UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

José Wellington Cândido da Costa

O ensino da raiz quadrada de um número natural com o auxílio do material dourado em uma turma do 9° ano do Ensino Fundamental

Rio Tinto – PB
2022

José Wellington Cândido da Costa

O ensino da raiz quadrada de um número natural com o auxílio do material dourado em uma turma do 9° ano do Ensino Fundamental

Trabalho monográfico apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador(a): Profa. Dra. Jussara Patrícia Andrade Alves Paiva.

Rio Tinto – PB
2022

C838e Costa, Jose Wellington Candido da.
O ensino da raiz quadrada de um número natural com o auxílio do material dourado em uma turma do 9° ano do Ensino Fundamental / Jose Wellington Candido da Costa. - João Pessoa, 2022.
83 f. : il.

Orientação: Jussara Patrícia Andrade Alves Paiva.
TCC (Graduação) - UFPB/CCAE.

1. Ensino-aprendizagem. 2. Materiais manipulativos. 3. Material dourado. 4. Ensino da raiz quadrada. I. Paiva, Jussara Patrícia Andrade Alves. II. Título.

UFPB/CCAE CDU 373.3

José Wellington Cândido da Costa

O ensino da raiz quadrada de um número natural com o auxílio do material dourado em uma turma do 9° ano do Ensino Fundamental

Trabalho monográfico apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador(a): Profa. Dra. Jussara Patrícia Andrade Alves Paiva.

Aprovado em: 01 / 12 / 2022

BANCA EXAMINADORA

Jussara Patrícia Andrade Alves Paiva

Profa. Dra. Jussara Patrícia Andrade Alves Paiva (Orientadora) – UFPB/DCX

Profa. Dra. Graciana Ferreira Dias (Examinadora 2) – UFPB/DCX

Profa. Dra. Maria da Conceição Alves Bezerra (Examinadora 1) – UFRN/Campus – CEARÁ MIRIM

A toda a minha família, amigos e professores pelo incentivo, carinho e apoio em todos os momentos, propiciando vitória nesta minha caminhada.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente quero agradecer ao grandioso Deus Jeová, o único Deus verdadeiro, muito obrigado por sempre me dar forças para suportar as dificuldades enfrentadas durante todo o curso e em minha vida, pois, passamos por muitas provações, mas com a tua ajuda e fé no Senhor, conseguiremos vencer o mundo assim como teu filho Jesus Cristo, venceu. Obrigado, Jeová!

Agradeço ao meu querido avô, Hermes Cândido Silva (*in memoriam*), meu segundo pai, que me deu incentivo e forças durante quase todo curso e, principalmente, em toda minha vida. Obrigado pelos conselhos e ensinamentos. Só tenho a agradecer ao senhor por ter feito parte de minha vida e em breve poderemos nos reencontrar novamente em uma terra paradisíaca onde não vai mais existir morte, dor e tristeza (Apocalipse 21:3-4, Salmos 37:29).

Ao meu pai, José Cândido da Costa, por ter me apoiado nos momentos difíceis e ter me ajudado em todos os sentidos.

À minha mãe, Ângela Maria Cândido da Costa, pelo apoio e carinho durante esta jornada e por ter me ajudado em todos os sentidos.

Ao meu irmão, Wellyson Cândido da Costa, e a todos que me ajudaram a chegar até aqui nesta conquista maravilhosa. Obrigado por me ajudar mesmo diante das dificuldades e desafios.

Ao meu tio, Hércules Cândido Silva, que me incentivou e me deu muitos conselhos sobre a profissão e que contribuiu bastante com minha carreira profissional como professor. Obrigado pelos estágios em que pude conhecer suas turmas do Ensino Fundamental e Médio, durante todo o curso de Matemática. Com certeza aprendi muito com suas aulas e todos aqueles que participaram dos estágios.

À minha querida avó, Terezinha Mauro da Silva, por me ajudar com inúmeras coisas e pelo incentivo para eu sempre estudar. Obrigado, vovó.

Ao meu colega de curso Mário Alves Aires Junior, que sempre me ajudou e me ensinou tantas coisas de Matemática. Obrigado, meu grande amigo Mário, com certeza irei levá-lo no coração em toda minha vida.

A todos os professores do Curso de Licenciatura em Matemática Campus-IV, onde tive o prazer de estudar com a maioria e de certa forma foi de extrema importância contracenar com vários e aprender muito. Obrigado a todos, especialmente a minha orientadora.

Ao meu colega de curso Alex Gomes da Silva, por me ajudar em tantas vezes que precisei e por participar na reta final do curso.

“A Matemática, quando a compreendemos bem, possui não somente a verdade, mas também a suprema beleza”.

Bertrand Russel

RESUMO

O ensino da Matemática muitas vezes é tradicional e essa maneira de ensinar causa desinteresse por parte dos estudantes, interpretando a Matemática como uma disciplina difícil e complicada. Sabendo-se que os alunos apresentam dificuldades em conceitos matemáticos e de certa forma aprender a Matemática, a utilização de materiais didáticos serve como recurso de ensino, pois, esse auxílio didático pode contribuir com o aprendizado dos estudantes e também auxiliam como motivadores para o ensino e aprendizado dos alunos. Nesse sentido, esta pesquisa tem como objetivo analisar a contribuição do material dourado para a formação do conceito de raiz quadrada no 9° ano do Ensino Fundamental anos finais. Nesta perspectiva, trabalhou-se o conceito de raiz quadrada de um número natural com a utilização do material dourado, com os estudantes da Educação Básica, em uma turma do 9° ano do Ensino Fundamental, nas quais os estudantes resolveram uma atividade que consistia em explorar conhecimentos prévios de Geometria e Álgebra com o objetivo de compreender o conceito de raiz quadrada de um número natural. Em relação à coleta de dados, esta foi realizada tanto na Universidade Federal da Paraíba – UFPB, campus IV (Rio Tinto), onde houve a aplicação de uma tarefa e validação do instrumento de pesquisa, como em uma escola pública estadual, situada no município de Mamanguape, na qual também foi aplicada uma tarefa prática, em que se constatou que o uso do material dourado contribuiu para a compreensão do cálculo da raiz quadrada de um número natural.

Palavras-chave: Ensino-aprendizagem. Materiais manipulativos. Material dourado. Ensino da raiz quadrada.

ABSTRACT

The teaching of Mathematics is often traditional and this way of teaching causes disinterest on the part of students, interpreting Mathematics as a difficult and complicated subject. Knowing that students have difficulties in mathematical concepts and, in a way, learning Mathematics, the use of didactic materials serves as a teaching resource, since this didactic aid can contribute to student learning and also help as motivators for teaching. and student learning. In this sense, this research aims to analyze the contribution of the golden material to the formation of the concept of square root in the 9th grade of Elementary School in the final years. In this perspective, the concept of the square root of a natural number was worked on with the use of the golden material, with Basic Education students, in a 9th grade class of Elementary School, in which students solved an activity that consisted of explore previous knowledge of Geometry and Algebra in order to understand the concept of square root of a natural number. Regarding data collection, this was carried out both at the Federal University of Paraíba - UFPB, campus IV (Rio Tinto), where a task and validation of the research instrument were applied, and at a state public school, located in the municipality de Mamanguape, in which a practical task was also applied, in which it was found that the use of the golden material contributed to the understanding of the calculation of the square root of a natural number.

Keywords: Teaching-learning. Manipulative materials. Golden material. Teaching the square root.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – BNCC..... 29
Quadro 2 – Justificativas dos licenciandos.....46
Quadro 3 – Resposta do licenciando.....47
Quadro 4 – Algumas sugestões dos licenciandos.....48
Quadro 5 – Sugestões para atividades em grupos.....48
Quadro 6 – Contribuição do material dourado.....49
Quadro 7 – Resposta do formulário referente à BNCC..... 50
Quadro 8 – Material dourado como estratégia de ensino..... 50
Quadro 9 – Materiais manipulativos em planejamentos de aulas 51
Quadro 10 – Material didático..... 51
Quadro 11 – Competências e habilidades para o professor..... 52

LISTA DE ABREVIATURAS /SIGLAS

BNC Base Nacional Comum Para a Formação Inicial de Professores

BNCC Base Nacional Comum Curricular

LEPEM Laboratório de Ensino e Pesquisa em Educação Matemática

MD Material Didático

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Material dourado..... 32

Figura 2 – Área do quadrado 34

Imagem 1 – Área do quadrado (material dourado) 34

Imagem 2 – Material dourado (área do quadrado) 35

Imagem 3 – Questões 1 e 2.....40

Imagem 4 – Questões 3, 4 e 5.....41

Imagem 5 – Questão 8.....42

Imagem 6 – Questão 9.....43

Imagem 7 – Coleta de dados.....45

Imagem 8 – Alunos manuseando o material dourado..... 54

Imagem 9 – Resolução das questões..... 55

Imagem 10 – Representando os quadriláteros 56

Imagem 11 – Resolução da questão 9..... 57

Imagem 12 – Respostas das questões 4 e 5 feita pelo grupo 60

Imagem 13 – Representando a figura com o material dourado..... 61

Imagem 14 – Questão 9 (Resposta do grupo) 62

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....15
1.1 Apresentação do tema 15
1.2 Justificativa e Problema de Pesquisa 16
1.3 Objetivos.....19
1.3.1 Objetivo geral.....19
1.3.2 Objetivos específicos.....19
1.4 Procedimentos metodológicos.....19
1.4.1 Classificação da pesquisa 20
1.4.2 Etapas da pesquisa.....20
1.5 Estrutura do TCC.....20
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....22
2.1 O estudo da raiz quadrada: um primeiro olhar 22
2.2 Competências e habilidades no ensino da raiz quadrada no Ensino Fundamental ...25
2.3 Material didático manipulativo: a utilização em sala de aula 30
2.4 O material dourado no ensino da raiz quadrada.....33
3. METODOLOGIA DA INTERVENÇÃO.....37
3.1 Validação do Instrumento de Pesquisa 37
3.1.1 As discussões sobre o instrumento da coleta de dados da pesquisa 38
3.1.2 A pertinência e reformulação das questões propostas 39
3.1.3 Análise das respostas dos licenciandos ao formulário 44
3.1.4 Síntese sobre as referidas respostas dos licenciandos.....53
3.1.5 Intervenção com os alunos da Educação Básica 54
4. RESULTADOS E DISCUSSÕES.....58
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....64
REFERÊNCIAS.....66
APÊNDICES.....68
APÊNDICE 1 (Formulário para coleta de dados) 68
APÊNDICE 2 (Atividade para os estudantes da Educação Básica).....69
APÊNDICE 3 (Orientações para o professor) 73

1. INTRODUÇÃO

1.1 Apresentação do tema

A Matemática é uma ciência exata, essencial para sociedade humana. Com ela, podemos solucionar diversos problemas que rodeiam nossas vidas a todo momento. Porém, a Matemática é vista como uma matéria difícil, que muitas pessoas não compreendem a sua linguagem e suas aplicações, por não perceberem que a Matemática está em toda parte.

Entretanto, essa disciplina é fundamental para todos os estudantes da Educação Básica, devido à possibilidade de adquirirem competências e habilidades essenciais para seu desenvolvimento escolar, além de poderem resolver problemas do seu cotidiano. Muitas vezes, a Matemática é vista como uma disciplina na qual se deve decorar fórmulas, não tendo qualquer sentido prático, consequentemente, causando um grande desinteresse em grande parte dos estudantes.

Podemos notar que o problema, na maioria das vezes, se inicia nas séries iniciais, em que frequentemente os objetos de conhecimento são ensinados de forma "mecanizada". Esse é o caso da abordagem do cálculo da raiz quadrada de um número natural, pois alguns professores optam por ensinar esse conteúdo de forma tradicional, sem a aplicação dessa temática tão fundamental para o progresso do estudante e sua formação no Ensino Fundamental e Médio. Um exemplo que podemos mostrar de como esse conteúdo é introduzido, seria que a raiz quadrada é encontrar um número que multiplicado por ele mesmo seja o valor encontrado na raiz quadrada, ou seja, $6^2 = 6x6 = 36$. Então, o número 6 é raiz quadrada de 36. Dessa forma, muitos professores decidem ensinar esse assunto de maneira tradicional, sem dar sentido algum no que está sendo estudado.

Uma possibilidade para não repetir esse padrão de ensino seria a adoção, pelo professor, de Materiais Didáticos (MD) como recurso de ensino. A utilização de materiais didáticos tem sido difundida por vários pesquisadores, por beneficiar o processo de aprendizagem, amenizando as dificuldades dos alunos. Segundo Olga Freitas (2007), o uso desses materiais oferece vantagens como, por exemplo, tornar o ambiente diferente e interativo para alunos e professores. Segundo a autora Olga Freitas, "os MD são uma estratégia de ensino que podem favorecer o processo de significação do conteúdo estudado, capaz de facilitar a aprendizagem do aluno" (FREITAS, 2007, p. 21). Podemos notar que, segundo a autora, a utilização de materiais didáticos pode contribuir com o processo de ensino-aprendizagem dos estudantes,

pois as aulas se tornam mais significativas e levam os estudantes a compreender aquilo que está sendo ensinado.

A Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018, p. 261) reforça que o ensino da Matemática no Ensino Fundamental precisa garantir que os educandos associem observações empíricas do mundo real e conectem essas "representações (tabelas, figuras e esquemas)" a uma atividade de Matemática. No entanto, para utilização de um material didático no ensino dessa disciplina, é necessário que o professor tenha competências e habilidades específicas. Nesta pesquisa, nosso foco de estudo será o material dourado, voltado para a raiz quadrada de um número natural, objeto de conhecimento do 9º ano do Ensino Fundamental.

1.2 Justificativa e Problema de Pesquisa

De acordo com Moura e Oliveira (2020), a Matemática é considerada uma das disciplinas mais difíceis, cujos os alunos não têm familiaridade com os conceitos. Um dos objetos do conhecimento que podemos citar é a raiz quadrada, que é de grande relevância para a compreensão de diversos outros conceitos estudados durante todo processo escolar. No entanto, alguns autores, como Rosa e Rezende (2014), em suas pesquisas, vêm mostrando deficiências por parte dos alunos do Ensino Fundamental em relação a esse conteúdo, os quais apresentam várias incompreensões em operações envolvendo a raiz quadrada. Consequentemente, como essa deficiência parte dos estudantes, ao chegarem no Ensino Médio, podem demostrar dificuldades a respeito dos conceitos básicos de raiz quadrada, como por exemplo, operações envolvendo soma e subtração de radicais, propriedades dos radicais e cálculo de raiz quadrada.

Um requisito para que os estudantes da Educação Básica possam melhorar sua compreensão do que está sendo ensinado em sala de aula, e amenizar essas dificuldades de grande parte dos estudantes em relação à aprendizagem da Matemática, é que o professor planeje suas aulas com algum recurso didático. Isso se dá pois, Segundo Ferreira (2018), os Materiais Didáticos compreendem uma vasta relação de recursos que podem ser usados para se trabalhar os conceitos escolares com os estudantes em diferentes etapas de escolarização. Esses materiais são ferramentas pedagógicas que, se utilizadas de forma planejada e sistemática, funcionam como motivadores para o ensino e aprendizagem.

Os Materiais Didáticos podem oferecer grandes contribuições para que o professor e os alunos possam ter um ambiente diferente e interativo dentro da sala de aula. Além disso, o

estudante pode refletir e se motivar, ao entender a importância dos conteúdos de Matemática. Diversos matemáticos e estudiosos sustentam que o ensino e aprendizagem dessa disciplina tornam-se mais produtivos quando o professor usa situações-problemas. Em vista disso, podemos lembrar o que Luiz Roberto Dante destacou:

> Aprender a resolver problemas matemáticos deve ser o maior objetivo da instrução matemática. Certamente outros objetivos da matemática devem ser procurados mesmo para atingir o objetivo da competência em resolução de problemas. Desenvolver conceitos matemáticos, princípios e algoritmos através de um conhecimento significativo e habilidoso é importante. Mas o significado principal de aprender tais conteúdos matemáticos é ser capaz de usá-los na construção das soluções das situações-problema (DANTE, 1995, p. 84).

Nesse contexto, podemos notar a importância de utilizar os Materiais Didáticos, no intuito de resolver problemas, e de que o professor busque novos meios de ensinar, o que pode ser feito por meio da reflexão acerca de novas estratégias e metodologias de ensino-aprendizagem.

No curso de Licenciatura em Matemática, o licenciando, na sua formação inicial, tem a oportunidade de ter o primeiro contato com os materiais didáticos, visto que o acervo de materiais e jogos é enorme e alguns deles são trabalhados pelos professores com alunos, analisando-os e buscando novas formas de ensino.

Segundo Oliveira (2012), o material dourado foi desenvolvido pela professora e médica italiana Maria Montessori (1870-1952). Nesta pesquisa, o interesse pelo material dourado surgiu por este ter sido uns dos recursos analisados em sala de aula durante a disciplina de Laboratório do ensino da Matemática I, no curso de Licenciatura em Matemática Campus –IV. Percebemos um grande potencial que ele possibilitaria para abordar vários conteúdos em Matemática, como, por exemplo: adição, subtração, multiplicação, divisão, raiz quadrada, entre outros. Portanto, foi com o uso desse material na sala da universidade que tivemos a ideia de aprofundar nosso conhecimento sobre essa metodologia, pois acreditamos que seu potencial de ensino é favorável tanto para o professor quanto para os alunos.

Tive a oportunidade de utilizar o material dourado na Escola Municipal Valdevino Ribeiro da Silva, situada na cidade de Curral de Cima - PB, em que os estudantes precisavam de outras metodologias de ensino, pois eles apresentavam dificuldades em compreender o conteúdo que estava sendo estudado. Foi onde tive, pela primeira vez, contato com esse material na sala de aula, e pude ter algumas experiências positivas aplicando o material dourado em uma turma do 6° ano do Ensino Fundamental, empregando-o no conteúdo de raiz quadrada de um número natural. Observei que esse recurso didático é uma ótima ferramenta para o trabalho do

professor, além de ser um divertimento para os alunos, pois os estudantes podem perceber a interpretação geométrica da raiz quadrada, a potenciação de números naturais, a multiplicação e as áreas.

Um método de ensino com suporte de Materiais Didáticos pode permitir aos alunos a compreensão de conteúdos abstratos. A raiz quadrada é um grande exemplo, pois os estudantes só memorizam como fazer "contas", esquecendo o quanto é importante o conceito da raiz quadrada para a aplicação em várias áreas do conhecimento, consequentemente prejudicando-os para as próximas séries.

Há uma grande necessidade de modificar a forma de compreender esse conteúdo, já que o profissional de educação, o professor de Matemática, com uma boa formação profissional, poderá pesquisar vários meios de ensinar, e seu conhecimento estará sempre em construção, inovando a maneira de lecionar e engajar-se em práticas e processos de desenvolvimento de competências pessoais, interpessoais e intrapessoais, necessárias para se autodesenvolver e propor efetivamente o aperfeiçoamento de competências e educação integral dos estudantes (BRASIL, 2018).

No ensino escolar, com uso dos Materiais Didáticos, o professor pode modificar a maneira de ensinar a raiz quadrada de um número natural, a fim de assegurar aos alunos seu direito a uma educação de qualidade. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), de caráter normativo, define o conjunto de aprendizagens essenciais que todos os estudantes devem desenvolver ao longo de sua trajetória na Educação Básica. No que diz respeito à Matemática, a BNCC destaca que:

> O conhecimento matemático é necessário para todos os alunos da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais (BRASIL, 2018, p. 263).

Isso implica que o trabalho pedagógico com a disciplina de Matemática deve, ao mesmo tempo, possibilitar aos alunos compreender e agir sobre o mundo em que vivem e construir o próprio conhecimento, para que possam resolver problemas do seu cotidiano. (FERREIRA, 2018).

Nesta proposta, reconhecemos a importância de investigar as potencialidades do material dourado e sua adequação para o desenvolvimento dos objetivos educacionais previstos, de modo que atendam às necessidades, aos ritmos de aprendizagem e às características identitárias dos estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, especialmente quando calculam

a raiz quadrada de um número natural.

Esta pesquisa, com o uso do material dourado para o cálculo da raiz quadrada de um número natural, poderá contribuir com a discussão dos processos de ensino e aprendizagem, motivando professores e outros pesquisadores a buscarem aprimorar essas questões e encontrar maneiras diversas de ensinar Matemática. Nesse sentido, apresentamos a seguinte questão norteadora para esta pesquisa: *Como a utilização do material dourado pode contribuir para a formação do conceito de raiz quadrada em uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental?*

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo geral

Analisar a contribuição do material dourado para a formação do conceito de raiz quadrada no 9° ano do Ensino Fundamental anos finais.

1.3.2 Objetivos específicos

- Elaborar atividades com a utilização do material dourado para estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental;
- Discutir com os licenciandos as sugestões didáticas com o uso do material dourado para validar o instrumento de pesquisa;
- Aplicar as atividades elaboradas e vivenciar as sugestões metodológicas com os estudantes do 9° ano do Ensino Fundamental.

1.4 Procedimentos metodológicos

A pesquisa proposta neste trabalho tem como objetivo investigar as potencialidades que os materiais didáticos, principalmente o material dourado, pode contribuir com o ensino e aprendizado dos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental.

Nesta seção, apresentamos a classificação da pesquisa quanto à natureza da abordagem do objeto a ser pesquisado, quanto aos objetivos e aos procedimentos técnicos de investigação. Também apresentamos a população e contexto de em que ocorrerá o levantamento de dados, os instrumentos e as técnicas para coleta de dados.

1.4.1 Classificação da pesquisa

Quanto à abordagem do seu objeto, classifica-se como de natureza qualitativa. Segundo Denzin e Lincoln (2006, p. 17), esta pesquisa é definida como "pesquisa qualitativa, que envolve uma abordagem naturalística, interpretativa, para o mundo, o que significa que seus pesquisadores estudam as coisas em seus cenários naturais". Esta pesquisa também pode ser classificada como exploratória, pois, segundo Gil (2018, p.26), é definida para "proporcionar maior familiaridade com o problema, com vista a torná-lo mais explícito ou a construir hipóteses". De fato, nesta pesquisa procuramos aprofundar o uso do material dourado como recurso didático e aplicar com alunos da Licenciatura em Matemática e estudantes do Ensino Fundamental anos finais.

1.4.2 Etapas da pesquisa

Esta pesquisa foi desenvolvida com alunos do Curso de Licenciatura em Matemática da UFPB, Campus IV, na disciplina de Laboratório I no 6° período. Foram elaboradas algumas sugestões metodológicas com os licenciandos para a aplicação do material dourado no conceito de raiz quadrada. Também contamos com colaboração de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública de ensino da cidade de Mamanguape - PB.

As atividades da pesquisa ocorreram em 2 etapas: Etapa 1 – Elaborar sugestões metodológicas para a formação do conceito de raiz quadrada com o auxílio do material dourado com os licenciandos do Curso de Matemática - UFPB, Campus IV, na disciplina de Laboratório I, do 6º período; Etapa 2 – Aplicação das sugestões metodológicas com os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental.

1.5 Estrutura do TCC

A estrutura do trabalho está dividida em 5 capítulos. No primeiro capítulo, apresentamos uma introdução sobre como ensino da Matemática na maioria das vezes é tradicional sem ter sentido e aplicação. Em vista disso, no primeiro capítulo, se descreve como os materiais concretos podem contribuir com o ensino-aprendizado dos estudantes, especificamente do material dourado no ensino da raiz quadrada.

No segundo capítulo, apresenta-se o referencial teórico, no qual são discutidos alguns fatos históricos em relação à raiz quadrada e suas descobertas ao longo do tempo. Ainda no segundo capítulo, descrevem-se as competências e habilidades que são trabalhadas no Ensino Fundamental no ensino da raiz quadrada, bem como as que o professor de Matemática precisa desenvolver em suas aulas. No capítulo 2, também é descrito que a utilização de materiais manipulativos na sala de aula pode contribuir com o ensino e aprendizado dos estudantes. Por fim, no capítulo 2, é apresentado como pode ser ensinado o conteúdo de raiz quadrada de um número natural com o auxílio do material dourado, como um recurso didático que pode ser uma ferramenta pedagógica muito importante para se construir a ideia desse assunto.

O terceiro capítulo trata-se da intervenção com os licenciandos do curso de Matemática para a validação do instrumento de pesquisa e também a intervenção com os estudantes da Educação Básica, com a aplicação das atividades elaboradas com o auxílio do material dourado para a resolução das questões propostas.

No quarto capítulo, descreve-se a análise das questões resolvidas pelos alunos do 9° ano do Ensino Fundamental, bem como as suas dúvidas e desenvolvimento durante cada etapa das aulas que foram vivenciadas.

Em suma, no quinto capítulo, nas considerações finais, foi analisado que o material dourado no ensino da raiz quadrada foi fundamental para os licenciandos e, principalmente para os alunos da Educação Básica, para a construção do conhecimento.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 O estudo da raiz quadrada: um primeiro olhar

A Matemática tem contribuído constantemente para o desenvolvimento de muitas áreas do conhecimento, como por exemplo a Medicina, a Astronomia, tecnologias digitais, dentre outras.

No passado, as civilizações também puderam contribuir de alguma forma com o desenvolvimento da Matemática na sua época. Podemos citar o exemplo do Egito Antigo, Mesopotâmia e Babilônia etc. No entanto, segundo Roque (2012), as civilizações do passado relacionavam os problemas do cotidiano com a noção de contar objetos, como exemplo: os pastores de ovelhas controlavam o rebanho associando-o a uma pedra e, dessa forma, surgindo a ideia de contagem através das pedras. Podemos também destacar que, segundo Roque (2012, p. 34), "em vez de pedras, teria se tornado mais prático associar marcas escritas na argila, e essas marcas estariam na origem dos números". Podemos perceber que as civilizações do passado tiveram a ideia de contagem para solucionar seus problemas do cotidiano com o intuito de facilitar o cálculo de ovelhas e de outras maneiras para contar e medir, promovendo o progresso e sobrevivência de sua época.

A História da Matemática tem um papel fundamental para a contribuição de estudos de civilizações do passado que trabalhavam ideias matemáticas para seu desenvolvimento comercial, industrial, dentre outros aspectos importantes para buscar soluções e desenvolver a sociedade de sua época. Percebemos que, no decorrer dos séculos, na Antiguidade, várias civilizações trabalhavam conceitos matemáticos extremamente importantes que, nos dias atuais, têm sido estudados, contribuindo de alguma forma para o desenvolvimento Matemático e para a sociedade humana.

Alguns trabalhos realizados no passado foram descobertos ao longo do tempo, e, de acordo com Gomes Junior (2018), neles contêm evidências de resoluções de cálculos envolvendo a radiciação e potenciação. Vale ressaltar que também foram descobertos vários tipos de conceitos matemáticos e resoluções de problemas, mas, neste trabalho de conclusão de curso, queremos mostrar um primeiro olhar do conceito histórico da raiz quadrada de um número natural.

Segundo Gomes Junior (2018), pode-se dizer que, ao longo da história, houve

evidências que várias civilizações trabalhavam resoluções que envolviam conceitos de potenciação e radiciação que, de certa forma, são de extrema importância para o desenvolvimento da Matemática em nossos dias.

Ainda, conforme Gomes Junior:

> Em papiros egípcios, por exemplo, foram encontrados cálculos com potências, para volumes de pirâmides, armazéns etc. com desenho de um par de pernas com símbolos para o quadrado de um número. Também há evidências de cálculos semelhantes que foram realizados na Babilônia, na Índia, na Grécia Antiga, na Roma Antiga e na Europa durante a Idade Média (JUNIOR, 2018, p. 7).

Percebemos que, no passado, os povos egípcios trabalhavam as ideias de calcular pirâmides que, de certa forma, envolviam a relação de áreas e o cálculo de raiz quadrada, pois, algumas pirâmides construídas naquela época tinham a sua base com um formato de um quadrado, e em vista disso, podemos notar a relação de cálculos de áreas de quadrados.

Podemos ainda mencionar uma grande civilização que existiu na Antiguidade, como os Babilônios, pois vale destacar que:

> Além das quatro operações fundamentais, calculavam também potências e raízes quadradas. Esses cálculos eram registrados em tabletes de argila, e um dos exemplares mais conhecidos desses tablets é o YBC 7289 (cerca de 1800-1600 a. C), no qual aparece o cálculo ou uma regra para o cálculo da $\sqrt{2}$ (ROQUE; DE CARVALHO, 2012, p. 16 *apud* GOMES JUNIOR, 2018, p. 7).

Percebemos que nas civilizações do passado os conhecimentos matemáticos eram bastante trabalhados e registrados em tabletes de argila e que naquela época trabalhavam-se os conceitos de radiciação e potenciação.

Segundo Rodrigues (2018), os pensamentos e as ideias matemáticas deram início a seu progresso na Antiguidade. Sabemos que a Matemática nos dias atuais é estruturada e organizada, mas, antes de ser uma ciência bem ordenada, para Rodrigues (2013, p. s/n): “os povos do Egito e da Mesopotâmia já efetuavam cálculos e conheciam e dominavam sistemas matemáticos, porém seus usos ficavam restritos às necessidades práticas do cotidiano”. Podemos destacar também que, para Rodrigues (2013), a Matemática da Grécia Antiga, os pensamentos abstratos e filosóficos tiveram grande ênfase e esses conceitos foram fundamentais, pois, além dos conceitos abstratos, a Matemática contribuiu para medir e contar coisas do cotidiano de sua época.

Nesse sentido, ressaltamos que as civilizações do passado puderam contribuir bastante com o desenvolvimento da Matemática nos dias atuais. Podemos notar que alguns conceitos

desenvolvidos durante as civilizações do passado, como geometria, trigonometria, e, consequentemente, a raiz quadrada, foram desenvolvidas durantes os séculos por estudiosos e, dessa forma, contribuíram com avanço da Matemática.

A raiz quadrada é uma operação matemática introduzida a partir do 7° ano do Ensino Fundamental e acompanha a formação dos alunos nos níveis escolares em toda sua trajetória escolar. Segundo Luiz (2013), a raiz quadrada é um caso particular da radiciação, no qual o índice do radical é igual a 2, isto é, é a operação inversa das potências de expoente igual a 2. Também vale salientar que, quando um número positivo possui raiz quadrada exata, expressamos que esse número é um quadrado perfeito.

O procedimento para se calcular a raiz quadrada de um número natural, de acordo com os autores Nunes, Assolini, Trevisan e Meirelles, é:

> Extrair a raiz quadrada de um número "x" significa encontrar o número que, multiplicado por si mesmo, resulta em "x". O conceito foi criado por matemáticos árabes. Eles imaginavam um número, por exemplo 25, e diziam que ele havia crescido de uma "raiz quadrada" com área igual a 25. Era preciso, então, "extrair a raiz" e perceber que cada lado do quadrado media 5. A ideia foi adotada por matemáticos europeus no fim da Idade Média (2009, p. s/n).

Os autores relatam que o conceito foi criado por matemáticos árabes, pois, consequentemente, de acordo com Nunes *et al* (2009, p. s/n): "Ao traduzir livros árabes, eles encontraram o conceito e passaram a aplicá-lo".

Para a representação do conceito da raiz quadrada, Nunes *et al* menciona que:

> Para simbolizar a raiz, os europeus optaram pela letra "r" minúscula, por ser a primeira letra da palavra radix – que significa "raiz" em latim. Acredita-se que o símbolo atual tenha surgido de uma mudança nessa abreviação do "r" manuscrito, que passou a sobrepor o número que estava depois dele. Contudo, não há registro precisos desse surgimento. Sabe-se apenas que o símbolo foi empregado pela primeira vez em 1525, no livro de álgebra Die Coss, de autoria do matemático alemão Christoff Rudolff (1499-1545), e que sua adoção geral só ocorreu no século seguinte (2009, p. s/n).

Vale salientar que, de acordo com Dante (2012, p. 113), "os hindus foram os primeiros a usar regras para extrair raízes quadradas", e a simbologia que hoje conhecemos e usamos para os radicais, segundo Dante (2012, p. 113), foi usada em 1637, por René Descartes, que introduziu neste símbolo o traço √ que usamos até hoje. Nesse contexto, observamos o quanto as civilizações do passado e grandes matemáticos puderam desenvolver a ideia de raiz quadrado ao longo do tempo e também a sua simbologia que é de extrema importância para podermos compreender suas aplicações e estudos aprofundados.

2.2 Competências e habilidades no ensino da raiz quadrada no Ensino Fundamental

A Base Nacional Comum Curricular – BNCC é fundamental para o desenvolvimento da educação brasileira, ou seja, a base estabelece conhecimentos, competências e habilidades que se espera que todos os estudantes desenvolvam ao longo da sua escolaridade básica. A BNCC é um documento importante para o desenvolvimento de competências e habilidades os quais os alunos de escolas públicas e privadas têm o direito de aprender. Isso significa que os alunos de classe econômica baixa ou os estudantes de classe média alta têm o mesmo direito de aprender e desenvolver as habilidades e competências que a BNCC sugere que todos os estudantes do Brasil aprendam no Ensino Fundamental e Médio.

Podemos notar a importância das competências e habilidades da BNCC, mas, para avançar essas habilidades e competências nos estudantes da Educação Básica, o professor do Ensino Fundamental e Médio, principalmente o professor de Matemática, precisa desenvolver competências e habilidades importantes para o andamento de suas aulas e em sua carreira profissional.

A BNCC da Educação Básica apresenta dez competências gerais que devem ser desenvolvidas pelos estudantes. Entretanto, as competências profissionais docentes pressupõem o desenvolvimento, pelo licenciando, das competências gerais, assim como das aprendizagens essenciais a serem garantidas a todos estudantes (BRASIL, 2018). Entretanto, essas competências gerais, bem como as específicas e as habilidades para docência, compõem a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica – BNC Formação (BRASIL, 2019).

Para o desenvolvimento dessas competências e habilidades docentes, o documento aponta que elas estão agrupadas em três dimensões, que são: conhecimento profissional, prática profissional e engajamento profissional.

A dimensão do conhecimento profissional está associada com a prática e os saberes que dão significado e sentido à experiência em âmbito escolar. Nesse contexto, podemos observar a importância que o currículo da formação inicial de professores tem para que eles possam "saber" e "saber fazer". Dessa forma, observamos a competência específica "1.1 Dominar os objetos de conhecimento e saber como ensiná-lo" (BRASIL, 2019, p. 45). Por isso, é fundamental que o docente tenha uma boa formação inicial e que desenvolva estratégias que possam contribuir com o processo de aprendizagem dos alunos. (BRASIL, 2019, p. 18)

A dimensão da prática profissional está relacionada ao conhecimento pedagógico, ou seja, a maneira como estão sendo trabalhados os objetos de conhecimento (BRASIL, 2019). E, também, "está associado com a prática e se relaciona com o que existe na realidade concreta e com as experiências diretas de alunos e professores" (YOSHIDA, 2013, s/n).

Por fim, a dimensão do engajamento profissional é fundamental para a ação docente. Desse modo, o engajamento profissional trata-se de um compromisso moral e ético do professor para com seus alunos, gestores, comunidade escolar e com o sistema educacional (BRASIL, 2019).

Em suma, as três dimensões mencionadas anteriormente são essenciais na composição das competências profissionais dos professores. Nessas dimensões não existem hierarquias ou divisões, pois elas se completam na ação docente. No entanto, elas precisam estar presentes na formação inicial de professores para que possam apoiar a ação dos futuros profissionais de educação (BRASIL, 2019). Portanto, é relevante que os professores da educação básica desenvolvam as competências e habilidades dos conhecimentos profissionais, pois o documento sugere que o professor desenvolva essas competências e habilidades durante toda sua trajetória, orientando sobre como tornar suas aulas dinâmicas e atrativas. Dessa forma, com as aulas mais significativas, o professor terá conhecimentos para refletir em suas aulas, consequentemente fazendo com que os estudantes do ensino básico desenvolvam as competências da BNCC.

Podemos perceber que é essencial que o professor da Educação Básica desenvolva competências e habilidades da BNC – Formação e que também os alunos desenvolvam as competências e habilidades que a Base Nacional Comum Curricular – BNCC sugere. Entretanto, especificamente falando das competências e habilidades no ensino da raiz quadrada, a BNCC suscita diversas competências e habilidades que os estudantes devem aprender no Ensino Fundamental e Médio, especificamente no ensino da Matemática, que é o foco de nosso trabalho.

O desenvolvimento das competências e habilidades da BNCC está profundamente relacionada a algumas formas de organização da aprendizagem Matemática, com base na análise de situações da vida cotidiana, de outras áreas do conhecimento (BRASIL, 2019). Pois, a BNCC destaca que:

> No Ensino Fundamental, essa área, por meio da articulação de seus diversos campos – Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade –, precisa garantir que os alunos relacionem observações empíricas do mundo real a representações (tabelas, figuras e esquemas) e associem essas representações a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), fazendo induções e conjecturas. (BRASIL, 2018, p. 265).

A BNCC é bastante clara em mencionar que os alunos devem desenvolver a capacidade de identificar relações da utilidade da Matemática com o cotidiano. A BNCC ainda reforça que os estudantes devem:

> Enfrentar situações-problemas em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas e dados). (BRASIL, 2018, p. 267).

A unidade temática Geometria, que compõe a BNCC, é muito importante para que os alunos associem o mundo real com uma atividade Matemática, pois, de acordo com a BNCC (BRASIL, p. 271): "estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos". A BNCC ainda reforça que:

> Espera-se que os alunos indiquem características das formas geométricas tridimensionais e bidimensionais, associem figuras espaciais a suas planificações e vice-versa. Espera-se, também, que nomeiem e comparem polígonos, por meio de propriedades relativas aos lados, vértices e ângulos. O estudo das simetrias deve ser iniciado por meio da manipulação de representações de figuras geométricas planas em quadriculados ou no plano cartesiano. (BRASIL, 2018, p. 272).

Como vimos, as competências e habilidades estão relacionadas a algumas formas e maneiras de organização da aprendizagem Matemática, tendo como base em situações do cotidiano. Para cada objeto do conhecimento que o aluno deve aprender, ele precisa desenvolvê-las em todo seu progresso escolar. Entretanto, é fundamental que o aluno tenha um bom domínio em conteúdos já estudados em séries anteriores, como exemplo, vários objetos do conhecimento e habilidades desenvolvidas no Ensino Fundamental anos iniciais e finais, para que ele possa compreender o conceito da raiz quadrada, que será de extrema importância para seu desenvolvimento escolar.

Em vista disso, o ensino da raiz quadrada de um número natural se inicia no 7° ano do Ensino Fundamental, dessa forma, os estudantes precisarão ter como base alguns conhecimentos prévios essenciais em Matemática para compreender os conceitos de potenciação e geometria, pois, esses conceitos serão essenciais para o entendimento de áreas de figuras planas e ideia da raiz quadrada de um número natural.

Vale ressaltar que, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, na unidade temática: Geometria, os alunos já têm o primeiro contato com as formas geométricas espaciais,

desenvolvendo a habilidade (EF01MA13) “Relacionar figuras geométricas espaciais (cone, cilindros, esferas e blocos retangulares) a objetos familiares do mundo físico”. (PARAÍBA, 2019, p. 237).

Nessa primeira fase do Ensino Fundamental, o documento da Proposta Curricular da Paraíba fornece para o professor da primeira fase da Educação Básica algumas sugestões metodológicas para trabalhar com os alunos dentro da sala de aula (PARAÍBA, 2019). De acordo com o documento Proposta Curricular do Estado da Paraíba, apresentam-se algumas sugestões e no desenvolvimento da habilidade (EF01MA13):

> É importante que, já nessa fase, os estudantes reconheçam e nomeiem o cubo, o cilindro, a esfera e o bloco retangular. Também, é relevante que sejam estimulados a representá-los por desenhos, mesmo que pouco precisos, pois a reprodução por desenhos de formas geométricas permite à turma investigar e conhecer suas propriedades (PARAÍBA, 2019, p. 237).

Para que o ensino da raiz quadrada tenha algum sentido para os estudantes, o professor de Matemática deve buscar os conhecimentos prévios dos alunos, seus conhecimentos nas unidades temáticas para poder planejar uma maneira de introduzir esse conteúdo, elaborar uma proposta que chegue até o ensino da raiz quadrada do 9° do Ensino Fundamental. De acordo com a BNCC:

> Para o desenvolvimento das habilidades previstas para o Ensino Fundamental – Anos Finais, é imprescindível levar em conta as experiências e os conhecimentos matemáticos já vivenciados pelos alunos, criando situações nas quais possam fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles e desenvolvendo ideias mais complexas. (BRASIL, 2018, p. 298).

É importante que os alunos dos anos finais do Ensino Fundamental desenvolvam os conhecimentos já trabalhados em séries anteriores. Antes de iniciar o conteúdo da raiz quadrada, o aluno deve ter em mente, por exemplo, as noções de polígonos, saber classificá-los quanto ao número de vértices, lados e ângulos, para que aos poucos possam construir seu conhecimento e desenvolver as competências e habilidades da BNCC.

A seguir, apresentamos o Quadro 1 que mostra as **Unidades Temáticas, Habilidades e Objetos do Conhecimento,** planejados para dar suporte ao desenvolvimento de algumas atividades propostas com o auxílio do material dourado. Isso será aplicado em uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental, para que o aluno trabalhe em sala de aula até chegar no conteúdo potenciação e radiciação no 9° ano do Ensino Fundamental.

Quadro 1 - BNCC

Unidades temáticas	Números	Geometria	Grandezas e Medidas
Objetos do conhecimento	• Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números naturais. • Números inteiros: usos, história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações. • Potenciação e radiciação	• Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados; • Construção de figuras semelhantes: ampliação e redução de figuras planas em malhas quadriculadas; • Polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero;	• Perímetro de um quadrado como grandeza proporcional a medida do lado; • Área de figuras planas / Área do círculo e compriment o de sua circunferên cia;
Habilidades	**EF06MA03)** Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora. **(EFMA0704)** Resolver e elaborar	**(EF06MA18)** Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros. **(EF06MA20)** Identifica características dos quadriláteros,	**Habilidades (EF06MA29)** Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à

	problemas que envolvam operações com números inteiros.	classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles. **(EF06MA21)** Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais. **(EF07MA28)** Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular (como quadrado e triângulo equilátero), conhecida a medida de seu lado.	medida do lado, o que não ocorre com a área. **(EF08MA19)** Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculo), em situações como determinar medida de terrenos.

Fonte: BNCC (2018)

Diante dessas habilidades e objetos do conhecimento do Ensino Fundamental, podemos perceber que a relação entre os conhecimentos de unidades temáticas diferentes são fundamentais para que seja construído aos poucos o conceito da raiz quadrada de um número natural, que o aluno elabore e resolva situações-problema. Nesse contexto, trabalhar esses conceitos geométricos poderá contribuir para a interpretação da raiz quadrada, como a área de uma região quadrada, pois, o aluno deve compreender que, encontrando o lado do quadrado, ele encontrará sua área, e, de certa forma, sua raiz quadrada.

2.3 Material didático manipulativo: a utilização em sala de aula

De acordo com Schulthais (2014), é fundamental a utilização de materiais manipulativos nas aulas de Matemática, pois o estudante pode refletir, visualizar e aplicar aquilo que está

sendo ensinado. Segundo Shulz e Valdemar (2022, p. 6) “o material manipulável possui uma base material como: madeira, papelão, plástico etc., e podem ser manipulados como, por exemplo: geoplano e o material dourado, no processo de aprendizagem”. Desse modo, de acordo com Schulthais (2014), os materiais manipulativos podem atuar como auxiliadores da construção do conhecimento matemático e deixar as aulas mais prazerosas e com mais significado.

Segundo Schulthais (2014), as aulas de Matemática, quando são planejadas com o uso de Materiais Didáticos, podem contribuir com a aprendizagem do estudante, uma vez que os alunos poderão raciocinar, analisar e compreender aquilo que está sendo trabalhado em sala de aula.

Nesse contexto, os materiais concretos podem possibilitar ao estudante uma melhor compreensão dos conceitos matemáticos, visto que relacionam os conceitos abstratos a uma imagem concreta ou, ainda, a uma manipulação de recursos que possibilitam uma visualização concreta. Assim, trabalhar em sala de aula com Material Didático será de grande proveito para os alunos e professores, pois, ao trabalhar com conceitos geométricos utilizando materiais concretos, os alunos poderão observar que a Matemática não é só resolver contas sem nenhum sentido, mas sim uma ciência que está presente no nosso cotidiano. Dessa forma, o uso de Material Didático poderá contribuir para que os alunos desenvolvam competências e habilidades que a BNCC sugere em toda a Educação Básica.

Um dos materiais concretos que tem um potencial didático para utilização em sala de aula é o material dourado. Esse material didático, segundo Silveira (1998, p. 48), “é um dos materiais que foram criados por Maria Montessori”. Portanto, segundo Oliveira (2012), o material dourado é um ótimo recurso didático que facilita na compreensão das quatro operações fundamentais, como adição, subtração, multiplicação e divisão. Na maioria das vezes, muitos professores adotam o ensino tradicional para lecionar suas aulas e os alunos acabam decorando os algoritmos das quatro operações fundamentais, pois Oliveira destaca que:

> No ensino tradicional, as crianças acabam “dominando” os algoritmos a partir de treinos cansativos, mas sem conseguirem compreender o que fazem. Com o material dourado a situação é outra: as relações numéricas abstratas passam a ter uma imagem concreta, facilitando a compreensão. Obtém-se, então, além da compreensão dos algoritmos, um notável desenvolvimento do raciocínio e um aprendizado bem mais agradável (OLIVEIRA, 2012, p. 2).

Podemos notar que a utilização do material dourado é um recurso didático que pode contribuir com o ensino da Matemática, pois o aluno poderá manusear o material dourado e

consequentemente entenderá os conceitos envolvidos no objeto do conhecimento estudado. Em vista disso, o material dourado facilitará a compreensão dos alunos e também é um ótimo recurso didático para o professor trabalhar em suas aulas.

Segundo Schulz e Valdemar (2022, p. 2), "a utilização de material manipulável nas aulas de matemática não é recente". Em vista disso, de acordo com Schulz e Valdemar (2022), Maria Montessori (1870-1952) passou a realizar pesquisas referentes a materiais manipulativos para serem utilizados dentro da sala de aula para contribuir com o ensino e aprendizagem. Maria Montessori era médica e italiana, e, de acordo com Schulz e Valdemar (2022), ela iniciou seu trabalho em crianças com deficiência e notou que, através da manipulação de objetos, a aprendizagem acontecia de forma mais eficaz, assim, a interação com os alunos contribuía com a construção do conhecimento.

De acordo com Silveira (1998), Maria Montessori dedicou seu trabalho a crianças com deficiências e com dificuldades na aprendizagem, utilizando diferentes métodos de ensino, como por exemplo a organização da sala de aula, com o intuito de que todos os alunos pudessem participar com os outros e, com essas trocas, construir seu conhecimento.

Um dos materiais manipulativos que Maria Montessori criou foi o material dourado, o qual é fundamental para ensinar o sistema de numeração. Nos dias atuais, a forma original proposta por Montessori é diferente, pois, Lubienska de Lenval, seguidora de Montessori, construiu seu material em madeira, diferente apenas no aspecto visual do material construído por contas douradas de Montessori (SILVEIRA, 1998).

Figura 1 – Material Dourado

Fonte: https://www.researchgate.net/figure/Figura-1-Pecas-do-Material-dourado_fig1_336592388.

De acordo com Vitali (2016), o material dourado pode auxiliar o ensino e aprendizagem do Sistema de Numeração Decimal e efetuar as quatro operações aritméticas, que são essenciais no Ensino Fundamental e Médio. Porém, a utilização desse material didático hoje em dia

evoluiu e, nesse contexto, o material dourado pode ser trabalhado em vários conteúdos matemáticos, como frações, números decimais, áreas, volumes, produtos notáveis, equação do segundo grau, raiz quadrada e outras inúmeras atividades.

2.4 O material dourado no ensino da raiz quadrada

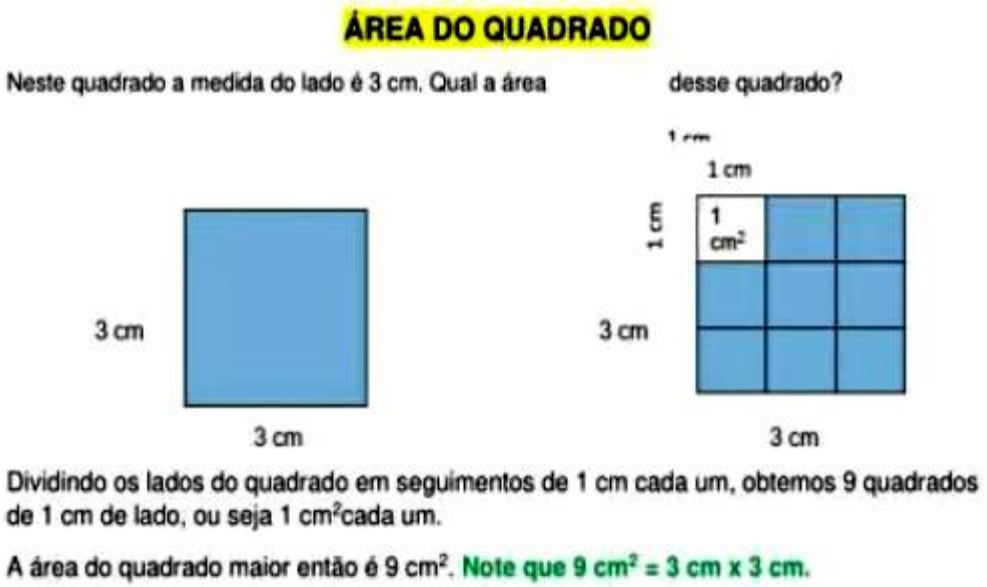
A raiz quadrada de um número natural é uma operação matemática muito importante para o desenvolvimento de outros conteúdos, por exemplo, equação de segundo grau, estudos de funções e outros conteúdos que são trabalhados no Ensino Básico e Superior.

Na maioria das vezes, a maneira de ensinar a calcular a raiz quadrada de um número natural é de forma tradicional, ou seja, o processo para encontrar o valor da raiz quadrada de um número "x" significa achar o número que multiplicado por ele mesmo resulta em "x". Como exemplo, 3 x 3 = 9. Porém, segundo Contador (2008, p. 74) *apud* Peres (2020, p. 101), a maneira que uma das civilizações do passado, como exemplo, os egípcios, calculavam a raiz quadrada, era: "transformavam o número dado na área de um quadrado, depois por um método geométrico calculavam o lado desse quadrado". Podemos notar que, nas civilizações do passado eram utilizadas maneiras diferentes para se calcular a raiz quadrada, pois usavam um método que ilustrava uma situação de áreas de figuras planas.

Nesse contexto, de acordo com Dante (2012), a raiz quadrada de um número pode ser representada geometricamente associada à uma região de forma quadrada de lado igual a x, dessa forma, sua área será x^2. Tomemos um quadrado com lados de 3 cm, por exemplo, do qual queremos encontrar a medida de sua superfície, ou seja, sua área. Assim, podemos "quadricular" a figura em quadradinhos de 1 cm de lado e verificar que a área é de 9 cm^2, com isso, efetuar a multiplicação de 3 x 3 = 9 é o mesmo que área de um quadrado de 3 cm de lado.

Para encontrar a área de uma região quadrada, é fundamental fazer uma representação visual, ou seja, fazer o uso de um desenho, com o intuito de o aluno conseguir visualizar e poder notar que ele pode quadricular a figura e contar os quadradinhos formados. Nesse exemplo a seguir, ele poderá quadricular a figura e de 1 cm de lado e perceber que ele poderá fazer com qualquer medida. Fazendo esse processo, ele encontrará a área de uma região quadrada e consequentemente a sua superfície.

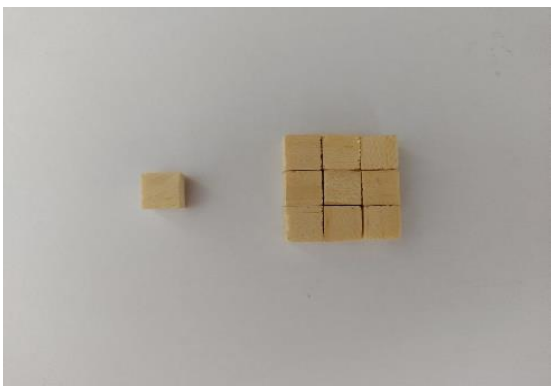
Figura 2 – Área do quadrado



Fonte: https://learning-br.com/matematica/neste-quadrado-a-medida-do-lado-3-c-530071393.

Além da figura que pode ser um ótimo recurso para visualizar a área de uma região quadrada, podemos usar também as peças do material dourado para quadriculá-la. O material dourado é um recurso para manusear os cubinhos como unidade de medida, por exemplo, um cubinho de 1 cm ou um cubinho de 1 m, isso dependerá de como o professor vai abordar o exercício que ele irá trabalhar com os alunos. Vejamos um exemplo de como usar as peças do material dourado para encontrar a área de uma região quadrada que tem 3 cm de lado, do exemplo anterior.

Imagem 1 – Material dourado (Área do quadrado)

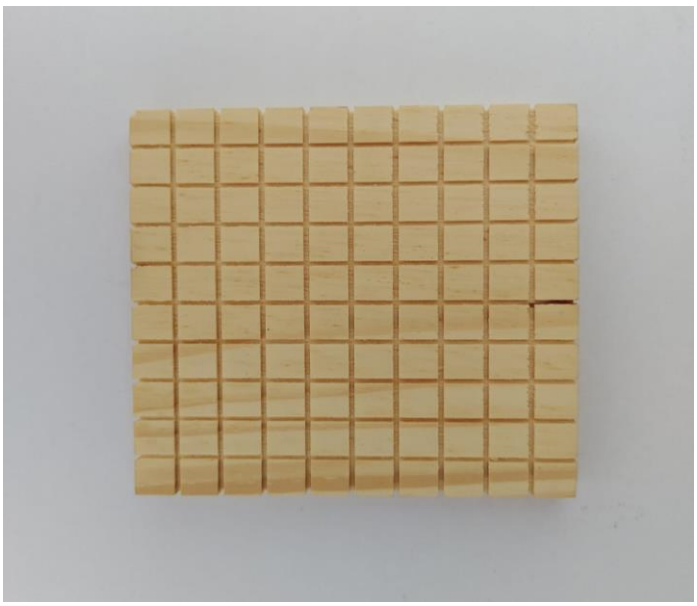


Fonte: própria do autor (2022).

O material dourado é um recurso didático, para tanto manusear as peças quanto para a visualização de uma região quadrada. Nesse contexto, o aluno poderá contar quantos quadradinhos tem cada lado do quadrado e perceberá que, quando ele encontrar a medida do lado do quadrado, ele achará a sua raiz quadrada. Dessa forma, o aluno poderá notar que, quando ele calcular a área de uma região quadrada, ele estará encontrando sua raiz quadrada. Isso facilitará para que os alunos possam construir outros exemplos de raízes quadradas exatas, ou seja, os números quadrados perfeitos. O material dourado é um material concreto que permite essa visualização, importante para o aluno compreender a raiz quadrada de um número natural.

Outro exemplo que podemos mostrar é que, quando temos uma região quadrada com área de 100 cm^2 e queremos saber o comprimento de cada lado do quadrado, podemos usar o material dourado para visualizar cada medida do lado do quadrado. Podemos utilizar a placa do material dourado que contém 100 cubinhos, ou seja, 1 centena. Também, podemos utilizar as outras peças do material dourado, por exemplo, 10 dezenas ou 100 unidades.

Imagem 2 – Material dourado (Área do quadrado)



Fonte: própria do autor (2022).

Podemos perceber que o material dourado é essencial para construir a ideia da raiz quadrada de um número natural. Esse recurso didático é fundamental para que o aluno visualize o processo para encontrar a raiz quadrada, pois é importante que o aluno compreenda que raiz quadrada tem relação com outros conceitos matemáticos, como potenciação, geometria e áreas. Como o quadrado tem todos os lados iguais, basta calcular a medida de seu comprimento pela

medida da sua largura, ou seja, A = b^2. Dessa forma, quando calculamos os lados do quadrado, ou seja, sua área, estamos calculando a raiz quadrada. Nos exemplos anteriores, mostramos um quadrado de área igual a 9 e o outro igual a 100. Logo, percebemos que $\sqrt{9}$ = 3, pois, o lado do quadrado tem medida igual a 3, então 3 x 3 = 9. De forma análoga a $\sqrt{100}$ = 10, pois a medida do lado do quadrado é igual 10, logo 10 x 10 = 100.

O material dourado é uma ferramenta eficaz para visualizar o conceito de raiz quadrada de um número natural, pois os alunos conseguem manuseá-los e podem construir outros exemplos de números chamados: quadrados perfeitos. Podemos notar que o conceito da raiz quadrada precisa que o estudante conheça vários objetos do conhecimento até se chegar no conteúdo propriamente dito, pois são vários conceitos de geometria e figuras geométricas, como por exemplo, quadriláteros. Como sugestão metodológica, esta pesquisa foi planejada para que o estudante da Educação Básica tenha mais compreensão daquilo que está sendo ensinado, como foco a raiz quadrada de um número natural.

3. METODOLOGIA DA INTERVENÇÃO

3.1 Validação do Instrumento de Pesquisa

Um dos momentos extremamente importantes para o desenvolvimento desta pesquisa foi a validação do instrumento de coleta de dados. Neste caso, a elaboração da tarefa com o material dourado. Algumas técnicas mais conceituadas para a validação do instrumento de pesquisa, segundo os autores Bellucci Júnior e Misue Matsuda (2010, p. 752), são "validade de conteúdo; validade de aparência; validade de critério e validade de constructo". A validade de conteúdo tem o sentido de determinar se o que está sendo analisado tem a finalidade de analisar de forma eficaz e determinante, para o determinado evento a ser investigado.

Um dos objetivos principais da validação do instrumento de pesquisa é colocar em prática tudo aquilo que foi planejado para a intervenção pedagógica da pesquisa, momento crucial para analisar o que precisamos melhorar na proposta elaborada, e de certa forma, com as observações feitas durante a intervenção pedagógica.

Nesta tarefa de validação do instrumento, pretendíamos observar a efetividade do instrumento de pesquisa, além de refinar e verificar a pertinência das questões para que pudéssemos analisar cada questão proposta, fazer ajustes e deixar cada questão com maior clareza possível e fácil de interpretá-las.

As ações da tarefa consistiam em três etapas de realização: na primeira, disponibilizamos a sequência de tarefas a serem realizadas na Educação Básica, para que os licenciandos, em grupo, a respondessem utilizando o material dourado; na segunda, apresentamos as competências e habilidades de cada uma das questões, bem como orientações para o professor (Apêndice 2). A etapa das orientações para o professor tinha o objetivo de fazer com que os licenciandos analisassem o processo de elaboração da sequência de tarefa. Para isso, foi disponibilizado um questionário no *Google Forms* (Apêndice 1), com o intuito de os licenciandos fazerem suas sugestões metodológicas referente à sequência de tarefas para a intervenção com os estudantes da Educação Básica.

A validação do instrumento de pesquisa foi realizada no dia 14/09/2022, na Universidade Federal da Paraíba - UFPB, Campus - IV, com 13 estudantes do curso em Licenciatura em Matemática, na disciplina de Laboratório do ensino da Matemática I, na cidade de Rio Tinto - PB.

Como primeira etapa da intervenção da pesquisa, a turma foi dividida em quatro grupos,

sendo dois com quatro alunos, um de três e um de dois, totalizando 13, para que os licenciandos resolvessem as questões.

Para essa validação, disponibilizamos as atividades contendo dez questões, sendo oito de elaboração e formação de conceitos com a utilização do material dourado e duas com situações-problemas, retiradas de livros didáticos, para que os licenciandos tentassem resolvê-las com o auxílio do material dourado.

O desenvolvimento da atividade ocorreu no Laboratório de Ensino e Pesquisa em Educação Matemática – LEPEM. Nessa sala, podemos trabalhar com materiais manipulativos e jogos, e é onde são realizadas as aulas do 6° e 7° período do curso em Licenciatura em Matemática, Campus - IV, nas disciplinas de Laboratório I e II.

A validação do instrumento de pesquisa foi relevante para contribuir com a nossa prática como futuros professores, principalmente devido à validação do instrumento que será de muita importância para a intervenção com os alunos da Educação Básica e para o professor de Matemática, visto que a pesquisa é fundamental para que ele pense sua prática e como pode ensinar a Matemática de forma mais didática e prazerosa.

3.1.1 As discussões sobre o instrumento da coleta de dados da pesquisa

A realização da validação do instrumento com os licenciandos foi fundamental, visto que foi o momento em que surgiram várias situações as quais os licenciandos puderam avaliar, questionar e mencionar algumas dúvidas em relação às questões propostas no momento da resolução.

De início, foi explicado nos primeiros momentos da aula que a pesquisa seria baseada em dez questões propostas e que elas seriam aplicadas com os estudantes do 9° ano do Ensino Fundamental. Depois, foi explicado que a aula seria para a validação do instrumento de pesquisa, por meio da resolução de uma atividade com o auxílio do material dourado. Para tanto, a participação de cada licenciando teve um papel muito importante na avaliação do instrumento de pesquisa. Logo em seguida, foi dada uma breve explicação do material dourado e a distribuição para cada grupo.

No decorrer da resolução das questões, alguns licenciandos tiveram dificuldades na primeira, na qual se pedia para formar quadriláteros. Nesse momento, percebemos que as dúvidas surgiram em algumas palavras-chaves como região quadrada e polígonos. Para cada dúvida surgida, foram discutidos os aspectos que geravam as incertezas para a resolução. Nesse sentido, percebemos que alguns dos enunciados teriam de ser ajustados para que ficassem mais

claros e objetivos para os estudantes da Educação Básica.

No segundo momento da validação do instrumento com os licenciandos, pudemos discutir algumas questões que causaram dúvidas. Alguns licenciandos questionaram como poderiam representar as suas repostas, por exemplo, quando um integrante de um dos grupos disse: “na questão 4, podemos desenhar a figura solicitada?”. Outra dúvida que surgiu foi com relação à questão 9, sobre a maneira que a situação-problema era solicitada, pois causou dúvidas em todos os licenciandos. Após discutirmos sobre o enunciado da questão, um dos licenciandos resumiu dizendo que: “a questão não estava óbvia em relação ao que se pedia, ela poderia ser mais específica, para interpretá-la de maneira mais objetiva”.

Diante das sugestões que surgiram nas discussões descritas acima na validação do instrumento, passamos para o terceiro momento, no qual foi explicado aos licenciandos que cada questão envolvia competências e habilidades da BNCC.

Cada questão pode envolver mais de uma habilidade do Ensino Fundamental, para que o aluno da Educação Básica possa chegar ao objetivo proposto com mais clareza. Para cada questão proposta, foram explicadas as orientações para o professor, as quais passam a ideia de como introduzir o conteúdo de raiz quadrada de um número natural. Foi explicado como o professor de Matemática pode introduzir o ensino da raiz quadrada, situando-o dentro da sala de aula, para poder perceber o desenvolvimento dos alunos durante a resolução das questões.

Diante das resoluções das questões, das explicações das competências e habilidades e o que se espera dos alunos da Educação Básica, além das orientações para o professor, ao final da aula foram distribuídas as 10 questões, base para a reflexão dos licenciandos para que eles pudessem dar suas sugestões e avaliar o instrumento de pesquisa para intervenção com os alunos do 9°ano do Ensino Fundamental. O referido formulário foi disponibilizado na plataforma digital *Google Forms*, para que os alunos pudessem respondê-las e que esse material pudesse ser analisado para embasar a pesquisa e contribuir com o ensino da raiz quadrada e da Matemática.

3.1.2 A pertinência e reformulação das questões propostas

Um dos momentos fundamentais para a pesquisa foi dúvidas a validação das questões propostas, o momento em que os licenciandos puderam resolver as questões e avaliá-las. As primeiras duas questões da tarefa tratam de formar quadriláteros utilizando o material dourado. Durante a resolução das questões pelos licenciandos, pudemos identificar algumas

incompreensões por parte de alguns deles em relação a como formar quadriláteros.

De início, alguns licenciandos tiveram dúvidas referentes à questão 1, pois, alguns deles não lembravam o que era um quadrilátero. Logo após uma breve explicação para aqueles que tiveram dúvidas, puderam relembrar de que um quadrilátero é uma figura geométrica plana e com quatro lados.

A questão 2 foi uma das que os licenciandos mais se confundiram. Eles perguntaram: "é para fazer uma figura ou várias figuras?", "posso fazer com mais de 36 cubinhos?", "quantos quadriláteros posso fazer?", "um retângulo também é um quadrado?". No decorrer da aula foi explicada cada dúvida surgida e, diante disso, foi percebido que essas questões precisavam de pequenos ajustes para melhor compreensão, como vemos na Imagem 3.

Imagem 3 – Questões 1 e 2

1- Com o material didático em mãos, forme quadriláteros.

2- Com 36 cubinhos forme quadriláteros.

a) Quantos retângulos diferentes você conseguiu formar?
b) Em algum deles as medidas dos quatros lados são iguais?
c) Então você formou retângulos quadrados e não quadrados?

Fonte: própria do autor (2022).

Em relação às questões 3, 4 e 5, foi solicitado que os licenciandos utilizassem o material dourado para construir regiões quadradas com o objetivo de identificar o valor da medida de cada lado do quadrado pedido na questão, como vemos na Imagem 4.

Imagem 4 – Questões 3, 4 e 5

3- Com as peças do material dourado, construa uma região quadrada com tenha nove cubinhos.

4- Com 25 cubinhos você consegue construir uma região quadrada? E, com 64 cubinhos? Se você conseguiu construir as regiões quadradas solicitadas, você consegue saber qual é a medida do lado dessas regiões quadradas que você construiu?

a) Com 25 cubinhos?
b) Com 64 cubinhos?

5- No resultado dos cubinhos necessários para construir a região quadrada, será que é possível representar por meio de uma potência? Se, sim, qual a base e o expoente?

Fonte: própria do autor (2022).

Um dos momentos destacados durante a resolução das questões foi quando alguns se perguntavam como fazer uma região quadrada com o material dourado. Isso pôde ser notado na questão 3, em que se pedia para formar uma região quadrada com nove cubinhos, e alguns licenciandos não sabiam como escrever na resolução da questão. Eles perguntaram: "é para desenhar o quadrado?", "é para descrever o passo a passo da questão?". Diante dessas indagações, foi necessário fazer mudanças na questão 3, para que ficasse mais clara a mensagem que se pedia na questão e não confundisse os alunos no momento da resolução do problema.

No decorrer da aula, na questão 4 surgiram várias dúvidas em relação a como escrever as repostas. Os licenciandos perguntaram se podiam fazer desenhos com as figuras que estavam formando com o material dourado. Ressaltamos que os licenciandos sabiam resolver as questões, mas sempre sentiam dúvidas em relação a como registrar as respostas.

Vale ressaltar que, no momento da questão 5, os licenciandos perceberam que eles podiam usar as questões anteriores para responder à questão. Surgiu muita dúvida em como fazer a questão e foi explicado que eles poderiam utilizar as anteriores e registrar as suas respectivas respostas. Em vista disso, foi notado que as questões tinham de ser mais detalhadas e, ao mesmo tempo, ser objetivas, pois, como as questões envolvem muitos conceitos geométricos, sempre é necessário que os estudantes possam entender que eles podem desenhar. Com isso, algumas questões foram reescritas novamente para melhor compreensão.

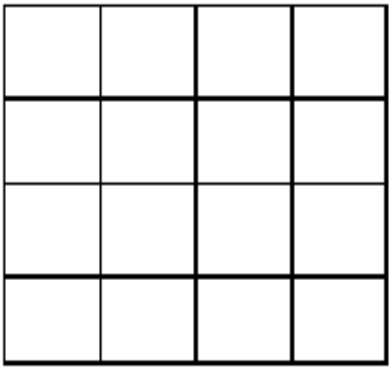
Nas questões 6 e 7 os licenciandos não apresentaram dúvidas, todos puderam compreender essas duas questões que se relacionam com potências e ficou bem objetiva para a

interpretação.

A questão 8 tem como itens a letra a, b e c, nas quais os licenciandos puderam observar a imagem de um quadrado. Solicitou-se o lado do quadrado, sua área e se há alguma forma por meio da potenciação que possa representar as medidas desse quadrado. Vejamos Imagem 5.

Imagem 5 – Questão 8

8- Observe a imagem e responda:



a) Qual é o lado desse quadrado?

b) Qual é a área desse quadrado?

c) Existe alguma representação por meio da potenciação que represente esse resultado?

Fonte: própria do autor (2022).

A partir das observações durante as resoluções e também das discussões sobre a questão oito, os licenciandos não apresentaram nenhuma dúvida, mas sugeriram ser mais detalhada o item a, com o objetivo de trabalhar com uma linguagem mais simples possível. Ou seja, em vez de "qual é o lado do quadrado" como se pedia na alternativa a, sugeriram trabalhar com "quadradinhos nos lados do quadrado", com o intuito de deixar a questão mais simples e compreensível para os alunos.

A resolução da questão 9 refere-se a uma questão retirada de um livro didático. Esse era o momento que os licenciandos poderiam aplicar os conceitos desenvolvidos durante a

resolução das outras questões, que envolvia área de uma figura geométrica plana, principalmente em relação a um quadrado e um retângulo. Vejamos a seguir a Imagem 6.

Imagem 6 – Questão 9

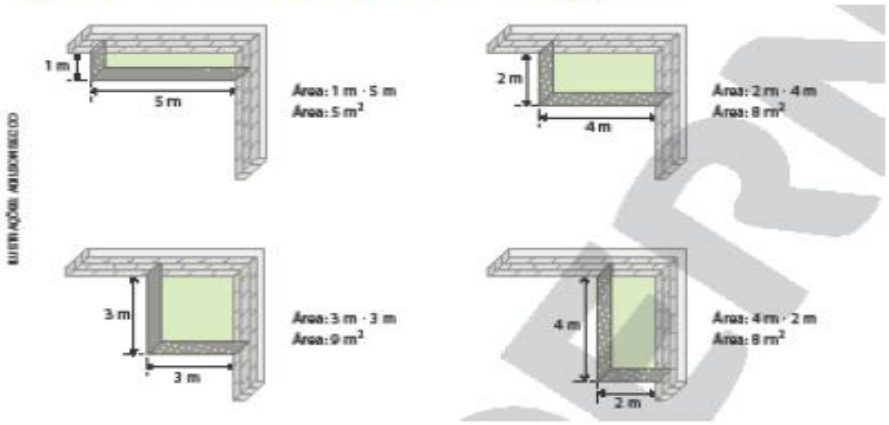
Questão 9- (MODERNA, 2018)

Neusa vai aproveitar dois muros perpendiculares de sua chácara para construir um galinheiro retangular usando uma tela de 6m de comprimento.

Figura 1 – Galinheiro retangular

Veja alguns projetos para o galinheiro esquematizados por Neusa.

Em qual muro Neusa irá adotar para construir seu galinheiro?



Fonte: (MODERNA, 2018, p. 56)

Fonte: MODERNA, 2018, p. 56 (adaptado).

A partir das observações feitas durante o desenvolvimento da questão 9, os licenciandos puderam responder sem nenhuma dificuldade, ou seja, eles usaram as peças do material dourado para representar as figuras solicitadas no problema. Porém, o que causou dúvidas foi como registrar a reposta final, pois, o problema não deixa explícito alguma palavra-chave em que o estudante possa expressar seu raciocínio, causando dúvida em como registrar a sua reposta. Em vista disso, como o problema não fornecia uma pergunta mais objetiva e clara, foi preciso fazer um ajuste na pergunta final do problema em relação a qual iria ser a maior área possível adotada por Neusa, para construir seu galinheiro.

Diante das dúvidas e incompreensões, foi necessário fazer algumas mudanças nas

questões. Essa reformulação se encontra no apêndice 2. A questão 1 não foi alterada, pois é uma na qual os alunos podem manusear livremente o material dourado e, consequentemente, pode surgir a curiosidade de saber o que significa um quadrilátero.

Em relação à questão 2, o estudante deveria trabalhar com os cubinhos de uma vez para formar quadrilátero, e foi acrescentado mais um item para que o estudante forme retângulos, dessa forma complementando as questões seguintes.

Nas questões 3, 4 e 5 foram acrescentadas mudanças no contexto da pergunta, por exemplo, identificar qual é o lado do quadrado solicitado na questão e representar por meio de um desenho as figuras solicitadas. Na questão 5 foi reformulado o início da questão, que complementa e é base para responder à pergunta, ou seja, ela permite que o estudante tenha a capacidade de identificar o lado do quadrado e relacionar com potenciação. Por fim, à questão 9 foi acrescentada uma palavra-chave ao fim da pergunta: "qual é a maior área possível que Neusa irá adotar para construir seu galinheiro?".

Pudemos perceber que algumas das questões que foram planejadas precisaram de ajustes para a compreensão e interpretação, visto que na resolução das questões houve pequenas dúvidas referentes em "o que fazer" e "como fazer", uma vez que algumas delas não permitiram aos licenciandos um entendimento para que eles pudessem comunicar suas ideias ou estratégias para resolver cada um dos itens. Algumas vezes, isso gerou uma interpretação dúbia para poderem de fato resolver as questões e desenvolvê-las.

A validação do instrumento de pesquisa foi fundamental para que fosse novamente pensado em como adaptar as questões que causaram dúvidas aos licenciandos para serem mais claras e objetivas possíveis, visto que as questões propostas serão aplicadas para os estudantes do 9° ano do Ensino Fundamental.

3.1.3 Análise das respostas dos licenciandos ao formulário

Essa primeira etapa da intervenção pedagógica também consiste em uma análise por parte dos licenciandos por meio de um questionário (Imagem 7) de 10 perguntas propostas para a validação do instrumento, sugestões metodológicas e a prática docente dos futuros professores de Matemática. O formulário foi disponibilizado no *Google Forms*, para que os licenciandos pudessem responder às questões com ênfase em analisar e sugerir ideias, além de opinar se de fato o material dourado no ensino da raiz quadrada pode contribuir com o ensino e aprendizagem dos estudantes da Educação Básica, principalmente em uma turma do 9° ano do Ensino Fundamental. Vale ressaltar que, para essa etapa de coleta de dados, o total de

licenciandos que responderam o formulário foram dez estudantes. Ressaltamos que, para nos referirmos aos estudantes, ou seja, os licenciandos, utilizaremos códigos numéricos, como Estudante 1.

Vejamos as questões para a coleta de dados da referida pesquisa.

Imagem 7 – Coleta de Dados

Análise dos instrumentos da coleta dos dados da referida pesquisa

1) Você acha que as habilidades utilizadas estão de acordo com os enunciados das questões: ou com os objetos do conhecimento?
2) Para cada questão cite quais são os objetos de conhecimento que estão sendo tratados.
3) Qual sugestão metodológica você sugere para a intervenção com os estudantes da educação básica?
4) Você acha que a maneira de organizar o ambiente em sala de aula, ou seja, fazer as atividades em grupo e o professor como auxiliador da construção do conhecimento dos estudantes, pode facilitar o aprendizado dos alunos?
5) Você considera que o material dourado auxilia na formação do conceito de raiz quadrada?
6) O que a BNCC sugere sobre a utilização de materiais manipulativos para o ensino-aprendizagem da Matemática e dos conceitos de radiciação?
7) É possível utilizar o material dourado na resolução de problemas?
8) Você como futuro professor de Matemática, utilizaria materiais manipulativos em sala de aula? Justifique sua resposta.
9) Qual contribuição os materiais manipulativos podem proporcionar no ensino da Matemática, e principalmente o material dourado no ensino da raiz quadrada?
10) Você acha que o professor de Matemática precisa ter competências, habilidades e ser criativos para planejar suas aulas?

Fonte: própria do autor (2022).

A análise das respostas dos licenciandos consiste em identificar as opiniões deles acerca da utilização de Materiais Didáticos, principalmente o material dourado, na contribuição para o processo de ensino e aprendizagem para o estudante, e, principalmente, se o professor de Matemática precisa desenvolver competências e habilidades nas suas aulas.

Analisando as respostas dos licenciandos, verificamos que, para a pergunta 1 do formulário, quando se questiona se as habilidades utilizadas estão de acordo com os enunciados e com os objetos do conhecimento, o Licenciando 1 não concordou, afirmando que faltou clareza. O Licenciando 6 respondeu que o enunciado está de acordo com os objetos do conhecimento e o Licenciando 10 respondeu que alguns estão alinhados e outros não. Os demais, sete Licenciandos responderam que sim. Desses quatro, responderam apenas sim, e os outros três emitiram justificativas, conforme podemos ver no Quadro 2.

Quadro 2 – Justificativas dos licenciandos

Estudante 7: Sim, as habilidades coincidem com os temas abordados em cada questão, cada uma consegue chegar ao objetivo desejado que é "O ensino da raiz quadrada de um número natural com o uso do material dourado", se os alunos forem atenciosos conseguiram desenvolver as questões.
Estudante 8: Sim, pois as questões tem o intuito de chegar ao assunto desejado "O ensino da raiz quadrada de um número natural", porém antes é necessário todo um processo nas primeiras questões sendo trabalhado de forma didática e lúdica, até chegar no ponto desejado em relação a raiz quadrada, então podemos perceber que as questões foram trabalhando a geometria, os Números, grandezas e medidas.
Estudante 9: Sim. As habilidades utilizadas estão em total acordo com as questões abordas. Por exemplo, a habilidade: "Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) ..." se encaixa perfeitamente com a questão: "Represente com potência de expoente 2 as regiões quadradas da questão 4".

Fonte: própria do autor.

Pela análise das respostas de alguns dos licenciandos, percebemos que as habilidades e os objetos do conhecimento coincidem com os enunciados das questões, pois a região quadrada, contornos e medidas dos lados do quadrado permitem que o estudante, antes de iniciar o conteúdo, possa desenvolver habilidades como por exemplo, a habilidade (EF06MA29) "analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado", (BRASIL, 2018, p. 303). Pois, essa habilidade se relaciona com conceitos geométricos, grandezas e medidas, principalmente como resolver e elaborar problemas.

Para a pergunta 2 do formulário, alguns licenciandos não complementaram a questão, que solicitava identificar quais foram os objetos do conhecimento. Alguns responderam

corretamente, mas faltaram outros para complementar a respostas, possivelmente pelo motivo de os licenciandos ainda não compreenderem o conceito de objeto do conhecimento e habilidades da BNCC. Vejamos a seguir o Quadro 3 que mostra alguns objetos do conhecimento respondido pelo Licenciando 7.

Quadro 3 – Resposta do Licenciando

Questão 1 – Objeto do conhecimento: Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados;
Questão 2 – Objeto do conhecimento: Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados;
Questão 3 - Objeto do conhecimento: Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números reais;
Questão 4 – Objeto do conhecimento: Perímetro de um quadrado como grandeza proporcional à medida do lado.
Questão 5 – Objeto do conhecimento: Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números naturais.
Questão 6 – Objeto do conhecimento: Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números naturais.
Questão 7 – Objeto do conhecimento: Polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero.
Questão 8 – Objeto do conhecimento: Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números naturais.
Questão 9 – Objeto do conhecimento: Números inteiros: usos, história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações.
Questão 10- Objeto do conhecimento: Números inteiros: usos, história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações.

Fonte: própria do autor (2022).

Diante das repostas dos licenciandos, podemos analisar que faltaram alguns objetos do conhecimento, mas percebemos que eles puderam compreender que os conteúdos envolvidos nas questões e a validação do instrumento de pesquisa precisa estar relacionada com objetos de conhecimentos e habilidades que compõe a BNCC.

Para a pergunta 3, os licenciandos ressaltaram a utilização de materiais concretos, ratificando o uso do material dourado. Sugeriram a utilização de jogos, a gamificação, a resolução de problemas e a sala de aula invertida. Alguns dos licenciandos expressaram uma justificativa para as suas sugestões como podemos ver no Quadro 4.

Quadro 4 – Algumas sugestões dos licenciandos

Estudante 8: Que o professor utilize de forma dinâmica o uso dos materiais dourados para que assim perceba como está a capacidade de raciocínio e de identificação individual de cada aluno, conseguindo assim que os alunos desenvolvam sua capacidade de percepção para resolver cada questão. **Estudante 9:** É necessário ter um plano de intervenção pedagógica que consista na aplicação mais sistemática e organizada dessa estratégia pedagógica. •Observar como está a capacidade de desenvolvimento dos alunos. •Buscar meios que os alunos tenham o desejo de estudar e aprender. •Instigar a curiosidade dos alunos, para buscarem o conhecimento. •Deixar um espaço onde os alunos tenham direito de expressar suas opiniões, mas os lembrando dos seus direitos e deveres. •Trazer novas ferramentas, sejam didáticas ou lúdicas. **Estudante 10:** A educação básica é primordial no processo formativo do ser humano, a partir dela que se dá o pontapé para a formação do caráter do indivíduo, bem como, sua vontade pelo aprendizado. Dessa forma, se faz necessário traçar uma estratégia pedagógica na qual seja possível acompanhar a o processo de aprendizagem e desenvolvimento do aluno, de modo que o aluno possua continue tendo sempre o desejo pelo conhecimento sem se sentir pressionado por notas.

Fonte: própria do autor (2022).

Um dos pontos essenciais que os licenciandos deram como sugestão metodológica é que o professor de Matemática tenha um plano de intervenção pedagógica e que o utilize de forma dinâmica nas aulas com materiais concretos e principalmente o material dourado. Pois, a BNC-Formação menciona a competência específica 2.1 “planejar ações de ensino que resultem em efetivas aprendizagens” (BRASIL, 2019, p. 19).

Para essa questão de organização na sala de aula, referente à pergunta 4, os licenciandos concordaram com a maneira de organizar o ambiente em sala de aula, pois, a BNC – Formação destaca que o professor desenvolva a competência específica 2.2 “criar e saber gerir ambientes de aprendizagens” (BRASIL, 2019, p. 20). Pois, a elaboração de atividades em grupos pode ter um resultado favorável, pelo fato de os estudantes terem a troca de conhecimento por meio da socialização.

Quadro 5 – Sugestões para atividades em grupos

Estudante 8: Sim, a atividade em grupo propicia que o professor tenha uma ampla visualização da situação de um modo geral ele pode caminhar entre os alunos, intervir e

orientar cada grupo de acordo com a dificuldade e potencial de cada grupo e com isso os alunos se ajudam e um consegue sanar ou ao menos diminuir a dificuldade que o outro tenha e que ele saiba solucionar.
Estudante 9: Sim, um ambiente escolar adequado onde o aluno sinta-se acolhido proporciona melhorias no desenvolvimento educacional. As atividades em grupo tornam-se ferramenta útil ao professor, assim auxilia na ampla visualização da situação, pois os alunos conseguem expressar e pensar mais em diálogo com outros alunos. Dessa forma, o professor pode intervir e orientar cada grupo observando as dificuldades e potencial de cada aluno.

Fonte: própria do autor (2022).

Com análise feita pelos licenciandos em relação à pergunta 4, pudemos perceber que a atividade em grupo pode ter bons resultados para a aprendizagem dos alunos e o trabalho do professor.

Uma das questões importantes para esta pesquisa é se o material dourado pode contribuir com o ensino da raiz quadrada de um número natural, pois essa pergunta está inclusa no formulário em que os licenciandos puderam responder. Diante disso, todos concordaram que sim, o material dourado contribui com o ensino da raiz quadrada de um número natural. Pudemos notar no Quadro 6 com as justificativas de alguns licenciandos a seguir.

Quadro 6 – Contribuição do material dourado

Estudante 7: Sim, o material dourado é uma ótima ferramenta, que permite aos alunos entenderem a forma como as medidas dos quadrados e cubos se constituem no problema a ser realizado, nas atividades com números decimais e raiz quadrada, entre outras aplicações possíveis. Com relação a raiz quadrada de um número n descobre-se qual número elevado ao quadrado resulta em n. Por exemplo, a raiz quadrada de 4 é igual a 2, pois, 2^2 é 4. Logo, podemos observar que usando o material dourado com quadriláteros de quatro lados iguais, podemos trabalhar raiz quadrada, pois um número multiplicado por ele mesmo, resulta em uma raiz quadrada.
Estudante 8: Sim, o material dourado é uma ferramenta usada para que os alunos tenham fácil entendimento sobre determinado assunto e ele também pode ser usado para encontrar a raiz quadrada, pois você consegue fazer a multiplicação de 2 por 2 com material dourado e saber que a raiz quadrada de 4 é 2.

Fonte: própria do autor (2022).

As justificativas dos licenciandos foram importantes para fortalecer a sequência de tarefas para serem usadas na Educação Básica, tendo em vista a aprovação dela por parte dos licenciandos. Pelas justificativas deles, podemos notar que o material dourado é uma ferramenta eficaz para aplicar no conteúdo de raízes quadradas. O licenciando dá o exemplo de encontrar

a raiz quadrada do número 4, e também fala como se pode se trabalhar outros conceitos, como as medidas dos quadrados, cubos e números decimais.

Para a pergunta 6 do formulário, um licenciando deixou em branco. Os demais mencionaram que a BNCC diz que todos estudantes têm o direito de aprender e que o professor deve utilizar em suas aulas materiais manipulativos para melhorar a aprendizagem, como podemos observar no Quadro 7.

Quadro 7 - Resposta do formulário referentes à BNCC

Estudante 4: Ela sugere que os professores utilizem esses materiais para uma melhor aprendizagem do aluno com isso ele irá aprender e melhorar seu entendimento nos assuntos da escola. **Estudante 7:** A Matemática que a Proposta da BNCC desenha em seu documento é aquela onde as ideias, as estruturas e os conceitos são desenvolvidos como ferramentas necessárias para organizar e compreender os fenômenos dos mundos mental, social e natural. **Estudante 8:** O uso do material manipulativo é importante porque as relações matemáticas e abstratas passam a ter uma imagem concreta, facilitando a compreensão, o desenvolvimento do raciocínio lógico e assim um aprendizado bem mais agradável.

Fonte: própria do autor (2022).

Em relação à BNCC, os licenciandos puderam analisar que o uso de materiais manipulativos é importante para trabalhar conteúdos abstratos, pois, de acordo com Schulthais (2014, p. 07) "permite a passagem do conhecimento concreto para o abstrato, afim de contribuir com a construção do pensamento lógico matemático", em vista disso, eles permitem a visualização dos conceitos estudados os quais não são entendidos da mesma maneira no ensino tradicional.

Na questão de número 7, foi perguntado se é possível utilizar o material dourado na resolução do problema. Em vista disso, 5 licenciandos responderam que sim, e 5 licenciandos concordaram e deram suas justificativas, como podemos observar no Quadro 8.

Quadro 8 – Material dourado como estratégia de ensino

Estudante 8: sim, o material dourado é uma ótima estratégia para desenvolver vários aspectos matemáticos. Dando algumas unidades aos alunos, se consegue trabalhar adição e a subtração, unidade, dezena, centena e milhar por exemplo. E dependendo do professor, ele pode adaptar o material dourado para outros ensinamentos na matemática. **Estudante 4:** Sim, em várias situações da matemática, como somar, dividir e multiplicar.

Fonte: própria do autor (2022).

Diante das justificativas, o material dourado é uma estratégia para se aplicar em situações-problemas em Matemática, como trabalhar as quatro operações aritméticas.

Para a pergunta 8 do formulário, todos os 10 licenciandos concordaram que utilizarão materiais manipulativos, visto que eles serão futuros professores de Matemática. Podemos observar isso no Quadro 9.

Quadro 9 – Materiais manipulativos em planejamentos de aulas

Estudante 7: Sim, pois os materiais manipuláveis nas aulas de matemática trazem aos alunos diversas formas de aprendizagem, na ludicidade, curiosidade, manipulação, entre outros. Essa utilização em sala de aula tem como propósito promover aos alunos maior facilidade na compreensão dos conteúdos. Podemos observar que a utilização de materiais manipulativos produz um ambiente favorável para que ocorra uma aprendizagem significativa.
Estudante 8: Sim, o material manipulativo é um recurso a mais para o professor usar com o aluno e poder propiciar uma fácil compreensão de determinado assunto. Essa manipulação traz um ambiente dinâmico e colaborativo para a fixação de aprendizagem com o alunado.

Fonte: própria do autor (2022).

Nas justificativas dos licenciandos, podemos perceber que o uso de materiais manipulativos na sala de aula traz curiosidade para os estudantes e maior compreensão dos conteúdos. E, consequentemente, eles como futuros professores, poderão utilizar essas ferramentas para planejar as suas aulas.

Na questão 9 do formulário, os licenciandos responderam que os materiais manipulativos na sala de aula podem sim ter um resultado positivo para o ensino da Matemática, e principalmente para o ensino da raiz quadrada. No Quadro 10 vemos algumas respostas.

Quadro 10 – Material didático

Estudante 9: No processo de ensino-aprendizagem, a manipulação de materiais didáticos e associação com a teoria surgem como alternativa que proporciona uma melhor compreensão dos conteúdos matemáticos. O uso dos materiais didáticos manipuláveis leva o aluno a tocar, sentir, manipular e movimentar, acabam por tornarem-se representação de uma ideia.
Estudante 10: A utilização de materiais didáticos manipuláveis, proporcionam, quando associados a compreensão teórica dos conteúdos, uma ascensão no processo de ensino-aprendizagem e são importantes ferramentas para alavancar ainda mais o jeito de ensinar. Desse modo, esses objetos manipuláveis, promovem na vida do aluno a idealização do conhecimento teórico, o que antes era teoria que ficara apenas no imaginário, se torna

uma ideia, um objeto concreto, fazendo com que o aluno tenha o próprio conhecimento em suas mãos.
Estudante 7: Na busca pela melhoria do processo ensino-aprendizagem, a manipulação de materiais didáticos e associação destes com a teoria surgem como alternativa que propicia a melhor compreensão dos conteúdos matemáticos. uso destes objetos reais, nomeados de materiais didáticos manipuláveis que levam o aluno a tocar, sentir, manipular e movimentar, acabam por tornarem-se representação de uma ideia; O que para muitos pode estar diretamente relacionada a significação obtida numa situação de aprendizagem, já que na construção do conhecimento, existem muitos fatos que, mesmo sendo simbólicos, expressam tão diretamente seu significado que não necessitam de qualquer tipo de mediação para serem compreendidos.

Fonte: própria do autor (2022).

A utilização dos materiais manipulativos foi justificada pelos licenciandos, pois podem proporcionar melhor compreensão no ensino-aprendizagem dos estudantes, uma vez que, segundo Schuthais (2014, p. 08) "os alunos são capazes de pensar, analisar, associar, experimentar e contextualizar aquilo que está manuseando com o conhecimento matemático que está sendo abordado".

Por fim, na última questão do formulário, foi perguntado se os professores de Matemática precisam de competências e habilidades. Diante disso, todos os 10 licenciandos concordaram que sim. Vejamos o Quadro 11 com algumas respostas.

Quadro 11 – Competências e habilidades para o professor

Estudante 7: Sim, a aprendizagem matemática é decorrente do desenvolvimento através das habilidades e competências, razão pela qual todo trabalho pedagógico do professor deve possibilitar aos estudantes a conexão entre os saberes. Assim, ao planejar as aulas, devemos estimular a criatividade, instigar o raciocínio dedutivo, organizar as informações e desenvolver a capacidade de estratégias para o melhor desenvolvimento dos alunos.
Estudante 8: Sim, a aprendizagem da matemática é o resultado do desenvolvimento de habilidades e competências, e é por isso que todo o trabalho docente deve permitir que os alunos conectem conhecimentos. Portanto, ao planejar as aulas, devemos inspirar a criatividade, estimular o raciocínio dedutivo, organizar as informações e desenvolver a capacidade de que os alunos desenvolvam estratégias para a resolução de questões.
Estudante 9: Sim, a aprendizagem matemática é decorrente do desenvolvimento através das habilidades e competências, razão pela qual todo trabalho pedagógico do professor deve possibilitar aos estudantes a conexão entre os saberes. Assim, ao planejar as aulas, devemos estimular a criatividade, instigar o raciocínio dedutivo, organizar as informações e desenvolver a capacidade de estratégias para o melhor desenvolvimento dos alunos.

Fonte: própria do autor (2022).

Pelas respostas dos licenciandos, o professor de Matemática precisa ter e desenvolver competências e habilidades para planejar suas aulas com criatividade e estratégias para contribuir com um ensino de qualidade para os estudantes da educação básica.

3.1.4 Síntese sobre as referidas respostas dos licenciandos

Para essa etapa da pesquisa, que consistiu na análise da validação do instrumento de pesquisa, foi fundamental que os Licenciandos pudessem analisar e mencionar as suas justificativas em relação ao instrumento de pesquisa.

Em razão de os licenciandos estarem na disciplina de Laboratório de Ensino da Matemática I do curso de Matemática, uma reflexão ainda maior foi feita em relação ao instrumento de pesquisa, pois possibilitou aos estudantes uma análise do instrumento de coleta de dados, bem como a reflexão sobre a importância do planejamento e sobre a sequência da utilização das questões propostas. Para a intervenção com os estudantes da educação básica, é preciso utilizar um material didático em sala de aula, e isso envolve planejar, dominar e refletir a própria prática docente.

Nesse contexto, em relação utilização de materiais manipuláveis em sala de aula, os licenciandos puderam perceber a importância de conhecimentos prévios essenciais para o desenvolvimento de determinado assunto em Matemática. Por exemplo, para chegar ao ensino da raiz quadrada, precisou-se vários conceitos de Geometria, dessa forma fazendo com que os licenciandos pudessem refletir em sua prática docente e em sua formação inicial, consequentemente em sua prática como futuro professor. Dessa forma, fazendo com que os licenciandos analisassem que, cada questão planejada está relacionada com competências e habilidades da BNCC, envolvendo vários objetos de conhecimentos e habilidades de outras séries anteriores.

Com as justificativas e a análise das respostas dos licenciandos, percebemos que, nas questões, eles afirmaram que é essencial para o professor de Matemática planejar suas aulas, ter competências e habilidades e um dos pontos mais importantes é a utilização de materiais manipulativos na sala de aula, principalmente o material dourado no ensino da raiz quadrada. Os licenciandos concordaram que o material dourado pode ter resultados positivos na aplicação no conteúdo de radiciação, dessa forma, deixando a aula dinâmica e prazerosa.

3.1.5 Intervenção com os alunos da Educação Básica

A intervenção com os alunos da Educação Básica ocorreu em uma escola do Ensino Fundamental e Médio, situada na cidade de Mamanguape-PB. A segunda etapa desta pesquisa consistiu em vivenciar as atividades com o uso do material dourado em uma turma do 9° ano do Ensino Fundamental, que aconteceu em quatro aulas.

No primeiro dia da intervenção, no dia 23/09/2022, tivemos a participação de 15 alunos, e foram formados grupos para desenvolver as atividades. Nesse primeiro momento, dividimos a turma em 3 grupos de 5 alunos. Diante disso, foi dito aos estudantes que eles iriam responder uma atividade que continha 10 questões, e que eles tinham como ferramenta para responder as questões o material dourado. Em vista disso, foi explicado quem inventou o material dourado e o que representa cada peça do material. Muitos alunos já conheciam o material dourado, pois, já tinham estudado em séries anteriores. As duas primeiras questões foram importantes para que nesse primeiro momento os alunos pudessem manusear o material dourado, como vemos na Imagem 8.

Imagem 8 – Alunos manuseando o material dourado

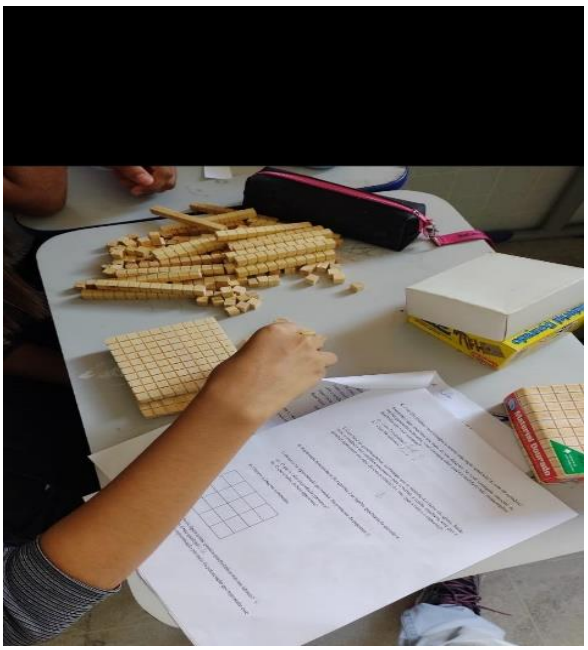
Fonte: própria do autor (2022).

Nesse momento da aula, o manuseio com o material dourado era de forma livre. Os alunos começaram a ler as questões e foram surgindo algumas dúvidas referentes à questão 1

que solicita formação de quadriláteros. Alguns estudantes perguntaram: “pode usar todas as peças?”. No momento da vivência, nossa mediação foi constante, e respondi: sim, pode usar. No decorrer do manuseio do material, os alunos começaram a responder à questão 1 e 2 da atividade, e alguns alunos falavam, “o que é um quadrilátero?” “um quadrilátero é um quadrado? “um quadrilátero é um retângulo?”. “professor, é assim que se faz? “Com essa pecinha posso fazer?” “Tem que preencher toda a figura?” “Esses espaços vazios posso completar?”. Uma integrante de um dos grupos falou “não sei o que um quadrilátero”. Diante dessas dúvidas, aproveitamos para retomar e explicar sobre polígonos e quadriláteros. Com isso, foi explicado o que é um quadrilátero e um polígono regular. Nesse momento, todos os estudantes puderam observar as explicações sem acompanhar na lousa e tirar suas dúvidas enquanto outros lembraram da definição de polígono e quadrilátero.

No dia 05/10/2022, foi o segundo momento com a turma do 9° ano, com um total de 5 grupos de 3 estudantes. Demos continuidade ao desenvolvimento da atividade e, ao começar, os alunos estavam em dúvida sobre o que era um quadrilátero e os grupos pediram uma revisão do que seria um quadrilátero e um polígono. Ao explicar os conceitos básicos de um quadrilátero, lembraram e começaram a desenvolver as questões com mais clareza. Nesse segundo momento da intervenção, os alunos puderam relembrar os conceitos de quadriláteros e com isso continuar a responder as atividades, assim puderam responder às questões 3, 4, 5, 6 e 7. Podemos observar um dos grupos resolvendo as questões na Imagem 9 a seguir.

Imagem 9 – Resolução das questões



Fonte: própria do autor (2022).

Esse segundo momento da intervenção com os alunos foi bastante proveitoso para que eles expressassem suas dúvidas e de fato desenvolver as questões, pois foram 2 aulas de 30 minutos, totalizando 1 hora, em que todos os grupos conseguiram responder as questões 3, 4, 5, 6 e 7.

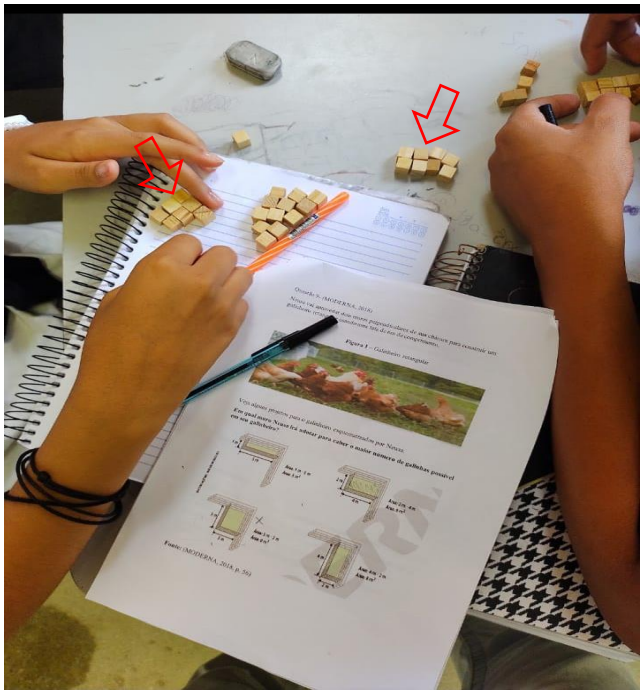
No dia 07/10/2022, foi o terceiro momento da intervenção com os alunos do 9° ano do Ensino Fundamental, eles estavam bastante ansiosos para a continuação da atividade. Demos o início à questão 8 e 9. A questão 8 fornecia um quadrado com a medida do lado sendo composta por quatro unidades de quadradinhos, o que permitiu aos alunos representarem as medidas utilizando o material dourado. Na resolução dessa questão, alguns alunos mencionaram que "podiam visualizar a figura e comparar com as outras figuras que eles fizeram com o material dourado". Ressaltamos que a questão 8 foi bem aceita pelos estudantes e serviu como facilitadora no entendimento do que significa região quadrada, e, ainda, na compreensão da relação estabelecida entre o total de cubinhos da região quadrada com a sua medida do lado. Passamos então para a resolução da questão 9. Nesse momento, os grupos pediram uma explicação da questão sobre como poderiam começar a responder. Em vista disso, foi explicado que eles poderiam representar as figuras solicitadas no problema com o auxílio do material dourado. Depois da explicação de como resolver à questão 9, os estudantes puderam desenvolver sem muitas dificuldades. Na Imagem 10, observamos alguns dos estudantes representando as medidas dos quadriláteros com o material dourado.

Imagem 10 – Representando os quadriláteros

Fonte: própria do autor (2022).

No dia 10/10/2022 foi o quarto momento da intervenção com os alunos do 9° ano do Ensino Fundamental, que teve como objetivo a finalização da resolução das questões 8, 9 e 10. Ressaltamos que apenas um dos grupos conseguiu terminar a questão 9 na aula anterior. Então, durante o quarto momento, eles participaram da aula de forma engajada, tirando dúvidas. Entretanto, os outros grupos precisaram de mais explicações. Nesse aspecto, nossa mediação junto à turma se deu pelo diálogo, com orientações para visualização das medidas dos quadriláteros formados com o auxílio do material dourado. A partir dessa observação, os alunos puderam comparar e perceber que a maior área do galinheiro é da região. Na Imagem a seguir, vemos um dos grupos desenvolvendo a questão 9.

Imagem 11 – Resolução da questão 9



Fonte: própria do autor (2022).

Destacamos que a questão 9 foi fundamental para explicar a ideia da raiz quadrada de um número natural, possibilitando o entendimento dos conceitos pelos estudantes. Foi importante observar as falas e as perguntas dos estudantes e durante a sistematização da solução da questão 9, o que facilitou a resolução da situação-problema da questão 10.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

No capítulo anterior, identificamos e descrevemos diversos momentos da atividade realizada durante a intervenção, que trouxeram pontos importantes para a análise dos resultados da pesquisa apresentados neste capítulo.

Na etapa da intervenção, junto aos licenciandos, observamos que, no desenvolvimento das questões propostas para a reformulação do instrumento de pesquisa, alguns dos licenciandos, de início, não estavam lembrando o que era um quadrilátero e como responder algumas das questões sugeridas no exercício. Essas questões pediam para que se construíssem regiões quadradas, como: "construa uma região quadrada com nove cubinhos utilizando o material dourado", e alguns licenciandos estavam em dúvida sobre como escrever suas respostas. Em vista disso, foi explicada cada questão para que os alunos pudessem responder ao exercício.

Sobre esse aspecto, identificamos mais dificuldades dos licenciandos nos conceitos relacionados à Geometria, quanto às nomenclaturas utilizadas nos problemas. E, quanto aos conceitos de grandezas e medidas, destacamos que eles relacionaram o conceito de área às fórmulas, entretanto, as questões do instrumento de coleta de dados abordavam a utilização do material dourado para representação geométrica de uma região quadrada. Diante dessa situação, pudemos refletir sobre a importância de aspectos presentes no desenvolvimento da tarefa na sala de aula. Podemos citar que é fundamental que as questões propostas sejam mais objetivas para que os alunos possam interpretar e desenvolver o exercício. Outro aspecto é o papel do professor como mediador no processo de ensino aprendizagem do conhecimento. É importante que ele possa explicar para os alunos por meio de questionamentos investigativos, que possibilitem ao aluno refletir sobre os elementos apresentados nas questões (conceitos) e procurar regularidades e relações entre os conceitos e o que está sendo pedido.

Enfatizamos que, nesse momento da intervenção de validação do instrumento de pesquisa, foi fundamental a resolução das questões juntamente aos licenciandos, pois identificamos que os alunos da graduação apresentaram dificuldades em escrever suas ideias no papel, ou seja, escrever matematicamente o que se pedia em cada questão. Dessa forma, foi relevante observar a necessidade de reformular as questões a serem trabalhadas com os estudantes da Educação Básica, a fim de facilitar a compreensão dos enunciados das questões.

Ainda sobre essa etapa da intervenção, destacamos a importância da análise realizada pelos licenciandos sobre o processo de elaboração do instrumento de pesquisa, principalmente

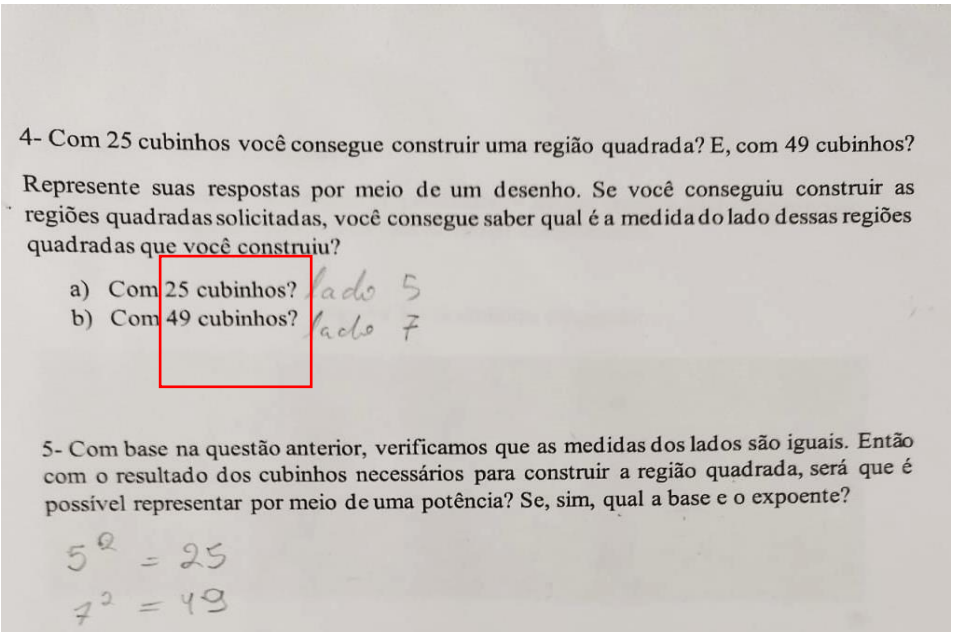
no que se refere ao alinhamento da escolha das questões com os objetos do conhecimento, habilidades e competências propostos pela BNCC, bem como a pertinência da utilização do material dourado para a formação/consolidação do conceito de raiz quadrada.

Na etapa da intervenção com a aplicação das questões para os alunos do 9° ano do Ensino Fundamental, inicialmente foi observado que eles tiveram a mesma dúvida que os licenciandos, em relação ao que era um quadrilátero. Diante dessas dúvidas em conceitos de polígonos, os alunos pediram para explicar o que era um quadrilátero e, com as explicações e exemplos, os alunos puderam lembrar o que era um polígono.

Nesse contexto, os alunos do 9° ano do Ensino Fundamental apresentaram muitas dificuldades em conceitos de Geometria. Mas, com as explicações que foram tratadas na intervenção, os estudantes puderam conhecer/relembrar os conceitos fundamentais sobre polígonos e a ideia da raiz quadrada.

No decorrer da resolução das tarefas, os alunos conseguiram interpretar as questões, mas eles sempre pediam para que fossem lidas de modo que eles pudessem começar a responder. Dessa maneira, destacamos a importância do material dourado na formação dos conceitos prévios da raiz quadrada. No momento em que os estudantes estavam resolvendo as questões, um dos grupos nos chamou a atenção, quando discutiam a resolução do item b da questão de número 4, que pedia para construir uma região quadrada com 49 cubinhos com o auxílio do material dourado. Nesse momento, eles, ao perceberem que já haviam feito esse procedimento no item ‘a’ para a construção com 25 cubinhos, logo relacionaram a quantidade de lados que deveriam aparecer no lado da figura construída. Percebemos nesse instante que eles já estavam relacionando a região quadrada que deveria ser construída com a medida do lado do quadrado, e que já estavam pensando nos números como quadrados perfeitos. Um dos estudantes mencionou: “basta fazer um quadradinho com lado sete”.

Imagem 12 – Respostas das questões 4 e 5 feita pelo grupo



Fonte: própria do autor (2022).

Em seguida, outro grupo mencionou a fórmula de calcular a área de um quadrado, $A = l^2$, comentando que o número 2 representa o expoente para calcular a área de um quadrado. Essa fórmula ajudaria na resolução da questão, que basta substituir o valor que encontrariam a área.

Um dos grupos ficou impressionado com a questão 8, que mostra um desenho de um quadrado com medida de seu lado valendo 4 unidades de cubinhos. Em vista disso, o grupo pôde perceber que as questões anteriores faziam todo o sentido, pois, a figura com a representação do quadrado facilitou a compreensão dos conceitos de área e a medida do lado do quadrado, que representa a base de uma potenciação. Vejamos os estudantes desenvolvendo a questão 8, na Imagem a seguir.

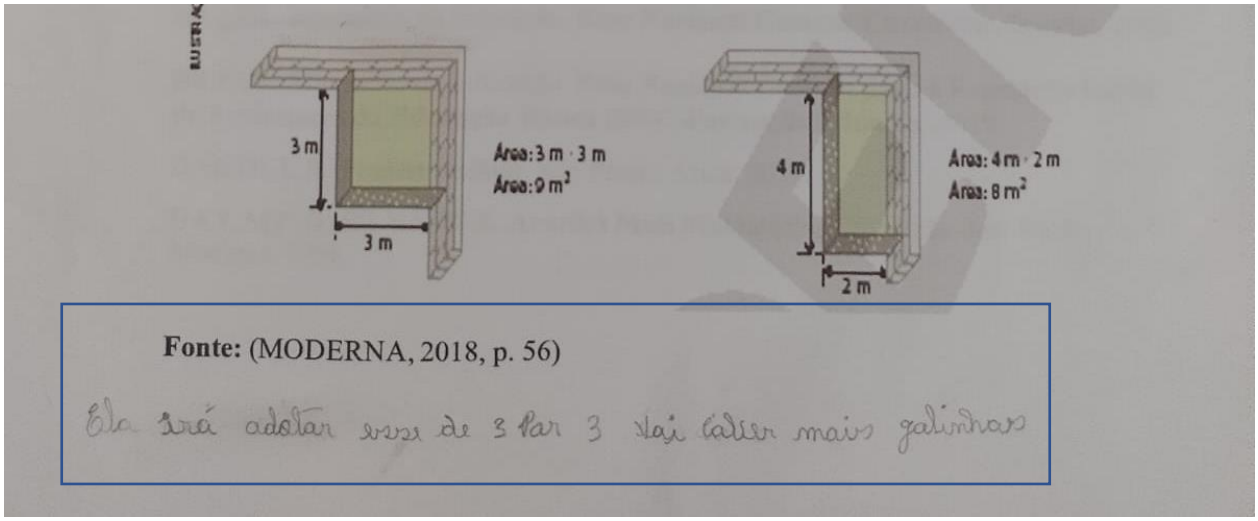
Imagem 13 – Representando a figura com o material dourado

Fonte: própria do autor (2022).

A importância de usar figuras quando se trabalha com conceitos de Geometria é importante para que os alunos possam visualizar as formas geométricas, pois, a BNCC menciona que "esses recursos e materiais precisam estar integrados a situações que propiciem a reflexão" (BRASIL, 2018, p. 298). Em vista disso, eles compreenderam o que é uma região quadrada, e perceberam a relação entre a região do quadrado e a medida do seu lado.

Outro grupo mencionou que a questão número 9 foi interessante e que foi bem claro o que se pedia. De início, um integrante do grupo pediu uma explicação de como fazer a questão, então foi falado que ele poderia usar as peças do material dourado para representar as medidas do galinheiro, e, no final, o mesmo grupo achou as formas geométricas formadas, tirando suas próprias conclusões que a maior área possível seria a 3 x 3 = 9, pois eles falaram "com essas medidas pode caber mais galinhas". Vejamos a Imagem a seguir.

Imagem 14 – Questão 9 (Resposta do grupo)



Fonte: própria do autor (2022).

Com a dúvida de um dos grupos, foi explicado a toda turma como fazer a questão 9. Os alunos compreenderam que a maior área possível é a região quadrada e, diante disso, foi perguntado aos alunos qual é a medida do lado do quadrado e sua área. Os alunos responderam: "a medida do lado é 3 e a área é 9".

Nesse contexto, foi explicado que a medida do lado do quadrado é o resultado da raiz quadrada do número 9. Diante disso, os alunos falaram que estudaram a raiz quadrada, mas não sabiam que a ideia deduzia de um quadrado. Logo, eles manusearam o material dourado fazendo outros exemplos, com 25 cubinhos e 49. Pois, puderam compreender de fato que a $\sqrt{25} = 5$ e a $\sqrt{49} = 7$. Ao decorrer da aula, foi explicado que eles podiam fazer com qualquer número natural. Diante disso, foi dito que os números que possuem raiz quadrada exata são os números quadrados perfeitos. Os alunos acharam interessante esses números, e também disseram que o material dourado ajuda a visualizar a figura e contar os cubinhos.

Na resolução das questões, os alunos puderam interpretar as perguntas com mais eficiência e também entender as outras que não representavam nenhuma figura geométrica, por exemplo, algumas pediam: "forme um quadrado com 25 cubinhos, ou com 49 cubinhos". Diante disso, os alunos, ao observar a figura geométrica, puderam ampliar ainda mais seu conhecimento nas outras questões em que se pedia para representar regiões quadradas. Nesse contexto, os estudantes puderam compreender, interpretar as outras questões e construir outros quadrados com medidas diferentes com o material dourado, usando 100 e 81 cubinhos,

percebendo que a área total da figura, contendo 10 cubinhos de lado, continha 100 cubinhos, de forma análoga ao quadrado que tinha 9 cubinhos de lados.

No decorrer das resoluções feitas pelos alunos do 9° ano do Ensino Fundamental, alguns dos grupos puderam raciocinar e, diante disso, sugiram algumas dúvidas referentes a resolução da questão. É importante que os alunos tenham o momento de leitura e reflexão para que eles consigam questionar e ficar curiosos para resolver o problema. Nesse contexto, a questão que pedia para encontrar a maior área possível para construir um galinheiro deixou os alunos curiosos para saber qual galinheiro cabia mais galinhas, e, diante dessa situação, pediram uma explicação sobre como resolver o problema. Assim, foi explicado que eles podiam utilizar o material dourado para representar cada figura proposta que o problema fornecia.

O manuseio com as peças do material dourado foi fundamental para que os alunos pudessem responder às questões e ao mesmo tempo visualizar as figuras geométricas. Isso fez com que os alunos compreendessem a ideia da raiz quadrada de um número natural. A questão que sugeria para construir as figuras geométricas para identificar qual era a maior área contribuiu para que os alunos pudessem compreender a área de um retângulo e principalmente de um quadrado. Diante disso, eles entenderam que a área do quadrado está relacionada com a raiz quadrada de um número natural, ou seja, encontrando o lado do quadrado, podemos achar quanto vale sua área e consequentemente, o valor da raiz quadrada.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve como objetivo geral analisar a contribuição do material dourado para a formação do conceito de raiz quadrada no 9° ano do Ensino Fundamental anos finais.

Para atender o nosso objetivo geral, realizamos uma investigação com estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, na qual elaboramos e vivenciamos uma proposta de atividade para o ensino de raiz quadrada com a utilização do material dourado. Assim, ao analisarmos os dados, nosso intuito foi identificar as potencialidades da utilização do material dourado na formação do conceito de raiz quadrada.

Após a análise dos resultados, constatou-se que o uso do material dourado no ensino da raiz quadrada foi essencial tanto para os alunos do curso de Matemática quanto para os da Educação Básica, de forma que compreendessem o processo de como se calcular uma raiz quadrada de um número natural. A reformulação do instrumento de pesquisa, o qual foi desenvolvido com a colaboração dos licenciandos, foi fundamental no sentido de planejar as questões da intervenção para deixar de uma forma que os alunos do 9° ano do Ensino Fundamental pudessem compreender as questões e respondê-las.

Verificou-se que o uso do material dourado como um recurso didático pode beneficiar a compreensão do cálculo da raiz quadrada de um número natural, pois o aluno pode manuseá-lo e visualizar o que acontece no processo de encontrar o lado do quadrado e sua área total, concluindo que essas relações são fundamentais para construir o conceito da raiz quadrada. Dessa forma, percebeu-se o progresso dos estudantes no desenvolvimento das questões e como a cada aula eram capazes de dialogar e raciocinar.

Foi percebido que os alunos da educação básica muitas vezes são desinteressados porque frequentemente o professor não inova à sua maneira de ensinar, causando assim o desinteresse dos estudantes. Com a utilização do material concreto, o aluno pode participar mais da aula e, dessa forma, construir seu conhecimento com os colegas e professor por meio da socialização. Assim, as atividades propostas para esta pesquisa atingiram seus objetos.

O trabalho em grupo foi benéfico para a socialização da resolução das questões, pois a troca de ideias e a socialização entre os alunos contribuíram para que pudessem se expressar e dialogarem para expor suas ideias e poder tirá-las, tirando a timidez de alguns estudantes.

Em suma, a utilização de materiais didáticos no ensino da Matemática é fundamental para que os alunos tenham maior compreensão do que está sendo ensinado e também é uma

ferramenta que auxilia o professor em na sala de aula, pois, foi percebido que ela é essencial para que conceitos abstratos, como o exemplo do cálculo da raiz quadrada, possam ter mais sentido e aplicações, e o material dourado mostrou isso.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação)**. Brasília, 2019.

BORGES, F.A; GASPARI, V.C.L. Resolução de Problemas como estratégia de ensino para o conceito de semelhança de triângulos com alunos do 9° ano do Ensino Fundamental. **ENIEDUC v encontro interdisciplinar de educação avaliação: parâmetros e perspectivas na formação de professores**, Paraná, p. 15, 2013.

DENZIN, N.K, & LINCOLN, I. (2006**) O planejamento da pesquisa qualitativa: teorias e abordagens.** Porto Alegre: Artmed.

DANTE, L. R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. São Paulo: Editora Ática, 1994.

DANTE, L. R. **Projeto Teláris**. São Paulo: Ática, 2012.

FREITAS, O. **Equipamentos e materiais didáticos**. Universidade de Brasília. Brasília, 2007.

FERREIRA, J. **Recurso didáticos para o ensino de matemática nos anos finais do ensino fundamental: algumas possibilidades**. Dissertação de Mestrado profissional em Matemática, Departamento de Matemática da Universidade de Brasília, Universidade de Brasília Instituto de Ciências Exatas Departamento de Matemática, Universidade de Brasília. DF, p. 86. 2018.

GIL, A.C. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 6. ed. São Paulo: Atlas, 2018.

GAY, M.RG.; SILVA, W.R. **Araribá mais Matemática**. 1ª edição. São Paulo: Moderna, 2018.

JÚNIOR, J. A. B.; MATSUDA, L. M. Construção e validação de instrumento para avaliação do Acolhimento com Classificação de Risco. **Rev Bras Enferm**, v. 65, n. 5. Brasília, 2012.

JUNIOR, E. **Abordagens do algoritmo da raiz quadrada lidas nos livros didáticos no Brasil: final do século XIX e na primeira década dos séculos XX.** Trabalho de Conclusão de Curso no curso de Matemática – Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, p. 77. 2018.

LUIZ, R. "Radiciação"; **Brasil escola.** Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/matemática/radiciacao.ht. Acesso em 17 nov. 2021.

MOURA, J.S; OLIVEIRA, I.A.A. O ensino da adição e subtração no Ensino Fundamental com o auxílio do material dourado. **Revista Multidebates**, v.4, n.5, p.95-108, ago. Palmas, 2020.

NUNES, R, et al. O símbolo que indica a raiz quadrada sempre foi assim? Quem o criou?

Nova escola, 2009. Disponível em: https://novaescola.org.br/conteudo/959/o-simbolo-que-indica-a-raiz-quadrada-sempre-foi-assim-quem-o-criou. Acesso em: 4 nov. 2021.

OLIVEIRA, R.A. Caderno de atividades e jogos: **Material dourado e outros recursos**. Estado do Paraná, prefeitura do município de Londrina, p. 34, 2012.

PERES, T.F.C. **Ensino desenvolvimental e aprendizagem matemática:** A formação do conceito de raiz quadrada no Ensino Fundamental. 2020. Tese (Doutorado) – Faculdade de Educação, Programa de Pós-graduação em Educação, Universidade Federal de Goiás. Goiânia, 2020.

PARAÍBA. Ministério da Educação. **Proposta Curricular do Estado da Paraíba**. Brasília, 2019.

ROSA, R.X; REZENDE, V. **O conceito de raiz quadrada na Educação Básica**: Um estudo de Teoremas em ação falsos mobilizados por alunos do 1° ano do Ensino Médio. IX EPCT Encontro de produção científica e tecnológica Campo Mourão, Paraná, p. 11, 2014.

RODRIGUES, P.E. Matemática na Grécia Antiga. **Info Escola.** Disponível em: https://www.infoescola.com/historia/matematica-na-grecia-antiga/#:~:text=Foi%20na%20Gr%C3%A9cia%20que%20se,s%C3%A3o%20utilizadas%20em%20f%C3%B3rmulas%20matem%C3%A1ticas. Acesso em 28 ago. 2022.

ROQUE, T. **História da Matemática:** Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Editora Schwarcz – Companhia das Letras. Rio de Janeiro, 2012.

SCHULTHAIS, A.M.R. **Resolução de problemas e os materiais manipulativos no processo de ensino-aprendizagem dos números inteiros.** Paraná, Governo do Estado, Secretaria da Educação, p. 19. 2014.

SCHULZ, A.P; VALDEMAR, H.M.S. **A utilização de materiais manipulativos nas aulas de Matemática do Ensino Fundamental I**. Disponível em: https://www.fasul.edu.br/projetos/app/webroot/files/controle_eventos/ce_producao/20161022-225519_arquivo.pdf. Acesso em 28 ago. 2022.

VITALI, C. Material Dourado. **Colégio projeção**, 2016. Disponível em: https://www.projecao.br/Colegio/Noticias/Ler/25744/material-dourado. Acesso em: 8 nov. 2021.

YOSHIDA, S. Conhecimento, prática e engajamento: entenda a matriz de competências do professor na Base. **Nova escola**, 2018. Disponível em: https://novaescola.org.br/conteudo/14591/conhecimento-pratica-e-engajamento-entenda-a-matriz-de-competencias-do-professor-na-base. Acesso em: 10 nov. 2021.

APÊNDICES

APÊNDICE 1 (Formulário para coleta de dados)

1) Você acha que as habilidades utilizadas estão de acordo com os enunciados das questões: ou com os objetos do conhecimento?
2) Para cada questão cite quais são os objetos de conhecimento que estão sendo tratados.
3) Qual sugestão metodológica você sugere para a intervenção com os estudantes da educação básica?
4) Você acha que a maneira de organizar o ambiente em sala de aula, ou seja, fazer as atividades em grupo e o professor como auxiliador da construção do conhecimento dos estudantes, pode facilitar o aprendizado dos alunos?
5) Você considera que o material dourado auxilia na formação do conceito de raiz quadrada?
6) O que a BNCC sugere sobre a utilização de materiais manipulativos para o ensino-aprendizagem da Matemática e dos conceitos de radiciação?
7) É possível utilizar o material dourado na resolução de problemas?
8) Você como futuro professor de Matemática, utilizaria materiais manipulativos em sala de aula? Justifique sua resposta.
9) Qual contribuição os materiais manipulativos podem proporcionar no ensino da Matemática, e principalmente o material dourado no ensino da raiz quadrada?
10) Você acha que o professor de Matemática precisa ter competências, habilidades e ser criativos para planejar suas aulas?

APÊNDICE 2 (Atividade para os estudantes da Educação Básica)

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CAMPUS IV – LITORAL NORTE
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Prezado(a) colega estudante,

Solicitamos, gentilmente, a sua colaboração no sentido de responder esta tarefa que faz parte da coleta de dados do trabalho de conclusão de curso intitulado "O ensino da raiz quadrada de um número natural em uma turma do 9° ano do Ensino Fundamental com o auxílio do material dourado" orientado pela Prof.ª Drª: Jussara Patrícia Andrade Alves Paiva. Sua participação é de extrema importância para validação desse instrumento de pesquisa.

Agradecemos sua colaboração

José Wellington Cândido da Costa

Parte I – Resolução das questões.

1- Com o material didático em mãos, forme quadriláteros.

2- Utilize 36 cubinhos de uma vez para formar quadriláteros diferentes. Responda:

a) Quantos retângulos diferentes você conseguiu formar?
b) Em algum deles as medidas dos quatros lados são iguais?
c) Então você formou retângulos?
d) Desses retângulos alguns desses são quadrados?

3- Com as peças do material dourado, construa uma região quadrada com nove cubinhos. Após a construção da figura, identifique qual é o lado do quadrado e quantos quadradinhos foi utilizado na figura.

4- Com 25 cubinhos você consegue construir uma região quadrada? E, com 49 cubinhos? Represente suas respostas por meio de um desenho. Se você conseguiu construir as regiões quadradas solicitadas, você consegue saber qual é a medida do lado dessas regiões quadradas que você construiu?

a) Com 25 cubinhos?
b) Com 49 cubinhos?

5- Com base na questão anterior, verificamos que as medidas dos lados são iguais. Então com

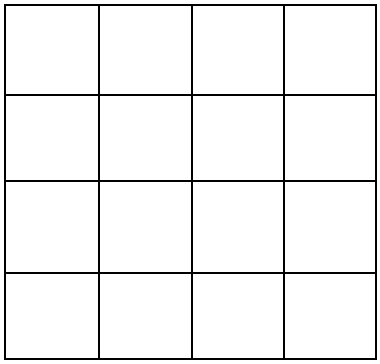
o resultado dos cubinhos necessários para construir a região quadrada, será que é possível representar por meio de uma potência? Se, sim, qual a base e o expoente?

6- Represente com potência de expoente 2 as regiões quadradas da questão 4.

7- Observe na representação geométrica das potências de expoente 2:

a) O que o valor da potência representa?
b) O que o valor da base representa?

8- Observe a imagem e responda:



a) O quadrado da figura acima quantos quadradinhos tem nas laterais?

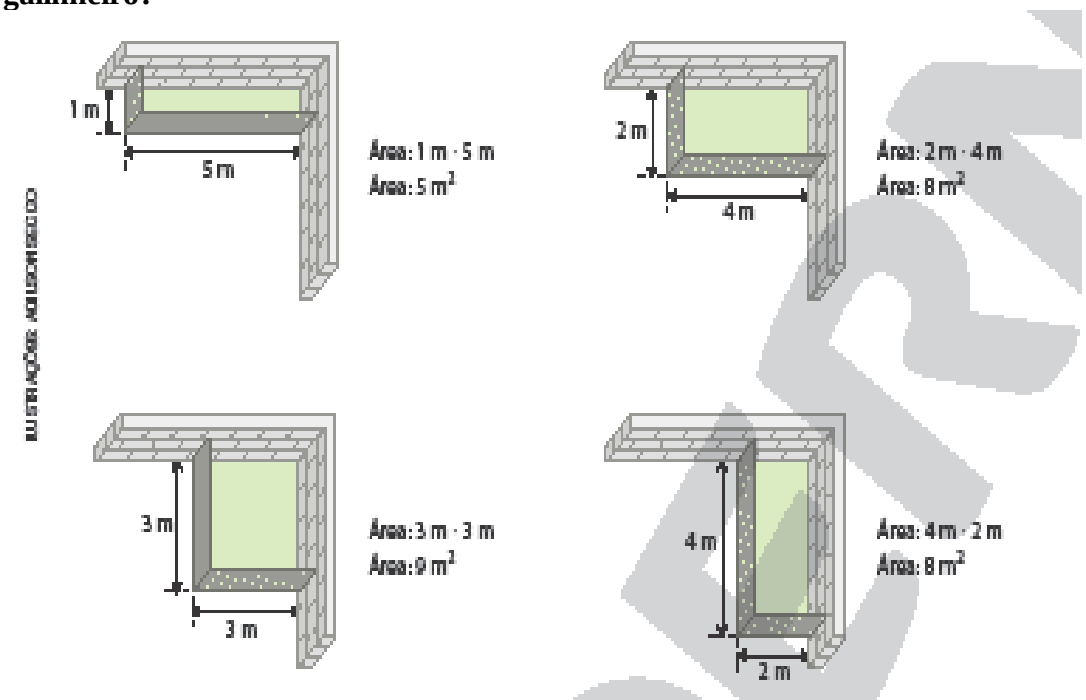
b) Qual é a área desse quadrado?

c) Existe alguma representação por meio da potenciação que represente esse resultado?

Questão 9 - (MODERNA, 2018)
Neusa vai aproveitar dois muros perpendiculares de sua chácara para construir um galinheiro retangular usando uma tela de 6m de comprimento.

Figura 1 – Galinheiro retangular

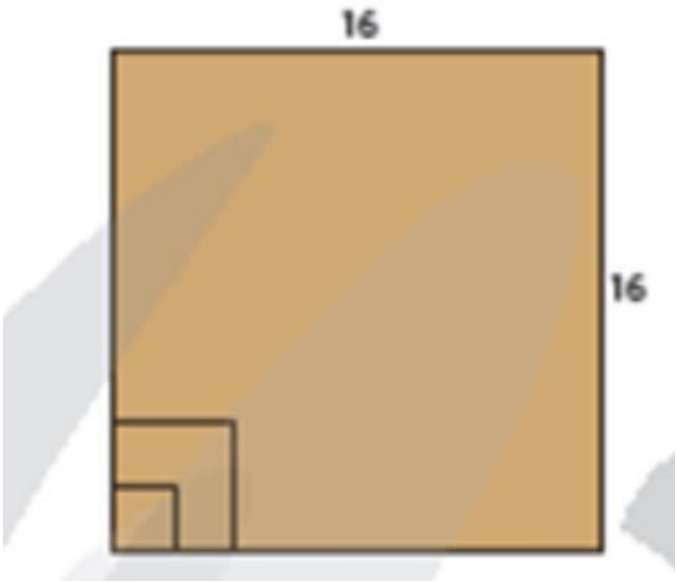
Veja alguns projetos para o galinheiro esquematizados por Neusa.
Em qual muro Neusa irá adotar para caber o maior número de galinhas possível em seu galinheiro?



Fonte: (MODERNA, 2018, p. 56)

Questão 10 - (MODERNA, 2018)
Marta construiu três quadrados de papelão. O primeiro quadrado tinha 16 como medida de lado, o segundo tinha como medida a raiz quadrada da medida do lado do primeiro, e o terceiro, a raiz quadrada da medida do lado do segundo. Qual era a medida do lado de cada quadrado construído?

Figura 2- Quadrado de papelão



Fonte: (MODERNA, 2018, p. 57)

APÊNDICE 3 (Orientações para o professor)

Questão 1

Com o material didático em mãos, forme quadriláteros (ação livre);

Unidade temática: Geometria
Objeto do conhecimento: Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados;
Habilidade: (EF06MA18) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros.
Espera-se que o estudante: os alunos diferenciam polígonos regulares de não regulares; identifica polígonos regulares nas faces de poliedros.

Orientações para o professor

DESENVOLVIMENTO DAS QUESTÕES: O professor inicialmente deve fazer uma apresentação inicial sobre a aula, explicando o material dourado e fazer uma breve explicação do seu uso. Em seguida, pode dividir a turma em grupos (duplas ou trios) e distribuir as questões para cada grupo formado e as pecinhas do material dourado (cubinhos) para representar quadriláteros.

Durante a execução da tarefa o professor deve observar se os alunos conseguem formar figuras geométricas planas. O professor pode explicar que a cadeira pode representar o plano e se a figura está contida no tampo da mesa, ela é plana. Caso contrário, ela não é plana. O professor deve estar atento é se os alunos têm dificuldades em diferenciar em figuras planas e não planas, e explicar que o foco da aula é figuras geométricas planas.

Questão 2

Utilize 36 cubinhos de uma vez para formar quadriláteros diferentes. Responda:

a) Quantos retângulos diferentes você conseguiu formar?
b) Em algum deles as medidas dos quatros lados são iguais?
c) Então você formou retângulos quadrados e não quadrados?

Unidade temática: Geometria
Objeto do conhecimento: Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados;
Habilidade: (EF06MA18) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros.
Na prática dos alunos: Nomeia e classifica polígonos regulares, considerando os números de lados.
Habilidade: (EF06MA20) Identifica características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles.
Espera-se que o estudante: Conhece as propriedades dos quadriláteros e as utiliza para classificá-los.

Orientações para o professor

O professor pode propor aos alunos que eles façam com 25 cubinhos ou mais, o importante é que eles percebam a representação de uma figura geométrica plana, através dos cubinhos do material dourado. O professor pode observar se o aluno utiliza a noção da multiplicação, observando se os alunos chegam à conclusão de que bastaria medir a largura e o comprimento dos retângulos e dos quadrados. Para apoiar essa conclusão, o professor pode desenhar na lousa um quadrado ou um retângulo e perguntar aos alunos como fazemos para saber a quantidade total de quadradinhos sem contar um a um.

Questão 3

Com as peças do material dourado, construa uma região quadrada com nove cubinhos. Após a construção da figura, identifique qual é o lado do quadrado e quantos quadradinhos foi utilizado na figura.

Unidades temáticas: Números e Grandezas e medidas
Objeto do conhecimento: Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números naturais.
Perímetro de um quadrado como grandeza proporcional a medida do lado
Habilidade: (EF06MA29) Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área.
Habilidade: (EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.
Espera-se que o estudante: Os alunos utilizam diferentes estratégias para resolver problemas por meio da leitura e resolução de situações que exigem o cálculo da potência com expoente natural. Também retoma a resolução de problemas com as quatro operações, inclusive a multiplicação de fatores iguais.

Orientações para o professor

O objetivo é levar o aluno a perceber importância de "quadricular" a figura em quadradinhos de 1 cm de lado (Unidade de medida utilizada para o desenvolvimento das aulas, mas no decorrer das aulas, o professor pode usar outra medida, como por exemplo, metros quadrados, para explicar medidas de terrenos). E, o professor deve estar atento se os alunos relacionam a multiplicação entre os lados dos quadrados formados pelos alunos. Nesse contexto, o professor pode explicar aos alunos que quando temos uma região quadrada com lados de 3 cm e queremos saber a medida de sua superfície (área) podemos quadricular a figura em quadradinhos de 1 cm de lado e verificar que a área é de $9cm^2$ ou efetuar a multiplicação 3 x 3 = 9 e dessa forma chegar à área de $9cm^2$.

Questão 4

Com 25 cubinhos você consegue construir uma região quadrada? E, com 49 cubinhos? Represente suas respostas por meio de um desenho. Se você conseguiu construir as regiões quadradas solicitadas, você consegue saber qual é a medida do lado dessas regiões quadradas que você construiu?

a) Com 25 cubinhos?
b) Com 64 cubinhos?

Unidade temática: Grandezas e medidas
Objeto do conhecimento: Perímetro de um quadrado como grandeza proporcional à medida do lado.
Habilidade: (EF06MA29) Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área.
Na prática dos alunos: Determinar o perímetro e a área de um quadrado, relacionado o número à medida do lado do quadrado. Também, analisar as mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao ser ampliado ou reduzido.
Unidade temática: Geometria
Objeto do conhecimento: Construção de figuras semelhantes: ampliação e redução de figuras planas em malhas quadriculadas.
Habilidade: (EF06MA21) Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais.
Espera-se que o estudante: Reconhecer em situações de ampliação e redução, a conservação dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados de figuras planas. Também, construir figuras ampliadas e reduzidas em malhas quadriculadas ou com o material dourado, usando os cubinhos.

Orientações para o professor

O objetivo é que os alunos percebam que eles podem formar quadrados com os lados de 1 cm, 2 cm, 3 cm, 4 cm, 5 cm, 6 cm, etc. O professor deve ficar observando em cada grupo formado e suas conversas se eles conseguem multiplicar os lados do quadrado e notar que o resultado é a quantidade total de quadradinhos das peças do material dourado. É muito importante que o professor fique atento para que os alunos não confundam as ideias de perímetro e de área, pois, essas medidas possam estar relacionadas a polígonos, mas são medidas diferentes e com unidades diferentes.

Questão 5

Com base na questão anterior, verificamos que as medidas dos lados são iguais. Então com o resultado dos cubinhos necessários para construir a região quadrada, será que é possível representar por meio de uma potência? Se, sim, qual a base e o expoente?

Unidade temática: Números
Objeto do conhecimento: Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números naturais.
Habilidade: (EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.
Espera-se que o estudante: Os alunos utilizam diferentes estratégias para resolver problemas por meio da leitura e resolução de situações que exigem o cálculo da potência com expoente natural. Também retoma a resolução de problemas com as quatro operações, inclusive a multiplicação de fatores iguais.

Orientações para o professor

O objetivo é levar o aluno a perceber que as potências de expoente 2 podem ser representadas geometricamente. Por causa de sua representação geométrica, o professor pode explicar que as potências de expoente 2 têm nomes especiais e explicar aos estudantes como se lê as potências de expoente 2. Exemplo: 1^2"um ao quadrado" ou "quadrado de um", 2^2 : "dois ao quadrado" ou "quadrado de dois". Nesse contexto, o professor pode explicar aos alunos que potenciação é uma multiplicação de fatores iguais e fazer com que o aluno consiga compreender os elementos de uma potência: base e expoente. O professor pode perceber se os alunos conseguem fazer relações com a área do quadrado e as potências de expoente 2, pois, é fundamental que o professor note se os alunos fazem uma relação que calcular o quadrado de um número é o mesmo que calcular uma potência de expoente 2. Além disso, pode reforçar que a forma de calcular a área do quadrado é A = l^2 e o expoente da área do quadrado é 2.

Questão 6

Represente com potência de expoente 2 as regiões quadradas da questão 4.

Unidade temática: Números
Objeto do conhecimento: Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números naturais
Divisão euclidiana
Habilidade: (EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.
Espera-se que o estudante: Retoma a resolução de problemas (neste caso a questão 4) com o conceito da multiplicação e utiliza diferentes estratégias para resolver os problemas.

Orientações para o professor

O objetivo fundamental na atividade 6, é que os alunos percebam que o lado do quadrado de medidas 5 cm e 8 cm, da atividade 4, representa a área de uma região quadrada. O professor pode apresentar na lousa a área de um quadrado, Área = lado x lado = l^2. O professor também pode explorar outras situações que podem aplicar esse conceito de áreas (medidas de terrenos e hectares de terras) situações que causem curiosidades aos alunos, situações do cotidiano.

Questão 7

Observe na representação geométrica das potências de expoente 2:

a) o que o valor da potência representa?
b) O que o valor da base representa?

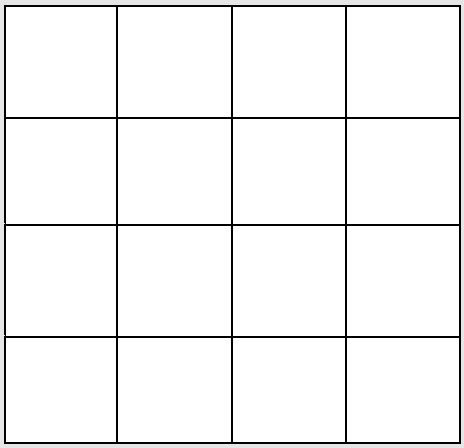
Unidade temática: Geometria
Objeto do conhecimento: Polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero.
Habilidade: (EF07MA28) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular (como quadrado e triângulo equilátero), conhecida a medida de seu lado.
Espera-se que o estudante: Compreender que o valor da potência representa a área de uma região quadrada e que sua base representa o lado do quadrado.

Orientações para o professor

O objetivo é levar os alunos a uma reflexão que as potências de expoente 2 podem ser representadas geometricamente. A partir da questão 7 e a pergunta feita pelo professor, espera-se que eles percebam que o valor da potência (exemplo da questão, 5 x 5 = 5^2 = 25) representa a quantidade de "quadradinhos" do material dourado, que nesse caso mede 1 cm, e dessa forma, eles encontraram a área da região quadrada, 25cm^2.

Questão 8

Observe a imagem e responda:



a) O quadrado da figura acima quantos quadradinhos tem nas laterais?
b) Qual é a área desse quadrado?
c) Existe alguma representação por meio da potenciação que represente esse resultado?

Unidade temática: Números
Objeto do conhecimento:
Habilidade: (EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.
Espera-se que o estudante: Retoma a resolução de problemas (neste caso da questão 7).

Orientações para o professor

É fundamental que o professor retome o que foi desenvolvido durantes as atividades para reforçar os conceitos e as habilidades desenvolvidas durante a aula, para que o aluno compreenda que encontrando o lado do quadrado, ele encontrará também a área desse quadrado, conceitos importantes para o desenvolvimento das questões 9 e 10.

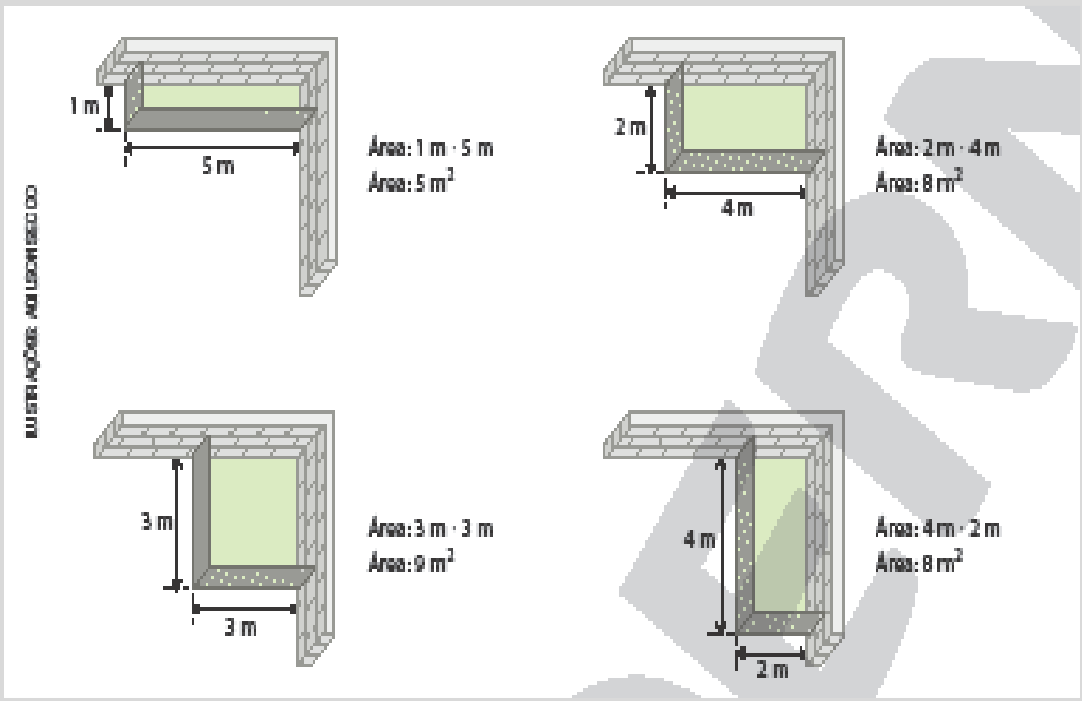
Questão 9 - (MODERNA, 2018)

Neusa vai aproveitar dois muros perpendiculares de sua chácara para construir um galinheiro retangular usando uma tela de 6m de comprimento.

Figura 1- Galinheiro retangular

Veja alguns projetos para o galinheiro esquematizado por Neusa.

Em qual muro Neusa irá adotar para caber o maior número de galinhas possível em seu galinheiro?



Fonte: (MODERNA, 2018, p. 56)

Unidade temática: Números
Objeto do conhecimento: Números inteiros: usos, história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações.
Habilidade: (EFMA0704) Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros.
Espera-se que os estudantes: Resolver e elaborar problemas envolvendo operações com números inteiros, também, problemas que envolvem a raiz quadrada exata de um número inteiro.

Objeto do conhecimento: Potenciação e radiciação
Habilidade: (EF08MA02) Resolver e elaborar problemas usando a relação entre potenciação e radiciação, para representar uma raiz como potência de expoente fracionário.
Espera-se que os estudantes: Reconhecer e compreender o significado de potência e relacionar potenciação e radiciação.

Unidade temática: Grandezas e medidas
Objeto do conhecimento: Área de figuras planas / Área do círculo e comprimento de sua circunferência.
Habilidade: (EF08MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculo), em situações como determinar medida de terrenos.
Espera-se que os estudantes: Estimar a medida de áreas das figuras geométricas planas. Calcular a medida de áreas das figuras planas, inclusive retângulos e quadrados. Também, resolver e elaborar problemas envolvendo o cálculo da medida de áreas de figuras planas.

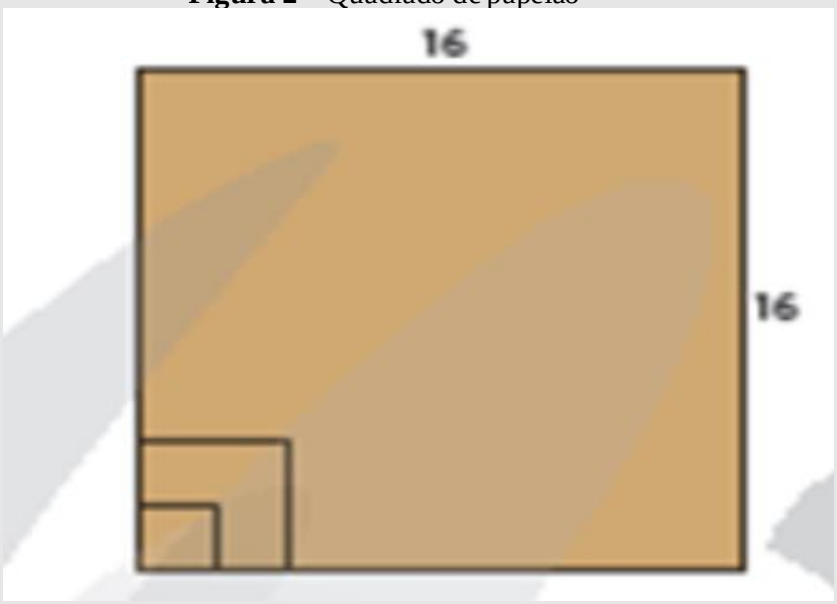
Orientações para o professor

Para iniciar a discussão, começamos com uma situação problema, tomamos as medidas de um galinheiro de formato retangular. Com o material dourado em mãos, o professor sugeri aos alunos que eles representem o formato do galinheiro com o material dourado, com suas respectivas medidas fornecidas no problema, com o intuito de os alunos reconhecer a sua área máxima, com o objetivo de introduzir a ideia de raiz quadrada de um número natural. Nesse contexto, o aluno quando resolver o problema, ele perceberá que o galinheiro com a maior área é o que tem formato quadrado, e ao descobrir esse lado do quadrado, encontramos a raiz quadrada, isto é, dizemos que extraímos a raiz quadrada.
Após os alunos fixarem essa ideia, ou seja, essa nova operação que é a raiz quadrada, o professor poderá fazer mais exemplos no quadro e usar as outras atividades desenvolvidas durante a aula, para que eles compreendam que encontrando a medida do lado do quadrado, encontramos sua área, e dessa forma, encontramos a raiz quadrada.
O professor depois de ter trabalhado todos esses conceitos fundamentais, ele deverá explicar os elementos da raiz quadrada, como por exemplo, o símbolo da raiz, índice, radical, radicando e raiz. Também, explicar a definição que a raiz quadrada de um número inteiro *à* é um número não negativo *b* que, elevado ao quadrado, resulta em *a*.

Questão 10 - (MODERNA, 2018)

Marta construiu três quadrados de papelão. O primeiro quadrado tinha 16 como medida de lado, o segundo tinha como medida a raiz quadrada da medida do lado do primeiro, e o terceiro, a raiz quadrada da medida do lado do segundo. Qual era a medida do lado de cada quadrado construído?

Figura 2 – Quadrado de papelão



Fonte: (MODERNA, 2018, p.57)

Unidade temática: Números
Objeto do conhecimento: Números inteiros: usos, história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações.
Habilidade: (EF07MA04) Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros.
Na prática dos alunos: Resolver e elaborar problemas envolvendo operações com números inteiros. Esta habilidade também proporciona que os alunos resolvam situações que envolvam problemas de raiz quadrada exata de um número inteiro.
Grandezas e medidas: Grandezas e medidas
Objeto do conhecimento: Área de figuras planas / Área do círculo e comprimento de sua circunferência.
Habilidade: (EF08MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculo), em situações como determinar medida de terrenos.
Espera-se que o estudante: O aluno estima a medida das figuras planas, resolve problemas envolvendo o cálculo de medida de áreas de figuras planas, principalmente área de regiões quadradas.

Orientações para o professor

O professor após ter trabalhado com os alunos os conceitos e alguns exercícios de raiz quadrada, na questão 10 é muito importante que os alunos apliquem os conceitos desenvolvidos durante as atividades. Desenvolver a habilidade de resolver problemas é fundamental para que os alunos do Ensino Fundamental desenvolvam para que se familiarize com a resoluções de situações problemas e que eles apliquem os conceitos matemáticos para sua vida cotidiana, dando sentido que a matemática pode ser aplicada no dia a dia da sociedade humana.