfico apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador(a): Prof. Dr. Carlos Alberto Gomes de Almeida.

Rio Tinto – PB
2023

Catalogação na publicação Seção de Catalogação e Classificação

S586a Silva, Cosmo Rodrigues da.
UMA ABORDAGEM DA FUNÇÃO QUADRÁTICA / Cosmo Rodrigues da Silva. - Rio Tinto, 2023.
35 f. : il.

Orientação: Carlos Alberto Gomes de Almeida.
TCC (Graduação) - UFPB/CCAE.

1. Função quadrática. 2. Matemática. 3. Equações quadráticas - aplicações. 4. . I. Almeida, Carlos Alberto Gomes de. II. Título.

UFPB/CCAE CDU 51

Elaborado por JOSIVAN COELHO DOS SANTOS VASCONCELOS - CRB-15 - 764

Cosmo Rodrigues da Silva

Uma Abordagem da Função Quadrática

Trabalho Monográfico apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador(a): Prof. Dr. Carlos Alberto Gomes de Almeida.

Aprovado em: 06/06/2023.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Carlos Alberto Gomes de Almeida – UFPB/DCX

Prof. Ms. Agnes Liliane Lima Soares de Santana – UFPB/DCX

Prof. Dr. Jose Laudelino Menezes Neto – UFPB/DCX

Dedico este trabalho primeiramente a Deus, pela oportunidade, e segundo ao meus pais pelo incentivo, carinho e apoio irrestrito, propiciando vitória nesta minha caminhada.

AGRADECIMENTOS

À **Deus**, pela oportunidade e por todas as vitórias na minha vida!

Aos **meus pais**, que sempre estão ao meu lado, por favorecerem em especial, este momento;

Ao **meu orientador**, pelo estímulo e colaboração nessa trajetória;

Aos **colegas**, pelas trocas de experiências, pelo convívio, pelas alegrias e incertezas, por todos esses momentos vividos juntos e partilhados.

Epígrafe

> A tarefa do educador dialógico é, trabalhando em equipe interdisciplinar este universo temático recolhido na investigação, devolvê-lo, como problema, não como dissertação [...].

Paulo Freire

RESUMO

A função quadrática é um conteúdo presente na vida dos estudantes desde o ensino fundamental II até o ensino superior, sendo importante nos estudos nas áreas de biologia, física e química. O presente trabalho aborda um estudo da função polinomial do segundo grau, tendo como objetivo geral reconhecer a função quadrática, por meio da investigação na representação de algumas de suas formas, bem como trazer um pouco do surgimento da função quadrática e algumas de suas aplicações. Este trabalho se deu de caráter qualitativo e exploratório, na qual o aprofundamento e fortalecimento do conteúdo se deu através de uma revisão bibliográfica em artigos, monografias, dissertações e sites de pesquisa. No primeiro capítulo, aborda a fundamentação teórica, com alguns povos da antiguidade que contribuíram para os estudos da função quadrática. No segundo, abordamos a formalidade da função quadrática e algumas decorrências a partir da forma canônica. Já no terceiro capítulo, trazemos algumas das diversas aplicações que recai na função polinomial do segundo grau.

Palavras-chave: Função quadrática. Contexto histórico. Equações quadráticas. Aplicações.

ABSTRACT

The quadratic function is a content present in the lives of students from elementary school II to higher education, being important in studies in the areas of biology, physics and chemistry. The present work approaches a study of the polynomial function of the second degree, having as general objective to recognize the quadratic function, through the investigation in the representation of some of its forms, as well as to bring a little of the emergence of the quadratic function and some of its applications. This work was of a qualitative and exploratory nature, in which the deepening and strengthening of the content took place through a bibliographical review in articles, monographs, dissertations and research sites. In the first chapter, it addresses the theoretical foundation, with some ancient peoples who contributed to the studies of the quadratic function. In the second, we address the formality of the quadratic function and some consequences from the canonical form. In the third chapter, we bring some of the different applications that fall into the polynomial function of the second degree.

Keywords: Quadratic function. Historical context. Quadratic equations. Applications.

INTRODUÇÃO **11**
CAPÍTULO 1 **14**
FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA **14**
1.1 Estudo histórico sobre a função quadrática 14
1.1.1 Babilônios 14
1.1.2 A matemática Grega 16
1.1.3 Contribuição dos Árabes 20
1.1.4 Renascimento 21
1.1.5 Matemática moderna 22
1.2 Função 23
CAPÍTULO 2 **25**
ABORDAGEM FORMAL **25**
2.1 Definição da Função Quadrática 25
2.2 Zeros ou raízes de uma Função Quadrática 25
2.3 Forma Canônica da Função Quadrática 25
2.3.1 A Fórmula Resolutiva da Equação do Segundo Grau 26
2.3.2 A Soma das raízes 27
2.3.3 O Produto das raízes 27
2.3.4 A Fórmula para Descobrir as Coordenadas do Vértice da Parábola 27
2.3.5 A Forma Fatorada da Função Quadrática 28
2.4 Completando Quadrado 28
2.5 Por Fatoração 29
2.6 Máximo e Mínimo da Função Quadrática 29
CAPÍTULO 3 **31**
APLICAÇÕES **31**
CAPÍTULO 4 **35**
CONSIDERAÇÕES FINAIS **35**
REFERÊNCIAS 36

INTRODUÇÃO

Percebe-se que a matemática está presente na vida humana desde que o ser humano começou a viver da necessidade da caça, da pesca, da agricultura para sobreviver, tendo a matemática como aliada. A busca pelo uso da matemática vem desde os tempos antigos, e começou a ter seu papel importante pela forma que era usufruída, onde com o desenvolvimento do ser humano, dos povos, da sociedade, a matemática teve seu impacto dentro dessas civilizações, potencializando sua finalidade e fidelidade pelo seu papel exercido.

Segundo o pensamento de Spinelli (2011):

> A matemática é uma ciência construída e organizada pelo homem e, sob esse aspecto, desempenha um papel fundamental na organização do pensamento a partir do desenvolvimento de habilidades de raciocínio específicas. Estabelecer relações entre objetos, fatos e conceitos, generalizar, prever, projetar e abstrair são exemplos dessas habilidades. (SPINELLI, 2011, p. 129).

Com base nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN):

> Ao revelar a matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemático do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento. (BRASIL, 1998, p. 42).

A partir da citação, observamos a importância do contexto social e cultural no qual a matemática está inserida. No entanto, em razão do processo de ensino-aprendizagem no qual os discentes estão acostumados com a matemática calculista e abstrata, ou seja, sem interdisciplinaridade, temos observado um desinteresse pela contextualização dos conteúdos ministrados em sala. Concordamos com Rodrigues (2005), onde para o autor:

> É importante que a presença do conhecimento matemático seja percebida, e claro, analisada e aplicada às inúmeras situações que circundam o mundo, visto que a matemática desenvolve o raciocínio, garante uma forma de pensamento, possibilita a criação e amadurecimento de ideias o que traduz uma liberdade, fatores estes que estão intimamente ligados a sociedade. Por isso, ela favorece e facilita a interdisciplinaridade, bem como a sua relação com outras áreas do conhecimento (filosofia, sociologia, literatura, música, arte, política, etc.) (RODRIGUES, 2005, p.05).

A matemática está inserida em diversas aplicações em áreas do conhecimento, no qual, ganha seu papel primordial na história da humanidade. O estudo da função quadrática tem grande importância e significância na evolução da matemática. O estudo da função quadrática é um assunto que muitos alunos devem estudar, tanto no fundamental, no médio, quanto na graduação, pois aborda temas essenciais na vida cotidiana do aluno, por exemplo: no lançamento de uma bola, no estudo do movimento uniforme variado, nos faróis de automóveis, e, consequentemente é um conteúdo que é bastante cobrado em vestibulares e concursos. Conforme a fala de D'Ambrósio (1989):

> Sabe-se que a típica aula de matemática a nível de primeiro, segundo ou terceiro grau ainda é uma aula expositiva, em que o professor passa para o quadro negro aquilo que ele julga importante. O aluno, por sua vez, cópia da lousa para o seu caderno e em seguida procura fazer exercícios de aplicação, que nada mais são do que uma repetição na aplicação de um modelo de solução apresentado pelo professor. (D'AMBRÓSIO, 1989, p. 15).

O famoso método tradicional, onde o professor copia os conteúdos no quadro, e logo os alunos copiam tudo de volta para o caderno. Por sua vez, se faz necessário uma sala de aula mais atrativa, onde todos possam ter o prazer de compartilhar seus conhecimentos, interagir com as ideias, com finalidade de construir um ambiente socializado que fortaleça o desenvolvimento de todos. A partir desse contexto, definimos como questão desta pesquisa: Abordar as formas de representação da função quadrática.

Ao longo da minha trajetória no curso de Licenciatura em Matemática, tive a oportunidade de atuar como docente nas primeiras monitorias de cálculo. Então, trabalhar com os conteúdos da área de álgebra foi bastante satisfatório, sendo uma área rica e extensa com situações-problemas e aplicações na matemática. Logo, surgiu o interesse em trabalhar com o estudo de funções, mais precisamente, com funções quadráticas. Nesta pesquisa, abordamos uma investigação do estudo da função quadrática, com foco na sua representação das formas a partir da decorrências da forma canônica, abrangendo sua aplicação em situações que recai na função do segundo grau, como também abordamos o contexto histórico do seu surgimento. Por outro lado, pela vivência nas monitorias de cálculo, percebi a grande dificuldade que os alunos tinham na compreensão deste conteúdo, isso me motivou a pesquisar na área.

Este trabalho tem como objetivo geral, reconhecer a função quadrática, por meio da investigação na representação de algumas formas da função quadrática.

Este trabalho teve como objetivos específicos:

- Abordar um breve contexto histórico do surgimento da função quadrática, a partir de alguns povos da antiguidade que trabalharam com função quadrática;

- Definir a função quadrática pela sua formalidade e características necessárias dentro do estudo de função e apresentar suas formas de representatividade;

- Apresentar alguns exemplos de aplicação que aborda a ideia de função quadrática para reconhecimento na prática aplicada.

Para tanto, a metodologia adotada neste trabalho é de uma pesquisa qualitativa, no qual "A análise qualitativa é menos formal do que a análise quantitativa, pois nesta última seus passos podem ser definidos de maneira relativamente simples." (GIL, 2002. p. 133). Segundo Gil (2002, p. 133), a pesquisa qualitativa vai depender de muitos fatores, como por exemplo a natureza dos dados coletados, a extensão da amostra, os instrumentos de pesquisa e os pressupostos teóricos que nortearam a investigação.

Na perspectiva da pesquisa, quanto aos objetivos abordados, se caracterizam numa pesquisa exploratória, sendo "Estas pesquisas têm como objetivo proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a constituir hipóteses" (GIL, 2002. p. 41).

Para coleta de dados, conforme Gil (2002, p. 133), a pesquisa exploratória visa o aprimoramento de idéias ou descoberta de intuições, onde que em muitos casos o levantamento bibliográfico está envolvido nas pesquisas exploratórias, no qual para o fortalecimento da pesquisa serão estudados se artigos, monografias, dissertações e livros, especialmente buscar pesquisar que aborda sobre o tema da função quadrática.

Logo, a pesquisa a ser trabalhada se enquadra nas pesquisas citadas acima, pois como base nos objetivos fazer uma exploração a respeito do tema estudado, com finalidade de uma investigação da matemática contextualizada com base em autores que trabalharam com o tema.

CAPÍTULO 1

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

1.1 Estudo histórico sobre a função quadrática

A história da matemática carrega consigo muitos processos e etapas fonte de conhecimentos e saberes primordiais no processo de aprendizagem de matemática, levando a construção de novas teorias e novas descobertas que desenvolvem curiosidades e incertezas, mas tudo isso se transforma num aglomerado crescimento de conhecimentos e aprendizados.

"A matemática é um aspecto único do pensamento humano, e sua história difere na essência de todas as outras histórias" (ASIMOV apud BOYER, 2010). Logo, a matemática carrega consigo mesmo todo seu processo, suas teorias, suas histórias e seu progresso na formalização em uma linguagem universal. Ainda assim, em muitos campos da ciência o processo de avanço é tanto de correção quanto de extensão. Aristóteles, em seus estudos, estava completamente errado em suas ideias sobre corpos em queda e teve que ser aperfeiçoada por Galileu por volta de 1590. Incluindo Newton, considerado o maior de todos os cientistas, estava errado em sua visão sobre a natureza da luz, a acromaticidades das lentes, onde não percebeu a existência de linhas espectrais. No que consta em sua obra máxima, as leis de movimento e a teoria da gravitação universal, tiveram que ser remodeladas por Einstein em 1916. Dessa forma, cada matemático pesquisador acrescenta algo ao que veio antes, ao contrário, mas nada deve ser removido, e sim potencializando e enriquecendo cada trabalho investigado.

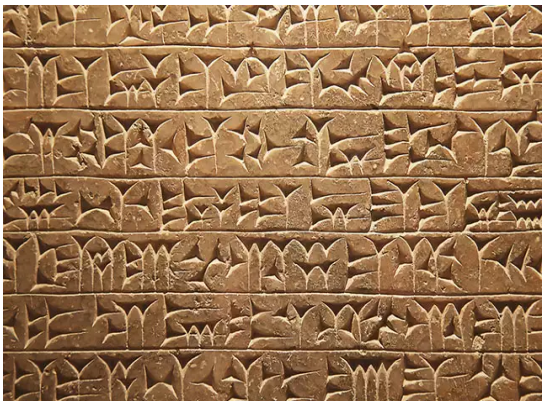
1.1.1 Babilônios

O estudo da Função Quadrática teve sua origem com base nas investigações das resoluções de equações do segundo grau. Por volta de 200 a.C. os babilônios já trabalhavam com a ideia de função por meio de tábulas de correspondências, entretanto, o processo de formalização de função veio com o passar do tempo. Por volta de 1700 a.C. os babilônios usufruíram de tabletes cuneiformes, onde escreviam e trabalhavam com o sistema de numeração sexagesimal posicional. "[...] o sistema sexagesimal pode ter sido a combinação natural de dois mais antigos, um decimal outro em base seis" (BOYER, 2010).

Até então, não se usava uma fórmula para determinar os valores das raízes, pois não representavam seus coeficientes por letras, só o que existia era apenas receitas para ensinar as técnicas de calcular as equações.

Um exemplo destes tabletes contendo a escrita cuneiforme gravada se observa na figura abaixo.

Figura 1 - Escrita Cuneiforme



Fonte: https://www.estudopratico.com.br/escrita-cuneiforme/

Os problemas trabalhados pelos babilônios sobre equação quadrática já eram realizados na época. Um exemplo, é o de achar dois números conhecendo sua soma *s* e seu produto *p*. Para os babilônios, para encontrar as raízes de uma equação de 2° grau, significava encontrar os lados de um retângulo, sabendo o semiperímetro s e a área p . Supondo que um dos números seja x e o outro $s - x$, segue que o produto é $p = x(s - x) = sx - x^2$. Logo, como resultado, são as raízes da equação $x^2 - sx + p = 0$, chamada equação do segundo grau.

Os babilônios definiram um método para determinar dois números com soma e produto dados, a receita era o seguinte:

"Eleve ao quadrado a metade da soma, subtraia o produto, e extraia a raiz quadrática da diferença. Some ao resultado a metade da soma. Isso dará o maior dos números procurados. Subtraia-o da soma para obter o outro número".

Na expressão atual, para determinar as raízes, era usada a regra que fornecia essas raízes

$$x = \frac{s}{2} + \sqrt{\left(\frac{s}{2}\right)^2 - p} \text{ e } s - x = \frac{s}{2} - \sqrt{\left(\frac{s}{2}\right)^2 - p}$$

para a equação estabelecida $x^2 - sx + p = 0$.

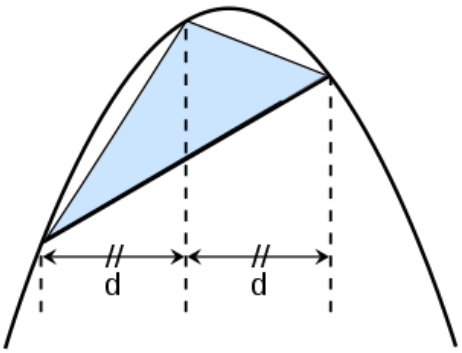
Os escritores que escrevem os textos cuneiformes não deixaram indícios do registro do argumento que fizeram chegar nesta conclusão das fórmulas. (LIMA, 1997, p. 119-120).

1.1.2 A MATEMÁTICA GREGA

Os textos em papiro e cuneiformes continuavam a serem produzidos por muitos séculos após 800 a.c., onde uma nova civilização se preparava para assumir o domínio cultural. Na época, os gregos Tales de Mileto (624-548 a.c. aproximadamente) e Pitágoras de Samos (580-600 a.c. aproximadamente) não hesitaram em nada sobre absorver elementos de outras culturas para evoluir. Para Eves (2008), dizia-se que o lema da escola pitagórica era "Tudo era número".

O período de cerca de 300 a 200 a.C. foi denominado "Idade Áurea" da Matemática grega por se destacarem nessa época três grandes nomes: Euclides, Arquimedes e Apolônio de Perga. Arquimedes (287-212 a.C.) calculou a área delimitada por uma reta e uma parábola, conhecido como o problema da Quadratura da Parábola (Observe a Figura 2). Os gregos desenvolveram soluções geométricas para equações do 2° grau. Contudo, Euclides e Arquimedes tinham sido os mais comentados na época, Apolônio, mais jovem que eles, com grande fama, principalmente no desenvolvimento de secções cônicas.

Figura 2 - Quadratura da parábola.



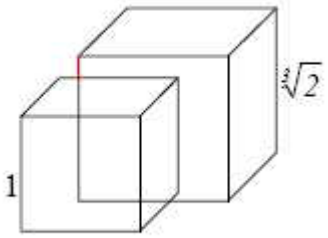
Fonte: https://es.wikipedia.org/wiki/Cuadratura_(geometr%C3%ADa).

Figura 3 - Arquimedes.

Fonte: https://www.icarito.cl/2009/12/236-4463-9-arquimedes.shtml/.

Conforme Eves (2004), a origem das seções cônicas está associada ao problema de duplicação do cubo que corresponde a, dada a aresta de um cubo, construir com uso de régua e compasso, a aresta de segundo cubo, cujo volume é o dobro do anterior. Os matemáticos Hipócrates de Chios (470-410 a.C.) e Menaechmus (cerca de 350 a.C.) pesquisaram sobre os estudos dessas curvas.

Figura 4 - Duplicação do cubo.



Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Duplica%C3%A7%C3%A3o_do_cubo.

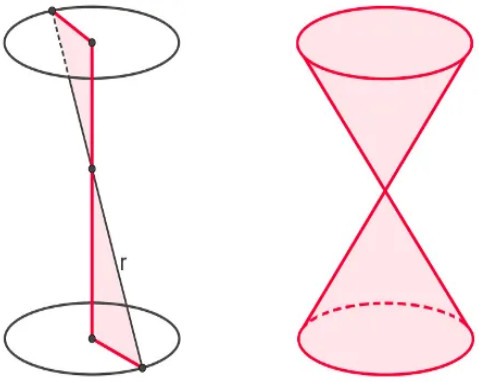
Apolônio é considerado o famoso membro da escola de Matemática de Alexandria. Apolônio nasceu na cidade de Perga, no sul da Turquia, entre os anos 246 e 221 a.C. Sem dúvidas, de suas obras mais famosas, destaca-se As Cônicas, uma obra bastante importante, a qual acabou superando os estudos anteriores sobre a temática e revelando novas descobertas no campo de pesquisa das cônicas e definirão os nomes que conhecemos hoje: elipse, parábola e hipérbole. Segundo a fala de Boyer (2010), as seções cônicas são conhecidas há

mais de um século, quando o trabalho foi escrito. Antigamente, a elipse, a parábola e a hipérbole eram encontradas como partes de três tipos diferentes de cone circular reto, com base no ângulo - agudo, reto e obtuso. Apolônio comprovou que não precisava tomar secções perpendiculares a um determinado elemento do cone e que de apenas um único cone poderiam ser alcançadas todas as três formas de secções, alternando-se a inclinação do plano da secção, comparando assim as curvas entre si. Com base nos comentários de Eutócio sobre As Cônicas, ele estava esclarecido em deduzir que Apolônio foi o primeiro geômetra a demonstrar que as propriedades das curvas independem de serem cortadas em cones oblíquos ou retos. Na matemática moderna dos sólidos, que diz que os sólidos empregados um sobre o outro, em sentidos opostos, ampliando-se indefinidamente, de modo que seus vértices coincidem e os eixos encontrem-se sobre a mesma reta, inclusive é um legado de Apolônio, que além do mais, chegou na definição que temos atualmente sobre o cone circular utilizado na matemática:

"Se fizermos uma reta, de comprimento indefinido e passando sempre por um ponto fixo, mover-se ao longo da circunferência de um círculo que não está num mesmo plano com o ponto de modo a passar sucessivamente por cada um dos pontos dessa circunferência, a reta móvel descreverá a superfície de um cone duplo."

O cone duplo de revolução é conseguido com o giro de uma reta r sobre um eixo, que, por sua vez, é outra reta concorrente à reta r. A Figura 5 a seguir mostra o resultado a partir dessa revolução.

Figura 5 - Cone duplo.



Fonte: https://brasilescola.uol.com.br/o-que-e/matematica/o-que-sao-conicas.htm.

Conforme explica STEINBRUCH e WINTERLE, as secções cônicas são definidas:

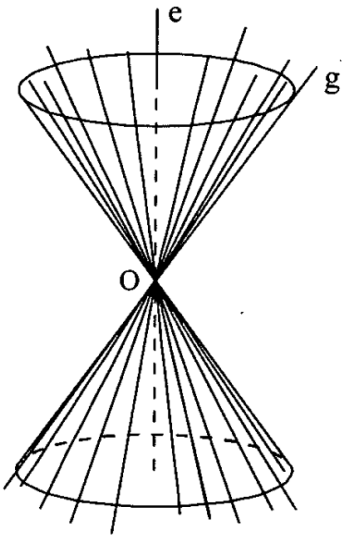
> "Sejam duas retas *e* e *g* concorrentes em *O* e não perpendiculares. Conservemos fixa a reta *e* e façamos *g* girar 360 graus em torno de *e* mantendo constante o ângulo entre estas retas. Nestas condições, a reta *g*

gera uma superfície cônica circular infinita formada por duas folhas separadas pelo vértice *O*.

A reta *g* é chamada *geratriz* da superfície cônica e a reta *e, eixo* da superfície.

Chama-se *seção cônica,* ou simplesmente *cônica,* ao conjunto de pontos que formam a interseção de um plano com a superfície cônica". (STEINBRUCH; WINTERLE, 1987, p. 159).

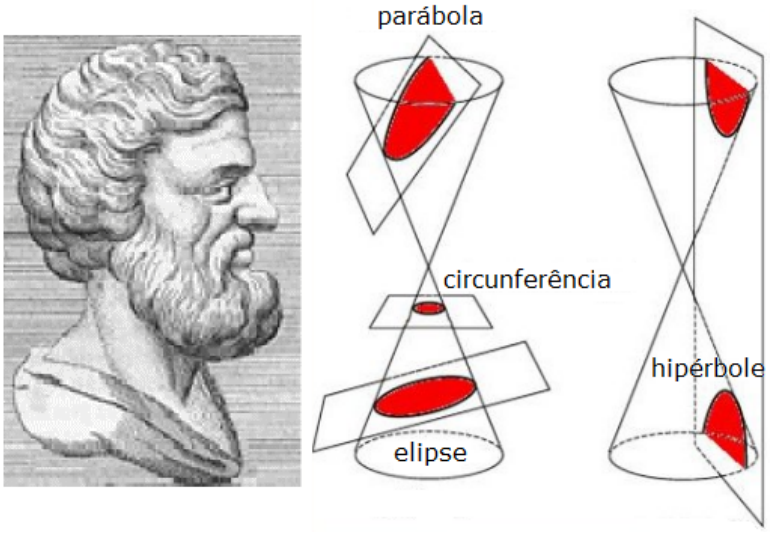
Figura 6 - Cone duplo.



Fonte: STEINBRUCH e WINTERLE, 1987, p. 159.

Conforme a Figura 7, se traçarmos um plano π em uma superfície cônica, desde que o plano π não passe pelo vértice *O,* a seção cônica terá como resultado: uma **circunferência**; uma **elipse**; uma **parábola** se inclinarmos ainda mais o plano π para que ele se incline para o eixo e paralelo à geratriz da superfície; uma **hipérbole** (curva com dois ramos). Quando o plano π passar pelo vértice *O,* alcançaremos as cônicas degeneradas: um ponto, uma reta ou duas retas.

Figura 7 - Apolônio e as cônicas.



Fonte: https://fatosmath.wordpress.com/2018/01/13/apolonio-de-perga/.

1.1.3 Contribuição dos Árabes

Outra civilização que contribuiu bastante nos estudos para a resolução de uma equação do segundo grau foi o povo hindu. Devido à falta de registros autênticos, sabemos muito pouco da matemática hindu no início, sendo uma das civilizações mais antigas. Os textos matemáticos e suas respectivas soluções eram escritos em forma de versos, a partir da matemática do cotidiano envolvendo situações problemas, sem a necessidade de fornecer fórmula para as resoluções, sendo que os números negativos já eram utilizados em cálculos pelos hindus, juntamente com o zero, como elemento de cálculo. Os primeiros registros de matemática na Índia se deram por volta de 800 a.C. e 1200 d.C. e teve como personagens contribuintes na matemática hindu Aryabhata (476-550), Brahmagupta (598-665), Bhaskara I e Bhaskara II. A respeito da equação quadrática, Brahmagupta estudou a fórmula escrita e reescrita anos depois, por seu aluno, denominado de Bhaskara I (século VI), na qual reproduziu descritivamente os versos contidos.

Conforme o artigo da revista do professor de matemática (RPM 39, 1999), o hábito de chamar de fórmula de Bhaskara, a solução da equação quadrática foi consolidada no Brasil por volta de 1960. Na literatura internacional, esta fórmula de nome de Bhaskara, não é encontrada. Este costume adotado no Brasil não é adequado, pois:

- Pelos textos escritos, os babilônios já trabalhavam em forma de prosa as equações do segundo grau há quatro mil anos atrás.

- Nenhuma fórmula era usada para obter as raízes de uma equação quadrática até o final do século, pois os coeficientes de uma equação não eram representados por letras.

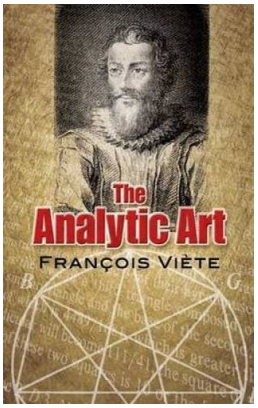
O século XIV não foi um século tão produtivo para a Matemática, pois como a civilização na Europa Ocidental atingiu níveis muito baixos no ensino, o saber grego desapareceu, tanto a arte e os ofícios antigos foram esquecidos. O período que vai do século V até o século XI, é conhecido como Baixa Idade Média ou Idade das Trevas, por ser um período que foi marcado pela violência física e intensa fé religiosa.

1.1.4 RENASCIMENTO

Os gregos estavam muito preocupados em descrever o movimento dos planetas, o que mudou drasticamente sua concepção do universo. Melhorias subsequentes nas técnicas de pesquisa científica também causaram uma mudança na compreensão humana de nós mesmos e de nossa relação com o mundo. O mundo em que ele vive. Este é um período conhecido como Renascimento, que começou na Itália entre os séculos XIV e XV. O Renascimento europeu foi um período em que se destacaram escritores, pintores, escultores e outras pessoas com espírito humanista. Exploração geográfica e o interesse pelo comércio, navegação, astronomia e levantamentos aumenta humanitarismo A independência de pensamento deu origem a conflitos religiosos. A Igreja passou pela Reforma e pela Contra-Reforma. A Reforma Protestante no século 16 também teve um impacto na expansão europeia. A Reforma enfraqueceu a influência da Igreja Católica no Norte A Europa tornou menos eficaz a sua oposição à investigação científica.

Os europeus foram responsáveis por: aprimorar a técnica de encontrar as raízes de equações quadráticas, fornecidas pelos árabes; progredir a álgebra simbólica, até então inteiramente descritiva, e usar os números negativos como possíveis raízes das equações do segundo grau, fato que ninguém mais considerava. Essas missões começaram a ser feitas a partir de François Viète (Figura 8), um matemático francês que viveu de 1540 a 1603. Seu livro mais famoso é "*In artem* com o desenvolvimento do simbolismo algébrico". Ele introduziu o uso de vogais para incógnitas e consoantes para constantes. Ele usa as mesmas letras adequadamente qualificadas para várias potências de uma quantidade. Atualmente, x , x^2 , x^3 representam *A*, *A quadratum*, *A cubum* representado por Viète.

Figura 8 - François Viète.

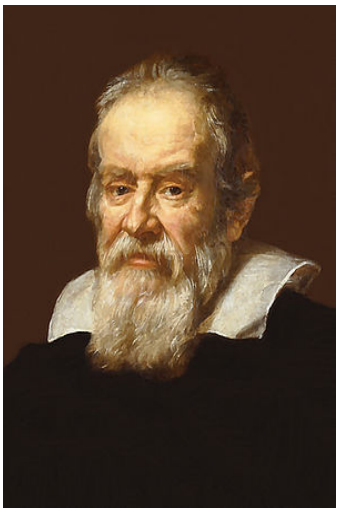


Fonte: https://www.amazon.com.br/Analytic-Art-Trigonometry-Restitutae-Mathematicae/dp/0486453480.

1.1.5 Matemática moderna

O marco do desenvolvimento da matemática moderna se dá no século XVII, sendo uma data importante na história da matemática.

Figura 9 - Galileu Galilei (1564-1642).



Fonte: https://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php/Galileo_Galilei.

A religião foi um grande obstáculo para o trabalho do italiano Galileu Galilei, que nasceu em Pisa em uma família que valorizava a arte e as novas ideias (Ronan, 2001). Quando ele era professor em Pisa, dizem que ele fazia testes, deixando cair diferentes pesos da torre inclinada e estudou o movimento dos corpos em queda. Aristóteles acreditava que

objetos mais pesados caiam mais rápido, e Galileu mostrou que, na ausência da resistência do ar, os objetos levam a mesma quantidade de tempo para atingir o solo, não importa o quão pesados sejam, e sua velocidade continua aumentando.

Galileu estabeleceu a lei de que a distância da queda livre é proporcional ao quadrado do tempo de queda e a transformou na fórmula $s = \frac{gt^2}{2}$, provou que a trajetória do projétil é uma parábola e fundou a ciência da dinâmica. Galileu era um católico devoto , ele estava angustiado. Encontra-se condenado pela Igreja por seu raciocínio de cientista. Ele foi considerado ilegal pelas autoridades eclesiásticas em Roma, processado pela Inquisição, condenado à prisão domiciliar e morreu no ano em que Isaac Newton nasceu.

Durante a trajetória da história da ciência até os dias de hoje, surgiram muitas teorias revolucionárias para explicar o comportamento do universo. Foi entre os séculos XV e XVI que ocorreu a revolução marcante, que concebeu a moderna concepção científica chamada "A revolução científica".

René Descartes (1596-1650), foi um matemático e filósofo, que criou e utilizou pela primeira vez sua invenção, um sistema de coordenadas para representar gráficos. Esse sistema de coordenadas era constituído de eixos ortogonais e ficou famoso pelo nome de sistema cartesiano.

Conforme os estudos dos gregos, uma variável corresponde ao comprimento de um segmento de reta, o produto de duas variáveis corresponde à área de um retângulo e o produto de três variáveis corresponde ao volume de um paralelepípedo.

Descartes criou a geometria analítica, e nas primeiras impressões do seu livro *La géométrie*, na qual desenhava *x* em um determinado eixo e depois desenhava o comprimento *y*, assim formando um ângulo fixado neste eixo, tendo a finalidade de elaborar pontos cujo *x* e *y* satisfazem uma determinada relação. Já na segunda parte de *La géométri*e, Descartes elabora um método importante para construção de tangentes a curvas. Ele foi o primeiro a debater o que Descartes chamou de folium, sendo uma curva nodal cúbica determinada por $x^3 + y^3 - 3axy = 0$, sendo uma equação implícita.

1.2 FUNÇÃO

O conceito de funções que temos hoje em dia, foi graças a vários matemáticos que contribuíram ao longo da história para a formalização da ideia de função. Sabemos que o desenvolvimento da matemática no século XVII foi extremamente frutífero porque abriu novos e vastos campos de estudo. Vale a pena notar que Isaac Newton e Gottfried Wilhelm von Leibniz inventaram o cálculo.

Curiosamente, o desenvolvimento histórico do cálculo segue a ordem inversa do livro didático. Primeiro veio o Cálculo Integral, e o Diferencial veio muito depois. A integral surge de processos de soma associados a cálculos de área, volume e comprimento, enquanto a diferenciação surge de problemas de tangentes, máximos e mínimos para curvas. Mais tarde, descobriu-se que integração e diferenciação são operações inversas.

De acordo com o livro de geometria analítica do programa do PROFMAT (2017), Isaac Newton (1642-1727), muito conhecido como Newton, foi um brilhante cientista inglês, mais conhecido como físico e matemático. Newton projetou e fabricou o primeiro telescópio refletor parabólico; inventou o método de fluxo, que ele chamou de cálculo diferencial, que teve muitas aplicações, como determinação de máximos, mínimos, pontos de inflexão, concavidades e tangentes a curvas.

Gottfried Wilhelm Von Leibniz (1646-1716), mais conhecido como Leibniz, foi um grande matemático, que contribuiu bastante na área da matemática, criando os termos função, variável e constante, onde usou o termo função para caracterizar uma quantidade associada a curvas, um exemplo disso, é a inclinação ou qualquer ponto na curva. Foi Leibniz quem escolheu os termos *dx* e *dy,* para a menor diferença possível (diferenciação) em *x* e *y* posteriormente a notação integral $\int$. Com isso, encontrar tangentes era necessário o uso do calculus differentialis e para encontrar as quadraturas exigia o calculus summatorius ou calculus integralis, na qual resultaram nas expressões que usamos atualmente.

Outro matemático famoso foi o suiço Leonhard Euler (1707-1783), onde originou várias fórmulas e notações para matemática, dentre elas, a expressão famosa $f(x)$, que atualmente é a expressão universal utilizada para simbolizar a lei de uma função. Logo, quando uma variável depende de outra variável por meio de uma expressão analítica, dizemos que *y* é uma função de *x.*

O matemático alemão Peter Gustav Lejeune Dirichlet (1805-1859) definiu formalmente a ideia de função, que se tem muita proximidade da definição que usamos atualmente: "Se uma variável *y* está relacionada com uma outra variável *x*, de tal forma que sempre que um valor numérico é atribuído a *x*, existe uma regra de acordo com a qual um único valor de *y* é determinado, então *y* diz-se uma função da variável independente *x*". Mais tarde, com o surgimento da teoria dos conjuntos, no final do século XIX, a definição de função passou a ser descrita assim: Uma função f é um conjunto de pares ordenados *(x, y)* no qual *x* como sendo um elemento de um conjunto A e *y* sendo elemento de um conjunto B, logo, entende-se que $\forall x \in A,\ \exists y \in B / (x, y) \in f$.

CAPÍTULO 2

ABORDAGEM FORMAL

Ao longo do contexto histórico da evolução da função quadrática, abordaremos a sua definição. Iremos reconhecer a função polinomial do segundo grau pela forma canônica, a forma fatorada e pela forma de completar quadrado.

2.1 Definição da Função Quadrática

Definição 2.1.1: *Uma função f: R → R chama-se quadrática quando existem números reais a, b, c com a* $\neq 0$*, tais que f(x) =* $ax^2 + bx + c$ *para todo x* $\in R$.

Os coeficientes a, b, c da função quadrática f ficam inteiramente determinados pelos valores que essa função assume. Ou seja, se $ax^2 + bx + c = dx^2 + ex + f$*, então a = d, b = e, c = f.*

Exemplo 2.1.2: São funções quadráticas:

- $f(x) = x^2$, onde $a = 1$ e $b = c = 0$;
- $g(x) = -2x^2 + 3x + 4$, onde $a = -2$, $b = 3$ e $c = 4$;
- $h(x) = -x^2 + 5$, onde $a = -1$, $b = 5$ e $c = 0$.

2.2 Zeros ou raízes de uma Função Quadrática

Chama-se zeros ou raízes de uma função *f(x)* os valores *x* do domínio, de tal forma f(x) = 0.

Logo, os zeros ou raízes da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ são as raízes encontradas quando $f(x) = 0$.

Transformando a função quadrática numa equação do segundo grau podemos encontrar as raízes ou zeros da função quadrática por fatoração, completando quadrado ou pela forma canônica.

2.3 Forma Canônica da Função Quadrática

Seja o trinômio

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Pelo procedimento de completamento de quadrados, temos

$$ax^2 + bx + c = a\left[x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right]$$

$$ax^2 + bx + c = a\left[x^2 + 2\frac{b}{2a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right]$$

$$ax^2 + bx + c = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a^2}\right].$$

Tomando $\Delta = b^2 - 4ac$, temos

$$ax^2 + bx + c = a\left\{\left[x - \left(\frac{-b}{2a}\right)\right]^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right\}$$

Logo, obtendo a fórmula canônica da função quadrática, e obtendo o vértice da parábola $\left(\frac{-b}{2a}, \frac{\Delta}{4a}\right)$.

A forma canônica acarreta no surgimento da fórmula das raízes da equação $ax^2 + bx + c = 0$ com $a \neq 0$, com isso, gera algumas consequências.

A partir da forma canônica, ou seja, do trinômio do segundo grau, decorre:

2.3.1 A Fórmula Resolutiva da Equação do Segundo Grau

A partir da decorrência da forma canônica ou trinômio do segundo grau, podemos demonstrar a famosa fórmula resolutiva da equação do segundo grau

$$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$\Leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},\ com\ \Delta = b^2 - 4ac.$$

Logo, obtendo a fórmula para determinação das raízes, podemos esclarecer alguns casos com base no valor que cada raiz vai ter de acordo com discriminante (delta) encontrado ($\Delta = b^2 - 4ac$). Com isso,

Se $\Delta > 0$, a equação terá duas raízes reais distintas;
Se $\Delta = 0$, a equação possui uma raiz real dupla;
Se $\Delta < 0$, a equação não possui solução real.

2.3.2 A Soma das raízes

$$S = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2b}{2a} = \frac{-b}{a}$$

ou seja, $S = x' + x'' = -\frac{b}{a}$.

2.3.3 O Produto das raízes

$$P = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \cdot \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{(-b)^2-(\sqrt{\Delta})^2}{4a^2} = \frac{b^2-b^2+4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

ou seja, $P = x'.x'' = \frac{c}{a}$.

2.3.4 A Fórmula para Descobrir as Coordenadas do Vértice da Parábola

Seja a função

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac-b^2}{4a^2}\right]$$

A determinação do valor mínimo ou valor máximo da função quadrática se dá pela decorrência da forma canônica, na qual a forma canônica envolve uma soma de parcelas, sendo que a primeira depende de *x*, sempre maior ou igual a zero, e a segunda constante, não dependendo da variável *x*.

Supondo $a > 0$, o menor valor da soma dessas parcelas pode alcançar é nula, quando a primeira parcela for igual a zero, ou seja $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = 0$, nesse caso quando $x = -\frac{b}{2a}$. Assim, $x_v = -\frac{b}{2a}$, assumindo valor mínimo. Para a função $f(x) = ax^2 + bx + c$ assumirá valor de mínimo, com $a > 0$, quando

$$f\left(-\frac{b}{2a}\right) = a\left[\left(-\frac{b}{2a} + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac-b^2}{4a^2}\right]$$

$$f\left(-\frac{b}{2a}\right) = a\left[(0)^2 + \frac{4ac-b^2}{4a^2}\right]$$

$$f\left(-\frac{b}{2a}\right) = \frac{4ac-b^2}{4a}$$

$$f\left(-\frac{b}{2a}\right) = -\frac{\Delta}{4a}.$$

Supondo $a < 0$, a primeira parcela da soma da forma canônica $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$ será sempre não negativo. Com isso, a função assumirá maior valor obtido quando $x = -\frac{b}{2a}$. Assim, $y_v = -\frac{\Delta}{4a}$, assumindo valor máximo. Para a função $f(x) = ax^2 + bx + c$ assumirá valor de máximo, com $a < 0$, quando

$$f\left(-\frac{b}{2a}\right) = a\left(\frac{4ac - b^2}{4a^2}\right) = -\frac{\Delta}{4a}.$$

Com isso, não podemos encontrar o menor valor que a função pode assumir, pois quanto maior o valor encontrado de $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$ menor será o valor de $f(x)$.

Portanto, a partir da forma canônica da função quadrática, chegamos nas coordenadas do vértice da parábola.

2.3.5 A Forma Fatorada da Função Quadrática

Dada a função $f(x) = ax^2 + bx + c$, podemos reproduzir $f(x)$ da seguinte maneira

$$f(x) = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right)$$

$$f(x) = a\left[x^2 - (x' + x'')x + x'x''\right]$$

$$f(x) = a\left(x^2 - x'x - x''x + x'x''\right)$$

$$f(x) = a[x(x - x') - x''(x - x')]$$

$$f(x) = a(x - x')(x - x'')$$

Logo, a partir da forma canônica da função quadrática, podemos chegar na forma fatorada da função quadrática contendo as raízes ou zeros da função.

2.4 Completando Quadrado

Dada a equação $x^2 + 6x + 5 = 0$ equivale a $x^2 + 6x + 5 + 4 = 4$ ou $x^2 + 6x + 9 = 4 \Leftrightarrow (x + 3)^2 = 4$. Então $(x + 3)^2 = (\pm 2)^2$. Se $x + 3 = 2$, então $x = -1$ e se $x + 3 = -2$, então $x = -5$. Portanto, os zeros da equação são -1 e -5.

2.5 Por Fatoração

Dada a função $f(x) = x^2 - 16$, temos que pensar numa forma de colocá-la na diferença de dois termos e reescrever a função na forma $f(x) = (x + 4)(x - 4) = 0$. Como o produto é igual a zero, é necessário que um dos fatores seja igual a zero. Logo, as raízes ou zeros da função são -4 e 4. Seja a função $f(x) = x^2 - 9x$, conseguimos reescrever a função na forma $f(x) = x(x - 9)$. Assim, resolvendo a equação, concluímos que as raízes são 0 e 9. Para a função $f(x) = x^2 + 6x + 9$, podemos imaginar a função pelo quadrado da soma e reescrevê-la na forma $f(x) = (x + 3)(x + 3) = 0$. Sabemos que o produto é nulo, e com isso, podemos afirmar que a função tem como raiz -3, sendo uma raiz dupla da função.

Generalizando a função $f(x) = ax^2 - c$, com $a \neq 0$, podemos encontrar as raízes ou zeros da função reescrevendo da forma $f(x) = (\sqrt{a}x + \sqrt{c})(\sqrt{a}x - \sqrt{c}) = 0$ ou da forma $x = \pm\sqrt{\frac{c}{a}}$ sempre que $\frac{c}{a} > 0$. Com isso, podemos concluir que, se $b = 0$ as raízes são simétricas, e se $f(x) = ax^2 + bx$, conseguimos reescrever a função como sendo $f(x) = x(ax + b) = 0$, na qual teremos obteremos $x = 0$ ou $x = \frac{-b}{a}$. Portanto, chegamos na conclusão que, se $c = 0$ a função terá uma raiz nula.

2.6 Máximo e Mínimo da Função Quadrática

Definição 2.6.1 *Um número* x_0 *é chamado ponto de máximo de uma função f, se* $f(x_0) \geq f(x)$, $\forall x \in dom\,(f)$. *O valor de máximo é* $f(x_0)$.

Definição 2.6.2 *Um número* x_0 *é chamado ponto de mínimo de uma função f, se* $f(x_0) \leq f(x)$, $\forall x \in dom\,(f)$. *O valor de mínimo é* $f(x_0)$.

Como visto em **2.3.4**, a determinação do valor mínimo ou valor máximo da função quadrática se dá pela decorrência da forma canônica, na qual a forma canônica envolve uma soma de parcelas. Onde essa parcela chegará no que chamamos de fórmula para encontrar o vértice da parábola, quando $f\left(-\frac{b}{2a}\right) = \left(-\frac{\Delta}{4a}\right)$, para $a > 0$ ou $a < 0$, com as seguintes coordenadas

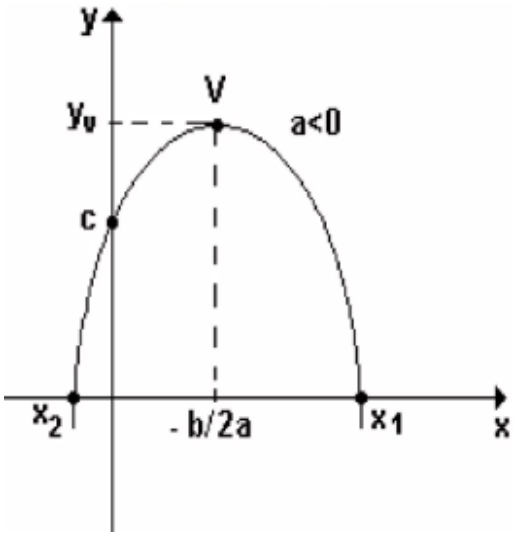
$$V = \left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$$

$$V = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$$

$$V = \left(x_v, y_v\right).$$

É a partir desse ponto que ocorre a monotonicidade da função quadrática, ou seja, a função passa de crescente para decrescente ou decrescente para crescente.

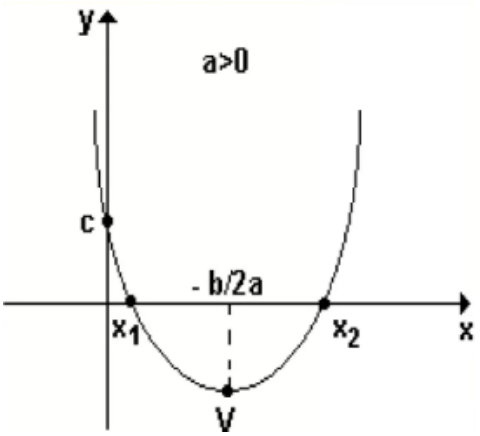
Figura 10 - Ponto de máximo.



Fonte: https://pt.slideshare.net/luantoniolli/ponto-mximo-e-ponto-mnimo.

Quando o coeficiente a da função quadrática é negativo, a função terá seu gráfico voltado para baixo, sendo uma função decrescente, onde sua concavidade será voltado para baixo assumindo valor de máximo.

Figura 11 - Ponto de mínimo.



Fonte: https://pt.slideshare.net/luantoniolli/ponto-mximo-e-ponto-mnimo.

Quando o coeficiente a da função quadrática é positivo, a função terá seu gráfico voltado para cima, sendo uma função crescente, onde sua concavidade será voltado para cima assumindo valor de mínimo.

CAPÍTULO 3

APLICAÇÕES

Frequentemente surgem em sala de aula em determinados conteúdos da matemática as diversas indagações relacionadas a aplicações de cálculos matemáticos na nossa vida cotidiana. É a partir dos conteúdos estudados em sala de aula, que podemos assimilar os conceitos desses estudos com a necessidade de contextualizar em situações vivenciadas pelos alunos em sua rotina diariamente. Logo, vamos estudar algumas das diversas aplicações de funções quadráticas envolvidas em algumas situações problemas do cotidiano.

Problema 1. Futebol Brasileiro. Um campeonato de futebol vai ser disputado por 10 clubes pelo sistema em que todos jogam contra todos em dois turnos. Vamos verificar quantos jogos serão realizados. Contamos o número de jogos que cada clube participará no seu campo: 9 jogos. Como são 10 clubes, o total de jogos será $10 \cdot 9 = 90$. Sabendo que o campeonato brasileiro é disputado por 20 clubes, calculamos a quantidade de jogos com o mesmo raciocínio: $20 \cdot 19 = 380$ jogos. Enfim, para cada quantidade x de clubes participantes, é possível calcularmos o número y de jogos do campeonato, ou seja, y é função de x. Generalize e escreva uma equação (regra) que permita calcular y a partir de x. (Iezzi, 2010).

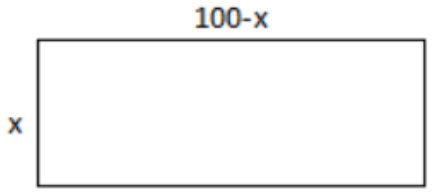
Solução:

Para resolução deste problema, lembre-se da definição da função quadrática $y = x(x - 1) = x^2 - x$.

Problema 2. Esporte. Os diretores de um centro esportivo desejam cercar com tela de alambrado o espaço em volta de uma quadra poliesportiva com dimensões oficiais 20m e 36m. Tendo recebido 200m de tela, os diretores desejam saber quais devem ser as dimensões do terreno a cercar com tela para que a área seja a maior possível. (Dante, 2011).

Solução:

Figura 12 - Quadra Poliesportiva.



Fonte: Dante, 2011.

A área é dada por $A(x) = x(100 - x) = 100x - x^2$. Como o coeficiente *a* da função é negativo, $A(x)$ é representada por uma parábola com a concavidade voltada para baixo, sendo o vértice da função assumindo ponto de máximo. Com isso, para que a área seja máxima, a dimensão *x* será a abscissa do vértice. Calculando

$$x_v = -\frac{b}{2a}$$

$$x_v = \frac{-100}{-2}$$

$$x_v = 50.$$

Logo, a área máxima a ser cercada é um quadrado medindo *50m* de lado, que se adequa nas medições da quadra *20m* por *36m*.

Problema 3. Modelagem. Um retângulo tem um perímetro de 20cm. Encontre uma função que modele sua área em termos do comprimento *x* de um de seus lados. (Stewart, 2000).

Solução:

O perímetro do retângulo é dado $2x + 2y = 20$ e $A = xy$. Como $2y = 20 - 2x \Rightarrow y = 10 - x$ então $A(x) = x(10 - x) = -x^2 + 10x$.

Esse problema 3, que trata sobre modelagem de um problema na vida real, só nos interessa a modelagem da função quadrática para este trabalho.

Problema 4. Compras de livros: Um professor comprou vários exemplares de um livro para presentear seus alunos, gastando R$180,00. Ganhou 3 livros a mais de bonificação

e com isso, cada livro ficou R$3,00 mais barato. Quantos livros comprou e a que preço? (LIMA, 2009).

Solução:

O professor comprou x livros, e cada livro custou $\frac{180}{x}$. Com isso, temos que:

$$\frac{180}{X+3} = \frac{180}{3} - 3$$

logo, desenvolvendo a equação, temos:

$$\frac{180}{x+3} = \frac{180-3x}{x} \Rightarrow 180x = (180 - 3x) \cdot (x + 3)$$

$$180x = 180x + 540 - 3x^2 - 9x$$

$$180x - 180x - 540 + 3x^2 + 9x = 0$$

$$3x^2 + 9x - 540 = 0$$

Percebe-se que da para simplificar a equação quadrática por 3, logo, simplificando os cálculos, temos:

$$x^2 + 3x - 180 = 0$$

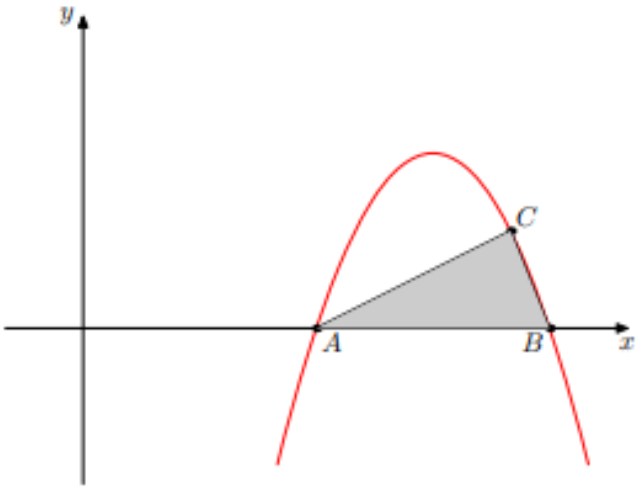
Usando Bhaskara na equação equação, chegamos a conclusão que 12 e -15 são raízes da equação. Logo

$$\frac{180}{x} = \frac{180}{12} = 15.$$

Assim, o professor comprou 12 livros a R$15, 00 cada um.

Problema 5: Gráfico da função quadrática: A função quadrática $y = -x^2 + 9x - 18$ está representada no gráfico abaixo. Seleciona-se os pontos A e B, no eixo dos x, e um ponto C, cuja abscissa vale 5,5.

Figura 13 - Gráfico da função quadrático.



Fonte: Geometria Analítica - PROFMAT, 2015.

A área do triângulo ABC é igual à?

Solução: A área de um triângulo é dado por

$$Área = \frac{base \cdot altura}{2}$$

Para encontrar a base do triângulo, precisamos determinar as raízes da equação quadrática. Temos:

$$-x^2 + 9x - 18 = (-1)(x^2 - 9x + 18) = (-1)(x-3) \cdot (x-6) = 0$$

Encontradas as raízes 3 e 6 da equação quadrática, sabemos que a base do triângulo é 3. Com isso, podemos determinar a altura do triângulo, basta calcular o valor de y quando $x = 5,5$. Assim temos:

$$y = -(5,5)^2 + 9 \cdot (5,5) - 18 = 1,25.$$

Encontrada a altura do do triângulo, podemos obter o valor da área do triângulo, que será

$$A = \frac{3 \cdot (1,25)}{2} = 1,875.$$

CAPÍTULO 4

CONSIDERAÇÕES FINAIS

No Ensino Médio o ensino de funções reais é um conteúdo de suma importância nas turmas do primeiro ano, visto que são pré-requisito para o estudo de outras áreas do conhecimento, como a biologia, física, entre outras.

O objetivo principal deste trabalho é ser um material complementar para professores ensinarem conceitos relacionados a funções quadráticas no ensino médio. Conteúdo simples que deve ser bem explorado e questionado algebricamente e graficamente por estudantes ao longo da série.

Uma das motivações para este trabalho foi a constatação na prática docente do Programa de Monitoria Universitária na qual muitos alunos têm dificuldade em apreender o conteúdo de funções ao concluir o ensino médio, principalmente o estudo das funções quadráticas e sua representação gráfica, bem como alguns livros didáticos não explicam de forma satisfatória a representação formal da função quadrática, representada pela forma fatorada, soma e produto e Bhaskara. E a influência de cada coeficiente da função quadrática em seu gráfico, dando a impressão de que a matemática é vista como um conjunto de regras prontas. Diante disso, o aluno é apenas um espectador, estimulado a seguir as regras de memorização e repetição, sem vincular adequadamente seus próprios pensamentos ao que lhe é apresentado.

Este trabalho pode contribuir para alunos e professores de algumas maneiras, como História das Equações Quadráticas, álgebra, Fundamentos de Geometria. E por fim, pode trazer alguma contribuição para estudos contextualizados, pois o conteúdo de funções quadráticas pode ser trabalhado em situações problemas do cotidiano que o envolve.

É importante ressaltar que o estudo das funções quadráticas não se encerra com este trabalho, pois o tema é muito amplo e pode ser tratado em diversos contextos. Portanto, este trabalho pode servir de base para novas pesquisas sobre o tema, contribuindo assim para o desenvolvimento de outros trabalhos de graduandos, professores, pesquisadores, etc.

Dada a importância do tema de investigação, seria interessante desenvolver outros projetos de investigação que visem a ampliação e aprofundamento deste tema. Além disso, a formação contínua dos professores é necessária para gerar habilidades e competências que garantem um ensino de maior qualidade, que responda às diferentes dificuldades dos alunos e, portanto, combate o desinteresse dos nossos alunos pela matemática, na qual muitos estudantes enxergam a matemática com um bicho de sete cabeças.

REFERÊNCIAS

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. 3ª Edição. São Paulo: Edgard Blucher, 2010.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1998, p. 42).

BRASIL. ***Base Nacional Comum Curricular (BNCC)***. Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2017. Disponível em: https://movimentopelabase.org.br/wp-content/uploads/2017/04/Base0416.pdf. Acesso em maio de 2022.

CHAQUIAM, Miguel**. Ensaios Temáticos – História e Matemática em Sala de Aula.** 1ª Edição. Belém – Pará: SBEM, 2017. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/files/historia_matematica.pdf. Acesso em: maio de 2022.

DELGADO, Jorge J. G. ROSENVALD, Kátia F. CRISSAFF, Lhaylla S. **Coleção Profmat:** Geometria analítica. SBM, ed. 2. 2017.

D'AMBROSIO, B. **Como ensinar matemática hoje? Temas e Debates.** SBEM. Ano II. N2. Brasília. p. 15-19. 1989.

Dante L. R., **Matemática:** contexto e aplicações, volume 1. Ática, São Paulo, 1ª edição, 2011.

ENA - Exames Nacionais de acesso - Sociedade Brasileira de Matemática. Disponível em: www.profmat-sbm.org.br/funcionamento/memoria/ena/provas/. Acesso em: 05 de março de 2023.

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática.** Tradução: Hygino H. Domingos. Campinas – SP: Unicamp, 2004.

EVES, Howard. **Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula**: Geometria. Atual, São Paulo, 1993.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4ª ed. São Paulo: Atlas, 2002.

IEZZI, G. **Fundamentos da Matemática Elementar**: Conjuntos, Funções e Trigonometria. São Paulo: Atual. 1985.

IEZZI, G. **Matemática**: ciência e aplicações, volume 1. 6ª edição. São Paulo: Saraiva, 2010.

LIMA, E. L. Et al. **A Matemática do Ensino Médio**. Vol. 1. Coleção do Professor de Matemática. 8ª Ed. Rio de Janeiro: SBM, 1997.

LIMA, E. L. Et al. **A Matemática do Ensino Médio**. Vol. 1. Coleção do Professor de Matemática. 8ª Ed. Rio de Janeiro: SBM, 2009.

MENEZES, Ruimar Calaça. **Funções Quadráticas, Contextualização, Análise Gráfica e Aplicações.** Dissertação de Mestrado. PROFMAT - UFG. Goiânia, 2014.

Revista do professor de matemática (RPM), A fórmula é de bhaskara? 39:54, 1999. Disponível em: https://www.rpm.org.br/cdrpm/39/12.htm. Acesso em 27 de Out. de 2022.

RODRIGUES, L. L. **A matemática ensinada na escola e a sua relação com o cotidiano.** Universidade Católica de Brasília. Brasília, 2005. Disponível em: https://docplayer.com.br/8450862-A-matematica-ensinada-na-escola-e-a-sua-relacao-com-o-cotidiano.html. Acesso em: maio de 2022.

Ronan, C. A.. **História ilustrada da ciência da Universidade de Cambridge**: da Renascença à Revolução Científica, vol. 3. Zahar, Rio de Janeiro, 2001.

SPINELLI, Walter. **A construção do conhecimento entre o abstrair e o contextualizar: o caso do ensino da Matemática.** Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo. São Paulo: 2011.

STEINBRUCH, A.; WINTERLE, P. **Geometria Analítica**. McGraw-Hill, 2ª ed. São Paulo, 1987.