UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Vitor Ribeiro Da Silva Cavalcante

Atividades com o GeoGebra que contemplam habilidades da BNCC para o estudo de funções quadráticas no Ensino Médio

Rio Tinto – PB
2022

Vitor Ribeiro Da Silva Cavalcante

Atividades com o GeoGebra que contemplam habilidades da BNCC para o estudo de funções quadráticas no Ensino Médio

Trabalho Monográfico apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof. Dra. Cibelle de Fatima Castro de Assis

Rio Tinto – PB
2022

C376a Cavalcante, Vitor Ribeiro da Silva.
Atividades com o geogebra que contemplam habilidadesda BNCC para o estudo de funções quadráticas no Ensino Médio / Vitor Ribeiro da Silva Cavalcante. - Rio Tinto,2022.
56 f. : il.

Orientação: Cibelle de Fatima Castro de Assis.TCC (Graduação) - UFPB/CCAE.

1. Geogebra. 2. Função quadrática. 3. Habilidades. 4. Registo de representação. I. Assis, Cibelle deFatima Castro de. II. Título.

UFPB/CCAE CDU 37

Atividades com o GeoGebra que contemplam habilidades da BNCC para o estudo de funções quadráticas no Ensino Médio

Trabalho Monográfico apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

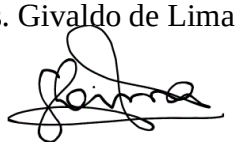
Orientadora: Prof. Dra. Cibelle de Fatima Castro de Assis

Aprovado em: 14 / 12 / 2022

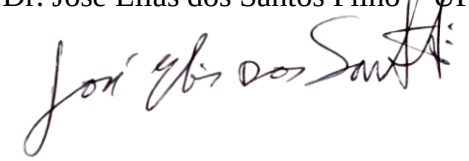
BANCA EXAMINADORA

Prof. Dra. Cibelle de Fatima Castro de Assis - UFPB/DCX

Prof. Ms. Givaldo de Lima – UFPB/DCX



Prof. Dr. José Elias dos Santos Filho – UFPB/DCX



RESUMO

Neste trabalho buscamos respostas para a seguinte pergunta: *Que tipo de tarefas no Geogebra contemplam habilidades do Ensino Médio da BNCC relativas a interpretações gráficas de funções quadráticas?* Para responder à essa pergunta, realizamos uma pesquisa do tipo qualitativa, exploratória e bibliográfica, quanto a natureza do objeto, quanto ao objetivo da pesquisa e quanto ao levantamento de dados, respectivamente. Quanto aos procedimentos metodológicos, a pesquisa foi desenvolvida por etapas. Etapa 1 - Construção da fundamentação teórica utilizando como referencial as competências e habilidades da BNCC relativas ao objeto Matemática função polinomial do 2º grau do Ensino Médio. Etapa 2 - Discussão dos conceitos de representação e registros de representação e dos tipos de tarefas propostas no ambiente do Geogebra. Etapa 3 – Escolha de três propostas de tarefas retirada do site do Geogebra. Etapa 4- Análise das tarefas a partir do referencial teórico construído utilizando como categorias: 1) habilidade da BNCC; 2) tratamento ou conversão de registros e 3) tipo de tarefa matemática. Na tarefa 1 – Construção do gráfico da função quadrática, identificamos as habilidades EM13MAT402 e EM13MAT502, tivemos como registro de representação as formas de tabela, gráfico cartesiano e a forma algébrica. Podemos classificar essa tarefa como investigativa. Na tarefa 2 – Representações para funções quadráticas, identificamos as habilidades EM13MAT402 e EM13MAT502, tivemos como registro de representação. Na tarefa 3 – Representações gráfica e algébrica da parábola, identificamos a habilidade EM13MAT402, tivemos como registro de representação as formas de gráfico cartesiano. Podemos classificar essa tarefa como investigativa. Nesta pesquisa, pretendemos trazer um olhar para o uso do GeoGebra associado com as habilidades da BNCC. Essa pesquisa nos levou a refletir sobre a articulação dos registros de representação para a compreensão do objeto função polinomial do 2º grau e o estudo do que é necessário para os alunos do Ensino Médio. Destacamos que as tarefas discutidas se complementam no estudo das funções polinomiais do 2º grau focando no desenvolvimento das habilidades para esse objeto de estudo.

Palavras- chave: Geogebra. Função quadrática. Habilidades. Registro de representação.

ABSTRACT

In this work, we seek answers to the following question: What kind of tasks in Geogebra do BNCC High School skills include in relation to graphical interpretations of quadratic functions? To answer this question, we carried out a qualitative, exploratory and bibliographical research, regarding the nature of the object, regarding the objective of the research and regarding the data collection, respectively. As for the methodological procedures, the research was developed in stages. Step 1 - Construction of the theoretical foundation using as a reference the competences and abilities of the BNCC related to the Mathematical object polynomial function of the 2nd grade of High School. Step 2 - Discussion of the concepts of representation and representation records and the types of proposed tasks in the Geogebra environment. Step 3 – Choose from three proposed tasks taken from the Geogebra website. Step 4- Analysis of the tasks based on the theoretical framework constructed using the following categories: 1) BNCC skill; 2) treatment or conversion of records and 3) type of mathematical task. In task 1 – Construction of the graph of the quadratic function, we identified the skills EM13MAT402 and EM13MAT502, we had the forms of table representation, Cartesian graph and algebraic form as representation records. We can classify this task as investigative. In task 2 – Representations for quadratic functions, we identified the skills EM13MAT402 and EM13MAT502, which we had as a representation record. In task 3 – Graphic and algebraic representations of the parabola, we identified the skill EM13MAT402, we had Cartesian graph forms as a representation record. We can classify this task as investigative. In this research, we intend to bring a look at the use of GeoGebra associated with the skills of the BNCC. This research led us to reflect on the articulation of representation registers for understanding the object polynomial function of the 2nd degree and the study of what is necessary for high school students. We emphasize that the tasks discussed complement each other in the study of 2nd degree polynomial functions, focusing on the development of skills for this object of study.

Keywords: Geogebra. Quadratic function. Skills. Representation registration.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Equação do 2º grau no software do Geogebra 14
Figura 2: Hipótese fundamental de aprendizagem: estrutura da representação em função de conceitualização 16
Figura 3: Interface da Tarefa 1 27
Figura 4: Exemplos de resultados obtido na Tarefa 1 – Questionamento 1 28
Figura 5: Exemplo de resultado obtido na Tarefa 1 – Questionamento 2 29
Figura 6: Exemplo de parábola com a e c > 0 e b<0 /Tarefa 1 – Questionamento 3 30
Figura 7: Exemplo de parábola com a < 0 e a, b > 0 / Tarefa 1 – Questionamento 3 30
Figura 8: Exemplo de parábola com a >0 e b, c < 0 / Tarefa 1 – Questionamento 3 31
Figura 9: Primeira interface do Geogebra na Tarefa 2 33
Figura 10: Exemplos de parábolas na Tarefa 2 - Concavidade voltada pra cima/ baixo 34
Figura 11: Experimentando o coeficiente "a" com valor nulo 35
Figura 12: Exemplo de parábola que não intercepta o Eixo X 36
Figura 13: Exemplo de parábola que intercepta o Eixo X em apenas um ponto 36
Figura 14: Representação gráfica do enunciado do item e) 37
Figura 15: Resposta para item e) da Tarefa 2 37
Figura 16: Tela inicial da Tarefa 3 39
Figura 17: Campo de entrada 40
Figura 18: Função plotada 40
Figura 19: Proposta da tarefa 3 - Controle deslizante para variar o coeficiente "a" 40
Figura 20: Situação 3 da Tarefa 3 41
Figura 21: Controles deslizantes para os coeficientes "a" e "k" 42
Figura 22: Gráficos da Situação 4 43
Figura 23: Experimentações para $y = a(x - h)^2$ 44
Figura 24: Parábolas e deslocamentos no eixo x 45
Figura 25: Estudo do eixo de simetria da parábola 46
Figura 26: Trajetória parabólica 47
Figura 27: Coeficiente "a" relacionado com as duas raízes 48

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Equação do 2º grau em formato de tabela 14

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 9
1.1 Delimitação do Tema e Problema de Pesquisa 9
1.2 Justificativa 10
1.3 Objetivos 12
1.3.1 Objetivo Geral 12
1.3.2 Objetivos Específicos 12

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA 13
2.1 Função quadrática: registros de representação algébrica e geométrica 13
2.2 Funções Quadráticas na BNCC do Ensino Médio: competências e habilidades 18
2.3 Geogebra como recurso para o estudo das Funções Quadráticas 21
2.4 Propostas de tarefas matemáticas e o Geogebra 23

3 LEVANTAMENTO E ANÁLISE DAS TAREFAS COM O GEOGEBRA 26
3.1 Classificação da Pesquisa e Procedimentos Metodológicos 26
3.2 As tarefas com o Geogebra 27
3.2.1 Apresentando a Tarefa 1 – Construção do gráfico da função quadrática 27
3.2.2 Analisando a Tarefa 1 – Construção do gráfico da função quadrática 31
3.2.3 Apresentando a Tarefa 2 – Representações para função quadrática 32
3.2.4 Analisando a Tarefa 2 - representações para funções quadráticas 38
3.2.5 Apresentando a Tarefa 3 – Representações gráfica e algébrica da parábola 39
3.2.6 Analisando a Tarefa 3 – Representações gráfica e algébrica da parábola 48

4 RESULTADOS E CONCLUSÕES 50

REFERÊNCIAS 53

1 INTRODUÇÃO

1.1 Delimitação do Tema e Problema de Pesquisa

A utilização de tecnologias na educação tem como finalidade auxiliar no processo de ensino e aprendizagem. O uso de recursos tecnológicos como os computadores, os smartphones, e as calculadoras, entre outros exemplos, pode proporcionar aos alunos um processo de aprendizagem diferenciada, mas deve provocar no professor questionamentos sobre sua utilização e a relação com os objetivos de aprendizagem.

O uso desses recursos pelo aluno permite a construção e a manipulação do conteúdo fazendo comparações e análises, além de permitir o trabalho colaborativo entre os colegas da turma. Ao professor, as tecnologias propõem um ensino mais dinâmico, confrontando teoria e prática. Segundo Sales et al (2017, p. 46), a temática do uso de tecnologias na Educação "[...] tem sido alvo de estudo de educadores que buscam alternativas para tentar contornar e transformar os espaços de aprendizagem em locais mais agradáveis".

Quando falamos do uso de tecnologias no ensino não nos referimos ao uso de datashow e notebook para apresentação de slides, mas a algo dinâmico no qual os estudantes possam experimentar, conhecer e assim construir conceitos, interagindo de forma divertida com os conteúdos, especificamente os de Matemática.

A Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018) apresenta competências e habilidades que consideram o uso de recursos tecnológicos para apoiar o processo de ensino e aprendizagem em Matemática. Esses recursos são softwares educacionais, computadores, jogos (de tabuleiro ou online), entre outros. Como podemos ver, dentre essa variedade, os softwares de geometria dinâmica têm destaque.

Também na BNCC (BRASIL, 2018), encontramos competências e habilidades específicas do Ensino Médio que fazem referência ao uso de recursos tecnológicos integrados à exploração de diferentes representações de objetos matemáticos. Nesse mesmo documento observamos algumas habilidades que contemplam essa interpretação gráfica e análise de dados, é o caso das três habilidades do Ensino Médio:

- EM13MAT402 - Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica. (BRASIL, 2018, p. 543)

- EM13MAT502 - Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$. (BRASIL, 2018, p. 543)

- (EM13MAT503) Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais. (BRASIL, 2018, p. 543)

Como podemos observar essas habilidades propõem o uso de tecnologias como os softwares para construção e interpretação gráficas de funções polinomiais do 2° grau, como também mencionam os registros de representação no estudo das funções. Dessa forma, buscaremos responder à seguinte questão norteadora dessa pesquisa: *Que tipo de tarefas no Geogebra contemplam habilidades do Ensino Médio da BNCC relativas a interpretações gráficas de funções quadráticas?*

Assim, nesta pesquisa realizamos um estudo bibliográfico considerando os tipos de propostas construídas no software de geometria dinâmica GeoGebra que atendam aos comandos das habilidades citadas.

1.2 Justificativa

O tema dessa pesquisa surgiu a partir de razões pessoais e profissionais que justificam a sua escolha. Iniciei os estudos na área de Informática aplicada a Matemática, no segundo período do curso de Licenciatura em Matemática da UFPB/Campus IV, no ano de 2018. Na ocasião, fui apresentado ao Software Geogebra e consegui vislumbrar diversas oportunidades de ensinar e conhecer os conceitos de funções quadráticas de forma mais detalhada, além do dinamismo do Software, tornando o estudo do conteúdo ainda mais atrativo. Esse interesse pelas tecnologias voltadas para o ensino de Matemática foi acentuado com a minha experiência no Programa Institucional de Bolsa de Iniciação Científica – PIBIC, no ano de 2018 a 2019. Desde o início do projeto tive interesse em aprender a manusear o software e trabalhar os conteúdos da Matemática nele. Dentre esses conteúdos o que tive maior vínculo foi o estudo de funções polinomiais do 1º e 2º grau devido à grande dificuldade que tive durante o Ensino Médio. A partir de então, busquei aprofundar meus conhecimentos sobre a ferramenta. Após uma tentativa sem sucesso devido a sua grande procura, consegui ingressar no curso gratuito sobre o GeoGebra disponível pela Universidade Estadual do Paraná - UNESPAR - APUCARANA que conta com o apoio da fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Mato

Grosso – FAPEMAT, seus coordenadores e administradores, sem fins lucrativos. Um curso com várias possibilidades de abordagens dos conteúdos matemáticos, seja ele uma função, uma imagem, uma sequência, um sólido, entre outros exemplos.

Cabe destacar que o Geogebra é um software de geometria dinâmica muito usado pelos professores, estudado em muitas pesquisas de mestrado e doutorado e discutidos em cursos de formação de professores no Brasil, principalmente, a partir de 2012 (AMARAL; FRANGO, 2014; CYRINO; BALDINI, 2012).

Entre as razões profissionais que justificam a escolha do tema e da investigação da pesquisa na linha da formação de professores, destacamos: a necessidade do professor de adotar e saber usar tecnologias em favor do ensino e da aprendizagem, a exemplo do software de geometria dinâmica Geogebra; 2) de promover e refletir sobre situações que possam potencializar os processos de compreensão do estudo de funções quadrática através do conhecimento dos registros de representação e, por fim, 3) se adequar a proposta de ensino por competências e habilidades trazidas com a BNCC.

O professor precisa adotar as ferramentas tecnológicas buscando melhorar a qualidade do ensino e da aprendizagem, necessidade esta, que surge com as constantes inovações na sociedade e na tecnologia. Logo, como futuros professores de Matemática, temos a responsabilidade de cada vez mais contribuir com esse ensino e sermos (co) responsáveis pelo nosso processo formativo.

As dificuldades e a resistência dos professores com o uso das tecnologias podem ter várias razões, como, por exemplo, a falta de acesso à essas ferramentas na formação inicial. Entretanto, os professores são capazes de se reinventar, rever seus conceitos e ter um novo olhar para o uso das tecnologias, a exemplo do que aconteceu durante a pandemia da COVID-19 com as aulas no modelo remoto de ensino. Vários estudos indicam as contribuições das tecnologias para os processos de aprendizagem em matemática. Em particular, por exemplo, foi o caso de Abreu (2002) que desenvolveu uma pesquisa que investigou a aprendizagem dos alunos a partir de uma sequência didática sobre representação gráfica e leitura de gráficos de funções polinomiais de primeiro e de segundo graus, no modelo remoto. A autora verificou que:

> [...] o uso de diferentes esquemas representativos, que enfatizam diferentes tipos de inteligências pode ser útil e eficaz no ensino e no desenvolvimento do raciocínio lógico dos alunos. Ao analisar essa pesquisa foi observado que os alunos ao realizarem as atividades utilizando os métodos convencionais, tiveram muita dificuldade para construir os gráficos, porém, utilizando a ferramenta tecnológica, permitiu-se que eles vissem o problema de uma perspectiva diferente. (ABREU, 2002. p. 37)

Ressaltamos a importância em repensar estratégias didático-pedagógicas atuais na educação, em que o aluno seja o foco de toda ação educativa e refletir sobre um ambiente educacional favorável ao ensino e à aprendizagem, cercado por ferramentas tecnológicas disponíveis na escola e acessíveis aos alunos (MORÁN, 2015).

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo Geral

Analisar propostas de tarefas no Geogebra quanto ao atendimento de habilidades do Ensino Médio da BNCC relativas ao estudo das Funções Quadráticas.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Levantar propostas de atividades com o Geogebra que contemplem habilidades voltadas para o estudo de Funções Quadráticas no Ensino Médio;
- Identificar nestas propostas os registros de representação utilizados;
- Classificar as propostas de acordo com o tipo de tarefa matemática com uso da geometria dinâmica.

Para a realização desses objetivos, fizemos um levantamento das habilidades associadas ao estudo de equações do 2º grau no Ensino Fundamental e sua continuidade no estudo de funções no Ensino Médio. A partir disso, procuramos atividades que envolvessem funções quadráticas no site do Geogebra. Em seguida, verificamos se contemplariam as habilidades da BNCC ou não, se nas suas resoluções poderíamos observar diferentes formas de tratamento e conversões e as classificamos de acordo com o tipo de problema proposto.

Neste trabalho visamos compartilhar nossa perspectiva sobre a utilização do GeoGebra, descrevendo como ela pode ser explorada e analisando suas potencialidades e limitações para o ensino da Matemática, bem como apresentando sugestões para o seu uso por professores interessados em ferramentas tecnológicas no ensino, no contexto de uma atividade sobre funções quadráticas com ênfase na conversão de diferentes registros de representação de um mesmo objeto matemático.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Função quadrática: registros de representação algébrica e geométrica

O ensino de Matemática em nível escolar tem como objetivo e expectativa que os alunos desenvolvam um tipo especial de pensamento, o pensamento algébrico. Segundo a BNCC (BRASIL, 2018, p. 270)

> o pensamento algébrico é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. Para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados. (BRASIL, 2018, p. 270)

Segundo Duval (2002), a compreensão do objeto matemático, está diretamente ligada à capacidade de coordenação de, ao menos, dois registros de representação, e essa coordenação manifesta-se pela rapidez e espontaneidade da atividade cognitiva de conversão. Por exemplo, converter uma expressão algébrica em um gráfico e reconhecer que tipo de variação num registro de representação “a” provoca no outro registro de representação “b”.

Para definir os sistemas semióticos específicos da Matemática, Duval (2012) nomeia como registro. Em sua definição o sistema semiótico cumpre, além da comunicação, funções cognitivas e de tratamento. A partir desta definição o autor faz referência a quatro tipos de registros de representação: a língua natural, os sistemas de escrita (numérica, algébrica e simbólica), os gráficos cartesianos e as figuras geométricas.

Podemos representar as funções do 2º grau na língua natural, no sistema de escrita (forma algébrica), na forma de tabelas e nos gráficos cartesianos. Na língua natural, podemos trazer como exemplo as situações problemas que envolvem funções quadráticas: “Uma tela retangular com área de 9600 cm^2 tem de largura uma vez e meia a sua altura. Quais são as dimensões desta tela?”. Por sua vez, na forma algébrica podemos ter como exemplo escritas do tipo: "Determine o valor de x na função: $x^2 + 3x + 2 = 0$". Na representação em forma de tabela (Tabela 1) podemos ter a combinação dos registros numéricos e algébricos.

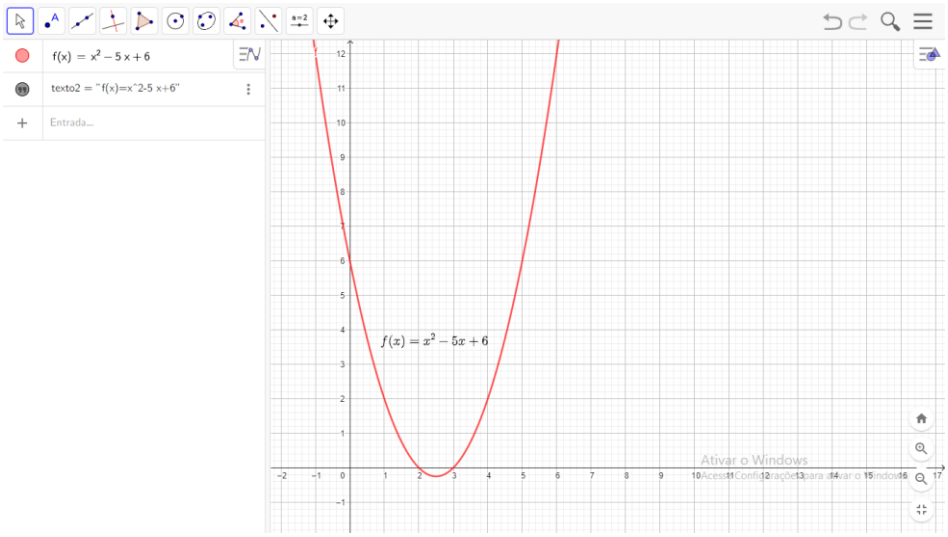
Tabela 1: Equação do 2º grau em formato de tabela

x	$y = x^2-4x+3$	(x,y)
-2	$y = (-2)^2-4(-2)+3 = 15$	(-2,15)
-1	$y = (-1)^2-4(-1)+3 = 8$	(-1,8)
2	$y = (2)^2-4(2)+3 = -1$	(2,-1)

Fonte: elaboração própria

Como exemplo de representação gráfica de uma função do 2º grau no plano cartesiano, tomemos o gráfico da função f(x) = x² - 5x + 6, a parábola construída em vermelho no Geogebra (Figura 1).

Figura 1: Equação do 2º grau no software do Geogebra



Fonte: elaboração própria

De acordo com Duval (2011), os sistemas semióticos permitem uma diversidade de representações de um mesmo objeto, aumentando as capacidades cognitivas dos sujeitos. Entretanto, do ponto de vista cognitivo, nenhuma representação é completa em relação ao objeto que representa, ou seja, cada representação revela um determinado conceito, uma determinada propriedade, enfim, uma diferente característica. Ainda, segundo o autor, a mobilização e coordenação de vários registros de representação tornam-se importantes para que os objetos matemáticos não venham a ser confundidos com suas representações e para que possam ser reconhecidos em cada uma delas.

O tratamento é uma transformação de representações que ocorre no mesmo sistema de representação. É uma transformação estritamente interna a um registro. Dessa maneira, cada registro tem um conjunto de regras próprias de tratamento e funcionamento que não são necessariamente válidas em um outro registro.

A conversão de uma representação é uma alteração que ocorre entre registros diferentes. A exibição de um objeto em um dado registro é convertida em uma representação em outro registro, que conserva a referência, mas não conserva o sentido, ou seja, não conserva as mesmas propriedades do objeto. Por esse motivo, a operação de conversão permite compreender diferentes aspectos de um mesmo objeto, conduzindo à compreensão do conceito.

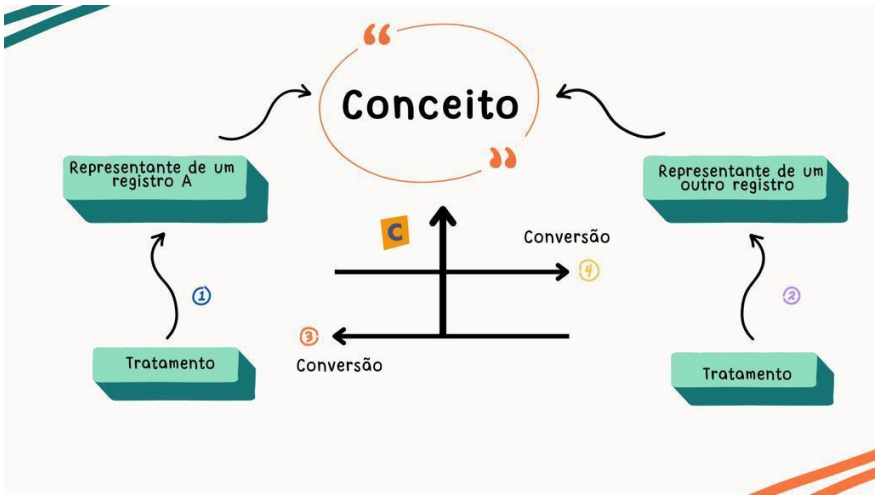
Duval (2009) salienta que o tratamento, normalmente, é a transformação que mais se prioriza no ensino. Enfatiza, ainda, que a atividade de conversão, principalmente em seus dois sentidos, é relevante para a aprendizagem em Matemática e, por isso, necessita ser levada em consideração nas atividades de ensino. São nelas que as mudanças nos registros de representação se mostram mais eficazes para a formação conceitual e transformação em saberes.

A representação no plano cartesiano de funções do tipo $y = ax^2 + bx + c$ é uma atividade de conversão. Transformar uma frase em equações matemáticas é também uma atividade de conversão. No entanto, resolver, por exemplo, uma equação do tipo $x^2 = 36$, da forma seguinte: $x = \sqrt{36} \rightarrow x = \pm 36$, é uma atividade caracterizada por Duval como sendo do tipo tratamento, pois as transformações mantêm-se em uma mesma rede semântica.

Segundo a Teoria dos Registro de representação de Duval (2011), os alunos sentem dificuldade de reconhecer o mesmo objeto matemático em diferentes formas de resolução. Portanto, é muito importante que os estudantes aprendam e saibam que existe mais de uma forma de representar e aprender conceitos, e também, os procedimentos matemáticos. Eles podem escolher a melhor representação para cada situação, seja ela de forma gráfica, na forma de tabelas, na forma geral de uma equação do 2º grau, na forma cartesiana, a mais conveniente para cada situação. A mudança de um registro para outro pode ser bem complexa, porém, muitas vezes necessária para facilitar a compreensão de um procedimento ou conceito.

A hipótese fundamental para a aprendizagem formulada por Duval (1993, p.51) é que "a compreensão (integral) de um conteúdo conceitual repousa sobre a coordenação de ao menos dois registros de representação e esta coordenação manifesta-se pela rapidez e espontaneidade da atividade cognitiva de conversão". Tal hipótese é representada por Duval pelo esquema seguinte:

Figura 2: Hipótese fundamental de aprendizagem: estrutura da representação em função de conceitualização



Fonte: adaptado de Duval (1993, p.51)

Este esquema retrata o caso mais simples de coordenação entre dois registros de representação. As flechas 1 e 2 correspondem as transformações internas a um registro de representação. As 3 e 4 as transformações externas, ou seja, as conversões por mudanças de registros. A flecha C corresponde a que Duval chama de compreensão integrativa de uma representação que supõe uma coordenação de registros.

A conversão é uma atividade cognitiva diferente e independente do tratamento. Isto pode facilmente ser observado na seguinte situação muito simples: o cálculo de uma equação do segundo grau. Alunos podem, muito bem usar a fórmula de Bhaskara e outros podem usar outros caminhos ou procedimentos matemáticos que respeitem sua formalização. Por exemplo, na resolução da função $y = x^2 - 25$, alguns alunos podem usar a fórmula de Bhaskara e outros podemos usar alguns conceitos de álgebra e resolver mais rapidamente. Vale ressaltar que nem sempre será possível fazer esse procedimento algébrico para determinar as raízes, já a formula de Bhaskara resolve qualquer equação do segundo grau, se estivermos trabalhando como o conjunto dos números reais.

A maioria dos livros didáticos traz atividades voltadas para a correspondência entre a representação algébrica para a representação gráfica, sem operar o processo inverso, tornando as representações gráficas “obscuras para a maioria dos alunos” (DUVAL, 2011, p. 98). Nesse sentido, Lucena e Gitirana (2016, p. 25) afirmam que o “que se percebe, porém, é um ensino que prioriza o tratamento algébrico e deixa a desejar a interpretação geométrica do objeto matemático representado, o que dificulta um aprofundamento maior dos conceitos em foco”.

Duval (2011) explica que há três abordagens possíveis para a representação gráfica, e elas não operam com os mesmos dados visuais do gráfico:

(1) A abordagem ponto a ponto, mais comum entre as atividades pedagógicas, é utilizada para introduzir a construção gráfica a partir da associação de um par de números a um ponto no gráfico, e vice-versa. Segundo o pesquisador, essa estratégia não permite boa interpretação do gráfico, e pode causar problemas quando se trata de converter do registro gráfico para o registro simbólico algébrico, pois se detém apenas nos pontos determinados, e não no conceito de função em si.

(2) A abordagem de extensão do traçado efetuado refere-se a uma ampliação da abordagem ponto a ponto, pois não se limita aos pontos determinados previamente, referindo-se a um conjunto infinito de pontos em potencial. Essas duas primeiras abordagens consideram, prioritariamente, os dados do traçado, e "não as variáveis visuais pertinentes da representação gráfica" (DUVAL, 2011, p. 99). Assim, "o tratamento se mantém orientado na busca de valores particulares sem se ocupar com a forma da expressão algébrica" (DUVAL, 2011, p. 99).

(3) A abordagem de interpretação global de propriedades figurais. Em outras palavras, é uma abordagem que requer um trabalho de congruência entre os dois registros de apresentação de um objeto e, nesse caso, um trabalho envolvendo a representação gráfica e algébrica de uma função, simultâneo.

Para o pesquisador, a prática sistemática da abordagem ponto a ponto não favorece a abordagem de interpretação global que é em geral deixada de lado no ensino uma vez que depende de análise semiótica visual e algébrica. "Compreende-se por que a maioria dos alunos fica aquém de uma utilização correta das representações gráficas" (DUVAL, 2011, p. 99).

Existem tarefas que propõem a construção gráfica a partir da forma algébrica. Todavia, devemos ressaltar também o processo inverso, onde a partir de uma construção gráfica poder representar esse gráfico na forma algébrica. Muitas vezes ensina-se de forma "automática", dá-se uma fórmula e pede para aplicá-la fazendo algum cálculo.

Em um artigo intitulado "O quanto precisamos de tabelas na construção de gráficos de funções", Gravina (1990) apresenta o relato de um estudo que mostra as dificuldades encontradas ao ministrar uma disciplina para uma turma de feras do curso de licenciatura em matemática da UFRGS. A autora constata o quanto os alunos estão presos ao uso de tabelas na construção de gráficos de funções, fazendo com que percam a ideia mais geral sobre o comportamento da função. Apresenta a possibilidade de como podemos, com um raciocínio

simples, obter informações sobre gráficos e formas das curvas, em que a tabela entra como um dos recursos, mas não o único.

2.2 Funções Quadráticas na BNCC do Ensino Médio: competências e habilidades

O conteúdo matemático Funções Quadráticas, ou funções polinomiais do 2º grau, é tratado, segundo a BNCC (BRASIL, 2018), a partir do 8º ano do Ensino Fundamental, na unidade temática de Álgebra. No Ensino Médio, o estudo das funções aparece no 1º ano seguindo até o 3º ano, na unidade temática de Números e Álgebra, aprofundando a discussão em relação ao Ensino Fundamental.

A BNCC (BRASIL) traz a perspectiva do ensino por competências. Esse conceito de competência, adotado pela BNCC, marca a discussão pedagógica e social das últimas décadas e pode ser inferido no texto da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), especialmente quando se estabelecem as finalidades gerais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio (Artigos 32 e 35). Elas são de extrema importância na formação dos estudantes, para que tenham exemplos concretos do objeto de estudo, inclusive sua aplicação na sociedade e a relação com outras disciplinas.

A BNCC (BRASIL, 2018, p. 8) define competência como "a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho".

No Ensino Médio, o estudo das funções, de maneira geral, aparece associado ao desenvolvimento de todas as competências específicas da Matemática e suas tecnologias. De fato, na competência, temos: "Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.". (BRASIL, 2018, p.531). O desenvolvimento dessa competência específica, que é bastante ampla, pressupõe habilidades que podem favorecer a interpretação e compreensão da realidade pelos estudantes, utilizando conceitos de diferentes campos da Matemática para fazer julgamentos bem fundamentados.

Sobre a competência 2, "Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos,

procedimentos e linguagens próprios da Matemática.". (BRASIL, 2018, p.531). O desenvolvimento dessa competência específica prevê ainda que os estudantes possam identificar aspectos consensuais ou não na discussão tanto dos problemas investigados como das intervenções propostas, com base em princípios solidários, éticos e sustentáveis, valorizando a diversidade de opiniões de grupos sociais e de indivíduos e sem quaisquer preconceitos. Nesse sentido, favorece a interação entre os estudantes, de forma cooperativa, para aprender e ensinar Matemática de forma significativa utilizando-se dos conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.

Sobre a competência 3 "Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.". (BRASIL, 2018, p.531). As habilidades indicadas para o desenvolvimento dessa competência específica estão relacionadas à interpretação, construção de modelos, resolução e formulação de problemas matemáticos envolvendo noções, conceitos e procedimentos quantitativos, geométricos, estatísticos, probabilísticos, entre outros. Podemos relacionar essa competência com a construção dos gráficos das equações do segundo grau, visto que podemos observar padrões e procedimentos matemáticos para assim conseguir construir uma fórmula geral na qual possamos fazer suas manipulações, assim, podemos resolver problemas interpretando situações nas quais uma variável está em função do quadrado da outra.

Sobre a competência 4: "Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.". (BRASIL, 2018, p.531). As habilidades vinculadas a essa competência específica tratam da utilização das diferentes representações de um mesmo objeto matemático na resolução de problemas em vários contextos, como os socioambientais e da vida cotidiana, tendo em vista que elas têm um papel decisivo na aprendizagem dos estudantes. Ao conseguirem utilizar as representações matemáticas, compreender as ideias que elas expressam e, quando possível, fazer a conversão entre elas, os estudantes passam a dominar um conjunto de ferramentas que potencializa de forma significativa sua capacidade de resolver problemas, comunicar e argumentar; enfim, ampliam sua capacidade de pensar matematicamente. Além disso, a análise das representações utilizadas pelos estudantes para resolver um problema permite compreender os modos como o interpretaram e como raciocinaram para resolvê-lo.

Sobre a competência 5: "Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de

padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.". (BRASIL, 2018, p. 531). O desenvolvimento dessa competência específica pressupõe um conjunto de habilidades voltadas às capacidades de investigação e de formulação de explicações e argumentos, que podem emergir de experiências empíricas – induções decorrentes de investigações e experimentações com materiais concretos, apoios visuais e a utilização de tecnologias digitais, por exemplo. Ao formular conjecturas com base em suas investigações, os estudantes devem buscar contraexemplos para refutá-las e, quando necessário, procurar argumentos para validá-las. Essa validação não pode ser feita apenas com argumentos empíricos, mas deve trazer também argumentos mais "formais", incluindo a demonstração de algumas proposições.

Considerando essas competências específicas, são indicadas na BNCC (BRASIL, 2018) três habilidades do Ensino Médio que contemplam a interpretação gráfica das funções polinomiais do 2º grau e análise de dados em tabelas. São elas:

> EM13MAT302 Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais. (BRASIL, 2018, p. 543).
>
> EM13MAT402 - Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais. (BRASIL, 2018, p. 543).
>
> EM13MAT502 - Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$. (BRASIL, 2018, p. 543).

Retomando Duval (2011), nota-se que nessas habilidades está presente a proposta de articulação entre os diferentes tipos de registros. Na habilidade EM13MAT302 podemos entender que o desenvolvimento dela é um tratamento, pois temos que analisar as informações para construir modelos que possam solucionar o problema. Já na habilidade EM13MAT402, é notório que se trata de uma conversão, quando na própria habilidade diz "Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano" fazendo a conversão de um meio para o outo, do algébrico para o plano cartesiano. E por último, na habilidade EM13MAT502 temos que é uma conversão, também podemos destacar na própria habilidade "Investigar relações entre números expressos em

tabelas para representá-los no plano cartesiano", na qual temos uma conversão da forma de tabela para forma cartesiana.

Nessas habilidades também observamos claramente a orientação aos professores para a utilização de software ou aplicativos para proporcionar um melhor entendimento do aluno sobre a utilização das funções para criar e estudar modelos matemáticos. Acreditamos que essas ferramentas fazem com que os alunos saiam do modelo tradicional e utilizem as ferramentas para melhorar seu desempenho escolar. Além de ser mais rápido e preciso os softwares nos trazem uma dinamicidade e uma melhor representação sobre o estudo de funções.

2.3 Geogebra como recurso para o estudo das Funções Quadráticas

Não podemos definir exatamente o que é uma tecnologia, pois há diferentes vertentes de acordo com Richit, Mocrosky e Kalinke (2015). Sobre a origem da palavra tecnologia e seus significados, Siple e Santos (2015, p. 60) afirmam que:

> A palavra tecnologia vem da junção do termo tecno, do grego techné, que é "saber fazer" e do termo logia, do grego logus, que é "razão". Há tempos, estudiosos e pesquisadores debatem sobre as fronteiras entre a ciência e a tecnologia. Em uma visão clássica, a tecnologia pode ser definida como uma aplicação prática do conhecimento científico para a solução de um determinado problema. Porém, podemos dizer que essa visão clássica não contempla, na contemporaneidade, a relação entre ciência e tecnologia porque a tecnologia não pode ser entendida apenas como um produto da ciência, pois em muitas situações elas estão conectadas e essa conexão possibilita a evolução de ambas. Percebe-se, assim, uma constante ressignificação do conceito de tecnologia, em um movimento compatível com o "fazer ciência" (SIPLE; SANTOS, 2015, p. 60).

Richit, Mocrosky e Kalinke (2015) mostram os resultados das pesquisas sobre o uso de novas tecnologias na Educação Matemática. Os participantes das pesquisas concordam sobre a importância da presença de recursos tecnológicos nos processos de ensinar e aprender matemática. (RICHIT; MOCROSKY; KALINKE, 2015, p. 129). Todavia, os autores destacam que precisa ter cuidado na aplicação de tecnologias e softwares pois, tem-se um tempo para cumprir o conteúdo previsto no currículo, e assim essas ferramentas não podem atrapalhar essa execução. E também, uma sincronia entre as metodologias de ensino e a avaliação da aprendizagem são necessárias.

No artigo de Zorzan (2007) é visto essa mesma ideia do uso da tecnologia e Educação Matemática, com falas sobre as atitudes do professor e reflexões sobre o uso de tecnologias em sala de aula. Ele conclui que a Educação Matemática, na visão da tendência da tecnologia:

> Torna-se uma ciência a ser estudada, possibilitando a reorganização do pensamento, da proposta pedagógica e da maneira de encarar o saber matemático. A ação educativa da informática na matemática deve ser possibilitadora da aprendizagem, do pensar, do indagar e construir (ZORZAN, 2007, p. 88)

Richit, Mocrosky e Kalinke (2015) afirmam que o uso de tecnologias nas práticas pedagógicas em Matemática pode trazer contribuições. Eles citam como benefícios, por exemplo, a possibilidade de levar os estudantes a produzir conhecimentos, favorecer a compreensão e "envolvem aspectos como a visualização, a simulação, o aprofundamento do pensamento matemático, a elaboração de conjecturas e validações por parte dos alunos, entre outros" (RICHIT; MOCROSKY; KALINKE, 2015, p. 134). Contudo, ao utilizar as tecnologias e softwares, é possível que os estudantes explorarem determinados conceitos que eles só conheciam através de cálculos processuais, e que nem sempre eram bem compreendidos. Igualmente, possibilita uma abordagem completamente diferente para a aprendizagem, marcando a transição entre a ação do estudante com a tecnologia e a expressão do compreendido em matemática (RICHIT; MOCROSKY; KALINKE, 2015, p. 134).

As tecnologias, tais como softwares matemáticos oferecem um ambiente muito mais rico para a aprendizagem e uma experiência docente mais dinâmica. A utilização de conteúdos digitais de boa qualidade enriquece a aprendizagem e pode, através de simulações e animações, ilustrar conceitos e princípios que de outro modo seriam muito difíceis para os estudantes (APARICI, 2012, p. 271).

Alguns autores como Gerônimo, Barros e Franco destacam que o uso do GeoGebra pode substituir o uso do caderno de "desenho".

> O software GeoGebra pode substituir satisfatoriamente o caderno de desenho geométrico. Podemos utilizar sua interface gráfica e suas ferramentas para traçar retas, ângulos, circunferências etc. uma das vantagens do uso do GeoGebra é que as construções são dinâmicas, isto é, sem a perda dos vínculos geométricos. Isso permite que o usuário faça grande quantidade de experimentações que lhe possibilite construir proposições geométricas. (2010, p.11)

Devemos lembrar que o software não pode se opor ou substituir as ferramentas já utilizadas, como os vídeos, os materiais concretos e alguns jogos educativos. Ele deve ser um recurso a mais para auxiliar o processo educativo através de suas potencialidades, como a obtenção de uma variedade de exemplos e alguns resultados de forma mais rápida.

Segundo Alves (2012a, p. 493). O GeoGebra é usado com a finalidade de complementar as situações de ensino. Além disso, proporciona momentos de resolução de atividades investigativas, irrealizáveis quando são aplicadas em um contexto de ensino que se usa somente

lápis e papel, apoiado “apenas na reprodução automática de técnicas algorítmicas sofisticadas, embora, em várias circunstâncias, desprovidas de significado conceitual para o aprendiz”.

Esse software oportuniza ainda explorar e discutir, conjuntamente, as representações gráficas de formas algébricas, ampliando o campo de compreensão dos alunos sobre o conteúdo estudado.

Outra potencialidade do uso Geogebra é sobre a possibilidade de superação de certas dificuldades dos alunos. Como professor e estudante de Matemática percebemos dificuldades encontradas durante as aulas e vimos a possibilidade de minimizar essas situações ou propiciar aulas mais atrativas com o auxílio do software GeoGebra, corroborando com a afirmação de Cyrino e Baldini (2012, p. 53) “O uso do GeoGebra pode criar um ambiente favorável a superação de dificuldades relacionadas à construção de conceitos e ideias matemáticas.”

Entretanto, quando se trata do uso das tecnologias sempre surgem questionamentos, tais como: “De que forma o aluno vai aprender a fazer contas utilizando a calculadora?”, “De que forma o aluno aprenderá a esboçar um gráfico se o computador já dá ele pronto?” E, ainda consideram que o modo “tradicional” de ensino pode ser mais efetivo.

Uma vez que percebemos que os professores têm muita dificuldade em se depreenderem das aulas tradicionais e incorporarem as novas tecnologias, ficando com receio de perder a autoridade na sala de aula. Por outro lado, reconhecemos o papel fundamental que eles têm na escolha e condução dos processos de aprendizagem dos alunos. conforme Nóbriga e Araújo (2010, s/p), na apresentação do livro Aprendendo Matemática com o GeoGebra:

> Para que possa haver aprendizagem, é necessário que o aluno reflita durante a execução das atividades, ou seja, que ele busque experimentar de diferentes maneiras, percebendo as propriedades, conjecturando e justificando... Daí a importância do professor. O papel do professor é de fundamental importância nesse processo. Ele precisa criar novos mecanismos pra fazer com que os alunos reflitam o que de fato está por trás das construções que eles estão fazendo, além de auxiliá-los nas justificativas das construções. (NÓBRIGA e ARAÚJO 2010)

Da referida citação, destaque para a importância do papel do professor no encaminhamento metodológico com uso do GeoGebra, pois será por meio dele que o conteúdo será tratado, proporcionando situações de aprendizagem, permitindo aos alunos novas descobertas.

2.4 Propostas de tarefas matemáticas e o Geogebra

Um importante elemento do planejamento de uma aula diz respeito a escolha pelo professor, do tipo de tarefa a ser realizada. Esse conhecimento sobre como as tarefas se

diferenciam favorece a proposição de situações de aprendizagem mais adequadas a objetivos de ensino distintos e são essenciais para a construção do conhecimento do aluno.

Em Matemática, por exemplo, podemos observar três caminhos para que o aluno consiga desenvolver a construção do conceito: os exercícios, os problemas e a investigação. As tarefas na perspectiva do exercício, segundo Yeo (2007) sugerem tarefas processuais, pois envolvem a prática de procedimentos conhecidos dos estudantes. Tarefas com problemas englobam tarefas de solução de problemas, uma vez que requerem a utilização de estratégias de solução de problemas pelos estudantes. Para Yeo (2007), um indivíduo considera uma tarefa um problema com base em sua experiência pessoal e profissional.

Segundo Yeo (2007) há pelo menos três diferenças entre as investigações e as tarefas de resolução de problemas:

(1) Tarefas investigativas têm objetivos mais abertos do que as tarefas de resolução de problemas;

(2) Tarefas investigativas conduzem a uma investigação que se apresenta como atividade divergente, na qual os estudantes podem definir metas diferentes a serem seguidas, ao passo que as tarefas de resolução de problemas levam a uma resolução que se apresenta como atividade convergente;

(3) Tarefas investigativas envolvem a proposição de problemas por parte dos estudantes e a resolução de problemas, enquanto as tarefas de resolução de problemas envolvem principalmente a busca racional por uma resposta para o problema proposto.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2013) também contribuem para o debate sobre atividades investigativas em Matemática. Eles consideram algumas ideias fundamentais:

(1) a formulação de questões e a exploração – ênfase na formulação de questões referentes a uma situação problemática e na exploração desta;

(2) conjecturas – produção de conjecturas;

(3) testes e reformulação – refinamento das conjecturas; e

(4) justificação e avaliação – processos de argumentação e validação dos raciocínios matemáticos constituídos pelos professores e estudantes (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2013).

De forma mais específica para tarefas com uso de geometria dinâmica, Powell e Alqahtani (2015) e Powell e Pazuch (2016) teorizam sete princípios metodológicos que tarefas investigativas de geometria dinâmica precisam contemplar, são elas:

(1) Construção: fornecer a construção de uma figura, instruções para a sua construção ou convite para a construção de uma figura com caraterísticas específicas;

(2) Interação: convidar os usuários a arrastar os pontos bases da figura e discutir o que percebem sobre o comportamento, as relações entre objetos e as relações entre relações da figura;
(3) Significado matemático: convidar os usuários a discutir os significados matemáticos de suas próprias percepções sobre o comportamento da figura;
(4) Questionamento: convidar os usuários a propor questões sobre o que percebem, os sentidos que geram matematicamente e as consequências desses processos;
(5) Engajamento: fornecer pistas que sugerem aspectos relacionados à tarefa para manter o envolvimento dos usuários no sentido de discutirem ou explicitarem afirmações para revelar o que percebem, entendem ou questionam matematicamente acerca do comportamento da figura, apontando os desafios que aprofundam os conhecimentos matemáticos envolvidos na tarefa;
(6) Linguagem matemática: fornecer a linguagem matemática formal.
(7) Feedback: convidar os usuários a revisitar algum conteúdo, generalizar uma relação, justificar uma conjectura, propor novos desafios ou formular uma pergunta no formato O que acontece se?

Utilizamos essa fundamentação teórica para a análise das propostas das tarefas com o Geogebra. No capítulo seguinte, apresentaremos as tarefas selecionadas e as habilidades da BNCC ligadas a cada proposta. Apresentaremos os tratamentos e as conversões possíveis nas atividades e caracterizaremos o uso da geometria dinâmica nessas tarefas (exercício, resolução de problemas ou de investigação).

3 LEVANTAMENTO E ANÁLISE DAS TAREFAS COM O GEOGEBRA

3.1 Classificação da Pesquisa e Procedimentos Metodológicos

A pesquisa aqui tratada tem como enfoque principal o estudo de atividades propostas no Geogebra que comtemplam a BNCC. Trata-se de uma pesquisa do tipo qualitativa, exploratória e bibliográfica, quanto a natureza do objeto, quanto ao objetivo da pesquisa e quanto ao levantamento de dados, respectivamente.

Em relação a abordagem do objeto de estudo, trata-se de uma pesquisa de natureza qualitativa, tendo em vista que o olhar é a partir do estudo e investigação da BNCC e da observação e análise das atividades do Geogebra. Como ressalta Gil (2017):

> Os usos de documentos na pesquisa qualitativa são os mais diversos. São úteis para confirmar a grafia correta, unidades, cargos ou nomes de organizações [...]. O principal valor da análise documental na pesquisa qualitativa é, pois, possibilitar a triangulação metodológica, que se refere ao uso de múltiplos métodos para obter dados tão complexos e detalhados quanto possível sobre o fenômeno (GIL, 2017, p. 127).

Em relação aos seus objetivos, a pesquisa desenvolvida é classificada por exploratória, tendo em vista que, segundo Gil (2017),

> A pesquisa exploratória tem como principal finalidade desenvolver, esclarecer e modificar conceitos e ideias, tendo em vista a formação de problemas preciosos ou hipóteses pesquisáveis para estudos posteriores [...]. Habitualmente envolvem levantamento bibliográfico e documental, entrevistas não padronizadas [...]. Com o objetivo de proporcionar visão geral (GIL, 2017, p.27).

Quanto aos procedimentos para coleta de dados, desenvolvemos uma pesquisa do tipo bibliográfica. Ela caracteriza-se pela

> [...] busca de informações bibliográficas, seleção de documentos que se relacionam com o problema de pesquisa (livros, verbetes de enciclopédia, artigos de revistas, trabalhos de congressos, teses etc.) e o respectivo fichamento das referências para que sejam posteriormente utilizadas (na identificação do material referenciado ou na bibliografia final) (Macedo, 1995, p.13)

Quanto aos procedimentos metodológicos, a pesquisa foi desenvolvida por etapas. Iniciamos pela construção da fundamentação teórica utilizando como referencial as competências e habilidades da BNCC (BRASIL) relativas ao objeto matemática função polinomial do 2º grau do Ensino Médio (Etapa 1). Em seguida, discutimos os conceitos de

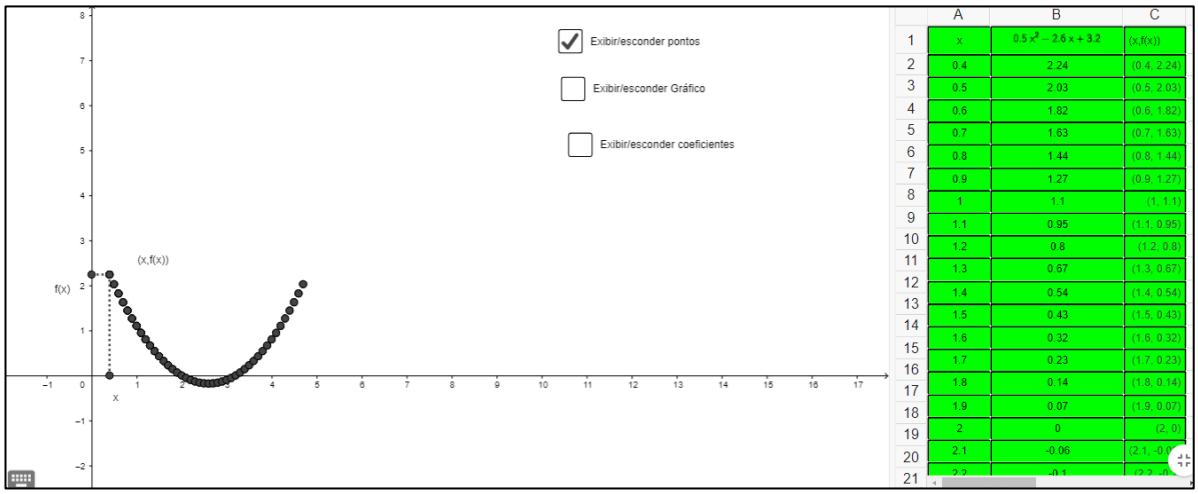
representação e registros de representação de Duval (2011) para melhor compreender as habilidades (EM13MAT302, EM13MAT402 e EM13MAT502) da BNCC identificadas na Etapa 1. Ainda nesta etapa, buscamos em Yeo um referencial para categorizar os tipos de tarefas propostas no ambiente do Geogebra. Na sequência, escolhemos e analisamos três propostas de tarefas retirada do site do Geogebra https://www.geogebra.org/ (Etapa 3). As tarefas selecionadas atendem, como pré-requisitos, ao menos, uma das habilidades da BNCC e contemplar, ao menos, um processo de conversão de dois registros de representação de uma função quadrática. Ao final (Etapa 4), fizemos a análise dessas tarefas a partir do referencial teórico construído utilizando como categorias: 1) habilidade da BNCC; 2) tratamento ou conversão de registros e 3) tipo de tarefa matemática.

3.2 As tarefas com o Geogebra

3.2.1 Apresentando a Tarefa 1 – Construção do gráfico da função quadrática

A Tarefa 1 é do autor Jorge Cássio e traz como título original "Construção do gráfico da Função quadrática" (Figura 3). O link para acesso da proposta na plataforma do Geogebra é https://www.geogebra.org/m/dn2prpem.

Figura 3: Interface da Tarefa 1



Fonte: https://www.geogebra.org/m/dn2prpem

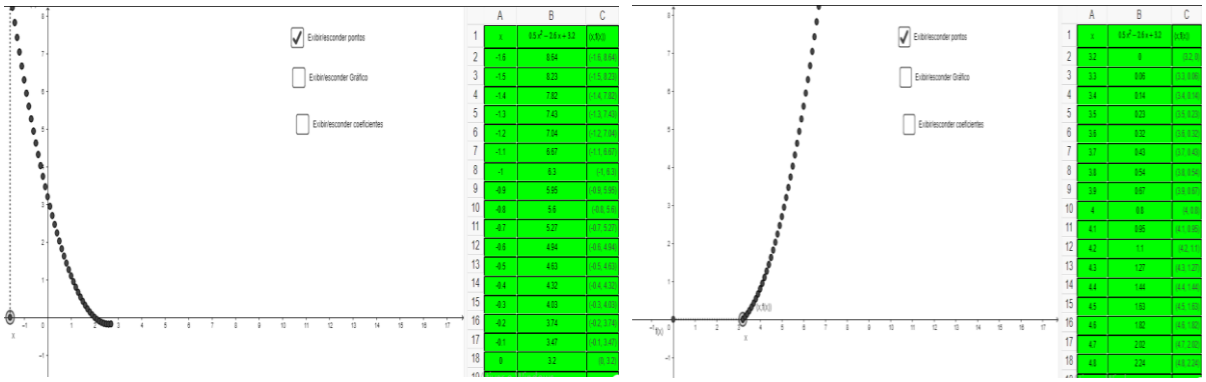
A interface apresentada da atividade no software Geogebra tem duas entradas. A primeira que é a interface inicial da plataforma, nos mostra um plano cartesiano com os dois

eixos (abcissas e ordenadas); a segunda entrada trata-se de uma tabela. Também temos alguns comandos deixados na primeira interface do programa descritos como “Exibir/esconder pontos”, “Exibir/esconder gráfico” e “Exibir e esconder coeficientes”

A primeira interface, a do plano cartesiano, está associada a segunda, que é a tabela, onde mostra a função f (x) = 0,5x² -2,6x + 3,2 na segunda coluna. Na segunda interface, podemos observar três colunas: na primeira, temos o valor da variável x; na segunda coluna, temos o resultado da função após aplicarmos o valor da variável x; e na terceira coluna, temos a representação de pares ordenados, no qual, são os valores de x e f (x), que são apresentados na primeira e segunda coluna, respectivamente.

Como proposta de atividade para o aluno, o autor apresenta três questionamentos. O primeiro: “Movimente o ponto x sobre eixo das abcissas. O que você observa?”. Com o questionamento, o autor nos motiva a fazer a dinâmica na primeira interface, movendo os pontos de forma ordenada e organizada formando, no plano cartesiano, uma parte do gráfico (parábola) da função. Quando fazemos esse processo de movimentação na primeira interface, conseguimos observar as alterações na segunda interface também. Ou seja, junto com o plano, a tabela vai variando de acordo com o movimento feito sobre o ponto que está no eixo das abscissas (Figura 4).

Figura 4 : Exemplos de resultados obtido na Tarefa 1 – Questionamento 1



No segundo questionamento, o autor propõe: “Desmarque a caixa ‘Exibir/esconder pontos’. Clique com o botão direito do mouse sobre o ponto (x, f (x)) e marque a caixa ‘mostrar traço’. Arraste o ponto x. O que você observa?”

Nesta segunda parte conseguimos observar que o autor propõe a construção do gráfico junto com o movimento do par ordenado, fazendo com que todos os pares ordenados fiquem marcados formando a parábola. Com o movimento feito pela primeira interface, novamente a tabela vai acompanhando e mostrando quais são aqueles pontos marcados (Figura 5).

Figura 5: Exemplo de resultado obtido na Tarefa 1 – Questionamento 2

Fonte: Elaboração própria

No terceiro questionamento, o autor propõe: “Desmarque a caixa "mostrar traço". Marque a caixa "Exibir/esconder gráfico" e a caixa "Exibir/esconder coeficientes". Altere os coeficientes "a", "b" ou "c". O que você observa?”

O comando dado propõe a reflexão de alguns aspectos gráficos importantes no estudo de funções quadráticas. Quando mudamos o coeficiente “a” podemos observar o coeficiente em três fases, quando “a” é maior que zero ($a > 0$), a parábola fica com a concavidade voltada para cima; quando “a” é menor que zero ($a < 0$), a parábola fica com a concavidade voltada para baixo e quando “a” é igual a zero ($a = 0$), observamos que a equação deixa de ser do segundo grau.

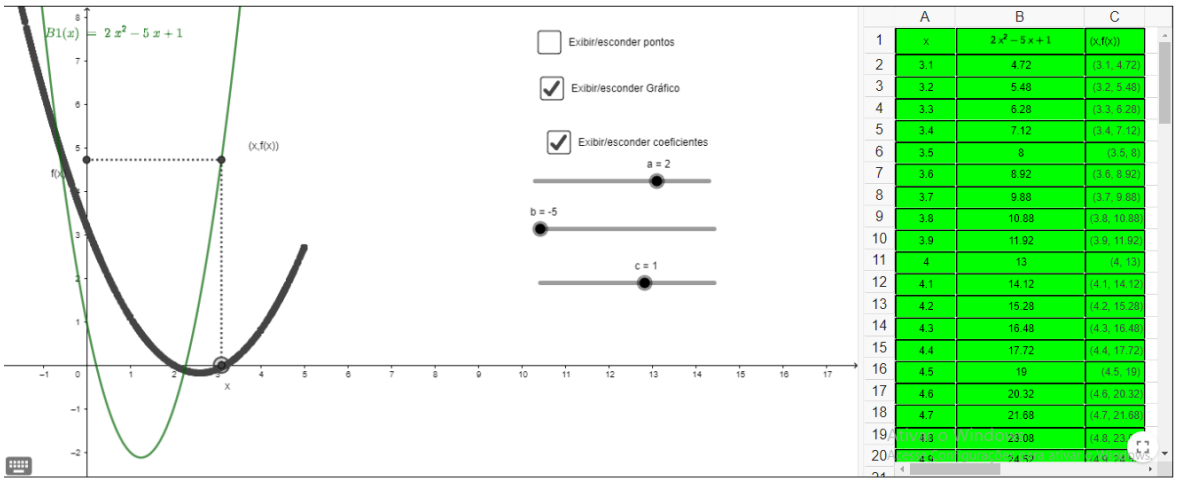
Quando alteramos o coeficiente “b” podemos observar que: quando o coeficiente “b” é maior que zero ($b > 0$), temos que a função faz um movimento de rotação tomando como ponto fixo o termo independente da função que é o coeficiente “c”. Esse movimento quando b é maior que zero ($b > 0$) é para o lado direito do eixo das abscissas no sentido crescente do eixo, porém, quando o coeficiente “b” é menor que zero ($b < 0$), observamos que o movimento de rotação é para o lado esquerdo no sentido decrescente do eixo das abcissas. Por último, quando o coeficiente “b” é igual a zero ($b = 0$), conseguimos observar que o vértice da função vai ficar sobre o eixo y, também conhecido como eixo das ordenadas, independente se alteramos o coeficiente “a” e “c” o coeficiente “b” permanece sobre o eixo y.

Quando variamos o coeficiente “c” podemos observar que a parábola se mantém em relação a abertura e angulação, mas ela translada tanto para cima como para baixo, alterando justamente onde a parábola vai interceptar o eixo das ordenadas e fazendo o movimento de translação sobre o eixo y. O par ordenado que representa o coeficiente “c” como já falado

anteriormente, poderá ser visto como um ponto de rotação para a função em qualquer ponto sobre o eixo y que o termo independente “c” fique.

Nas figuras a seguir, exemplificamos o que ocorre com a parábola quando a função varia os valores da a, b e c.

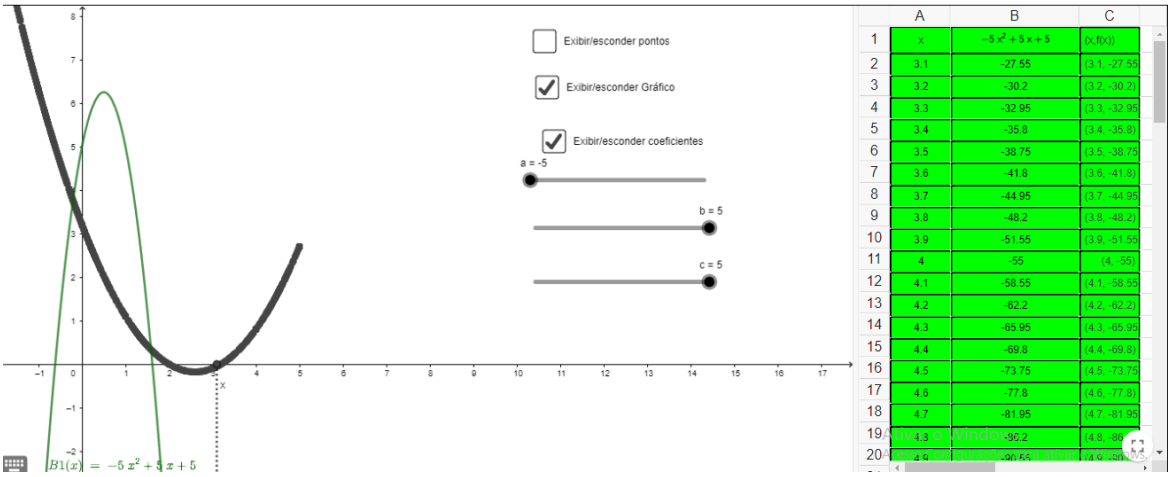
Figura 6 : Exemplo de parábola com a e c > 0 e b<0 /Tarefa 1 – Questionamento 3



	A	B	C
1	x	$2x^2 - 5x + 1$	(x,f(x))
2	3.1	4.72	(3.1, 4.72)
3	3.2	5.48	(3.2, 5.48)
4	3.3	6.28	(3.3, 6.28)
5	3.4	7.12	(3.4, 7.12)
6	3.5	8	(3.5, 8)
7	3.6	8.92	(3.6, 8.92)
8	3.7	9.88	(3.7, 9.88)
9	3.8	10.88	(3.8, 10.88)
10	3.9	11.92	(3.9, 11.92)
11	4	13	(4, 13)
12	4.1	14.12	(4.1, 14.12)
13	4.2	15.28	(4.2, 15.28)
14	4.3	16.48	(4.3, 16.48)
15	4.4	17.72	(4.4, 17.72)
16	4.5	19	(4.5, 19)
17	4.6	20.32	(4.6, 20.32)
18	4.7	21.68	(4.7, 21.68)
19	4.8	23.08	(4.8, 23.)
20			

Fonte: elaboração própria

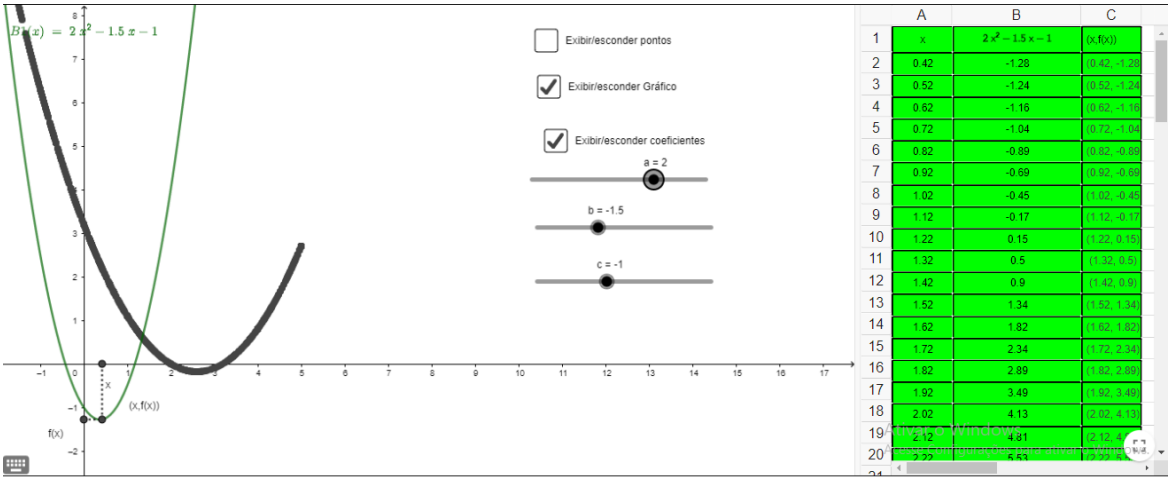
Figura 7 : Exemplo de parábola com a < 0 e a, b > 0 / Tarefa 1 – Questionamento 3



	A	B	C
1	x	$-5x^2 + 5x + 5$	(x,f(x))
2	3.1	-27.55	(3.1, -27.55)
3	3.2	-30.2	(3.2, -30.2)
4	3.3	-32.95	(3.3, -32.95)
5	3.4	-35.8	(3.4, -35.8)
6	3.5	-38.75	(3.5, -38.75)
7	3.6	-41.8	(3.6, -41.8)
8	3.7	-44.95	(3.7, -44.95)
9	3.8	-48.2	(3.8, -48.2)
10	3.9	-51.55	(3.9, -51.55)
11	4	-55	(4, -55)
12	4.1	-58.55	(4.1, -58.55)
13	4.2	-62.2	(4.2, -62.2)
14	4.3	-65.95	(4.3, -65.95)
15	4.4	-69.8	(4.4, -69.8)
16	4.5	-73.75	(4.5, -73.75)
17	4.6	-77.8	(4.6, -77.8)
18	4.7	-81.95	(4.7, -81.95)
19	4.8	-86.2	(4.8, -86.
20			

Fonte: elaboração própria

Figura 8 : Exemplo de parábola com a >0 e b, c < 0 / Tarefa 1 – Questionamento 3



Fonte: elaboração própria

Podemos observar que a primeira função feita, a que foi solicitado que exibisse o rastro, permanece no mesmo local com sua respectiva cor (preta), já as novas funções criadas através dos controles deslizantes são representadas pela cor (verde).

3.2.2 Analisando a Tarefa 1 – Construção do gráfico da função quadrática

De acordo com as habilidades da BNCC, essa atividade pode estar associada a duas das habilidades mencionadas neste trabalho EM13MAT402 e EM13MAT502.

> EM13MAT402 - Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais. (BRASIL, 2018, p. 543).

> EM13MAT502 - Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$. (BRASIL, 2018, p. 543).

A habilidade EM13MAT402 fala na conversão da representação da forma algébrica da função polinomial para o plano cartesiano podendo ter auxílio de um software de geometria dinâmica. Desde o primeiro questionamento, o autor propõe, de forma implícita, a construção do gráfico, fazendo com que o aluno possa observar o movimento de (x e f (x)), de acordo com a união de todos os pares ordenado, obtendo a ilustração gráfica. Pode-se observar na tabela

valores para a variável independente x, a função do segundo grau expressa através da formula geral ($f(x) = x^2 + bx + c$) e o par ordenado feito por x e f (x).

A habilidade EM13MAT502 fala da relação da tabela com o plano cartesiano, onde devemos investigar padrões e criar conjecturas para representar de forma geral a expressão algébrica. O autor em seus questionamentos não levanta nenhuma relação da interface do plano cartesiano com a interface da tabela, deixando de forma implícita essa relação.

Considerando os estudos de Duval (2011) em sua Teoria dos Registro de representação, nessa Tarefa 1, apresentam-se três dessas representações: em forma de tabela, em forma de gráfico cartesiano e em forma de expressão algébrica. Como também, podemos observar uma relação de conversão, onde ficamos variando seus coeficientes e observando a mudança gráfica, fazendo de forma rápida, clara e precisa essa construção.

Trazendo as três abordagens para a representação gráfica de Duval (2011), temos que nessa Tarefa 1 foi trabalhada a abordagem ponto a ponto, podendo ser observado no primeiro questionamento, onde a função está representada por alguns pares ordenados e ele nos motiva a movê-los e como o pesquisador mesmo fala, essa abordagem não permite uma boa interpretação gráfica. Assim, no segundo comando feito na Tarefa 1, deixa bem claro a visão da abordagem de extensão do traçado, que é uma ampliação do primeiro questionamento, mantendo assim o tratamento da função. E em seu último comando, a proposta da Tarefa 1 faz com que possamos alterar os coeficientes construindo novas funções quadráticas e ao mesmo tempo observar a construção gráfica da mesma função, completando assim a abordagem de Duval (2011), no qual diz que a o estudo simultâneo das duas representações.

Analisando a Tarefa 1 a partir do tipo de tarefa matemática segundo Yeo (2007) temos que a Tarefa 1 segue o primeiro pensamento de atividades investigativas, que têm objetivos mais abertos do que as tarefas de resolução de problemas, fazendo com que o estudante tenha uma análise do conceito, diferente de uma atividade que busca a solução para situações-problemas. Consideramos a proposta didática da tarefa interessante, pois faz com o aluno consiga criar conjecturas no estudo das funções do segundo grau, articulando diferentes registros (como do gráfico cartesiano, tabela e a forma algébrica), para o desenvolvendo das duas habilidades identificadas no seu enunciado.

3.2.3 Apresentando a Tarefa 2 – Representações para função quadrática

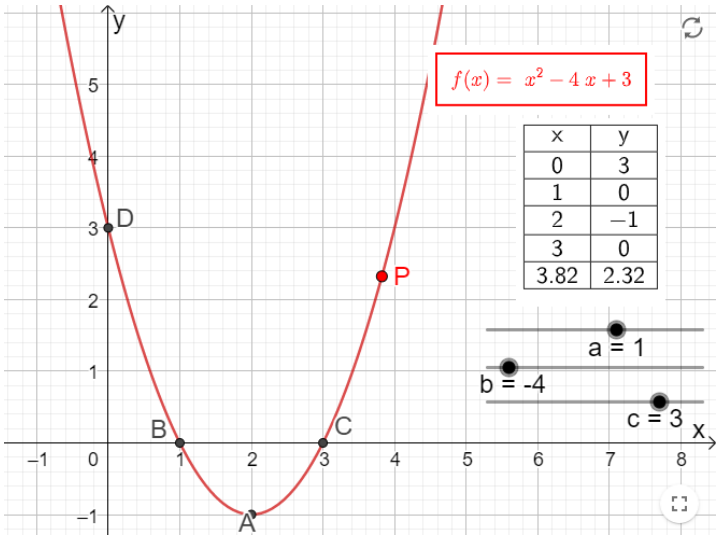
A Tarefa 2 é do autor Carlos Eduardo de Oliveira e traz como título original "Representações para função quadrática". O link para acesso da tarefa na plataforma do Geogebra é https://www.geogebra.org/m/hhuupure.

Esta segunda tarefa tem como objetivo de ensino, segundo o autor, “perceber a relação entre as diferentes representações (tabular, algébrica e gráfica) para uma mesma função quadrática sob a forma f (x) = ax² + bx + c.”

Cabe destacar que a tabela foi construída para pontos (x, y) particulares. Na primeira linha estão indicadas x e y para os valores das abscissas e das ordenadas. Na segunda linha estão indicados os valores de x e y para o ponto D que representa as coordenadas do coeficiente “c” da função. Na terceira linha o ponto B que representa uma das raízes da função f(x). Na quarta linha o ponto A que é o vértice da função, onde ela terá ponto de máximo ou mínimo. Na quinta linha o ponto C que representa a outra raiz da função e na sexta linha o ponto P que é um ponto solto para deslocar por cima da representação gráfica.

O autor começa apresentado o seguinte comando: “Modifique os valores dos coeficientes (a, b e c) da função quadrática, e observe as mudanças nas outras representações (regra, tabela e gráfico).” A figura a seguir ilustra a interface da tarefa no Geogebra.

Figura 9: Primeira interface do Geogebra na Tarefa 2



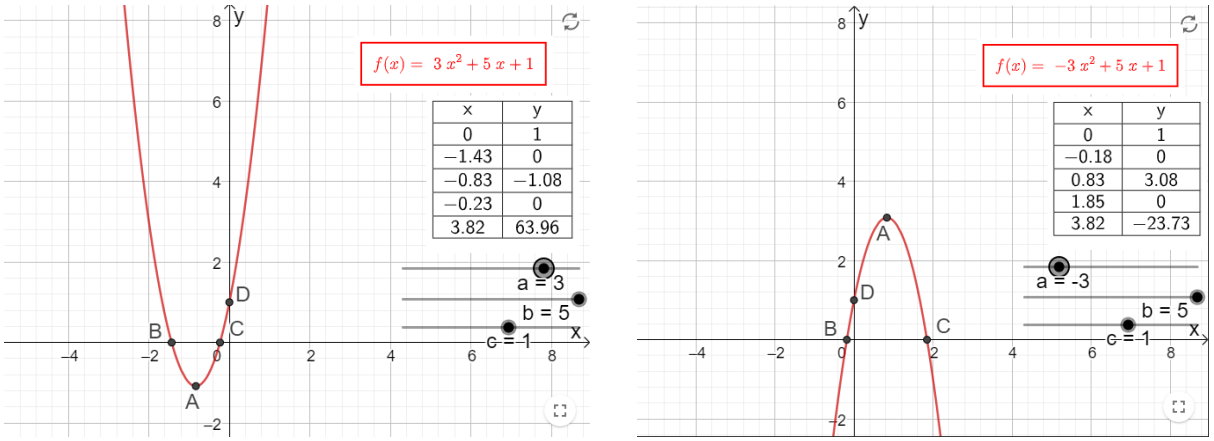
Fonte: elaboração própria

Com este primeiro comando o autor propõe ao aluno interagir com a tarefa observando mudanças gráficas que ocorrem à medida que os coeficientes de “a”, “b” e “c” são alterados. Como o próprio comando já nos indica, podemos observar a representação da equação quadrática de três formas, em forma de tabela (apenas com os valores de x e y), em forma gráfica (no plano cartesiano) e na fórmula geral com seus respectivos coeficientes de acordo com seus controles deslizantes (como na imagem f (x) = x² - 4x + 3). Importante lembrar que o controle deslizante na atividade está variando de -5 a 5 para os três coeficientes a, b e c.

Na segunda parte da tarefa são apresentados seis questionamentos: “a) Quando o **coeficiente a** muda de sinal, o que acontece com gráfico da função quadrática?”; “b) Quando o **coeficiente c** varia, como se modifica o gráfico da função quadrática?”; c) Todo gráfico de uma função quadrática sempre intercepta o Eixo Y em um ponto?”d) Todo gráfico de uma função quadrática sempre intercepta o Eixo X em dois pontos (raízes)?”; e) Encontre os valores para os **coeficientes a, b e c** de uma função quadrática de modo que seu gráfico seja semelhante ao da imagem seguinte.”

Com o questionamento do item a) “Quando o **coeficiente a** muda de sinal, o que acontece com gráfico da função quadrática?”, observa-se o objetivo de fazer com que o aluno observe que variação do coeficiente “a” modifica o gráfico e a relação do sinal do coeficiente a com o gráfico. Como resposta, sabemos que quando o coeficiente “a” é positivo, a parábola fica com a concavidade voltada para cima e quando o coeficiente “a” é negativo a concavidade fica voltada para baixa. As figuras a seguir ilustram esses dois casos na tarefa.

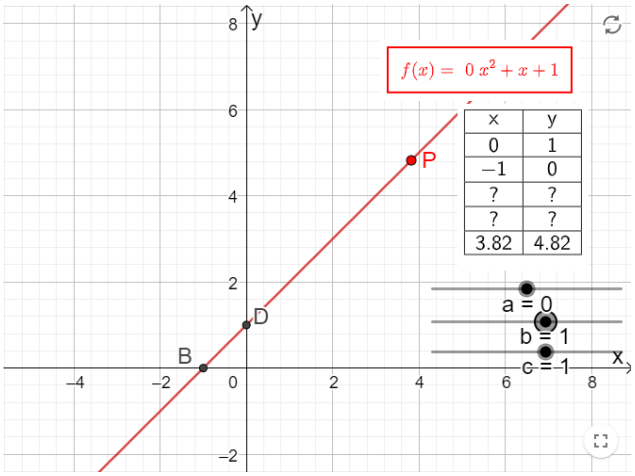
Figura 10: Exemplos de parábolas na Tarefa 2 - Concavidade voltada pra cima/ baixo



Fonte: elaboração própria

O aluno poderia levar a seguinte pergunta: Por que quando colocamos o valor do coeficiente “a” igual a zero deixamos de ter uma parábola? surgindo assim uma primeira dúvida. Uma resposta poderia ser dada da seguinte forma: quando o coeficiente “a” é nulo, deixamos de ter uma função do segundo grau, passando a ter uma função polinomial do 1º grau, visto que o coeficiente “a” acompanha a variável (x^2). Na figura a seguir, temos um exemplo do resultado de uma verificação no Geogebra.

Figura 11: Experimentando o coeficiente “a” com valor nulo



Fonte: elaboração própria

Ainda, observando o resultado obtido na tabela, o aluno poderia apresentar a seguinte dúvida “o que significa os pontos de interrogação na tabela?” Após explicar o que significa cada linha da tabela, como não temos o ponto A e o ponto C, ficamos com essas interrogações no par ordenado desses pontos.

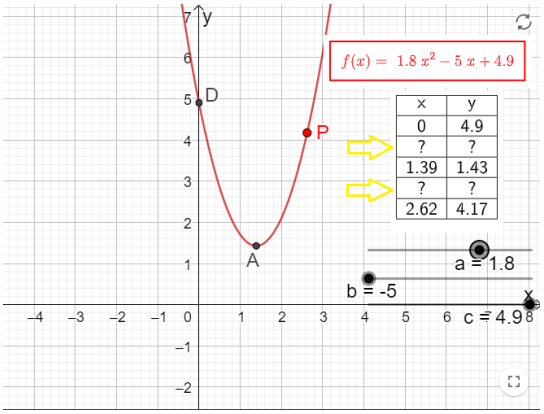
A pergunta feita pelo autor no item b) é “Quando o **coeficiente c** varia, como se modifica o gráfico da função quadrática?”. Seguindo o comando da tarefa, podemos verificar que a estrutura gráfica da função permanece no mesmo formato (a concavidade). Podemos observar que o gráfico da função translada, subindo e descendo de acordo com que variamos no valor do coeficiente. Também podemos acrescentar que o coeficiente c é justamente o valor onde o gráfico da função intercepta o eixo y.

O terceiro item da proposta é “c) Todo gráfico de uma função quadrática sempre intercepta o Eixo Y em um ponto?”. Após variar de todas as formas possíveis no software conseguimos observar que sempre a função vai interceptar o eixo y. Ou seja, o ponto D sempre irá existir nessa atividade, tendo valores para x e y neste ponto. A função é válida para todo o conjunto dos Reais, então temos um valor para f (0) que sempre ficará sobre o eixo y, fazendo assim o termo independe da função, visto que o valor de x será nulo.

Na quarta pergunta temos: “d) Todo gráfico de uma função quadrática sempre intercepta o Eixo X em dois pontos (raízes)?”. Esta pergunta é bastante específica pois ele ainda afirma que deve ser em dois pontos. Podemos observar que a resposta é não, pois após ter feito experimentos na atividade, pois teremos casos em que o gráfico da função não irá tocar o eixo x, fazendo com que a função não possua raízes reais e também teremos casos que a função irá

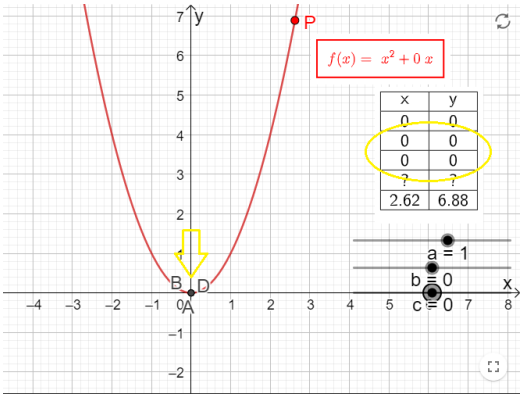
tangenciar o eixo x (tocando apenas em um único ponto). As figuras a seguir ilustram esses dois casos.

Figura 12: Exemplo de parábola que não intercepta o Eixo X



Fonte: elaboração própria

Figura 13: Exemplo de parábola que intercepta o Eixo X em apenas um ponto

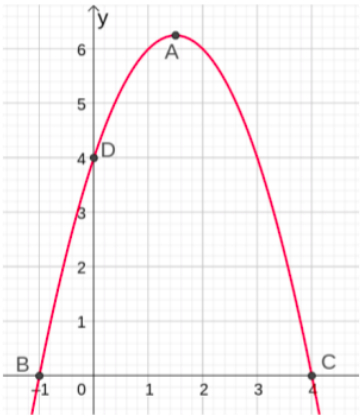


Fonte: elaboração própria

Quando a função está tocando apenas uma única vez no eixo x, podemos observar também que será sempre no ponto A que representa o vértice da função, apresentando assim uma única raiz. Mais uma vez, aparecem os pontos de interrogação na quinta linha da tabela que representam as coordenadas do ponto C.

Por último, no item e), o autor pede: “Encontre os valores para os **coeficientes a, b e c** de uma função quadrática de modo que seu gráfico seja semelhante ao da imagem seguinte.” O gráfico citado no enunciado é o da figura 14 a seguir:

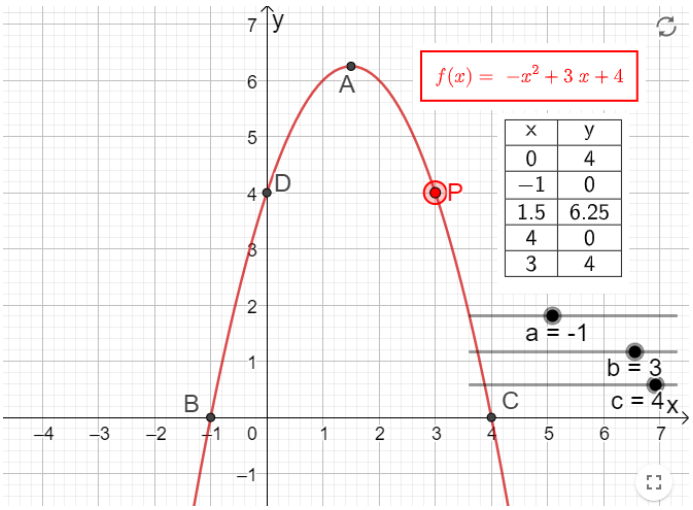
Figura 14: Representação gráfica do enunciado do item e)



Fonte: https://www.geogebra.org/m/hhuupure

Para responder a esta última pergunta, é preciso buscar algumas informações na representação gráfica dada. Primeiro, observa-se que a parábola está tocando o eixo y no ponto (0,4). Isso nos leva a concluir que o valor do coeficiente "c" é 4. Em seguida, temos que a concavidade da parábola está voltada para baixo, assim, o coeficiente "a" será menor que zero. Se testarmos -1 para o coeficiente "a", então observamos que as raízes estão nos pontos (0,-1) e (0,4) diferentes das raízes dadas B (-1, 0) e C (4, 0). No entanto, movendo o coeficiente "b" de tal forma que as raízes coincidam com as do exemplo, consegue-se montar a função do segundo grau para a qual temos o gráfico solicitado, sendo $f(x) = -x^2 + 3x + 4$. Teríamos como resultado a seguinte imagem.

Figura 15: Resposta para item e) da Tarefa 2



Fonte: elaboração própria

3.2.4 Analisando a Tarefa 2 - representações para funções quadráticas

Observamos uma proposta de enunciado onde o aluno possa fazer experimentações variando e observando seus efeitos, podendo assim construir seus conceitos, reflexões e questionamentos. De acordo com as habilidades da BNCC, essa atividade também está associada a duas das habilidades mencionadas neste trabalho EM13MAT402 e EM13MAT502.

A habilidade EM13MAT402 pode ser observada em toda proposta da Tarefa 2, visto que ele pede para que façamos alterações nos coeficientes da função e assim criamos novas funções e automaticamente quando vamos alterando esses valores a forma gráfica cartesiana da função já vai sendo formada na mesma interface, fazendo assim o processo de conversão descrito por Duval (2011). Mas toda vez que alteramos os coeficientes da função estamos fazendo uma transformação de tratamento, alteando valores, mas mantendo a ideia de que estamos formando novas funções.

Já a habilidade EM13MAT502 pode ser observada junto aos coeficientes e da conversão algébrica para gráfica, pois simultaneamente quando alteramos os valores dos coeficientes nos controles deslizantes vamos fazendo alterações na tabela e na forma algébrica da função. Assim, fazendo um tratamento e simultaneamente uma conversão.

Assim, como última proposta feita pelo autor (Carlos Eduardo de Oliveira), podemos observar o pedido inverso do que encontramos na maioria das atividades, foi dado o gráfico com os pontos marcados e foi solicitado que encontrasse a função, teríamos outras maneiras e passos para responder essa pergunta, mas sempre teríamos que chegar na mesma função quadrática Também poderíamos fazer da forma tradicional com lápis e papel, porém a solução seria um pouco mais demorada, além de não conseguirmos observar o que acontece quando vamos modificando os valores. Entretanto, não estamos falando que a forma tradicional não seja válida, nem eficaz, mas estamos mostrando e criando novas oportunidades de solucionar o que foi pedido na atividade.

Fazendo uma ponte com as três abordagens para o estudo de Duval (2011), essa Tarefa 2 nos traz a representação ponto a ponto, visto que na tabela é encontrado os pontos e colocado no gráfico. Quanto ao estudo dos tipos de tarefa, segundo Yeo (2007), a Tarefa 2 representa as mesmas características da Tarefa 1, tendo um caráter investigativo, fazendo com que o aluno crie seus conceitos de acordo com cada resposta nas perguntas propostas.

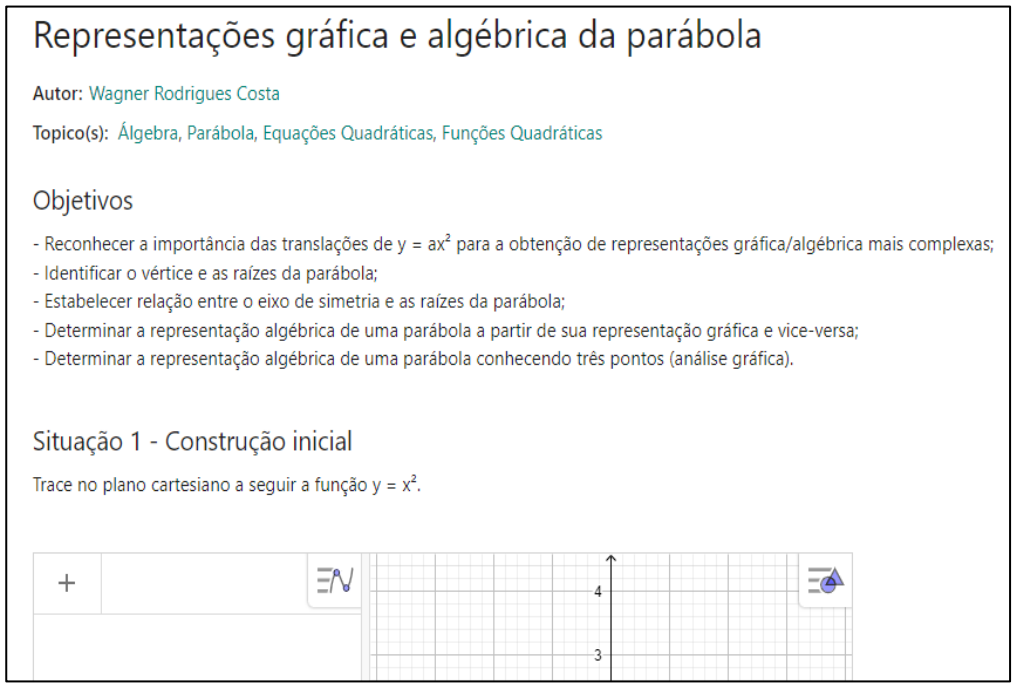
. Consideramos a proposta didática da tarefa interessante, pois faz com o aluno consiga criar conjecturas no estudo das funções do segundo grau, articulando diferentes registros (como

do gráfico cartesiano, tabela e a forma algébrica), para o desenvolvendo das duas habilidades identificadas no seu enunciado.

3.2.5 Apresentando a Tarefa 3 – Representações gráfica e algébrica da parábola

Trazemos como última tarefa a ser analisada, a proposta apresentada na plataforma do Geogebra pelo autor Wagner Rodrigues Costa. A Tarefa 3 traz como título original "Representações gráfica e algébrica da parábola" (Figura 16). O link para acesso da tarefa na plataforma do Geogebra é https://www.geogebra.org/m/m5zt5cxe.

Figura 16: Tela inicial da Tarefa 3



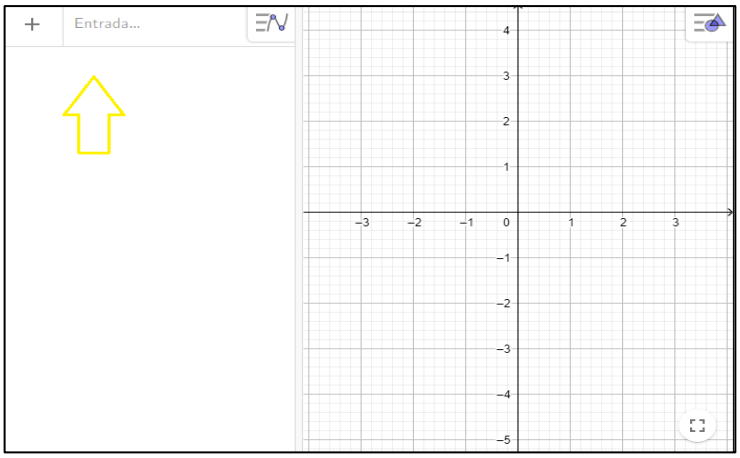
Fonte: https://www.geogebra.org/m/m5zt5cxe

A proposta apresenta os objetivos a serem alcançados com esta atividade, que são: Reconhecer a importância das translações de $y = ax^2$ para a obtenção de representações gráfica/algébrica mais complexas; Identificar o vértice e as raízes da parábola; Estabelecer relação entre o eixo de simetria e as raízes da parábola; Determinar a representação algébrica de uma parábola a partir de sua representação gráfica e vice-versa; Determinar a representação algébrica de uma parábola conhecendo três pontos (análise gráfica). O autor propõe a atividade através de situações nas quais ele solicita alguns comandos. Vamos apresentar e analisar essas situações separadamente.

Situação 1 - Construção inicial. Trace no plano cartesiano a seguir a função $y = x^2$.

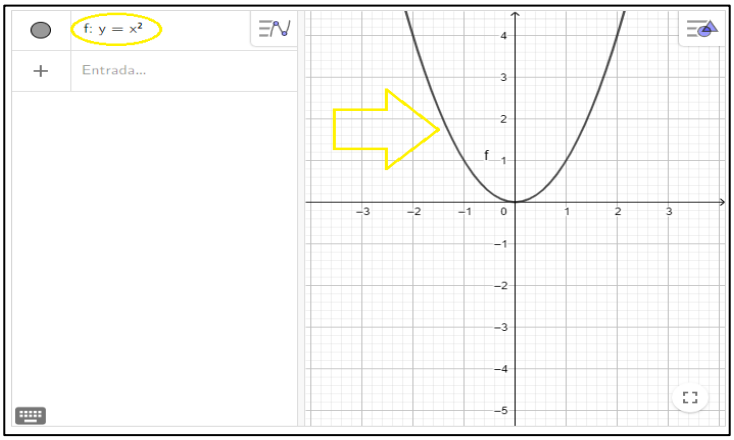
Para a obtenção da função no Geogebra podemos usar o campo de entrada onde devemos plotar a função solicitada. Apesar de não estar especificada na primeira situação, podemos clicar com o botão do lado esquerdo do mouse e digitar a função solicitada. As figuras a seguir ilustram as duas possibilidades de criação do gráfico da função $y = x^2$ no Geogebra.

Figura 17: Campo de entrada



Fonte: elaboração própria

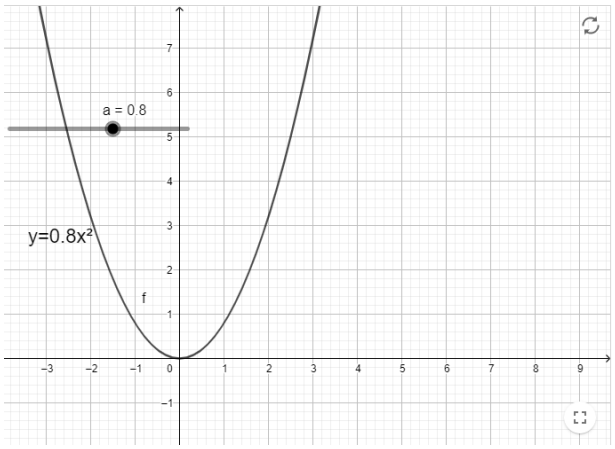
Figura 18 : Função plotada



Fonte: elaboração própria

Situação 2 - Manipulação de "a" em $y = ax^2$. Mova os valores do coeficiente "a" no gráfico a seguir. Nesta situação o autor nos faz três perguntas sobre o que acontece com o gráfico (Figura 19).

Figura 19 : Proposta da tarefa 3 - Controle deslizante para variar o coeficiente “a”



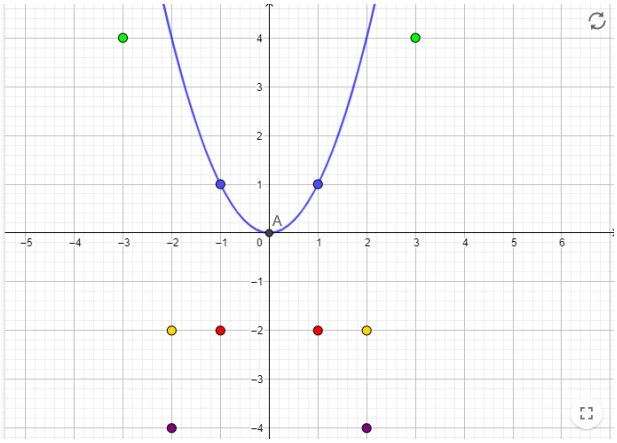
Fonte: https://www.geogebra.org/m/m5zt5cxe

1) Quando o coeficiente "a" é positivo a concavidade da parábola é voltada para: a) cima ou b) baixo;
2) Quando o coeficiente "a" é negativo a concavidade da parábola é voltada para: a) cima ou b) baixo;
3) Considere as funções: **(1) $y = 10x^2$** e **(2) $y = 24x^2$**. Comparando-as qual delas a concavidade terá maior abertura?

Analisando as perguntas, podemos observar que o objetivo dessa situação é fazer com que o aluno consiga identificar quando a parábola está voltada para cima ou para baixo e também quando terá maior ou menor abertura variando o valor do coeficiente “a”. Para esta última pergunta, sabemos que quanto maior o valor de “a” tanto positivamente, quanto negativamente, a parábola se torna mais fechada. Quanto mais o valor de a se aproximar de zero, mais aberta fica a parábola.

Situação 3 - Compreendendo $y = ax^2$. Cada parábola deve passar pela origem e por um par de cores de pontos coordenados. A parábola $y = x^2$ já está traçada. Nesta situação, sobre a imagem a seguir (figura 20), o autor faz as seguintes perguntas:

Figura 20 : Situação 3 da Tarefa 3



Fonte: https://www.geogebra.org/m/m5zt5cxe

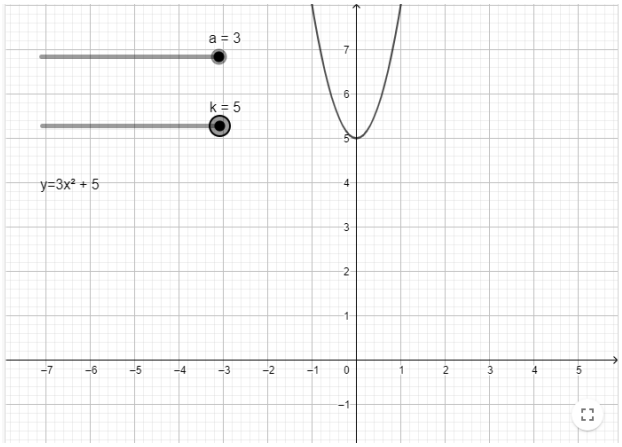
1) Qual a função da parábola que passa pelos pontos verdes?
2) Qual a função da parábola que passa pelos pontos vermelhos?
3) Qual a função da parábola que passa pelos pontos roxos?
4) Qual a função da parábola que passa pelos pontos amarelos?

A partir dos itens, conseguimos entender o sinal do coeficiente da parábola, mas, infelizmente não conseguimos montar, com auxílio do software, as funções pois não temos o campo de entrada e não conseguimos mover a função inicial dada que é $y = x^2$. Logo, essas reflexões não conseguiram ser atingidas utilizando o Geogebra. No entanto, podemos fazer da forma tradicional sabendo que a função tem vértice na origem e mais dois pares de pontos para cada função, assim conseguimos montar um sistema de equações e determinar o valor do coeficiente "a" de cada parábola. Por exemplo, a função que passa pelos pontos verdes seria com vértice na origem e tendo os pontos (-3,4) e (3,4), então faríamos a substituição na função genérica que tem vértice na origem, que seria $y = ax^2$, tomando o par ordenado que seria um dos pontos da nossa função, temos que $4 = a \cdot 3^2 \rightarrow 4 = a \cdot 9 \rightarrow \frac{4}{9} = a$. Então teríamos a função sendo $y = \frac{4}{9}x^2$. De forma análoga faríamos para os demais pontos.

Situação 4 - Translação (deslocamento) vertical de $y = ax^2$. Realize experimentações nos coeficientes de $y = ax^2 + k$.

Nessa situação conseguimos variar o coeficiente "a" de 1 até 3 e o coeficiente "c" de 2 até 5, fazendo com que o gráfico da Figura 21 se altere automaticamente.

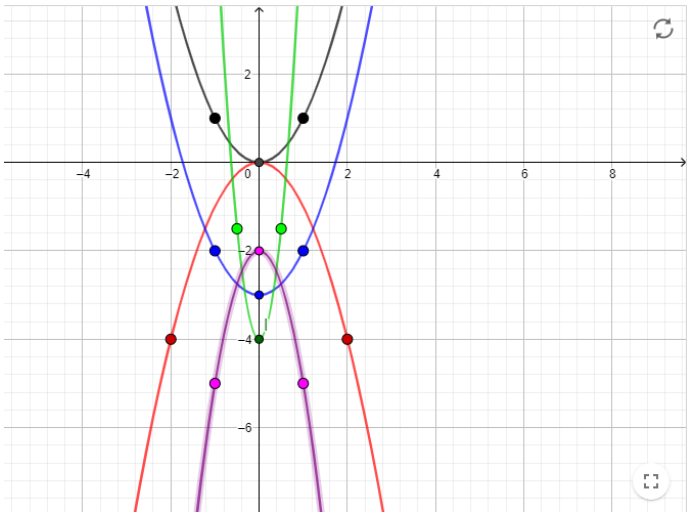
Figura 21: Controles deslizantes para os coeficientes "a" e "k"



Fonte: https://www.geogebra.org/m/m5zt5cxe

Na sequência, a tarefa nos mostra o seguinte gráfico com alguns questionamentos:

Figura 22: Gráficos da Situação 4



Fonte: https://www.geogebra.org/m/m5zt5cxe

1) *A representação algébrica da parábola preta é ...* Como alternativas tem-se: a) $y = x^2$; b) $y = 2x^2$; c) $y = x^2 + 1$. Com as observações feitas nas situações anteriores podemos afirmar que a representação algébrica da parábola de cor preta é a alternativa a) $y = x^2$.

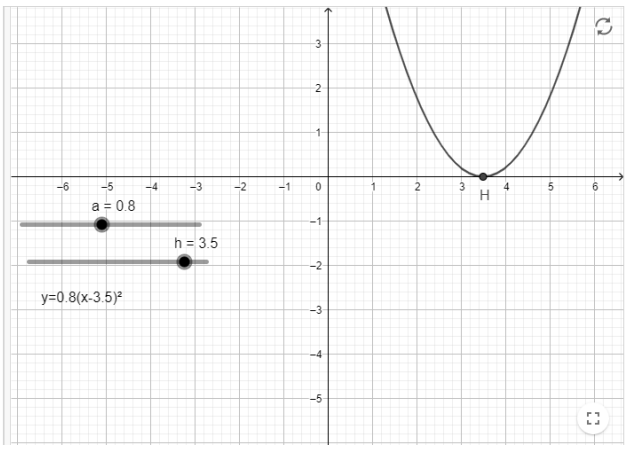
2) *A representação algébrica da parábola vermelha é...* Como alternativas a) $y = x^2$; b) $y = - x^2$; c) $y = - 2x^2$. Usando de forma mentalmente o conceito abordado da situação três temos que o coeficiente "a" vai ser $(a = \frac{y}{x^2})$, então temos que a nossa forma algébrica da parábola vermelha é a alternativa b) $y = -x^2$.

3) *A representação algébrica da parábola azul é...* Por sua vez agora não temos o vértice na origem mas ainda continua sobre o eixo y. Então podemos usar a fórmula apresentada no início desta situação que é $y = ax^2 + k$, sabendo que temos que a parábola está interceptar o eixo y no -3 e que um dos pares ordenado é (1,-2). Podemos fazer a substituição na formula e descobrir o valor do coeficiente "a", temos que $y = ax^2 + k \rightarrow -2 = a \cdot 1^2 - 3 \rightarrow -2 + 3 = a \cdot 1 \rightarrow a = 1$, logo temos que a forma algébrica da função azul é $y = x^2 - 3$. De forma análoga resolvemos para o gráfico das cores verde e roxo.

Situação 5 - Translação (deslocamento) horizontal de $y = ax^2$. Realize experimentações em $y = a(x - h)^2$.

Para esta situação foi apresentada uma interface contendo dois seletores deslizantes "a" e "h" como mostra a Figura 23.

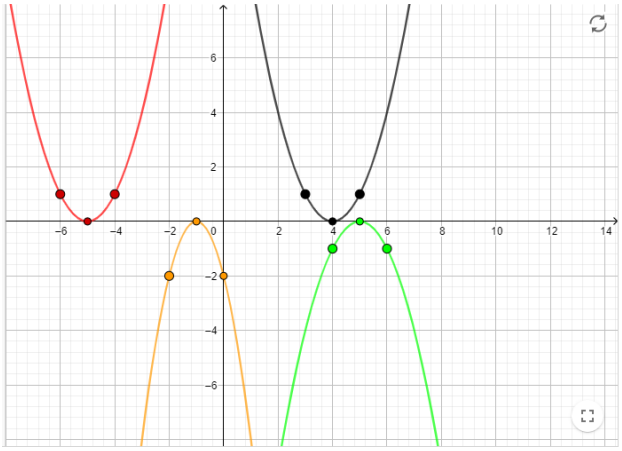
Figura 23 : Experimentações para $y = a(x - h)^2$



Fonte: https://www.geogebra.org/m/m5zt5cxe

O valor de h descrito nesta quinta situação é o deslocamento lateral sobre o eixo x da função quadrática. Temos, dentro dos parênteses, a expressão da distância entre o vértice da parábola e a origem. Para entendimento da proposta temos a seguinte imagem:

Figura 24: Parábolas e deslocamentos no eixo x



Fonte: https://www.geogebra.org/m/m5zt5cxe

As seguintes perguntas são feitas na tarefa:

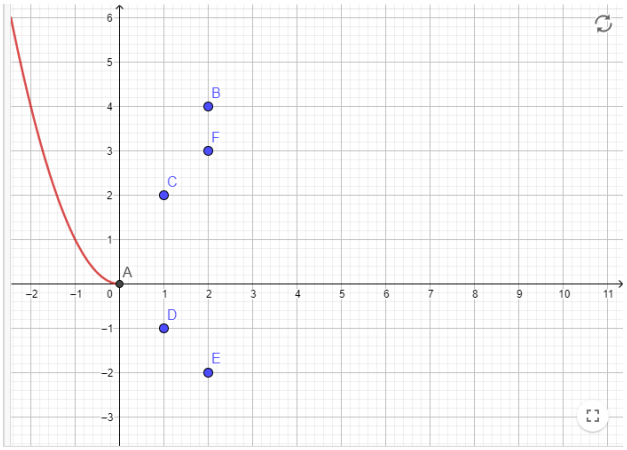
1) A representação algébrica da parábola preta é ... Temos as alternativas a) y = (x + 4)² ; b) y = (x - 4)² ; c) y = 4(x - 1). Para responder esse quesito, como explicado anteriormente, temos que h é o deslocamento sobre o eixo x em relação a origem então, como esse deslocamento está marcado no ponto (4,0), logo temos que a reposta é alternativa b) y = (x-4)².

2) A representação algébrica da parábola laranja é ...Como alternativas temos a) y = - (x + 1)² ; b) y = 2(x - 1)² ; c) y = - 2(x + 1)². Para respondermos esse quesito podemos fazer a substituição na formula apresentada no início desta situação, na qual temos y = a(x-h)². Então fazendo as substituições temos que: $-2 = a\big(-2-(-1)\big)^2 \rightarrow -2 = a(-2+1)^2 \rightarrow -2 = a(-1)^2 \rightarrow -2 = a$. Sabendo que a distância de h = -1, pois dá origem até o vértice da parábola. Temos de forma rápida a representação algébrica da função laranja que é a alternativa c) y = - 2(x + 1)². De forma análoga pode-se resolver para as parábolas de cores vermelho e verde.

Situação 6 - Eixo de simetria da parábola. O eixo de simetria é uma reta que passa pelo vértice da parábola perpendicular ao eixo x (abscissa).

Em seguida, é apresentada a seguinte imagem (figura 25). Nesta situação proposta não podemos mover os pontos nem a função, temos apenas como observar o gráfico e os pontos na interface do software. Sobre a imagem foram são feitas perguntas.

Figura 25 : Estudo do eixo de simetria da parábola

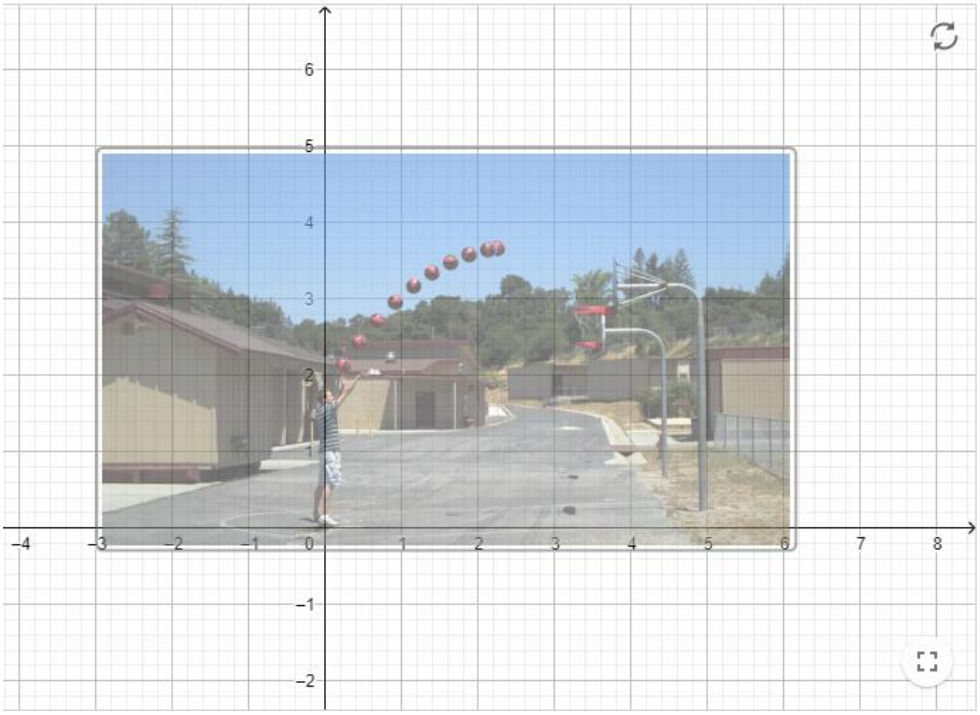


Fonte: https://www.geogebra.org/m/m5zt5cxe

1) Considere o ponto A o vértice da parábola. Continuando sua trajetória por qual ponto ela passará? Sabendo que o eixo de simetria deixa os objetos equidistantes a partir do eixo então, se o eixo y é o eixo de simetria, para sabermos onde a outra parte da função irá passar, bastar encontrar os opostos de todos os pontos do outro lado do eixo. Assim conseguimos montar a outra parte da função. Respondendo à pergunta feita, o ponto que vai fazer parte da função é o ponto B visto que ele é simétrico ao valor -3 na função do outro lado do eixo de simetria.

2) Uma bola de basketball é arremessada por um jogador como se vê na imagem (bola para no vértice). Ele acerta o arremesso? Explique.

Figura 26 : Trajetória parabólica



Fonte: https://www.geogebra.org/m/m5zt5cxe

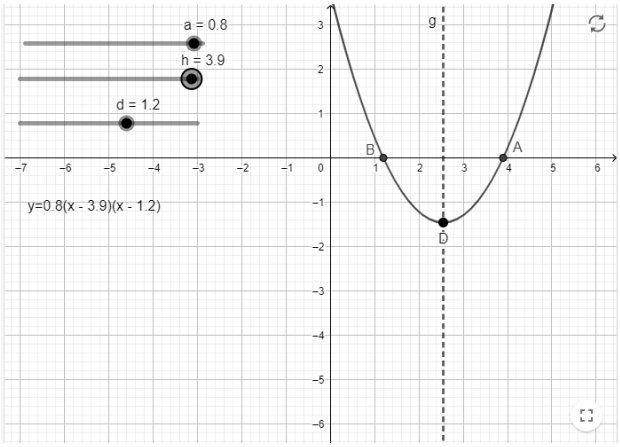
Nessa proposta o autor busca uma situação real na qual vamos fazer uma análise gráfica, como mostrado anteriormente na situação 6, de uma função do segundo grau. De acordo com a atividade anterior, podemos dizer que a bola não acerta a cesta. De fato, continuando a trajetória da parábola ou desenhando seu complemento por simetria, a bola "passa" da cesta.

Situação 7 - Análise de y = a (x - h)(x - d). Realize experimentações nos coeficientes.

Nessa situação o autor não traz nenhuma proposta com perguntas, mas deixa a interface com os controles deslizantes para que o aluno possa fazer seus questionamentos e tirar conclusões sobre o estudo da função polinomial do 2º grau.

Nesta situação temos que a expressão algébrica da função quadrática está relacionada com suas raízes e trata-se da representação da função quadrática em sua forma fatorada. A ideia da proposta é que se estabeleçam relações, como os dois termos que subtraem a variável x está relacionado com a distância em relação a origem, são justamente as raízes da função quadrática. se a função tiver duas raízes reais, teremos duas subtrações em relação a origem com os valores de “h” e “d” distintos, se a função tiver apenas uma raiz real, vamos ter apenas um valor para “h” e “d”, e se a função não possuir raiz real os valores de “h” e “d” serão nulos. Também podemos perceber que a função quadrática tem um eixo de simetria como mostra na imagem, formada pela assíntota vertical que passa pelo vértice da parábola.

Figura 27 : Coeficiente “a” relacionado com as duas raízes



Fonte: https://www.geogebra.org/m/m5zt5cxe

3.2.6 Analisando a Tarefa 3 – Representações gráfica e algébrica da parábola

A Tarefa 3 nos remete as três habilidades mencionadas nesse trabalho. Na sexta situação da Tarefa 3, podemos observar a proposta para o desenvolvimento da habilidade EM13MAT402, na qual seria o processo inverso, tiramos da forma cartesiana e colocarmos na forma algébrica. Com a pergunta sobre se o jogador conseguiria acertar ou não a cesta, nesse caso, poderíamos usar a forma fatorada da função quadrática, relacionando o coeficiente “a” com as raízes. No qual “h” e “d” são as raízes da função, e está associada à sua distância em relação a origem.

Já na habilidade EM13MAT402 só conseguimos observar nas situações 5 e 7, a situação 5 fala sobre a distância “h” em relação a origem e assim conseguindo fazer a relação da função com o gráfico tocando o eixo x em exatamente uma pontuação. Na situação 7, podemos observar que estamos relacionando a função com as duas raízes, que é exatamente a distância das raízes em relação com a origem.

Logo na habilidade EM13MAT502 não podemos observar nenhuma tabela relacionando a tarefa 3 com nossa função, já que não temos a expressão algébrica nas atividades.

Nessa Tarefa 3 podemos observar que de acordo com Duval (2011) a atividade descrita é uma análise de interpretação global visto que estamos trabalhando em todos as situações da atividade o processo simultâneo dos registros.

Quanto a presença do tratamento e da conversão, a abordagem da tarefa 3 requer a congruência entre dois registros de representação, diferentemente das apresentadas anteriormente. Temos que em todos questionamentos feitos pelo autor, ele sempre propõe que encontremos a função e nos dá apenas a forma gráfica e alguns pares ordenados.

Também podemos associar a abordagem de extensão da função, visto que estamos trabalhando com a função sendo um eixo de simetria localizado no vértice da parábola e o prolongamento do gráfico faz com que toda a concavidade da parábola seja exibida, assim formando a parábola completa. Logo, não poderíamos deixar de mencionar o registro ponto a ponto, no qual os questionamentos estão associados, sempre quando o autor faz uma proposta ele nos dá os pares ordenado no plano cartesiano e faz seus questionamentos por exemplo, na terceira situação podemos observar que ele nos dá os pontos e faz o eixo y como eixo de simetria e pede a representação algébrica das funções que passam por aqueles pares ordenados.

Por sua vez, a Tarefa 3 tem caráter investigativo e de acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), para colabora com o estudo de Yeo (2007), podemos criar conjecturas nos questionamentos feitos na Tarefa 3. Tendo em vista a lógica proposta em cada questionamento, onde o aluno teste e faça reformulações (refinando as conjecturas) e justificando sempre com o raciocínio matemático necessário. Segundo Yeo, essa Tarefa 3 se torna uma proposta de caráter investigativo mais aberto em relação a resoluções problemas.

Consideramos a proposta didática da tarefa interessante, pois faz com que o aluno consiga criar conjecturas no estudo das funções do segundo grau, articulando diferentes registros (a forma cartesiana e algébrica), para o desenvolvendo das duas habilidades identificadas no seu enunciado.

4 RESULTADOS E CONCLUSÕES

Neste trabalho buscamos respostas para a seguinte pergunta: *Que tipo de tarefas no Geogebra contemplam habilidades do Ensino Médio da BNCC relativas a interpretações gráficas de funções quadráticas?*

Para responder à essa pergunta, realizamos uma pesquisa do tipo qualitativa, exploratória e bibliográfica, quanto a natureza do objeto, quanto ao objetivo da pesquisa e quanto ao levantamento de dados, respectivamente.

Quanto aos procedimentos metodológicos, a pesquisa foi desenvolvida por etapas. Iniciamos pela construção da fundamentação teórica utilizando como referencial as competências e habilidades da BNCC relativas ao objeto matemático função polinomial do 2º grau do Ensino Médio (Etapa 1). Em seguida, discutimos os conceitos de representação e registros de representação de Duval para melhor compreender as habilidades da BNCC identificadas na Etapa 1. Ainda nesta etapa, buscamos em Yeo um referencial para categorizar os tipos de tarefas propostas no ambiente do Geogebra. Na sequência, escolhemos e analisamos três propostas de tarefas retirada do site do Geogebra (Etapa 3). Ao final (Etapa 4), fizemos a análise dessas tarefas a partir do referencial teórico construído utilizando como categorias: 1) habilidade da BNCC; 2) tratamento ou conversão de registros e 3) tipo de tarefa matemática.

As tarefas selecionadas foram: Tarefa 1 – Construção do gráfico da função quadrática, Tarefa 2 – Representações para funções quadráticas e a Tarefa 3 – Representações gráfica e algébrica da parábola.

A habilidade EM13MAT302 esteve presente nas três tarefas, visto que todas elas trazem uma proposta de construção de um modelo da equação do segundo grau. Nas duas primeiras tarefas temos a fórmula geral de uma função do segundo grau ($f(x) = ax^2 + bc + c$) e através das propostas descritas nas atividades, é possível compreender o significado de cada coeficiente “a”, “b” e “c”. Entretanto, na terceira tarefa, temos que a forma descrita para função do segundo grau é a forma fatorada $y = a(x - h)(x - d)$.

Já na habilidade EM13MAT402 temos que todas as tarefas contemplam esta habilidade. A tarefa 3 faz com que possamos perceber a conversão, quando colocamos a função $y = x^2$ no campo de entrada do software e mesmo antes de apertar “enter” a função já é feita no plano cartesiano. As tarefas 1 e 2, também propõem essa conversão, mas de forma indireta, visto que o processo de conversão já está feito e vamos apenas analisar a estrutura algébrica com o gráfico cartesiano. Cada vez que alteramos os valores dos coeficientes estamos com funções diferentes

e automaticamente essa função já está sendo representada no plano cartesiano, fazendo assim o processo de conversão da estrutura algébrica para a forma cartesiana.

Contudo, na habilidade EM13MAT502 que de forma geral trata da conversão de tabelas para o plano cartesiano. Na tarefa 1 o autor já deixa na tabela descrições das variáveis com seus respectivos valores na mesma interface do plano cartesiano, assim, trazendo uma precisão na descrição das características de cada parte da tabela. Já na tarefa 2, o autor traz uma tabela, mas não descreve o que significa cada elemento da tabela tampouco o que poderia ser explorado a partir dela. Este fato poderia ser tratado na perspectiva da habilidade EM13MAT502 visto que temos que "criar conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização". Por sua vez na tarefa 3 não temos o uso de tabelas para representar as funções quadráticas. Porém, poderíamos fazer o processo inverso, sair da forma cartesiana e criar uma tabela para representar a situação descrita, mas a habilidade não descreve esse processo, assim, não faz parte da habilidade EM13MAT502 o processo inverso, tiramos do plano cartesiano para a forma de tabela.

A tarefa 1 nos traz três questionamentos, no qual todos têm caráter investigativo onde o sujeito irá aplicar o comando e com isso criar conjecturas para formulação do conceito. A tarefa 2, como o próprio autor intitula, nos traz cinco questões, nas quais são de reflexão e investigação, as duas primeiras de caráter investigativo e as três últimas de caráter reflexivo. A tarefa 3, traz sete situações, nas quais temos questões de investigação, reflexão, exercício e resolução de problema. Essa atividade é um pouco mais elaborada, pois nas próprias investigações o autor nos traz propostas de reflexões, como também, trazendo outros exemplos para aprofundar as reflexões propostas.

Nesta pesquisa, pretendemos trazer um olhar para o uso do GeoGebra associado com as habilidades da BNCC. Essa pesquisa nos levou a refletir sobre a articulação dos registros de representação para a compreensão do objeto função polinomial do 2º grau e o estudo do que é necessário para os alunos do Ensino Médio.

Destacamos que as tarefas discutidas se complementam no estudo das funções polinomiais do 2º grau focando no desenvolvimento das habilidades para esse objeto de estudo. Notou-se que as tarefas propostas podem ser trabalhadas de forma significativa e contribuir com a construção de conceitos e formulações de problemas que envolvam o conteúdo pelos alunos. Como não realizamos um estudo de caso com alunos, deixamos como continuidade dessa pesquisa a confrontação dos seus resultados com outros resultados advindos da aplicação dessas tarefas em sala de aula.

O processo de desenvolvimento destas tarefas não seria fácil sem o uso do software, visto que ele nos traz vários olhares do mesmo objeto. O recurso de “mover” as funções trazem um estudo diferenciado e que seria inviável na forma tradicional, usando apenas o lápis e o quadro. Essas propostas com o Geogebra toma o estudo das funções mais “divertido” ao mesmo tempo que poupamos tempo no desenho do plano cartesiano, fazendo a distribuição numérica e as demais configurações necessárias para ser fazer o gráfico da forma tradicional.

A dificuldade no ensino e aprendizagem de Matemática é notável em qualquer nível de ensino. Como professor e estudante de Matemática percebemos dificuldades encontradas durante as aulas e vimos a possibilidade de minimizar essas situações ou propiciar aulas mais atrativas com o auxílio do software GeoGebra.

Portanto, uma consequência e contribuição da presente pesquisa é olhar para o diálogo entre as formas de tratamento e conversões que existem no estudo das funções quadrática como elemento necessário para a aprendizagem da matemática e que pode ser trabalhada com o Geogebra.

REFERÊNCIAS

ABREU, K. **Uma aplicação das inteligências múltiplas no aprendizado de matemática**: representação gráfica de função de 1º e 2º graus. Dissertação de Mestrado: Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2002.

ALVES, F. R. V. Discussão da noção de integral imprópria com o auxílio do software GeoGebra. In: **CONFERÊNCIA LATINOAMERICANA DE GEOGEBRA**. 2012a, p. 48 - 55. Montevidéu. Anais do Actas de la Conferencia Latinoamericana de GeoGebra Disponível em: http://www.GeoGebra.org.uy/2012/actas/73.pdf . Acessado em: 03 nov. 2021.

AMARAL, M.P; FRANGO, I. Um levantamento sobre pesquisas com o uso do software geogebra no ensino de funções matemáticas. In: **Revista Eletrônica de Educação Matemática** - REVEMAT. Florianópolis (SC), v.9, n. 1, p. 90-107, 2014. Disponível em: http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2014v9n1p90 Acesso em: 01 nov. 2021.

APARICI, R. (Org.). **Conectados no ciberespaço**. São Paulo: Paulinas, 2012.

BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria Executiva, Secretaria de Educação Básica. Base nacional comum curricular. Brasília: MEC, 2018.

GIL, A.C. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa, 6ª edição**. Disponível em: Minha Biblioteca, Grupo GEN, 2017.

CYRINO, M.C. C. T.; BALDINI, L.A.F. O Sofqtware Geogebra na Formação de Professores de Matemática – uma Visão a partir de Dissertações e Teses. In: **Revista Paranaense de Educação Matemática** - RPEM, Campo Mourão, Pr, v.1, n.1, jul-dez. 2012. Disponível em: Acesso em 01 nov. 2021.

DUVAL, R. Geometrical pictures: kind of representation and specific processings. In HITT, F. (Org.). **Representations and mathematics visualization**. Cinvestav, 2002.

DUVAL, R. ; EGRET, M. A. Introduction à la démonstration et apprentissage du raisonnement déductif. **Repères**, 12, p. 114-140, 1993.

DUVAL, R. Gráficos e equações: a articulação de dois registros. Tradução de Méricles Thadeu Moretti. **Revemat**. Florianópolis – SC. v. 6, n. 2, p. 96-112, 2011.

DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano**: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais. Trad. Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

DUVAL, R. **Ver e ensinar a matemática de outra forma**: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas. São Paulo: PROEM, 2011.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Tradução de Méricles Thadeu Moretti. **Revemat**. Florianópolis – SC. v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012.

DUVAL, R. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. (2013a). In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara **Aprendizagem Em Matemática**: Registros de Representação Semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2013.

DUVAL, R. Entrevista: Raymond Duval e a Teoria dos Registros de Representações Semióticas. (2013b). In: **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v.2, nº3, jul-dez 2013. Entrevista concedida a José Luiz Magalhães de Freitas e Veridiana Rezende.

ECO, H. **Sémiotique et Philosofie du Langage**. Trad. Bouuzaker. Paris: PUF, 1988.

GRAVINA, M. A. O quanto precisamos de tabelas na construção de gráficos de funções? IN: **Revista do Professor de Matemática.** n. 17, p. 62, 1990.

LUCENA, R.; GITIRANA, V. Articulações Internas à Matemática: a Parábola e a Função Quadrática com o GeoGebra. **Educação Matemática em Revista**, v. 21, n. 51, p. 25-34, 2016.

NÓBRIGA, J. C. C.; ARAÚJO, L. C. L. **Aprendendo Matemática com o GeoGebra**. São Paulo: Exato, 2010

MACEDO, Neusa Dias de. **Iniciação à pesquisa bibliográfica**: guia do estudante para a fundamentação do trabalho de pesquisa. 2. ed. São Paulo: Edições Loyola, 1995.

MORAN, J. M. **A educação que desejamos: novos desafios e como chegar lá**. 5. ed. Campinas: Papirus, 2015.

PONTE, J. P.; OLIVEIRA, H.; BROCARDO, J. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. 3. Ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

POWELL, A. B.; ALQAHTANI, M. M. Tasks and meta-tasks to promote productive mathematical discourse in collaborative digital environments. In: I. SAHIN, I.; KIRAY, S. A.; ALAN, S. (Org.), **Proceedings of the International Conference on Education in Mathematics, Science & Technology**, Antalya, Turkey, 2015. p.84-94 .

POWELL, A. B.; PAZUCH, V. Tarefas e justificativas de professores em ambientes virtuais colaborativos de geometria dinâmica. **Zetetiké**, Campinas, v. 24, n. 2, p.191-207, 2016.

RICHIT, A. ; MOCROSKY, L. F; KALINKE, M. A. Tecnologias e Prática Pedagógica em Matemática: tensões e perspectivas evidenciadas no diálogo entre três estudos. In: **Educação Matemática**: pesquisas e possibilidades. Curitiba: UTFPR, 2015.

SALES, G.L.; CUNHA, J. L. L.; GONÇALVES, A. J.; SILVA, J. B.; SANTOS, R. L. **Gamificação e ensinagem híbrida na sala de aula de física: metodologias ativas aplicadas aos espaços de aprendizagem e na prática docente.** Conexões: ciência e tecnologia, v. 11, n. 2, p. 45 - 52, 2017.

VALENTE, J. A. ; ALMEIDA, F.J. **Visão analítica da informática na educação no Brasil: a questão da formação do professor**. Disponível em: http://www.professores.uff.br/hjbortol/car/library/valente.html , acessado em 28 set. 2021.

YEO, J. B. W. Mathematical tasks: Clarification, classification and choice of suitable tasks for different types of learning and assessment. **Mathematics and Mathematics Education**, p. 1-26, 2007.

ZORZAN, A. S. L. Ensino-aprendizagem: algumas tendências na Educação Matemática. In: **Revista de Ciências Humanas Educação**. v. 8 nº 10. (2007). Disponível em: http://revistas.fw.uri.br/index.php/revistadech/article/view/303 Acesso em: 02 nov. 2021.