



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CAMPUS IV – LITORAL NORTE
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

DANILO SILVINO DE SOUZA

**Resolução de problemas envolvendo equações polinomiais de
segundo grau: possibilidades e dificuldades.**

Rio Tinto – PB

2022.2

DANILO SILVINO DE SOUZA

**Resolução de problemas envolvendo equações polinomiais de
segundo grau: possibilidades e dificuldades.**

Trabalho Monográfico apresentado à Coordenação
do Curso de Licenciatura em Matemática como
requisito parcial para obtenção do título de Licenciado
em Matemática

Orientadora: Profa. Dra. Surama Santos Ismael da
Costa

Rio Tinto – PB

2022.2

Catálogo na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

S729r Souza, Danilo Silvino de.

Resolução de problemas envolvendo equações polinomiais de segundo grau: possibilidades e dificuldades / Danilo Silvino de Souza. - Rio Tinto, 2023.

54 f. : il.

Orientação: Surama Santos Ismael da Costa.
Monografia (Graduação) - UFPB/CCAÉ.

1. Equações polinomiais de segundo grau. 2. Abordagens pedagógicas. 3. Ensino fundamental. 4. Matemática - ensino. I. Costa, Surama Santos Ismael da. II. Título.

UFPB/CCAÉ

CDU 51

DANILO SILVINO DE SOUZA

Resolução de problemas envolvendo equações polinomiais de segundo grau: possibilidades e dificuldades.

Trabalho Monográfico apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Surama Santos Ismael da Costa.

Aprovado em: 06/06/2023

BANCA EXAMINADORA



Profa. Dra. Surama Santos Ismael da Costa (Orientadora) – UFPB/DCX



Profa. Dra. Claudilene Gomes da Costa – UFPB/DCX



Profa. Ma. Agnes Liliame Lima Soares de Santana – UFPB/DCX

Dedico esta conquista à minha amada família, que tem sido meu pilar e fonte constante de amor, apoio e inspiração ao longo dessa jornada. Agradeço de coração aos meus pais, Maria Bernardo e João Rafael, por seu incansável suporte e encorajamento, que sempre me impulsionaram a alcançar meus objetivos. As minhas queridas irmãs Alexandra Silvino, Juciely Silvino e Thaysa Silvino pelo apoio inabalável e pelas palavras de incentivo nos momentos de desafio. Agradeço também às minhas adoráveis sobrinhas, Adrielly Souza e Mayara Souza, por trazerem alegria e luz aos meus dias. Esta conquista é dedicada a todos vocês, minha família amada, que me ensinaram o valor do trabalho árduo, da perseverança e do amor incondicional. Vocês são minha inspiração e meu maior motivo de orgulho. Obrigado por estarem ao meu lado em cada passo do caminho.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus por ter me proporcionado força, coragem e determinação para persistir neste sonho que carrego desde a minha infância. Agradeço à minha família por seu apoio e presença ao longo de todo esse percurso. Minha mãe, Maria Bernardo, sempre me incentivou a frequentar as aulas e esteve ao meu lado, ajudando tanto financeiramente assim como emocionalmente e ao meu pai João Rafael. Agradeço às minhas irmãs, Alexsandra Silvino e Juciely Silvino, por sempre me incentivarem com palavras de apoio, e à minha terceira irmã, Thaysa Silvino, por ser um dos maiores incentivos para não desistir deste grande sonho, pois sempre quis proporcionar o melhor para ela.

Gostaria de expressar minha gratidão ao meu cunhado, Almir José, por sempre estar disponível para me levar de casa para a universidade e vice-versa quando necessário. Também desejo agradecer à minha maior inspiração, um dos meus professores de matemática, Anelson Donizete. Ele não apenas foi um profissional exemplar, mas também um amigo. Agradeço por me incentivar e ajudar ao longo da minha trajetória estudantil, desde o ensino médio, onde ele foi meu professor, até o momento em que me matriculei no Enem e durante os passos finais para a conclusão do curso.

Sou imensamente grato a Deus por sempre me proteger nas estradas da vida, superando os perigos enfrentados diariamente na minha locomoção de casa até a universidade. Embora não tenha sido fácil, o meu sonho sempre foi maior. Gostaria de expressar meu profundo agradecimento a uma grande amiga que a vida me presenteou e com quem pude compartilhar grande parte desses momentos de aflição. Juntos, enfrentamos noites chuvosas e situações perigosas, e é com toda sinceridade que agradeço a você, minha amiga Brenda Estevão.

Quero expressar minha gratidão a alguns colegas de curso que foram fundamentais para a conclusão deste grande sonho, em especial a Alexander Bernardo, Anderson João, Letícia Freire, Vandenezia Dagnone, com quem compartilhei risadas, desafios e experiências inesquecíveis. Juntos, superamos obstáculos e celebramos cada conquista.

Ao alcançar este marco, não posso deixar de expressar minha gratidão a todos os professores e educadores que cruzaram o meu caminho ao longo dessa jornada acadêmica. Suas paixões, conhecimentos e dedicação me inspiraram profundamente, moldando a forma como encaro a educação e o impacto que desejo ter na vida dos meus futuros alunos. Aprendi muito com cada um de vocês ao longo desta jornada em minha trajetória. À universidade e aos professores que me guiaram, meu mais profundo agradecimento. A instituição proporcionou

um ambiente propício ao aprendizado, à exploração de novos horizontes e ao desenvolvimento das habilidades necessárias para a minha formação profissional.

Gostaria de expressar minha profunda gratidão à minha orientadora, professora Surama. Sua participação nessa jornada foi verdadeiramente marcante e teve um impacto extremamente positivo em mim. Lembro-me vividamente de um momento crucial em que me senti inseguro sobre meus conhecimentos para a realização da minha primeira prova na universidade, na disciplina de Cálculo I, na qual ela era a professora. Para minha surpresa e alegria, obtive um bom desempenho, e os elogios e incentivos generosamente oferecidos por ela fortaleceram minha confiança e minha crença em minha capacidade de seguir adiante.

Sua abordagem pedagógica cativante e eficiente foi o que inicialmente me fez pensar em convidá-la para ser minha orientadora. Ao longo do tempo, suas orientações valiosas, dicas perspicazes e disposição constante em me auxiliar e guiar para aprimorar meu trabalho foram inestimáveis. Sou imensamente grato por sua dedicação em compartilhar seu conhecimento e experiência, contribuindo significativamente para o desenvolvimento deste trabalho.

A orientação da professora Surama desempenhou um papel fundamental em minha jornada acadêmica e na conclusão deste TCC (Trabalho de conclusão de curso). Seu comprometimento, paciência e apoio incansável foram essenciais para minha evolução pessoal e profissional. Sou verdadeiramente privilegiado por ter tido a oportunidade de aprender com ela e contar com sua orientação.

Mais uma vez, expresso minha sincera gratidão à professora Surama por sua contribuição valiosa, orientação inspiradora e dedicação contínua ao longo deste projeto.

Por fim, aos meus alunos futuros, dedico todo o meu empenho e compromisso em proporcionar uma educação de qualidade, cultivar a curiosidade e o pensamento crítico, e inspirá-los a alcançar seus sonhos. Esta jornada é apenas o começo, e mal posso esperar para enfrentar os desafios e vivenciar as alegrias que a carreira de professor me reserva.

A todos que contribuíram para a minha formação como educador, meu mais sincero agradecimento. Sem vocês, nada disso seria possível. Esta conquista é nossa!

Não existem problemas insolúveis; apenas existem
soluções ainda não descobertas.

Thomas Edison

RESUMO

Este trabalho abordou as dificuldades encontradas por alunos do 9º ano do Ensino Fundamental na resolução de problemas envolvendo equações polinomiais de segundo grau. A pesquisa foi realizada na Escola Municipal de Ensino Infantil e Ensino Fundamental Luiz José Gonçalo, localizada no distrito de Inhaúa na cidade de Sapé-PB, com o objetivo de investigar e analisar as dificuldades dos alunos nesse processo. A pesquisa foi classificada como qualitativa, explicativa e participante. Inicialmente, uma avaliação diagnóstica, com a participação de 31 alunos da turma, foi aplicada para verificar o nível de conhecimento dos alunos em relação às equações polinomiais de segundo grau. Os resultados revelaram que todos os alunos da turma não tinham conhecimento sobre qual fórmula utilizar para resolver esses problemas. Com base nesse diagnóstico, foi desenvolvida uma sequência didática, nesta segunda fase da pesquisa 30 alunos participaram, com o objetivo de facilitar a aprendizagem dos alunos e apresentar novas abordagens para o processo de ensino-aprendizagem. Após a aplicação da sequência didática, uma nova avaliação, no qual foi utilizado um questionário contendo 7 questões abertas e fechadas, foi realizada para comparar os resultados com a avaliação diagnóstica inicial. A avaliação final contou com uma amostra de 30 alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, e os resultados mostraram que, após o estudo das equações polinomiais de segundo grau, 23 alunos adquiriram conhecimento sobre esse tipo de equação, enquanto 7 ainda não haviam compreendido completamente o tema. Esses resultados evidenciam a importância de abordagens pedagógicas que busquem superar as dificuldades encontradas pelos alunos na resolução de equações polinomiais de segundo grau. A utilização de sequências didáticas e estratégias diferenciadas podem contribuir para uma aprendizagem mais significativa e efetiva nesse conteúdo matemático.

Palavras-chave: Equações polinomiais de segundo grau. Abordagens pedagógicas. Ensino fundamental.

ABSTRACT

This work addresses the difficulties faced by 9th-grade students in solving problems involving second-degree polynomial equations. The research was conducted at Luiz José Gonçalo Municipal School, aiming to investigate and analyze the students' difficulties in this process. The research was classified as qualitative, explanatory, and participatory. Initially, a diagnostic assessment was applied to assess the students' level of knowledge regarding second-degree polynomial equations. The results revealed that all students in the class had no knowledge of which formula to use to solve these problems. Based on this diagnosis, a didactic sequence was developed to facilitate the students' learning and introduce new approaches to the teaching-learning process. After implementing the didactic sequence, a new assessment was conducted to compare the results with the initial diagnostic assessment. The final assessment involved 30 students, and the results showed that, after studying second-degree polynomial equations, 23 students acquired knowledge about this type of equation, while 7 still had not fully understood the topic. These findings highlight the importance of pedagogical approaches that aim to overcome the difficulties encountered by students in solving second-degree polynomial equations. The use of didactic sequences and differentiated strategies can contribute to a more meaningful and effective learning experience in this mathematical content.

Keywords: Second-degree polynomial equations. Pedagogical approaches. Elementary education.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – François Viéte (esquerda) e René Descartes (direita).....	19
Figura 2 – Papiro de Moscou.....	20
Figura 3 – Fachada da escola E.M.E.I.E.F. Luiz José Gonçalo	28
Figura 4 – Alunos respondendo avaliação diagnóstica	32
Figura 5 – Avaliação diagnóstica	33
Figura 6 – Resultados da avaliação diagnóstica	34
Figura 7 – Aplicação de exercícios e problemas	37
Figura 8 – Alunos jogando	41
Figura 9 – Aluna respondendo avaliação final	42
Figura 10 – Resultados da avaliação final	43

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	12
1.1	Delimitação do tema e problema de pesquisa	12
1.2	Justificativa da Pesquisa	13
1.3	Objetivos.....	14
1.3.1	Objetivo geral	14
1.3.2	Objetivos específicos	14
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	15
2.1	As equações polinomiais do 2º grau: diferentes resoluções e possibilidades de uso	15
2.2	Um pouco da história das Equações do segundo grau	17
2.3	A resolução de problemas em Matemática.....	21
3	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	27
3.1	Apresentação do contexto da pesquisa	27
3.2	Classificação da pesquisa	28
3.3	Etapas e instrumentos da pesquisa	29
4	RESULTADOS E DISCURSÕES	31
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	44
	REFERÊNCIAS	45
	APÊNDICE A – AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA	46
	APÊNDICE B – SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....	48

1 INTRODUÇÃO

1.1 Delimitação do tema e problema de pesquisa

Este Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) insere-se na área Educação Matemática e investiga os processos de ensino e aprendizagem envolvidos nas resoluções de problemas de equações polinomiais de segundo grau, através das dificuldades apresentadas por alunos do 9º ano do ensino fundamental da Escola Municipal de Ensino Infantil e Ensino Fundamental Luiz José Gonçalo localizada no Distrito de Inhaúa na cidade de Sapé-PB.

Aprender equações de segundo grau, também conhecidas como equações quadráticas, pode ser um desafio para muitos alunos. As equações polinomiais de segundo grau compõem a unidade temática de Álgebra, e são tratadas como objetos de conhecimento no 8º e 9º ano do Ensino Fundamental. Porém, segundo a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018), para resoluções de equações de segundo grau no 9º ano são necessários domínio de conteúdos trabalhados nos anos anteriores.

No Ensino Fundamental – Anos Finais, os estudos de Álgebra retomam, aprofundam e ampliam o que foi trabalhado no Ensino Fundamental – Anos Iniciais. Nessa fase, os alunos devem compreender os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão, estabelecer uma generalização de uma propriedade, investigar a regularidade de uma sequência numérica, indicar um valor desconhecido em uma sentença algébrica e estabelecer a variação entre duas grandezas (BRASIL, 2018, p.272).

O tema da pesquisa trata das dificuldades encontradas pelos alunos nos procedimentos para se resolver uma equação polinomial de segundo grau. Essas dificuldades podem ser de natureza diversa, desde entender o conceito de variáveis, o que pode ser confuso para alguns alunos que não estão familiarizados com esse conceito, até aprender alguns métodos de resolução e entender quando usar cada um. Essa pesquisa se principia com a seguinte problemática: *Quais as dificuldades apresentadas por alunos do 9º ano do Ensino Fundamental na resolução de problemas envolvendo equações polinomiais de segundo grau?*

Temos o propósito de pesquisar, investigar e analisar, com a contribuição de licenciandos em matemática, as dificuldades de alunos no desenvolvimento do processo de resolução de exercícios e problemas matemáticos de equações polinomiais de segundo grau. Como também apresentar uma sequência didática como proposta de superação das dificuldades apresentadas.

1.2 Justificativa da Pesquisa

O tema escolhido para esta pesquisa surgiu a partir de uma experiência com alunos de uma turma do 9º da instituição educacional Escola Cidadã Integral Dr. Gustavo Fernandes Lima Sobrinho, localizada no município de Mamanguape-PB, no período de regência de Estágio Supervisionado III de Matemática.

Durante o período de regência do referido estágio, foi possível perceber muitas dificuldades dos alunos para resolver algumas equações polinomiais de segundo grau. Dentre essas dificuldades foi possível identificar que quase toda turma não conseguia, por exemplo, realizar as quatro operações básicas da matemática, calcular raiz quadrada e resolver potências, entre outras dificuldades. Desta forma é possível constatar que os alunos sentem dificuldades em conteúdos matemáticos de séries anteriores ao 9º ano, assim dificultando o processo de resoluções de equações polinomiais de segundo grau.

Booth relata alguns erros e dificuldades cometidos e enfrentadas por alunos no processo de aprendizagem na matemática. De acordo com Booth (1984, p.24 apud SILVA, 2017, p.23):

- a) o foco da atividade algébrica e a natureza das “respostas”;
- b) o uso da notação e da convenção em álgebra;
- c) o significado das letras e das variáveis;
- d) os tipos de relações e métodos usados em aritmética;

Essas dificuldades também podem decorrer da falta de interpretação dos símbolos e letras nas expressões algébricas, devido a aprendizagem que antecede os estudos de equações polinomiais de segundo grau. Como diz Silva (2017, p.23): “Desta forma a falta da aprendizagem das equações do 2º grau para os alunos, decorre de não entenderem desde o princípio nas noções algébricas ocasione uma grande dificuldade em assimilar e compreender, o que não se é esperado para esse novo nível de aprendizagem. ”

Assim é possível perceber que essas dificuldades enfrentadas pelos alunos em anos anteriores no Ensino Fundamental da matemática dificulta a compreensão do objeto de conhecimento, equações polinomiais de segundo grau, e conseqüentemente o processo de resoluções problemas. Para Silva (2017):

Outro fato que se deve levar em conta na aprendizagem para equações e em particular nas equações do 2º grau que é o foco do nosso estudo são as dificuldades encontradas pelos alunos, na qual por se tratar de um conteúdo de elevada abstração, o professor tem o papel principal de buscar meios para melhorar a forma de apresentar esse conteúdo fazendo com que essa aprendizagem seja significativa, que para muitos alunos representa uma nova etapa no seu aprendizado (SILVA, 2017, p.22).

A perspectiva deste trabalho é que as dificuldades enfrentadas pelos alunos do 9º ano apresentadas na pesquisa, contribuam para novas formas de ensinar de professores buscando suprir essas dificuldades, seguindo no mesmo sentido de Silva (2017). Incluiremos nessa análise os licenciandos em Matemática para que possam juntamente com o pesquisador compreender essas dificuldades como um processo formativo do futuro professor.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo geral

Identificar as dificuldades de alunos do 9º ano de Ensino Fundamental na resolução de exercícios e problemas envolvendo equações polinomiais de segundo grau, apresentando possibilidades para suprir essas dificuldades.

1.3.2 Objetivos específicos

- Propor exercícios e problemas matemáticos envolvendo equações polinomiais de segundo grau completas e incompletas a alunos do 9º ano do Ensino Fundamental.
- Identificar dificuldades e apresentar possibilidades á alunos do 9º ano no processo de resolução de exercícios e problemas com equações polinomiais de segundo grau.
- Apresentar e analisar possibilidades inovadoras para o ensino das equações polinomiais de segundo grau, explorando métodos de resolução que facilitem a compreensão, despertem o interesse dos estudantes e promovam a aplicação prática dos conceitos matemáticos.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 As equações polinomiais do 2º grau: diferentes resoluções e possibilidades de uso

Para iniciar os estudos de equações polinomiais de segundo grau é necessário conhecer o que é uma equação de segundo grau. O livro didático “A Conquista da Matemática” dos autores Giovanni e Castrucci da editora FTD em sua 4ª edição (2018, p.89) definem uma equação de segundo grau da seguinte forma: “Denomina-se equação do 2º grau na incógnita x toda equação da forma $ax^2 + bx + c = 0$, em que a , b e c são números reais e $a \neq 0$ ”.

Temos a definição da equação polinomial de segundo grau com o a (coeficiente do x^2 na equação) necessariamente sendo diferente de zero, pois caso contrário originaria-se uma equação de primeiro grau do tipo $bx + c = 0$. As equações de segundo grau podem se caracterizar de dois tipos sendo elas, completas ou incompletas. Segundo os autores Giovanni e Castrucci (2018, p.90) por definição, sempre a será diferente de zero em uma equação desse tipo. Porém, b ou c podem ser iguais a zero, o que caracteriza uma equação polinomial de segundo grau incompleta, por outro lado sendo $b \neq 0$ e $c \neq 0$ a equação se diz completa.

Existem algumas formas diferentes de se resolver equações de segundo grau, sejam elas completas ou incompletas. Vejamos alguns casos a seguir.

- Equações de segundo grau incompletas

1º caso: $ax^2 + b = 0$. Então, tem-se: $x(ax + b) = 0$

Colocando o x em evidência, temos o produto de dois números, com o produto de dois números igual a zero temos que $x = 0$; $x = -b/a$, assim sendo as raízes da equação.

2º caso: $ax^2 - c = 0$. Neste caso, podemos resolver da seguinte forma:

$$ax^2 = c$$

$$x^2 = c/a$$

$$x = \sqrt{c/a}$$

Logo, as raízes da equação serão $x = \sqrt{c/a}$ e $x = -\sqrt{c/a}$.

3º caso: $ax^2 = 0$.

Fagno (2013, p.24) diz o seguinte: “[...] se o produto de dois números é igual a zero ($a \cdot x^2 = 0$), existem três possibilidades: $a = 0$; $x^2 = 0$ ou $a = x^2 = 0$.”

- Para a resolução de uma equação de segundo grau completa pode-se utilizar o processo geométrico de al-khwarizmi ou utilizar o processo de Bhaskara, processo geral para a resolução de equações polinomiais de segundo grau. Para a resolução de equações polinomiais de segundo grau utilizando Bhaskara é utilizada a seguinte fórmula: $x = -b$

$\pm \sqrt{b^2 - 4ac} / 2a$, onde a expressão $b^2 - 4ac$ pode ser substituída pela letra grega Δ (delta), podendo ser escrita $x = -b \pm \sqrt{\Delta} / 2a$.

Existem outros métodos para resolver uma equação quadrática. Aqui estão alguns dos métodos mais comuns:

Fatoração: Se uma equação quadrática pode ser fatorada, ela pode ser resolvida definindo cada fator igual a zero. Por exemplo, a equação $x^2 + 5x + 6 = 0$ pode ser fatorada como $(x + 2) \cdot (x + 3) = 0$, que fornece as soluções $x = -2$ e $x = -3$.

Completando o quadrado: Este método envolve adicionar e subtrair um termo constante para tornar a expressão quadrática um trinômio quadrado perfeito, que pode ser facilmente resolvido. Por exemplo, a equação $x^2 + 6x - 5 = 0$ pode ser resolvida completando o quadrado da seguinte forma:

$$x^2 + 6x - 5 = 0$$

$$x^2 + 6x + 9 = 14$$

$$(x+3)^2 = 14$$

$$x + 3 = \pm\sqrt{14}$$

$$x = -3 \pm\sqrt{14}$$

Estes são alguns dos métodos mais comuns para resolver uma equação quadrática. Outros métodos incluem usar a propriedade da raiz quadrada e representar graficamente a equação para encontrar as soluções.

Existem muitos exemplos da vida real que podem ser resolvidos usando equações quadráticas. Aqui estão alguns exemplos:

Movimento do projétil: quando um objeto é arremessado ou lançado no ar, sua trajetória pode ser modelada usando uma equação quadrática. Por exemplo, uma bola de beisebol lançada do solo em um ângulo de 45 graus com uma velocidade inicial de 40 metros por segundo pode ser modelada usando a equação $h = -5t^2 + 40t$, onde h é a altura da bola em metros e t é o tempo em segundos. Resolver esta equação pode nos dizer quando a bola atingirá o solo.

Distância e velocidade: Um carro viajando a uma certa velocidade pode ser modelado usando uma equação quadrática. Por exemplo, se um carro está viajando a uma velocidade de

60 milhas por hora e leva 2 horas para percorrer uma certa distância, a equação $d = 60t - 2t^2$ pode ser usada para encontrar a distância d percorrida pelo carro. A resolução dessa equação pode nos dizer a distância percorrida pelo carro em 2 horas.

Lucro e receita: o lucro ou receita de uma empresa pode ser modelado usando uma equação quadrática. Por exemplo, o lucro de uma empresa pode ser modelado pela equação $p = -0,05q^2 + 50q - 2000$, onde p é o lucro em dólares e q é a quantidade de produtos vendidos. Resolver essa equação pode nos dizer a quantidade de produtos que a empresa precisa vender para atingir o ponto de equilíbrio ou obter um certo lucro.

Geometria: As equações quadráticas também podem ser usadas para resolver problemas geométricos, como encontrar as dimensões de um retângulo ou o comprimento da diagonal de um quadrado. Por exemplo, se a área de um retângulo é dada como 100 metros quadrados e o comprimento é 5 metros a mais que a largura, a equação quadrática $w^2 + 5w - 100 = 0$ pode ser usada para encontrar a largura w e o comprimento l de o retângulo. Resolver esta equação pode nos dizer as dimensões do retângulo.

2.2 Um pouco da história das Equações do segundo grau

A matemática está inserida no cotidiano do ser humano, e mesmo sem perceber o homem já fazia uso da matemática desde quando passou a viver da agricultura e criação de animais. Com o passar do tempo e a evolução da civilização, a matemática passou a desempenhar um papel cada vez mais fundamental na sociedade. Desta forma, essa disciplina está cada vez mais presente no dia a dia do ser humano, contribuindo para melhores condições de vida (Silva, 2018). Está presente em diversas atividades do nosso dia a dia, desde as mais simples até as mais complexas. Por exemplo, a matemática está presente em operações simples como contar dinheiro, fazer compras no supermercado, calcular tempo de percurso de uma viagem, até em atividades mais complexas como em cálculos matemáticos para a construção de pontes, edifícios, na engenharia, na medicina, nas ciências sociais, na economia, na computação, entre outras áreas.

Assim o estudo da história da matemática pode possibilitar uma importante contribuição no ensino e aprendizagem nessa área de conhecimento. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998, p. 42):

A História da Matemática pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem dessa área do conhecimento. Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e

processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento.

A matemática é uma ferramenta fundamental para o desenvolvimento da tecnologia, da ciência e da inovação em geral. Ela permite aos seres humanos realizar cálculos precisos, modelar fenômenos naturais e artificiais, compreender padrões e relações entre os elementos, e tomar decisões com base em dados quantitativos. Considerando assim todo o avanço que houve na disciplina é importante utilizar essas ferramentas que surgiram ao longo da evolução no processo matemático para tornar a disciplina atrativa e interessante, buscando estimular o interesse pelo conhecimento no aluno.

As equações de segundo grau, também conhecidas como equações quadráticas, têm uma longa história que remonta às civilizações antigas. Os babilônios, egípcios e gregos tinham conhecimento de equações quadráticas e as usavam em seus problemas matemáticos. Desta forma, a equação polinomial de segundo grau tem uma longa história, partilhada por várias civilizações que se preocupavam em encontrar soluções para essas equações. De início essas civilizações formulavam o processo para a resolução dos problemas, achar as raízes de equações de segundo grau, através de palavras, seguindo um passo a passo até chegar em um resultado para o problema proposto (Oliveira, 2013).

A equação polinomial de segundo grau, é uma das mais antigas equações estudadas na história da matemática. Acredita-se que os babilônios, cerca de 4.000 anos atrás, já sabiam como resolver equações do tipo $ax^2 + bx + c = 0$, usando métodos geométricos. O exemplo mais antigo conhecido de uma equação quadrática estão relacionados a resolução de problemas envolvendo área e volume. Eles foram capazes de resolver equações de segundo grau da forma usando métodos geométricos, como desenhar quadrados e retângulos

Os gregos, como Euclides e Arquimedes, também trabalharam com equações polinomiais de segundo grau em suas obras, desenvolvendo métodos algébricos para a resolução dessas equações. Eles também descobriram a fórmula para encontrar as raízes de uma equação quadrática, conhecida como fórmula quadrática. Os hindus, por sua vez, também fizeram importantes contribuições para a solução de equações polinomiais de segundo grau, desenvolvendo técnicas de fatoração e completando o quadrado.

Mais tarde, durante a Idade Média, os matemáticos árabes como Al-Khwarizmi e Al-Karaji desenvolveram métodos mais sofisticados para a solução de equações quadráticas, incluindo a utilização de frações contínuas e o método da substituição, o que permitiu uma compreensão mais profunda das equações quadráticas e suas propriedades, como a natureza de suas raízes e o comportamento de seus gráficos.

A notação algébrica utilizada hoje, iniciou com a criação de matemáticos recentes como François Viète (1540- 1603) e adaptada para a forma atual por René Descartes (1596-1650) (Oliveira, 2013, p.10).

Em resumo, a equação polinomial de segundo grau tem uma longa e rica história, com contribuições de várias civilizações ao longo dos séculos. O desenvolvimento dessas técnicas para a solução de equações quadráticas foi um marco importante no desenvolvimento da matemática, e é um exemplo do poder da colaboração e do compartilhamento de conhecimento em diferentes culturas.

Figura 1 – François Viète (esquerda) e René Descartes (direita).



Fonte: (<https://www.slideserve.com/leanne/equa-es-do-2-grau>). Acesso em 24/03/2023.

De acordo com Oliveira (2013, p.10) os egípcios trabalhavam com equações polinomiais de segundo grau de maneira simples, um dos exemplos se encontra no papiro de Moscou 1850 a.C onde se pede para calcular a base de um triângulo cuja altura l é igual a $3/4$ da medida da base e área do retângulo igual a 12 .

O problema descrito no Papiro de Moscou envolve a resolução de uma equação polinomial de segundo grau. De acordo com a descrição do problema, a altura do triângulo l é igual a $3/4$ da base x e a área do retângulo A é igual a 12 .

Para resolver este problema, podemos utilizar a fórmula da área do triângulo ($A = 1/2 x l$) para encontrar a área do triângulo em termos de x :

$$A = (1/2) x (3/4x) = 3/8 x^2$$

Também sabemos que a área do retângulo é 12 , então podemos escrever:

$$3/8 x^2 = 12$$

Multiplicando ambos os lados da equação por $8/3$, temos:

$$x^2 = 32$$

Tomando a raiz quadrada em ambos os lados, obtemos:

$$x = \pm \sqrt{32}$$

$$x \approx \pm 5,66$$

Como a base do triângulo deve ser um número positivo, descartamos a solução negativa e concluímos que a base do triângulo é de aproximadamente 5,66 unidades de medida.

Figura 2 – Papiro de Moscou



Fonte: (<http://mundomatematicodocaldas.blogspot.com/2013/10/>). Acesso em 23/03/2023.

Os Babilônios escreviam os problemas relacionados a equações polinomiais de segundo grau em tábuas de argilas através de palavras como uma “receita matemática” onde só era fornecido uma raiz positiva como solução. O primeiro registro conhecido encontrado, data de 1700 a.C, aproximadamente. Exemplo: Qual é o lado de um quadrado em que a área menos o lado dá 870? E a “receita” era: Tome a metade de 1 e multiplique por ela mesma. Some o resultado a 870 (termo independente). Obtém-se um quadrado cujo lado somado à metade de 1

vai dar o lado do quadrado procurado (Pedroso, 2010, p.2). Um exemplo de problemas conhecidos pelos babilônicos tratava-se da determinação de dois números quando conheciam a soma e o produto dos dois números. De acordo com Giovanni e Castrucci (2018, p.88): “A resolução desses problemas era estritamente geométrica: considerava-se o produto de dois números com a área, e a soma deles, como o semiperímetro de um retângulo.

Tendo esses dois números dados como as medidas dos lados do retângulo, sendo sempre números naturais, para a solução de problemas utilizando esse método tornava-se muito longo e cansativo para chegar a um resultado ao problema. O que fez mais tarde os gregos e em seguida os árabes a buscarem desenvolver métodos mais simples para a solução de problemas envolvendo equações polinomiais de segundo grau (Giovanni e Castrucci, 2018).

Em busca de procedimentos que facilitassem a resolução desses problemas Giovanni e Castrucci (2018) destacam que:

No século IX, al-khwarizmi, matemático árabe, desenvolveu um processo para a resolução desses problemas, que deu início a chamada Álgebra Geométrica. No século XII, com base nos estudos feitos por al-khwarizmi, o matemático hindu Bhaskara (1114-1185) apresentou um processo puramente algébrico, que permitia resolver qualquer equação do 2º grau (GIOVANNI e CASTRUCCI, 2018, p.88).

A partir desse processo, os matemáticos puderam chegar a uma fórmula que é utilizada até os dias atuais para a resolução desses problemas, essa fórmula ficou conhecida como fórmula resolutive para equações polinomiais de segundo grau (Giovanni e Castrucci, 2018).

Hoje, as equações quadráticas são parte essencial da matemática e têm inúmeras aplicações em ciência, engenharia e tecnologia.

2.3 A resolução de problemas em Matemática

A matemática pode ser uma disciplina desafiadora para muitos alunos. É vista por muitos de forma negativa, como uma disciplina temida, isso pode dificultar o processo de ensino aprendizagem entre o professor e o aluno. No entanto, os professores podem buscar alternativas para tornar o ensino mais interessante e acessível. Considerando esse contexto o professor pode buscar desmitificar esse pensamento idealizando alternativas para introduzir o conteúdo abordado na vivência do aluno de forma que venha a perceber que a matemática está inserida em seu cotidiano. Por exemplo, ensinar geometria por meio de desenhos de construções famosas, ensinar frações por meio de receitas de culinária, entre outros exemplos. Outra alternativa é utilizar tecnologia para tornar o ensino mais interativo e lúdico. Jogos, aplicativos e softwares educacionais podem ajudar os alunos a aprender de maneira mais divertida e eficaz.

Além disso, o professor pode estimular o trabalho em grupo e o debate em sala de aula. Isso pode ajudar os alunos a compartilharem suas dificuldades e a encontrar soluções em conjunto, tornando a aprendizagem mais colaborativa e significativa.

Muitos professores ainda se prendem ao método tradicional de ensino, não se desafiando a novos métodos e estratégias que busquem facilitar o processo de ensino aprendizagem. É importante que os professores de matemática estejam abertos a novas estratégias e metodologias, e que busquem constantemente formas de tornar o ensino mais interessante e acessível para seus alunos.

No processo ensino aprendizagem existe uma troca de conhecimento entre o professor e o aluno, já que o professor a cada aula tem uma nova experiência em sua formação. Desse modo aprender de forma prazerosa buscando facilitar esse processo, podendo assim o professor buscar explorar por novas metodologias que satisfaçam isso, assim como diz Ribeiro (2020):

A adoção de metodologias ativas de ensino possibilita ao professor poder por meio de projetos de ensino e aprendizagem com a utilização de tecnologias educacionais proporcionem aos alunos uma aprendizagem mais satisfatória e significativa. Dentre as tecnologias educacionais temos o mais utilizado como os livros didáticos que nos dias atuais podem interagir com as tecnologias digitais. Também temos os jogos educativos matemáticos que possibilitam uma aprendizagem por meio do entretenimento. Ressaltamos que independentemente dos recursos utilizados pelo professor, o mesmo tem que estar contemplado em um planejamento pedagógico para que possam alcançar os objetivos desejados e as habilidades desenvolvidas nos alunos. (RIBEIRO, 2020, p.10)

Assim buscar utilizar novas estratégias e novas metodologias para introduzir uma forma prazerosa na busca pelo conhecimento, trazendo também para a realidade vivenciada quanto ao aluno.

No processo de resoluções de problemas matemáticos o professor pode instigar no aluno o interesse por uma solução para o problema que lhe é proposto e mostrar como a matemática está presente em diversas situações cotidianas. Ao fazer isso, o professor pode ajudar os alunos a compreenderem que a matemática não é apenas uma disciplina abstrata e teórica, mas sim uma ferramenta prática e útil em suas vidas. Estimular o aluno a desenvolver um novo olhar quanto a matemática em seu cotidiano, assim como traz a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018):

No Ensino Fundamental, essa área, por meio da articulação de seus diversos campos – Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade –, precisa garantir que os alunos relacionem observações empíricas do mundo real a representações (tabelas, figuras e esquemas) e associem essas representações a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), fazendo induções e conjecturas (BRASIL, 2018, p.265).

Uma das formas de instigar o interesse dos alunos é apresentar problemas que sejam desafiadores, mas também interessantes e relevantes para os alunos; outra forma é através de exemplos práticos de situações cotidianas em que a matemática é utilizada. O professor pode instigar o interesse dos alunos na matemática ao apresentar problemas desafiadores e relevantes, e mostrar como a matemática está presente em diversas situações cotidianas. Isso pode ajudar os alunos a desenvolverem um novo olhar quanto à matemática e a compreenderem a sua importância em suas vidas.

Buscando desenvolver no aluno a capacidade de resolver problemas reais de acordo com as oportunidades e possibilidades que são propostos ao aluno. Segundo a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018):

Assim, espera-se que eles desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações. A dedução de algumas propriedades e a verificação de conjecturas, a partir de outras, podem ser estimuladas, sobretudo ao final do Ensino Fundamental (BRASIL, 2018, p.265).

Dante (1989, p.9) define um problema como “[...] qualquer situação que exija o pensar do indivíduo para solucioná-la”. Para solucionar um problema requer pensar em como se pode resolvê-lo. O mesmo não ocorre na resolução de um exercício, os quais geralmente podem ser resolvidos passo a passo com a execução de algoritmos da adição, subtração, multiplicação e divisão de números naturais (DANTE,1989). São exemplos de exercícios questões do tipo: *Calcule o valor de $112 + 15$* . Desse modo exercícios não contém uma problemática que leve o indivíduo a pensar, a buscar maneiras de solucionar as questões.

Assim para solucionar um problema é necessário pensar em como pode resolvê-lo, pensar em meios e possibilidades para chegar a uma solução. Existem alguns tipos diferentes que podem caracterizar um problema, são eles: Problemas-padrão, a resolução deste tipo de problema envolve uma aplicação direta de algum algoritmo sem exigir estratégias, Dante (1989, p.17); Problemas-padrão simples, este tipo de problema se caracteriza como um problema que não exige uma problemática para ser resolvido seu enunciado é simples de ser compreendido; Problemas-padrão compostos, traz em seu enunciado dados compostos onde exige uma observação e análise de seus dados; Problemas-processo ou heurísticos, segundo Dante (1989, p.17): “são problemas cuja solução envolve operações que não estão contidas no enunciado”; Problemas de aplicação, segundo Dante (1989, p.20): “são aqueles que retratam situações reais

do dia-a-dia e que exigem o uso da matemática para serem resolvidos, e Problemas de quebra-cabeça, são problemas que envolvem e desafiam grande parte dos alunos. Geralmente constituem a chamada matemática recreativa, e sua solução depende quase sempre, de um truque de sorte, Dante (1989, p.21).

Dessa forma, Polya (1977, p.2) apresenta dois objetivos onde o professor pode utilizá-los ao fazer uma indagação a seus alunos, são eles: “Primeiro auxiliá-los a resolver o problema que lhe é apresentado, segundo desenvolver no estudante a capacidade de resolver futuros problemas por si próprio”. Assim, se o aluno conseguir resolver o problema que lhe foi proposto, vai assimilar conhecimentos e experiência em sua capacidade de resolver problemas.

Nas resoluções de equações polinomiais de segundo grau não deve ser diferente, o aluno precisa se sentir confiável e estimulado de buscar por uma solução para seu problema. É importante que o aluno se sinta motivado e confiante para enfrentar os desafios que a resolução de equações de segundo grau apresenta. O professor deve estar atento a isso e buscar alternativas de ensino que sejam claras, objetivas e estimulantes, com o intuito de despertar o interesse do aluno pelo assunto e fazer com que ele se sinta capaz de resolver as equações propostas.

O momento dos estudos das equações polinomiais de segundo grau possibilita ao aluno um aprofundamento em seu conhecimento algébrico, é um importante marco na formação matemática do aluno, pois permite a ele explorar conceitos como fatoração, completando quadrados, discriminante, entre outros. Além disso, é uma oportunidade para o aluno desenvolver habilidades de raciocínio lógico e dedutivo, já que a resolução de uma equação exige a aplicação de diversas propriedades matemáticas e a manipulação de símbolos de forma estruturada e coerente. Para Silva (2017):

Esse estudo oportuniza ao aluno um conhecimento algébrico na sua aprendizagem, na qual desta forma irá levar o aluno a um conhecimento considerado elevado de abstração, sendo exploradas e utilizadas situações que irão colaborar e oferecer o desenvolvimento e ampliação dos conceitos necessários para as suas aptidões na utilização de procedimentos algébricos e geométricos. (SILVA, 2017, p.22)

Na resolução de um exercício de uma equação polinomial de segundo grau, podem ser aplicados métodos como esse, onde o professor pode auxiliar seu aluno em um exercício de uma equação, o professor deve estar disponível para tentar sanar as dúvidas dos alunos, oferecendo suporte e orientação em todo o processo de aprendizagem. Com uma abordagem adequada, a resolução de equações polinomiais de segundo grau pode se tornar uma experiência enriquecedora e gratificante para o aluno. Para despertar o interesse em resolver novos

exercícios, com o objetivo de utilizar o processo proposto por seu professor. Sem se prender a uma única forma geral, onde dificulta e deixa ainda mais trabalhoso o processo de resolução de um exercício desses.

Nesse sentido, o professor pode propor maneiras diferentes de se resolver uma equação polinomial de segundo grau, buscando desenvolver a capacidade dos alunos em problemas propostos, seguindo como exemplo os métodos apresentados pelo professor, assim como diz Polya (1977):

O professor que deseja desenvolver nos estudantes a capacidade de resolver problemas deve incutir em suas mentes algum interesse por problemas e proporcionar-lhes muitas oportunidades de imitar e de praticar. Quando o professor tenciona desenvolver nos seus alunos as operações mentais correspondentes às indagações e sugestões da nossa lista, ele as apresenta tantas vezes quanto ao puder fazer com naturalidade (POLYA, 1977, p.3)

Resolver um problema matemático não precisa ser visto aos olhos do aluno como algo a se fazer dificultoso, é importante para o professor evitar que os alunos vejam a matemática como algo difícil e inacessível. Para isso, é importante que o professor aborde os conceitos de forma clara e didática, utilizando exemplos simples e concretos, e mostrando a aplicação da matemática no mundo real. Além disso, o professor pode incentivar os alunos a participar ativamente das aulas, fazendo perguntas, resolvendo problemas e discutindo as soluções encontradas.

Em uma equação de segundo grau por exemplo, trazendo para o nosso objeto de estudo, o professor pode mostrar como elas são utilizadas em situações reais, como no mapeamento de trajetórias de projetos ou na inspiração de raízes de funções. Ao fazer isso, o professor pode ajudar os alunos a compreenderem melhor a matemática e verem a resolução de problemas matemáticos como um desafio interessante e não como algo difícil e inacessível.

É necessário que o aluno compreenda bem a questão do exercício que é proposto, além de compreender, sentir desejo em buscar por respostas, buscar resolvê-los, assim como diz Polya (1977):

O aluno precisa compreender o problema, mas não só isto: deve também desejar resolvê-lo. Se lhe faltar compreensão e interesse, isto nem sempre será culpa sua. O problema deve ser bem escolhido, nem muito difícil, nem muito fácil, natural e interessante, e um certo tempo deve ser dedicado à sua apresentação natural e interessante (POLYA, 1977, p.4)

Nesse sentido o professor precisa ser claro, buscar maneiras onde o aluno compreenda o que se pede no exercício, identifique a incógnita da questão e os principais pontos dados no

problema. Fazendo assim com que o aluno compreenda o problema e busque resolvê-lo de forma prazerosa.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

3.1 Apresentação do contexto da pesquisa

Esta pesquisa, intitulada *Resolução de problemas envolvendo equações polinomiais de segundo grau: possibilidades e dificuldades*, tem como objetivo geral identificar as dificuldades de alunos do 9º ano de Ensino Fundamental na resolução de exercícios e problemas envolvendo equações polinomiais de segundo grau e apresentar possibilidades para suprir essas dificuldades. Para tanto, foi realizada uma pesquisa na unidade escolar Escola Municipal de Ensino Infantil e Ensino Fundamental Luiz José Gonçalves, em uma turma dos anos finais do ensino fundamental do 9º ano.

A escola está localizada no sítio de Inhaúa, na cidade de Sapé, Paraíba. Foi fundada em 1990, o que significa que completou 33 anos em 25 de abril de 2023. O nome da escola é uma homenagem ao senhor Luiz José Gonçalves, que doou o terreno onde ela está situada.

A escola atende atualmente 315 alunos, que estão matriculados na educação infantil, nos anos iniciais do ensino fundamental e nos anos finais do ensino fundamental. Para a realização desta pesquisa, foi escolhida uma turma do 9º ano.

No que diz respeito aos professores, a escola conta apenas com um professor efetivo de matemática para os anos finais do ensino fundamental.

A estrutura da escola é composta por seis salas de aula para os alunos, uma sala para os professores, uma sala para a direção, uma cozinha, dois banheiros (um masculino e um feminino) e um terceiro banheiro acessível para pessoas com deficiência intelectual. Além disso, a escola possui dois depósitos.

Vale ressaltar que a escola pública é destinada aos filhos dos moradores locais, trabalhadores autônomos, funcionários públicos e agricultores.

Figura 3 – Fachada da escola E.M.E.I.E.F. Luiz José Gonçalo



Fonte: Arquivo pessoal (2023)

A pesquisa foi realizada com a participação de quatro licenciandos em Matemática, o pesquisador e mais três colegas. Além disso, 31 alunos participaram da avaliação diagnóstica, enquanto 30 alunos estiveram presentes durante a sequência didática. Vale ressaltar que a participação dos alunos na pesquisa foi realizada com a permissão e acompanhamento do único professor de Matemática responsável pela unidade de ensino.

3.2 Classificação da pesquisa

Uma pesquisa pode ser classificada quanto a natureza de abordagem do objeto a ser pesquisado, quanto aos objetivos e quanto aos procedimentos técnicos de investigação.

No caso da pesquisa que apresentamos, segundo Gil (2006), a classificamos como qualitativa, pesquisa explicativa e pesquisa participante.

Para D'Ambrósio, (2006), uma pesquisa é dita qualitativa, quando:

A pesquisa tem como foco entender e interpretar dados e discurso, mesmo quando envolve grupos de participantes. Também chamada de métodos clínico, essa modalidade de pesquisa foi fundamental na emergência da psicanálise e da antropologia. Ela depende da relação observador-observado [...]. A sua metodologia por excelência repousa sobre a interpretação e as técnicas de análise de discurso (D'AMBROSIO, D'AMBROSIO, 2006.p.77).

De fato, na nossa pesquisa fizemos uma análise, buscando entender e interpretar as dificuldades encontradas pelos alunos no processo das resoluções dos exercícios e problemas de equações de segundo grau.

Para Gil (2002, p.3), uma pesquisa é dita explicativa, quando “têm como preocupação central identificar os fatores que determinam ou que contribuem para a ocorrência dos fenômenos. Esse é o tipo de pesquisa que mais aprofunda o conhecimento da realidade, porque explica a razão, o porquê das coisas.”. De fato, na nossa pesquisa, de acordo com os objetivos apresentados, temos a finalidade de identificar os fatores que contribuem com essas dificuldades apresentadas pelos alunos nas resoluções desses exercícios e problemas matemáticos.

Para Gil (2002), uma pesquisa é dita participante, quando “caracteriza-se pela interação entre pesquisadores e membros das situações investigadas”. De fato, na nossa pesquisa utilizamos como método para a investigação a participação do pesquisador, membros que contribuirão com a pesquisa, os licenciandos em matemática e os alunos do 9º ano do ensino fundamental.

3.3 Etapas e instrumentos da pesquisa

A realização da pesquisa ocorreu conforme as seguintes etapas e instrumentos para coleta de dados:

- Etapa 1 – Aplicar exercícios e problemas matemáticos envolvendo equações polinomiais de segundo grau completas e incompletas com participantes da pesquisa. Neste primeiro momento foi observado o conhecimento que os alunos possuíam em relação aos objetos de conhecimento da disciplina de matemática que foram necessários para resolver os exercícios e os problemas que foram propostos.
- Etapa 2 – Identificar dificuldades de alunos do 9º ano no processo de resolução de exercícios e problemas com equações polinomiais de segundo grau com a colaboração de licenciandos em matemática. Foi feita uma análise no processo de tentativa dos alunos de resolver os exercícios e problemas, pelo pesquisador e os licenciandos matemáticos, com o propósito de identificar essas dificuldades, compartilhando a avaliação feita pelo pesquisador e licenciandos entre si, contribuindo com a formação dos então futuros professores.

- Etapa 3 – Apresentar e analisar possibilidades inovadoras para o ensino das equações polinomiais de segundo grau, explorando métodos de resolução que facilitem a compreensão, despertem o interesse dos estudantes e promovam a aplicação prática dos conceitos matemáticos. Nesta etapa da pesquisa foi proposto possibilidades inovadoras para o ensino das equações polinomiais de segundo grau, explorando métodos de resolução que promovam a compreensão conceitual, a aplicação prática e o engajamento dos estudantes, por meio da análise de abordagens existentes, desenvolvimento de estratégias diferenciadas e avaliação da eficácia das propostas no processo de aprendizagem, visando melhorar o desempenho dos alunos nessa área específica.

4 RESULTADOS E DISCURSÕES

Para iniciar a pesquisa, o pesquisador, juntamente com seus colegas licenciandos em matemática Alexsander Bernardo, Letícia Freire e Vandenezia Dagnone, planejou uma avaliação diagnóstica. Eles participaram da mesma experiência de Estágio Supervisionado III, o que os incentivou a colaborar com o pesquisador no desenvolvimento da avaliação.

A avaliação diagnóstica é uma ferramenta importante para entender o nível de conhecimento e habilidade dos alunos em relação aos objetivos de aprendizagem definidos. Direcionando a esta pesquisa a avaliação diagnóstica foi aplicada com o objetivo de verificar o nível de conhecimento de cada aluno em relação ao objeto de conhecimento equações polinomiais de segundo grau, visto que para o desenvolvimento de um problema ou exercício desse tipo requer o desenvolvimento de várias habilidades em relação a também outros conteúdos.

Havendo assim a necessidade de uma organização na aprendizagem matemática em relação aos objetos de conhecimentos que antecedem os estudos do processo de resoluções de problemas e exercícios de equações polinomiais de segundo grau, assim como traz a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018):

O desenvolvimento dessas habilidades está intrinsecamente relacionado a algumas formas de organização da aprendizagem matemática, com base na análise de situações da vida cotidiana, de outras áreas do conhecimento e da própria Matemática. Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental (BRASIL, 2018, p.266).

Prosseguindo com esse direcionamento que a BNCC traz foi necessária uma organização com essa avaliação diagnóstica para identificar as lacunas de conhecimento que os alunos possuíam e adaptar a metodologia de ensino às necessidades encontradas, pois com base nos resultados da avaliação diagnóstica, o professor pode identificar as áreas que os alunos precisam melhorar e planejar estratégias de ensino mais eficazes para ajudá-los a desenvolver as habilidades necessárias para resolver problemas de equações polinomiais de segundo grau.

No dia 11 de abril de 2023, foi aplicada a avaliação diagnóstica para esta pesquisa com duração de duas horas-aula. Antes do início da avaliação, os alunos foram informados sobre o objetivo da pesquisa e quais os objetivos que seriam avaliados. A avaliação foi elaborada com uma variedade de itens, como questões de múltipla escolha, questões abertas, problemas e exercícios matemáticos, com o intuito de avaliar de forma adequada os objetivos desejados.

O objetivo da avaliação diagnóstica foi mensurar o nível de conhecimento dos alunos em relação às equações polinomiais de segundo grau. A avaliação incluiu uma série de questões que abrangiam diversos aspectos, como a origem das equações polinomiais de segundo grau, o conceito dessas equações, o seu criador, a fórmula resolutive utilizada para a resolução dessas equações, os procedimentos necessários para a resolução de uma equação desse tipo, a identificação de uma equação polinomial de segundo grau entre outros tipos de equações, a identificação dos coeficientes em uma equação do tipo, a distinção entre equações completas e incompletas, a elaboração de uma equação polinomial de segundo grau, a resolução de exercícios e problemas matemáticos envolvendo equações polinomiais de segundo grau.

A turma selecionada para a pesquisa é composta por 31 alunos, todos presentes na data da aplicação da avaliação diagnóstica.

Figura 4 – Alunos respondendo avaliação diagnóstica



Fonte: Arquivo pessoal (2023)

Dentre esses 31 alunos, 23 afirmaram não conhecer o que é uma equação polinomial de segundo grau e nem saber como ela surgiu. Por outro lado, 8 alunos afirmaram conhecer o que é uma equação polinomial de segundo grau.

Todos os alunos da turma confirmaram não ter conhecimento sobre qual fórmula deve ser utilizada para resolver exercícios e problemas envolvendo equações polinomiais de segundo grau, bem como não ter conhecimento sobre quem desenvolveu essa fórmula resolutive. Além disso, eles não possuem conhecimento sobre a história e surgimento das equações polinomiais de segundo grau.

Com relação à identificação visual de uma equação polinomial de segundo grau, 15 alunos afirmaram não saber identificar, enquanto 16 conseguiram identificar visualmente esse tipo de equação. Quanto à identificação dos coeficientes, 24 alunos não conseguiram identificá-los, enquanto 7 sim. No que se refere à diferenciação entre uma equação polinomial de segundo grau do tipo completa ou incompleta, 19 alunos não souberam diferenciar e 12 conseguiram diferenciar. Quanto à escrita de uma equação polinomial de segundo grau dados os coeficientes, 24 alunos não conseguiram escrever, enquanto 7 conseguiram desenvolver a escrita.

Finalizando a avaliação diagnóstica, todos os 31 alunos afirmaram não saber desenvolver a resolução de exercícios e problemas envolvendo equações polinomiais de segundo grau.

A seguir uma imagem de uma das avaliações respondida por um dos alunos envolvidos na pesquisa.

Figura 5 – Avaliação diagnóstica

The image shows two pages of a diagnostic assessment. The left page is the header and questionnaire, and the right page shows a table of coefficients and handwritten answers.

Header: Universidade Federal da Paraíba, Campus IV - Litoral Norte, Centro de Ciências Aplicadas e Educação, Departamento de Ciências Exatas, Licenciatura em Matemática.

Questionnaire:

Unidade de Ensino: Escola Municipal de Ensino Infantil e Ensino Fundamental Luiz José Gonçalves
 Professor: [blank]
 Aluno(a): [blank]
 Turma: [blank]

Avaliação Diagnóstica

1- O que é uma equação do 2º grau?
 Resposta: É uma equação da forma $ax^2 + bx + c = 0$.

2- Você tem alguma informação de como surgiu as equações polinomiais de 2º grau?
 Resposta: Não sei.

3- Você conhece quais habilidades são trabalhadas com o objeto de conhecimento equações de 2º grau?
 Resposta: Não sei.

4- Você conhece qual fórmula é utilizada nos dias atuais para a resolução das equações polinomiais de 2º grau? Por quem foi desenvolvida essa fórmula resolve?
 Resposta: Não sei.

5- Quais são os procedimentos que devemos desenvolver para resolvermos uma equação de 2º grau?
 Resposta: Não sei.

6- Identifique abaixo as equações do 2º grau:

a) $8x - 3 = 5$ não
 b) $4x^2 - 9x + 2 = 0$ sim
 c) $x + 5 = 4x^2 + 3$ sim
 d) $7x = 0$ não
 e) $3x^2 + 2 = 0$ sim

Table of Coefficients:

Termo algébrico	Coeficiente	Completa ou Incompleta?
$2x^2 + 3 = 0$	$a = 2, b = 0, c = 3$	incompleta
$4x^2 - x + 5 = 0$	$a = 4, b = -1, c = 5$	completa
$4x^2 = 0$	$a = 4, b = 0, c = 0$	completa
$5x^2 - 2 = 0$	$a = 5, b = 0, c = -2$	incompleta
$-3x^2 + 2x = 0$	$a = -3, b = 2, c = 0$	incompleta
$8x^2 + x - 36 = 0$	$a = 8, b = 1, c = -36$	completa
$-2x^2 - 3x - 6 = 0$	$a = -2, b = -3, c = -6$	completa

8- Escreva as equações polinomiais de 2º grau quando:

a) $a = 2, b = 7, c = 3$ $2x^2 + 7x + 3 = 0$
 b) $a = -5, b = 0, c = 8$ $-5x^2 + 8 = 0$
 c) $a = 4, b = -6, c = 0$ $4x^2 - 6x = 0$
 d) $a = 6, b = 0, c = 0$ $6x^2 = 0$

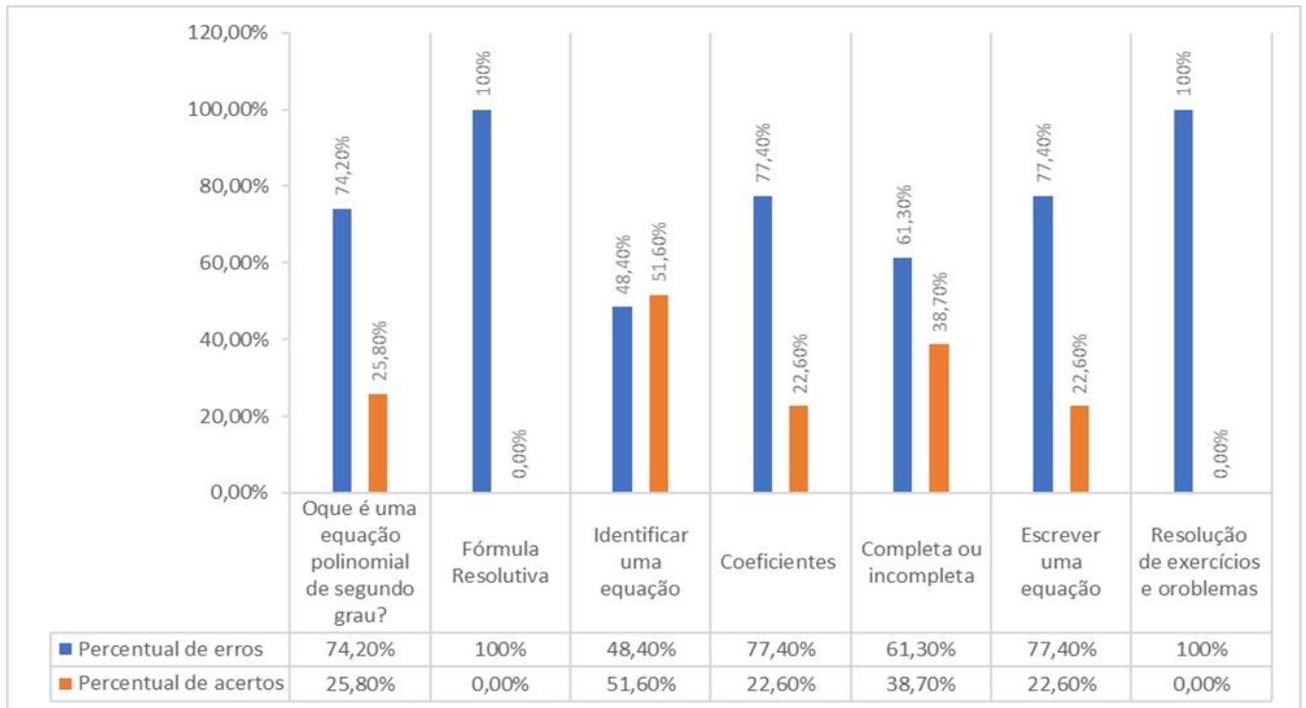
9- Resolva as equações do 2º grau abaixo:

a) $x^2 - x = 0$ $x(x-1) = 0$
 b) $x^2 + 4x - 5 = 0$ $(x+5)(x-1) = 0$

10- O quadrado de um número real inteiro é igual a sete vezes o número, menos 6. Qual é esse número? $x^2 = 7x - 6$

Fonte: Arquivo pessoal (2023)

Para apresentação visualmente dos dados obtidos em relação a avaliação diagnóstica têm-se um gráfico mostrando o percentual de indivíduos que não têm conhecimentos sobre equações polinomiais de segundo grau e percentual de indivíduos que têm conhecimentos sobre equações polinomiais de segundo grau:

Figura 6 – Resultados da avaliação diagnóstica

Fonte: Arquivo pessoal (2023)

Com base nos resultados da avaliação diagnóstica do nível de conhecimento dos alunos envolvidos na pesquisa, o pesquisador, em colaboração com três colegas licenciandos, elaborou uma sequência didática abrangendo todo o conteúdo necessário sobre as equações polinomiais de segundo grau. Essa sequência abordou temas como a identificação dos coeficientes, a distinção entre equações completas e incompletas, a determinação da raiz do delta e o cálculo das raízes da equação.

A sequência didática foi ministrada, em 18/04/2023, ao longo de quatro horas-aula, com a participação de 30 alunos. Desse modo utilizando o livro manual do professor adotado na turma do 9º ano de ensino fundamental na escola de referência da pesquisa.

Para introduzir o estudo das equações polinomiais de segundo grau para a turma, a sequência didática começou com uma breve explanação sobre a história dessas equações, abordando suas origens e o modo como elas eram resolvidas na antiguidade. Foram apresentados os povos que contribuíram para o desenvolvimento das resoluções dessas equações. A forma algébrica dessas equações, a origem da notação algébrica utilizada atualmente e como essa notação foi criada.

Após uma breve introdução sobre as origens das equações polinomiais de segundo grau, iniciou-se os estudos de como essas equações são resolvidas. Primeiramente, foi explicada a

definição de equações polinomiais de segundo grau, e mostrados os coeficientes, deixando claro que o coeficiente a pôr obrigatoriedade sempre será diferente de 0 , por outro lado os coeficientes b e c de uma equação desse tipo podem assumir o valor de 0 . Foi abordado também o fato que existem dois tipos de equações: completas e incompletas, sendo que, para serem incompletas, b ou c (ou ambos) podem assumir o valor zero. Caso b e c sejam diferentes de zero, a equação é completa.

Foram apresentados três tipos de equações incompletas e como resolvê-las: o primeiro caso onde c é igual a zero, o segundo caso onde b é igual a zero e o terceiro caso onde b e c são iguais a zero. Em seguida, foi mostrado como resolver equações polinomiais de segundo grau completas, utilizando o método geométrico de al-khwarizmi ou o método de Bhaskara, que é o método geral para resolução de equações polinomiais de segundo grau.

Também foi discutida a existência e natureza das raízes das equações polinomiais de segundo grau, que podem ser duas raízes reais iguais ou diferentes, dependendo exclusivamente do valor do discriminante delta. Foi mostrado que, para delta maior ou igual a zero, a equação tem raízes reais; se delta é maior que zero, existem duas raízes diferentes, enquanto que, se delta é igual a zero, existem duas raízes iguais. Já no caso em que delta é menor que zero, a equação não possui raízes reais. Para ilustrar esses conceitos, foram apresentados exemplos e exercícios resolvidos sobre equações polinomiais de segundo grau.

A elaboração da sequência didática teve como objetivo propor novas ferramentas que facilitem a aprendizagem dos educandos e apresentem novas possibilidades para o processo de ensino-aprendizagem. Para isso, foram utilizados problemas que podem estar inseridos no cotidiano de cada educando, bem como exercícios e problemas casuais trabalhados em sala de aula. Além disso, foram utilizados vídeos¹ explicativos e jogos como formas de dinamizar as aulas.

Para ilustrar a aplicação dos conceitos, foram utilizados exemplos do livro didático seguindo o método tradicional de ensino, em que o professor explica o conteúdo e utiliza exemplos para demonstração. Esses exemplos foram adaptados para o método conteudista, que tem como objetivo estimular a participação ativa dos alunos no processo de aprendizagem. Dessa forma, os alunos puderam analisar os exemplos e aplicar os conceitos aprendidos para resolver problemas e exercícios, discutindo em grupo e compartilhando suas soluções. Isso contribuiu para a consolidação do conhecimento e para o desenvolvimento da capacidade de

¹ GIS COM GIZ MATEMÁTICA. EQUAÇÃO do 2º GRAU EXERCÍCIOS | Questões. \Prof. Gis/. Youtube, 26 de junho de 2020. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=eukWicEYK8w>>. Acesso em 23 de mar. 2023.

raciocínio lógico e crítico dos alunos. Além dos exemplos do livro didático, também foram utilizados exemplos práticos do dia a dia dos alunos para contextualizar o conteúdo e torná-lo mais acessível. Essa abordagem buscou aproximar o conteúdo da realidade dos alunos, facilitando a compreensão e o engajamento com o tema. Os alunos puderam identificar situações cotidianas que envolvem equações polinomiais de segundo grau. Esses exemplos concretos contribuíram para a aplicação dos conceitos aprendidos e para a compreensão de como as equações polinomiais de segundo grau estão presentes em nosso cotidiano.

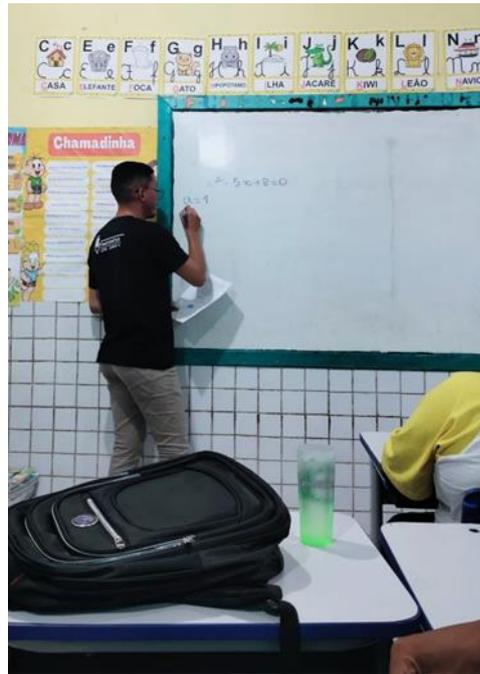
É importante que o educador considere a diversidade cultural dos estudantes ao planejar suas aulas e escolher os exemplos que serão utilizados, exemplos que possam estar presentes em suas vivências, facilitando assim sua compreensão. Isso pode ajudar a tornar o conteúdo mais relevante e significativo para os alunos, além de contribuir para o desenvolvimento de uma educação mais inclusiva e respeitosa das diferenças. Ao trazer contextos culturais diversos para a sala de aula, o educador pode proporcionar uma maior identificação dos alunos com o conteúdo, tornando o processo de aprendizagem mais eficaz e prazeroso. Em consideração a isso, o pesquisador matemático Ubiratan D'Ambrosio descreve em uma das suas revistas publicadas que:

Uma grande dificuldade do processo educacional é que o professor não conhece o ambiente cultural dos estudantes e, portanto, fica difícil reconhecer o que o estudante já sabe e o que é capaz de fazer. Assim, toma como referência seu próprio ambiente cultural, sua cultura, suas experiências prévias. Esse é um dos maiores equívocos da educação (D'AMBRÓSIO, 2005, p.67).

Dessa forma é primordial identificar em que espaços culturais os educandos estão inseridos é fundamental para o desenvolvimento de uma aula mais eficaz e significativa. Essa análise permite ao professor compreender as vivências e experiências dos alunos, bem como suas expectativas e necessidades, favorecendo a adequação do conteúdo e das estratégias de ensino às características do grupo.

Abaixamos uma imagem do pesquisador aplicando alguns exemplos de como se resolver exercícios e problemas envolvendo equações polinomiais de segundo grau.

Figura 7 – Aplicação de exercícios e problemas



Fonte: Arquivo pessoal (2023)

Além disso, essa identificação também possibilita ao professor trazer para a sala de aula exemplos e referências que sejam pertinentes ao universo cultural dos alunos, o que pode aumentar o interesse e a motivação deles em relação ao conteúdo. Isso faz com que o processo de aprendizagem seja mais dinâmico, interativo e significativo, contribuindo para a construção de saberes mais sólidos e duradouros.

Durante a sequência didática, foi apresentada aos alunos uma outra possibilidade de estimular a aprendizagem: a utilização de vídeos explicativos. Esses vídeos abordavam problemas envolvendo equações polinomiais de segundo grau, que são comuns no cotidiano dos alunos. Essa abordagem foi proposta com o objetivo de tornar o aprendizado mais dinâmico e próximo da realidade dos estudantes.

A tecnologia oferece diversas ferramentas e recursos que podem facilitar a compreensão dos conteúdos matemáticos, tornando-se uma aliada importante no processo de ensino-aprendizagem. Nesta pesquisa sobre equações polinomiais de segundo grau, foi verificado que a tecnologia pode ser uma ferramenta bastante proveitosa tanto para o professor, que pode utilizá-la para demonstrar e explicar o conteúdo, quanto para o aluno, que pode utilizá-la para buscar por conhecimentos e pesquisas. Com isso, a tecnologia proporciona novas formas de aprendizado, tornando o ensino da matemática assim como de outras áreas de conhecimento mais dinâmico e eficiente.

Assim a tecnologia pode ser utilizada nas escolas como uma forma de ampliar as opções de ensino nas ações didáticas, tendo como objetivo criar ambientes de ensino e aprendizagem que favoreçam a postura crítica, a curiosidade, troca de ideias, observações e análise de forma que o aluno tenha autonomia em seu processo de aprendizagem, buscando ampliar seus conhecimentos (BRASIL, 1998, p.156).

Para que a utilização da tecnologia no ambiente de ensino seja efetiva, é fundamental que o professor proponha momentos desafiadores que estimulem os alunos a buscar o conhecimento. A tecnologia por si só não é suficiente para garantir a aprendizagem dos estudantes. É preciso que o professor faça uso das ferramentas disponíveis de forma estratégica, incentivando os alunos a explorá-las e a se engajarem em atividades que os estimulem a pensar criticamente e a solucionar problemas. Assim, o uso da tecnologia pode se tornar uma ferramenta poderosa para aprimorar o processo de ensino-aprendizagem, ampliando o interesse e o engajamento dos alunos no aprendizado de matemática. Assim como trazem os BRASIL (1998):

A tecnologia é um instrumento capaz de aumentar a motivação dos alunos, se a sua utilização estiver inserida num ambiente de aprendizagem desafiador. Não é por si só um elemento motivador. Se a proposta de trabalho não for interessante, os alunos rapidamente perdem a motivação (BRASIL, 1998, p.157).

Foi com base nesse raciocínio que abordamos na sequência didática o uso de vídeos explicativos e a incentivação do uso da tecnologia para a busca por conhecimento. Essa abordagem teve como objetivo estimular os alunos a se engajarem ativamente no processo de aprendizagem, incentivando-os a explorar as ferramentas tecnológicas disponíveis para aprofundar seus conhecimentos sobre equações polinomiais de segundo grau. Por meio dos vídeos, os alunos puderam visualizar exemplos práticos e contextualizados, facilitando sua compreensão do conteúdo. Com essa metodologia, acreditamos que conseguimos tornar o aprendizado de matemática mais interessante e acessível, proporcionando aos alunos novas formas de se apropriarem do conhecimento.

Para finalizar a sequência didática, foi apresentada aos alunos uma maneira lúdica de trabalhar com equações polinomiais de segundo grau: o jogo "Corrida das Equações". Esse jogo foi adaptado com base no material trabalhado durante toda a sequência didática, com o objetivo de consolidar os conhecimentos adquiridos de forma divertida e dinâmica. Por meio do jogo, os alunos puderam aplicar na prática as habilidades matemáticas adquiridas ao longo da sequência didática, desafiando-se a solucionar problemas e a trabalhar em equipe para alcançar

o objetivo do jogo. Essa abordagem proporcionou aos alunos uma experiência de aprendizagem lúdica e desafiadora, estimulando o engajamento e o interesse pelo aprendizado de matemática.

A introdução dos jogos no ensino da matemática está diretamente relacionada com a aprendizagem do aluno, uma vez que busca diversificar os meios de ensino e tornar as aulas mais atrativas, facilitando a compreensão do conteúdo e proporcionando maior interação entre aluno e professor. A utilização de jogos educativos pode estimular o desenvolvimento das habilidades dos alunos em relação aos conteúdos educacionais propostos, já que o caráter lúdico dessas atividades traz a interatividade do aluno para a sala de aula, aumentando seu engajamento e participação nas aulas. Dessa forma, a introdução de jogos no ensino da matemática pode ser uma estratégia eficaz para tornar o aprendizado mais prazeroso e significativo, contribuindo para o desenvolvimento cognitivo e social dos alunos.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) também destacam a importância da utilização de jogos no ensino de matemática, uma vez que podem contribuir para o desenvolvimento de habilidades como raciocínio lógico, resolução de problemas, criatividade e cooperação entre os alunos. Segundo Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN):

Os jogos possibilitam trabalhar contextos que envolvem questões situadas no presente momento, estimulando o planejamento de diversas ações. Além disso, estabelecem uma maneira bem interessante de apresentar problemas, permitindo que sejam desenvolvidos momentos atrativos que beneficiam a criatividade e o raciocínio na construção de estratégias e soluções. Proporcionam uma concepção de maneira bastante positiva diante de erros, visto que esses erros podem ser sanados de maneira natural, no decorrer da atividade, sem causar marcas negativas (BRASIL, 1998 apud Araújo, 2020, p.).

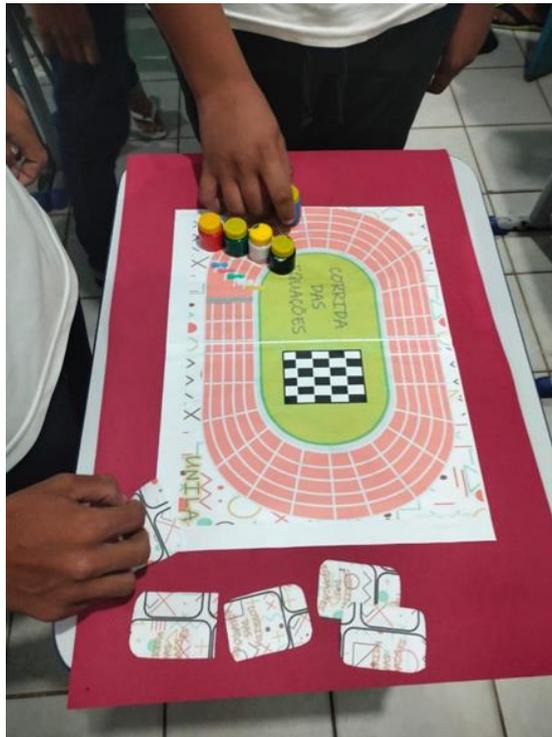
Nesse sentido, foi trabalhado na pesquisa a possibilidade de utilização do jogo lúdico "Corrida das Equações" como uma ferramenta para auxiliar na resolução de problemas e exercícios envolvendo equações polinomiais de segundo grau. O objetivo era proporcionar aos alunos participantes da pesquisa uma experiência interativa e desafiadora, que pudesse suprir eventuais dificuldades na resolução desse tipo de problema. O jogo foi desenvolvido de forma a abranger todo o conteúdo trabalhado durante a sequência didática, de modo a reforçar os conceitos e permitir uma aplicação prática dos mesmos. Acreditamos que o uso desse tipo de recurso pode tornar as aulas de matemática mais dinâmicas e motivadoras, possibilitando uma aprendizagem mais significativa e duradoura. Além disso, o jogo pode estimular a competição saudável entre os alunos, incentivando-os a desenvolver habilidades como raciocínio lógico, estratégia e trabalho em equipe.

Uma forma lúdica de trabalhar o objeto de conhecimento equações polinomiais de segundo grau foi por meio do jogo Corrida das Equações. Durante o jogo, os alunos foram desafiados a identificar os coeficientes, a escrever equações do tipo e a trabalhar com as raízes do delta e encontrar as raízes das equações, além de questões envolvendo a história das equações polinomiais de segundo grau. O objetivo era que os alunos se conectassem com os problemas envolvendo equações polinomiais de segundo grau, compreendendo suas propriedades, fórmulas e histórias, bem como trabalhar as habilidades dos alunos em identificar os coeficientes, escrever equações do tipo e lidar com as raízes do delta e as raízes das equações.

As cartas sorteadas pelos jogadores para serem respondidas continham problemas envolvendo áreas que podem ser resolvidos por meio de equações polinomiais de segundo grau, estas cartas incluem questões que permitem a identificação das equações, bem como questões para determinar os valores dos coeficientes e identificar se a equação é completa ou incompleta. Além disso, há questões que pedem para escrever equações polinomiais de segundo grau e simplificá-las, bem como escrever a equação que representa a área de uma figura. As cartas também incluíam perguntas sobre o nome dado aos valores associados ao "x" para a resolução de equações polinomiais de segundo grau, bem como questões para identificar a fórmula de Bhaskara, a fórmula de delta, e outras questões que envolvem exercícios e problemas de equações polinomiais de segundo grau.

O jogo Corrida das Equações, construído pelo pesquisador, consistia em um tabuleiro, cartas contendo perguntas sobre equações polinomiais de segundo grau para serem respondidas pelos participantes e peões que representavam os jogadores ao percorrerem o tabuleiro.

Abaixo está uma imagem dos integrantes dos grupos participando do jogo Corrida das Equações.

Figura 8 – Alunos jogando

Fonte: Arquivo pessoal (2023)

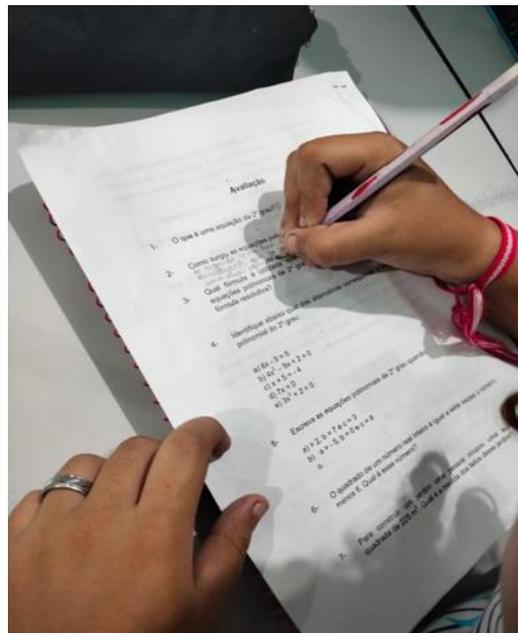
A turma na qual a pesquisa foi realizada foi dividida em grupos de seis pessoas, onde um integrante de cada grupo representava o grupo no tabuleiro do jogo. O jogo funcionou da seguinte forma: cada jogador representando seu grupo pegava um peão e o colocava no início do tabuleiro. O último jogador sorteava uma pergunta e a destinava ao primeiro jogador. Se o primeiro jogador respondesse corretamente, ele avançava um espaço. Se errasse, permaneceria no mesmo lugar. Em seguida, o primeiro jogador fazia a pergunta sorteada para o segundo jogador, e assim sucessivamente com os demais jogadores. Quando uma questão era destinada ao grupo, esse integrante levava a pergunta para que todos pudessem discutir e chegar à resposta correta ou incorreta se caso não acertassem. Durante o jogo, os grupos se movimentavam no tabuleiro respondendo corretamente as cartas. O objetivo era chegar primeiro à linha quadriculada do final do tabuleiro, tornando-se assim o grupo vencedor.

Após a aplicação da sequência didática, foi realizada uma nova avaliação a fim de comparar os resultados finais com os obtidos na avaliação diagnóstica realizada no início da pesquisa.

A avaliação final foi realizada com a participação de 30 alunos. Após o estudo das equações polinomiais de segundo grau, 23 desses alunos afirmaram ter adquirido conhecimento sobre o que é uma equação desse tipo, enquanto 7 deles relataram ainda não terem

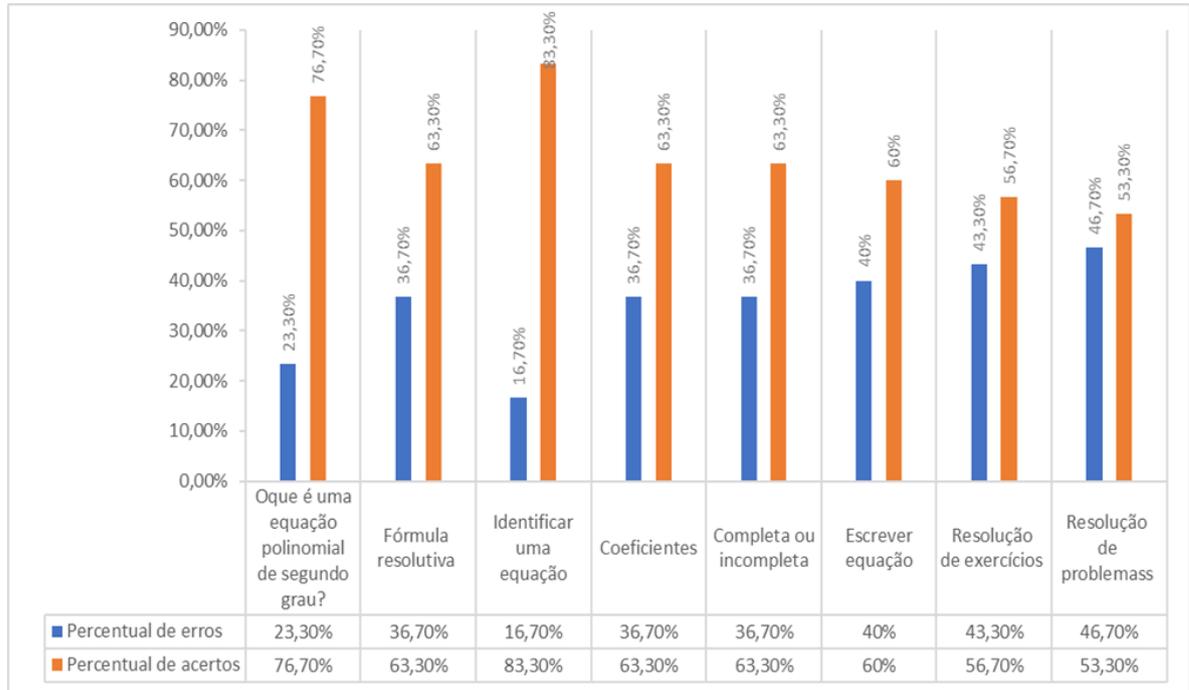
compreendido as equações polinomiais de segundo grau. Com relação à fórmula resolvente das equações polinomiais de segundo grau, 19 alunos afirmaram ter adquirido esse conhecimento, enquanto 11 ainda não conseguiram identificar a fórmula, bem como desconhecem quem desenvolveu essa fórmula utilizada nos dias atuais. No que diz respeito à identificação de equações polinomiais de segundo grau, 25 alunos souberam identificar o que é uma equação do tipo, enquanto 5 não conseguiram identificar. Dentre os 30 alunos, 19 conseguiram identificar os coeficientes das equações trabalhadas, enquanto 11 não conseguiram. Quanto à diferenciação entre equações completas e incompletas, 19 alunos conseguiram diferenciar, enquanto 11 não conseguiram. Sobre a escrita das equações polinomiais de segundo grau dados os coeficientes, 18 alunos conseguiram realizar, enquanto 12 não conseguiram realizar a escrita. Quanto à resolução de exercícios e problemas envolvendo equações polinomiais de segundo grau, 17 alunos conseguiram resolver os exercícios propostos e 16 conseguiram resolver os problemas, enquanto 13 e 14 alunos, respectivamente, não conseguiram.

Figura 9 – Aluna respondendo avaliação final



Fonte: Arquivo pessoal (2023)

Para a apresentação visual dos resultados obtidos na avaliação final, foi criado um gráfico que ilustra o percentual de indivíduos que afirmaram ter conhecimento e os que não têm conhecimento sobre equações polinomiais de segundo grau. Esse gráfico é útil para entender de forma mais clara a evolução dos alunos em relação ao conteúdo estudado ao longo da sequência didática.

Figura 10 – Resultados da avaliação final

Fonte: Arquivo pessoal (2023)

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com base na análise realizada sobre a resolução de problemas envolvendo equações polinomiais de segundo grau, é possível concluir que esse tema apresenta diversas possibilidades e desafios. Durante o estudo, foram identificadas abordagens e estratégias que facilitam a compreensão e a resolução desses problemas, permitindo aos estudantes desenvolver habilidades matemáticas e raciocínio lógico.

Uma das possibilidades encontradas está relacionada à utilização de diferentes métodos, como a fatoração, o uso da fórmula de Bhaskara e a análise gráfica, que proporcionam diferentes perspectivas para a solução dos problemas. Além disso, a interpretação dos problemas e a identificação correta das informações relevantes são elementos essenciais para a resolução adequada das equações polinomiais de segundo grau.

Por outro lado, também foram identificadas algumas dificuldades enfrentadas pelos estudantes ao lidar com esse tipo de problema. Dentre elas, destacam-se a falta de compreensão dos conceitos matemáticos envolvidos, a dificuldade em realizar a fatoração ou a aplicação da fórmula de Bhaskara de forma correta, e a interpretação equivocada dos enunciados.

Diante disso, é importante ressaltar a necessidade de um ensino de matemática que promova uma abordagem significativa, valorizando a compreensão dos conceitos e o desenvolvimento do pensamento crítico. Além disso, estratégias pedagógicas que estimulem a resolução de problemas contextualizados e a utilização de recursos tecnológicos podem contribuir para superar as dificuldades encontradas pelos estudantes.

Portanto, é fundamental que os professores estejam preparados para identificar as possíveis dificuldades dos alunos e adotar metodologias que estimulem o pensamento reflexivo, a criatividade e a resolução autônoma de problemas envolvendo equações polinomiais de segundo grau. Assim, será possível proporcionar uma aprendizagem mais significativa e efetiva, preparando os estudantes para enfrentar os desafios matemáticos e ampliando suas habilidades para a resolução de problemas em diferentes contextos.

REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, Cristiano Frade de. **A importância dos jogos no ensino da matemática**. Monografia (Graduação em Matemática) – Departamento de Matemática, Centro de Ciências Exatas e da Natureza, Universidade Federal da Paraíba, Itaporanga 2020.
- BOOTH, Lesley R. et al. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. **COXFORD, Arthur F. e SHULTE, Albert P. As Idéias da Álgebra**. São Paulo: Atual, 1995.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC. 2018.
- D'AMBRÓSIO, Beatriz Silva; D'AMBROSIO, Ubiratan. Formação de professores de matemática: professor-pesquisador. **Atos de pesquisa em educação**, v. 1, n. 1, p. 2006.
- DANTE, Luiz Roberto. **Didática da resolução de problemas de Matemática: 1ª a 5ª séries**. São Paulo: Ática, 1989.
- DO VALE, Alberton Fagno Albino. **As diferentes estratégias de resolução da equação do segundo grau**. 2013
- GIL, Antônio Carlos. **Como classificar as pesquisas. Como elaborar projetos de pesquisa**, v. 4, n. 1, 2002.
- GIOVANNI, José Ruy; CASTRUCCI, Benedito. **A conquista da Matemática**. Ftd, 2002.
- GIS COM GIZ MATEMÁTICA. EQUAÇÃO do 2º GRAU EXERCÍCIOS | Questões. \Prof. Gis/. **Youtube**, 26 de junho de 2020. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=eukWicEYK8w>>. Acesso em 23 de mar. 2023.
- BRASIL, INTRODUÇÃO AOS PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS. terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental. **Brasília: MEC-Secretaria de Educação Fundamental**, 1998.
- OLIVEIRA, Aldeck Menezes de et al. **Equações de 2º grau em Geometria Plana**. 2013.
- PEDROSO, Hermes Antônio. **Uma breve história da equação do 2º grau**. Revista Eletrônica de matemática, p. 1-13, 2010.
- POLYA, George; DE ARAÚJO, Heitor Lisboa. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. 1977.
- SILVA, Jeyson Barbosa de Araújo. **Equações de 2º grau: sua história e abordagens didáticas**. 2019.
- SILVA, Sandra Maria da. **As dificuldades da aprendizagem dos alunos em equações do 2º grau com uma incógnita**. 2017.

APÊNDICE A – AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA



Universidade Federal da Paraíba
 Campus IV – Litoral Norte
 Centro de Ciências Aplicadas e Educação
 Departamento de Ciências Exatas
 Licenciatura em Matemática

Unidade de Ensino:	Escola Municipal de Ensino Infantil e Ensino Fundamental Luiz José Gonçalo
Professor:	
Aluno(a):	
Turma:	

Avaliação Diagnóstica

- 1- O que é uma equação do 2º grau?
- 2- Você tem alguma informação de como surgiu as equações polinomiais de 2º grau?
- 3- Você conhece quais habilidades são trabalhadas com o objeto de conhecimento equações de 2º grau?
- 4- Você conhece qual fórmula é utilizada nos dias atuais para a resolução das equações polinomiais de 2º grau? Por quem foi desenvolvida essa fórmula resolutiva?
- 5- Quais são os procedimentos que devemos desenvolver para resolvermos uma equação de 2º grau?

6- Identifique abaixo as equações do 2º grau:

- a) $8x - 3 = 5$
- b) $4x^2 - 9 + 2 = 0$
- c) $x + 5 = -4x^2$
- d) $7x = 0$
- e) $3x^2 + 2 = 0$

7- Identifique no quadro abaixo os coeficientes a, b e c respectivamente e diga se são completas ou incompletas as equações polinomiais de 2º grau:

Termo algébrico	Coeficiente	Completa ou incompleta?
$2x^2 + 3 = 0$		
$4x^2 - x + 5 + 0$		
$6x^2 = 0$		
$5x^2 - 2 = 0$		
$-3x^2 + 2x = 0$		
$8x^2 + x - 36 = 0$		
$-2x^2 - 3x - 6 = 0$		

8- Escreva as equações polinomiais de 2º grau quando:

- a) $a = 2, b = 7$ e $c = 3$
- b) $a = -5, b = 0$ e $c = 8$
- c) $a = 4, b = -6$ e $c = 0$
- d) $a = 6, b = 0$ e $c = 0$

9- Resolva as equações do 2º grau abaixo:

- a) $x^2 - x = 0$
- b) $x^2 + 4x - 5 = 0$

10- O quadrado de um número real inteiro é igual a sete vezes o número, menos 6. Qual é esse número?

APÊNDICE B – SEQUÊNCIA DIDÁTICA



Universidade Federal da Paraíba
 Campus IV – Litoral Norte
 Centro de Ciências Aplicadas e Educação
 Departamento de Ciências Exatas
 Licenciatura em Matemática

Unidade de Ensino:	Escola Municipal de Ensino Infantil e Ensino Fundamental Luiz José Gonçalo
Professor:	Danilo S. Souza
Aluno(a):	
Turma:	9º Ano
Data:	18/04/2023

Sequencia didática

Objetos de conhecimentos: Equações polinomiais de segundo grau

Público alvo: 9º Ano

Duração: 4 horas-aula

Habilidades: (EF09MA09) compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau.

Objetivos específicos: Resolver exercícios e problemas matemáticos que envolvam equações polinomiais de segundo grau, aplicando os métodos apropriados de resolução.

Objetivos de aprendizagem:

- Desenvolver e implementar um conjunto de exercícios e problemas do cotidiano, utilizando equações polinomiais de segundo grau como modelos matemáticos adequados.
- Utilizar vídeo explicativo sobre equações polinomiais de segundo grau como recurso complementar para fortalecer a compreensão dos conceitos e aprofundar a aplicação dos métodos de resolução.
- Desenvolver um jogo educativo interativo, que ajude os alunos a aprimorar suas habilidades de resolução de problemas relacionados a equações polinomiais de segundo grau.

Material necessário: Quadro, caneta, papel, caderno, lápis, atividades impressas, Datashow, caixa de som, vídeo explicativo, jogo lúdico (Corrida das equações).

Equações polinomiais de segundo grau: Um pouco sobre sua origem.

A equação polinomial de segundo grau tem uma longa história, partilhada por várias civilizações que se preocupavam em encontrar soluções para essas equações. De início essas civilizações como, por exemplo, os babilônios, gregos, hindus, árabes e italianos formulavam o processo para a resolução dos problemas, achar as raízes de equações de segundo grau, através de palavras, seguindo um passo a passo até chegar em um resultado para o problema proposto. A equação polinomial de segundo grau, é uma das mais antigas equações estudadas na história da matemática. Acredita-se que os babilônios, cerca de 4.000 anos atrás, já sabiam como resolver equações do tipo $ax^2 + bx + c = 0$, usando métodos geométricos.

A notação algébrica utilizada hoje, iniciou com a criação de matemáticos recentes como François Viète (1540- 1603) e adaptada para a forma atual por René Descartes (1596-1650). No século XII, com base nos estudos feitos por al-khwarizmi, o matemático hindu Bhaskara (1114-1185) apresentou um processo puramente algébrico, que permitia resolver qualquer equação do 2º grau. A partir desse processo, os matemáticos puderam chegar a uma fórmula que é utilizada até os dias atuais para a resolução desses problemas, essa fórmula ficou conhecida como fórmula resolutive para equações polinomiais de segundo grau.

Equações polinomiais de segundo grau.

Denomina-se equação do 2º grau na incógnita x toda equação da forma $ax^2 + bx + c = 0$, em que a , b e c (coeficientes da equação) são números reais e $a \neq 0$. As equações de segundo grau podem se caracterizar de dois tipos sendo elas, completas ou incompletas, por definição, sempre a será diferente de zero em uma equação desse tipo. Porém, b ou c podem ser iguais a zero, o que caracteriza uma equação polinomial de segundo grau incompleta, por outro lado sendo $b \neq 0$ e $c \neq 0$ a equação se diz completa.

1º caso: $ax^2 + bx = 0$. Então tem-se: $x(ax + b) = 0$.

Exemplo: $x^2 + 2x = 0$; $x(x + 2) = 0$; $x' = 0$; $x + 2 = 0 \rightarrow x'' = -2$

2º caso: $ax^2 - c = 0$.

Ex: $2x^2 - 8 = 0$; $2x^2 = 8$; $x^2 = \frac{8}{2}$; $x^2 = 4$; $x = \pm\sqrt{4}$; $x' = -2$ e $x'' = 2$

3º caso: $ax^2 = 0$.

Ex: $3x^2 = 0$; $x^2 = \frac{0}{3}$; $x^2 = 0$; $x = \pm\sqrt{0}$; $x = 0$.

Para a resolução de uma equação de segundo grau completa pode-se utilizar o processo geométrico de al-khwarizmi ou utilizar o processo de Bhaskara, processo geral para a resolução de equações polinomiais de segundo grau. Para a resolução de equações polinomiais de segundo grau utilizando Bhaskara é utilizada a seguinte fórmula: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, onde a expressão $b^2 - 4ac$ pode ser substituída pela letra grega Δ (delta), podendo ser escrita $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$.

A fórmula resolutive recebeu, também, o nome de fórmula de Bhaskara em homenagem ao grande matemático hindu. A existência ou não de raízes reais, bem como o fato de elas serem duas iguais ou diferentes, depende, exclusivamente, do valor do discriminante $\Delta = b^2 - 4ac$.

Na equação $ax^2 + bx + c = 0$, temos $\Delta = b^2 - 4ac$ e consideramos:

- Quando $\Delta \geq 0$ a equação tem raízes reais. $\Delta > 0$ duas raízes diferentes; $\Delta = 0$ duas raízes iguais.
- Quando $\Delta < 0$, a equação não tem raízes reais.

Vídeo explicativo

Resolução de equações polinomiais de segundo grau contextualizadas.



Vídeo disponível em: <https://youtube.com/watch?v=eukWicEYK8w&feature=share>.

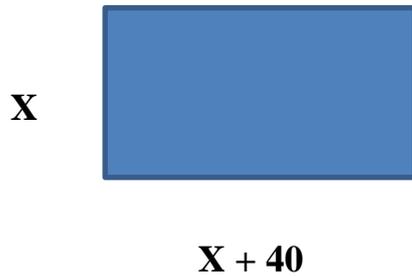
O objetivo do vídeo instrutivo é ajudar os alunos a compreenderem e dominarem os métodos de resoluções de equações polinomiais de segundo grau. O vídeo apresenta explicações dos conceitos envolvidos e fornece exemplos de como aplicar cada método passo a passo. Além disso, no vídeo é utilizado recursos visuais, para facilitar a compreensão dos espectadores, o que facilita a compreensão e retenção dos conceitos pelos alunos. É organizado de forma lógica, abordando diferentes técnicas de resolução e fornece dicas úteis ao longo do processo. Essa ferramenta servirá como um recurso adicional para os alunos que desejam revisar ou aprofundar seus conhecimentos sobre as resoluções das equações polinomiais de segundo grau.

Vamos, agora, determinar as raízes de algumas equações do 2º grau com uma incógnita usando a fórmula resolutive.

Exemplos:

1. Resolver a equação $x^2 + 2x - 8 = 0$ no conjunto \mathbb{R} .
2. Resolver a equação $x^2 - 14x + 49 = 0$ no conjunto \mathbb{R} .
3. Resolver a equação $x^2 - 5x + 8 = 0$ no conjunto \mathbb{R} .
4. Uma Pessoa vai fazer uma toalha retangular cujo comprimento terá 40 cm a mais que a largura. Sabendo que serão utilizados 1.200 cm^2 de tecido, calcule as dimensões dessa toalha.

Resolução:



$$x(x + 40) = 1200 \rightarrow x^2 + 40x - 1200 = 0$$

$$a = 1; b = 40; c = -1200$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 40^2 - 4(1)(-1200) \rightarrow \Delta = 1600 + 4800 = 6400$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow x = \frac{-40 \pm \sqrt{6400}}{2} \rightarrow x = \frac{-40 \pm 80}{2} \rightarrow x_1 = \frac{-40+80}{2} \rightarrow x_1 = \frac{40}{2} = 20$$

$$x_2 = \frac{-40-80}{2} \rightarrow x_2 = \frac{-120}{2} = -60$$

Jogo lúdico

Para aprimorar as habilidades de resoluções de problemas relacionados a equações polinomiais de segundo grau utilizaremos um jogo educativo interativo, chamado “corrida das equações”. O objetivo é projetar e implementar um jogo envolvente que permita aos jogadores resolver uma série de equações polinomiais de segundo grau enquanto participam de uma divertida corrida. Os jogadores serão desafiados a resolverem as equações o mais rápido possível aplicando os conceitos aprendidos. Esperando assim um bom desempenho dos alunos, um bom engajamento, o jogo tem o potencial de envolver e motivar os alunos a aprimorar suas habilidades de resolução de problemas. Além disso, o jogo oferecerá aos alunos a oportunidade de aplicar os conceitos teóricos aprendidos em sala de aula em um contexto prático, reforçando seu entendimento e capacidade de resolução de equações polinomiais de segundo grau. O com jogo “corrida das equações” pode ser acessado em: <https://drive.google.com/file/d/1jGhp_K-mO2RA8PuVAYOwyyQtuyEttMcM/view> e também para melhores instruções de como utilizar podemos acessar o vídeo explicativo em: <<https://youtu.be/on8djLbj94k>>.

Avaliação

- 1- O que é uma equação do 2º grau?
- 2- Como surgiu as equações polinomiais de 2º grau?
- 3- Qual fórmula é utilizada nos dias atuais para a resolução das equações polinomiais de 2º grau? Por quem foi desenvolvida essa fórmula resolutive?
- 4- Identifique abaixo qual das alternativas corresponde a uma equação polinomial do 2º grau:
 - a) $8x - 3 = 5$
 - b) $4x^2 - 9x + 2 = 0$
 - c) $x + 5 = -4$
 - d) $7x = 0$
 - e) $3x^3 + 2 = 0$
- 5- Escreva as equações polinomiais de 2º grau quando:
 - a) $a = 2$, $b = 7$ e $c = 3$
 - b) $a = -5$, $b = 0$ e $c = 8$
- 6- O quadrado de um número real inteiro é igual a sete vezes o número, menos 6. Qual é esse número?
- 7- Para construir um jardim uma pessoa ocupou uma superfície quadrada de 225 m^2 . Qual é a medida dos lados desse jardim?