

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA  
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO  
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS  
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

**Vandenézia Dagnone da Silva**

**Os erros mais comuns dos alunos do 9º ano do Ensino  
Fundamental e da 3ª série do Ensino Médio na resolução de  
problemas que envolvem perímetro e área**

Rio Tinto – PB  
2023

**Vandenézia Dagnone da Silva**

**Os erros mais comuns dos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental e da 3ª série do Ensino Médio na resolução de problemas que envolvem perímetro e área**

Trabalho monográfico apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

**Orientador (a):** Profa. Dra. Cristiane Fernandes de Souza.

Rio Tinto – PB  
2023

**Catálogo na publicação**  
**Seção de Catalogação e Classificação**

S586e Silva, Vandenezia Dagnone da.

Os erros mais comuns dos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental e da 3ª série do Ensino Médio na resolução de problemas que envolvem perímetro e área / Vandenezia Dagnone da Silva. - Rio Tinto, 2023.

65 f. : il.

Orientação: Cristiane Fernandes de Souza.

Monografia (Licenciatura em Matemática) -  
UFPB/CCAE.

1. Resolução de Problemas. 2. Perímetro e Área. 3. Modelo de Análise Didática de Erros. 4. Matemática - ensino. I. Souza, Cristiane Fernandes de. II. Título.

UFPB/CCAE

CDU 51:37

**Vandenézia Dagnone da Silva**

**Os erros mais comuns dos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental e da 3ª série do Ensino Médio na resolução de problemas que envolvem Perímetro e Área**

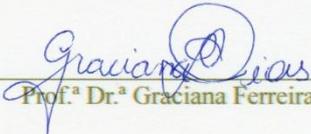
Trabalho Monográfico apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

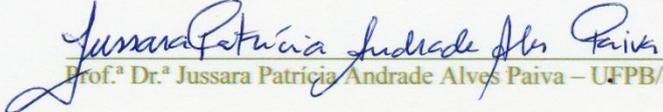
**Orientador (a):** Prof.ª Dr.ª Cristiane Fernandes de Souza

Aprovado em: 24 / 04 / 2023

**BANCA EXAMINADORA**

  
Prof.ª Dr.ª Cristiane Fernandes de Souza (Orientador) – UFPB/DCX

  
Prof.ª Dr.ª Graciana Ferreira Dias – UFPB/DCX

  
Prof.ª Dr.ª Jussara Patrícia Andrade Alves Paiva – UFPB/DCX

### **Dedicatória**

Aos meus pais, à minha filha, aos professores, aos amigos e colegas matemáticos, pelo incentivo, carinho e apoio irrestrito, propiciando vitória nesta minha caminhada.

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, primeiramente, por todo seu cuidado e proteção, pelas pessoas em forma de anjos que ele colocou em minha vida, tornando minha caminhada pela graduação leve e prazerosa.

Aos meus pais, à minha filha, ao meu irmão e aos meus familiares por todo carinho e apoio incondicional.

À minha orientadora, por aceitar caminhar comigo nessa trajetória colaborando com seu excelente e competente trabalho. Agradeço por todo carinho, toda dedicação e momentos de aprendizagem.

Aos meus professores, por todo incentivo, por acreditarem na minha capacidade e não me deixarem desistir.

À minha amiga, irmã e sócia, por tudo, por sempre, por todos os momentos compartilhados.

Ao meu namorado por toda compreensão, por todo apoio.

Aos amigos e colegas da universidade, pois durante minha vida acadêmica não houve outra turma que me proporcionou o sentimento de estar em família. Agradeço por todo apoio, pela cumplicidade, pelo carinho, pelas trocas de experiências, pelo convívio, pelas alegrias e incertezas, por todos esses momentos vividos juntos e partilhados.

Aos amigos e colegas de trabalho, por todo carinho e apoio.

Agradeço imensamente aos professores que me acolheram em suas salas de aulas para que a minha pesquisa fosse realizada e a todos os alunos que participaram.

“O erro é um indicador de processo, e não um resultado sancionável ou punível. O referencial que neutraliza a consideração do erro é, naturalmente, o processo de aprendizagem”.

La Torre (2007)

## RESUMO

A pesquisa realizada para esse trabalho de conclusão de curso se justifica pela importância que os conceitos de perímetro e área têm na educação matemática e nas habilidades e desenvolvimento cognitivo dos alunos. Partindo desse raciocínio, foi delimitada a seguinte questão norteadora: quais são os erros mais comuns dos discentes do 9º ano do Ensino Fundamental e da 3ª série do Ensino Médio na resolução de problemas que abordam os conceitos de perímetro e área? Com isso, o objetivo geral da pesquisa foi investigar os erros dos alunos do 9º e da 3ª série em relação à resolução de problemas que envolvem perímetro e área, de acordo com o Modelo de Análise Didática de Erros (MADE). A pesquisa foi realizada com alunos do 9º ano e da 3ª série, de duas escolas públicas estaduais, nas cidades de Rio Tinto e Mamanguape no estado da Paraíba. Para alcançar o objetivo geral da pesquisa, adotou-se uma abordagem metodológica qualitativa, descritiva e de estudo de caso. Os resultados obtidos revelaram que os erros mais frequentes observados nas turmas participantes da pesquisa referem-se à categoria de erros de entrada, que envolve dificuldades de compreensão, percepção e desvio do objetivo do problema. Tais resultados apontam para uma dificuldade significativa dos alunos em resolver problemas que abordam conceitos de perímetro e área na disciplina de Matemática.

**Palavras-chave:** Resolução de Problemas. Perímetro e Área. Modelo de Análise Didática de Erros.

## ABSTRACT

The research carried out for this course conclusion work is justified by the importance that the concepts of perimeter and area have in Mathematics Education and in the students' abilities and cognitive development. Based on this reasoning, the following guiding question was delimited: What are the most common mistakes made by students in the 9th grade of Elementary School and in the 3rd grade of High School in solving problems that address the concepts of perimeter and area? With this, the general objective of the research was to investigate the errors of the 9th and 3rd grade students in relation to the resolution of problems involving perimeter and area, according to the Model of Didactic Analysis of Errors (MADE). The research was carried out with 9th grade and 3rd grade students from two state public schools in the cities of Rio Tinto and Mamanguape in the state of Paraíba. To achieve the general objective of the research, a qualitative, descriptive and case study methodological approach was adopted. The results obtained revealed that the most frequent errors observed in the classes participating in the research refer to the category of entry errors, which involves difficulties in understanding, perception and deviation from the objective of the problem. Such results point to a significant difficulty for students in solving problems that address concepts of perimeter and area in the Mathematics discipline.

**Keywords:** Problem solving. Perimeter and Area. Error Didactic Analysis Model.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Modelo de Análise Didática dos Erros – MADE .....	21
Figura 2 – As etapas de resolução de problemas e as Categorias de Análise de Erros ....	35
Figura 3 – Resolução do Problema 1 (não apresentou erro) .....	37
Figura 4 – Resolução do Problema 1 (erro de entrada) .....	38
Figura 5 – Resolução do Problema 1 (erro de organização) .....	39
Figura 6 – Resolução do Problema 2 (não apresentou erro) .....	41
Figura 7 – Resolução do Problema 2 (erro de entrada) .....	41
Figura 8 – Resolução do Problema 2 (erro de execução) .....	42
Figura 9 – Resolução do Problema 3 (erro de execução) .....	44
Figura 10 – Resolução do Problema 3 (resposta final) .....	44
Figura 11 – Resolução do Problema 4 (erro de execução) .....	46
Figura 12 – Resolução do Problema 4 (erro de entrada) .....	46
Figura 13 – Resolução do Problema 5 (não apresentou erro) .....	48
Figura 14 – Resolução do Problema 5 (erro de entrada) .....	48
Figura 15 – Resolução do Problema 5 (erro de execução) .....	49
Figura 16 – Resolução do Problema 5 (erro de execução) .....	50
Figura 17 – Resolução do Problema 6A (erro de entrada, de organização e execução) ...	52
Figura 18 – Resolução do Problema 6A (não apresentou erro) .....	52
Figura 19 – Resolução do Problema 6B (não apresentou erro) .....	54
Figura 20 – Resolução do Problema 6B (erro de entrada) .....	55

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Análise do Problema .....	36
Gráfico 2 – Análise do Problema 2 .....	40
Gráfico 3 – Análise do Problema 3 .....	43
Gráfico 4 – Análise do Problema 4 .....	45
Gráfico 5 – Análise do Problema 5 .....	47
Gráfico 6 – Análise do Problema 6 A .....	51
Gráfico 7 – Análise do Problema 6 B .....	53
Gráfico 8 – Média das categorias de análise do 9º ano e da 3ª série .....	56

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Progressão do objeto de conhecimento perímetro e área para o Ensino Fundamental .....	25
Quadro 2 – Questionário dos problemas matemáticos .....	28

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>12</b>
<b>1.1</b>	<b>Apresentação do tema</b>	<b>12</b>
<b>1.2</b>	<b>Objetivo da pesquisa</b>	<b>14</b>
1.2.1	Objetivo geral	14
1.2.2	Objetivos específicos	14
<b>1.3</b>	<b>Metodologia da pesquisa</b>	<b>14</b>
1.3.1	Apresentação do contexto da pesquisa	14
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	<b>17</b>
<b>2.1</b>	<b>A resolução de problemas no ensino-aprendizagem da Matemática</b>	<b>17</b>
<b>2.2</b>	<b>Os erros dos alunos no processo de aprendizagem</b>	<b>20</b>
<b>2.3</b>	<b>A aprendizagem das grandezas perímetro e área</b>	<b>22</b>
<b>3</b>	<b>APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS</b>	<b>27</b>
<b>3.1</b>	<b>Instrumento da coleta de dados</b>	<b>27</b>
<b>3.2</b>	<b>Análise dos dados</b>	<b>34</b>
3.2.1	Análise do Problema 1	36
3.2.2	Análise do Problema 2	39
3.2.3	Análise do Problema 3	42
3.2.4	Análise do Problema 4	45
3.2.5	Análise do Problema 5	47
3.2.6	Análise do Problema 6A	50
3.2.7	Análise do Problema 6B	53
3.2.8	Média das categorias de análise do 9º ano e da 3ª série	55
<b>4</b>	<b>CONCLUSÕES DA PESQUISA</b>	<b>58</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	
	<b>APÊNDICE</b>	

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Apresentação do tema

Por muitas décadas, os erros apresentados no processo da avaliação de aprendizagem dos alunos foram considerados como algo estritamente negativo por muitos docentes de escolas brasileiras. É fundamental que o equívoco dos alunos no sistema da avaliação da aprendizagem seja compreendido como uma possibilidade para o desenvolvimento do aprendiz (CHIQUETTO, 2011).

Além disso, no ambiente educacional, principalmente em sala de aula de Matemática, não é diferente, pois os erros realizados pelos discentes, por exemplo, no desenvolvimento da resolução de problemas e na aplicação de testes, por muito tempo foram tratados como uma maneira de punição, sendo excluídos do processo da aprendizagem (SILVA, 2019).

Na perspectiva desta pesquisa, o erro é entendido como parte de todo processo de aprendizagem. Como afirmam Bastos e Allevato (2012), quando erramos, aprendemos a não errar. O mesmo acontece quando identificamos o erro de outra pessoa no ambiente educacional, pois nosso consciente guarda as informações mostrando como podemos aprender com a situação. Logo, para construir um ambiente de aprendizagem, é necessária a socialização das ideias. Por esse caminho, os alunos irão conhecer os erros dos outros colegas e poderão aprender ao analisar o que levou o colega ao erro, facilitando no processo de ensino-aprendizagem.

Ao tratar de erros de aprendizagem no Ensino da Matemática na Educação Básica, alguns obstáculos apresentados pelos discentes são sobre os conceitos de perímetro e área, que são reconhecidos na literatura como fonte de dificuldades para os alunos. Desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018), já traz o objeto de conhecimento perímetro e área com a expectativa de que “os alunos reconheçam comprimento, área, volume e abertura de ângulo como grandezas associadas a figuras geométricas e que consigam resolver problemas envolvendo essas grandezas com o uso de unidades de medida padronizadas mais usuais” (BRASIL, 2018, p. 273).

Em vista disso, a pesquisa apresentou como proposta investigar os erros dos alunos nos problemas que envolvem os objetos de conhecimento perímetro e área, da unidade temática Grandezas e Medidas.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998) já afirmavam, desde o final da década de 1990, que os conceitos de perímetro e área são essenciais para o currículo

de Matemática do Ensino Fundamental, tendo em vista que os alunos desenvolvem o pensamento crítico e reflexivo que os permite a compreender, descrever e representar de forma organizada seus pensamentos matemáticos.

Diante disso, a pesquisa se justifica pela importância que os conceitos de perímetro e área têm na Educação Matemática, nas habilidades e no desenvolvimento cognitivo dos alunos. Além disso, a pesquisa busca compreender os erros de aprendizagem que os alunos enfrentam ao lidar com os conteúdos de perímetro e área.

As pesquisas em Educação Matemática têm cada vez mais interessadas em analisar os erros como um recurso metodológico valioso. Antes de combater os erros, é importante compreendê-los e conhecer suas causas. Como afirma Perrenoud (2000, p. 35) “[...] a didática das disciplinas interessa-se cada vez mais pelos erros e tenta compreendê-los, antes de combatê-los”. Nessa perspectiva, Pontes e Nunez (2019, p. 60) afirmam que “[...], investiga-se o erro com o objetivo de compreendê-lo, conhecer as suas causas e promover a reflexão acerca de sua importância para a aquisição do conhecimento e, dessa forma, intervir na qualidade do ensino e da aprendizagem”.

A escolha do objeto de conhecimento perímetro e área surgiram após algumas investigações durante o período de estágio, com o objetivo de identificar um tema que fosse desafiador para os alunos, mas, ao mesmo tempo, fundamental para a aprendizagem em matemática. Assim, desde o princípio procuramos temas de pesquisa que fossem relacionados à resolução de problemas e nos quais pudéssemos contemplar a avaliação de erros. Deste modo, ao analisar os erros dos alunos, a pesquisa apresenta como proposta a análise os erros mais comuns dos alunos do 9º ano e da 3ª série em relação à resolução de problemas que envolvem perímetro e área, de acordo com o Modelo de Análise Didática de Erros (MADE) de La Torre (2007). A partir dessa pesquisa, acreditamos que os resultados servirão como ponto de partida para os professores refletirem sobre sua prática docente.

Diante disso, de acordo com Bastos e Allevato (2012), os erros cometidos pelos alunos podem ser utilizados como elementos de estudo e avaliação formativa e contínua para que se compreendam melhor as dificuldades dos alunos, e, assim, dirimir suas dúvidas. Ainda nessa mesma linha de raciocínio, Cury (2013) nos fala que os erros não devem ser ignorados e tabelados como ponto de chegada, tampouco para apontarmos o que o aluno não sabe sobre um determinado conhecimento. O erro pode e deve ser o ponto de partida para que os alunos possam construir seus próprios conhecimentos.

Partindo desse raciocínio, delineamos a seguinte questão norteadora: *Quais são os erros mais comuns dos discentes do 9º ano do Ensino Fundamental e da 3ª série do Ensino Médio na resolução de problemas que abordam os conceitos de perímetro e área?*

## **1.2 Objetivo da pesquisa**

### 1.2.1 Objetivo geral

Investigar os erros dos alunos do 9º ano e da 3ª série em relação à resolução de problemas que envolvem perímetro e área, de acordo com o Modelo de Análise Didática de Erros (MADE).

### 1.2.2 Objetivos específicos

- Pesquisar problemas matemáticos que abordem os objetos de conhecimento perímetro e área em diferentes contextos de aplicação, a fim de elaborar um questionário de resolução de problemas para alunos do 9º ano do Ensino Fundamental e da 3ª série do Ensino Médio;
- Identificar os erros mais comuns dos alunos ao resolverem os problemas matemáticos que envolvem perímetro e área;
- Classificar os erros dos alunos com base no Modelo de Análise Didática de Erros (MADE) em relação à resolução dos problemas matemáticos que envolvem perímetro e área.

## **1.3 Metodologia da pesquisa**

### 1.3.1 Apresentação do contexto da pesquisa

A presente pesquisa é classificada tanto de acordo com a natureza de abordagem do objeto a ser pesquisado, bem como quanto aos objetivos e aos procedimentos técnicos de investigação de coleta de dados.

Segundo a natureza de abordagem do objeto, a pesquisa se classifica como qualitativa. Segundo Gil (2002) e D'Ambrosio e D'Ambrosio (2006), a pesquisa qualitativa tem como foco entender e interpretar dados e discurso, mesmo quando envolve grupos de participantes. Sendo assim, para entender e interpretar os dados, foi realizada uma análise dos erros dos

alunos do 9º ano e da 3ª série em relação à resolução de problemas que envolvem perímetro e área, de acordo com o Modelo de Análise Didática de Erros (MADE).

Quanto aos objetivos, a pesquisa traz uma abordagem exploratória. Conforme Gil (2002), uma pesquisa exploratória é um tipo de pesquisa que busca fornecer maior familiaridade e compreensão sobre um problema, com o objetivo de torná-lo mais explícito ou de constituir hipóteses iniciais. Geralmente, a pesquisa exploratória assume a forma de pesquisa bibliográfica ou de estudo de caso. Com base nos objetivos da pesquisa, buscamos investigar e explorar um tema específico que envolve a resolução de problemas matemáticos por alunos do 9º ano do Ensino Fundamental e da 3ª série do Ensino Médio, em relação aos conceitos de perímetro e área. Além disso, a pesquisa busca identificar os erros dos alunos e depois classificá-los de acordo com o Modelo de Análise Didática de Erros (MADE), o que requer uma investigação mais aprofundada sobre o tema em questão.

Quanto aos procedimentos técnicos de investigação, a pesquisa se caracteriza como estudo de caso. De acordo com Gil (2002), o método de coleta de dados utilizado em um estudo deve permitir uma análise detalhada do objeto de estudo. Nesse sentido, optamos pelo método de estudo de caso em nossa pesquisa, já que nos permitiu uma análise detalhada dos erros cometidos pelos alunos em relação aos problemas propostos, utilizando o Modelo de Análise Didática de Erros (MADE).

Para realização da pesquisa, foi proposto um instrumento composto por seis problemas matemáticos, adaptados, envolvendo os objetos de conhecimento perímetro e área (APÊNDICE A). O instrumento foi elaborado a partir de fontes, como os sites da Nova Escola (MORAES, 2015), da Tecnologia da Informação e Comunicação - TIC na Matemática (BASTOS, 2018) e do blog do Professor Warles (WARLES, 2016). Foram selecionados os problemas matemáticos que envolvem perímetro e área e que estejam de acordo com as habilidades propostas pela BNCC.

Para a coleta de dados, foi acordado com os professores e a gestão da escola que seria aplicado um questionário composto por seis problemas matemáticos aos alunos. A autorização para realização da pesquisa foi obtida por meio da carta de autorização (APÊNDICE B). Os alunos responderam ao questionário na presença dos professores responsáveis pelas turmas. As turmas foram identificadas e classificadas da seguinte forma: a turma do 9º ano da escola da cidade de Rio Tinto foi classificada apenas como 9º ano, e as duas turmas do 9º ano da escola da cidade de Mamanguape foram classificadas como 9º ano A e 9º ano B. As três turmas de 3ª série da escola de Mamanguape foram classificadas como

3ª série A, 3ª série B e 3ª série C. Foi estipulado um tempo máximo de 40 minutos para a resolução dos problemas.

Para investigar, identificar e classificar os erros cometidos pelos alunos na resolução dos problemas matemáticos selecionados, que envolvem perímetro e área, usou a relação que Silva (2017) apresentou entre as etapas de resolução de problemas de acordo com Polya (1995) e o Modelo de Análise Didática de Erros (MADE) de La Torre (2007).

As categorias que foram utilizadas para investigar os erros dos alunos foram criadas por Silva (2017) que são: *não apresentaram erros*, que é para os alunos que demonstraram a resolução de todo procedimento e responderam à pergunta do problema da forma correta; *apresentaram erros de entrada*, que é para os erros de compreensão, percepção e intenção; *apresentaram erros de organização*, que é para os alunos que apresentaram erros de análise, ordenação e conexão; *apresentaram erros de execução*, que é para os alunos que apresentaram erros mecânicos, operacionais e estratégicos; *não responderam*, que são os alunos que não apresentaram nenhuma resposta e entregaram a questão em branco. E, a *resposta final* é para os alunos que colocaram apenas a resposta final, certa ou errada, mas que não apresentam os procedimentos da resolução do problema, sendo então impossível de identificar se houve habilidades ou erros. Para apresentar os dados analisados, foram construídos gráficos para que fossem apresentados os problemas individualmente para cada uma das turmas do 9º ano do Ensino Fundamental e da 3ª série do Ensino Médio.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nas seções seguintes, apresentamos as concepções a partir de alguns teóricos acerca da resolução de problemas no ensino-aprendizagem da Matemática; Os erros dos alunos no processo de aprendizagem e aprendizagem das grandezas perímetro e área. Nessa perspectiva, expomos as discussões dos autores no processo que envolve os erros dos discentes em uma abordagem que nos permite identificar quais os erros são comuns nos procedimentos de resolução de problemas.

### 2.1 A resolução de problemas no ensino-aprendizagem da Matemática

Para iniciar a discussão sobre resolução de problemas, precisamos, inicialmente, compreender o que é um problema. De acordo com Dante (1989, p. 9), o problema “é qualquer situação que exija o pensar do indivíduo para solucioná-la”. Sendo, então, um problema matemático o processo de usar pensamentos matemáticos que precisa dos conhecimentos matemáticos para chegar a uma solução.

Em relação ao conceito de um problema Echeverría e Pozo (1998) afirmam que

[..] a situação somente pode ser concebida como um problema na medida em que exista um reconhecimento dela como tal, e na medida em que não disponhamos de procedimentos automáticos que nos permitam solucioná-la de forma mais ou menos imediata, sem exigir, de alguma forma, um processo de reflexão ou uma tomada de decisões sobre a seqüência de passos a serem seguidos (ECHEVERRÍA; POZO, 1998, p. 16).

Para Echeverría e Pozo (1998), a solução de problemas exige que os alunos usem procedimentos adequados, determinadas atitudes e disposições que os façam compreender e realizar a resolução dos problemas.

Desde os anos de 1990, é discutido sobre a importância da resolução de problemas e as suas concepções no ensino de Matemática. Na concepção de Onuchic (1999, p. 215), “problema é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver”. É necessário que os alunos tenham interesse em compreender o objetivo que se pede na tarefa e realizar os procedimentos para a resolução de problemas. Pois,

sem compreensão da tarefa, os problemas se transformam em pseudoproblemas, em meros exercícios de aplicação de rotinas aprendidas por repetição e automatizadas, sem que o aluno saiba discernir o sentido do que está fazendo e, por conseguinte, sem que possa transferi-lo ou generalizá-lo de forma autônoma a situações novas, sejam cotidianas ou escolares (ECHEVERRÍA; POZO, 1998, p. 15).

Após as concepções sobre a importância da resolução de problemas e os conceitos do que é um problema, trataremos então de entender quais os procedimentos deve-se utilizar ao resolver um problema matemático na sala de aula. De acordo com Polya (1995), a resolução de um problema deve passar por quatro fases que ele considera essenciais.

O autor afirma que

Primeiro, temos de *compreender* o problema, temos de perceber claramente o que é necessário. Segundo, temos de ver como os diversos itens estão inter-relacionados, como a incógnita está ligada aos dados, para termos a ideia da resolução, para estabelecermos um *plano*. Terceiro, *executamos* o nosso plano. Quarto, fazemos um *retrospecto* da resolução completa, revendo-a e discutindo-a (POLYA, 1995, p. 3-4, grifo do autor).

Polya (1995) afirma que a compreensão do problema está relacionada com a importância de ler cuidadosamente o problema, entender o que está sendo perguntado e identificar quais informações são relevantes para a resolução. Quer dizer que os alunos precisam identificar quais são as incógnitas a serem encontradas, quais são as condições ou restrições do problema e quais são as informações adicionais que podem ser úteis para o desenvolvimento do problema.

O planejamento, para Polya (1995), consiste em pensar nas estratégias para resolver o problema, considerando as informações obtidas na etapa anterior. No caso, o aluno deve identificar os conceitos relevantes e escolher uma abordagem de resolução ou modelo para ajudar na visualização do problema.

Sobre a execução do plano, Polya (1995) argumenta que é o momento de desenvolver o que foi criado na etapa anterior e trabalhar em direção à solução do problema. O aluno deve realizar os cálculos e aplicar as fórmulas.

Na verificação da resposta, Polya (1995) afirma que é importante conferir se a solução encontrada é adequada e correta. Ou seja, para que essas fases/modelo sejam aplicadas, é necessário que os alunos entendam o que se pretende com cada uma das etapas da resolução de um problema. Echeverría e Pozo (1998, p. 22) resumem essas quatro fases em um conjunto de tarefas que “exige uma compreensão da tarefa, a concepção de um plano que nos conduza à meta, a execução desse plano e, finalmente, uma análise que nos leve a determinar se alcançamos ou não a meta”. Para que uma tarefa seja concluída com sucesso, é necessário um planejamento. Neste caso, o planejamento já está definido em quatro etapas.

A primeira etapa do processo de resolução de problemas está voltada para a compreensão da tarefa. Sem essa etapa, o discente tende a cometer erros, visto que, se não entende o que é solicitado em um determinado problema matemático, dificilmente conseguirá avançar para a segunda etapa, que consiste em montar um plano de ação. Se o discente não compreendeu na primeira etapa o que é pedido no problema, mesmo que tenha um excelente planejamento, é muito provável que conduza seu raciocínio por um caminho equivocado. Na terceira etapa, se o aluno não tiver compreensão do problema, ou mesmo que ele compreenda e não tenha um bom planejamento, a execução dessa tarefa tende a ser um fracasso. Na quarta etapa, o discente precisa fazer uma análise em todo processo e verificar se conseguiu responder ao problema. Podemos notar que as etapas têm uma ligação entre elas, pois uma depende da outra.

Diante das concepções dos autores, é necessário que o aluno desenvolva algumas estratégias para obter êxito na resolução de um problema. Nesse ponto de vista, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) traz as diretrizes que estabelecem a educação básica no Brasil, determinando os conhecimentos, habilidades e competências que devem ser desenvolvidos pelos estudantes ao longo da sua formação.

De acordo com a BNCC (BRASIL, 2018), a resolução de problemas é uma habilidade que envolve a capacidade de identificar, analisar e solucionar situações-problema. Além disso, a resolução de problemas pode ajudar a desenvolver habilidades importantes, como o pensamento lógico, a capacidade de analisar e interpretar dados e informações, a criatividade e a resiliência. Podemos dizer também que, a resolução de problemas pode ser desafiadora para os alunos, especialmente para aqueles que têm dificuldades em Matemática.

Já na elaboração de problemas, o aluno deve ser capaz de criar situações-problema que envolvam conceitos matemáticos, utilizando diferentes contextos e recursos. A elaboração de problemas permite ao aluno desenvolver habilidades importantes, como a criatividade, a capacidade de análise e síntese, e o pensamento crítico.

Dessa forma, a BNCC enfatiza a importância de proporcionar aos alunos oportunidades para que possam desenvolver suas habilidades de resolução e elaboração de problemas matemáticos, visando a formação de indivíduos críticos, autônomos e capazes de lidar com situações complexas em diferentes áreas do conhecimento.

## 2.2 Os erros dos alunos no processo de aprendizagem

Os professores de Matemática muitas vezes veem o erro como algo negativo e, para muitos docentes de Matemática, o erro na aprendizagem não faz parte do processo de aprendizagem. É necessário reconhecer o valor do erro para que ele faça parte das discussões do processo de aprendizagem. Isso pode ajudar a criar um ambiente educacional mais acolhedor e encorajador para os alunos, permitindo que eles assumam riscos e cresçam como aprendizes.

Borasi (1987) apud Bastos; Allevato (2018, p. 5) defende que os erros são “trampolins”, ou seja, meios que podemos utilizar para construção do conhecimento. Ao identificar os erros dos discentes, a autora argumenta que é necessário criar estratégias a fim de aproveitar os erros como instrumento, fazendo uso do funcionamento das ideias.

La Torre (2007) afirma que o erro deve ser visto como conjunto de procedimentos que ajuda a organizar ações para fins educativos.

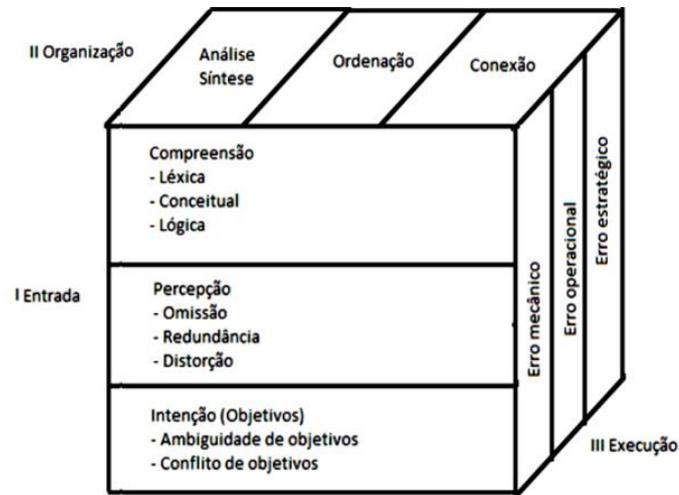
Mas o erro não é um fim, não pode sê-lo: é uma estratégia. [...]. A utilização do erro deve ser instrumental; mas não como técnica precisa nem como pauta normatizada, senão como procedimento ou conjunto de procedimentos que nos ajudam a organizar sequencialmente as ações com o objetivo de alcançar determinados fins educativos (LA TORRE, 2007, p. 10).

La Torre (2007, p. 20) cita que o erro “tem seu lado bom ou positivo” e que ele está presente na filosofia popular e na literatura, pois errar é humano. No entanto, o lado bom e positivo do erro só está presente quando vem acompanhado de reflexões e estratégias de mudança.

Os erros dos alunos não devem ser motivo de julgamento para determinar quem sabe ou não sabe tal assunto matemático. Esses erros devem ser fonte de pesquisa, para que os próprios professores reflitam suas práticas, e, com isso, possam se tornar profissionais competentes.

Baseando-se na obra de Saturnino de La Torre “Aprender com os erros: o erro como estratégia de mudança”, destacamos nesta pesquisa o Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE). Como mostra a Figura 1, os erros estão classificados em três grupos: erros de entrada, de organização e de execução (LA TORRE, 2007).

Figura 1 – Modelo de Análise Didática dos Erros – MADE



Fonte: (LA TORRE, 2007, p. 8)

O primeiro grupo são os erros de entrada, também conhecidos como desequilíbrio de informações, e estão divididos em três planos, que são: intenção, percepção e compreensão. No plano das intenções, o erro pode estar ligado primeiro à indefinição de metas ou falta de intenção, segundo à incompreensão ou confusão do objetivo ou da intenção e, terceiro, ao conflito de objetivos ou desvio de meta fixada. Todos acontecem quando os alunos não sabem o que realmente se pede em uma tarefa, ou quando não conseguem compreender o objetivo da tarefa e a meta à qual devem chegar.

No plano das percepções da informação, os erros se referem à inadequada ou má percepção da informação. A primeira categoria são erros devidos à omissão, quando os professores dão por certo que os seus alunos têm conhecimentos e habilidades para resolver determinados problemas, os erros de omissão estão categorizados como, sobrecarga de informação, distração e insuficiente percepção ou análise da tarefa ou trabalho. Na segunda categoria de erros de percepção, La Torre (2007) descreve que acontece através da relação entre redundância e omissão, ou seja, a sobrecarga de nova informação pode levar ao erro de omissão. A terceira categoria são os erros de distorção que acontecem quando a informação não é dominada, é pouco clara, ambígua, imprecisa ou alheia aos interesses cognitivos.

Ainda sobre os erros de entrada, temos o plano de erros de compreensão, quando os alunos apresentam limitações ou deficiências na compreensão léxica, conceitual ou lógica, dessa forma, muitos erros são cometidos por falta de compreensão.

No segundo grupo de erros estão os erros de organização da informação, que acontece quando o aluno não consegue organizar internamente as informações. Nessa categoria temos, primeiramente, os erros de análise e síntese, quando os alunos não conseguem analisar ou isolar as propriedades de um objeto, e quando eles não têm um julgamento avaliativo de diferenciação e escolha. Segundo La Torre (2007), os erros de ordenação acontecem quando os alunos não conseguem fazer a ligação adequada da informação que possuem e acabam se desviando da meta que buscam. Os terceiros erros nesse grupo de organização são os de conexão e interferências, quando os conhecimentos adquiridos e as experiências passadas não se conectam ou interferem nos novos conhecimentos.

Por último, temos o grupo dos erros de execução. Diferente dos erros de entrada e de organização, esse tipo de erro acontece quando o aluno, depois de ter aprendido algo, em seguida esquece ou, quando são propostas tarefas, exigem mais passos além do que o sujeito consegue fazer. Neste grupo temos os erros mecânicos ou lapsos, que são relacionados ao processo de comunicação oral ou escritos, quando o indivíduo não tem consciência deles e geralmente acontece em situações de estresse, quando se tem urgência em fazer algo ou mesmo quando está cansado ou fadigado. Aqui temos também os erros operacionais e de distração, que acontecem quando, ao executar um procedimento, o indivíduo se esforça para lembrar algo e não consegue ou está nervoso e causa um bloqueio nas informações. Nesse grupo de erros de execução temos os erros estratégicos, os quais acontecem quando há um equívoco ao utilizar uma estratégia inadequada para resolver um problema.

Na sala de aula, alguns professores consideram como iguais os erros dos alunos, mas, segundo La Torre (2007), são os erros de entrada e organização que requerem uma atenção maior para o aluno e que podem auxiliar no processo de melhoria das práticas pedagógicas quando usado da forma correta. Esse processo consiste em analisar e refletir sobre suas ações e concepções para, assim, conseguir êxito no processo de ensino-aprendizagem.

Com o objetivo de identificar os erros dos alunos no processo de aprendizagem, direcionamos nossa pesquisa para os conceitos de perímetro e área.

### **2.3 A aprendizagem das grandezas perímetro e área**

As dificuldades que surgem dos alunos em sala de aula ao resolver problemas matemáticos estão relacionadas às dificuldades de interpretação, leitura dos enunciados e o domínio dos conceitos de perímetro e área (STEFANI; DE PROENÇA, 2019). Para Lima e

Bellemain (2010), muitas vezes os alunos não têm domínio do objeto de conhecimento e por isso acabam trocando os conceitos. Por exemplo, quando uma palavra tem mais de um significado e é usada em várias expressões, como a palavra área, muda o significado dependendo do contexto da frase.

Diante desse pensamento, podemos afirmar que a BNCC (BRASIL, 2018) reconhece que o perímetro e a área são grandezas geométricas importantes que devem ser abordadas no Ensino Fundamental e Ensino Médio de Matemática, dentro da unidade temática Grandezas e Medidas.

Ainda de acordo com a BNCC (BRASIL, 2018), na área de Matemática, a unidade temática Grandezas e Medidas têm como objetivo desenvolver a compreensão do tema e sua aplicação no cotidiano. A unidade temática Grandezas e Medidas abordam, de forma ampla, as grandezas numéricas, geométricas, de tempo, de massa, de capacidade, entre outras. Dentro dessa unidade temática, a BNCC (BRASIL, 2018) estabelece algumas habilidades relacionadas aos conceitos de perímetro e área.

Nesse contexto, o conceito de perímetro é abordado como uma medida de comprimento utilizada para medir a extensão do contorno de uma figura plana. Além disso, os estudantes aprendem a calcular o perímetro de figuras geométricas como quadrados, retângulos, triângulos e círculos, por exemplo. Já, a área, é apresentada como uma medida de superfície, relacionada à quantidade de espaço que uma figura ocupa em uma superfície. Os estudantes aprendem a calcular a área de figuras planas como quadrados, retângulos, triângulos e círculos, bem como a relacionar o cálculo de áreas com situações do cotidiano, como o planejamento de espaços.

Tomaremos como base em nossa pesquisa o conceito de perímetro e área como grandezas geométricas, que são apresentadas aos alunos desde os anos iniciais do Ensino Fundamental e aprofundadas nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio. No Quadro 1 podemos ver a progressão do objeto de conhecimento perímetro e área, destacando as habilidades propostas pela BNCC.

Quadro 1 – Progressão do objeto de conhecimento perímetro e área para o Ensino Fundamental

ANO	OBJETO DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
1º ano	Medidas de comprimento, massa e capacidade: comparações e unidades de medida não convencionais.	(EF01MA15) Comparar comprimentos, capacidades ou massas, utilizando termos como mais alto, mais baixo, mais comprido, mais curto, mais grosso, mais fino, mais largo, mais pesado, mais leve, cabe mais, cabe menos, entre outros, para ordenar objetos de uso cotidiano.
2º ano	Medida de comprimento: unidades não padronizadas e padronizadas (metro, centímetro e milímetro).	(EF02MA16) Estimar, medir e comparar comprimentos de lados de salas (incluindo contorno) e de polígonos, utilizando unidades de medida não padronizadas e padronizadas (metro, centímetro e milímetro) e instrumentos adequados.
3º ano	Medidas de comprimento (unidades não convencionais e convencionais): registro, instrumentos de medida, estimativas e comparações.  Comparação de áreas por superposição.	(EF03MA19) Estimar, medir e comparar comprimentos, utilizando unidades de medida não padronizadas e padronizadas mais usuais (metro, centímetro e milímetro) e diversos instrumentos de medida.  (EF03MA21) Comparar, visualmente ou por superposição, áreas de faces de objetos, de figuras planas ou de desenhos.
4º ano	Medidas de comprimento, massa e capacidade: estimativas, utilização de instrumentos de medida e de unidades de medida convencionais mais usuais.  Áreas de figuras construídas em malhas quadriculadas.	(EF04MA20) Medir e estimar comprimentos (incluindo perímetros), massas e capacidades, utilizando unidades de medida padronizadas mais usuais, valorizando e respeitando a cultura local.  (EF04MA21) Medir, comparar e estimar área de figuras planas desenhadas em malha quadriculada, pela contagem dos quadradinhos ou de metades de quadradinho, reconhecendo que duas figuras com formatos diferentes podem ter a mesma medida de área.
5º ano	Medidas de comprimento, área, massa, tempo, temperatura e capacidade: utilização de unidades convencionais e relações entre as unidades de medida mais usuais.  Áreas e perímetros de figuras poligonais: algumas relações.	(EF05MA19) Resolver e elaborar problemas envolvendo medidas das grandezas comprimento, área, massa, tempo, temperatura e capacidade, recorrendo a transformações entre as unidades mais usuais em contextos socioculturais.  (EF05MA20) Concluir, por meio de investigações, que figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que, também, figuras que têm a mesma área podem ter perímetros diferentes.

6º ano	<p>Problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume.</p> <p>Perímetro de um quadrado como grandeza proporcional à medida do lado.</p>	<p>(EF06MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.</p> <p>(EF06MA29) Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área.</p>
7º ano	Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros.	(EF07MA32) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.
8º ano	<p>Área de figuras planas.</p> <p>Área do círculo e comprimento de sua circunferência.</p>	(EF08MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos.
9º ano	Volume de prismas e cilindros.	(EF09MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de volumes de prismas e de cilindros retos, inclusive com uso de expressões de cálculo, em situações cotidianas.

Fonte: elaboração da autora (2023)

Analisando as habilidades que correspondem ao objeto de conhecimento perímetro e área para os anos iniciais, do 1º ao 5º ano, podemos dizer que as habilidades propostas pela BNCC determinam que o aluno tenha compreensão de medidas e comparação, “que ele reconheça que medir é comparar uma grandeza com uma unidade e expressar o resultado da comparação por meio de um número” (BRASIL, 2018, p. 273). Especificamente no 5º ano, podemos ver que as habilidades estabelecem que os alunos comecem a resolver e elaborar problemas que envolvem as grandezas. Para isso, o aluno deve ter domínio dos conceitos das grandezas comprimento, área, massa, tempo, temperatura e capacidade.

Podemos observar que nos anos finais do Ensino Fundamental, do 6º ao 9º ano, o objeto de conhecimento já aparece em forma de problemas matemáticos e requer que o aluno

tenha uma compreensão ampla das grandezas comprimento, área, volume e abertura de ângulo. Espera-se que os alunos tenham domínio sobre as grandezas perímetro e área podendo associá-las às figuras geométricas, sendo capazes de resolver e elaborar problemas.

Para o 9º ano, especificamente, o objeto de conhecimento perímetro e área não aparecem de forma explícita. Contudo, para dar continuidade à progressão do objeto de conhecimento, destacamos a relação que existe entre perímetro e área e volume de prismas e cilindros, pois, para calcular o volume de um prisma ou cilindro, é necessário conhecer a área da base e a altura da figura. A área é a medida da superfície da base, enquanto o perímetro é a soma das medidas do comprimento dos lados que a compõem. Embora o conhecimento sobre a área da base seja essencial, o perímetro também é importante para o cálculo do volume. Isso ocorre porque, para determinar a área da base de um prisma, muitas vezes é necessário conhecer as medidas do comprimento dos lados que a compõem.

Podemos constatar, a partir da análise da BNCC (BRASIL, 2018), que as habilidades matemáticas estão organizadas em cinco competências específicas para o Ensino Médio. A unidade temática Grandezas e Medidas do Ensino Fundamental foram fundidas com a Geometria para formar a unidade temática Geometria e Medidas no Ensino Médio. Nessa unidade, juntamente com a quinta competência específica, encontramos os conceitos de perímetro e área, que são abordados na habilidade (EM13MAT506). Essa habilidade visa “representar graficamente a variação da área e do perímetro de um polígono regular quando os comprimentos de seus lados são alterados, além de analisar e classificar as funções envolvidas” (BRASIL, 2018, p. 545).

Consideramos que as habilidades propõem que os alunos desenvolvam domínio sobre o objeto de conhecimento perímetro e área, podendo resolver e elaborar problemas, porém sabemos que existem algumas dificuldades que levam os alunos a cometerem erros.

### **3 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS**

Na seção a seguir, apresentamos em detalhes o processo de análise dos dados realizados durante a pesquisa, desde a construção do instrumento até a coleta e análise dos dados. Através da análise dos dados coletados foi possível identificar os principais erros cometidos pelos estudantes na resolução dos problemas matemáticos e classificá-los em diferentes categorias, fornecendo informações valiosas para a resolução de problemas e aprimoramento do processo de ensino-aprendizagem. É importante destacar que a apresentação clara e concisa dos resultados é fundamental para que as informações possam ser compreendidas e utilizadas de maneira efetiva, auxiliando na tomada de decisões e na melhoria contínua do processo educacional.

#### **3.1 Instrumento da coleta de dados**

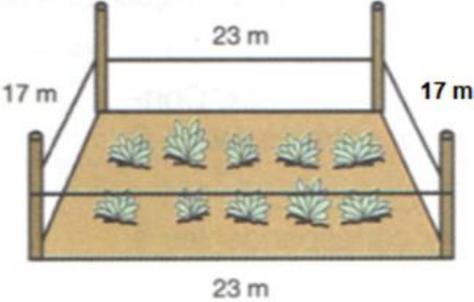
Para alcançar os objetivos da pesquisa, foi elaborado um instrumento composto por seis problemas matemáticos, adaptados, envolvendo os objetos de conhecimento perímetro e área (APÊNDICE A). O instrumento foi elaborado a partir de fontes, como os sites da Nova Escola (MORAES, 2015), do TIC na Matemática (BASTOS, 2018) e do blog do Professor Warles (WARLES, 2016). Foram selecionados os problemas matemáticos que envolvem perímetro e área e que estejam de acordo com as habilidades propostas pela BNCC.

Esses sites foram importantes para a escolha dos problemas matemáticos propostos para a pesquisa. Alguns problemas foram adaptados para que pudessem ser resolvidos pelos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental e da 3ª série do Ensino Médio, permitindo, assim, uma análise dos erros cometidos em cada nível de ensino.

A inclusão de problemas com e sem ilustração, bem como problemas que envolvem os conceitos de perímetro e área em conjunto, foram uma escolha relevante para avaliar a compreensão dos alunos em relação a esses conceitos em diferentes contextos. Além disso, a abordagem de problemas que tratam exclusivamente da área ou do perímetro permitiu avaliar a proficiência dos alunos em relação a esses conceitos isoladamente. Os problemas matemáticos que constituem nosso instrumento de pesquisa foram dispostos aleatoriamente, levando em consideração aqueles que abordam os conceitos de perímetro e área separadamente, bem como aqueles que os combinam, além de problemas com e sem figuras e outros envolvendo figuras geométricas como retângulos, triângulos, quadrados e círculos.

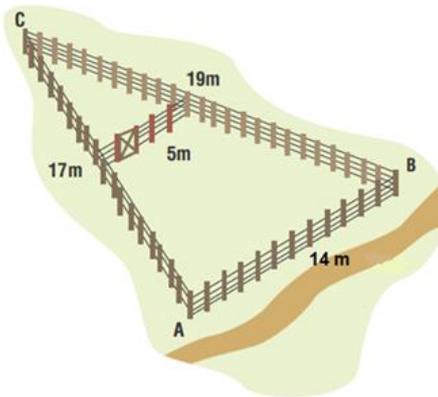
No Quadro 2, temos o questionário dos Problemas Matemáticos que fazem parte do nosso instrumento de pesquisa.

Quadro 2 – Questionário dos Problemas Matemáticos

PROBLEMA	ESTUDO DO PROBLEMA
<p><b>PROBLEMA 1</b></p> <p>1- Dona Lilá vai cercar uma parte do seu quintal, que tem formato retangular, para plantar salsinha e outros temperos. As medidas do comprimento e largura dessa parte do quintal estão representadas na figura:</p>  <p>Fonte: Disponível em:  <a href="https://docs.google.com/document/d/1xR6ci0-y3QEqcAWFy08OFF-wXXe6ass/edit">https://docs.google.com/document/d/1xR6ci0-y3QEqcAWFy08OFF-wXXe6ass/edit</a>. Acesso em 03 mar. 2023.</p> <p>Responda: Qual é a medida da área reservada para plantar a salsinha e os outros temperos de dona Lilá?</p>	<p>Esse primeiro problema envolve a medida da área de um terreno no formato de um retângulo que tem a medida da base <math>23m</math> e a altura <math>17m</math>. O problema é composto por uma figura que tem a indicação das medidas dos lados do terreno. Para solucionar o problema proposto, é fundamental que o aluno possua domínio do conceito e cálculo de área de figuras geométricas, especificamente retângulos. Além disso, é necessário que o aluno saiba realizar a operação de multiplicação e esteja familiarizado com a unidade de medida utilizada para representar a área. Espera-se que o aluno identifique o objetivo da questão, que é calcular a área do terreno, fazendo uso da operação de multiplicação utilizando ou não a fórmula <math>A = b \cdot h</math>, em seguida substitua os valores das medidas do terreno na fórmula <math>A = 23 \cdot 17</math>, logo depois fazer a multiplicação <math>23 \cdot 17</math> chegando ao resultado de <math>A = 391m^2</math>. E coloque como resposta final que a área reservada para plantar é <math>391m^2</math> utilizando a unidade de medida adequada.</p>

**PROBLEMA 2**

2- O Seu Dirceu vai cercar com arame um pasto, que tem um formato de um triângulo. A cerca terá 4 cordas de arame paralelos em volta de todo o pasto, inclusive na divisória do pasto. A figura a seguir tem as medidas dos lados do pasto e da divisória.



Fonte: Disponível em:

<<https://profwarles.blogspot.com/2016/11/quiz-27-matematica-9-ano.html>> Acesso em 04 mar. 2023.

Responda: Sabendo que a porteira de madeira da divisória do pasto contém 1 m de comprimento, o Seu Dirceu vai precisar de quantos metros de cordas de arame para cercar todo pasto e colocar a divisória?

O segundo problema é composto pela figura de um pasto no formato de um triângulo, que tem uma divisória. Sendo os segmentos dos lados do triângulo com medidas de  $AB = 14m$ ,  $AC = 17m$  e  $BC = 19m$ . A medida que corresponde à divisória do pasto é de  $5m$ , sendo que  $1m$  corresponde à medida da porteira de madeira que fica na divisória do pasto. O problema pede que o aluno calcule quantos metros de cordas de arame serão necessários para cercar todo pasto e colocar a divisória, sendo que Seu Dirceu quer colocar quatro voltas de corda de arame paralelas. Esse problema requer que o aluno tenha conhecimento de operações aritméticas básicas (adição, subtração e multiplicação), bem como do conceito de perímetro de figuras geométricas, neste caso de triângulo, do conceito de linhas paralelas, assim como da unidade de medida de metros. Espera-se que o aluno calcule a soma dos valores que são as medidas dos lados do pasto,  $P = AB + AC + BC$ . Neste caso, ele vai ter a soma da seguinte forma  $P = 14 + 17 + 19 = 50m$ . Após realizar o cálculo do perímetro do pasto, o aluno deve somar os  $5m$  da divisória. A divisória tem uma porteira de  $1m$ , assim o aluno deve subtrair  $1m$  da porteira dos C, que é o valor do comprimento da divisória  $C = 5 - 1 = 4m$ . Assim ele terá  $4m$  de comprimento da divisória. O aluno deve somar os  $50m$  do perímetro do pasto mais os  $4m$  do comprimento da divisória sem a porteira de madeira, no caso  $50 + 4 = 54m$  que será a medida para colocar as quatro voltas de cordas de arame paralelas. O aluno deve multiplicar  $54 \cdot 4 = 216m$ . Assim, deve responder que Seu Dirceu vai precisar de  $216m$  de cordas de arame para cercar todo pasto e colocar a divisória.

<p><b>PROBLEMA 3</b></p> <p>3- A janela do banheiro que fica no quarto de Mariana tem o formato de um quadrado, com a largura e a altura medindo 0,45m. Calcule qual o perímetro da janela e qual a área que o buraco dessa janela ocupa na parede.</p>	<p>Esse terceiro problema, que não tem imagem, se refere à janela de um banheiro no formato de um quadrado com medidas de 0,45m por 0,45m. Para resolver esse problema, o aluno deve ter domínio dos conceitos de figuras geométricas, neste caso um quadrado, de perímetro e área de um quadrado, habilidades em compreender situações problema sem o auxílio de ilustrações. É necessário que o aluno tenha domínio de adição e multiplicação com números decimais, das unidades de medidas para representar valores de perímetro e de área. Para chegar à solução, deve calcular o perímetro da janela fazendo a soma dos quatro lados (<math>L</math>) da janela <math>P = L + L + L + L</math>.</p> <p>Para determinar o valor do perímetro, considerando que o lado da janela mede 0,45m e que se trata de um quadrado com lados iguais, o aluno precisa realizar a seguinte adição <math>P = 0,45 + 0,45 + 0,45 + 0,45 = 1,80m</math>. Ao realizar a adição corretamente, ele vai encontrar o valor de 1,80m que é o valor do perímetro da janela. Para encontrar a área do buraco da janela, ele deve fazer o cálculo de área de um quadrado, que é <math>A = L \cdot L</math>, ou <math>A = L^2</math>. No caso, ele deve realizar a multiplicação <math>A = 0,45 \cdot 0,45</math>. Ao realizar a multiplicação corretamente, vai encontrar o valor de <math>0,2025m^2</math>, que é a área total do buraco da janela. Finalmente, o aluno deve responder à pergunta do problema da seguinte forma: o perímetro da janela é de 1,80m e a área ocupada pelo buraco da janela na parede é de <math>0,2025m^2</math>.</p>
---	--

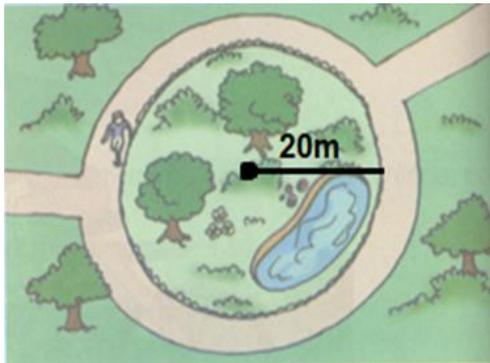
**PROBLEMA 4**

4- Um pedreiro deseja cobrir o piso de uma sala com formato retangular medindo 10m por 4m e, para isso, quer usar cerâmicas com formato de quadrado com medidas de 20cm por 20cm. Considerando o que foi dito, qual o número mínimo de cerâmicas que o pedreiro vai usar?

O quarto problema não tem figuras e se refere a um pedreiro que quer cobrir o piso de uma sala, com formato retangular que tem os lados medindo 10m por 4m, com cerâmicas no formato de um quadrado medindo 20cm por 20cm. Para resolver esse problema, é necessário que o aluno tenha domínio dos conceitos de figuras geométricas e cálculo de área, no caso desse problema, de retângulo e de quadrado, domínio das operações de multiplicação e divisão. Deve também saber converter as unidades de medidas de centímetros para metros. Espera-se que o aluno calcule o valor da área do piso usando a fórmula de área de retângulo  $A = b \cdot h$ . No caso, ele deve colocar  $A = 10 \cdot 4$ , encontrar como resultado da multiplicação  $A = 40m^2$ . Para saber a área que a cerâmica ocupa, ele deve converter 20cm em metros, no caso ele vai ter 0,2m. Em seguida, ele deve encontrar a área da cerâmica, que é no formato de um quadrado, usando a fórmula  $A = L \cdot L$ . Substituindo por 0,2, o aluno terá a seguinte expressão  $A = 0,2 \cdot 0,2$ . Ele terá como resultado  $A = 0,04m^2$ . Após ele encontrar os valores da área do piso e da área da cerâmica, ele precisa calcular quantas cerâmicas cabem naquela área do piso que ele encontrou fazendo a divisão da área do piso pela área da cerâmica. No caso, ele vai dividir  $40 \div 0,04 = 1000$ . Fazendo as operações corretamente, ele vai chegar ao resultado de 1000, e deve responder à pergunta do problema dizendo que o pedreiro vai usar no mínimo 1000 cerâmicas.

**PROBLEMA 5**

5- A prefeitura de Rio Tinto pretende colocar meio fio em torno de uma praça circular de raio 20m. Sabendo que toda forma circular pode ser calculada pela fórmula:  $C = 2 \cdot \pi \cdot R$ , onde  $C$  é o comprimento da circunferência,  $R$  é o raio e  $\pi$  é a constante (considere  $\pi = 3,1$ ).



Fonte: Disponível em:

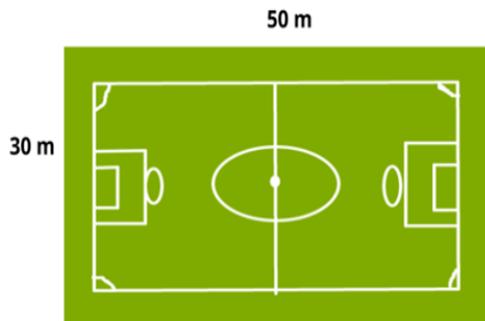
[https://docs.google.com/document/d/1QDL4N4oGh9C775CJcEfR7-qOory\\_dpy6/edit](https://docs.google.com/document/d/1QDL4N4oGh9C775CJcEfR7-qOory_dpy6/edit). Acesso em 03 mar. 2023.

Responda: Qual é a medida do contorno da praça para que a prefeitura coloque o meio fio?

O quinto problema refere-se à prefeitura de Rio Tinto que quer colocar meio fio em torno de uma praça no formato circular com raio de 20m. O problema destaca a fórmula para medir o comprimento da circunferência de qualquer forma circular que é  $C = 2 \cdot \pi \cdot R$ . No enunciado do problema, tem o significado de cada membro da fórmula, onde  $C$  é o comprimento da circunferência,  $R$  é o raio e  $\pi$  é a constante. O problema pede que os alunos considerem  $\pi = 3,1$ . Para esse problema, é necessário que o aluno tenha conhecimentos algébricos, saiba o que é uma forma circular, saiba calcular o comprimento de uma circunferência, tenha domínio da multiplicação com números decimais e da unidade de medidas para representar o comprimento da praça. Espera-se que faça uso da fórmula  $C = 2 \cdot \pi \cdot R$  para encontrar a medida da circunferência da praça. O aluno deve substituir o valor que foi atribuído ao  $\pi$  no Problema 5 que é 3,1, e o valor do raio que é 20m, a substituição vai ficar  $C = 2 \cdot 3,1 \cdot 20$ . Ao realizar a multiplicação, o aluno deve chegar ao resultado de  $C = 124m$ . Em seguida, ele deve responder à pergunta do problema dizendo qual é a medida do contorno da praça fazendo uso da unidade de medida para representar o comprimento, da seguinte forma: a medida do contorno da praça é de 124m para que a prefeitura coloque o meio fio.

**PROBLEMA 6**

6- O Senhor Antônio foi contratado para cercar com tela de aço um campo de futebol de um clube e, também, trocar todo o seu gramado. Usando as medidas dadas, que estão na figura:



Fonte: Disponível em <https://novaescola.org.br/planos-de-aula/fundamental/5ano/matematica/perimetro-e-area-na-malha-quadrada/115>. Acesso em 03 de mar. de 2023.

Responda:

- Quantos metros de tela de aço serão utilizados para cercar o campo de futebol?
- Quantos metros quadrados de grama nova serão utilizados para cobrir todo o campo?

O sexto problema tem uma figura de um campo de futebol no formato de um retângulo com medidas de  $50m$  por  $30m$ . Sendo  $50m$  representando a base e  $30m$  representando a altura do retângulo. Esse problema é dividido em dois momentos, um é para saber quantos metros de tela de aço é preciso para cercar o campo, outro é para saber quantos metros quadrados de grama nova serão utilizados para cobrir todo campo. Para resolver o problema, é necessário que o aluno tenha domínio dos conceitos e cálculos de perímetro e área de figuras geométricas, neste caso, de retângulo, das operações de adição e multiplicação e das unidades de medidas para representar perímetro e área. No primeiro momento, que é a letra (a) do Problema 6, vamos classificar como Problema 6A. Espera-se que o aluno calcule o perímetro do campo de futebol fazendo a soma dos quatro lados da figura  $L + L + L + L$ . No caso, o aluno vai ter  $50 + 50 + 30 + 30 = 160$  e, realizando os cálculos corretamente, vai encontrar o resultado de  $160m$ , pois a medida do campo está representada por metros. Como resposta final, o aluno deve responder que serão utilizados  $160m$  de tela de aço para cercar o campo de futebol.

No segundo momento do problema 6, que é a letra (b), vamos classificar como Problema 6B. O problema é designado para o cálculo de área. O aluno deve calcular quantos metros de grama nova serão necessários para cobrir todo o campo. O aluno deve usar a fórmula  $A = b \cdot h$  para calcular a área do retângulo. Substituindo os valores das medidas do campo de futebol, na fórmula, ele vai ter  $A = 50 \cdot 30$ . Realizando a multiplicação corretamente, ele vai ter  $A = 1500m^2$ . O aluno deve colocar a resposta final dizendo que serão utilizados  $1500m^2$  ou 1500 metros quadrados de grama nova para cobrir todo campo.

Fonte: elaboração da autora (2023)

A partir do questionário dos problemas (APÊNDICE A) foi possível realizar a coleta de dados no mês de março de 2023, em duas escolas de Ensino Fundamental e Médio. Uma localizada na zona urbana do município de Mamanguape-PB e a outra na zona urbana do

município de Rio Tinto-PB. Para nossa pesquisa, contamos com a colaboração de turmas de 9º ano do Ensino Fundamental e turmas da 3ª série do Ensino Médio. Da cidade de Mamanguape, foram duas turmas do 9º ano, com total de 33 alunos, sendo 22 alunos do 9º ano A e 11 alunos do 9º ano B, e três turmas da 3ª série do Ensino Médio, com total de 56 alunos, sendo 20 alunos da 3ª série A, 14 alunos da 3ª série B, e 22 alunos da 3ª série C. Da escola da cidade de Rio Tinto, foram 36 alunos do 9º ano. Os alunos da 3ª série não participaram da coleta, pois estavam participando de outro projeto com os licenciandos de Matemática da Universidade Federal da Paraíba. No dia da coleta dos dados, apresentamos a carta de autorização (APÊNDICE B) para a gestão escolar assinar, e os questionários foram entregues aos alunos para serem respondidos. Durante a aplicação do instrumento, contamos com a presença dos professores responsáveis pelas turmas.

A escolha das turmas do 9º ano do Ensino Fundamental e da 3ª série do Ensino Médio nos possibilitou avaliar a progressão do aprendizado dos alunos em relação aos conceitos de perímetro e área ao longo dos anos.

### **3.2 Análise dos dados**

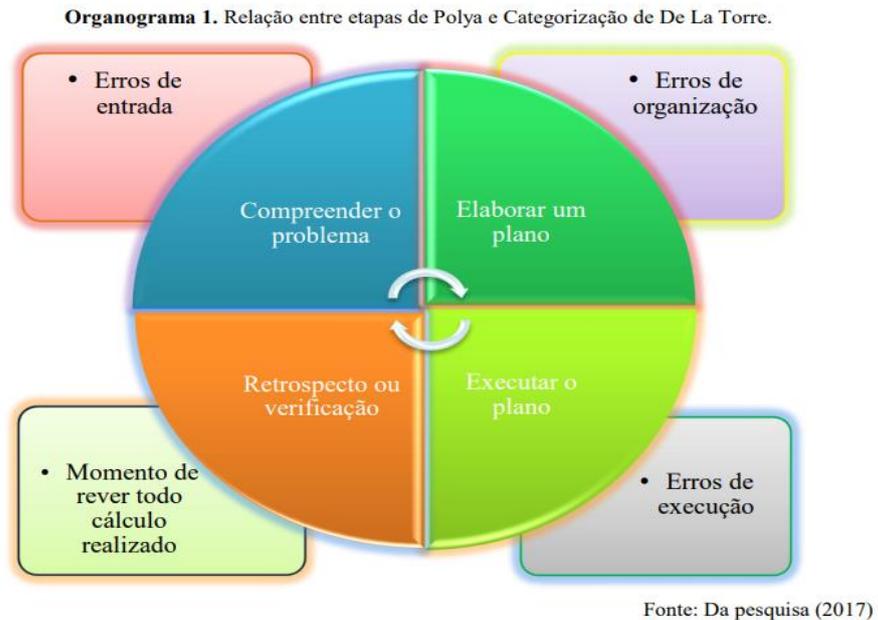
Para realizar a análise dos dados, usamos como base as categorias criadas por Silva (2017) que são: 1- Não apresentaram erros, 2- Apresentaram erros de entrada, 3- Apresentaram erros de organização, 4- Apresentaram erros de execução, 5- Não responderam e 6- Resposta final.

Usamos também a relação que Silva (2017) apresentou entre as etapas de resolução de problemas de acordo com Polya (1995) e a categorização de La Torre (2007), que é o Modelo de Análise Didática de Erros (MADE). Silva (2017) afirma que a falta de compreensão do problema está diretamente ligada aos erros de entrada (compreensão, percepção e intenção). Quando o aluno mostra dificuldades na compreensão do problema, ele está cometendo erros de entrada.

A segunda etapa na resolução de um problema é elaborar um plano para resolver a situação. Quando o aluno não consegue elaborar esse plano, surgem os erros de organização (análise, ordenação e conexão). A terceira etapa é o momento de executar o plano que o aluno construiu na segunda etapa. Quando o plano não é executado, podemos dizer que o aluno cometeu erros de execução (mecânico, operacional e estratégico). Por fim, temos a quarta etapa que é o retrospecto ou verificação. Existem situações que, mesmo fazendo a verificação

dos procedimentos, o aluno não consegue identificar o erro, cometendo equívoco na análise dos cálculos e dos procedimentos utilizados. Na Figura 2, podemos observar a relação apresentada por Silva (2017) entre as etapas de Polya (1995) e as categorias de análise de erros de La Torre (2007).

Figura 2 – As etapas de resolução de problemas e as categorias de Análise de Erros.



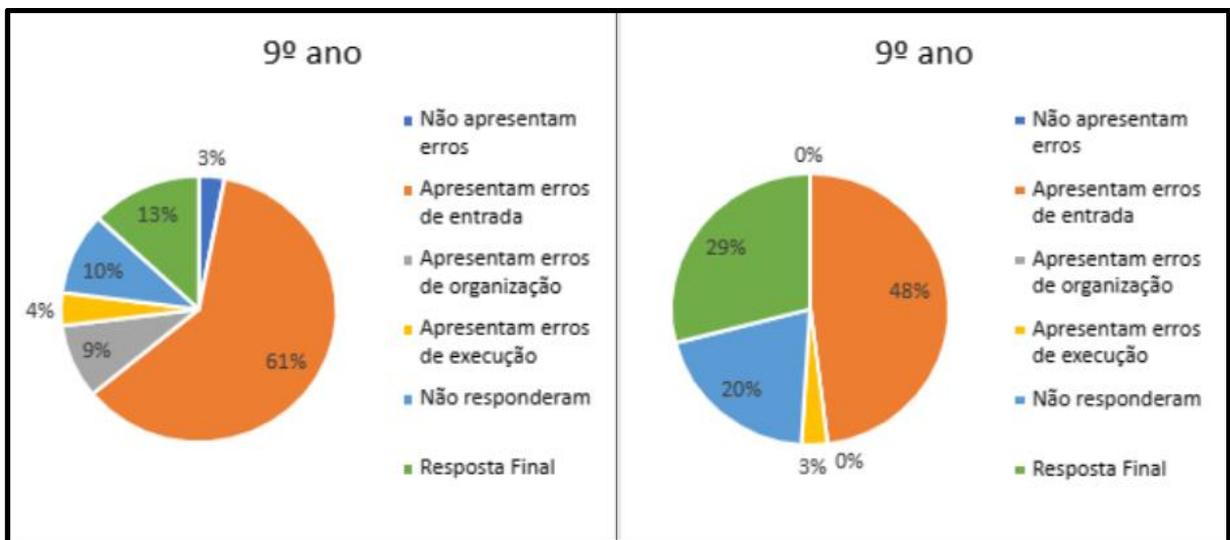
Fonte: Silva (2017, p. 41)

Os gráficos a seguir fornecem uma análise detalhada das soluções dos alunos das turmas do 9º ano do Ensino Fundamental e da 3ª série do Ensino Médio. As resoluções dos problemas foram agrupadas de acordo com as categorias da nossa análise: *Não apresentaram erros*, *Apresentaram erros de entrada*, *Apresentaram erros de organização*, *Apresentaram erros de execução*, *Não responderam* e *Resposta final*.

### 3.2.1 Análise do Problema 1

Ao analisarmos o Problema 1, notamos que foram poucos os alunos que não apresentaram erros. Houve um alto índice de erros de entrada, erros de organização e erros de execução. Observamos que os erros de entrada foram mais frequentes nas turmas do 9º ano, com uma porcentagem de 61%, enquanto os alunos da 3ª série apresentaram uma taxa de 48% de erros de entrada, como mostrado no Gráfico 1.

Gráfico 1 – Análise do Problema 1



Fonte: elaboração da autora (2023)

Na turma do 9º ano, temos que dois alunos acertaram o Problema 1. Um aluno fez uso da fórmula  $A = b \cdot h$  e colocou a resposta final  $391m^2$  como mostra a Figura 3. O outro não fez uso da fórmula, mas realizou os cálculos e colocou a resposta final corretamente.

Figura 3 – Resolução do Problema 1 (não apresentou erro)

$$A = b \cdot h$$

$$A = 23 \cdot 17$$

$$A = 391 \text{ m}^2$$

Fonte: respostas dos alunos ao questionário (2023)

Na 3ª série A e na 3ª série B, um aluno de cada turma acertou o Problema 1. Os dois fizeram a multiplicação e colocaram a resposta final, mas não fizeram uso da fórmula.

Os erros mais comuns foram classificados como erros de entrada (compreensão, percepção e intenção). Inclusive, podemos destacar que os erros cometidos pelos alunos do 9º ano, também foram erros dos alunos da 3ª série. Eles respondem com o cálculo da medida do perímetro da figura, quando o que eles deveriam fazer era o cálculo da área da figura. Observamos que esse erro também pode ser relacionado ao enunciado da questão, pois o problema começa dizendo que dona Lilá vai cercar uma parte do terreno e isso pode ter levado os alunos a pensarem em cálculo de perímetro. Para La Torre (2007), esse tipo de erro é um erro de entrada e está dentro do plano de erros de percepção, que ocorre quando o aluno faz uma percepção inadequada do problema por sobrecarga de informação, omissão de informações ou distorção. La Torre (2007, p. 115) fala que “a distorção pode provir também da complexidade da informação e da tentativa de simplificá-la ou da dificuldade de discriminar o essencial do secundário”. Com isso, podemos classificar o erro na resolução do Problema 1 como erro de distorção, pois o aluno não compreendeu o objetivo essencial do problema, distorcendo a ideia para informações secundárias. Na Figura 4, temos a resolução de um aluno do 9º ano o qual fez a soma das medidas que representam os lados do quintal no formato de retângulo. No caso, ele calculou o perímetro em vez da área.

Figura 4 – Resolução do Problema 1 (erro de entrada)

The image shows three handwritten mathematical expressions on a light background. Each expression consists of a fraction or number above a horizontal line, followed by a plus sign and another number, and a final result below the line. The first expression is  $\frac{2}{17} + 17 = 34$ . The second is  $23 + 23 = 46$ . The third is  $\frac{2}{34} + 46 = 80$ .

Fonte: respostas dos alunos ao questionário (2023)

Outro erro frequente, encontrado apenas nas turmas de 3ª série, foi de alunos que efetuaram a multiplicação  $23 \cdot 17$ , em seguida usaram o resultado da multiplicação e dividiram por dois. O fato de o problema iniciar dizendo que vai cercar uma parte do terreno pode ter ocasionado a interpretação incorreta do problema, pois o aluno pensou que uma parte do terreno seria a metade do valor da área que ele encontrou. Podemos classificar esse tipo de erro como erro de organização (análise, ordenação e conexão). Para La Torre (2007, p. 118): “os erros de organização ocorrem quando o sujeito trata de mudar a informação que dispõe para dar com a resposta que lhe é pedida”.

Para que não aconteça esse tipo de erro, Polya (1995) argumenta que os alunos devem prestar atenção aos detalhes e examinar todo processo pacientemente. La Torre (2007) afirma que os alunos usam procedimentos dedutivos. No caso da Figura 5, temos o procedimento de um dos alunos da 3ª série. Ele deduziu que o resultado da multiplicação deveria ser dividido por dois.

Figura 5 – Resolução do Problema 1 (erro de organização)

Handwritten student work for Problem 1. The work shows a subtraction problem:  $23 - 14 = 9$ , then  $161 - 03 = 158$ , and finally  $158 - 11 = 147$ . Below this, there is a division problem:  $195,5 \div 3,912 = 49,7$ . The final answer is  $195,5 \text{ m}$ .

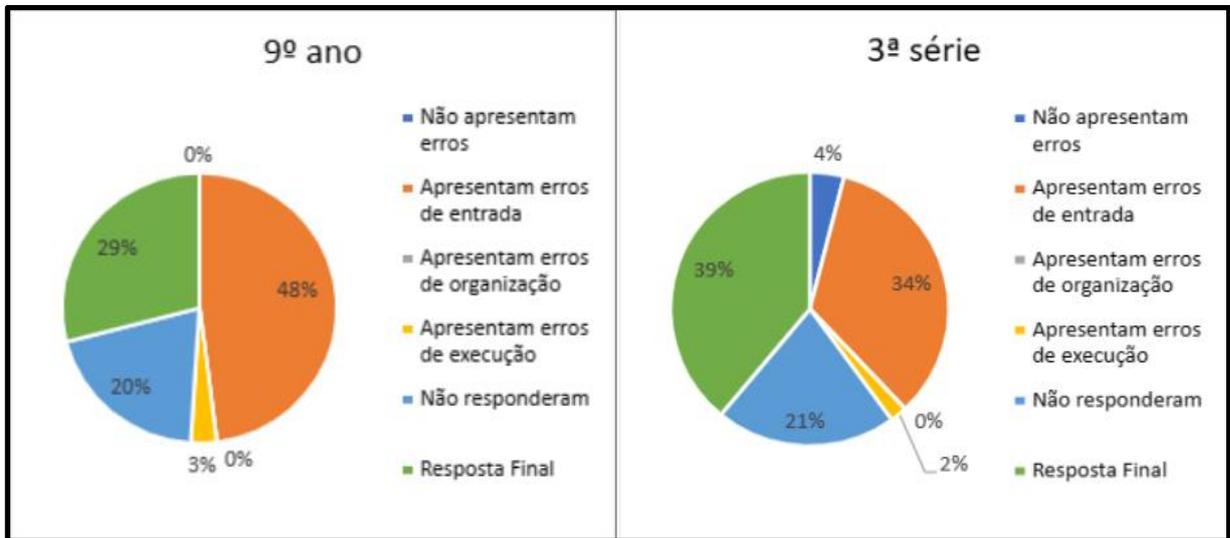
Fonte: respostas dos alunos ao questionário (2023)

Tanto Polya (1995) quanto La Torre (2007) destacam a importância de prestar atenção aos detalhes e examinar todo o processo de resolução de problemas pacientemente para evitar erros.

### 3.2.2 Análise do Problema 2

O Problema 2 exige mais atenção do aluno, pois requer que se leve em consideração alguns pontos específicos para se chegar à solução correta. Não basta apenas somar os lados do pasto para encontrar o perímetro do triângulo, é necessário calcular quantos metros de corda de arame serão necessários para cercar todo o pasto, considerando que a cerca tem 4 voltas de arame paralelos e que na parte da divisória há uma porteira de madeira com 1 metro. Ao analisarmos o Problema 2, observamos que os erros mais frequentes cometidos pelos alunos são os erros de entrada, e esses são mais comuns nas turmas do 9º ano. No Gráfico 2 podemos observar que apenas dois alunos de turmas diferentes da 3ª série acertaram corretamente a questão.

Gráfico 2 – Análise do Problema 2



Fonte: elaboração da autora (2023)

Um aluno da 3ª série demonstrou um bom conhecimento sobre o cálculo de perímetro ao resolver o Problema 2. Ele organizou bem as informações e realizou as operações corretamente. Ao analisarmos a resolução do aluno, percebemos que ele abrange partes da habilidade (EF06MA24) a qual aborda a resolução de problemas envolvendo a grandeza de perímetro em um contexto real, que engloba outros conhecimentos, como conhecimento empírico. Na Figura 6, podemos ver os procedimentos que o aluno usou para chegar à resposta. Ele organizou os valores que indicam as medidas dos lados do pasto, que tem formato triangular, e considerou 1 metro para a porta de madeira. Na soma da divisória, ele acrescentou apenas o número 4, multiplicou pelas 4 cordas de arame e, como resultado final, usou a unidade de medida correta.

Figura 6 – Resolução do Problema 2 (Não apresentou erro)

$$2) (19 + 17 + 14) \cdot 4$$

$$(36 + 14) \cdot 4$$

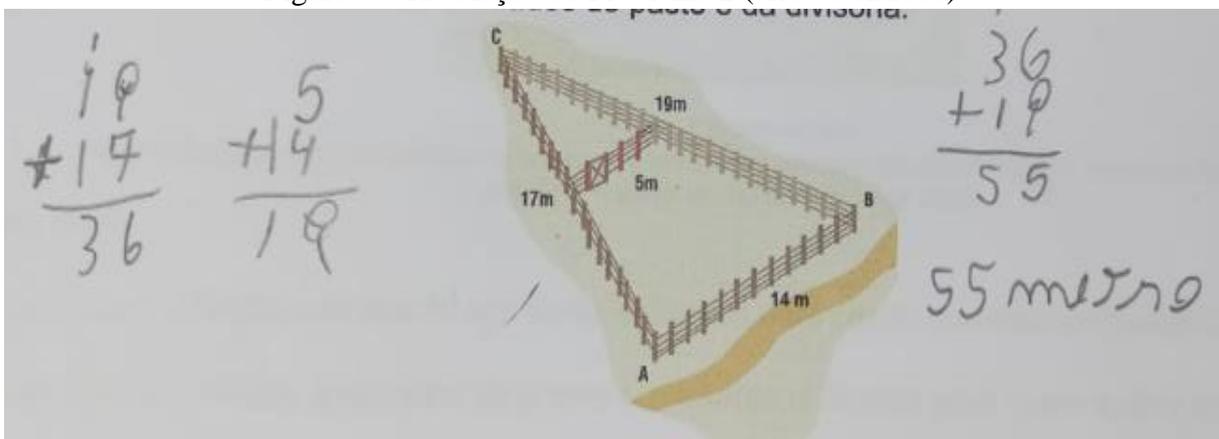
$$50 \cdot 4 = 200 \text{ metros de arame}$$

Fonte: respostas dos alunos ao questionário (2023)

A resolução do aluno demonstra que ele desenvolveu a capacidade de organização e a utilização correta das unidades de medida, habilidades também presentes na BNCC (BRASIL, 2018). Portanto, a resolução do aluno está relacionada à habilidade que faz parte do componente curricular Matemática para o 6º ano do Ensino Fundamental.

Na resolução de um aluno do 9º ano, podemos observar um erro de entrada (compreensão). Constatamos que o aluno compreende que para achar o perímetro ele precisa somar a medida dos lados da figura. Porém, faltou a compreensão do que se pede o problema. Para La Torre (2007, p. 110), “muitos dos problemas mal resolvidos não se devem à incapacidade, mas à falta de compreensão do que se pede”. O aluno não considera o espaço da porteira e o fato de que a cerca tem 4 voltas da corda de arame, como podemos ver na Figura 7. Consideramos como erro de entrada, pois ele demonstra saber o que é perímetro, mas não compreendeu o enunciado do problema.

Figura 7 – Resolução do Problema 2 (erro de entrada)



Fonte: respostas dos alunos ao questionário (2023)

O procedimento a seguir foi de um aluno da 3ª série. Podemos ver claramente um erro de execução (operacional e estratégico). La Torre (2007, p. 122) fala que os erros de execução “têm lugar quando o sujeito arrisca caminhos novos, novas estratégias, procedimentos não-familiares”. O modo como o aluno fez a soma foi uma estratégia diferente que requer cálculo mental. O aluno somou  $14 + 19$  e chegou ao resultado de 23, quando deveria ter chegado ao valor de 33. O restante do procedimento ele fez corretamente: subtraiu 1m da porteira e multiplicou por 4, que são as 4 cordas de arame, como mostra na Figura 8.

Figura 8 – Resolução do Problema 2 (erro de execução)

The image shows handwritten mathematical work. On the left, the numbers 14, 19, 17, and 5 are listed vertically. To the right, the number 23 is written. Below 23, a curved line is drawn, and the number 40 is written. Below 40, another curved line is drawn, and the number 45 is written. To the right of 45, the calculation  $45 - 1 = 44$  is written. Below 44, the number 4 is written, and a horizontal line is drawn. Below the line, the number 176 is written.

Fonte: respostas dos alunos ao questionário (2023)

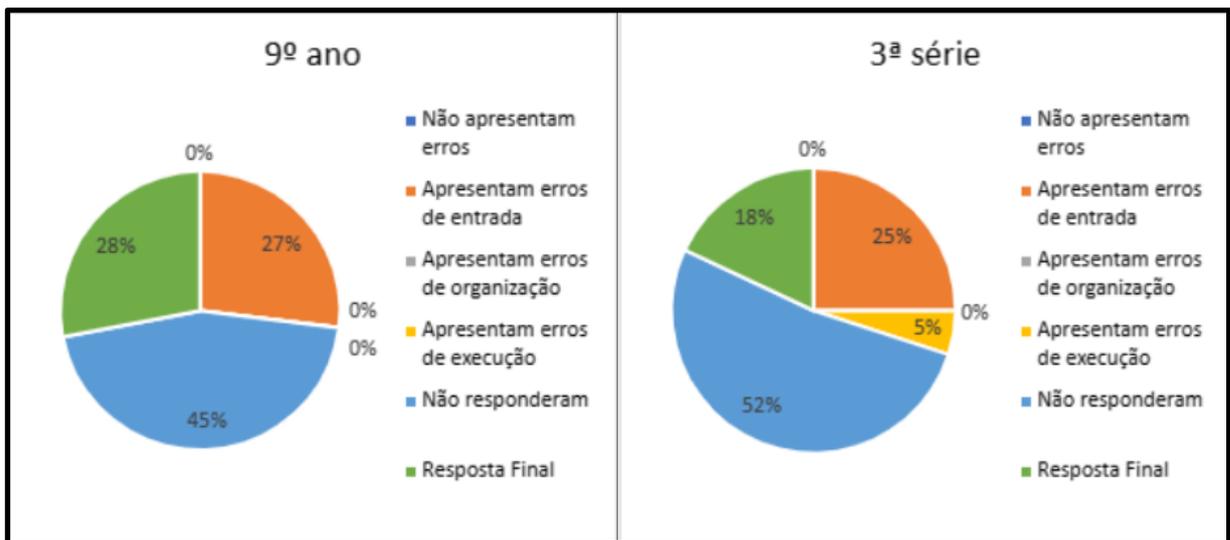
Conforme a resolução da Figura 8, se o aluno fizesse uma verificação cuidadosa, poderia identificar os erros de execução. De acordo com a última etapa de resolução de problemas proposto por Polya (1995), o retrospecto é uma etapa importante para a resolução de problemas e pode ajudar o aluno a identificar possíveis erros. Nessa etapa, o aluno deveria revisar os procedimentos utilizados para resolver o problema e verificar se eles foram aplicados corretamente.

### 3.2.3 Análise do Problema 3

É possível que os alunos tenham tido dificuldades em compreender a situação proposta no problema e em relacioná-la aos conceitos de perímetro e área. Além disso, a falta de ilustrações pode ter dificultado a visualização do problema e a compreensão das informações apresentadas.

Na Análise do Problema 3, representada no Gráfico 3, não identificamos alunos na categoria “não apresentaram erros” e nem alunos com erros de organização. Houve erros de entrada, muitos alunos não responderam e outros colocaram apenas a resposta final.

Gráfico 3 – Análise do Problema 3



Fonte: elaboração da autora (2023)

De acordo com as respostas dos alunos, observamos que alguns fizeram os cálculos de perímetro e área como se os dois tivessem o mesmo conceito. Outros responderam apenas com o cálculo do perímetro. Os poucos que fizeram os cálculos, tanto do perímetro como da área, cometeram erros de execução (operacional). De acordo com La Torre (2007, p. 125), “Os erros operacionais são mais frequentes quando ainda não se domina o procedimento, como no caso da criança que está aprendendo a somar e esquece as sobras”. O aluno as conhece, mas esquece de acrescentar “porque não chegou a interiorizar e mecanizar o processo” (LA TORRE, 2007, p. 125). Na Figura 9 podemos observar que ao calcular o perímetro o aluno fez a operação de adição corretamente, mas, ao calcular a área, ele demonstra não ter habilidade com a multiplicação de números decimais.

Figura 9 – Resolução do Problema 3 (erro de execução)

Handwritten student work for Problem 3. On the left, a calculation for the area of a square with side length 0.45m is shown:  $0,45 \times 0,45 = 0,25$ . This is added to a value of 18,0, resulting in 18,25. On the right, a calculation for the perimeter of a square with side length 0.45m is shown:  $0,45 + 0,45 + 0,45 + 0,45 = 1,80$ . To the right of these calculations, the student has written "Perímetro = 1,80" and "Área = 18,25".

Fonte: respostas dos alunos ao questionário (2023)

É comum que erros operacionais ocorram quando o aluno ainda não domina completamente o procedimento matemático em questão. Nesse caso, o erro pode ocorrer porque o aluno ainda não compreendeu completamente o processo ou porque ainda não sistematizou totalmente as etapas envolvidas.

Para ajudar a evitar erros operacionais, é importante que o aluno tenha uma compreensão completa dos conceitos matemáticos envolvidos nos problemas e que pratique regularmente as etapas de resolução de problemas citadas por Polya (1995). O professor pode ajudar os alunos a desenvolver habilidades e ter domínio dos procedimentos, proporcionando exemplos claros e encorajando a prática regular. Além disso, é importante oferecer *feedback* construtivo aos alunos, de modo que possam identificar e corrigir erros quando eles ocorrem.

Figura 10 – Resolução do Problema 3 (resposta final)

Handwritten student work for Problem 3. The text reads: "3- A janela do banheiro que fica no quarto de largura e a altura medindo 0,45m. Calcule qual dessa janela ocupa na parede." Below the text, the student has written "162 m".

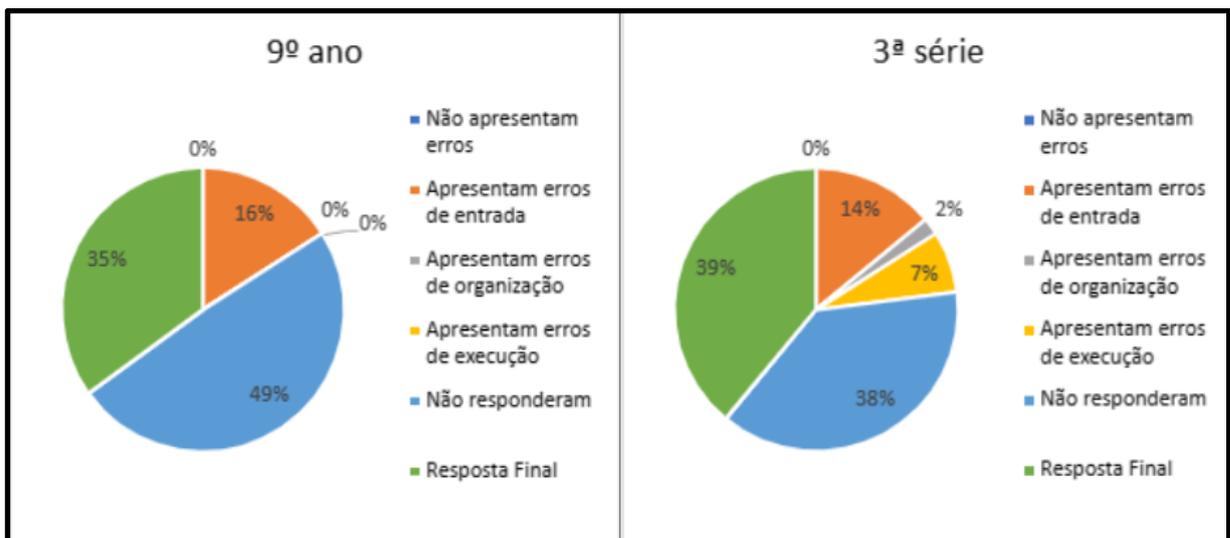
Fonte: respostas dos alunos ao questionário (2023)

Na Figura 10, temos o caso de um aluno que apenas escreveu a resposta final, tornando improvável a análise do tipo de erro que ele cometeu. Ao mesmo tempo, é possível observar que ele não compreendeu o problema, pois o Problema 3 solicita que o aluno calcule tanto o perímetro da janela quanto a área do buraco que a janela ocupa na parede.

### 3.2.4 Análise do Problema 4

No Problema 4, o aluno deve calcular a área de um piso e a área de uma pedra de cerâmica, fazer a transformação das unidades de medidas, fazer as operações de adição, multiplicação e divisão corretamente para saber quantas pedras de cerâmica cabem na área do piso retangular que ele encontrou. Como mostra o Gráfico 4, o número maior de alunos que não responderam são do 9º ano, com 49%. Já a 3ª série o número maior é de alunos que colocaram apenas a resposta final, com 39%.

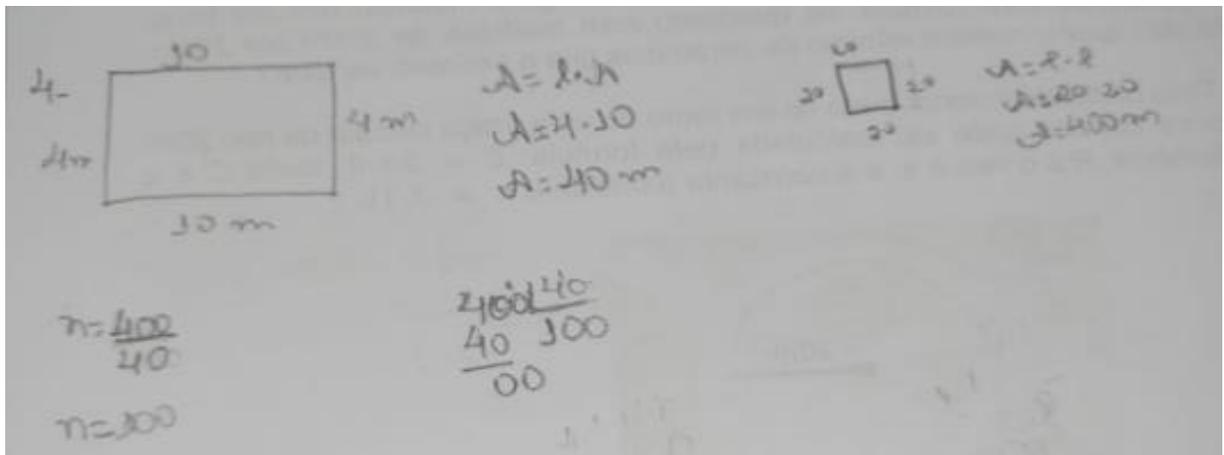
Gráfico 4 – Análise do Problema 4



Fonte: elaboração da autora (2023)

No problema 4, identificamos erro de execução (operacional) na resolução do problema de um aluno da 3ª série. Primeiro ele calcula a área do piso. Ele faz uso da fórmula  $A = b \cdot h$  para calcular a área do retângulo e da fórmula  $A = L \cdot L$  para calcular a medida da área que a pedra de cerâmica ocupa, que é no formato de um quadrado. O aluno demonstra habilidades de compreensão, pois compreende qual é objetivo da questão. Ele elabora um plano, que é encontrar os valores correspondentes ao piso e à pedra de cerâmica, porém, ao executar o plano, ele não converte a unidade de medida para fazer a operação de divisão. Com isso, o aluno demonstra um erro de execução, como podemos observar na Figura 11.

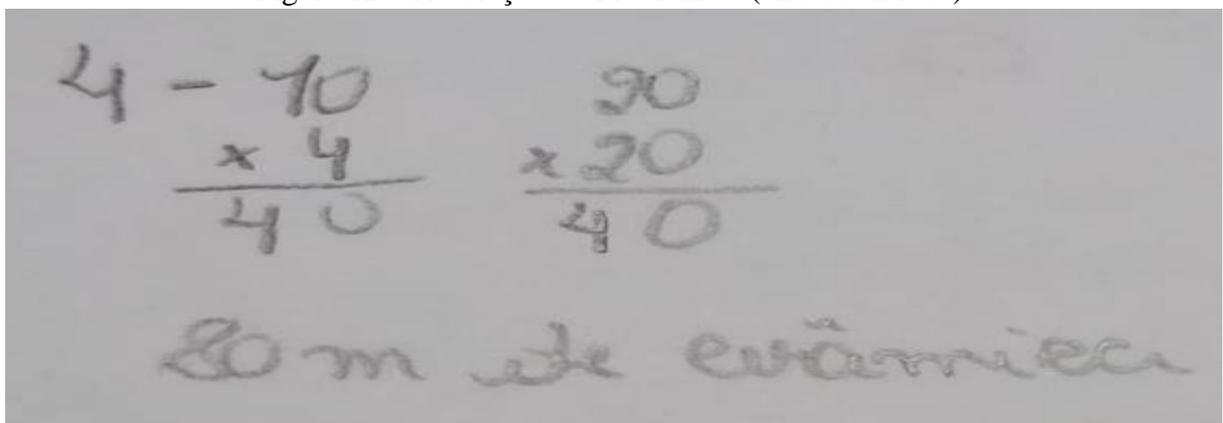
Figura 11 – Resolução do Problema 4 (erro de execução)



Fonte: respostas dos alunos ao questionário (2023)

Observamos erros de entrada nas resoluções dos alunos do 9º ano. Eles demonstraram dificuldades de compreensão do conceito de área, dificuldades para efetuar as operações de multiplicação e divisão, e não fizeram uso da unidade de medida de área.

Figura 12 – Resolução do Problema 4 (erro de entrada)



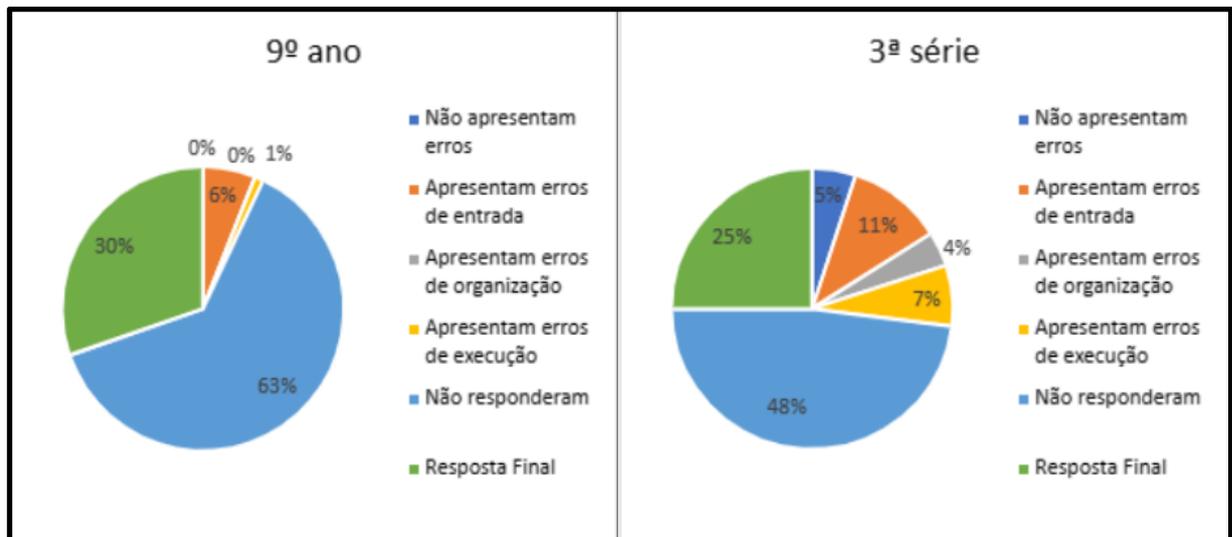
Fonte: respostas dos alunos ao questionário (2023)

Temos, na Figura 12, o procedimento de um aluno do 9º ano que não converteu as unidades de medidas, errou na multiplicação e, como resultado final, ele soma os valores que encontrou, quando na verdade ele deveria primeiro converter as unidades de medidas para depois efetuar a divisão. Classificamos como erro de entrada, visto que o aluno não demonstra compreensão sobre o objeto de conhecimento e, também, compreensão do problema, pois a pergunta não pede a quantidade de metros de cerâmicas, e sim a quantidade mínima de cerâmica para cobrir o piso.

### 3.2.5 Análise do Problema 5

Na análise realizada na resolução do Problema 5, tivemos um número grande de alunos que não responderam o problema. Três alunos da 3ª série conseguiram chegar à solução do problema e muitos alunos colocaram apenas a resposta final. Essas respostas não estavam corretas e não apresentavam cálculos para analisar. Tivemos apenas quatro erros de entrada do 9º ano e seis da 3ª série. Tivemos dois erros de organização da 3ª série, um erro de execução no 9º ano e quatro da 3ª série, como podemos observar no Gráfico 5.

Gráfico 5 – Análise do Problema 5



Fonte: elaboração da autora (2023)

Na resolução do Problema 5, podemos observar que o aluno chega ao resultado correto. Ele demonstra habilidades ao realizar a operação de multiplicação com duas variáveis e números decimais, como mostra a Figura 13. O aluno também mostra compreensão do objetivo do problema ao calcular a medida do comprimento da circunferência colocando a resposta  $124\text{m}$  usando a unidade de medida correta.

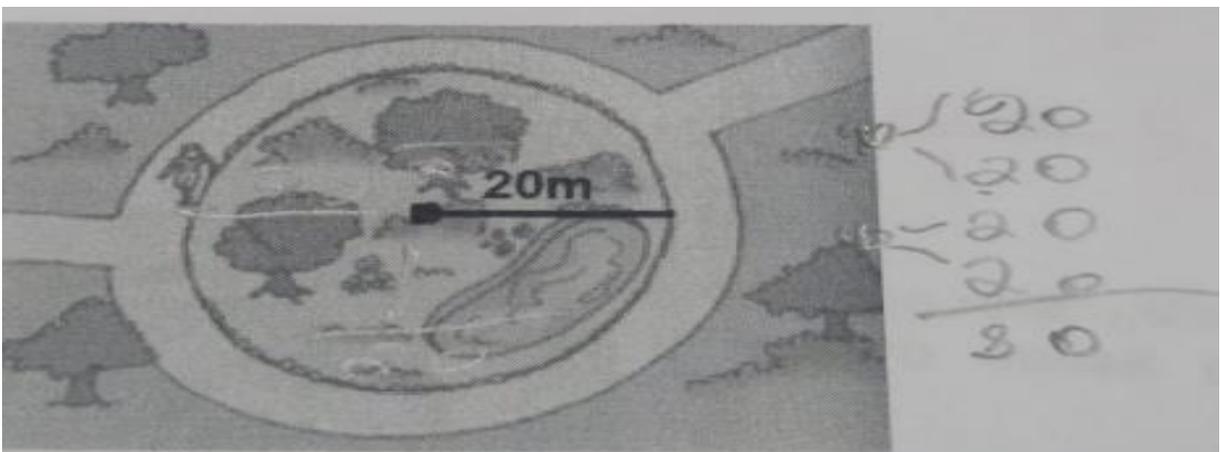
Figura 13 – Resolução do Problema 5 (não apresentou erro)

Handwritten student work for Problem 5. On the left, the student uses the formula  $C = 2 \cdot \pi \cdot r$  and substitutes  $r = 20$  to get  $C = 2 \cdot 3,1 \cdot 20$ , then  $C = 6,2 \cdot 20$ , resulting in  $C = 124 \text{ m}$ . On the right, a vertical multiplication is shown:  $20$  multiplied by  $6,2$  equals  $124,0$ .

Fonte: respostas dos alunos ao questionário (2023)

Um erro que muitos alunos cometeram foi classificado como erro de entrada (compreensão e percepção). O aluno não demonstrou habilidade com o conceito de comprimento da circunferência e não conseguiu identificar que a própria fórmula para calcular o comprimento estava presente no enunciado do problema, como mostra a Figura 14. Isso pode ser um sinal de que o aluno precisa trabalhar mais no desenvolvimento de sua compreensão e percepção do conceito matemático em questão.

Figura 14 – Resolução do Problema 5 (erro de entrada)



Fonte: respostas dos alunos ao questionário (2023)

De acordo com a análise realizada na resolução do Problema 5, identificamos no 9º ano um erro de execução (operacional e mecânico). Para La Torre (2007), esses erros acontecem quando o aluno se confunde ao realizar uma operação com os números. Neste caso, o aluno compreendeu o problema e fez as substituições adequadas, porém ele mostra dificuldade ao realizar a multiplicação do valor de  $\pi$  pela medida do raio da praça ( $3,1 \cdot 20$ ), como mostra na Figura 15. O aluno obteve como resposta do produto o resultado de  $8,0$ , quando deveria ter chegado ao valor de  $62,0$ .

Figura 15 – Resolução do Problema 5 (erro de execução)

Handwritten work showing the calculation of the circumference  $C$  of a circle with radius  $R = 20$  and  $\pi \approx 3,1$ . The student uses the formula  $C = 2 \cdot \pi \cdot R$ .

The student's work shows the following steps:

$$C = 2 \cdot \pi \cdot R$$

$$C = 2 \cdot 3,1 \cdot 20$$

$$C = 2 \cdot 8,0$$

$$C = 16,0$$

Vertical multiplication on the right side of the page shows:

$$\begin{array}{r} 8,0 \\ \times 2 \\ \hline 16,0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ \times 3,1 \\ \hline 20 \\ \phantom{20} \\ \hline 62,0 \end{array}$$

Fonte: respostas dos alunos ao questionário (2023)

Os alunos da 3ª série também demonstraram erros de execução (mecânicos e operacionais e de distração). Segundo La Torre (2007), os erros de execução têm vez quando o aluno está nervoso ou tem pressa em realizar um procedimento, e ele próprio não tem consciência do erro. Quando o aluno foi realizar a substituição dos valores na fórmula  $C = 2 \cdot \pi \cdot R$ , ao invés de colocar  $C = 2 \cdot 3,1 \cdot 20$ , ele colocou  $C = 20 \cdot 3,1 \cdot 20$ . Podemos dizer que a causa do erro possivelmente foi a distração, pois ele adiciona o algarismo  $0$  juntamente à constante  $2$ . Se esse aluno realizasse as quatro etapas da resolução de problemas, ele poderia evitar esse erro ao realizar a última etapa mencionada por Polya (1995, p. 10), que é “reconsiderando e reexaminando” o caminho e o resultado da resolução do problema, fazendo análise e verificação dos procedimentos realizados. Podemos observar a resolução do aluno na Figura 16.

Figura 16 – Resolução do Problema 5 (erro de execução)

$$\begin{aligned}
 5 \Rightarrow C &= 2 \cdot \pi \cdot R \\
 C &= 20 \cdot 3,1 \cdot 20 \\
 C &= 62 \cdot 20 \\
 C &= 1.240
 \end{aligned}$$

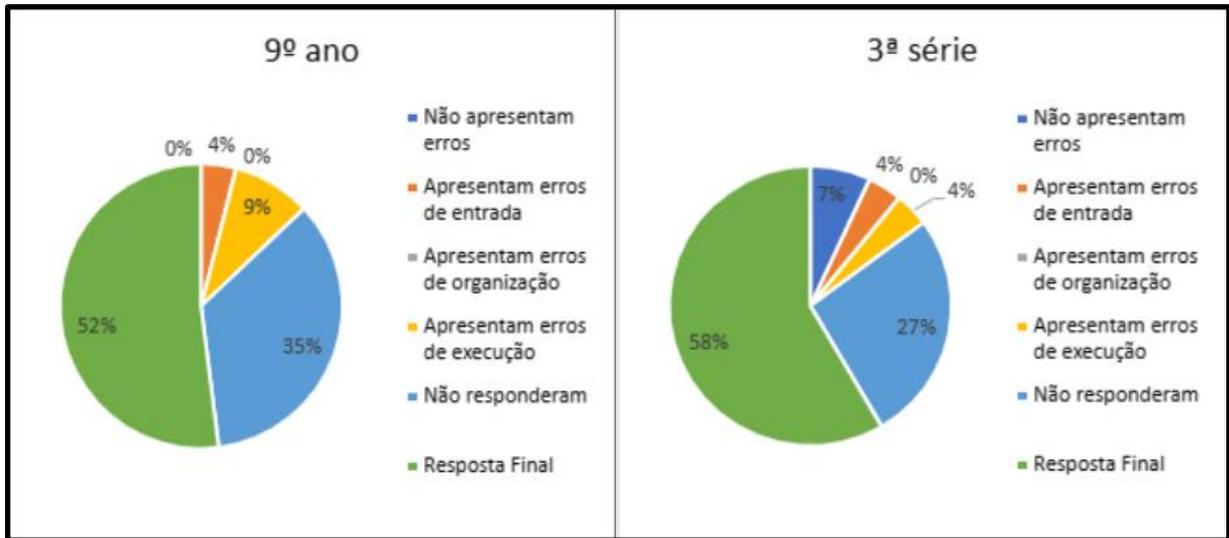
Fonte: respostas dos alunos ao questionário (2023)

Quando o aluno está ansioso para concluir uma tarefa, pode ser mais propenso a cometer erros de execução, como escrever um número errado, pular etapas ou misturar informações. Esses erros podem acontecer porque o aluno está tentando fazer tudo muito rapidamente, sem verificar cuidadosamente cada etapa do processo.

### 3.2.6 Análise do Problema 6A

O Problema 6A nos mostra a análise da letra A do Problema 6, que pede para que o aluno calcule o perímetro da figura no formato retangular de um campo de futebol, e calcule quantos metros de tela de aço são necessários para cercar todo o campo de futebol. Das turmas do 9º ano e da 3ª série, 10% dos alunos colocaram apenas a resposta final, que estava correta. No entanto, como não havia os cálculos de resolução, não foi possível identificar se os procedimentos utilizados pelos alunos estavam corretos. Já os outros 90% dos alunos colocaram a resposta final de modo errado. Além disso, houve muitos alunos que não responderam à questão, conforme mostrado no Gráfico 6.

Gráfico 6 – Análise do Problema 6A



Fonte: elaboração da autora (2023)

Na resolução do Problema 6A, os alunos do 9º ano demonstraram não ter habilidades com as quatro operações básicas da Matemática (adição, subtração, multiplicação e divisão), e não ter habilidades com o objeto de conhecimento perímetro. Os alunos cometeram erros de entrada. “Uma alta percentagem de erros escolares tem sua raiz em limitações ou deficiências na compreensão léxica, conceitual ou lógica” (LA TORRE, 2007, p. 115). Podemos observar a resolução de um aluno do 9º ano. Ele demonstra não ter habilidades para solucionar o Problema 6A, não cumpre nenhuma das etapas de resolução de Polya (1995), pois não compreende o problema. Desenvolve um plano de forma errada, pois usa a multiplicação quando deveria usar adição, executa o plano de forma errada quando vai usar a multiplicação, e, se ele fez o retrospecto, não tem habilidades para detectar os erros que estão presentes na resolução da Figura 17.

Figura 17 – Resolução do Problema 6A (erro de entrada, de organização e execução)

Handwritten student work for Problem 6A. The student has written "Questão 6:" at the top. Below it, there are two multiplication problems. The first is  $30 \times 30$ , with the student writing  $120$  as the result. The second is  $50 \times 50$ , with the student writing  $350$  as the result. Below these, the student has written  $120 \times 350$ , with the final result  $390$  written below a horizontal line.

Fonte: respostas dos alunos ao questionário (2023)

Nas turmas da 3ª série, observamos que alguns alunos chegaram ao resultado do Problema 6A com o valor de 160, mas não responderam à pergunta do problema e não fizeram uso da unidade de medida para representar os metros de tela, considerados como erro de execução.

Apenas quatro alunos responderam corretamente à pergunta e fizeram uso da unidade de medida. Na Figura 18 temos a resolução de um aluno da 3ª série.

Figura 18 – Resolução do Problema 6A (não apresentou erro)

Handwritten student work for Problem 6A. The student has written "a)" at the top left. Below it, there are three addition problems. The first is  $6 + 50$ , with the student writing  $100$  as the result. The second is  $30 + 30$ , with the student writing  $60$  as the result. The third is  $100 + 60$ , with the student writing  $160$  as the result. Below these calculations, the student has written "vai precisar de 160 m".

Fonte: respostas dos alunos ao questionário (2023)

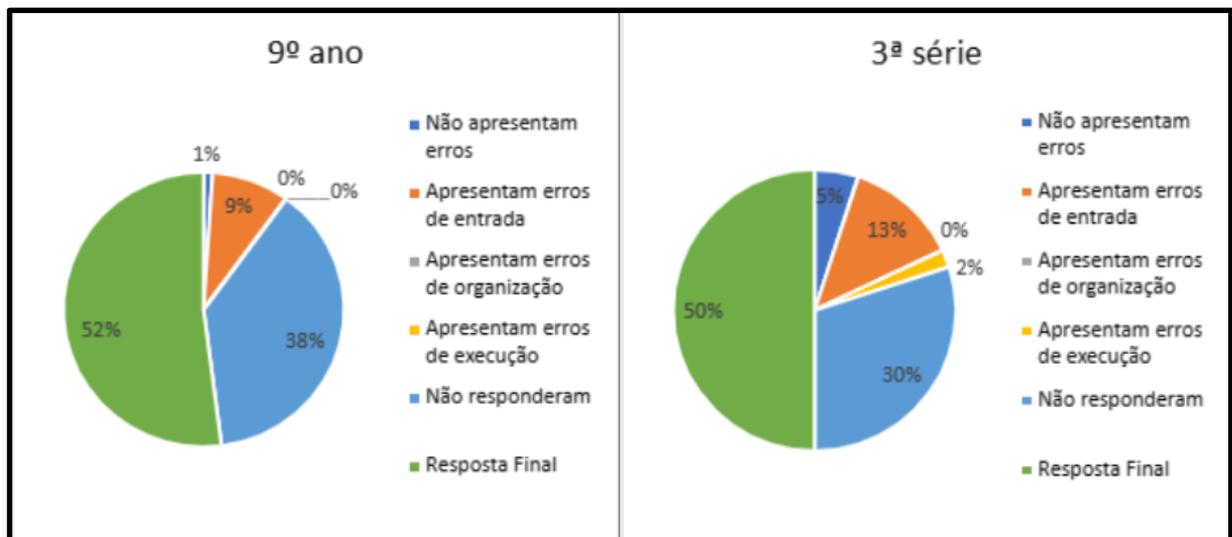
Os quatro alunos que responderam corretamente à pergunta e fizeram uso da unidade de medida demonstraram habilidades para resolver o problema. Eles foram capazes de interpretar corretamente o problema, identificar a pergunta que foi feita e aplicar a unidade de medida correta.

Essas habilidades são importantes para a resolução de problemas matemáticos e mostram que os alunos estão compreendendo a linguagem matemática e são capazes de aplicar o conhecimento matemático em situações reais. Além disso, esses alunos também podem ter desenvolvido habilidades de atenção aos detalhes e de verificação, o que os ajuda a evitar erros comuns na resolução de problemas.

### 3.2.7 Análise do Problema 6B

Ao analisarmos a resolução do Problema 6B, notamos que apenas quatro alunos, um do 9º ano e três da 3ª série, conseguiram obter a resposta correta. Foram identificados erros tanto de entrada como de execução nos demais alunos que tentaram resolver o problema. Além disso, foi observado que muitos alunos apenas apresentaram a resposta final, a qual estava incorreta. Conforme evidenciado no Gráfico 7, também houve uma quantidade significativa de alunos que não responderam o problema.

Gráfico 7 – Análise do Problema 6B



Fonte: elaboração da autora (2023)

É muito preocupante saber que apenas alguns alunos conseguiram resolver o Problema 6B com sucesso, demonstrando habilidades de compreensão de problemas com ilustração, cálculo de área de figuras geométricas, operação de multiplicação e uso correto de unidades de medidas. Um aluno da 3ª série compreendeu o problema e colocou a resposta corretamente como mostra a Figura 19.

Figura 19 – Resolução do Problema 6B (não apresentou erro)

Handwritten calculations for the perimeter and area of a soccer field:

$$\begin{array}{r} 2 \times 50 = 100 \\ 2 \times 30 = 60 \\ \hline 160 \end{array}$$

Handwritten calculations for the area of a soccer field:

$$\begin{array}{r} 50 \\ \times 30 \\ \hline 1500 \\ \hline 1500 \end{array}$$

Fonte: Disponível em <https://novaescola.org.br/planos-de-aula/fundamental/5ano/matematica/perimetro-e-area-na-malha-quadriculada/115>. Acesso em 03 de março de 2023

Resposta:

a) Quantos metros de tela de aço serão utilizados para cercar o campo de futebol? 160 m

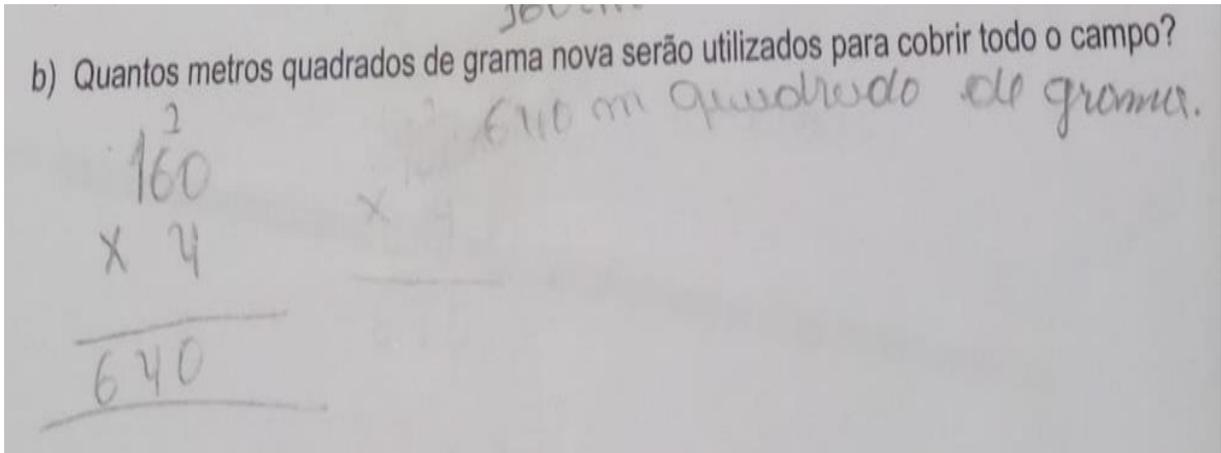
b) Quantos metros quadrados de grama nova serão utilizados para cobrir todo o campo? 1500 m<sup>2</sup>

Fonte: respostas dos alunos ao questionário (2023)

É fundamental que os alunos que ainda apresentam dificuldades na compreensão dos conceitos sejam apoiados e incentivados a continuar praticando e a buscar ajuda sempre que necessário, de forma a garantir que possam superar seus obstáculos e progredir em sua aprendizagem de forma consistente.

Muitos alunos demonstraram não ter compreensão do objeto de conhecimento área. Observamos nas resoluções que muitos colocaram apenas a resposta final de modo errado. Alguns ainda colocaram o mesmo valor para o perímetro e para a área, demonstrando que eles entendem que perímetro e área têm a mesma medida. Pela resolução da Figura 20, podemos ver erro de entrada, falta de compreensão do conceito de geometria e erro no modo de calcular a área do retângulo.

Figura 20 – Resolução do Problema 6B (erro de entrada)



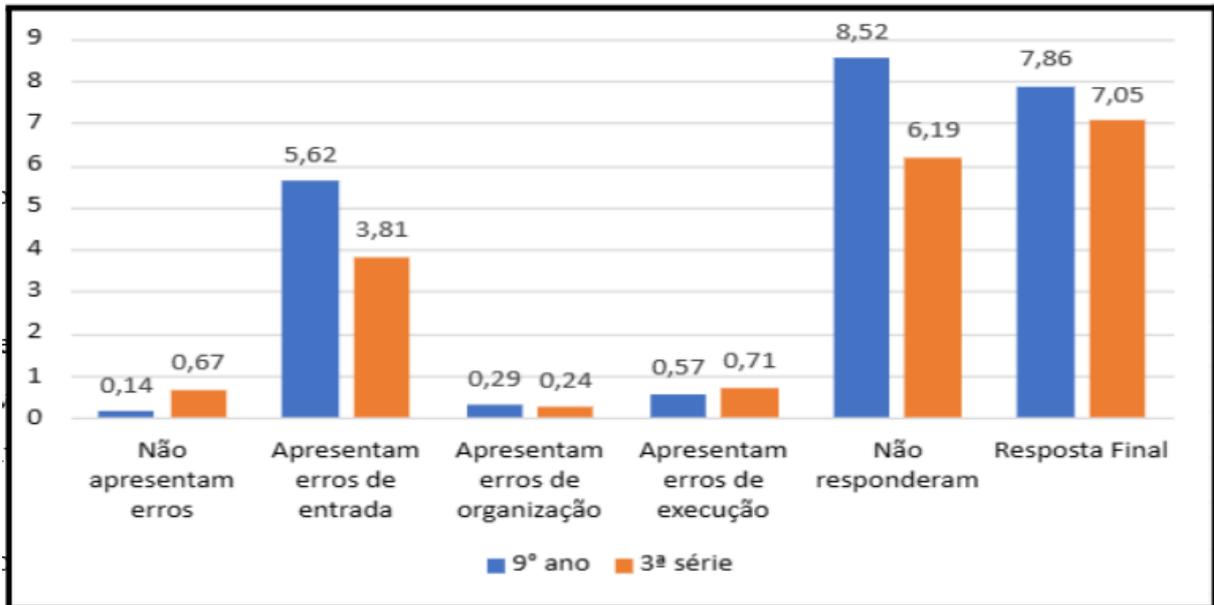
Fonte: respostas dos alunos ao questionário (2023)

Nesse caso específico do Problema 6B, é fundamental que os alunos compreendam o conceito de área. Além disso, é importante que eles entendam como calcular corretamente a área de figuras geométricas, levando em consideração a fórmula adequada para cada uma delas.

### 3.2.8 Média das categorias de análise do 9º ano e da 3ª série

Ao analisarmos de forma geral as turmas do 9º ano e da 3ª série, podemos observar que a média dos resultados apresentados nos sete gráficos indica um desempenho superior por parte dos alunos da 3ª série. Em média, 0,67 alunos dessa série conseguiram responder corretamente aos problemas propostos, enquanto no 9º ano a média foi de apenas 0,14 alunos com a resposta correta. Os erros de entrada na 3ª série estão com média de 3,81, enquanto as turmas do 9º ano apresentaram mais erros com média de 5,62. Com relação aos erros de organização, as turmas estão quase no mesmo nível, sendo as turmas da 3ª série com 0,24 e as turmas do 9º ano com 0,29. Os erros de execução aparecem mais nas turmas da 3ª série, com média de 0,71, e as turmas do 9º ano com 0,57. A categoria de alunos que não responderam para as turmas da 3ª série é 6,19, com um número maior para as turmas do 9º ano, com 8,52. Para finalizar nossa análise, temos os alunos que apresentaram apenas a resposta final, todas as respostas estavam sem os cálculos. Foram 7,05 a média das turmas da 3ª série e 7,86 das turmas do 9º ano que colocaram apenas a resposta final. Podemos observar essas médias em relação aos outros gráficos no Gráfico 8.

Gráfico 8 – Média das categorias de análise do 9º ano e da 3ª série



Fonte: elaboração da autora (2023)

O Gráfico 8 traz uma síntese dos erros cometidos pelos alunos em relação à resolução de problemas que abordam os objetos de conhecimento perímetro e área. Os resultados evidenciam que os alunos do 9º ano apresentaram uma média de erros de entrada superior aos alunos da 3ª série, em relação à compreensão e habilidades necessárias para interpretar textos e dominar o objeto de conhecimento. Também observamos uma ausência de habilidades, comprovada pelo grande número de erros de entrada, e dos alunos que forneceram apenas a resposta final de forma incorreta ou deixaram a questão em branco. Já os alunos da 3ª série apresentaram um desempenho semelhante, porém com um número menor de erros em relação ao 9º ano.

Considerando a análise dos dados das resoluções dos alunos do 9º ano e da 3ª série, podemos responder à pergunta da pesquisa sobre quais os erros mais comuns dos alunos na resolução de problemas que envolvem os objetos de conhecimento perímetro e área. Nesse sentido, podemos afirmar que os erros mais frequentes encontrados nas turmas do 9º ano e da 3ª série estão relacionados à categoria de erros de entrada, que engloba dificuldades de compreensão, percepção e desvio do objetivo do problema, além de erros nas quatro operações matemáticas básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão).

Podemos ainda destacar que as turmas do 9º ano apresentaram um maior número de erros de entrada em relação às turmas da 3ª série, o que indica uma maior dificuldade dos alunos do final do Ensino Fundamental em relação aos objetos de conhecimento perímetro e área. Esses resultados reforçam a importância de trabalhar esses conceitos de forma mais clara e objetiva, utilizando diferentes estratégias pedagógicas e recursos didáticos para auxiliar os alunos a compreenderem e resolverem problemas envolvendo perímetro e área com mais segurança e eficiência.

#### 4 CONCLUSÕES DA PESQUISA

Acreditamos que alcançamos os objetivos da pesquisa. A fim de atingir nosso objetivo principal, foi criado e aplicado um questionário com seis problemas matemáticos que abordam os objetos de conhecimento perímetro e área aos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental e aos alunos da 3ª série do Ensino Médio. Analisamos cuidadosamente as respostas de todos os alunos envolvidos na pesquisa e foi apresentada uma análise individual de cada problema. Nosso objetivo foi investigar os erros dos alunos do 9º ano e da 3ª série em relação à resolução de problemas que envolvem perímetro e área, de acordo com o Modelo de Análise Didática de Erros (MADE).

Ao nos referirmos aos objetivos específicos da pesquisa, consideramos que todos foram alcançados. O primeiro objetivo específico foi pesquisar problemas matemáticos que abordem os objetos de conhecimento perímetro e área em diferentes contextos de aplicação, a fim de elaborar um questionário de resolução de problemas para alunos do 9º ano do Ensino Fundamental e da 3ª série do Ensino Médio. Para atingir esse objetivo, elaboramos um questionário de problemas matemáticos com base nas pesquisas realizadas nos sites da Nova Escola, do TIC na Matemática e do blog do Professor Warles.

Nosso segundo objetivo foi identificar os erros cometidos pelos alunos ao resolverem os problemas matemáticos selecionados que envolviam perímetro e área. Para atingir esse objetivo, realizamos uma revisão da literatura sobre resolução de problemas, erros na aprendizagem e aprendizagem de perímetro e área de acordo com BNCC, esses tópicos se encontram presente na fundamentação teórica desta pesquisa. Em seguida, analisamos as resoluções dos alunos para identificar os erros cometidos por eles.

Para atingir nosso terceiro objetivo, “associar os erros dos alunos com o Modelo de Análise Didática de Erros (MADE) em relação à resolução de problemas matemáticos selecionados que envolvem perímetro e área”, realizamos um estudo minucioso sobre o referido modelo, bem como a relação existente entre os erros de entrada, de organização e de execução com as etapas de resolução de problemas de Polya (1995), apresentada por Silva (2017). Para isso, comparamos as categorias de erros identificadas nos problemas selecionados com as resoluções dos alunos, a fim de classificar os erros encontrados com o modelo MADE.

Os resultados apresentados na análise dos dados da pesquisa indicam que há uma dificuldade significativa dos alunos em relação à resolução de problemas que envolvem perímetro e área. Além disso, é interessante notar que os erros encontrados nos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental também foram apresentados por alunos da 3ª série do Ensino Médio, o que sugere uma deficiência na aprendizagem e apreensão dos conceitos matemáticos ao longo da trajetória escolar. Os alunos da 3ª série demonstraram mais erros de execução nas resoluções dos problemas do que os alunos do 9º ano. Isso se deu porque o 9º ano ficou retido na primeira etapa da resolução que é a compreensão dos problemas e dos conceitos de perímetro e área.

Certamente, a pandemia causada pelo COVID-19 teve um impacto significativo na educação dos alunos. É possível que esse período tenha influenciado nos resultados dos dados, o que ocasionou um número grande de alunos que não responderam ou que colocaram apenas a resposta final no questionário dos problemas matemáticos. Consideramos que as aulas remotas podem ter dificultado o processo de aprendizagem dos alunos, uma vez que muitos não tiveram acesso adequado às aulas e atividades propostas pelos professores. Além disso, a falta de interação com colegas e professores, que é importante para o desenvolvimento cognitivo e social dos alunos, também pode ter afetado o desempenho na resolução de problemas. Por isso, é importante que os educadores considerem esse contexto ao elaborar estratégias de ensino e avaliação para os alunos.

Ao analisarmos os dados coletados, percebemos que a resolução de problemas é uma habilidade complexa que envolve diversas etapas, desde a compreensão da questão até a escolha da estratégia mais adequada para resolvê-la e a verificação da resposta obtida. Sendo assim, é importante que os professores trabalhem essas habilidades de forma sistemática, oferecendo atividades desafiadoras que estimulem os alunos a pensar de maneira crítica e criativa. Além disso, é fundamental que as situações-problema trabalhadas em sala de aula tenham aplicação prática e que sejam capazes de despertar o interesse dos alunos. É importante que os professores saibam lidar com os erros cometidos pelos alunos, uma vez que eles podem ser encarados como uma oportunidade para a aprendizagem. O processo de correção e reflexão sobre os erros pode levar à uma compreensão mais profunda do conteúdo.

Com essa pesquisa, acredita-se que seja possível contribuir de maneira significativa para a melhoria da qualidade da educação. Ao analisar os erros mais comuns dos alunos em relação ao conhecimento de perímetro e área, os professores podem ajustar suas metodologias de ensino para abordar as dificuldades específicas enfrentadas pelos alunos. Os erros dos alunos não devem ser encarados como fracassos ou incapacidades, mas sim como oportunidades valiosas para que os professores reflitam sobre suas práticas de ensino e desenvolvam estratégias mais eficazes. É importante que os professores saibam lidar com esses erros, incentivando a reflexão e a correção, sem desencorajar os alunos. Ao entender a origem dos erros deles, os professores podem adaptar seu ensino de maneira mais eficaz, tornando a aprendizagem mais significativa e prazerosa para todos.

Além disso, a pesquisa pode gerar novos conhecimentos sobre os erros dos alunos em resolução de problemas que abordam os conhecimentos de perímetro e área, contribuindo para a produção de conhecimento na área educacional.

## REFERÊNCIAS

- BASTOS, A. S. A. M.; ALLEVATO, N. S. G. Análise de erros em resolução de problemas: Uma investigação com alunos do 3º semestre de cursos de tecnologia. In: **Simpósio internacional de pesquisa em educação Matemática**. Fortaleza, 2012. p. 1-13. Disponível em: <https://proativa.virtual.ufc.br/sipemat2012/papers/671/submission/director/671.pdf>. Acesso em: 18 fev. 2023.
- BASTOS, C. L. de. **TIC na Matemática: Ensinando e Aprendendo com Tecnologias na Educação**. 2018. Disponível em <https://www.ticsnamatematica.com/2018/01/questoes-de-matematica-para-9-ano-organizadas-por-descritores-da-prova-brasil.html>. Acesso em: 03 mar. 2023.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/SEF, 2018.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- CURY, H. N. **Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos**. São Paulo: Autêntica, 2013.
- CHIQUETTO, M. J. O currículo de Física do Ensino Médio no Brasil: discussão retrospectiva. **Revista e-curriculum**, São Paulo, v. 7, n. 1 abril/2011.
- D'AMBRÓSIO, B. S; D'AMBROSIO, U. **Formação de professores de matemática: professor-pesquisador**. Atos de pesquisa em educação, v. 1, n. 1, p. 75-85, 2006.
- DANTE, L. R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática: 1ª a 5ª séries**. São Paulo: Ática, 1989.
- ECHEVERRÍA, M. P. P.; POZO, J. I. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. **A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender**. Porto Alegre: ArtMed, p. 13-42, 1998.
- GIL, A. C. **Como elaborar Projetos de Pesquisa**. 4 ed. São Paulo: Atlas, 2002.
- LA TORRE, S. D. L. **Aprender com os erros: o erro como estratégia de mudança**. Tradução de Ernani Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2007.
- LIMA, P. F.; BELLEMAIN, P. M. B. Grandezas e medidas. In: **Coleção explorando o ensino**. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2010. p. 167-200.
- MORAES, S. C. P. de. **Nova Escola**. Plano de aula: Perímetro e área na malha quadriculada. 2015. Disponível em <https://novaescola.org.br/planos-de-aula/fundamental/5ano/matematica/perimetro-e-area-na-malha-quadriculada/115>. Acesso em: 03 mar. 2023.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.) **Pesquisa em Educação Matemática**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 199-220.

PERRENOUD, P. **Dez novas competências para ensinar**. São Paulo: Artmed, 2000.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

SILVA, L. P. da. **Um estudo da atenção seletiva na aprendizagem das funções trigonométricas: etiologias e tipologias de erros na perspectiva da neurociência cognitiva**. 2019. 209f. São Cristóvão: Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática - Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2019.

SILVA, T. C. P. da. **Análise de erros e resolução de problemas envolvendo função polinomial do 2º grau**. 2017. 49 p. Monografia (Licenciatura em Matemática) - Universidade Federal de Pernambuco, Pernambuco, 2017.

STEFANI, A; DE PROENÇA, M. C. Análise das dificuldades de alunos dos anos finais do Ensino Fundamental na Resolução de Problemas de perímetro e área. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, 2019, v. 8, n. 16, p. 97-118.

WARLES. Quiz 27: Matemática 9º ano. **Blog do Prof. Warles**. 2016. Disponível em: <https://profwarles.blogspot.com/2016/11/quiz-27-matematica-9-ano.html>. Acesso em: 04 mar. 2023.

## APÊNDICE A

### QUESTIONÁRIO DOS PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Universidade Federal da Paraíba – CAMPUS IV  
 Centro de Ciências Aplicadas e Educação  
 Departamento de Ciências Exatas  
 Curso de Licenciatura em Matemática

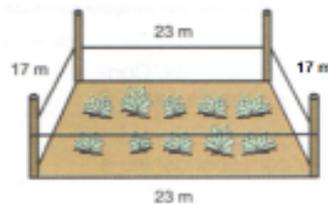


Esta pesquisa faz parte do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) do Curso Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba – Campus IV. Não serão divulgados os nomes dos(as) participantes, assim como não será divulgada a instituição de ensino a qual o(a) mesmo(a) está vinculado(a). Os resultados obtidos neste questionário serão utilizados apenas para fins de divulgação científica.

Obrigada por sua participação.

Nome: \_\_\_\_\_ Série: \_\_\_\_\_

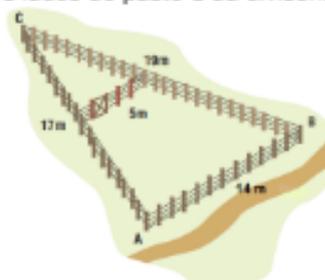
1- Dona Lilá vai cercar uma parte do seu quintal, que tem formato retangular, para plantar salsinha e outros temperos. As medidas do comprimento e largura dessa parte do quintal estão representadas na figura:



Fonte: Disponível em: <https://docs.google.com/document/d/1xR8ci0-y3QEqcAWFy08OFF-wXXe6asss/edit>. Acesso em 03 mar. 2023.

Responda: Qual é a medida da área reservada para plantar a salsinha e os outros temperos de dona Lilá?

2- O Seu Dirceu vai cercar com arame um pasto, que tem um formato de um triângulo. A cerca terá 4 cordas de arame paralelas em volta de todo o pasto, inclusive na divisória do pasto. A figura a seguir tem as medidas dos lados do pasto e da divisória:



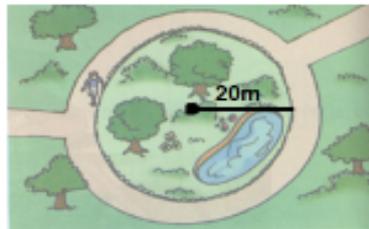
Fonte: Disponível em: <https://profwarles.blogspot.com/2016/11/quiz-27-matematica-9-ano.html>. Acesso em 04 mar. 2023.

**Resposta:** Sabendo que a porteira de madeira da divisória do pasto contém 1 m de comprimento, o Seu Dirceu vai precisar de quantos metros de cordas de arame para cercar todo pasto e colocar a divisória?

3- A janela do banheiro que fica no quarto de Mariana tem o formato de um quadrado, com a largura e a altura medindo 0,45m. Calcule qual o perímetro da janela e qual a área que o buraco dessa janela ocupa na parede.

4- Um pedreiro deseja cobrir o piso de uma sala com formato retangular medindo 10m por 4m e, para isso, quer usar cerâmicas com formato de quadrado com medidas de 20cm por 20cm. Considerando o que foi dito, qual o número mínimo de cerâmicas que o pedreiro vai usar?

5- A prefeitura de Rio Tinto pretende colocar meio fio em torno de uma praça circular de raio 20m. Sabendo que toda forma circular pode ser calculada pela fórmula:  $C = 2 \cdot \pi \cdot R$ , onde  $C$  é o comprimento da circunferência,  $R$  é o raio e  $\pi$  é a constante (considere  $\pi = 3,1$ ).



Fonte: Disponível em: [https://docs.google.com/document/d/1QDL4N4oGh9C775CJcEIR7-qOory\\_dpy6/edit](https://docs.google.com/document/d/1QDL4N4oGh9C775CJcEIR7-qOory_dpy6/edit). Acesso em 03 mar. 2023.

**Resposta:** Qual a medida do contorno da praça para que a prefeitura coloque o meio fio.

6- O Senhor Antônio foi contratado para cercar com tela de aço um campo de futebol de um clube e, também, trocar todo o seu gramado. Usando as medidas dadas, que estão na figura:



Fonte: Disponível em <https://novaescola.org.br/planos-de-aula/fundamental/5ano/matematica/perimetro-e-area-na-malha-quadrada/115>. Acesso em 03 de março de 2023

**Resposta:**

- Quantos metros de tela de aço serão utilizados para cercar o campo de futebol?
- Quantos metros quadrados de grama nova serão utilizados para cobrir todo o campo?

## APÊNDICE B

### CARTA DE AUTORIZAÇÃO



Universidade Federal da Paraíba  
 Campus IV – Litoral Norte  
 Centro de Ciências Aplicadas e Educação  
 Departamento de Ciências Exatas  
 Licenciatura em Matemática

#### AUTORIZAÇÃO PARA REALIZAÇÃO DE PESQUISA

Eu, \_\_\_\_\_,  
 abaixo assinado(a), responsável pela \_\_\_\_\_,  
 autorizo a realização da pesquisa sobre as habilidades dos alunos, dificuldades e os erros mais comuns de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental e da 3ª série do Ensino Médio na resolução de problemas que envolvem área e perímetro, a ser conduzida pela licencianda-pesquisadora Vandenezia Dagnone da Silva, e orientada pela prof.ª Dr.ª Cristiane Fernandes de Souza. Fui informado(a) pela responsável do estudo sobre as características e objetivos da pesquisa para o seu Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), das atividades que serão realizadas e que os dados coletados e analisados não terão a identificação dos estudantes participantes da instituição a qual represento.

Esta instituição está ciente de suas responsabilidades como instituição coparticipante da presente pesquisa de Trabalho de Conclusão de Curso, dispondo de infraestrutura necessária para a garantia de segurança e bem-estar dos envolvidos para a realização da pesquisa.

\_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2023.

\_\_\_\_\_  
 Assinatura e carimbo do responsável institucional