

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Felipe Fernandes Coutinho

O Movimento da Matemática Moderna no Brasil: análise no
livro didático “Matemática Curso Moderno”

Rio Tinto – PB
2020

Felipe Fernandes Coutinho

**O Movimento da Matemática Moderna no Brasil: análise no
livro didático “Matemática Curso Moderno”**

Trabalho Monográfico apresentado à
Coordenação do Curso de Licenciatura em
Matemática como requisito parcial para
obtenção do título de Licenciado em
Matemática.

Orientadora: Prof. Dra. Graciana Ferreira
Dias

Rio Tinto – PB
2020

Catálogo na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

C871m Coutinho, Felipe Fernandes.

O Movimento da Matemática Moderna no Brasil: análise no livro didático "Matemática Curso Moderno" / Felipe Fernandes Coutinho. - João Pessoa, 2020.
50 f. : il.

Orientação: Graciana Ferreira Dias.
Monografia (Graduação) - UFPB/CCAE.

1. Movimento da Matemática Moderna. Livro Didático. I.
Dias, Graciana Ferreira. II. Título.

UFPB/BC

Felipe Fernandes Coutinho

**O Movimento da Matemática Moderna no Brasil: análise no
livro didático “Matemática Curso Moderno”**

Trabalho Monográfico apresentado à coordenação do Curso de Licenciatura em
Matemática como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em
Matemática.

Orientadora: Prof^ª Dra. Graciana Ferreira Dias

Aprovado em: 26/03/2020

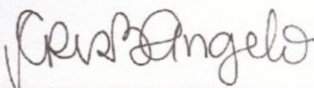
BANCA EXAMINADORA



Prof^ª Dra. Graciana Ferreira Dias (Orientadora) – UFPB/DCX



Prof^ª Dra. Cristiane Fernandes de Souza – UFPB/DCX



Prof^ª Dra. Cristiane Borges Angelo – UFPB/DECA

AGRADECIMENTOS

Ao nosso **Deus**, por permitir que eu conseguisse chegar até aqui hoje, por me guiar nessa longa trajetória acadêmica, me abençoando e me dando forças para continuar nos momentos de dificuldades.

Aos **meus pais**, Oséas Coutinho e Edinilsa Fernandes por sempre estarem ao meu lado, desde o início sempre acreditando em mim, por me ajudar de todas as formas possíveis, por não medirem esforços para que, hoje esse sonho se tornasse realidade.

Aos **meus avôs**, Orestes Coutinho e Maria Coutinho por terem me acolhido em sua casa no início da minha jornada, por me ajudar sempre que eu precisava, por todos os conselhos e todos os cuidados.

A **minha orientadora**, Graciana Dias, por aceitar me orientar e acreditar que eu seria capaz de alcançar meus objetivos, por dedicar seu tempo para me ajudar, por ter me incentivado, encorajado, por toda sua paciência e colaboração nessa minha caminhada.

A **todos os professores** que colaboraram para a minha formação, me ajudando para que eu pudesse evoluir cada dia mais e poder alcançar a tão sonhada formação.

A **minha namorada** que nos momentos de dificuldades esteve sempre ao meu lado, me ajudando da melhor forma.

A **toda minha família**, em especial aos meus irmãos Eduardo Coutinho e Leonardo Coutinho, e a minha prima Yasmin Julião, por estarem sempre ao meu lado.

Aos **colegas**, Wendson César, Douglas Régis, Alessandro Pereira, e todos os outros que não foram citados aqui, pelas ajudas nas horas mais complicadas, pelas horas em claro estudando juntos, por todas as trocas de experiências, por todos os bons momentos que a universidade pôde nos proporcionar.

A **todos**, o meu muito obrigado!

RESUMO

Este trabalho tem, como intenção geral, analisar o livro didático do professor Osvaldo Sangiorgi intitulado Matemática Curso Moderno (1968), destinado ao curso ginasial, com o intuito de evidenciar a presença de características do Movimento da Matemática Moderna na obra, obra essa utilizada na cidade de Jacaraú – PB no fim da década de 1960 e início da década de 1970. Na pesquisa, podemos descrever o processo de surgimento e desenvolvimento do Movimento da Matemática Moderna, tanto aqui no Brasil, quanto a nível mundial. Além disso, mostramos, também, um pouco da história do livro didático de Matemática no Brasil. No que diz respeito à metodologia, temos uma pesquisa exploratória, caracterizada como uma pesquisa documental, já que buscou analisar as abordagens feitas no livro citado. Para fundamentação teórica de nossa pesquisa, buscamos os autores Fiorentini (1995), Valente (2008), Santos (2016) e Alves (2007; 2013) que falam sobre o surgimento do Movimento da Matemática Moderna, contando um pouco sobre os motivos que influenciaram a criação desse movimento. Em paralelo, chegamos a mostrar o desenvolvimento da Matemática Moderna aqui no Brasil, com base em autores como Alves (2013), Soares (2001) e Miranda (2003). Para concluir nossa fundamentação, trouxemos um pouco da história do livro didático de Matemática no Brasil, quais foram os primeiros livros a serem publicados em nosso país e como se deu sua trajetória até a criação do Programa Nacional do Livro didático (PNLD). Foi possível observar quais as principais características desse movimento, como ele influenciou o ensino e as publicações didáticas da época. Desse modo, esse trabalho traz um breve histórico do Movimento de Matemática Moderna, mostrando suas principais características e suas influências no ensino da Matemática e, principalmente, em livros didáticos, em particular no livro do professor Osvaldo Sangiorgi, pois visualizamos que as características da Matemática Moderna lá estavam presentes. Diante disso, conseguimos examinar essas características e identificar quais foram os principais aspectos da Matemática Moderna contidos no livro analisado.

Palavras-chave: O Movimento da Matemática Moderna. Livro Didático. Teoria dos Conjuntos.

ABSTRACT

This paper, as a general intention, analyzes the professor Osvaldo Sangiorgi's textbook entitled "Mathematics Modern Course (1968)", intended for junior high school, in order to highlight the presence of characteristics of the Modern Mathematics' Movement in the work, which is used in the city of Jacaraú – PB in the end of the 1960's decade and in the beginning of the 1970's decade. In the research, we will describe the process of emergence and development of the Modern Mathematics' Movement, both here in Brazil and worldwide. Besides that, we'll show, also, a little of the history of the Mathematics in Brazil's textbook. Regarding to the methodology, we have an explanatory research, characterized as a documental research, since it sought to analyze the approaches done in the book quoted above. To theoretical basis in our research, we sought the authors Fiorentini (1995), Valente (2008), Santos (2016) and Alves (2007; 2013) that talk about the emergence of the Modern Mathematics' Movement, telling about the reasons that influenced the creation of this movement. In parallel, we'll show the development of Moderns Mathematics here in Brazil, based in authors as Alves (2013), Soares (2001) and Miranda (2003). To conclude our reasoning, we'll brought a little about the history of the Mathematics in Brazil's textbook, which were the first books to be published in our country and how was its path till the creation of the National Textbook Program (PNLD). It was possible to observe which were the main characteristics of this movement, how it influenced the education and the didactics publications by that time. Thus, this work bring a brief historic of the Modern Mathematics' Movement, showing its main characteristics and its influences in the education of Mathematics and, mostly, in textbooks, in particular the professor Osvaldo Sangiorgi's book because we visualize that the characteristics of the Modern Mathematics were there. That said, we can examine these characteristics and identify which were the main aspects of the Modern Mathematics contained in the book analyzed.

Key Words: The Modern Mathematics Movement. Textbook. Set Theory.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - União dos conjuntos dos números inteiros e dos números fracionários 1.....	25
Figura 2 - União dos conjuntos dos números inteiros e dos números fracionários 2.....	25
Figura 3 – Práticas modernas 1.....	26
Figura 4 – Práticas modernas 2	27
Figura 5 - Números racionais na reta numérica.....	27
Figura 6 - Exercícios exploratórios	28
Figura 7 - Proporções na resolução de problemas.....	29
Figura 8 - Propriedades estruturais.....	30
Figura 9 - Técnica operatória.....	32
Figura 10 – proporcionalidade composta.....	33
Figura 11 – Cálculo de juros.....	34
Figura 12 - Câmbio ano de 1968.....	35
Figura 13 - Fechamento na subtração.....	36
Figura 14 - Reta numérica dos inteiros relativos.....	36
Figura 15 - União dos inteiros positivos e negativos.....	37
Figura 16 - Intersecção dos inteiros positivos e negativos.....	37
Figura 17 – Propriedades da subtração.....	38
Figura 18 - Tabela da regra de sinais na multiplicação.....	39
Figura 19 - Exemplos de sentenças.....	41
Figura 20 - Nova forma de resolução.....	43
Figura 21 - Resolução anterior.....	43
Figura 22 - Método da substituição.....	44

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	10
1.1 Apresentação do tema e Justificativa.....	10
1.2. Objetivos.....	12
1.2.1. Objetivo geral.....	12
1.2.2. Objetivos específicos.....	12
1.3. Metodologia da pesquisa.....	13
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	15
2.1. A origem do movimento da Matemática Moderna.....	15
2.2 O movimento da Matemática Moderna no Brasil.....	17
2.3. Um breve histórico do livro de Matemática no Brasil.....	20
3. ANÁLISE DO LIVRO.....	24
4. CONSIDERAÇÃO FINAIS.....	46
REFERÊNCIAS.....	48

1 INTRODUÇÃO

1.1 Apresentação do tema e justificativa

A presente pesquisa se insere na área de Educação Matemática, linha de investigação em História da Educação Matemática e com um foco principal no Movimento de Matemática Moderna (MMM). Assim sendo, o trabalho mostra como esse movimento está presente nos livros didáticos que foram utilizados antes da criação do Programa Nacional do Livro Didático, mais precisamente na segunda edição da obra *Matemática Curso Moderno* do professor Osvaldo Sangiorgi datada do ano de 1968. Conseguimos mostrar quais são os principais conteúdos abordados no livro e como está presente o MMM nesse livro que foi utilizado no município de Jacaraú-PB.

Inicialmente, nossa pesquisa se tratava de uma análise de livro didático, entretanto o interesse de pesquisa tinha como foco buscar a abordagem da História da Matemática em livros didáticos utilizados na cidade de Jacaraú – PB, cidade onde reside o pesquisador. No entanto, houve o interesse e a curiosidade de procurar livros publicados antes da criação do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), ou seja, livros que não passaram por análises para chegar às salas de aulas das escolas brasileiras a fim de investigar a presença da História da Matemática nesses livros didáticos.

Depois de uma longa busca em escolas da cidade, não foi encontrado nenhum livro com as características que eram necessárias para realizar a pesquisa. Foi a partir daí que começamos a procurar esses livros com os professores mais antigos que moram na cidade. Após muitas buscas, foram encontrados apenas cinco livros com os atributos requeridos, mas, ao realizar uma breve análise, foi possível notar que nenhum dos livros possuía vestígio de algum elemento ou abordagem de História da Matemática. Assim, surgiu a curiosidade de saber por que a História da Matemática não estava presente nessas obras.

Em meio a esse obstáculo, começamos a procura de novos caminhos para darmos continuidade à pesquisa. Depois de algumas análises, notamos que os livros encontrados coincidiram com o início do MMM aqui no Brasil, como diz Claras e Pinto (2008), quando afirmam que o Movimento inicia sua formulação no Brasil na década de 1960 por influência da circulação das ideias de modernizar a Matemática nos EUA e na Europa.

Outro ponto que nos interessou bastante foi que um dos livros que tínhamos em mãos era uma obra do Professor Osvaldo Sangiorgi, um dos principais apoiadores do movimento aqui no Brasil, conforme nos fala Valente (2008):

Posteriormente, em 1960, ano seguinte à realização do III Congresso, alguns fatores contribuíram para que fosse acelerado o processo de mudança, com vistas a uma matemática moderna no ensino secundário brasileiro. Toma a dianteira das propostas de modernização, o professor Osvaldo Sangiorgi. (VALENTE, 2008, p.598).

Partindo dessas ideias, surgiu a inquietação de procurar encontrar nessa obra características que nos mostrassem a presença de alguns aspectos que remetem ao Movimento da Matemática Moderna.

A utilização do livro didático sempre foi uma das principais ferramentas à disposição dos professores que, em grande parte, o manuseia como um alicerce do conteúdo estudado no ano letivo, se tornando uma das peças fundamentais para o processo de ensino-aprendizagem. Segundo Dante (1996), a missão que é dada ao livro didático é de auxiliar a aprendizagem na sala de aula, assim como outros diversos recursos que estão disponíveis ao professor.

Desse modo, podemos perceber que o livro possui um papel importante nesse aspecto de conduzir a aprendizagem, além de ser considerado como importante para a difusão de novas ideias. No período do Movimento da Matemática Moderna no Brasil, o livro se torna uma das principais ferramentas de propagação dessas ideias reformistas. Santos (2015) diz que o livro didático forja-se como um poderoso recurso de divulgação das principais concepções do Movimento.

O MMM fez com que alguns pesquisadores que estavam envolvidos de alguma forma nesse movimento pudessem se destacar no cenário da Educação Matemática nacional. Assim, Soares (2001, p. 140) fala:

Com o Movimento da Matemática Moderna destacaram-se outros líderes e pesquisadores, que durante as décadas seguintes participariam ativamente do cenário da Educação Matemática brasileira. Podemos citar Ubiratan D'Ambrósio, Omar Catunda, Osvaldo Sangiorgi, Mello e Souza, Martha Maria de Souza Dantas, Benedito Castrucci, entre outros.

Citado por Soares (2001) como um dos autores que tiveram destaque diante o Movimento da Matemática moderna, Osvaldo Sangiorgi foi um dos precursores do Movimento no Brasil. Junto a outros pesquisadores, Sangiorgi foi encarregado pela propagação do movimento nas escolas brasileiras da época.

Após voltar de um estágio nos Estados Unidos, Sangiorgi cria um curso de aperfeiçoamento de professores de matemática embasado no que foi adquirido na *National Science Foundation*, onde conseguiu grande parte das ideias reformatórias para ensino de Matemática. Sangiorgi também foi responsável pela criação de grupos de estudos como o Grupo de Estudos do Ensino da Matemática o GEEM, assim como o surgimento dos Congressos Nacionais de Ensino da Matemática. Além disso, segundo Santos (2015), Sangiorgi possui, aproximadamente, 170 publicações de livros didáticos na década de 1960.

Assim, conseguimos perceber que a contribuição do professor Sangiorgi para o movimento no Brasil foi bastante significativa, podendo ele ser considerado um dos mais importantes incentivadores da propagação das ideias do Movimento da Matemática Moderna no país.

Diante do que foi apresentado, foi possível nos direcionarmos ao seguinte foco de pesquisa: Quais foram as principais ideias oriundas do Movimento da Matemática Moderna que foram implementadas pelo Professor Osvaldo Sangiorgi no livro *Matemática Curso Moderno*?

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo Geral

- Analisar a presença de aspectos da Matemática Moderna no livro “Matemática Curso Moderno” de Osvaldo Sangiorgi.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Realizar um estudo histórico sobre o Movimento da Matemática Moderna no Brasil e sua influência nos livros didáticos de Matemática;
- Apresentar as principais características do Movimento da Matemática Moderna para embasar a análise do livro didático;
- Identificar quais eram os aspectos da Matemática Moderna encontrados no livro “Matemática Curso Moderno”, mostrando como se dava a abordagem dos conteúdos na obra.

1.3 Metodologia da pesquisa

A pesquisa aqui exposta teve como objetivo a análise de um livro didático de Matemática utilizado na década de 1960, com um foco para as abordagens feitas sobre o Movimento da Matemática Moderna nessa obra. A pesquisa foi desenvolvida na cidade de Jacaraú-PB e tivemos como fonte de pesquisa o livro “Matemática Curso Moderno” de Osvaldo Sangiorgi, que foi utilizado na referida localidade.

Em relação à natureza da pesquisa, desempenhou-se uma pesquisa de abordagem qualitativa, uma vez que nossa pesquisa se sucedeu através de uma análise de abordagens presentes no livro didático, sem ter a utilização de dados numéricos. De acordo com Sampieri, Collado e Lucio (2013, p.33), uma pesquisa qualitativa é um “tipo de abordagem que utiliza a coleta de dados sem medição numérica”.

No que diz respeito aos objetivos da pesquisa, foi desenvolvida uma pesquisa exploratória que, segundo Gil (2010, p.27), “têm como propósito proporcionar mais familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a construir hipóteses”. Diante disso, percebemos que essa ideia é condizente com o que pretendemos pesquisar, já que temos como objetivo de pesquisa, explicitar como se apresenta características do Movimento da Matemática Moderna nesses livros didáticos.

A pesquisa possui cunho documental quando se refere aos seus procedimentos técnicos de pesquisa, pois as análises de livros didáticos são consideradas pesquisas documentais, já que, conforme afirma Gil (2010), todo tipo de material, a que for consultado, for interno à organização como documentos legais, revistas, arquivos eletrônicos, livros, entre outros, é considerado como pesquisa documental. Prodanov e Freitas (2013, p.55) reforçam o pensamento quando dizem que “a pesquisa documental baseia-se em materiais que não receberam ainda um tratamento analítico [...]”, ou seja, um material como o livro didático.

Inicialmente, foi realizada uma busca minuciosa de livros que poderiam ser encontrados nas escolas mais antigas do município de Jacaraú-PB, obras que ainda pudessem estar guardadas nos arquivos dessas escolas. Percebendo a ausência de êxito nessa busca, realizamos uma procura por acervos particulares de alguns professores mais antigos (incluindo os aposentados) com o intuito de encontrar livros que foram utilizados na educação de alunos do município do pesquisador, e foi em um desses

acervos particulares que encontramos a obra que acabou sendo analisada. A análise se conduziu embasada nas principais características do Movimento da Matemática Moderna, mostrando onde, essas particularidades trazidas pelo movimento, se encontravam no livro analisado.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 A origem do Movimento da Matemática Moderna

Apesar de muitos acreditarem que os conteúdos presentes nos currículos escolares são permanentes, o que realmente ocorre não condiz com essa ideia. Santos (1990) nos mostra que existe uma alternância na forma e no conteúdo das disciplinas escolares no decorrer do tempo. Ainda de acordo com o autor, as “mudanças de orientação do conteúdo curricular são relacionadas a eventos sociais e políticos, estando diretamente vinculadas ao controle social”. (SANTOS,1990, p.61).

Partindo da ideia de que todas as disciplinas passam por mudanças ao longo dos anos, temos um exemplo de uma reformulação mundial em relação ao currículo do ensino da Matemática. Essa reforma ocorreu em meados do século XX, proveniente de inúmeras insatisfações de diversos professores do mundo inteiro. Estudos mostram que o movimento surge nos EUA, principalmente.

Conforme diz Berti (2005), além dos professores americanos da época notarem que grande parte dos estudantes não conseguia obter notas satisfatórias, o próprio governo norte americano viu a necessidade de fazer uma reestruturação no ensino de Ciências e Matemática. O grande estopim para o governo americano começar a tomar atitudes em relação à modificação no modelo de ensino de Matemática foi o primeiro satélite a ser lançado na atmosfera terrestre, o satélite Russo Sputnik, evento que ocorreu em 4 de outubro do ano de 1957. Valente (2008) e Berti (2005, p. 09) reiteram que Sangiorgi faz menção ao movimento dos EUA como estando diretamente ligado a esse evento:

O lançamento, em 1957, do primeiro foguete soviético - o Sputnik - levou o governo americano a tomar consciência de que, para resolver o problema da clara desvantagem tecnológica existente em relação aos russos, era necessário repensar o ensino de Matemática e o de Ciências (BERTI, 2005, p. 09).

Como consequência dos incentivos financeiros do governo norte americano, foram criados grupos de estudos de Matemática e de Ciências com o intuito de desenvolver melhorias no ensino de ambos. O *School Mathematics Study Group* (MSG) foi o grupo pioneiro nos EUA e seu surgimento se deu a partir de duas grandes conferências ocorridas no ano de 1958: *Chicago Conference on Research Potential and Training* e *Mathematics Meeting of the National Science Foundation*, tendo a primeira

sido realizada na capital Chicago e a segunda na cidade Cambridge, estado de Massachusetts. A segunda se tornou a mais importante ao ser a precursora do início do Movimento da Matemática Moderna.

Contudo, o movimento não se tornou um fato isolado pertencente apenas aos EUA. Mesmo ocorrendo o surgimento do movimento após o lançamento do satélite Sputnik e a idealização da sua criação ser voltada para os EUA, houve também outras ações pelo mundo:

[...] nos anos de 1950, em muitos países da Europa e nos Estados Unidos, as discussões acerca da necessidade urgente de uma reforma no ensino de Matemática resultaram em inúmeras ações de modificação dos currículos, visando à atualização dos temas ensinados e à introdução de novas metodologias de ensino (GUIMARÃES, 2013, *apud*. ALVES, 2007).

Com a ideia de avaliar o cenário do ensino Matemático na Europa, os países europeus decidiram criar a Organização Europeia de Cooperação Econômica. Essa organização realizou o Seminário de Royaumont na França em 1959. O *Cercle Culturel de Royaumont* é considerado o evento mais importante para o Movimento da Matemática Moderna. De acordo com Alves (2013, p.73) o evento contou com:

[...]A participação de quase 50 delegados de dezoito países, sendo que cada país participante deveria enviar três representantes: um matemático eminente, um especialista em Pedagogia da Matemática ou alguém do Ministério da Educação responsável por essa disciplina e ainda um professor de Matemática com reputação no ensino secundário.

Ainda segundo Alves (2013), foi nesse Seminário onde surgiu a proposta de realizar a construção de um programa moderno de Matemática que seria, inicialmente, direcionado ao ensino secundário, proposta essa que futuramente se transformaria no famoso Movimento da Matemática Moderna.

O MMM tem sua contemplação com os trabalhos publicados por Nicolas Bourbaki (nome fantasioso dado a um grupo de matemáticos franceses). Ele expôs a matemática de uma forma consolidada, única e axiomática. Segundo Berti (2005, p.10), “os trabalhos de Bourbaki, o estágio mais avançado dos estudos matemáticos, orientou as propostas do Movimento da Matemática Moderna, reforçada por estudos psicológicos contemporâneos, especialmente pelos de Jean Piaget.” Segundo Soares (2001).

Boa parte das ideias do movimento eram oriundas de propostas do professor Bourbaki, que tinha como uma das principais concepções de Bourbaki era tornar a Matemática mais simples e axiomática, além disso, alguns dos temas a serem

implementados no currículo do ensino secundário da época foram: Teoria dos conjuntos; Álgebra; Conceitos de anel, grupo e corpo; Matrizes; Cálculo diferencial; Espaços vetoriais. Além disso, Lavorente (2008) nos diz que atrelado a alguns conteúdos uma das características da Matemática Moderna era a utilização da linguagem visual, usada como um recurso metodológico, muitas vezes para ajudar a perceber as relações entre conjuntos.

Ainda de acordo com Soares (2001) uma das características do MMM era fazer uma aproximação da Matemática pura para a Matemática escolar. Uma forma de isso ocorrer, aconteceu com a utilização da teoria dos conjuntos, que foi utilizado como instrumento unificador. O conteúdo de teoria dos conjuntos se tornou comum de tal maneira (no ensino da Matemática e nas publicações realizadas no período do Movimento) que, em alguns momentos, os termos como Matemática Moderna e Teoria dos Conjuntos tinham significados sinônimos, fazendo com que a teoria dos conjuntos fosse a principal característica da Matemática Moderna.

Desse modo percebemos, essa nova estrutura de ensino matemático se desenvolveu com estudos no mundo inteiro. Daí em diante, a chamada pelos americanos pelo nome de *New Mathematics* (a nova matemática escolar) se estruturou baseada no formalismo matemático existente há muito tempo. Segundo Fiorentini (1995), o Movimento da Matemática Moderna permitiria que a Matemática voltasse a utilizar seu formalismo, mas com um novo parâmetro que dispunha das estruturas algébricas e a linguagem formal da Matemática contemporânea até se constituir a nova ideia do ensino da Matemática, a Matemática Moderna.

2.2 O movimento da Matemática Moderna no Brasil

Enquanto no restante do mundo se desenvolvia, por volta dos anos 1950, o Movimento da Matemática Moderna, aqui no Brasil essa ideia também começava a dar seus primeiros passos. Desde o fim da década de 1920 e início da década de 1930 já se via a necessidade de uma reestruturação na forma de ensinar Matemática nas escolas brasileiras.

As primeiras mudanças que ocorreram no ensino de Matemática no Brasil ocorreram por volta do ano de 1928 com o surgimento das ideias do precursor da unificação da Matemática, Euclides de Medeiros Guimarães Roxo. Após algumas propostas de Euclides Roxo no Colégio Pedro II, na cidade do Rio de Janeiro, sendo

essas ideias de Roxo baseadas nas ideias reformistas de Felix Klein. As proposições de Roxo acarretaram na unificação das disciplinas de Aritmética, Álgebra e Geometria, dando assim origem a disciplina de Matemática.

Alves (2013) fala que a proposta feita por Roxo foi inicialmente voltada apenas para o ensino secundário do Colégio Pero II. Embora tenha sido uma proposta tida como exemplo para as demais escolas secundárias do Brasil, não se estabeleceu que as demais instituições aderissem a esse novo modelo de ensino.

Essa unificação das disciplinas para a então formação da disciplina de Matemática, que o professor Euclides propôs, teve grande influência dos EUA, como mostra Miranda (2003). A fusão de Aritmética, Álgebra e Geometria no Brasil sofreu influência direta dos Estados Unidos, muito por parte dos estudos desenvolvidos pelo professor Ernest Breslich, que foi um dos maiores apoiadores da ideia de unificação dessas disciplinas.

Alves (2013) ainda complementa nos dizendo que “por meio do decreto nº 19890, de 18 de abril de 1931, da Reforma Francisco Campos, a orientação de unificação das matemáticas foi estendida às demais escolas secundárias do país” dando conclusão ao primeiro movimento reformista no processo de ensino da Matemática no Brasil.

Passado um certo período de tempo, com as realizações dos primeiros congressos Nacionais de Ensino da Matemática, por volta dos anos de 1950, surgiram as primeiras discussões sobre o MMM no Brasil. O primeiro congresso ocorreu no estado da Bahia no ano de 1955, porém ainda não se via a discussão sobre a inclusão do movimento no ensino das escolas brasileiras. De acordo com Alves (2013), ainda não se tinha essa preocupação de incluir os tópicos da Matemática Moderna, mas já decorria a ideia de reorganizar o programa da educação secundária, o qual era considerado abstrato e teórico em excesso.

No II e III Congresso Nacional de Ensino da Matemática houve alguns debates sobre o movimento, mas ainda não era esse o foco das reuniões. Apenas no ano de 1962, na cidade de Belém (PA), ocorreu o IV Congresso cujo principal objetivo das discussões era o Movimento da Matemática Moderna. Entretanto, de acordo com Berti (2005), apesar de essas ideias ganharem força nesses congressos, não seriam eles que despertariam o movimento aqui no Brasil.

Segundo o autor, isso só ocorreu por meio das atividades desenvolvidas pelo Grupo de Estudos de Ensino da Matemática o GEEM. De acordo com Soares (2001), o

GEEM teve sua criação realizada por professores do ensino primário, secundário e universitário do estado de São Paulo, no ano de 1961, tendo como principal representante e presidente o professor Oswaldo Sangiorgi. Ainda segundo Soares (2001) aqui no Brasil o Movimento da Matemática Moderna era defensor de inserir no currículo secundário conteúdos estudados em universidades como álgebra moderna e topologia.

A importação desse modelo de ensino de Matemática, além de outros fatores, proporcionou um incentivo para que o desenvolvimento do movimento ocorresse no Brasil, já que o seu surgimento também foi motivado diante de dificuldades encontradas no ensino pelos próprios professores das escolas brasileiras e a necessidade de uma reforma no ensino era realmente visível. Alves (2013, p. 84) conclui que:

Os estudos regionais mostram que a implementação do MMM, em território brasileiro, se deu de diferentes formas em momentos distintos. Também indicam que a Matemática Moderna chegou aqui por meio da participação de professores brasileiros nos congressos internacionais que, tomando parte ativa nas discussões sobre a necessidade de renovação do ensino da Matemática em diferentes países, trouxeram as questões discutidas nesses fóruns para o debate nacional ocorrido, por exemplo, nos Congressos Nacionais de Ensino da Matemática.

Retornando ao GEEM, Silva (2016) fala que esse Grupo pode ter sido o principal difusor das novas ideias da Matemática Moderna no Brasil, influenciando a criação de outros diversos grupos de estudos pelo país inteiro e fazendo propostas para alterar o currículo da escola secundária. Ainda de acordo com Silva (2016), os anos que se sucedem foi marcado pela inserção de novos materiais que futuramente serviriam de inspiração para produção de livros didáticos.

Durante o período do MMM, a produção dos livros didáticos foi muito marcada pelas coleções do professor Oswaldo Sangiorgi, já que o mesmo possuiu um lugar de destaque no movimento aqui no Brasil. Entretanto, nesse período também houve publicações de outros autores, como Ary Quintela, além de publicações feitas por grupos de ensino de Matemática e também obras norte-americanas que foram traduzidas e produzidas no Brasil (SILVA, 2016).

Por fim, o movimento não conseguiu solucionar os problemas encontrados no ensino de Matemática no Brasil devido a algumas situações, tais como o despreparo por parte de alguns professores, de acordo com Soares (2001) “os professores foram obrigados a ministrar uma Matemática diferente da que haviam estudado e, sem haver tempo e planejamento suficiente para implantação do novo currículo”. Além disso, os professores não foram preparados para a nova metodologia de ensino, como reitera

Soares (2001) dizendo que “Os professores, obrigados a ensinar uma Matemática em cujos métodos não foram preparados ministravam um ensino deficiente e só agravaram os problemas”. Levando complicações para o cenário de ensino da Matemática no Brasil.

2.3 Um breve histórico do livro didático de Matemática no Brasil

Sabemos que, mesmo com todo o avanço tecnológico que temos, o livro didático ainda é, nos dias atuais, uma das principais ferramentas utilizadas por professores da Educação Básica do Brasil. Sua importância é vista quando, se referindo particularmente aos livros didáticos de Matemática, Dante (1996) ressalta que o livro didático é tão indispensável quanto um dicionário ou uma enciclopédia, já que ele possui definições, propriedades, tabelas e explicações, tais quais são utilizadas frequentemente pelo professor.

Os livros didáticos de Matemática que temos disponíveis hoje nas escolas do Brasil sofreram ao longo do tempo inúmeras alterações. De acordo com Alves (2005), o primeiro livro considerado escolar da disciplina de Matemática foi uma solicitação à Ordem Régia publicada em Portugal no ano de 1738, o que não representou, na realidade, uma obra exclusivamente de Matemática, pois era destinada para *Aulas de Artilharia e Fortificações*. Isso fez com que o engenheiro militar José Fernandes Pinto Alpoim escrevesse o livro *Exame de Artilheiros*, de 1744, considerada a primeira obra da Matemática escolar brasileira.

Segundo Alves (2005), depois do início do século XIX foram publicadas várias traduções de obras europeias, como os *Elementos da Álgebra* de Euler, e assim foram surgindo inúmeras obras durante o Brasil Império que continuaram a ser usadas após a proclamação da República em 1889. O autor ainda diz que os primeiros livros didáticos surgiram por volta de 1930 para serem utilizados nas escolas primárias brasileiras.

De acordo com Dassie (2011), no Brasil, por volta do ano de 1930, junto ao surgimento da disciplina de Matemática unificada, também nasceram os livros que traziam pela primeira vez a Álgebra, Aritmética e Geometria em uma única obra. A partir de então surgiram as primeiras obras propriamente ditas de Matemática. O principal autor desse período foi o escritor Euclides Roxo, responsável pelas primeiras obras escritas com a nova formulação a partir da unificação da Matemática escolar, como nos mostra Alves (2005, p. 25):

A obra de Euclides Roxo, Curso de Matemática, juntamente com o homônimo Curso de Matemática de Cecil Thiré e Mello e Souza, seriam as primeiras obras a atender as determinações do Decreto nº 19.890 de 1931, que instituía o ensino da Matemática de forma unificada. (ALVES, 2005, p.25)

Anteriormente, a disciplina de Matemática era basicamente fracionada em seus três principais ramos: Álgebra, Aritmética e Geometria. Essa fusão fez com que esses ramos convergissem para a construção da disciplina de Matemática. Não divergindo da ideia unificadora, surgiu o livro didático de Matemática, diferente do que ocorria antes:

Neste momento, surgem quatro coleções: *Como se aprende mathematica*, em dois volumes, de Savério Cristóforo; o *Curso de Mathematica elementar*, em três volumes, de Euclides Roxo; *Mathematica*, em três volumes, de Cecil Thiré e Mello e Souza; e *Primeiro ano de mathematica*, de Jacomo Stávale (DASSIE, 2011, p.01).

No início da década de 1930, se desenvolvia, também, a Reforma de Francisco Campos que, de acordo com Alves (2005), fez uma implementação de algumas ideias modernizadoras no ensino da Matemática das escolas secundárias do Brasil. Essa reforma de Francisco Campos foi um dos principais motivos que levaram a essa unificação do ensino da Matemática.

Dando prosseguimento, Alves (2005) fala que essa modernização da Matemática reestrutura todos os cursos secundários do país, introduzindo esses conceitos modernizadores e levando esses cursos a superar seu caráter básico e introdutório para ser, acima de tudo, educativo.

Essa reforma nos livros didáticos de Matemática foi o que basicamente estruturou as obras utilizadas até a década de 1960 quando, o Movimento da Matemática Moderna chega ao Brasil. Nesse período, o ensino de Matemática no Brasil sofre uma grande reforma, sendo uma consequência da reforma que já estava ocorrendo nos EUA e na Europa. No Brasil, as primeiras mudanças ocorreram em nível universitário como nos fala Berti (2005, p. 11)

As primeiras mudanças foram iniciadas a nível universitário, induzido pelo governo, foram desenvolvidas por professores que estavam na universidade (sem o devido preparo dos professores para tal empreitada), onde eram dados maior ênfase na precisão das definições com aspectos formais, abstratos, rigorosos e também no uso cuidadoso da linguagem.

A partir de então, a reforma do MMM se desenvolve até o ensino básico, ou ensino secundário, como era chamado na época. Seguindo nas ideias de Berti (2005), os

primeiros livros a serem publicados com esse novo modelo depois de várias discussões sobre a modernização da Matemática foram as obras escritas pelo professor Oswaldo Sangiorgi junto ao grupo de estudos de Matemática de São Paulo.

Nessa época as publicações dos livros didáticos de Matemática eram publicados seguindo as orientações e as regras oriundas da Comissão do Livro Técnico e Didático, de acordo com Batista, Santos e Souza (2016) essa comissão foi criada no ano de 1966 por meio de um convenio entre o Ministério da Educação, Cultura o Sindicato Nacional dos Editores de Livros e a United States Agency for International Development. Ainda segundo os autores “intenção da comissão doar livros aos estudantes de nível elementar, vendê-los abaixo do custo aos estudantes de nível médio e ao preço de custo aos do ensino superior. Os livros didáticos de Matemática seguiram as regras da comissão até o surgimento do Plano Nacional do Livro Didático (PNLD).

Os livros que encontramos nas escolas públicas, atualmente, são disponibilizados pelo Governo Federal junto ao Ministério da Educação (MEC) a partir do PNLD. O PNLD foi criado no ano de 1985 com o intuito de fornecer a todas as escolas públicas do Brasil, de forma gratuita, livros didáticos de qualidade para o ensino público brasileiro. A escolha desses livros é feita por professores do ensino básico das escolas públicas, das redes municipais e estaduais de ensino, como podemos ver a seguir:

Os materiais distribuídos pelo MEC às escolas públicas de educação básica do país são escolhidos pelas escolas, desde que inscritos no PNLD e aprovados em avaliações pedagógicas coordenadas pelo Ministério da Educação e que conta com a participação de Comissões Técnicas específica, integradas por especialistas das diferentes áreas do conhecimento correlatas, cuja vigência corresponderá ao ciclo a que se referir o processo de avaliação. (BRASIL, 2017).

Essas avaliações são orientadas pelos guias dos livros didáticos. O primeiro guia do PNLD foi divulgado no ano de 1996, direcionado para a primeira fase do Ensino Fundamental e, em 1997, para a segunda fase, como diz Biffi e Trivizoli (2017, p. 01):

Em 1996 foi publicado o primeiro Guia do Livro Didático, com pareceres de livros de 1a a 4a série, e a partir de 1997 o Ministério da Educação e Cultura – MEC, através do Fundo Nacional e Desenvolvimento da Educação – FNDE, passou a distribuir esses materiais para alunos da 1a a 8a série matriculados em escolas públicas.

Desde então, a cada três anos o MEC envia para as escolas o guia do PNLD. Os livros são inscritos para escolha pelas próprias editoras, obedecendo a normas determinadas pelo Plano para depois passar por análises de especialistas de cada área de

conhecimento. Após isso, as obras são enviadas para a escolha que é realizada pelos professores das escolas da Educação Básica.

Assim, a partir do que observamos, decidimos então escolher um livro que foi publicado anteriormente à criação do PNLD. Com isso, apresentamos como estão presentes os principais conceitos trazidos pelo MMM presentes nas abordagens dos conteúdos presentes na obra entre outros aspectos considerados modernizadores para época de publicação e utilização do livro didático em questão.

3 ANÁLISE DO LIVRO

O livro que foi analisado é um exemplar do autor Oswaldo Sangiorgi. A obra aqui utilizada é o volume 2 para o ensino nos “ginásios” (que comparado ao sistema atual de ensino em vigor no Brasil, podemos dizer que seria uma parte do atual ensino fundamental) e a sexta edição de um total de 12 que foram publicadas no ano de 1968 e é intitulada como *Matemática Curso Moderno*:

Quanto ao livro “Matemática Curso Moderno, Volume 2”, este teve sua primeira edição em 1965, num total de 101.046 exemplares. Chegou a 12ª edição em novembro de 1971, com uma tiragem de 35.160 exemplares, sendo esta sua última impressão (LAVORENTE, 2008, p.184).

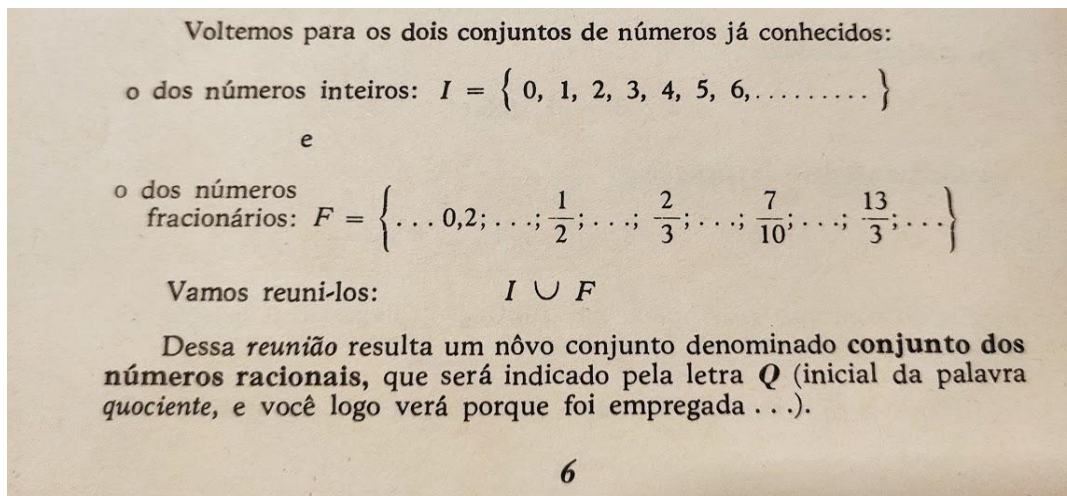
A análise da obra foi baseada nas principais características do Movimento da Matemática Moderna. No início do livro o autor mostra alguns conteúdos com a descrição “Programa Para Um Curso Moderno de Matemática” e em seguida “Para a 2ª Série dos Cursos Ginasiais” concluindo com a sequência de conteúdos destinados para a série indicada. O autor faz com que logo no começo da obra seja possível ter uma ideia do que será estudado e para qual público em específico é destinada. Além disso, o autor faz uma breve descrição do que determina o programa acima citado:

De acordo com os Assuntos Mínimos para um Moderno Programa de Matemática para os Ginásios, aprovado pela Diretoria do Ensino Secundário, do Ministério de Educação e Cultura, no Curso de Treinamento Básico para Professores Secundários, realizado em Brasília, de 25 a 30 de novembro de 1963 e as sugestões para desenvolvimento da Matemática, da 2ª Série Ginásial, publicadas pelo Departamento de Educação de São Paulo (Diário Oficial de 19/1/65) (SANGIORGI, 1965, p.1).

Logo após, vemos o índice do livro mostrando a divisão do mesmo em quatro capítulos, cada capítulo sendo dividido em duas partes. O primeiro capítulo traz, em sua primeira parte, os seguintes conteúdos: Números Racionais Absolutos, operação com conjuntos, propriedades estruturais e a reta numerada. Na segunda parte temos: razões e proporções, por cento, porcentagem e aplicações práticas.

O primeiro conteúdo apresentado na obra é o conjunto dos números racionais que, conforme foi mostrado, o autor intitula como *Números Racionais absolutos*. O conceito de números racionais é dado pela explicação da ideia de que esse conjunto é formado pela junção de outros dois conjuntos: o conjunto dos números inteiros e o conjunto dos números fracionários como podem visualizar na figura 01.

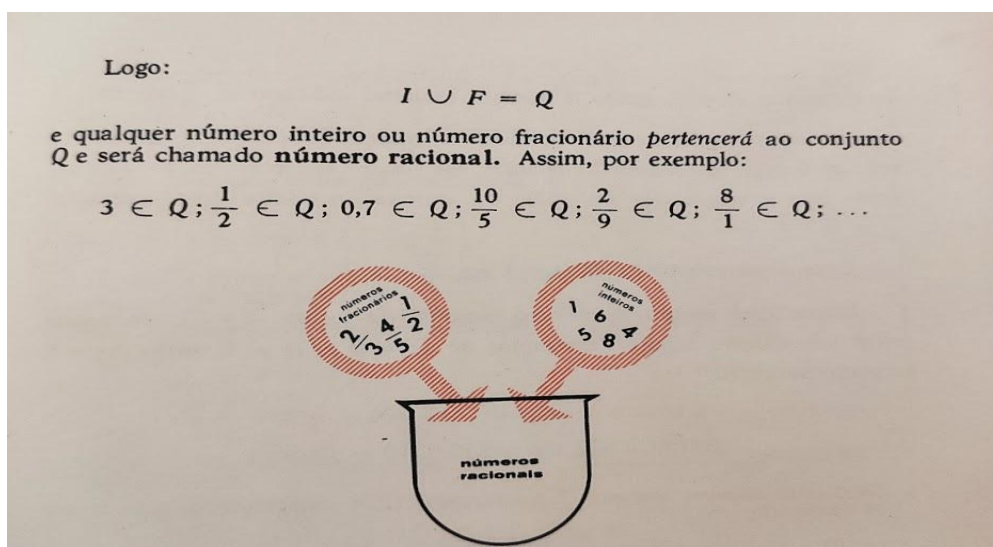
Figura 01 – União dos conjuntos dos números inteiros e dos números fracionários 01



Fonte: Sangiorgi (1968, p.06)

Em seguida traz exemplos de números que pertencem a esse conjunto numérico e também uma ilustração que mostra a ideia de junção dos dois conjuntos: o conjunto dos números inteiros e dos números fracionários para formar o conjunto dos racionais. Além disso, o autor traz exemplos de alguns elementos que compõem esse novo conjunto definido, como podemos visualizar na figura 02.

Figura 02 – União dos conjuntos dos números inteiros e dos números fracionários 02



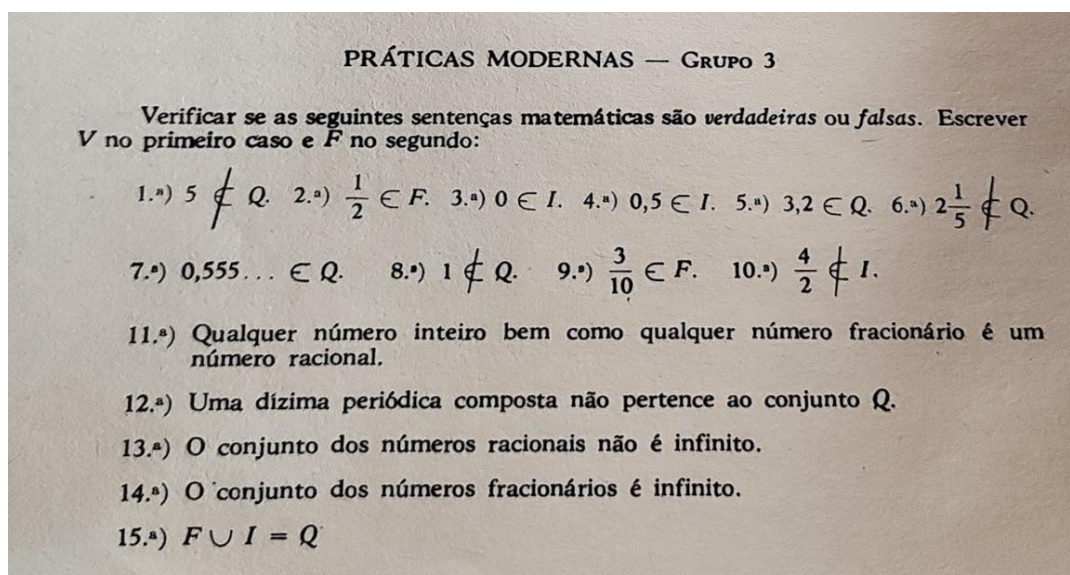
Fonte: Sangiorgi (1968, p.07)

Essa abordagem é uma das características da Matemática Moderna, uma vez que a teoria dos conjuntos é um dos principais conteúdos que são propostos pelo Movimento da Matemática Moderna.

Logo após, o livro de Sangiorgi apresenta a explanação dos conteúdos e duas listas de exercícios: exercícios de aplicação e exercícios de fixação. Posteriormente, em outro conteúdo do primeiro capítulo, encontramos outra espécie de atividade denominada de *exercícios exploratórios*.

Nos exercícios de fixação desse conteúdo o autor traz o que ele chama de PRÁTICAS MODERNAS. Na verdade, são alguns exercícios que complementam a lista de exercícios que pedem para o aluno responder se a afirmação é falsa ou verdadeira. Esse título de práticas modernas aparece mais vezes no livro, sempre acompanhado de alguma atividade, como podemos observar na figura 03.

Figura 03 – Práticas modernas 01



Fonte: Sangiorgi (1968, p.10)

Nesse primeiro capítulo, essas abordagens de práticas modernas estão, de alguma forma, ligadas aos estudos das teorias de conjunto que são visíveis nas características do Movimento da Matemática Moderna. Assim sendo, podemos observar que, na figura 04, são apresentados alguns exercícios com a ideia da união e intersecção de conjuntos.

Figura 04 – Práticas modernas 02

PRÁTICAS MODERNAS — GRUPO 5

De agora em diante a indicação de conjuntos será feita por letras maiúsculas (A, B, C, D, ...), a fim de facilitar a apresentação das questões que envolvem operações e relações com esses conjuntos.

1. Dados os conjuntos:

$$A = \left\{ 4, \frac{1}{3}, 2, 0 \right\} \text{ e } B = \left\{ 2, 0, \frac{1}{2}, 5 \right\}$$

Calcular: 1.º) $A \cup B$ 2.º) $A \cap B$

2. Dados os conjuntos:

$$A = \left\{ 3, \frac{3}{2}, 1, \frac{1}{3} \right\} \quad B = \{1, 3, 5\} \quad C = \left\{ 3, 0, \frac{1}{2} \right\} \quad D = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{3} \right\} \quad E = \{3\}$$

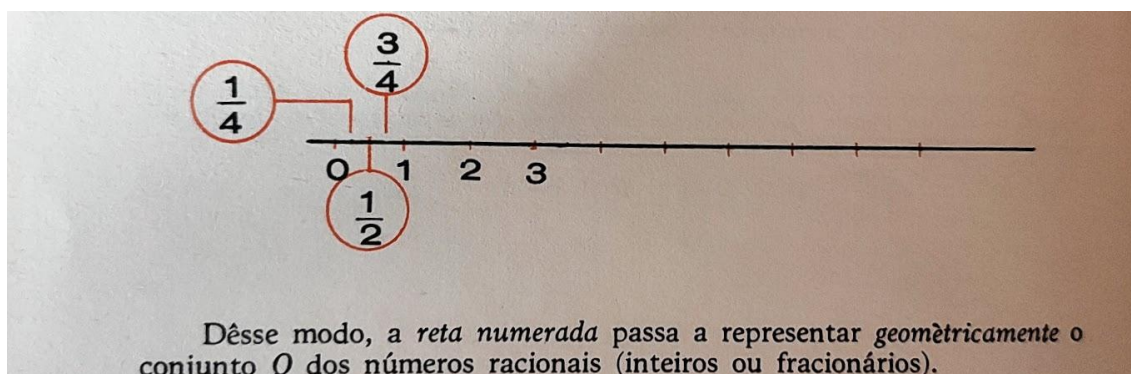
Calcular:

1.º) $A \cup B$	2.º) $A \cap B$	3.º) $A \cup C$	4.º) $A \cap C$	5.º) $B \cup A$
6.º) $B \cap A$	7.º) $B \cap C$	8.º) $B \cap D$	9.º) $B \cup E$	10.º) $B \cap E$

Fonte: Sangiorgi (1968, p.16)

Além disso, o autor aborda o conteúdo do conjunto dos números racionais fazendo um paralelo com a reta numérica. Segundo Sangiorgi (1968), uma das maneiras possíveis de observar os números racionais é através da “*reta numerada*”. Ele mostra como e onde se localizam os números inteiros e fracionários que compõem o conjunto dos números racionais na reta numérica, como mostra a figura 5.

Figura 05 – Números racionais na reta numérica



Fonte: Sangiorgi (1968, p.18)

Ao abordar as propriedades das operações com o conjunto dos números racionais, Sangiorgi (1968) diz que no conjunto dos números racionais existe restrição para operações de subtração e radiciação. Dessa forma, ele define as propriedades do conjunto como *propriedades estruturais da adição e da multiplicação*. As cinco

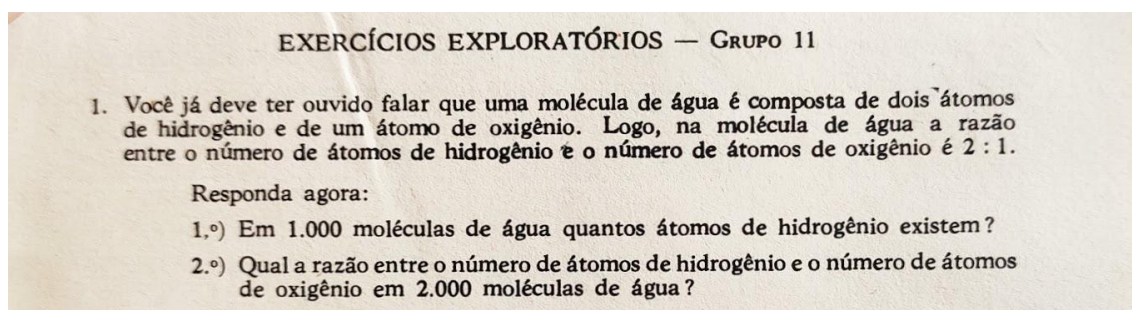
propriedades abordadas pelo autor são: 1ª Fechamento para soma e multiplicação, 2ª Comutativa, 3ª Elemento neutro da adição e da multiplicação, 4ª Associativa e 5ª Distributiva da multiplicação em relação à adição.

Na segunda parte desse primeiro capítulo, são apresentados conceitos e ideias de razão e proporção, porcentagem, etc. O autor divide esse conteúdo em 10 tópicos relacionados ao conteúdo que são: 1- Razão, como comparação entre dois números; 2- Aplicação da noção de razão na Geometria prática; 3- Razões especiais: velocidade, densidade demográfica, densidade específica; 4- Proporção; 5- Propriedade fundamental das proporções; 6- Como “testar” uma proporção; 7- Proporções especiais: Médias usuais; 8- Por cento: razão de conseqüente 100; 9- Porcentagem: aplicação da razão “por cento”; 10- Técnicas operatórias para determinar a porcentagem, o principal e a taxa, em problemas práticos.

Como já dissemos, o autor, além de exercícios de aplicação e fixação, também insere alguns exercícios exploratórios e nessa parte do primeiro capítulo ele aborda esses exercícios de uma forma a utilizar situações-problema envolvendo a utilização de operações. Em dois momentos o autor deixa bem explícita essa utilização.

Um outro ponto a ser visto e que chamou atenção é uma tentativa de utilização do uso da interdisciplinaridade na resolução de alguns exercícios propostos no livro. No exemplo que veremos a seguir na figura 06 o autor fala no exercício sobre a divisão da molécula da água, o que nos remete a estudos de outro campo da educação básica.

Figura 06 – Exercícios exploratórios



Fonte: Sangiorgi (1968, p.31)

Nessa parte do capítulo podemos observar que a grande maioria das atividades propostas são feitas nesse modelo de exercícios. Foi notória a adequação de problemas matemáticos envolvendo situações comuns à realidade do estudante, apesar de que esse tipo de metodologia só viria ganhar força na década de 1980. Nessa época, a resolução de problemas tem sua propagação para os professores aqui no Brasil por meio da

chegada de publicações provenientes dos EUA que foram introduzidas em Mestrados e Doutorados.

Continuando com a tentativa de utilizar os conteúdos matemáticos na resolução de problemas, o autor, ainda nesse capítulo, nos mostra dois exemplos de como utilizar os conhecimentos matemáticos nessa perspectiva. A primeira abordagem feita por ele é relacionada a proporções, enquanto na segunda ele usa algumas das propriedades chamadas de estruturais que já foram explicitadas anteriormente. Nas figuras 07 e 08 podemos visualizar as propriedades de soma e multiplicação.

Figura 07 – Proporções na resolução de problemas

Emprêgo das proporções para resolver problemas

As proporções podem ser empregadas, com êxito, na resolução de problemas que envolvem razões. Observe os seguintes exemplos:

1.º) A fotografia que tirei de nossa classe tem 9cm de comprimento por 6cm de altura ("9 por 6"). Quero ampliá-la de forma que tenha 27cm de comprimento. Qual será a altura da ampliação?

Ora, a *razão* entre os comprimentos das duas fotografias é 9 : 27 e esta razão deve ser conservada para as alturas. Representando, então, por x a altura procurada, a razão existente entre as alturas será: 6 : x e o problema é resolver a proporção:

$$9 : 27 = 6 : x$$

Logo: $x = \frac{27 \times 6}{9} = 18$ e a altura da ampliação será: 18cm.

Fonte: Sangiorgi (1968, p.47)

Na figura 08, o autor traz as propriedades e utiliza problemas envolvendo porcentagem. De início, ele faz um exercício de exemplo e logo após apresenta uma lista de atividades com as mesmas características do exemplo exposto.

Figura 08 – Propriedades estruturais

**Utilização das propriedades estruturais
das operações na resolução de problemas**

Você já sabe que a multiplicação de números racionais é *comutativa*, *associativa* e *distributiva* em relação à adição. Estas propriedades podem tornar mais simples a resolução de problemas que envolvem “por cento” e “porcentagem” se você tiver que usar a multiplicação. Exemplos:

1.º Devendo calcular 10% de 80 e 10% de 120, quanto valerá a soma dos resultados?

Basta calcular 10% de $(80 + 120)$ ou 10% de 200, pois:

$$10\% \times (80 + 120) = 10\% \times 80 + 10\% \times 120, \text{ como é fácil verificar:}$$

$$\frac{10}{100} \times (80 + 120) = \frac{10}{100} \times 80 + \frac{10}{100} \times 120 \text{ é uma sentença verdadeira.}$$

Fonte: Sangiorgi (1968, p.67)

Podemos observar o grande destaque feito nesse primeiro capítulo ao conjunto dos números racionais, além de um amplo foco nas teorias de conjunto, o que nos leva a ver uma das características do movimento de Matemática Moderna, pois, segundo Soares (2001), uma das ideias trazidas pelo movimento era justamente unificar o ensino da Matemática por meio da teoria dos conjuntos.

Além disso, vemos, também, a presença da linguagem dos conjuntos que necessita de um conhecimento mais apurado para poder haver compreensão do que está sendo estudado, como nos diz Lavorente (2008, p.128): “[...] a importância da linguagem dos conjuntos proposta pela Matemática Moderna, que possui uma convenção bem estruturada e requer habilidade para ser interpretada”.

Nesse primeiro capítulo do livro podemos perceber que além da presença da teoria dos conjuntos, com elementos e linguagens típicas desse conteúdo, como observamos nas figuras, 02, 03 e 04, há também o estudo das propriedades estruturais do conjunto dos números racionais visível nas figuras 07 e 08. Outro aspecto que também nos remete a características do movimento são algumas abordagens do conteúdo que o próprio autor chama de PRÁTICAS MODERNAS.

Semelhante ao primeiro capítulo, temos uma divisão do capítulo dois em duas partes. Na primeira parte Oswaldo Sangiorgi nos mostra os seguintes conteúdos:

Números proporcionais, Problemas com novas estruturas, Grandezas proporcionais. Já na parte dois os conteúdos a serem vistos são Regra de três, Juros simples, Desconto – câmbio.

Na parte de números proporcionais, o autor exibe brevemente a ideia de números *diretamente proporcionais* e *inversamente proporcionais*. Entre os dois tipos de proporção aparece a *propriedade que relaciona números proporcionais*. Sangiorgi (1968) conclui a seguinte afirmação sobre essa propriedade: “se $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ então $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \frac{a+b+c}{a'+b'+c'}$ ”. Por fim, como faz em todos os conteúdos, o autor promove uma bateria de exercícios para concluir o assunto abordado, aplicando exercícios semelhantes aos que ele traz como exemplo, fazendo com que o aluno reproduza o que ele apresenta nos exercícios resolvidos. Nesses exercícios podemos perceber a presença da álgebra em meio ao assunto de proporção, associando de forma secundária esse conteúdo.

Posteriormente, o autor utiliza aplicações com números proporcionais. Esse assunto intitulado de *problemas com novas estruturas*, semelhante ao conteúdo anterior de números proporcionais, possui dois ramos. Sangiorgi (1968) conceitua a primeira estrutura como *repartição de um número em partes diretamente proporcionais* e a segunda estrutura de *repartição de um número em partes inversamente proporcionais*. Fazendo uso da propriedade que já foi relatada no parágrafo anterior, o autor explica como se dão as operações com esses números proporcionais.

Para a primeira estrutura o livro traz uma maneira de como solucionar o problema de sentenças matemáticas. Para tal, o autor faz a utilização de “*técnica operatória*” no sentido de realizar a resolução para encontrar valores par x , y e z . O livro traz também a linguagem visual como auxílio e esse tipo de artifício também é um dos elementos característicos do Movimento da Matemática Moderna. Podemos observar esses detalhes na figura 09:

Figura 09 – Técnica operatória

Técnica operatória: De um modo geral, simbolizando por N o número que se quer repartir em partes *diretamente proporcionais* aos números a , b e c , temos, seguindo o mesmo raciocínio:



$x:a$
 $y:b$
 $z:c$

sentenças matemáticas:

$$\begin{cases} \frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} \\ x + y + z = N \end{cases}$$

Como: $\frac{x + y + z}{a + b + c} = \frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$

ou

$$\frac{N}{a + b + c} = \frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$$

e daí “tiram-se” as seguintes “fórmulas” que fornecem os valores de x , y e z :

$x = \frac{N \times a}{a + b + c}$

—

$y = \frac{N \times b}{a + b + c}$

—

$z = \frac{N \times c}{a + b + c}$

Fonte: Sangiorgi (1968, p.80)

Em grandezas proporcionais o autor remete-se novamente a utilizar situações-problema em seus exercícios. Assim como nos assuntos anteriores envolvendo proporcionalidade, Sangiorgi insere conceitos, propriedades e características de situações diretamente e inversamente proporcionais com um detalhe a mais: situações as quais aparecem ambas as proporcionalidades juntas, ou seja, as proporcionalidades compostas, como podemos perceber na figura 10.

Figura 10 – proporcionalidade composta

7. Proporcionalidade composta. Propriedade característica

Para você saber se uma grandeza variável é proporcional, diretamente ou inversamente, a várias outras, basta saber se tal grandeza é diretamente ou inversamente proporcional a cada uma delas, quando *as demais não variam*. Exemplos:

1. A área de um retângulo é diretamente proporcional tanto à medida de sua *base* como à medida de sua *altura*. De fato, seja o retângulo:

onde:

conservou	→ med. da base = 4cm	} área: 12cm ²	duplicou
	→ med. da alt. = 3cm		
conservou	→ med. da alt. = 3cm	} área: 24cm ²	duplicou
	→ med. da base = 8cm		

Portanto, duplicando a base e conservando a altura fixa a área também duplicará, o que mostra ser a *área diretamente proporcional à base*; o mesmo você concluirá, duplicando a altura e conservando a base: a *área é diretamente proporcional à altura*.

Se, agora, você *duplicar a base e duplicar a altura*, a área resultará *quadruplicada*, isto é:

med. da base (duplicada): 8cm	} área: 48cm ² (quadruplicada!)
med. da altura (duplicada): 6cm	

Logo:

Se uma grandeza é diretamente proporcional a várias outras, então os valores que exprimem sua medida são diretamente proporcionais aos *produtos* dos valores correspondentes das outras.

Fonte: Sangiorgi (1968, p.86)

A segunda parte do segundo capítulo é iniciada com o conceito de regra de três. O que para nós é uma atividade bastante comum, nessa obra podemos perceber que trata-se de uma novidade para os estudos matemáticos, em conjunto com a resolução de problemas. Primeiramente, o autor traz problemas que, para se chegar à solução, é necessária a utilização de regra de três, fazendo o uso, também, da linguagem visual atrelada aos exemplos apresentados a fim de auxiliar na explicação do conteúdo.

O próprio Sangiorgi (1968) define a regra de três da seguinte forma: *nova técnica para resolver problemas*. Em seguida, o autor mostra alguns exemplos de como se desenvolve a resolução desse tipo de problema, mostrando modelos de regra de três simples e composta, assim como apresenta alguns exercícios para que sejam solucionados.

De início, o autor demonstra como se desenvolve o cálculo de solução dos problemas, mostrando quais técnicas são necessárias para serem usadas posteriormente pelos alunos. Desse modo, os alunos seriam levados a repetir o modelo apresentado pelo autor.

Seguindo, temos o conceito de juros simples. O autor faz alusões a situações reais, o que podemos perceber que se tornou uma característica presente nessa obra, já que contém um número considerável de problemas desse modelo. O livro faz a utilização da regra de três composta para solucionar os exemplos de problemas inversos que, para Sangiorgi (1968), são os que se pretende encontrar o capital e se conhece a taxa ou o juros, além disso, autor faz uso também da linguagem visual para explicar o cálculo, como vemos no exemplo da figura 11:

Figura 11 – Cálculo de juros

1.º) Um certo *capital* à taxa de 11% ao ano rendeu NCr\$ 220,00 de juros, durante 5 anos. Determinar o valor desse capital.

Tem-se: $\begin{cases} i\% = 11\% \\ j = \text{NCr\$ } 220,00 \\ t = 5 \text{ (anos)} \\ C = ? \end{cases}$

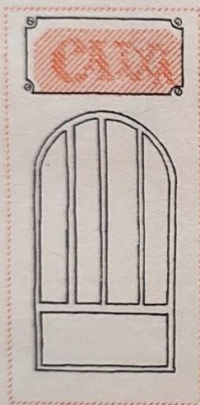
Esquema da R3C:

100	11	1
↓	↓	↑
x	220	5

Fonte: Sangiorgi (1968, p.100)

Para concluir esse capítulo temos como uma última e breve abordagem de descontos e câmbio. Sangiorgi (1968) define câmbio como a troca de moeda entre dois países. Para exemplificar melhor, o autor demonstra a ideia de câmbio e também da comparação entre as moedas de diferentes países do mundo em relação à moeda utilizada pelo Brasil na época, que era o Cruzeiro novo, cuja cifra é NCr\$, como podemos observar na figura 12:

Figura 12 – Câmbio ano de 1968



MERCADO NACIONAL		
Taxas fixadas pelo Banco do Brasil (1/3/67)		
	Moedas	Venda
	Dólar (E.U.A.)	NCr\$ 2,75
	Libra Esterlina (Inglaterra)	NCr\$ 7,53
	Marco (Alemanha)	NCr\$ 0,68
	Pêso (Argentina)	NCr\$ 0,01
	Franco (França)	NCr\$ 0,55
	Escudo (Portugal)	NCr\$ 0,09
	Coroa (Suécia)	NCr\$ 0,52
	Xelim (Áustria)	NCr\$ 0,10
	Franco (Suíça)	NCr\$ 0,62
	Pêso (Uruguai)	NCr\$ 0,03
	Franco (Bélgica)	NCr\$ 0,05

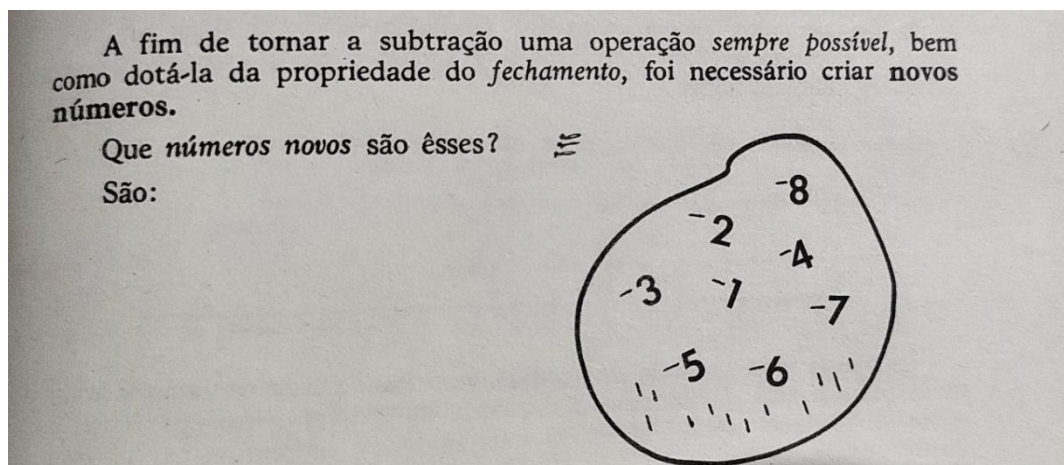
Fonte: Sangiorgi (1968, p.104)

Esse segundo a presença de aspectos da Matemática Moderna é menor do que as encontras no capítulo anterior, uma das características encontradas nesse capítulo é a utilização de linguagens visuais utilizadas pelo autor durante explicações do conteúdo como foi observado nas figuras 09 e 11.

O terceiro capítulo, diferentemente dos dois anteriores que foram divididos em duas partes, foi dividido em três e possui grande foco em alguns conjuntos de números relativos e propriedades estruturais. Na primeira parte desse capítulo temos os seguintes conteúdos: novos números e novas estrutura, números inteiros relativos e estrutura de ordem; valor absoluto. A segunda parte contempla as operações com números inteiros relativos e propriedades estruturais. A terceira e última parte finaliza o capítulo com números racionais relativos e propriedades estruturais.

O primeiro conteúdo apresentado é o de novos números e novas estruturas. O autor traz logo nesse início de capítulo como se deu o surgimento dos números negativos que, de acordo com Sangiorgi (1968), ocorreu após se notar a necessidade de fechar o conjunto dos números inteiros para a subtração, como podemos visualizar na figura 13:

Figura 13 – Fechamento na subtração

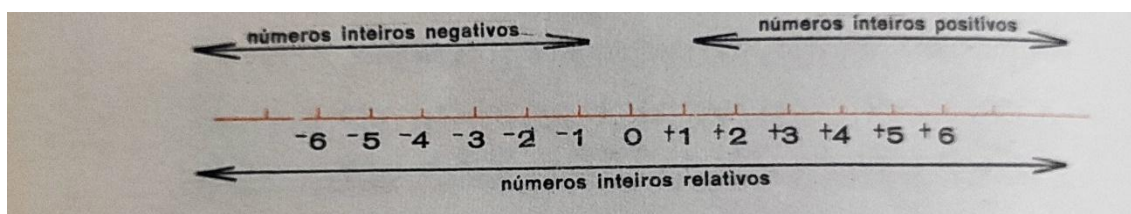


Fonte: Sangiorgi (1968, p.111)

Podemos perceber, mais uma vez, a presença da ideia de conjuntos. Nessa parte, o autor nos mostra a necessidade da criação de um novo conjunto para poder satisfazer a propriedade de fechamento e faz uso de linguagem visual para que ocorra uma melhor compreensão. Esses são aspectos de influência de propostas da Matemática Moderna.

Para produzir uma linguagem visual o autor se remete à utilização da reta numérica. Essa representação geométrica ajuda a compreensão da inserção dos números negativos para concluir a formação do conjunto dos *números inteiros relativos*, uma vez que o autor mostra onde está localizada a parte positiva e a parte negativa do conjunto, ou seja, os números inteiros positivos e os números inteiros negativos. Além disso, Sangiorgi (1968) ainda diz que “[...] juntamente com o 0 (zero) constituem o conjunto dos *números inteiros relativo*.” (figura 14)

Figura 14 – Reta numérica dos inteiros relativos



Fonte: Sangiorgi (1968, p.112)

Como exemplo da utilização e da importância dos números negativos o autor faz uma referência aos termômetros. A sua explanação vem destacar as temperaturas que sempre estão variando, acima ou abaixo de zero, sendo que a temperatura de zero grau é justamente o zero da reta numérica. A outra associação feita pelo autor é em relação ao dinheiro, como o crédito são os números positivos e o débito os números negativos.

Após uma bateria de exercícios voltados para reta numérica, o autor agora apresenta as operações para a criação do conjunto união (o autor denomina conjunto reunião) e intersecção de conjuntos, com os conjuntos estudados. Ele demonstra alguns exemplos para concluir que a união do conjunto de inteiros positivos e negativos forma o conjunto dos números inteiros relativos e a intersecção de ambos resulta em um único número o zero. (figura15)

Figura 15 – União dos inteiros positivos e negativos

$$\begin{aligned} \{ \dots -4, -3, -2, -1, 0 \} \cup \{ 0, +1, +2, +3, +4, \dots \} &= \\ &= \{ \dots -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, \dots \} \\ \text{ou seja, é o conjunto dos números inteiros relativos } (I_r). \text{ Logo:} \\ -I_0 \cup +I_0 &= I_r \end{aligned}$$

Fonte: Sangiorgi (1968, p.187)

Nas imagens 15 e 16 fica bem visível a utilização da teoria dos conjuntos. Além da definição que podemos observar, o autor também apresenta diversos exemplos e inúmeros exercícios com esse conteúdo.

Figura 16 – Intersecção dos inteiros positivos e negativos

$$\begin{aligned} 4.º) \{ \dots -4, -3, -2, -1, 0 \} \text{ e } \{ 0, +1, +2, +3, +4, \dots \} \\ \text{Temos: } \{ \dots -4, -3, -2, -1, 0 \} \cap \{ 0, +1, +2, +3, +4, \dots \} &= \{ 0 \} \\ \text{Portanto: o conjunto-intersecção do conjunto dos números inteiros} \\ &\text{não-positivos } (-I_0) \text{ com o conjunto dos números inteiros} \\ &\text{não-negativos } (+I_0) \text{ é o conjunto unitário constituído por} \\ &\text{0, isto é, } \{ 0 \}. \\ \text{Logo:} \\ -I_0 \cap +I_0 &= \{ 0 \} \end{aligned}$$

Fonte: Sangiorgi (1968, p.119)

Ainda sobre o conjunto dos números inteiros, a obra fala da relação de inclusão que é definida como o conjunto dos números inteiros que contêm os conjuntos dos números inteiros negativos e positivos, ou seja, o conjunto dos números negativos está contido no conjunto dos inteiros relativos e a afirmação é idêntica para os inteiros positivos. Ao final dos exemplos apresentados, Sangiorgi (1968) chega à conclusão de que se um conjunto A contém o conjunto B e B está contido em A então A é igual a B.

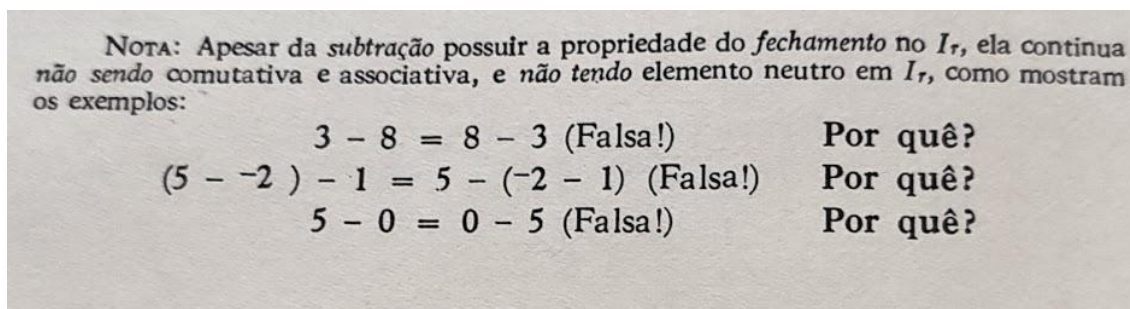
Para finalizar essa primeira parte do capítulo três, a obra mostra a ideia de estrutura de ordem e valor absoluto. Na estrutura de ordem são mostradas as relações de “maior que” e “menor que”, a relação de “maior ou igual que” e a relação de “menor

ou igual que”. Nesse trecho do livro vemos mais uma vez a presença da interdisciplinaridade, dessa vez com a disciplina de Português, trazendo no título da parte a seguinte frase: “estrutura de ordem nos números inteiros relativos, analogia das sentenças em português e Matemática.” (SANGIORGI, 1968, p.122). Para concluir temos a definição de valor absoluto, acompanhados de alguns exemplos e exercícios, deixando bem clara a ideia de módulo de um número.

A continuação do capítulo vem com a segunda parte trazendo as operações com números inteiros relativos e suas propriedades estruturais. Sangiorgi (1968, p.129) inicia esta parte do capítulo dizendo “Conhecidos novos números, a fase seguinte é operar com os mesmos”. A seguir são pesquisadas as propriedades estruturais das operações estudadas que “dirão” da importância dos números “criados”.

Fazendo-se utilização da reta numérica o autor define o conceito das operações de adição e subtração dos inteiros relativos e mostra, também, que uma operação é a inversa da outra. Sangiorgi (1968) mostra as propriedades estruturais da adição, sendo elas: 1.^a) fechamento, 2.^a) comutativa, 3.^a) associativa, 4.^a) elemento neutro e 5.^a) elemento inverso aditivo. O autor também mostra por meio de exemplos explicativos que, apesar da operação de subtração possuir a propriedade do fechamento as demais propriedades não são válidas para essa operação. (figura 17)

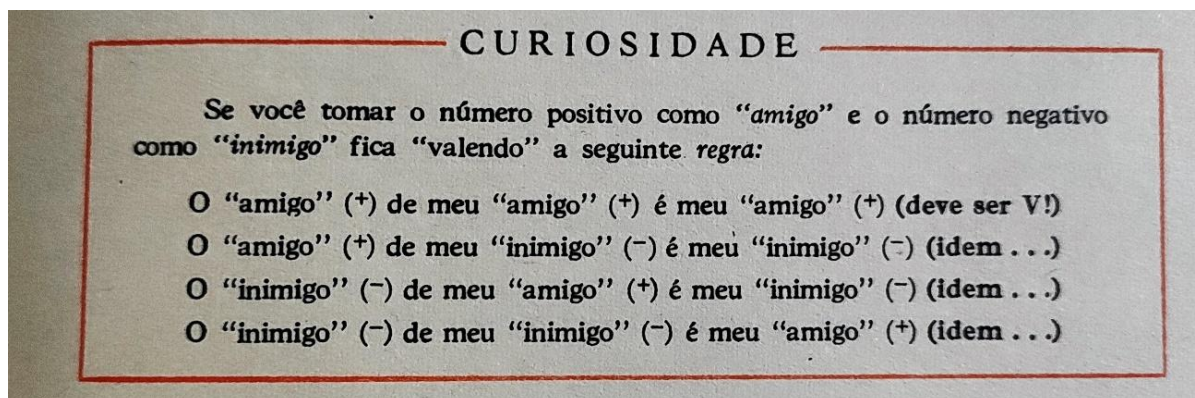
Figura 17 – Propriedades da subtração



Fonte: Sangiorgi (1968, p.138)

Em continuação, o autor apresenta o conceito da operação de multiplicação. As propriedades dessa operação são: 1.^a) fechamento, 2.^a) comutativa, 3.^a) associativa, 4.^a) elemento neutro bem semelhante as propriedades da operação de adição, com a ausência da propriedade do elemento inverso. Um ponto bem diferente é uma curiosidade que dá uma forma diversa de entender a regra de sinais na multiplicação. A imagem abaixo mostra como foi dado esse conceito, quando o autor faz uma associação ao chamar o sinal negativo de inimigo e o sinal positivo de amigo. Dessa forma, podemos ver na figura 18 como ele explica a regra de sinais.

Figura 18 – Tabela da regra de sinais na multiplicação



Fonte: Sangiorgi (1968, p.143)

Nas operações de divisão, potenciação e radiciação o autor se resume a destacar seus conceitos e exemplificar alguns exercícios para que os alunos possam compreender o conteúdo e logo após conclui as abordagens com a lista de exercícios e atividades semelhantes às apresentadas nos exemplos.

A terceira e última parte do capítulo três fala sobre os números racionais relativos e suas propriedades estruturais. De início, Sangiorgi (1968) conceitua número racional relativo utilizando o exemplo com dois números, 3 e 5, formando uma fração com o número 3 de numerador e o 5 de denominador, cujo numeral possui o “mais qualitativo” ou o “menos qualitativo”, ou seja, ele exemplifica que os números racionais podem assumir valores positivos e negativos. E em seguida apresenta os dois casos: “ $\frac{+3}{5}$ ” e “ $\frac{-3}{5}$ ”.

As propriedades desse conjunto são dadas por meio da afirmação de que é sempre possível realizar operações de adição, subtração, multiplicação e divisão desde que o numerador seja diferente de zero, assim se tem a conclusão de que esse conjunto é fechado para tais operações. Entretanto, não se pode afirmar isso nas operações de potenciação e radiciação. Sangiorgi (1968) explica que nem sempre é possível realizar essas operações, assim vem a necessidade da criação de “novos” números para conseguir realizar essas operações da propriedade do fechamento. Para finalizar ele mostra como é possível realizar essas operações e apresenta as propriedades estruturais da adição e da multiplicação no conjunto dos números racionais relativos que são: 1.^a) fechamento, 2.^a) comutativa, 3.^a) elemento neutro, 4.^a) elemento inverso e 5.^a) associativa.

Semelhante ao primeiro capítulo o terceiro capítulo do livro mostra outra vez a abordagem da teoria dos conjuntos, um aspecto que é bastante utilizado é a linguagem

visual, muito disso ocorrendo com a manipulação da reta numérica, (como é mostrado na figura 13) que serviu como auxílio nas explicações dadas durante boa parte do capítulo.

O último capítulo do livro é separado em duas partes sendo a primeira composta por conteúdos referentes ao campo da álgebra. Essa parte do capítulo é iniciada pelo título *Moderno tratamento da álgebra elementar*. O primeiro assunto a ser estudado é o de expressões e sentenças numéricas, fazendo a diferenciação entre elas. É nessa parte que podemos perceber quando ocorre novamente um momento em que o autor tenta inserir a interdisciplinaridade na obra. Outra vez se remetendo à essa tentativa, o autor utiliza o conceito de sentença (frase) para fazer uma comparação entre as sentenças numéricas através do uso de sujeito e predicado.

Quando o livro apresenta o conceito de conjunto universo e conjunto verdade, o autor mostra como o conjunto verdade se encontra inserido no conjunto universo, ou seja, o conjunto verdade é derivado do conjunto universo. É encontrada uma diversidade de exemplos para exibir formas de encontrar o conjunto verdade que possam satisfazer as sentenças propostas. Sobre isso, podemos observar alguns exemplos na figura 19:

Figura 19 – Exemplos de sentenças

5.º) $\Delta \times 2 = 8$, $U = I$

$V = \{4\}$ (o valor de Δ é determinado pela *operação inversa*, divisão: $8 : 2 = 4$)

6.º) $\Delta \times 2 = 8$, $U = Q$

$V = \{4\}$ (o Conjunto-Verdade ainda é constituído pelo número 4, que também é um número racional!)

7.º) $\square \times 3 = -5$, $U = I$

$V = \emptyset$ (não há em I elemento que torne a sentença verdadeira; experimente ...)

8.º) $\square \times 3 = -5$, $U = Q$

$V = \left\{ -\frac{5}{3} \right\}$ (o número $-\frac{5}{3}$, que é um número racional relativo, surge rapidamente pelo emprêgo da operação inversa: $-5 : 3 = -\frac{5}{3}$)

177

Fonte: Sangiorgi (1968, p.178)

Nessa figura 19, podemos perceber que, mesmo tratando-se de um conteúdo relacionado à Álgebra, o autor faz utilização da linguagem da teoria dos conjuntos. Podemos, portanto, considerar essa abordagem como uma característica da Matemática Moderna.

O conceito de equações e inequações é dito por Sangiorgi (1968) da seguinte forma: “Em Matemática você trabalha, frequentemente, com sentenças numéricas abertas [...] que exprimem a *igualdade* entre duas expressões numéricas. Tais *sentenças abertas* são denominadas **equações**”. Ele afirma que semelhante são as inequações, o que muda é que as inequações possuem no lugar do sinal de igualdade o sinal de desigualdade.

Foi possível notar que, antes de trazer o conceito de equação do primeiro grau, primeiramente é explicado a solução da equação do primeiro grau, encontrando em seu

resultado a raiz da equação e posteriormente é mostrado qual a característica que define a equação.

São expostos quatro blocos de exemplos de equações, cada série com um foco diferente. Na primeira série são resolvidas as equações simples, nas quais é necessária apenas uma operação para que seja encontrada a raiz/solução da equação, enquanto na segunda são necessárias duas ou mais operações para solucionar a equação. Na terceira série de exemplos são realizadas operações que, para se encontrar a solução das equações, se faz necessária a utilização das propriedades estruturais da multiplicação e adição. No último bloco, além de conter todos os elementos das séries anteriores, existe um diferencial: a existência de variável nos dois membros da equação.

No meio desses blocos de exemplos temos a presença da utilização de equações para resolução de problemas, além de exibir e definir o princípio multiplicativo da igualdade. Esse princípio diz que “se $a = b$ então $a \times c = b \times c$ onde a , b e c representam quaisquer números”.

O próximo passo dado no livro é exemplificar as soluções das inequações. Sangiorgi (1968) diz que para solucionar uma inequação de um certo conjunto universo é necessário indicar seu conjunto verdade, cujos elementos, se existentes, são denominados valores verdades. Ainda sobre as inequações é mostrado como se utiliza o princípio aditivo e multiplicativo da desigualdade.

Concluindo essa primeira parte do quarto capítulo é apresentado o que o autor chama de *aplicações das novas técnicas na resolução de equações e inequações*. Ele mostra novas formas de resolver um problema já estudado anteriormente nesse mesmo livro, um desses exemplos está na figura 20:

Figura 20 – Nova forma de resolução

2.^a) A inequação: $2x + -5(3x + 1) > 19 + -1x$, $U = I_r$
 resolvida na pág. 219, pode agora ser escrita na forma simplificada:

$$2x - 5(3x + 1) > 19 - x$$

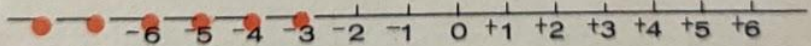
e, portanto: $2x - 15x - 5 > 19 - x$
 ou $2x - 15x + x > 19 + 5$
 $(2 - 15 + 1)x > 24$
 ou $-12x > 24$
 ou $12x < -24$ (não se esqueça que, ao trocar o sinal dos dois membros da igualdade, você deve mudar o sentido da mesma...)
 e $x < (-24) : 12$
 ou $x < -2$ onde: $V = \{ \dots -5, -4, -3 \}$

Fonte: Sangiorgi (1968, p.232)

Essa mesma equação foi resolvida anteriormente da seguinte forma. (Figura 21)

Figura 21 – Resolução anterior

2.^a) $2x + -5(3x + 1) > 19 + -1x$, $U = I_r$
 Temos: $2x + -15x + -5 > 19 + -1x$ (... "eliminando" os parênteses ...)
 e daí: $2x + -15x + 1x > 19 + 5$
 $(2 + -15 + 1)x > 24$
 $-12x > 24$
 ou $12x < -24$ (multiplicando os dois membros por -1)
 e $x < -2$
 onde: $V = \{ \dots -5, -4, -3 \} \Rightarrow$ Soluções: $\dots -5, -4, -3$.
 gráfico:



Fonte: Sangiorgi (1968, p.219)

Assim fica possível observar que autor modifica a operação ficando mais simples a sua resolução, quando na forma simplificada a primeira coisa a se fazer foi operar os sinais, o que não ocorreu antes, como podemos ver na figura 21. Outro detalhe que podemos perceber é que o autor não explica o motivo de se alterar a ordem do sinal, existe apenas um lembrete, mostrando que é necessário que se faça esse procedimento.

O último conteúdo a ser estudado na obra de Sangiorgi são as relações binárias. Essas relações são sentenças abertas com duas variáveis. Sangiorgi (1968) diz que as

sentenças são consideradas binárias porque envolvem dois elementos, ou seja, possuem duas variáveis distintas. As soluções dessas sentenças são dadas por meio de pares ordenados.

No início da segunda parte do quarto capítulo o autor explica o significado das relações binárias dizendo que “as relações acima, denominadas *binárias* porque envolvem dois elementos, mostram a existência de sentenças abertas com *duas variáveis*”.

Concomitante às sentenças de duas variáveis são apresentadas, também, os sistemas de equações simultâneas. Essas equações simultâneas procuram os valores para as duas variáveis presentes no sistema de equações, de forma que esses valores satisfaçam as variáveis em todas as equações do sistema. Em forma de lembrete, Sangiorgi (1968) mostra que se um problema possui apenas uma variável, então apenas uma equação é suficiente para solucioná-lo e, caso se apresente duas variáveis, é necessário um sistema de duas equações para resolver esse problema.

Uma das formas que é mostrada para solucionar esses sistemas de equação é o método de substituição de variáveis, ou seja, em uma das equações é isolada uma das incógnitas e o valor encontrado é substituído na outra equação. Daí, encontra-se o valor numérico de uma das variáveis e, por fim, substitui-se o valor em uma das equações para poder encontrar o valor da segunda variável. Esse processo é exemplificado na figura 22:

Figura 22 – Método da substituição

Substituindo o x , que figura na primeira das equações, pelo valor expresso por x na segunda equação (ou seja: $y + 2$), temos:

$$\begin{array}{l} x + y = 8 \\ \swarrow \\ (y + 2) + y = 8 \end{array} \quad \text{(que é uma equação do 1.º grau somente com uma variável (y), cuja resolução você já conhece.)}$$

Logo: $(y+2) + y = 8 \iff y+y = 8-2 \iff 2y = 6 \iff y = \boxed{3}$

Substituindo esse valor de y na segunda equação, vem:

$$\begin{array}{l} x = y + 2 \\ \downarrow \\ x = 3 + 2 = \boxed{5} \end{array}$$

Então, se $x=5$ e $y=3$, a solução do Sistema proposto é o par: $(5,3)$.

Prova: $\left. \begin{array}{l} x + y = 8 \\ x = y + 2 \end{array} \right\} \implies \left\{ \begin{array}{l} 5 + 3 = 8 \\ 5 = 3 + 2 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (V) \\ (V) \end{array}$

Fonte: Sangiorgi (1968, p.248)

O autor finaliza a sua obra apresentando um apêndice com algumas situações e problemas envolvendo o conteúdo de sentenças e relações binárias, além do assunto de conjuntos união e conjunto verdade.

O quarto capítulo da obra, traz algumas características da Matemática Moderna dessa vez em relação ao conteúdo de Álgebra. O próprio autor intitula o capítulo como *Moderno tratamento da álgebra elementar*, esse capítulo é destinado a explicações da então álgebra moderna, entretanto podemos também ver a utilização da noção de conjuntos como foi mostrado na figura 17.

Como foi possível observar, a obra possui a presença de elementos que eram característicos do Movimento da Matemática Moderna. O autor traz em grande parte da obra conteúdos atrelados à teoria dos conjuntos (que é um dos princípios da então Matemática Moderna). Além disso, Sangiorgi sempre faz uso de linguagem visual fazendo com que o leitor tenha um auxílio para entendimento do que está sendo apresentado, assim como, também, as relações dos dois ramos da Matemática: o da aritmética e o da Álgebra.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa procurou analisar o livro *Matemática Curso Moderno* de Osvaldo Sangiorgi (1968) com um foco em buscar nele a presença de características do Movimento da Matemática Moderna. Como já dito, este livro foi utilizado no final da década de 1960 e início da década de 1970 nas escolas da cidade de Jacaraú – PB.

Essa obra foi desenvolvida no período de grande discussão sobre o ensino da Matemática e de como se poderia mudar a forma de ensiná-la não só no Brasil, mas em todo o mundo, já que se construía o Movimento da Matemática Moderna.

Após conseguir destacar as principais propostas da Matemática Moderna e quais suas influências no ensino da Matemática, podemos então perceber que o livro apresenta diversos elementos que são advindos do Movimento da Matemática Moderna, assuntos como a teoria dos conjuntos que passou a ser estudado no ensino secundário por causa do movimento, já que, anteriormente, a teoria dos conjuntos só era estudada na universidade. Entretanto, as ideias do movimento eram levar a teoria até o ensino primário, uma vez que se desejava aplicar esse ensino da teoria dos conjuntos em todas as etapas de ensino, não apenas nas universidades, como já ocorria.

Foi também por meio da teoria dos conjuntos que o movimento buscou unificar o ensino da Matemática, assim como ocorreu nas propostas de Euclides Roxo por volta da década de 1930. Essa nova proposta tinha o mesmo objetivo de unificar os diferentes ramos da matemática e como podemos observar os conteúdos de Álgebra e Aritmética estão presentes nessa obra.

Assim, após analisarmos a obra do professor Osvaldo Sangiorgi, foi possível notar que, evidentemente, o principal elemento que caracterizava a reforma da Matemática Moderna, que é a Teoria dos conjuntos, é também uma das principais bases da obra.

Foi possível perceber também que o livro apresenta grande foco quando trata sobre conteúdos relacionados ao tema. Um exemplo é quando aborda os seguintes assuntos: o conjunto dos números racionais e do conjunto dos inteiros relativos. Na parte dos inteiros relativos em particular, o autor apresenta uma grande quantidade de exemplos repetitivos e parecidos uns com os outros. Logo em seguida, também propõe uma série de exercícios com a intenção de repetir os modelos apresentados e resolvidos anteriormente.

Além disso, existe a utilização da teoria dos conjuntos para a unificar o ensino da Matemática. Tal fato fica visível na obra quando o autor traz, no quarto capítulo, o conteúdo de Álgebra entrelaçado, em alguns momentos, à teoria dos conjuntos, como foi destacado no capítulo anterior deste trabalho.

Em relação à Álgebra, (que como foi explanado no segundo capítulo deste trabalho, faz parte dos conteúdos propostos pelo Movimento da Matemática Moderna) o autor apresenta o último capítulo dedicado a este assunto, o próprio autor chamou o capítulo como o moderno tratamento da Álgebra elementar.

Outro ponto considerável, em relação as influências do Movimento da Matemática Moderna na obra de Sangiorgi, é a grande utilização de elementos visuais, a sua maior parte no ensino de conjuntos numéricos. Esses elementos visuais ficam na responsabilidade de auxiliar no momento de compreensão do conteúdo. Um exemplo é dado aqui no trabalho quando exemplificamos a construção do conjunto dos números racionais.

Diante do que foi exposto, chegamos a concluir que esta obra possui uma influência considerável da Matemática Moderna em sua estrutura, possuindo conteúdos e abordagens com as principais características que foram motivadas a partir do Movimento da Matemática Moderna, com um maior destaque para a teoria dos conjuntos e a Álgebra, ficou claro também a existência de atributos do movimento como a linguagem visual em auxílio as explicações dos assuntos citados.

REFERÊNCIAS

ALVES, A. M. M. **Livro didático de matemática: uma abordagem histórica** (1943-1995). 2005. Dissertação de Mestrado. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/189343/Antonio%20Mauricio%20Medeiros%20Alves_Disserta%c3%a7%c3%a3o.pdf?sequence=1&isAllowed=y> Acesso em: 26 de janeiro de 2020.

ALVES, A. M. M. **A Matemática Moderna no Ensino Primário Gaúcho (1960-1978): uma análise das coleções de livros didáticos Estrada Iluminada e Nossa Terra Nossa Gente**. 2013. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2013. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/189342?show=full>>. Acesso em: 16 abr. 2019.

BATISTA, C. O.; SANTOS, E. S. C.; SOUZA, M. M. **A Comissão do Livro Técnico e do Livro Didático (COLTED) e o treinamento de professores para o uso do livro didático**. In: Anais do 3º Encontro Nacional de Pesquisa em História da Educação Matemática. São Mateus/ES: UFES. 2016. Disponível em: <<https://periodicos.ufms.br/index.php/ENAPHEM/article/viewFile/6267/4603>> Acesso em: 02 de abril de 2020.

BERTI, N. M. **O ensino de Matemática no Brasil: Buscando uma compreensão histórica**. VI Jornada do HistedBr - História, Sociedade e Educação no Brasil. Universidade Estadual de Ponta Grossa - UEPG - Ponta Grossa, 2005. Disponível em: <http://www.histedbr.fe.unicamp.br/acer_histedbr/jornada/jornada6/trabalhos/617/617.pdf> Acesso em: 03 de fevereiro de 2020.

BIFFI, L. C. R.; TRIVIZOLI, L. M. **História da Matemática em livros didáticos: Primeiras observações no cenário de pesquisas realizadas**. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MATEMÁTICA, 14, 2017, Cascavel.

BRASIL, Ministério da Educação. **Guia de livros Didáticos: PNLD 2017, Matemática**. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2016.

CLARAS, A. F.; PINTO, N. B. **O movimento da matemática moderna e as iniciativas de formação docente**. In: Anais do VIII Congresso Nacional de Educação—EDUCERE/III Congresso Ibero-Americano sobre Violências nas Escolas—CIAVE. Curitiba/PR: PUC. 2008. Disponível em: <https://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2008/863_662.pdf> Acesso em: 27 de fevereiro de 2020.

DANTE, L. R. Livro didático de matemática: uso ou abuso? **Em Aberto**. Brasília, ano 16, n.69, jan./mar. 1996. Disponível em: <http://www.emaberto.inep.gov.br/index.php/emaberto/article/viewFile/2068/2037>. Acesso em: 28 de janeiro de 2020.

DASSIE, B. A. et al. **Os primeiros livros didáticos no Brasil denominados de matemática**. In: Anais da XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática. Comitê Interamericano de Educação Matemática, 2011. Disponível em: <

https://app.uff.br/riuff/bitstream/1/324/1/CIAEM_2011_DASSIE.pdf> Acesso em: 20 de janeiro de 2020.

FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. **Zetetiké**, Campinas, Faculdade de Educação da Unicamp, n. 4, p. 1-37, nov. 1995. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646877/15035>> Acesso em: 23 de fevereiro de 2020.

GIL, A. C. **Como elaborar projeto de pesquisa**. 5 ed. São Paulo: atlas, 2010.

LAVORENTE, C. R. **A Matemática Moderna nos livros de Osvaldo Sangiorgi**. 2008. 214f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). PUC-SP. São Paulo, SP, 2008. Disponível em: <https://sapientia.pucsp.br/bitstream/handle/11351/1/Carolina%20Riego%20Lavorente.pdf>> Acesso em: 17 de janeiro de 2020.

MIRANDA, M. M. **A experiência norte-americana de fusão da Aritmética, Álgebra e Geometria e sua apropriação pela Educação Matemática Brasileira**. Dissertação de Mestrado. São Paulo: PUC, 2003. Disponível em: https://tede2.pucsp.br/bitstream/handle/11170/1/dissertacao_marilene_moussa_miranda.pdf> Acesso em: 23 de janeiro de 2020.

PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. **Metodologia do trabalho científico: Métodos e Técnicas da Pesquisa e do Trabalho Acadêmico**. 2. ed. Novo Hamburgo: FEEVALE, 2013. Disponível em: < <http://www.feevale.br/Comum/midias/8807f05a-14d0-4d5b-b1ad-1538f3aef538/E-book%20Metodologia%20do%20Trabalho%20Cientifico.pdf>> Acesso em: 29 de janeiro de 2020

SAMPIERI, R. H.; COLLADO, C. F.; LUCIO, M. P. B. **Metodologia de pesquisa**. 5. ed. Porto Alegre: Penso, 2013.

SANTOS, J. L. S. **O movimento da matemática moderna e o ensino das operações com números fracionários: uma análise histórica de livros didáticos**. Tese de Doutorado. São Carlos. Universidade de São Paulo, 2015. Disponível em < https://teses.usp.br/teses/disponiveis/55/55136/tde-20102016-164328/publico/JOSE_LUIZ_SOARES_DOS_SANTOS.pdf> Acesso em: 03 de fevereiro de 2020.

SILVA, W. F. **O impacto da matemática moderna no ensino dos números naturais: uma análise de sete livros**. 2016. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo. Disponível em: < https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/55/55136/tde-31032016-173049/publico/VersaoRevisada_WilianFaiasdaSilva.pdf> Acesso em: 25 de fevereiro de 2020.

SOARES, F. **Movimento da matemática moderna no Brasil: avanço ou retrocesso?**. 2001. Tese de Doutorado.

VALENTE, W. R. Osvaldo Sangiorgi e o Movimento da Matemática Moderna no Brasil. **Rev. Diálogo Educ.** Curitiba, v. 8, n. 25, p. 583-613, set./dez. 2008. Disponível em: < <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/160507/dialogo->

[2435%20%281%29.pdf?sequence=1&isAllowed=y](#)> Acesso em: 10 de fevereiro de 2020.