

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Keline Serafim de Andrade

**Utilização de materiais manipuláveis para o ensino do cálculo de
áreas: uma proposta de sequência didática**

Rio Tinto – PB
2019

Keline Serafim de Andrade

Utilização de materiais manipuláveis para o ensino do cálculo de áreas: uma proposta de sequência didática

Trabalho Monográfico apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Cristiane Fernandes de Souza

Rio Tinto – PB
2019

Catálogo na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

A553u Andrade, Keline Serafim de.

Utilização de materiais manipuláveis para o ensino do
cálculo de áreas: uma proposta de sequência didática /
Keline Serafim de Andrade. - Rio Tinto, 2019.
48 f.

Orientação: Prof^a Dr^a Cristiane Fernandes de Souza.
Monografia (Graduação) - UFPB/CCAE.

1. Grandezas e medidas. 2. Cálculo de área. 3. Ensino
Fundamental. 4. Material manipulativo. I. Prof^a Dr^a
Cristiane Fernandes de Souza. II. Título.

UFPB/BC

Keline Serafim de Andrade

Utilização de materiais manipuláveis para o ensino do cálculo de áreas: uma proposta de sequência didática

Trabalho Monográfico apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador(a): Prof.^a Dr.^a Cristiane Fernandes de Souza

Aprovado em: 24/09/2019

BANCA EXAMINADORA

Cristiane Fernandes de Souza
Prof.^a Dr.^a Cristiane Fernandes de Souza (Orientador) – UFPB/DCX

Cibelle Castro de Assis
Prof.^a Dr.^a Cibelle de Fátima Castro de Assis – UFPB/DCX

Regina Coelly Mendes da Silva
Prof.^a Ma. Regina Coelly Mendes da Silva – UFPB/DCX

Dedico esse trabalho aos meus pais, Antônio de Pádua Magalhães de Andrade e Maria Dapaz Serafim da Silva, pelo incentivo, carinho e apoio irrestrito nos momentos mais difíceis da minha trajetória.

AGRADECIMENTOS

Meus agradecimentos vão primeiramente à Deus, meu Senhor, por renovar minhas forças a cada dia, me proporcionando paz e certeza de que Ele estava comigo nos momentos mais turbulentos da minha caminhada.

Aos meus pais Antônio de Pádua Magalhães de Andrade e Maria Dapaz Serafim da Silva, que estiveram sempre ao meu lado, me incentivando e me fazendo acreditar que posso ser muito mais do que imagino.

Aos meus irmãos, Maria Aline Serafim de Andrade, Alex Serafim de Andrade e José Kauam Serafim de Andrade por me possibilitarem viver momentos de descontração, em meio à correria constante e tensão, aliviando o estresse decorrente do cotidiano.

Ao meu namorado Felipe Bertolino da Costa por todo amor, compreensão e apoio nos inúmeros momentos de ausência. Amo você.

À minha orientadora, Cristiane Fernandes de Souza por transformar nossos encontros em momentos de aprendizados, além da dedicação, compromisso e paciência.

Às professoras Cibelle de Fátima Castro de Assis e Regina Coelly Mendes da Silva por aceitarem o convite de fazer parte da banca examinadora.

Aos meus colegas de curso pelos constantes momentos de aprendizado, alegrias e também sofrimentos partilhados durante a nossa vida acadêmica.

A todos os professores que colaboraram para a minha formação.

Agradecimento especial às minhas amigas e companheiras de serviço ao Senhor Jesus, que sempre me ajudam em oração, fornecendo apoio necessário mesmo com a minha ausência.

A todos vocês, muito obrigada!

RESUMO

Este Trabalho de Conclusão de Curso tem por objetivo apresentar uma sequência didática direcionada ao 6º ano do Ensino Fundamental, contemplando o cálculo de área por meio da utilização de material manipulativo. A investigação desenvolvida buscou responder à questão problema de pesquisa: como podemos utilizar o material manipulativo no processo de ensino e aprendizagem do cálculo de área no 6º ano do Ensino Fundamental?. Para responder tal questionamento, foram levadas em consideração as situações que dão sentido ao conceito de área, apresentadas por Ferreira (2010) e alguns tipos de tarefas para a grandeza área contempladas por Santos (2015). A pesquisa, aqui apresentada, é caracterizada, conforme os procedimentos técnicos, por um estudo bibliográfico de pesquisas e materiais já publicados que abordam o ensino de Grandezas e medidas, enfatizando o cálculo de áreas e o uso de material manipulável para o Ensino de Matemática. A partir desse estudo pudemos selecionar alguns documentos oficiais como os PCN (BRASIL, 1998), os RCEF/PB (GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010) e a BNCC (BRASIL, 2018), que expõem orientações para o ensino de Matemática no Ensino Fundamental, e alguns trabalhos de pesquisa, tais como Bellemain e Lima (2002), Facco (2003), Secco (2007) e Douady e Perrin-Glorian (1989, *apud* FERREIRA, 2010), além de Ferreira (2010), que abordam o ensino de grandezas e medidas e cálculo de área. Selecionamos também, para nos orientar na elaboração da sequência didática, pesquisadores da área de Educação Matemática, tais como Lorenzato (2006), Rêgo e Rêgo (2006) e Passos (2006), que trazem contribuições sobre a utilização do material manipulativo no Ensino de Matemática. Concluímos que, com esse trabalho, pudemos apresentar ao professor de Matemática, e outros profissionais da área, uma proposta de sequência didática para o ensino de cálculo de área no 6º ano do Ensino Fundamental por meio do uso de materiais manipulativos e de fácil acesso, como o papel quadriculado, o Tangram, e triângulos confeccionados a partir de cartolina. A partir de nossas reflexões e estudos, vimos que a sequência didática proposta pode auxiliar no processo de ensino e aprendizagem do conteúdo de área de figuras planas, que entendemos de considerável importância, tanto para o currículo escolar quanto para o cotidiano, bem como para outras áreas de conhecimento, além da própria Matemática. A proposta aqui apresentada pode ser modificada e adaptada para cada realidade de sala aula, desde que leve em consideração as premissas teóricas utilizadas para a elaboração das atividades da sequência.

Palavras-chave: Grandezas e medidas. Cálculo de área. Ensino Fundamental. Material manipulativo.

ABSTRACT

This Course Conclusion work aimed to present a didactic sequence directed to the 6th grade of Elementary School, contemplating the area calculation through the use of manipulative material, and it sought to answer the research problem question “how can we use the manipulative material in the process of teaching and learning the area calculation in the 6th grade of elementary school? ”. To answer this question, we considered the situations that give meaning to the concept of area, presented by Ferreira (2010) and some types of tasks for the greatness area contemplated by Santos (2015). The research presented here is of an applied nature and it is characterized, according to the technical procedures, by a bibliographical study of research and published materials that deal with the teaching of greatness and measures, emphasizing the calculation of areas and the use of manipulable material for teaching of math. From this study we could to select some official documents such as the PCN (BRAZIL, 1998), the RCEF / PB (GOVERNMENT OF THE STATE OF PARAÍBA, 2010) and the BNCC (BRAZIL, 2018), which expose guidelines for teaching Mathematics in Education Fundamental, and some research works, such as Bellemain and Lima (2002), Facco (2003), Secco (2007) and Douady and Perrin-Glorian (1989, apud FERREIRA, 2010), and Ferreira (2010), which address the teaching of greatness and measures and area calculation. We also selected to guide us in the elaboration of the didactic sequence researchers in the area of Mathematical Education, such as Lorenzato (2006), Rêgo and Rêgo (2006) and Passos (2006), who make contributions on the use of manipulative material in Mathematics Teaching. We conclude that, with this work, we could to present to the Mathematics teacher, and other professionals in the area, a proposal for a didactic sequence for the teaching of area calculus in the 6th grade of elementary school through the use of manipulative and easily accessible materials. , such as graph paper, Tangram, and triangles made from card stock. From our reflections and studies, we saw that the proposed didactic sequence can help in the process of teaching and learning the content of flat figures area, which we understand of considerable importance, both for the school curriculum, for the daily life and other areas of learning knowledge beyond mathematics itself. The proposal presented here can be modified and adapted to each classroom reality, as long as it takes into account the theoretical premises used for the elaboration of the sequence activities.

Keywords: Greatness and measures. Area calculation. Elementary School. Manipulative material.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1- Composição de um retângulo por meio da decomposição de um triângulo isósceles	25
Figura 2- Problemas 49, 51 e 52 do papiro Rhind.....	25
Figura 3- Articulação entre os quadros.....	27
Figura 4 – Tipos de situações	29
Figura 5 – Exemplo de posicionamento dos triângulos isósceles	35
Figura 6 – Nível de analfabetismo no Brasil	36
Figura 7- Reformando o piso da sala.....	38
Figura 8 – Planta de residência.....	42

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	11
1.1 Apresentação do tema e justificativa	11
1.2 Objetivos.....	13
1.2.1 Objetivo Geral	13
1.2.2 Objetivos Específicos	13
1.3 Metodologia da Pesquisa.....	13
1.3.1 A sequência didática	14
2 PRESSUPOSTOS TEÓRICOS.....	16
2.1 O estudo das Grandezas e Medidas nos documentos oficiais	16
2.2 O uso de materiais manipulativos para o ensino de grandezas e medidas.....	20
2.3 Um pouco de história do cálculo de área	24
2.4 Área enquanto grandeza geométrica	26
2.5 Ensino e aprendizagem de área segundo algumas pesquisas e documentos oficiais ..	27
3. APRESENTANDO A SEQUÊNCIA DIDÁTICA	32
3.1 Atividade 1: Introdução ao conceito de área	33
3.2 Atividade 2: Medida aproximada de uma superfície utilizando papel quadriculado	35
3.3 Atividade 3: Medida exata de uma superfície.....	38
3.4 Atividade 4: Mudança de unidade de medida de área utilizando o Tangram.....	40
3.5 Atividade 5: Produção de uma superfície utilizando papel quadriculado	41
4 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	44
REFERÊNCIAS.....	46

1 INTRODUÇÃO

1.1 Apresentação do tema e justificativa

O presente trabalho é uma pesquisa na área da Educação Matemática, presente na unidade temática específica da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), Grandezas e medidas.

Antecedentemente à BNCC (BRASIL, 2018), que menciona Grandezas e medidas como uma unidade temática, os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) já ressaltavam a relevância dessa área no ensino da Matemática quando apontam que:

Na vida em sociedade, as grandezas e medidas estão presentes em quase todas as atividades realizadas. Desse modo, desempenham papel importante no currículo, pois mostram claramente ao aluno a utilidade do conhecimento matemático no cotidiano. (BRASIL, 1998, p. 51)

Partindo para o conteúdo de áreas, que está incluso nesse campo de conhecimento, sabemos por Santos, Muniz e Gaspar (2015), que desde a antiguidade diferentes civilizações como a Egípcia, Babilônica, Indiana, Chinesa e Grega já demonstravam a ideia de áreas em algumas atividades realizadas na época, como a medição de terrenos para a agricultura e a elaboração de altares. Atualmente, os conceitos de área continuam sendo empregados no cotidiano e cobrados no currículo escolar. Os autores Santos e Santos (2015), mostram a importância do conceito de área no currículo de Matemática do ensino básico, quando falam que além de ser aplicado no cotidiano através de atividades básicas como calcular a área de um terreno ou mesmo a área de uma parede a ser pintada, ele possibilita uma relação com outras disciplinas.

Segundo Lima e Bellemain (2010), apesar de já ser identificado uma evolução no ensino de áreas e medidas nas escolas, o desempenho dos alunos em questões relacionadas a esse campo de conhecimento é considerado insatisfatório. Bof (2016) confirma essa insuficiência de desempenho na análise que faz dos resultados da Prova Brasil 2013.

Poderíamos enumerar uma série de possíveis fatores que influenciam nesse resultado negativo, pois o aprendizado não está unicamente ligado ao método de ensino utilizado pelo professor, tendo em vista que esse processo de ensino e aprendizagem compreende um conjunto de variáveis, sendo eles: aluno, professor e saber matemático (BRASIL, 1998, p. 35), porém entendemos que a prática docente, ou seja, a forma com que o professor trabalha o conteúdo em sala de aula, pode influenciar na aprendizagem de um conteúdo de Matemática, e durante

esse processo, se faz necessário a utilização de métodos que incentivem o aluno a compreender o que está sendo ensinado.

Existem vários métodos de ensino nos dias atuais que visam auxiliar no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Dentre algumas das tendências metodológicas consideradas centrais pelos Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental da Paraíba, RCEF/PB (GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010, p. 72), vale destacar a utilização do material manipulativo. Alguns pesquisadores como Lorenzato (2006), Rêgo e Rêgo (2006) e Passos (2006) também abordam sobre a utilização desse material no ensino de Matemática, trazendo com eles algumas contribuições sobre o incentivo à essa metodologia de ensino.

Os autores Fiorentini e Miorin (1990, p. 2) mencionam que a postura tradicional de ensino tem o uso do material manipulativo como algo insignificante e que ocasiona barulho e desordem da classe. Porém, esses mesmos autores discordam dessa postura quando consideram que “por trás de cada material, se esconde uma visão de Educação, de Matemática, do homem e de mundo; ou seja, existe, subjacente ao material, uma proposta pedagógica que o justifica”. (FIORENTINI; MIORIN, 1990, p. 2).

Da mesma forma, outros trabalhos que abordam esse tema mostram uma discussão que apoia o uso do material manipulativo. Lorenzato (2006), por exemplo, cita que os materiais didáticos - que incluem o manipulável - apresentam diversas funções no ensino. Temos também como exemplo o documento oficial RCEF/PB (GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010), que além de apresentar o material manipulável como uma das tendências metodológicas consideradas centrais, enfatiza que a concepção de que não se deve utilizar esse material no ensino de Matemática por ser considerada uma disciplina formal é um argumento equivocado.

Entendemos que o estudo de cálculo de área ocupa uma posição importante, tanto no cotidiano, como no currículo escolar, e a utilização de materiais manipulativos como uma metodologia eficaz para o processo de ensino e aprendizagem. Sendo assim, a elaboração de uma sequência didática para o ensino de cálculo de áreas direcionada ao 6º ano do Ensino Fundamental justifica-se pelo interesse de propor ao professor ou outros profissionais da área, algumas atividades que viabilizam a utilização do material manipulativo no ensino de cálculo de áreas, de acordo com as orientações de alguns documentos oficiais brasileiros que abordam o ensino de Matemática no Ensino Fundamental, tais como a BNCC (BRASIL, 2018), os PCN (BRASIL, 1998) e os RCEF/PB (GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010).

Convém salientar que a sequência didática aqui apresentada, baseia-se, além das orientações dos documentos oficiais citados, em resultados de pesquisas realizadas nessa área

de conhecimento, tais como Lima (2017), Facco (2003), Ferreira (2010), Baltar (1996 apud FERREIRA, 2010) e Douady e Perrin-Glorian (1989 apud FERREIRA, 2010).

Nessa perspectiva, para a elaboração dessa sequência didática proposta neste trabalho, a nossa pesquisa se fundamentou na seguinte questão problema: Como podemos utilizar o material manipulativo no processo de ensino e aprendizagem do cálculo de área no 6º ano do Ensino Fundamental?

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo Geral

Propor uma sequência didática para o ensino de cálculo de áreas de figuras planas por meio da utilização de materiais manipulativos, direcionada ao 6º ano do Ensino Fundamental.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Realizar um levantamento bibliográfico de pesquisas, artigos e documentos oficiais que abordam Grandezas e medidas, o ensino do cálculo de áreas e o uso de material manipulável no Ensino da Matemática;
- Analisar o material obtido por meio do levantamento bibliográfico para identificar elementos em torno da abordagem de Grandezas e medidas, do ensino do cálculo de áreas e do uso de material manipulável no Ensino da Matemática;
- Elaborar uma sequência didática direcionada ao 6º ano do Ensino Fundamental enfatizando o ensino do cálculo de área através do uso de materiais manipulativos.

1.3 Metodologia da Pesquisa

Sabemos por Prodanov e Freitas (2013), além de contribuir para o reconhecimento científico dos aspectos de determinado tema, a pesquisa também pode despertar o espírito investigativo. Dessa forma, ainda segundo esses autores, seu produto final deve contribuir para o avanço do conhecimento humano.

Esse trabalho consiste em uma pesquisa que tem como produto uma sequência didática direcionada ao ensino de cálculo de áreas por meio da utilização de materiais manipulativos no

6º ano do Ensino Fundamental, dessa forma classifica-se quanto à natureza como pesquisa aplicada, pois segundo Prodanov e Freitas (2013) esse é um tipo de pesquisa que gera produtos e/ou processos com finalidades imediatas.

Realizamos um estudo bibliográfico de pesquisas e materiais já publicados que abordam o Ensino do cálculo de áreas e o uso de material manipulável no Ensino da Matemática com a finalidade de elaborar uma sequência didática direcionada ao 6º ano do Ensino Fundamental. Deste modo, podemos classificar nosso trabalho quanto aos objetivos como uma pesquisa exploratória, levando em consideração que as pesquisas classificadas como exploratórias têm como objetivo:

Proporcionar mais informações sobre o assunto que vamos investigar, possibilitando sua definição e seu delineamento, isto é, facilitar a delimitação do tema da pesquisa; orientar a fixação dos objetivos e a formulação das hipóteses ou descobrir um novo tipo de enfoque para o assunto. Assume, em geral, as formas de pesquisas bibliográficas e estudos de caso. (PRODANOV e FREITAS, 2013, p. 51-52)

O levantamento das informações necessárias para a estrutura do referencial teórico e elaboração da sequência didática propostos nessa pesquisa, são exclusivamente baseadas em fontes bibliográficas, tais como pesquisas realizadas na área de Grandezas e medidas, cálculo de áreas, utilização do material manipulativo no ensino de Matemática, além dos documentos oficiais brasileiros voltados para a Matemática no Ensino Fundamental, o que segundo Gil (2002) caracteriza a nossa pesquisa, enquanto procedimentos técnicos, como pesquisa bibliográfica.

Dividimos essa pesquisa em três etapas: na primeira, realizamos um levantamento de trabalhos de pesquisa, autores e documentos oficiais que mencionam sobre Grandezas e medidas, ensino de cálculo de área e utilização do material Manipulativo no Ensino de Matemática; na segunda etapa, analisamos as ideias e orientações observadas no estudo bibliográfico feito em torno da utilização do material manipulativo para o ensino de cálculo de áreas para que pudéssemos concluir a terceira etapa, que foi a elaboração da sequência didática.

1.3.1 A sequência didática

Sequência didática é definida por Oliveira (2013) como:

Procedimento simples que compreende um conjunto de atividades conectadas entre si, e prescinde de um planejamento para delimitação de cada etapa e/ou atividade para trabalhar os conteúdos disciplinares de forma integrada para uma melhor dinâmica no processo ensino-aprendizagem. (OLIVEIRA, 2013, p.53)

Desta forma, entendemos sequência didática como uma organização sistematizada, ou um passo a passo, das atividades que serão realizadas em uma sala de aula para ensinar determinado conteúdo. Sabemos por Oliveira (2013) que a técnica da sequência didática adota alguns passos básicos como a escolha do tema que será trabalhado, problematização desse tema por meio de questionamentos feitos aos alunos, planejamento dos conteúdos, objetivos das atividades e delimitação dessas atividades.

Nosso objetivo foi propor uma sequência didática a partir das situações que dão sentido ao conceito de área, que são apresentadas por Ferreira (2010), os tipos de tarefas para a grandeza área mencionadas por Santos (2015), as orientações para utilização do material manipulativo segundo autores como Lorenzato (2006), Rêgo e Rêgo (2006) e Passos (2006), além dos objetivos de ensino e aprendizagem, conforme os documentos oficiais BNCC (BRASIL, 2018), PCN (BRASIL, 1998) e RCEF/PB (GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010).

2 PRESSUPOSTOS TEÓRICOS

2.1 O estudo das Grandezas e Medidas nos documentos oficiais

A ideia de grandezas e medidas é antiga e foi gerada através do convívio do homem com o meio no qual ele estava inserido. A necessidade de realizar contagens, medir o tempo, estimar a área de terrenos para agricultura são alguns exemplos de atividades históricas e que exigiam no mínimo o entendimento prévio de alguns conceitos envolvendo esse campo de conhecimento.

Podemos perceber a utilização de grandezas e medidas em diversos contextos históricos, envolvendo diferentes sociedades. Cabe aqui citar o antigo Egito que:

Desenvolveu-se ao longo das margens do rio Nilo, e os impostos pagos pelos proprietários de terras eram calculados em função da quantidade de terra útil para plantio. Após a inundação anual do rio Nilo, havia a necessidade de recalculá-los os impostos, passando o dono do lote a pagar um tributo proporcional à porção restante. (SANTOS; MUNIZ; GASPAR, 2015, p. 23-24).

De acordo com Santos, Muniz e Gaspar (2015), o papiro Rhind é um dos quatro papíros que apresentam conhecimentos sobre a matemática egípcia, e que, segundo historiadores, foi copiado pelo escriba Ahmes por volta do ano 1650 a.C. Logo, pode-se confirmar, por meio desse documento, alguns cálculos realizados pelos egípcios envolvendo a ideia de grandezas e medidas.

Ao decorrer dos tempos os conceitos desse campo foram aprofundados, o que viabilizou o aproveitamento desse conhecimento matemático em muitas atividades na sociedade. Se repararmos bem, somos capazes de presenciar nitidamente as grandezas e as medidas no nosso cotidiano em uma simples ida ao supermercado, onde podemos lidar com situações envolvendo grandezas de comparação, quando, por exemplo, comparamos o preço de um produto ofertado em dois tipos de embalagens, ou estimativa, quando compramos uma determinada quantidade de arroz levando em consideração o consumo desse alimento semanalmente.

Além disso, muitos profissionais fazem uso das grandezas e das medidas. O agricultor, por exemplo, conhece várias grandezas e medidas de comprimento e utiliza o cálculo de tempo e de área na sua função; o cozinheiro necessita, no mínimo, de conhecimentos básicos sobre grandezas e medidas de volume, massa, transformações de grandezas e estimativa para seguir ou adaptar uma receita; o marceneiro, que utiliza conhecimentos sobre medidas de ângulos, comprimento e cálculo de área; entre outros profissionais como engenheiro, comerciante, etc.

No ensino de outras disciplinas, esse campo possibilita a inter-relação da Matemática e

Geografia, por meio de escalas utilizadas em mapas, estimativas de extensão de territórios, etc.; Ciências, através de escalas, cálculo de gordura corporal, etc.; História, através de conteúdos que envolvam a grandeza tempo; entre outras disciplinas. Além disso, Lima e Bellemain (2010, p. 170) apresentam as grandezas e medidas ao professor como um “[...] campo fértil de aplicações da Matemática às práticas sociais [...]” que o ajudará a responder os questionamentos dos alunos relacionados ao sentido de se estudar Matemática.

Entendemos, dessa forma, que os conceitos desse campo são evidentes desde a antiguidade e que são utilizados pelos diferentes tipos de profissionais, nas mais diversas áreas de atuação. Logo, percebemos a importância das grandezas e medidas, não somente no meio social, mas também na conexão com outras disciplinas e outros campos de conhecimento da Matemática, o que justifica a importância de incluir o estudo das grandezas e medidas no currículo de Matemática para Ensino Fundamental.

Segundo os RCEF/PB (GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010), o cenário do ensino de Matemática no Brasil vivenciou inúmeras reformas no último século, estas foram ocasionadas pelo: Movimento da Matemática Clássica, em que a Matemática era apresentada como um conhecimento pronto e acabado; Movimento da Matemática Moderna, que se iniciou por volta de 1960 e que enfatizava as excessivas formalizações e marcante utilização da Álgebra na resolução de problemas; e Movimento da Educação Matemática que apresentava o professor como observador, organizador e motivador, ao invés de centralizar o processo de ensino no professor, como ocorreu nos movimentos anteriores.

Apesar das inúmeras transformações ocasionadas pelos grandes Movimentos da Matemática, Rêgo e Rêgo (2006, p.55) mencionam que ainda são observadas algumas dificuldades no ensino, como a “[...] baixa conexão entre os conteúdos de Matemática e destes com as aplicações práticas do dia a dia e a necessidade de promoção do desenvolvimento da criatividade, da agilidade e da capacidade de organização do pensamento e comunicação [...]” dos alunos.

Ao observar a sociedade, é comum nos depararmos com a visão que muitas pessoas têm da Matemática como uma disciplina difícil de ser compreendida, rigorosa, e que exige do aluno um determinado “dom” para que este alcance um bom desempenho na aprendizagem dos conteúdos relacionados a esse campo de conhecimento. De acordo com os RCEF/PB (GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010), a visão dessa área de conhecimento como ‘pronta e acabada’ e ‘rigorosa por excelência’ interfere na aproximação de alunos e professores.

Acreditamos que esses obstáculos têm influência nos resultados insatisfatórios das avaliações de aprendizagem de Matemática realizadas pelo país. O desempenho na área de

Matemática dos alunos no final do Ensino Fundamental de escolas públicas e municipais, segundo Bof (2016), é considerado o mais crítico diante da análise dos resultados da Prova Brasil 2013, que de acordo com os parâmetros A e B (utilizados pela autora para definir o nível “suficiente”), 75% e 89% desses alunos não atingiram o nível “suficiente” de aprendizado.

Com relação à aprendizagem relacionada ao campo de conhecimento Grandezas e medidas, Lima e Bellemain (2010) acreditam que os resultados negativos apresentados nesse campo de conhecimento não se devem apenas ao contexto educacional, mas à complexidade dos conceitos que a compõem, uma vez que foi observado desempenho insatisfatório em diferentes países. Além disso, esses autores também mencionam sobre a deficiência da abordagem de Grandezas e medidas pelos livros didáticos, o que também poderia ser um dos agravantes quando expõem que:

Ainda há livros nos quais o estudo das grandezas e medidas aparecem concentradas nos últimos capítulos da obra, e isso contribui, muitas vezes, para que esses conteúdos não sejam estudados durante o ano letivo. Além do mais, vários livros apresentam exclusivamente as unidades padronizadas de medição de grandezas. Outros dedicam excessiva importância à conversão de unidades de medida. Em alguns casos, nos primeiros anos do Ensino Fundamental, é dada atenção precoce às fórmulas de cálculo de perímetro e de área de figuras planas. (LIMA e BELLEMAIN, 2010, p. 168).

No que se diz respeito ao conceito de área, um dos conteúdos presentes em Grandezas e medidas, algumas dificuldades apresentadas pelos alunos são mencionadas por Douady e Perrin-Glorian (1989, apud FERREIRA, 2010):

- Para alguns alunos a possibilidade de determinar a medida da área de uma superfície S depende da forma da superfície unitária, e da superfície S ser ou não totalmente ladrilhável. Por exemplo, o aluno não consegue ladrilhar um triângulo com uma quantidade finita de quadrados de lado 1cm, entendendo que também não é possível determinar a medida da área de S em cm^2 .
- A área está ligada à superfície e não dissocia de outras características dessa superfície. Por exemplo, se duas superfícies distintas possuem a mesma área, os alunos afirmam que as superfícies têm o mesmo perímetro. Se uma superfície tem sua área determinada como um número associado a uma unidade de medida, os alunos compreendem que ao mudar a unidade de medida, a medida e a área da superfície também variam.
- O uso de certas fórmulas é estendido para situações em que elas não são válidas: por exemplo, o produto das medidas dos lados de um triângulo para determinar a sua área. (FERREIRA, 2010, p.27)

Podemos encontrar documentos oficiais que orientam o ensino da Matemática para os anos finais do Ensino Fundamental, tais como os PCN (BRASIL, 1998), os RCEF/PB (GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010), e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018), que também abordam conteúdos em volta do campo de conhecimento Grandezas e medidas.

Nos PCN (BRASIL, 1998), as Grandezas e medidas são apresentadas como um dos quatro blocos de conteúdo em que “[...] destaca -se a importância em proporcionar aos alunos

experiências que permitam ampliar sua compreensão sobre o processo de medição e perceber que as medidas são úteis para descrever e comparar fenômenos” (BRASIL, 1998, p. 69). O documento abrange no bloco direcionado ao 3º ciclo (correspondente ao 6º e 7º ano do Ensino Fundamental), conceitos que envolvem a exploração de medidas de comprimento, massa, capacidade, superfície, tempo, temperatura, medidas de ângulos, de volume e algumas unidades de medida da informática (quilobytes e megabytes).

Os PCN (BRASIL, 1998) também mencionam a importância dos conteúdos referentes ao bloco Grandezas e medidas no currículo de Matemática, e citam algumas possibilidades de integrar esse campo da Matemática a outras áreas de conhecimento, tais como Geografia e Ciências Naturais. Além disso, esse documento considera importante que o professor proponha situações-problema envolvendo contextos para a construção de conceitos e procedimentos referentes a outros campos da Matemática.

Outro aspecto considerado pelos PCN (BRASIL, 1998, p. 131), diz respeito à utilização de fórmulas no estudo de áreas, pois enfatiza que “[...] alunos que aprendem mecanicamente fórmulas costumam empregá-las de forma também mecânica e acabam obtendo resultados sobre os quais não têm nenhum tipo de crítica ou controle, além de as esquecerem rapidamente”. Sendo assim, esse documento orienta que no trabalho com áreas pode ser utilizado procedimentos como a composição e decomposição de figuras, papel quadriculado e ladrilhamento para procedimentos de contagem, além de estimativas e aproximações, de forma a favorecer a compreensão das noções envolvidas.

Nos RCEF/PB (GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010, p. 134), o estudo das Grandezas e medidas é exposto como um dos quatro eixos de conteúdos e capacidades de Matemática e “[...] diz respeito à compreensão das diferentes grandezas e medidas e dos sistemas convencionais adotados mundialmente”. De forma semelhante aos PCN (BRASIL, 1998), os conteúdos envolvidos à Grandezas e medidas apresentados neste documento também incluem o estudo das unidades de medida de comprimento, de massa, de capacidade, de perímetro, área, volume, medição de ângulos e uso adequado de objetos de medida, tais como régua, compasso, esquadro, fita métrica, dentre outros. Além disso, os RCEF/PB (GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010) orientam que no segundo segmento do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano) a aprendizagem de Matemática deve enfatizar a resolução de problemas.

Outro aspecto relacionado ao eixo Grandezas e medidas apresentado pelos RCEF/PB (GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010), é a utilização de embalagens para a abordagem de área, ressaltando que “o cálculo da área das faces e da área total de embalagens

contribui para o desenvolvimento de estimativas e do cálculo mental” (GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010, p. 142). Além disso, esse documento, assim como os PCN (BRASIL, 1998), menciona como um dos objetivos desse eixo, a conexão da Matemática com o cotidiano, como também com outras áreas de conhecimento e a conexão entre os eixos da própria Matemática.

Na BNCC (BRASIL, 2018) é orientado a formulação de habilidades desenvolvidas para o ensino de Matemática por meio de cinco unidades temáticas, e uma delas é a de Grandezas e medidas, que propõe para os anos finais do Ensino Fundamental o estudo das medidas e relações métricas e apresenta como objetos de conhecimento para o 6º ano problemas envolvendo medidas de comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume; noção, uso e medida de ângulos; plantas baixas de residências e perímetro proporcional à medida do lado, e também destaca a inclusão de medidas da informática.

Assim como nos PCN (BRASIL, 1998) e RCEF/PB (GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010), a BNCC (BRASIL, 2018) também orienta a correta utilização de objetos de medida, e enfatiza a relação desse campo com outras áreas de ensino, como também com outros campos de conhecimento da Matemática. Além disso, os conteúdos inerentes a unidade temática Grandezas e medidas possibilitam o desenvolvimento de algumas habilidades tais como “interpretar, descrever e desenhar plantas baixas simples de residências e vistas aéreas” (BRASIL, 2018, p. 301) e:

Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de formas, inserindo, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento. (BRASIL, 2018, p. 301).

Sendo assim, entendemos de forma geral que esses documentos tratam do campo de conhecimento Grandezas e medidas como o estudo das grandezas e suas relações métricas, explicitando nas suas orientações a importância de conectar os diferentes campos da Matemática, e de integrar a Matemática com contextos sociais e com outras disciplinas.

2.2 O uso de materiais manipulativos para o ensino de grandezas e medidas

De acordo com Murari (2011), a utilização do material manipulativo como apoio para o ensino iniciou-se no século XIX, a partir das teorias desenvolvidas por Pestalozzi, que defendia que o ensino deveria iniciar-se do concreto. Porém, no Brasil essa metodologia passou a ser recomendada no ensino de Matemática somente a partir do início do século XX.

Apesar de parecer recente, a ideia de utilizar material manipulativo na aprendizagem da Matemática é antiga. Segundo Lorenzato (2006, p. 5), Arquimedes deixou evidências da utilização desse material quando, por volta do ano 250 a.C., escreveu a Eratóstenes dizendo: “É meu dever comunicar-te particularidades de certo método que poderás utilizar para descobrir, mediante a mecânica, determinadas verdades matemáticas [...] as quais eu pude demonstrar, depois, pela Geometria”.

Material manipulativo, de acordo com Passos (2006), é caracterizado como tudo aquilo que o aluno pode ter um envolvimento físico em uma situação de aprendizagem, o que nos leva a uma associação desse conjunto de materiais manipulativos a uma gama de objetos, desde que esses tenham algum sentido no processo de ensino e aprendizagem. Analogamente, Lorenzato (2006, p. 18) define material didático (MD) como “[...] qualquer objeto útil ao processo de ensino-aprendizagem”, em que podemos incluir nessa definição o material manipulável, visto que esse está entre a variedade de materiais didáticos apontados por esse autor.

Ainda segundo Lorenzato (2006), existem diversos tipos de materiais manipulativos, estes podem ser considerados estáticos ou dinâmicos. Os que são classificados como estáticos não possibilitam modificações em suas formas, podendo permitir apenas a observação, tais como os sólidos geométricos, ou podendo oferecer uma participação maior aos alunos, como o ábaco e jogos de tabuleiro. Já os classificados como dinâmicos possibilitam transformações por continuidade, facilitando ao aluno a “[...] realização de redescobertas, a percepção de propriedades e a construção de uma efetiva aprendizagem” (LORENZATO, 2006, p.19).

A utilização do material manipulativo como um facilitador para a aprendizagem no ensino de Matemática é constantemente estudada em pesquisas realizadas na área de Educação e discutidas por diversos autores. Turrioni e Perez (2006), por exemplo, consideram que:

O material concreto exerce um papel importante na aprendizagem. Facilita a observação e a análise, desenvolve o raciocínio lógico, crítico e científico, é fundamental para o ensino experimental e é excelente para auxiliar o aluno na construção de seus conhecimentos. (TURRIONI; PEREZ, 2006, p.61)

Considerando o material manipulativo como um tipo de material didático, podemos aqui destacar suas principais funções:

- i) Auxiliar o professor a tornar o ensino da matemática mais atraente e acessível;
- ii) acabar com o medo da matemática que, criado por alguns professores e alimentado pelos pais e pelos que não gostam de matemática, está aumentando cada vez mais a dificuldade do ensino dessa matéria e
- iii) interessar maior número de alunos no estudo dessa ciência.

Os RCEF/PB (GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010) também orientam a utilização do material manipulativo no ensino, e o considera como uma das principais

metodologias discutidas na atualidade. Conforme esse documento:

Com a ajuda desses materiais, podem ser desenvolvidas e discutidas atividades matemáticas que poderão levar à construção de conceitos, pelo significado que os estudantes atribuirão às suas ações, refletindo sobre elas, por meio de formulações de hipóteses e verificações. Eles podem funcionar como uma primeira forma de representação de conceitos matemáticos. (GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010, p.85)

Segundo Lorenzato (2006), dependendo do objetivo, os materiais manipulativos podem desempenhar diferentes funções no processo de ensino e aprendizagem, tais como apresentar um conteúdo, motivar os alunos, auxiliar a memorização de resultados e facilitar a redescoberta. Entre muitos desses materiais, os RCEF/PB (GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010) destacam as embalagens, instrumentos de medida, material dourado, papel quadriculado, canudos, palitos, como materiais que são de mais fácil acesso e utilização.

Concordamos com Lorenzato (2006) que esse material não substitui o professor nem garante um bom desempenho no processo de ensino e aprendizagem, pois sabemos que a potencialidade da utilização desse material nas aulas de Matemática está diretamente relacionada à atuação do professor, tendo em vista que ao se utilizar o material manipulativo, deve-se definir previamente os objetivos de aprendizagem a serem alcançados pelos alunos e quais os materiais mais adequados, para que sua utilização não culmine em desperdício de tempo em uma atividade que o aluno não conseguirá relacioná-la com o conteúdo formal.

Nesse aspecto, Passos (2006) aponta que:

Os conceitos matemáticos que eles [os alunos] devem construir, com a ajuda do professor, não estão em nenhum dos materiais de forma a ser abstraídos deles empiricamente. Os conceitos serão formados pela ação interiorizada do aluno, pelo significado que dão às ações, às formulações que enunciam, às verificações que realizam. (PASSOS, 2006, p. 81).

Sendo assim, cabe aqui mencionar alguns cuidados básicos que o professor deve se atentar durante o uso do material manipulativo, tais como:

- I. Dar tempo para que os alunos conheçam o material (inicialmente é importante que os alunos o explorem livremente);
- II. Incentivar a comunicação e troca de ideias, além de discutir com a turma os diferentes processos, resultados e estratégias envolvidos;
- III. Mediar, sempre que necessário, o desenvolvimento das atividades, por meio de perguntas ou da indicação de materiais de apoio, solicitando o registro individual ou coletivo das ações realizadas, conclusões e dúvidas;
- IV. Realizar uma escolha responsável e criteriosa do material;
- V. Planejar com antecedência as atividades, procurando conhecer bem os recursos a serem utilizados, para que possam ser explorados de forma eficiente, usando o bom senso para adequá-los às necessidades da turma, estando aberto a sugestões e modificações ao longo do processo, e

VI. Sempre que possível, estimular a participação do aluno e de outros professores na confecção do material. (RÊGO; RÊGO, 2006, p. 54).

Turrioni e Perez (2006) mencionam alguns mitos e preconceitos em torno do uso desse material, como por exemplo, o pensamento que eles custam caro, facilitam a tarefa do professor, ou que retardam o processo de aprendizagem. Podemos supor que o surgimento desses mitos partiu de experiências fracassadas com a utilização do material manipulativo, ou seja, resultados diferentes daqueles que eram esperados. Nesse sentido, Passos (2006) atribui os resultados negativos das experiências envolvendo materiais manipulativos à deficiência de relações entre esse material e os conceitos matemáticos que se pretende apresentar por meio deles, além da seleção incorreta do material manipulativo referente a cada objetivo de aula.

Esse mesmo autor também esclarece que o material manipulativo não ajuda o professor a ‘facilitar’ o seu trabalho, ao contrário disso, o mau uso desse material faz revelar a sua incompetência, pois entendemos que é nítido quando o professor utiliza o material com o objetivo de auxiliar o aluno na construção de seus conhecimentos ou apenas com a intenção de mantê-los ocupados com alguma distração.

O mito relacionado ao retardamento do rendimento escolar dos alunos é corrigido pela afirmação apresentada por Lorenzato (2006, p. 31), na qual deixa explícito que:

A utilização de MD pode inicialmente tornar o ensino mais lento, mas em seguida, graças à compreensão adquirida pelo aluno, o ritmo aumentará e o tempo gasto no início será, de longe, recompensado em quantidade e principalmente em qualidade (LORENZATO, 2006, p. 31).

Logo, poderíamos dizer que o tempo inicial ‘perdido’ com a utilização desse material, nada mais é que um investimento para um ensino de qualidade.

Entendemos dessa forma, que o material manipulável, além de suas evidentes contribuições para o processo de ensino e aprendizagem, é um excelente material didático no que diz respeito a facilidade de acesso, podendo ser elaborado a partir de matéria-prima acessível e até mesmo gratuita, como no caso dos objetos recicláveis. Além disso, sua elaboração pode contar com a ajuda dos alunos, uma vez que essa participação é muito importante para o processo educacional (LORENZATO, 2006). Isso nos faz considerar o mito de que esses materiais custam caro como uma desculpa para a não utilização destes em sala de aula.

Os RCEF/PB (GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010) orientam que as atividades desenvolvidas com o material manipulativo devem auxiliar o aluno a:

- a) Ampliar sua linguagem formal e, como consequência, facilitar a comunicação de ideias matemáticas;
- b) Desenvolver estratégias de resolução de problemas e de planejamento de ações, mediadas pelo material;
- c) Estimular sua capacidade de realizar estimativas e cálculos mentais;
- d) Utilizar métodos de investigação científica e a notação matemática;
- e) Estimular sua concentração, raciocínio, perseverança e criatividade;
- f) Promover a troca de ideias, em atividades em grupo;
- g) Estimular sua compreensão de regras, sua percepção espacial, sua capacidade de discriminação visual e a formação de conceitos. (GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010, p. 86)

Dessa forma, ainda segundo esse documento, o aluno não desenvolverá capacidades que irão colaborar para a sua formação geral e não apenas o conhecimento referente aos conteúdos de Matemática.

Tudo que já mencionamos sobre o material manipulativo aponta que esse material apresenta grande influência no processo ensino-aprendizagem do ensino de Matemática, e que podem produzir resultados positivos a partir do momento em que estes são bem utilizados. Nesse processo, é importante considerar além de outros fatores, que o professor tenha consciência que o material por si só não garante sucesso nesse processo, e se coloque na posição de mediador na construção do conhecimento matemático, para que dessa forma a utilização do material manipulativo não culmine apenas no uso pelo uso.

2.3 Um pouco de história do cálculo de área

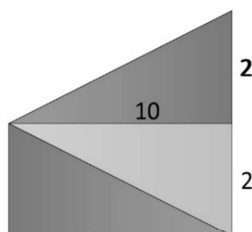
Sabemos, por Santos, Muniz e Gaspar (2015), que o estudo de cálculo de área iniciou-se há séculos atrás, em que esse conhecimento era extremamente necessário para a agricultura no Antigo Egito, pois os proprietários das terras às margens do rio Nilo precisavam recalcular a quantidade de terra útil para o plantio, após a inundação anual, para realizar o pagamento de impostos referente a esse restante de terra.

Facco (2003) menciona que sociedades próximas a alguns rios localizados no Egito, na Mesopotâmia, na região centro-sul da Ásia e na Ásia Oriental, possuíam habilidades de engenharia na drenagem de pântanos e irrigação, e conhecimentos envolta do cálculo de área nas construções de edifícios e nas obras de defesa contra inundações. Além disso esse autor destaca a precisão dos “estiradores de corda” egípcios nas construções de pirâmides.

Ainda segundo essa autora, os babilônicos (2000-1600 a.C.) também utilizavam o conhecimento com respeito ao cálculo de área por meio das regras gerais, para calculavam a área de retângulos, triângulos retângulos e isósceles, de trapézio retângulo, por exemplo.

Outras evidências do conhecimento de cálculo de área na antiguidade, segundo Santos, Muniz e Gaspar (2015), podem ser observadas por meio do papiro Rhind, que apresenta alguns problemas envolvendo áreas de figuras como triângulos, retângulos, trapézios e círculos. O problema 51, por exemplo, remete a composição e decomposição de áreas conforme a Figura 1:

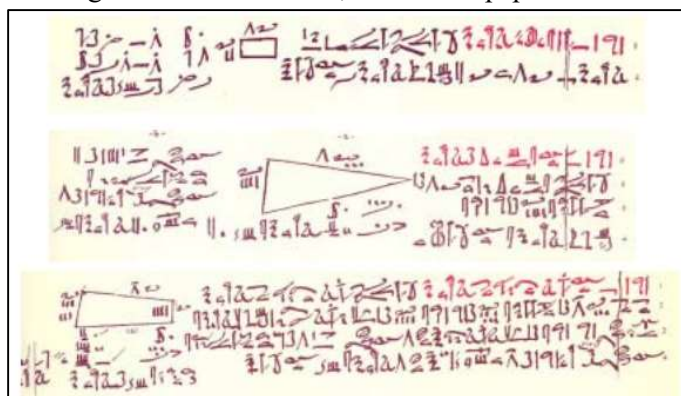
Figura 1- Composição de um retângulo por meio da decomposição de um triângulo isósceles



Fonte: Santos, Muniz e Gaspar (2015, p.24)

Os problemas 49, 51 e 52 ilustrados pela Figura 2 também se referem ao cálculo de área. Segundo Facco (2003), o problema 49 mostra o cálculo da área de um retângulo de comprimento 10 e largura 2. O problema 51 calcula a área de um triângulo de altura 13 e base 4, e o problema 52, mostra o cálculo de um trapézio com bases 6 e 4, e altura igual a 20.

Figura 2- Problemas 49, 51 e 52 do papiro Rhind



Fonte: Facco (2003, p.20)

Facco (2003) também apresenta que os egípcios sabiam calcular corretamente o volume dos armazéns cilíndricos de grãos, utilizando o conhecimento sobre área para calcular a área da base e multiplicá-la pela altura.

Além do papiro Rhind, cabe aqui mencionar o manual Nove Capítulos da Arte Matemática. Segundo Santos, Muniz e Gaspar (2015), este é um manual da matemática chinesa datado por volta de 200 a.C., e composto por 246 problemas matemáticos relacionados às necessidades cotidianas daquela época. De acordo com esses autores, um dos nove capítulos deste manual é o capítulo I, Mensuração de Campo, que apresenta problemas envolvendo

cálculo de área, tais como a medição do tamanho dos campos, construção de armazéns e etc.

Santos, Muniz e Gaspar (2015) apresentam que outros povos da antiguidade como os Babilônicos e os Indianos também utilizavam o conhecimento de cálculo de áreas para resolver problemas. Os Babilônicos, por volta de 2000 a 1600 a.C., já utilizavam o processo de decomposição de áreas para calcular a superfície de terrenos irregulares, quando os dividiam em triângulos retângulos, trapézios e retângulos, pois eram áreas que sabiam calcular. Os Indianos transformavam o quadrado em outras figuras geométricas equivalentes, além de outros procedimentos matemáticos adotados por essa civilização para a construção de templos que são descritas nos Sulbasutras (753 a.C), documentos que falam sobre a matemática indiana.

2.4 Área enquanto grandeza geométrica

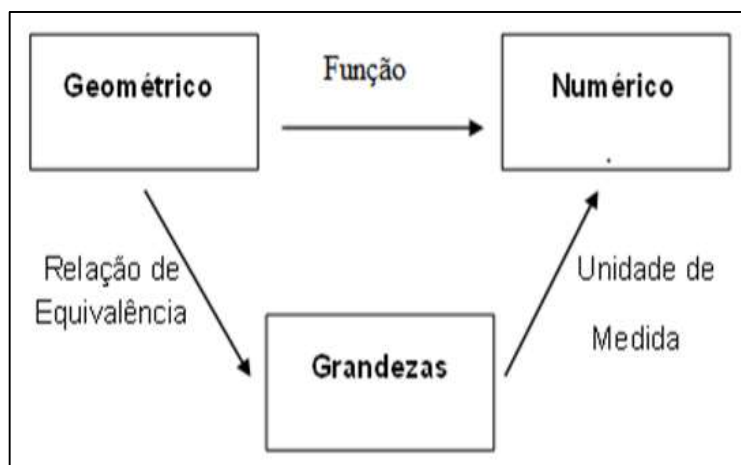
Podemos observar algumas pesquisas já realizadas que abordam o conceito de área como grandeza geométrica, tais como os estudos apresentados por Bellemain e Lima (2002), Facco (2003), Secco (2007) e Douady e Perrin-Glorian (1989, apud FERREIRA, 2010).

Na pesquisa realizada por Douady e Perrin-Glorian (1989), citada por Ferreira (2010), são analisadas as dificuldades de alunos franceses em relação ao conteúdo de áreas, e enfatizam que para o conceito de área como grandeza ter sentido, é necessário que os alunos façam a distinção entre o quadro geométrico, o quadro das grandezas e o quadro numérico. Nesse aspecto, Bellemain e Lima (2002), apresentam esses quadros como:

Quadro geométrico: constituído por superfícies planas; **quadro numérico:** consistindo nas medidas das superfícies, que pertencem ao conjunto dos números reais não negativos; **quadro das grandezas:** contexto próprio da noção de área, que integra os dois primeiros e é caracterizado formalmente como classes de equivalência de superfícies de mesma área. Os objetos do quadro geométrico são, por exemplo, as superfícies planas, as figuras planas - triângulos, quadriláteros, círculos, figuras de contornos irregulares, etc. – que são modelos matemáticos de faces planas de objetos do mundo físico. São essas figuras que são comparadas com relação ao atributo área. O quadro numérico é o dos números reais não negativos - 2, 7, $1/2$, 2, etc. Expressões compostas de um número e de uma unidade de medida: $2m^2$, $7cm^2$, $1/2$ ha, $2cm^2$, $2m^2$, etc. – são formas de representar grandezas. (BELLEMAIN; LIMA, 2002, p. 25).

Esses autores também propõem a articulação entre esses quadros para o desenvolvimento do conceito de área como grandeza, como mostra a Figura 3:

Figura 3- Articulação entre os quadros



Fonte: Bellemain e Lima (2002, p.40)

Sabemos, por meio dos autores Ferreira e Bellemain (2013), em um estudo sobre as estratégias que eram utilizadas em questões da OBMEP envolvendo a grandeza área com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, que o conceito de área não corresponde a figura, pois diferentes figuras podem ter a mesma área, e também não correspondem ao número, uma vez que o número muda de acordo com a alteração da unidade de medida adotada. Dessa forma, a figura está inserida no quadro geométrico, a área da figura no quadro das grandezas e sua medida está situada no quadro numérico.

Com relação aos estudos apresentados por Facco (2003) e Secco (2007), podemos perceber a utilização do conceito de área como grandeza, Secco (2007), por exemplo, utiliza essa abordagem na sua pesquisa em relação a utilização de composição e decomposição de figuras para auxiliar o aluno na construção do significado do conceito de áreas de figuras planas. Já Facco (2003), o uso de recorte-colagem ou ladrilhamento como uma possibilidade para a compreensão de área como grandeza.

2.5 Ensino e aprendizagem de área segundo algumas pesquisas e documentos oficiais

Como apresentamos anteriormente nesse trabalho, a ideia de área é utilizada desde a antiguidade e é abordada por alguns trabalhos na área no ensino de Matemática, tais como Douady e Perrin-Glorian (1989 apud FERREIRA, 2010), Lima e Bellemain (2010), Secco (2007), Facco (2003), Ferreira (2010), entre tantos outros.

Ferreira (2010, p. 61) expõe em sua pesquisa que a construção do conceito de área enquanto grandeza deve “ser iniciada com a articulação entre o quadro geométrico e o das grandezas, o que possibilita a compreensão dos termos superfície, área, figura plana,

comprimento, contorno, perímetro, e que seja adiado o surgimento das medidas”. Complementando esse pensamento, Lima e Bellemain (2010) comentam que as atividades em que os aspectos numéricos são secundários, contribuem para a diferenciação entre as figuras geométricas e as grandezas a elas associadas.

Com respeito à articulação entre os quadros geométrico, numérico e de grandezas, sabemos por Ferreira e Bellemain (2016), que a relação de equivalência possibilita a comparação entre áreas de superfícies distintas, permitindo dessa forma a mudança do quadro geométrico para o quadro de grandezas. A passagem do quadro de grandezas para o numérico é expressa pela unidade de medida, sendo ela padronizada ou não, em que “o número é a medida naquela unidade e o par (número, unidade de medida) é uma maneira de expressar a área” (FERREIRA; BELLEMAIN, 2016, p. 3). Já a mudança do quadro geométrico para o numérico é permitida pela associação das superfícies planas a números reais não negativos. Dessa forma:

A mudança de quadros possibilita ao aluno uma busca de diversas formas de resolução de uma dada situação, colocando em evidência a existência de uma articulação intensa e necessária entre os processos presentes nos diferentes quadros, como também a construção de uma matemática menos fragmentada, mais articulada e dinâmica. (FERREIRA; BELLEMAIN, 2013, p. 4)

Santos e Santos (2015) descrevem que a comparação, a medida e a produção de superfícies são situações que atribuem sentido ao conceito de área como grandeza. As situações que envolvem comparação estão inseridas no quadro das grandezas, por meio da comparação de superfícies, as situações de medida no quadro numérico, e as situações no que diz respeito às superfícies, que apesar de envolver também outros quadros, estão localizadas no quadro geométrico.

Ferreira (2010) apresenta o seguinte quadro (Figura 4) em que estão organizadas as situações que dão sentido ao conceito de área:

Figura 4 – Tipos de situações

S I T U A Ç Õ E S	COMPARAÇÃO	ESTÁTICAS	Sem unidade de medida	
			Com unidade de medida	Não-convencional
		DINÂMICAS	Variação da área e do perímetro por deformação ou transformação geométrica	
			Otimização da área por invariância do perímetro e vice-versa	
	MEDIDA	EXATA	Com unidade de medida não-convencional	
			Com unidade de medida convencional	
		ENQUADRAMENTO	Aproximações	
	MUDANÇA DE UNIDADE		Com unidade de medida	Não-convencional
				Convencional
	PRODUÇÃO		Mesma área que a de uma figura dada	
			Área maior ou menor que a de uma figura dada	
			Com área dada	

Fonte: Ferreira (2010, p. 29)

Essa autora menciona que as concepções dos alunos são formadas por meio de situações que lhes são apresentadas, sendo assim, torna-se necessário “[...] identificar os conhecimentos prévios dos alunos, suas concepções, errôneas ou não, para construir situações que possibilitem uma ampliação e se tornem mais complexas, na abordagem de um conteúdo” (FERREIRA, 2010).

Nesse sentido, os RCEF/PB (GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010) apresentam que uma aprendizagem com compreensão é construída a partir dos conhecimentos prévios dos alunos que estes trazem para a escola. Santos e Lima (2012) reforçam esse pensamento quando mencionam que:

O ensino da matemática deve partir das experiências cotidianas do educando para a (des) construção de conceitos, visando uma aprendizagem significativa. Se o docente desconsiderar essas evidências anulará os sentidos da aprendizagem. [...] o professor, ao contemplar os conhecimentos prévios do aluno, terá um ponto de partida para novas possibilidades de aprendizagens. (SANTOS; LIMA, 2012, p. 3).

Entendemos, dessa forma, a importância de identificar esses conhecimentos trazidos pelos alunos e, a partir de então, promover situações de aprendizagens que envolvam suas concepções. Sabemos que podemos encontrar no conteúdo de área uma diversidade de situações que podem agregar conhecimentos aos alunos, se forem devidamente abordadas pelo professor.

Os autores Lima e Bellemain (2010) mostram que, durante um longo período, tanto as

fórmulas para cálculo de área como as unidades e conversão entre unidades de medida de área tiveram destaque desnecessário no Ensino Fundamental. Segundo eles, a “apresentação de fórmulas e sua aplicação em uma série exaustiva de problemas têm se mostrado ineficaz e geradora de entraves futuros, como a confusão entre perímetro e área, omissão ou o uso inadequado de unidades de área” (LIMA; BELLEMAIN, p.187).

Nesse sentido os PCN (BRASIL, 1998), que contemplam o conceito de área enquanto grandeza no bloco de conteúdos Grandezas e Medidas, orientam que no ensino desse conteúdo, deve se privilegiar a resolução de problemas e a prática de estimativas ao invés da simples memorização de fórmulas ou conversões entre medidas pouco utilizadas. Esse documento também ressalta que o estudo de diferentes grandezas por meio de um contexto social e de problemas históricos geralmente despertam o interesse do aluno.

Entre diversos tipos de metodologias que podem auxiliar o ensino do conceito de área, cabe aqui destacar a utilização do material manipulativo, cuja potencialidade já foi abordada em diferentes pesquisas envolvendo essa área de estudo, conforme já mencionamos nesse trabalho.

Lima e Bellemain (2010) sugerem ao professor, que para sondar os alunos a fim de saber qual sentido eles atribuem a área, pode ser feito a comparação entre duas figuras iguais construídas a partir de cartolina, e posicioná-las de forma diferente uma da outra. Dessa forma, os alunos que associam o conceito de área à superfície, afirmarão que estas possuem áreas diferentes, a partir de então o professor, como mediador, pode explicar que figuras iguais possuem áreas iguais, independentemente da posição que estão. Entendemos que esse poderia ser um passo inicial ao ensino do conceito de área, para então aprofundar nesse conteúdo, tendo em vista que os RCEF-PB (GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010, p. 85), confirmam que os materiais manipulativos “podem funcionar como uma primeira forma de representação de conceitos matemáticos”.

Além dos recortes em cartolina, esses autores também sugerem a utilização do Tangram para a abordagem desse conteúdo no que diz respeito a comparação de área de figuras, enfatizando que esse material possibilita o entendimento de que superfícies distintas podem ter a mesma área, quando demonstramos que duas figuras diferentes montadas com as sete peças do Tangram possuem áreas iguais. O Tangram também facilita a distinção entre área e perímetro.

Franchi (1992) também aborda a utilização do material manipulativo no seu trabalho sobre os aspectos cognitivos da construção do conceito de área, apresentando algumas atividades de composição e decomposição de figuras planas por meio do Tangram para a

comparação de superfícies e análise de equivalência entre elas, para que os alunos elaborem os primeiros conceitos de área. Além do Tangram, a autora também faz uso da malha quadriculada em algumas das atividades propostas por ela, que envolvem medida e variação de área de figuras planas sem a utilização de fórmulas.

No estudo desenvolvido por Secco (2007) o material manipulativo também é utilizado nas atividades propostas na sequência didática, e foi confeccionado a partir de folha emborrachada. Nessa pesquisa o autor recorre à comparação de figuras planas, usando esse material para a manipulação, visualização e construção dessas figuras, colaborando para o resultado positivo nas atividades do primeiro bloco dessa pesquisa, que foi a contribuição para que os alunos se apropriassem melhor do conceito de área.

Podemos também mencionar a pesquisa de Facco (2003, p. 138) que teve como objetivo “apresentar uma proposta de ensino-aprendizagem do conceito de área enquanto grandeza, por meio de uma sequência de atividades, voltadas ao processo de decomposição e composição de figuras planas”. Os resultados obtidos nesse trabalho evidenciam implicitamente que a utilização do material manipulável contribuiu para um índice de acertos significativos durante as atividades, e possibilitou entusiasmo, progresso pessoal e intelectual dos alunos. Além disso, os resultados obtidos nessa pesquisa ressaltam a importância da atuação do professor como garantia de aprendizado.

Sendo assim, podemos perceber que a utilização do material manipulativo no ensino de áreas pode ter muitas aplicações, abordando diferentes conceitos que dizem respeito ao ensino-aprendizagem desse conteúdo. Sabemos também, com base nas discussões apresentadas por Lorenzato (2006), que as potencialidades da utilização desse material são variáveis e dependem muito da forma que este é empregado durante as aulas.

Levando em consideração os aspectos abordados ao longo deste referencial teórico, norteamos o desenvolvimento da sequência didática apresentada nesse trabalho.

3. APRESENTANDO A SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Sabemos por Oliveira (2013) que a sequência didática permite uma melhor dinâmica no processo de ensino e aprendizagem o que nos leva a entender sua importância, principalmente no que se refere a organização das atividades que contribuem nesse processo. Nessa perspectiva, a sequência aqui apresentada tem o objetivo de propor atividades que possam viabilizar o ensino de cálculo de áreas para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental por meio da utilização do material manipulativo no

Para o desenvolvimento dessa sequência, tomamos como referência os passos básicos seguintes:

- escolha do tema a ser trabalhado;
- questionamentos para a problematização do assunto a ser trabalhado;
- planejamento dos conteúdos;
- objetivos a serem atingidos no processo de ensino-aprendizagem;
- delimitação da sequência de atividades. (OLIVEIRA, 2013, p. 54)

O tema foi trabalhado em torno do ensino e aprendizagem de cálculo de área. Para a problematização, propomos a utilização de situações cotidianas para enfatizar a relevância desse tema, seguindo dessa forma a recomendação de alguns documentos oficiais com respeito à conexão entre os conteúdos de Matemática e situações cotidianas.

O planejamento do conteúdo foi norteado pelos conteúdos pelos PCN (BRASIL, 1998) para o ensino de Matemática no terceiro ciclo, eixos temáticos dos RCEF/PB (GOVERNOS DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010), objetos de conhecimentos da BNCC (BRASIL, 2018), e por nosso referencial teórico que menciona a utilização do material manipulativo no processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

Utilizamos também no planejamento as situações que dão sentido ao conceito de área, apresentados por Ferreira (2010), que são: situação de comparação, situação de medida, situação de mudança de unidade e situação de produção.

A situação de comparação é composta pelas situações estáticas e dinâmicas. As estáticas são consideradas as que as superfícies não são alteradas mediante os procedimentos utilizados e as dinâmicas são abordadas variações de áreas e perímetros. A situação de medida tem como objetivo a mudança do quadro das grandezas para o numérico e constituída por dois tipos de situações: a de medida exata, em que a medida da área pode ser apresentada por um número acompanhado de uma unidade de medida e a de enquadramento, ou por um intervalo com uma escolha sucessiva de unidades de medidas que permitam uma medida mais aproximada da área dessa superfície. A situação de mudança de unidade “[...] tem como procedimento representar

uma mesma área com unidades de medida diferentes [...]” (FERREIRA, 2010, p. 32). Por último temos a situação de produção, que é constituída por três tipos de situação: a produção de uma superfície de mesma área que a de uma superfície dada, produção de uma superfície de área maior ou menor que a de uma superfície dada, e produção de superfícies de área dada.

Além dessas situações apresentadas, levamos em consideração na elaboração das atividades alguns tipos de tarefas para a grandeza área apresentadas por Santos (2015, p. 84):

- TC - Comparar medidas de áreas de figuras geométricas planas;
- TD - Determinar a medida da área de uma figura ou região;
- TT - Converter unidades de medida de área;
- TE - Estimar medidas de área de figuras planas;
- TO - Operar com medidas de áreas de figuras planas;
- TP - Produzir superfícies de área dada;
- TG - Determinar o valor de uma grandeza diferente da área, em problema cujo enunciado comporta dados relativos à área de figuras planas;
- TU - Estudar os efeitos de deformações e transformações geométricas e numéricas sobre a área de uma família de superfícies,

Os objetivos a serem atingidos são apresentados na descrição de cada atividade e foram norteados pelas habilidades descritas na BNCC (BRASIL, 2018), as capacidades gerais e específicas mencionadas pelos RCEF-BB (GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010), e também os objetivos de Matemática para o terceiro ciclo, abordados nos PCN (BRASIL, 1998).

A sequência didática aqui apresentada está planejada para um total de 8 horas/aula, é baseada nas situações que dão sentido ao conceito de área, apresentadas por Ferreira (2010) e é composta por quatro atividades de criação própria, além de outra atividade inspirada no plano de aula de Bento (s.d.).

A primeira atividade envolve a situação de comparação, a segunda e a terceira abordam a situação de enquadramento e a de medida exata, ambas são situações que compõem a situação de medida. A quarta atividade foi baseada na situação de mudança de unidade (com unidades de medida convencional e não-convencional). A quinta atividade, que também é a última, está fundamentada na situação de produção.

3.1 Atividade 1: Introdução ao conceito de área

Essa atividade tem como objetivo reconhecer área como uma grandeza associada a figuras geométricas planas, conforme uma das expectativas para o Ensino Fundamental (BRASIL, 2018) e é baseada na situação estática (uma das situações de comparação).

Além disso, foi planejada para ser aplicada em uma hora/aula, e aborda nas questões o conceito de área, levando em consideração o tipo de tarefa TC (comparar medidas de áreas de

figuras geométricas planas), quando é solicitado a comparação das áreas de duas figuras sem a necessidade de medições.

O professor deve certificar-se de que os alunos dispõem de cartolina, tesoura, régua, lápis e borracha antes de iniciar a atividade a seguir:

- a) Utilize a régua, lápis e borracha para desenhar na cartolina dois triângulos isósceles congruentes, e em seguida recorte-os;
- b) Utilizando os triângulos feitos na questão anterior responda:
 - c) Qual a relação entre as áreas desses dois triângulos?
 - d) O que aconteceria com a área dos dois triângulos se forem colocados em posições distintas?

Sugerimos que o professor inicie essa atividade explicitando os objetivos da aula, e posteriormente, solicite a formação de duplas ou trios de alunos para distribuir entre eles os recursos necessários para a confecção do material manipulativo.

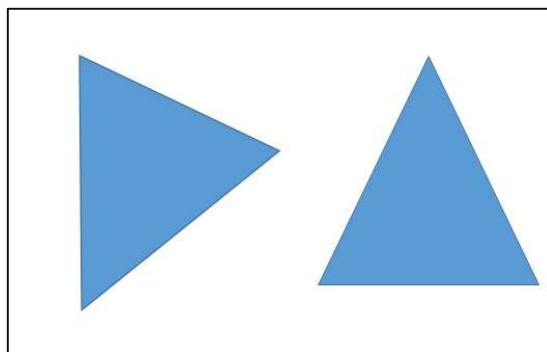
Além de Lorenzato (2006), que menciona que a construção do material manipulativo pelos próprios alunos pode evidenciar as maiores potencialidades desse tipo de material no processo de ensino e aprendizagem, Rêgo e Rêgo (2006) também enfatizam a importância dessa construção quando recomendam que o professor deve estimular a participação dos alunos na confecção do material didático.

Dessa forma, pretendemos com a construção do material manipulativo, além de contribuir para a comparação de medidas de superfícies, proporcionar também uma atividade que colabore com o desenvolvimento da capacidade específica de Grandezas e medidas, ou seja, a utilização de um dos instrumentos de medida (régua), descrita nos RECF/PB (GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010).

Na primeira questão o professor deve permitir que os próprios alunos realizem o que se pede, e oferecer suporte sempre que necessário. Após a conclusão dessa primeira parte da atividade, podem ser feitos alguns questionamentos breves a respeito das características do triângulo isósceles (por que esses triângulos são isósceles? Se possuíssem todos os lados iguais, que tipo de triângulo seriam?), possibilitando também aos alunos o desenvolvimento de uma das habilidades de outro campo da Matemática, que é a de “identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos”, descrita na unidade temática Geometria da BNCC (BRASIL, 2018, p. 259).

Na segunda parte da atividade, é necessário que os alunos posicionem os triângulos de forma distinta um do outro, como no exemplo ilustrado pela Figura 5, e discutam entre si a respeito da área dessas duas figuras.

Figura 5 – Exemplo de posicionamento dos triângulos isósceles



Fonte: autoria própria

De acordo com Lima e Bellemain (2010), é provável que em uma situação de comparação de áreas de figuras iguais, em que essas duas figuras estejam em posições distintas, alguns alunos venham associar o conceito de área à superfície e respondam que ambas possuem áreas diferentes. Sendo assim, o professor precisa esclarecer a diferença entre área e superfície, mostrando aos alunos que superfícies iguais possuem áreas iguais, mesmo que essas estejam em posições diferentes, possibilitando dessa forma a articulação entre o quadro geométrico e o das grandezas, levando os alunos a reconhecerem área como uma grandeza associada a figuras geométricas planas, conforme uma das expectativas para o Ensino Fundamental mencionadas pela BNCC (BRASIL, 2018).

3.2 Atividade 2: Medida aproximada de uma superfície utilizando papel quadriculado

Essa atividade tem como objetivo obter medidas por meio de estimativas e aproximações e é fundamentada na situação de enquadramento (uma das situações de medida). Além disso, foi planejada para duas horas/aula e é composta por questões que envolvem o tipo de tarefa TE (estimar medidas de área de figuras planas) quando solicita a utilização do papel quadriculado para obter a área aproximada das superfícies dadas nas questões abaixo:

1) De acordo com o Atlas do Censo Demográfico 2010 (BRASIL, 2013, p.108), o mapa anexo à essa atividade representa o nível de analfabetismo entre brasileiros de 30 a 59 anos. Com base nesse mapa, responda as questões a seguir:

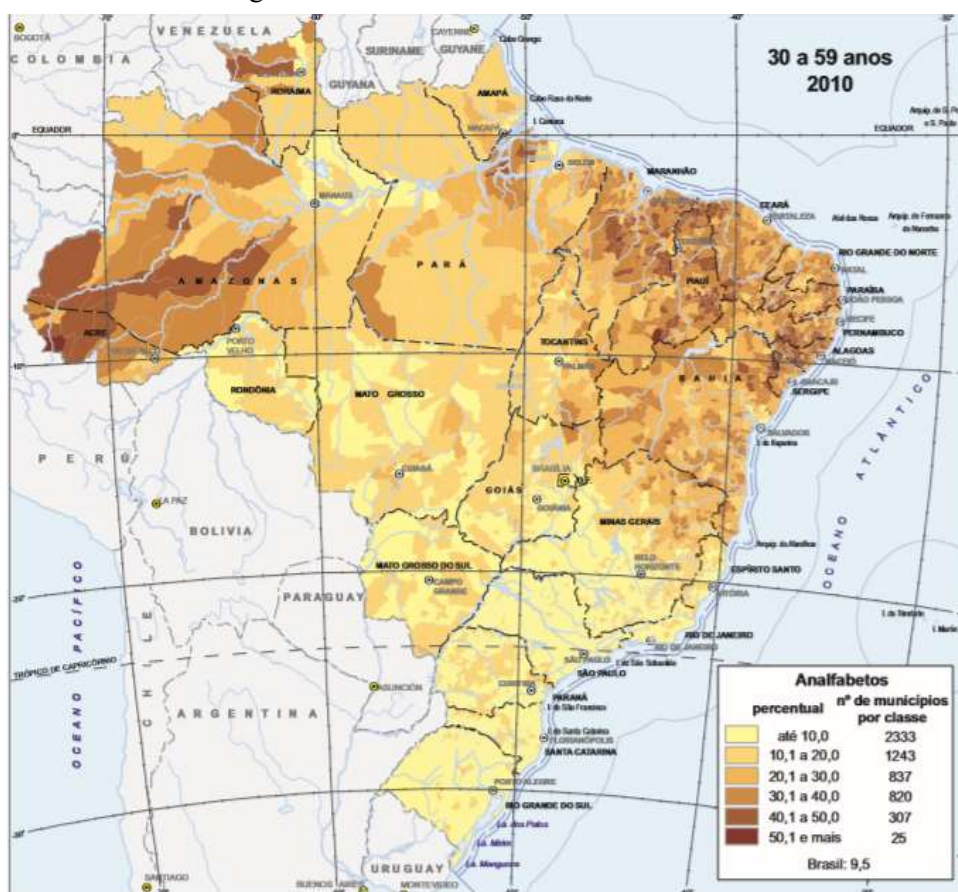
a) Recorte apenas a região referente ao mapa do Brasil e em seguida contorne-a sobre o papel quadriculado com o lápis para calcular a área aproximada desse mapa.

b) Utilize o procedimento semelhante ao utilizado na questão anterior para calcular a área aproximada da região de um dos estados em que o nível de analfabetismo é maior dentre os demais Estados do Brasil.

c) Utilize o procedimento semelhante ao utilizado na questão anterior para calcular a área aproximada da região de um dos estados em que o nível de analfabetismo é menor que os demais Estados do Brasil.

Propomos ao professor que distribua o material manipulativo (imagem colorida do mapa e papel quadriculado) a cada um dos alunos e apresente o objetivo das questões e verifique se os alunos possuem lápis, borracha e tesoura, pois serão necessários nessa atividade. Posteriormente, ele pode apresentar o mapa (Figura 6) e as questões.

Figura 6 – Nível de analfabetismo no Brasil



Fonte: Atlas do Censo Demográfico 2010 (BRASIL, 2013, p.108)

Antes de iniciar a atividade, propomos que o professor compartilhe o objetivo da aula. Na primeira questão (a), orientamos o professor a solicitar aos alunos que recortem apenas a região que se refere ao mapa do Brasil e sobreponha no papel quadriculado, contornando-o com um lápis. Depois de esboçar a superfície referente ao mapa do Brasil no papel, os alunos irão contar os quadradinhos que “couberam” dentro desse esboço. Eles podem utilizar o método de “completar os quadradinhos” na região do mapa esboçado em que a borda é irregular ou arredondada, para conseguir calcular a área aproximada do mapa. Sendo assim, essa questão busca colaborar com o desenvolvimento da capacidade específica de obter medidas por meio de estimativas e aproximações, citada no eixo Grandezas e medidas dos RCEF/PB (GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010) para o 6º ano do Ensino Fundamental.

Sugerimos que nas questões (b) e (c), o professor enfatize a importância de que os alunos leiam o mapa para que consigam distinguir a diferença entre os níveis de analfabetismo entre os Estados do Brasil. Em seguida o professor deve reforçar aos alunos que utilizem o procedimento semelhante ao realizado na questão (a), ou seja, recortar a região do mapa referente aos Estados brasileiros que eles desejam calcular a área e esboçá-los no papel quadriculado para em seguida fazer a contagem dos quadradinhos, utilizando o método de completar ou arredondar o número de quadradinhos sempre que necessário.

Entendemos que, além de proporcionar aos alunos aplicações práticas de Grandezas e medidas, como no caso da leitura do mapa, as questões presentes nessa atividade colaboram com a integração do estudo de área a outra disciplina e a outro campo de conhecimento da própria Matemática. Ao observar o mapa, os alunos podem perceber alguns conceitos ligados a Geografia, como, por exemplo, a identificação e localização dos Estados pertencentes ao Brasil. Com relação a outros campos de conhecimento da Matemática, conseguimos perceber a presença da unidade temática Probabilidade e estatística apresentada pela BNCC (BRASIL, 2018) quando as questões requerem que os alunos entendam os dados que o mapa fornece, para que possam distinguir e comparar o nível de analfabetismo entre os Estados brasileiros.

Essas questões podem possibilitar aos alunos o desenvolvimento de um pensamento crítico com respeito a problemas relacionados ao contexto social, por meio de questões, que inclusive podem ser instigadas pelo professor, como por exemplo: Quais possíveis fatores que influenciaram o primeiro Estado a apresentar um nível maior de analfabetismo? Na sua opinião, a política pode ter influência nesses resultados? Na sua opinião, o que você pode ser feito para mudar essa situação?

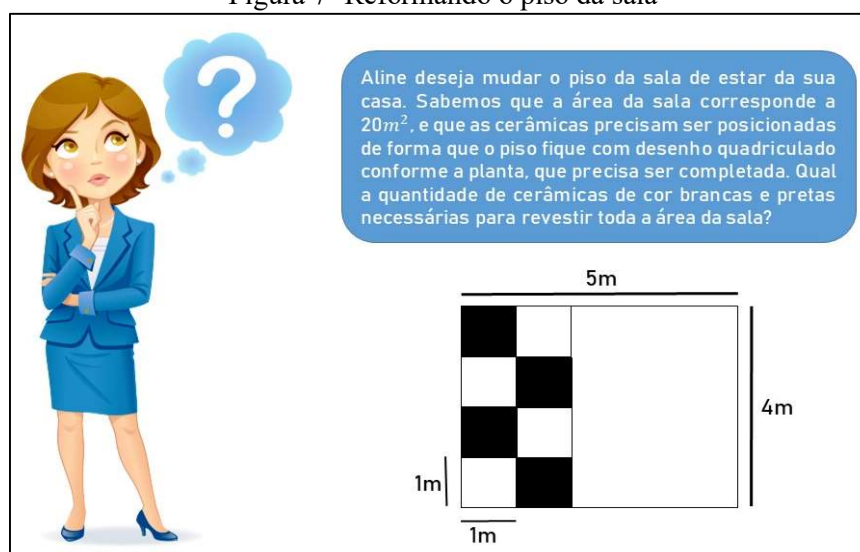
Além disso, essa atividade contribui com a interação entre os alunos na busca de soluções para problemas, de modo que venham respeitar o modo de pensar um do outro.

Compreendendo dessa forma uma das competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental expostas pela BNCC (BRASIL, 2018), e anteriormente mencionada nos objetivos gerais para o Ensino Fundamental, nos PCN (BRASIL, 1998).

3.3 Atividade 3: Medida exata de uma superfície

Essa atividade tem como objetivo determinar áreas de plantas por meio da decomposição de uma figura, e como mencionamos no início desse capítulo, foi inspirada no plano de aula de Bento (s.d.). As questões nela presentes são fundamentadas na situação de medida exata e envolvem o tipo de tarefa TD (determinar a medida da área de uma figura ou região), TO (operar com medidas de áreas de figuras planas), e TG (determinar o valor de uma grandeza diferente da área, em problema cujo enunciado comporta dados relativos à área de figuras planas). A atividade foi planejada para duas horas/aula, e é composta pela questão ilustrada pela Figura 7, e algumas perguntas em torno desta, como descreveremos posteriormente.

Figura 7- Reformando o piso da sala



Fonte: autoria própria

Para essa atividade, é necessário a utilização do papel quadriculado, lápis e borracha. Podem ser utilizadas também canetas de duas cores diferentes para simular os dois tipos de cerâmicas. Sugerimos que o professor projete a questão ilustrada na Figura 7, ou a imprima para que possa ser lida por toda a turma. Além dessa questão, orientamos que o professor acrescente algumas perguntas, como:

- a) Quantos metros quadrados de cerâmicas são necessários para revestir o piso da sala de Aline?
- b) Quanto Aline irá gastar com essa reforma, se cada o metro quadrado da cerâmica custa R\$ 23,00?
- c) Quantos metros quadrados de cerâmica branca seriam necessários se a área da sala de Aline correspondesse a 30m^2 , e quanto ela gastaria, levando em consideração o preço descrito da pergunta anterior?

A questão ilustrada pela figura 7 envolve a tarefa TD (determinar a medida da área de uma figura ou região), e para ser resolvida, o professor pode orientar os alunos a desenharem a planta da sala de Aline no papel quadriculado, sugerindo que cada quadradinho pode ser relacionado a uma cerâmica. Dessa forma, poderão completar o restante da planta com as cerâmicas que faltam, obedecendo ao padrão quadriculado que foi iniciado.

Após completarem o quadriculado do piso, o professor deve solicitar aos alunos que determinem a quantidade de cerâmicas pretas e de cerâmicas brancas que foram necessárias para revestir completamente o piso da sala. Ao responder essa questão, os alunos devem ser orientados a responderem as perguntas (a, b e c) realizadas pelo professor.

Além da tarefa TD (determinar a medida da área de uma figura ou região), a pergunta (a) também aborda a operação com medidas de áreas de figuras planas (tarefa TO), em que os alunos determinarão a quantidade de metros quadrados necessários para revestir o piso da sala de Aline. De forma semelhante à pergunta (a), as perguntas (b) e (c), abordam a tarefa TD e TO, porém também envolvem a tarefa TG (determinar o valor de uma grandeza diferente da área, em problema cujo enunciado comporta dados relativos à área de figuras planas), quando é necessário que os alunos calculem o valor gasto por Aline na compra das cerâmicas utilizadas na reforma do piso.

Nessa atividade pode ser percebido o cálculo da área de figuras planas pela decomposição e/ou composição de figuras mencionada nos conceitos e procedimentos de Grandezas e medidas dos PCN (BRASIL, 1998). Além disso, utiliza uma situação prática do cotidiano que envolve uma das habilidades mencionadas pela unidade temática Grandezas e medidas, da BNCC (BRASIL, 2018), que é a de interpretar, descrever e desenhar plantas baixas simples de residências e vistas aéreas.

3.4 Atividade 4: Mudança de unidade de medida de área utilizando o Tangram

Essa atividade é baseada na situação de mudança de unidade e tem como objetivos abordar a medida de área de uma superfície utilizando unidades de medida não padronizadas, além da conversão entre unidades de medidas. Foi planejada para uma hora/aula, e aborda nas questões os tipos de tarefa TT (converter unidades de medida de área), TD (determinar a medida da área de uma figura ou região) e TO (operar com medidas de áreas de figuras planas).

Segundo Lima (2017), o estudo de áreas com o Tangram trabalha o raciocínio lógico dos alunos por meio da manipulação de suas peças. Facco (2003) também utiliza o Tangram como recurso manipulativo na sequência didática apresentada em sua pesquisa, com o objetivo de favorecer a decomposição de figuras para determinar a medida de área. Dessa forma, na atividade aqui apresentada utiliza o Tangram como material manipulativo, e é composta pelas seguintes questões:

- 1) Monte um quadrado utilizando as sete peças do Tangram e responda as questões abaixo, lembrando de registrar a figura do quadrado montado em seu caderno, assim como as respostas das questões.
 - a) Tomando como unidade de medida o triângulo pequeno, calcule a área total do quadrado montado.
 - Se o triângulo pequeno possuir área de 2cm^2 , qual será a área do quadrado montado?
 - Se mudarmos a unidade de medida desse triângulo de centímetros para milímetros, quanto será a medida da área do quadrado montado?
 - b) Qual a área do quadrado se tomarmos como unidade de medida o triângulo médio?
 - Se o triângulo médio possuir área de 4cm^2 , quanto será a área total do quadrado montado?
 - Se mudarmos a unidade de medida desse triângulo de centímetros para milímetros, quanto será a medida da área do quadrado montado?

Sugerimos ao professor que inicie a aula solicitando a formação de grupos, levando em consideração a quantidade de alunos presentes e o material manipulativo disponível, e distribua entre esses grupos os conjuntos de peças que compõem o Tangram. Logo após a divisão dos grupos é aconselhável que o professor permita que os alunos observem e manuseiem o Tangram, pois Rêgo e Rêgo (2006, p.54) destacam a relevância de “dar tempo para que os alunos conheçam o material (inicialmente é importante que os alunos o explorem livremente)”.

Além de buscar desenvolver a capacidade específica de resolver problemas envolvendo relações entre diferentes unidades de medida, citada no eixo Grandezas e medidas para o 6º ano do Ensino Fundamental (GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010), as questões propostas nas duas questões dessa atividade buscam colaborar para o desenvolvimento da habilidade de resolver problemas envolvendo a grandeza área sem a utilização de fórmulas, descrita na unidade temática Grandezas e medidas da BNCC (BRASIL, 2018).

Nessa atividade são abordadas as tarefas TD (determinar a medida da área de uma figura ou região) e TO (operar com medidas de áreas de figuras planas), quando é solicitado a medida da área do quadrado montado com todas as peças do Tangram, e a tarefa TT (converter unidades de medida de área), quando a questão solicita que os alunos convertam as medidas de área para centímetro quadrado e milímetro quadrado. Desta forma o professor pode propor que o aluno inicie a atividade obtendo a medida da área da figura montada por ele, utilizando o procedimento de adição e subtração de áreas, conforme Ferreira (2010) e Santos (2015), expressando-a por meio de unidade de medida não convencional (triângulo pequeno). Na questão (a) o aluno deve ser orientado a converter a medida da área encontrada, de triângulo pequeno para centímetros quadrados, e posteriormente, realizar a conversão de triângulo pequeno para milímetro quadrado.

Para responder à questão (b), o professor pode orientar os alunos a utilizarem um procedimento semelhante ao que foi adotado para responder à questão (a), ou seja, obter a medida da área da figura montada por meio da adição e subtração de áreas, em que o triângulo médio será adotado como unidade de medida não convencional. Em seguida, o professor pode orientar os alunos a realizarem a conversão de triângulo médio para centímetros quadrados, e em seguida, de triângulo médio para milímetros quadrados.

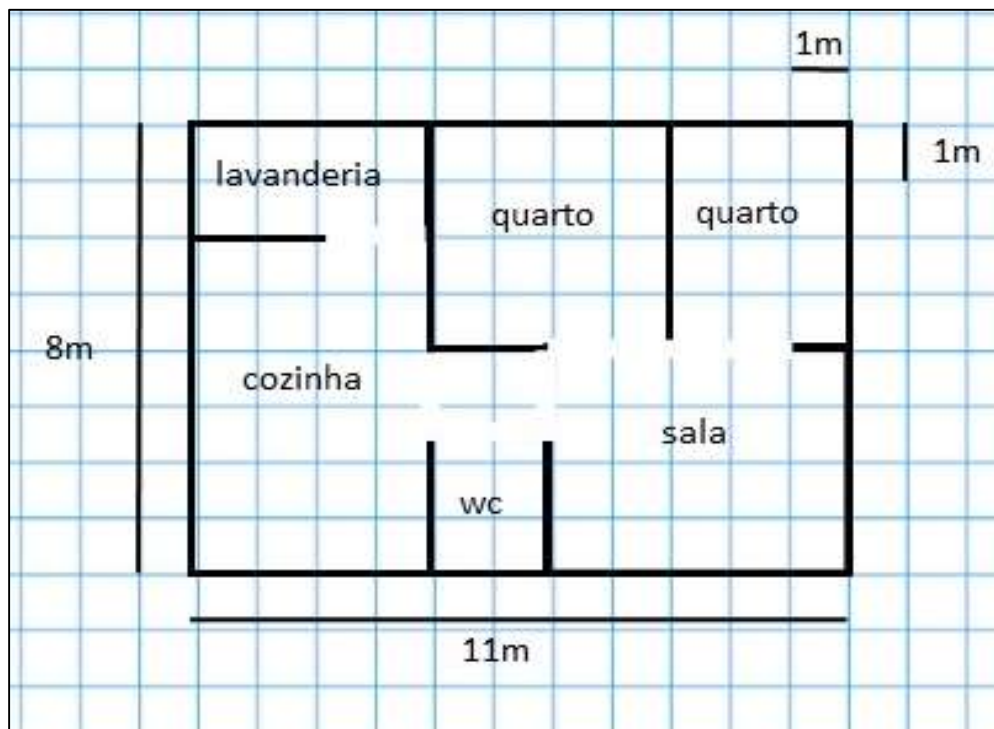
Pretendemos com as conversões de medidas propostas nessa atividade, colaborar para que os alunos construam o conceito de área, de forma que diferenciem área do número conforme orientação de Douady e Perrin-Glorian (1989 apud SANTOS; SANTOS, 2015). Desta forma, sugerimos ao professor que enfatize que as unidades de medidas podem se alterar, porém, a área permanece a mesma.

3.5 Atividade 5: Produção de uma superfície utilizando papel quadriculado

Essa atividade é baseada na situação de produção e tem como objetivo desenhar plantas baixas de residência em que será necessário a utilização de papel quadriculado, lápis, borracha

e canetas coloridas (opcional). Foi planejada para duas horas/aula e envolve o tipo de tarefa TP (produzir superfícies de área dada), conforme indicado nas questões abaixo:

Figura 8 – Planta de residência



Fonte: autoria própria

- 1) Desenhe uma planta de residência com a mesma medida de área, porém com superfície diferente da planta apresentada na Figura 8 (considere a mesma quantidade de cômodos).
- 2) Desenhe uma planta de residência, considerando os mesmos cômodos descritos na planta ilustrada na Figura 8, porém com a medida de área (quantidade de quadradinhos) menor. Registre em seu caderno o procedimento que foi utilizado.
- 3) Considerando que cada quadradinho corresponda a 1m^2 , desenhe uma planta de residência que seja composta por: uma sala com área igual a 20m^2 , um quarto com área igual a 9m^2 , outro quarto com área igual a 12m^2 , e um banheiro com área igual a 6m^2 , uma cozinha com área igual a 20m^2 , e uma área de serviços com área correspondente a 6m^2 .

Segundo Santos (2015) e Ferreira (2010), o tipo de tarefa TP (produzir superfícies de área dada) é composta por três subtipos de tarefas: produção de superfícies com medida de área maior ou menor que a de uma figura dada, produção de superfícies com a mesma medida de área que a de uma figura dada, e a produção de superfícies com área dada.

Desta forma, a primeira questão envolve o subtipo de tarefa produção de superfícies com a mesma medida de área que a de uma figura dada. O professor pode orientar os alunos a utilizarem o método de contagem de quadradinhos para saber quantos metros quadrados cada cômodo possui, e em seguida, desenhar a planta solicitada na questão utilizando a mesma quantidade de quadradinhos, porém estes devem ser distribuídos de forma que a superfície seja diferente da planta dada na questão.

A segunda questão aborda o subtipo de tarefa produção de superfícies com medida de área maior ou menor que a de uma figura dada. Propomos que o professor solicite que os alunos compartilhem os métodos que utilizaram para a produção de uma planta com área menor que a ilustrada pela figura 8. Depois que os alunos compartilharem suas ideias em torno dessa questão, o professor pode reforçar que pode existir mais de uma forma de responder essa questão e explicar alguns métodos que poderiam ser utilizados, ou reforçar/complementar os que foram compartilhados pelos alunos. Percebemos a importância de se realizar alguns questionamentos ao utilizar o material manipulativo, quando Rêgo e Rêgo (2006) mencionam que o professor deve:

Mediar sempre que necessário, o desenvolvimento das atividades por meio de perguntas ou da indicação de materiais de apoio, solicitando o registro individual ou coletivo das ações realizadas, conclusões e dúvidas. (RÊGO; RÊGO, 2006, p.54)

Na terceira questão é observado o subtipo de tarefa de produção de superfícies com área dada, em que solicita a produção de superfícies baseadas nas medidas de áreas informadas na questão. Propomos ao professor reforçar aos alunos que cada quadradinho equivale a 1m^2 , e que eles podem distribuir esses quadradinhos no papel quadriculado, montando um cômodo por vez com a finalidade de formar a planta da residência, como solicitado na questão.

Dessa forma, além de abordar questões extraídas de contextos práticos, conforme orientação dos PCN (BRASIL, 1998) a atividade de produção de uma superfície utilizando papel quadriculado, aqui apresentada, pretende colaborar com o desenvolvimento da habilidade de interpretar, descrever e desenhar plantas baixas simples de residências e vistas aéreas, descrita na unidade temática Grandezas e medidas da BNCC (BRASIL, 2018).

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esse trabalho de pesquisa buscou apresentar uma proposta de sequência didática para o ensino de cálculo de área no 6º ano do Ensino Fundamental, que envolveu como materiais manipulativos o papel quadriculado, triângulos recortados em cartolina, e o Tangram. Nossa intenção é que essas atividades propostas nessa sequência possibilitem ao professor de Matemática a abordagem de cálculo de áreas por meio da utilização do material manipulativo, em consonância com alguns documentos oficiais e autores da área da Educação Matemática.

Para a elaboração da sequência didática aqui apresentada, realizamos um levantamento bibliográfico de pesquisas e materiais já publicados que abordam Grandezas e medidas, o ensino do cálculo de áreas e o uso de material manipulável no Ensino da Matemática, em que selecionamos os documentos oficiais: PCN (BRASIL, 1998), RFEC-PB (GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010) e BNCC (BRASIL, 2018); as pesquisas sobre Grandezas e medidas de: Bellemain e Lima (2002), Facco (2003), Secco (2007) e Douady e Perrin-Glorian (1989, apud FERREIRA, 2010), e Ferreira (2010); e os autores da área de educação matemática: Lorenzato (2006), Rêgo e Rêgo (2006) e Passos (2006).

Além de fornecer fundamentação teórica para algumas discussões presentes nessa pesquisa, o estudo do material viabilizado por meio da pesquisa bibliográfica possibilitou a elaboração da sequência didática aqui apresentada, tendo em vista que fizemos uso de algumas orientações e ideias presentes nesse material nas etapas dessa sequência.

Os estudos realizados em torno dos documentos oficiais puderam nos proporcionar o conhecimento das orientações para o ensino de grandezas e medidas, o que nos permitiu contemplá-las nessa sequência didática e assim colaborar com o desenvolvimento das habilidades previstas por esses documentos para os alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. As pesquisas em volta de Grandezas e medidas nos possibilitaram uma maior aproximação ao tema estudado, o que nos levou a responder o problema de pesquisa: “como podemos utilizar o material manipulativo no processo de ensino e aprendizagem do cálculo de área no 6º ano do Ensino Fundamental? ”, por meio da elaboração de uma sequência didática, que foi o produto dessa pesquisa.

Dessa forma, a sequência didática proposta nessa pesquisa teve como base para as atividades, as situações que dão sentido ao conceito de área apresentados por Ferreira (2010), e as tarefas para a grandeza área, mencionadas por Santos (2015). Além disso, temos em vista que a utilização do material manipulativo pode potencializar o processo de ensino e aprendizagem. Logo, procuramos nessa sequência, abordar o conteúdo de cálculo de área por

meio de materiais manipulativos, inclusive, podendo ser produzidos pelos próprios alunos partir de recursos acessíveis, como o que foi utilizado na atividade 1, em que os alunos podem confeccionar triângulos isósceles utilizando como um dos recursos a cartolina, e nas atividades 2, 3 e 5, que abordam como material manipulativo o papel quadriculado, que também consideramos de fácil acesso.

Concluimos que, com esse trabalho de pesquisa, pudemos apresentar ao professor de Matemática, e outros profissionais da área, uma proposta de sequência didática para o ensino de cálculo de área no 6º ano do Ensino Fundamental por meio do uso de materiais manipulativos e de fácil acesso, como o papel quadriculado, o Tangram, e triângulos confeccionados a partir de cartolina.

A partir de nossas reflexões e estudos, vimos que a sequência didática proposta pode auxiliar no processo de ensino e aprendizagem do conteúdo de área de figuras planas, que entendemos de considerável importância, tanto para o currículo escolar, como para o cotidiano e outras áreas de conhecimento além da própria Matemática.

A proposta aqui apresentada pode ser modificada e adaptada para cada realidade de sala aula, desde que leve em consideração as premissas teóricas utilizadas para a elaboração das atividades da sequência.

REFERÊNCIAS

BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar; LIMA, Paulo Figueiredo. **Um estudo da noção de grandeza e implicações no ensino fundamental e médio**. Natal: SBHMat, 2002.

BENTO, Elizabeth. Plano de aula: Decompondo Áreas de Plantas Baixas. **Nova escola**. [S. l.]: Associação Nova Escola, [201-]. Disponível em: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/394/decompondo-areas-de-plantas-baixas#atividade>. Acesso em: 14 set. 2019.

BOF, Alvana Maria. **A aprendizagem dos alunos e os desafios do PNE**. Brasília: Inep/MEC, 2016.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministério do Planejamento, Orçamento e Gestão. **Atlas do Censo Demográfico 2010**. Rio de Janeiro: IBGE, 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

FACCO, Sonia Regina. **Conceito de Área**: uma proposta de ensino-aprendizagem. 2003. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003.

FERREIRA, Lúcia Fátima Durão. **A construção do conceito de área e da relação entre área e perímetro no 3º ciclo do ensino fundamental**: estudos sob a ótica da teoria dos campos conceituais. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010.

FERREIRA, Lúcia Fátima Durão; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar. A aprendizagem e o ensino de grandezas geométricas no 6º ano: quais as raízes dos entraves enfrentados pelos alunos? In: SIMPÓSIO LATINO DE DIDÁTICA DA MATEMÁTICA, 1., 2016, Bonito, MS. **Anais [...]**. Campo Grande, MS: DDMat, 2016.

FERREIRA, Lúcia Fátima Durão; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar. **Estratégias utilizadas por alunos do 6º ano em questões da OBEMEP sobre as grandezas comprimento e área**. 2013. Disponível em: http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/XIENEM/pdf/2899_1501_ID.pdf. Acesso em: 10 ago. 2019.

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática. **Boletim da SBEM**. SBM: São Paulo, ano 4, n. 7, 1990.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas-SP: Autores Associados, 2006. (Coleção Formação de Professores).

FRANCHI, Anna; CARVALHO, Dione Lucchesi. Aspectos Cognitivos da Construção do

Conceito de Área. In: FRANCHI, Anna *et al.* **Geometria do 1º grau**: da composição e da decomposição de figuras às fórmulas de área. São Paulo: CLR Balieiro, 1992.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar Projetos de Pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2002.

GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA. Secretaria de Educação e Cultura. **Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental: Matemática**. João Pessoa: SEC/ Grafset, 2010.

LIMA, Paulo Figueiredo; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar. Grandezas e medidas. In: CARVALHO, João Bosco Pitombeira Fernandes de. (coord.). **Matemática: Ensino Fundamental**. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2010. v. 17. (Coleção Explorando o Ensino).

LIMA, Alana. **Ensino de Grandezas e medidas**: uma proposta com materiais didáticos manipuláveis para o 6º ano do ensino fundamental. 2017. Dissertação (Mestrado) – Mestrado em Ensino de Ciência e Tecnologia, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, 2017.

LORENZATO, Sérgio. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, Sérgio (org.). **O Laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. São Paulo: Autores Associados, 2006.

MURARI, Claudemir. Experienciando Materiais Manipulativos para o Ensino e a Aprendizagem da Matemática. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 187-211, dez. 2011. Disponível em: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=291223514010>. Acesso em: 05 ago. 2019.

OLIVEIRA, Maria Marly de. **Sequência Didática Interativa na formação de professores**. Petrópolis: Vozes, 2013.

PASSOS, Carmen Lúcia Brancaglioni. Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática. In: LORENZATO, Sérgio (org.). **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006.

PRODANOV, Cleber Cristiano; FREITAS, Ernani Cesar de. **Metodologia do Trabalho Científico**: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico. 2. ed. Novo Hamburgo: Universidade Feevale, 2013.

PEREZ, Marlene. **Grandezas e Medidas**: representações sociais de professores do ensino fundamental. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Paraná – UFPR, Curitiba, 2008.

RÊGO, Rômulo Marinho do; RÊGO, Rogéria Gaudencio do. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática. In: LORENZATO, Sérgio (org.). **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006.

SANTOS, Edilene Simões Costa dos; MUNIZ, Cristiano Alberto; GASPAR, Maria Terezinha Jesus. **A construção do conceito de área a partir de atividades fundamentais na história da matemática**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

SANTOS, Marilene Rosa dos. **A Transposição Didática do conceito de área de figuras geométricas planas no 6º ano do ensino fundamental**: um olhar sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático. 2015. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-graduação em Ensino das Ciências) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2015

SANTOS, Marilene Rosa dos; SANTOS, Marcelo Câmara dos. O conceito de Área de figuras geométricas planas no livro didático de Matemática do 6º ano do Ensino Fundamental: um olhar sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático. **Em Teia**, Pernambuco, v. 6, n. 2, 2015.

SANTOS, Osane Oliveira; LIMA, Mary Gracy e Silva. **O processo de ensino-aprendizagem da disciplina matemática**: possibilidades e limitações no contexto escolar. [S. l.: s. n.], [2010]. Disponível em:
<https://www.uespi.br/prop/siteantigo/XSIMPOSIO/TRABALHOS/PRODUCAO/Ciencias%20da%20Educacao/O%20PROCESSO%20DE%20ENSINO-APRENDIZAGEM%20DA%20DISCIPLINA%20MATEMATICA-POSSIBILIDADES%20E%20LIMITACOES%20NO%20CONTEXTO%20ESCOLAR.pdf>.
 Acesso em: 12 set. 2019.

SECCO, Anderson. **Conceito de área**: da composição e decomposição até as fórmulas. 2007. Dissertação (Mestrado) Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, PUC/SP, São Paulo, 2007.

TURRIONI, Ana Maria Silveira; PEREZ, Geraldo. Implementando um laboratório de educação matemática para apoio na formação de professores. *In*: LORENZATO, Sérgio (org.). **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006.