

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Cassy Jones Florencio Alves

**Uma investigação sobre o ensino e aprendizagem de funções
logarítmicas através da utilização da modelagem matemática
assistida pela programação do *App Inventor***

Rio Tinto – PB
2022

Cassy Jones Florencio Alves

**Uma investigação sobre o ensino e aprendizagem de funções
logarítmicas através da utilização da modelagem matemática
assistida pela programação do *App Inventor***

Trabalho Monográfico apresentado à Coordenação
do Curso de Licenciatura em Matemática como
requisito parcial para obtenção do título de
Licenciado em Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Claudilene Gomes da
Costa.

Rio Tinto – PB
2022

Catálogo na publicação Seção de Catalogação e Classificação

A474i Alves, Cassy Jones Florencio.

Uma investigação sobre o ensino e aprendizagem de funções
logarítmicas através da utilização da modelagem matemática assistida pela
programação do App Inventor /Cassy Jones Florencio Alves. - João
Pessoa, 2022.

56 f.: il.

Orientação: Claudilene Gomes da Costa.

Monografia (Graduação) - UFPB/CCAIE.

1. Pensamento computacional. 2. Modelagem Matemática. 3.
Funções logarítmicas. 4. MIT App Inventor 2. I. Costa, Claudilene
Gomes da. II. Título.

UFPB/CCAIE

CDU 37

Cassy Jones Florencio Alves

**Uma investigação sobre o ensino e aprendizagem de funções
logarítmicas através da utilização da modelagem matemática
assistida pela programação do *App Inventor***

Trabalho Monográfico apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em
Matemática como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Claudilene Gomes da Costa

Aprovado em: 14 / 06 / 2022

BANCA EXAMINADORA



Profa. Dra. Claudilene Gomes da Costa (Orientadora) – UFPB/DCX



Profa. Dra. Ayla Débora Dantas de Souza Rebouças - UFPB/DCX



Profa. Ma. Agnes Liliame Lima Soares de Santana - UFPB/DCX

Dedico este trabalho a Deus, por nunca me abandonar e sempre estar comigo, concedendo a força necessária para alcançar os objetivos.

AGRADECIMENTOS

Sou grato a Deus por ter concedido este dom de ensinar, e por todo acompanhamento em minha vida.

Sou grato a minha esposa por sempre estar ao meu lado me proporcionado incentivo.

Sou grato aos meus pais e avós por me conceder apoio em todos os momentos da minha vida.

Sou grato à minha orientadora, por me guiar na minha trajetória acadêmica, e promover oportunidades de crescimento profissional.

E grato aos meus amigos e colegas de trajetória acadêmica, a qual dividimos a maioria do tempo.

Educação não transforma o mundo. Educação muda as pessoas. Pessoas transformam o mundo.

Paulo Freire

RESUMO

Esta pesquisa teve por objetivo geral investigar o processo de ensino e aprendizagem de funções logarítmicas através da utilização da modelagem matemática assistida pela programação do *MIT App Inventor*, plataforma que utiliza linguagem de programação em blocos disponibilizada gratuitamente de forma online. Além disso, o *MIT App Inventor* oferece a possibilidade de criar aplicativos, concedendo a criação e o seu teste. A metodologia utilizada na pesquisa, em relação à abordagem do problema, foi utilizada o modelo de pesquisa qualitativa. Em relação aos objetivos, foi empregado o formato exploratório, e em relação aos seus procedimentos técnicos, caracterizou-se como estudo de caso. Foram realizadas 2 oficinas pedagógicas, comparando a modelagem analítica com a modelagem e programação, cujo tamanho da amostra foram 62 licenciandos do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba - Campus IV. Com relação aos resultados, observou-se resultados significativos, para com a união de 2 metodologias com um propósito de aprendizado, revelando que é possível rever processos de modelagem pela programação e intensificar cada etapa pelo processo do pensamento computacional. Além disso, foi possível observar que ao agregar a ideia de pensamento computacional e a programação como forma de implementar a modelagem matemática, a mesma promoveu a experimentação do automatismo, concebendo oportunidade de revisar os processos de formulação do modelo pelo ponto de vista lógico e tecnológico, o que viabiliza a modelagem com exatidão e rigor matemático, ocasionando a perspectiva de complementos nas etapas de modelação com a programação. E assim, evidenciando sua potencialidade e sinergia, despertando o interesse do aluno pelas possibilidades de interpretação e uso, a fim de compreender os fenômenos e situações problemas, e resolvê-las utilizando o aplicativo criado a partir do modelo.

Palavras-chave: Pensamento computacional. Modelagem Matemática. Funções logarítmicas. *MIT App Inventor*.

ABSTRACT

This research aimed to investigate the teaching and learning process of logarithmic functions through the use of mathematical modeling assisted by the MIT App Inventor programming platform in which it has its programming language in blocks available for free online. In addition, App Inventor offers the possibility to create applications, granting creation and testing. The methodology used in the research, in relation to the approach to the problem, was used qualitative research. In relation to the objectives, the exploratory format was used, and in relation to its technical procedures, it was characterized as a case study. Two pedagogical workshops were carried out, comparing analytical modeling with modeling and programming, whose sample size was 62 undergraduates from the Mathematics Degree Course at the Federal University of Paraíba - Campus IV. Regarding the results, significant results were observed, for the union of 2 methodologies for a learning purpose, revealing that it is possible to review modeling processes through programming and intensify each step, through the process of computational thinking. In addition, it was possible to observe that by adding the idea of computational thinking and programming as an implement to mathematical modeling, it promoted the experimentation of automatism, providing an opportunity to review the model formulation processes from a logical and technological point of view, which makes the modeling possible with exactitude and mathematical rigor, giving rise to the perspective of complementing the modeling steps with the programming, and thus evidencing its potential and synergy. What comes to arouse the student's interest, for the possibilities of interpretation and use, to understand the phenomena and problem situations, and to solve them, by the application created from the model.

Keywords: Computational thinking. Mathematical Modeling. Logarithmic functions. MIT App Inventor.

LISTA DE ABREVIATURAS

PC	Pensamento computacional
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
UFPB	Universidade Federal da Paraíba.
BNCC	Base Nacional Comum Curricular

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
1.1 Apresentação do tema.....	12
1.2 Problemática e justificativa	14
1.3 Objetivos.....	15
1.3.1 Objetivo Geral	15
1.3.2 Objetivos Específicos	15
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	17
2.1 O Ensino-aprendizagem das funções logarítmicas.....	17
2.2 Modelagem Matemática como ferramenta de ensino.....	18
2.3 O pensamento computacional e a programação no App Inventor.....	20
3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	22
3.1 Classificação da Pesquisa	22
3.2 População e Amostra	23
3.3 Etapas da Pesquisa.....	23
4 RESULTADOS E DISCUSSÃO	24
4.1 Oficina de modelagem matemática no ensino de funções logarítmicas.....	24
4.2 Oficina de modelagem de funções logarítmicas assistidas pela programação do <i>App Inventor</i>	38
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	51
REFERÊNCIAS	53
APÊNDICES	55

1 INTRODUÇÃO

Nesta introdução faremos uma breve explanação sobre as funções logarítmicas, a modelagem matemática e o pensamento computacional com a programação. Em seguida, apresentaremos as razões que motivaram este estudo, anunciaremos a problemática da pesquisa e, por fim, os objetivos delineados.

1.1 Apresentação do tema

A Matemática, ao longo da história, sistematiza a forma de tratar o mundo com seus problemas. Ela está ligada indiscutivelmente com a evolução da humanidade, já que seu surgimento promoveu o desenvolvimento do entendimento aprofundado da realidade, concedendo possibilidades de relacionar fenômenos, estudá-los e até mesmo prevê-los. Para tanto, a Matemática possui diversos estudos sobre padrões e relações, na natureza e na sociedade, visto que a humanidade ao decorrer de sua evolução sentiu a necessidade de entendê-los para poder progredir e realizar conquistas. Uma das relações mais importantes já concebidas é a função logarítmica, que surge em conjunto com a função exponencial. A função logarítmica possui sua estruturação estabelecida a partir da função exponencial, visto que é construída como processo inverso da mesma, e contempla a modelação em variadas áreas, como na natureza, nas finanças, na física, na química, entre outras.

Compreendida como objeto de estudo necessário, as funções logarítmicas possuem significativa relevância, uma vez que, fazem parte do componente curricular obrigatório do Ensino Médio. Entretanto, há uma grande dificuldade de aprendizagem por parte dos alunos, visto que não conseguem obter de fato a cognição advinda das definições, conceitos, propriedades e exercícios.

Uma das razões para essa dificuldade de aprendizagem está nos métodos de abordagem tradicional dos conteúdos, assim como descreve Ferreira e Bisognin (2007).

Na atividade escolar, no que se refere ao estudo de logaritmos e a aprendizagem de seu conceito, percebe-se que as dificuldades apresentadas se devem ao fato de que, do ponto de vista da aquisição de um conhecimento, este não pode ser gerado a partir da definição algébrica, definição esta que muitas vezes é apenas memorizada. Apesar da importância do estudo de logaritmos, muitos alunos saem do Ensino Médio sem entendê-lo e nem sequer relacioná-lo com aplicações práticas e conhecidas, isto é, sem saber que a teoria dos logaritmos se aplica a muitos tipos de situações-problema (FERREIRA; BISOGNIN, 2007, p.64-78).

Na busca do aperfeiçoamento do ensino-aprendizagem em Matemática, que colabore

para o desenvolvimento significativo do conhecimento dos alunos, em relação às funções logarítmicas, a modelagem matemática surge como uma proposta metodológica que parte de situações matematizadas, ou seja, conhecer a matemática a partir da modelação de fenômenos reais e simuláveis para análise, com intuito de observar e entender o comportamento para assim prevêê-los.

Nesse sentido, abranger a modelação de funções, vai ao encontro com a ideia de desenvolver o conteúdo programático a partir de um tema ou modelo, guiando os alunos na criação de seu próprio modelo. Além disso, traz uma perspectiva de estudo diferenciada que promove a autonomia e a curiosidade do estudante, tornando atrativo conhecer sobre a função e como a mesma contribui para resolver problemas e descrever fenômenos, evidenciando a importância de estudá-la. Nesse sentido, Almeida e Brito destacam que:

[...] a Modelagem Matemática tem sido apontada por diversos educadores matemáticos como uma alternativa pedagógica que visa relacionar Matemática escolar com questões extra-matemáticas de interesse dos alunos, configurando uma atividade que se desenvolve segundo um esquema - um ciclo de modelagem – na qual a escolha do problema a ser investigado tem a participação direta dos sujeitos envolvidos (ALMEIDA; BRITO, 2005, p.487).

No entanto, mesmo propondo inovações que otimizam o ensino, a estruturação da modelagem para promover o estudo e aprendizagem da matemática, possui etapas que necessitam de uma automatização, visto que, a modelagem apresenta certas complexidades que retardam o processo de construção e verificação dos modelos. Complexidades essas que são identificadas nas etapas que envolvem a compreensão do problema, a formulação das variáveis para criação dos modelos, e o teste e verificação dos modelos. Nesse sentido, Meyer, Caldeira e Malheiros discute:

O processo de Modelagem exige certos conhecimentos que extrapolam somente a questão da Matemática em si. Faz-se necessário também algumas pesquisas que os subsidiem e que, sem elas, o trabalho se torna bem mais difícil (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011, p.71).

Não obstante, a ideia de vivenciar matematicamente o cotidiano, o pensamento computacional trata, através da tecnologia, os problemas decorrentes da realidade. Entretanto, é válido lembrar que não é necessariamente preciso utilizar de programas para desenvolver o pensamento computacional, embora seja uma estratégia bastante comum.

Utiliza-se do método de resolução de problemas assistido pela programação, cujo desenvolvimento acontece por etapas similares a construção de modelos e verificação, além da

programação estar ligada a essência algorítmica da matemática em sua lógica e procedimentos. Nisto, vê-se as potencialidades da programação para modelagem matemática, uma vez que ela detém a possibilidade de incremento na estruturação e desenvolvimento.

Nesta esteira, Almeida, Silva e Vertuan descrevem:

[...] a possibilidade de experimentar, de visualizar e de coordenar de forma dinâmica as representações algébricas, gráficas e tabulares, são vantagens da interação de atividades de modelagem com as mídias informáticas (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, p.31).

Em virtude do cenário supracitado, e das possíveis semelhanças entre os métodos de abordagem de estudo comentado, delineamos como questão norteadora desta pesquisa: Quais são os impactos da programação de aplicativos para o processo de modelagem matemática no ensino-aprendizagem das funções logarítmicas e desenvolvimento do pensamento computacional?

1.2 Problemática e justificativa

Mediante o contato com a programação do *App Inventor*, ofertada pelo minicurso de formação sobre pensamento computacional aplicado à matemática concebido pela UFPB-campus IV, foram visualizadas as diversas possibilidades de potencialização para estudo, formulação e teste de diversas fórmulas conhecidas da matemática, tanto no âmbito algébrico como geométrico. Diante de tantas possibilidades, optou-se por investigar a esfera algébrica a partir da produção de aplicativos, que a plataforma *App Inventor* permite desenvolver, aplicativos esses que podem ser testados através de dispositivos móveis.

No mesmo período em que foi explorado a criação de aplicativos, ocorreu em uma disciplina do componente curricular Laboratório II do curso de licenciatura em matemática da UFPB campus IV, o estudo sobre a modelagem matemática aliada ao método de resolução de problemas. Durante uma atividade na qual trabalhava a modelagem da parcela dedutível do imposto de renda, ao realizar investigações sobre as variáveis e como era feito o cálculo do imposto de renda, percebia-se uma dificuldade em organizar as informações para criar o modelo e depois testá-lo. Diante disso, surgiu, pois, o insight de tentar produzir o modelo através da programação e testar sua corretude junto ao site que calcula o imposto de renda.

Conseguindo produzir o modelo, analisou-se a facilidade com que foi concebido utilizando a programação em blocos, podendo transferir o problema para ser resolvido através

do computador, em etapas e de maneira organizada. Percebendo também, que o cálculo do imposto de renda se apresentava como uma função com restrições para valores, surgiu a possibilidade de abordar a modelagem de outras funções, como funções logarítmicas, exponenciais, entre outras.

Com base nessas experiências, esta pesquisa investiga a relação entre a programação e a modelagem matemática envolvendo as funções logarítmicas, a fim de verificar a possível otimização da aplicação da modelagem matemática no ensino de funções logarítmicas, utilizando a programação ofertada pela plataforma *App Inventor*.

Este estudo foi desenvolvido com o intuito de produzir um ambiente favorável que traga significado ao estudante, buscando potencializar o estudo da função através da matematização de situações cotidianas, porém de forma inovadora e prática, uma vez que, a modelagem de funções logarítmicas seria feita com apoio da programação.

Deste modo, a presente investigação deve ser realizada, já que explora o melhor das duas metodologias de ensino da Matemática, isto é, a modelagem matemática e a programação. Analisando suas conexões e o resultado de seu trabalho sistematizado, para compreender e possibilitar autonomia para questionar, testar, entender e solucionar problemas envolvendo a função logarítmica e por fim observar o grau de aprendizagem concebida da inserção do método de estudo.

Mediante aos resultados desta pesquisa, será possível entender a eficácia de unir as duas metodologias de ensino, verificando as possíveis contribuições para construção de ensino consistente que não se desprenda do seu rigor, mas que tenha um olhar abrangente sem limitações no que se refere a vivenciar os conceitos. Além disso, somam-se a cada método, novas concepções acerca de sua potencialidade, crescendo se é possível melhorá-las e se juntas isto de fato ocorre.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo Geral

Investigar o processo de ensino-aprendizagem de funções logarítmicas através da utilização da modelagem matemática tendo como apoio a programação de aplicativos utilizando o *MIT App Inventor 2*.

1.3.2 Objetivos Específicos

1. Realizar uma oficina de modelagem de funções logarítmicas em uma situação cotidiana com os alunos;
2. Identificar as dificuldades dos alunos diante implementação da modelagem matemática no estudo da função logarítmica;
3. Realizar uma outra oficina de modelagem de função logarítmica com auxílio da programação do *MIT App Inventor 2*;
4. Comparar os resultados obtidos através da implantação das duas metodologias juntas, em relação ao desempenho dos alunos e as evidências de aprendizagem;
5. Discutir as dificuldades e possíveis melhorias concebidas pela utilização da programação do *MIT App Inventor 2* na modelação de funções logarítmicas;
6. Constatar os impactos da programação para a modelagem matemática de funções logarítmicas o desenvolvimento do pensamento computacional

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo apresentaremos os três pilares nos quais esta pesquisa se sustenta: o ensino-aprendizagem das funções logarítmicas, a modelagem matemática e o pensamento computacional com a programação usando o *MIT App Inventor 2*.

2.1 O Ensino-aprendizagem das funções logarítmicas

O estudo da função logarítmica integra a estrutura curricular do Ensino Básico Médio. Na Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018), encontramos as funções logarítmicas entre a primeira e terceira série do ensino médio, na unidade de Números e Álgebra, sendo abordada pelas competências específicas, da matemática, 3 e 4, com as habilidades (EM13MAT305) e (EM13MAT403), respectivamente:

Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente. (BRASIL, 2018, p. 531).

Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas. (BRASIL, 2018, p. 531)

(EM13MAT305). Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.

(EM13MAT403). Analisar e estabelecer relações, com ou sem apoio de tecnologias digitais, entre as representações de funções exponencial e logarítmica expressas em tabelas e em plano cartesiano, para identificar as características fundamentais (domínio, imagem, crescimento) de cada função. (BRASIL, 2018, p. 536-539).

O estudo das funções logarítmicas gera constantemente dúvidas por parte dos alunos. Neste pensamento, Fernandes e Bittencourt (2016), destacam que:

Tendo em vista essa problemática junto às nossas experiências adquiridas no ensino básico e os diversos debates acadêmicos, constatamos que o estudo de função Logarítmica vem trazendo diversas discussões na área da Educação Matemática, pois é um dos estudos centrais no ensino básico e que mais geram dificuldades por parte dos alunos e professores
(FERNANDES E BITTENCOURT, 2016, p. 2).

Investigando as causas para esta falta de compreensão, Ferreira e Bisognin (2007) discorrem sobre a questão de dar sentido ao que se estuda, já que é percebido que, em muitas

vezes, o problema se encontra no modo como a matemática vai sendo tratada na sala de aula, isto é, metodologias que inibem o aluno de conseguir estabelecer um sentido ao conteúdo que estudam.

As funções logarítmicas, como qualquer outra função, foram desenvolvidas ao longo da história no intuito de modelar situações, para compreensão de fenômenos. Assim, produzir significado ao estudo da mesma, remete vivenciá-la em situações matematizadas. Para Luccas e Batista (2011, p. 456), matematização consiste na “[...] atividade matemática que possibilita a organização e a estruturação dos fenômenos naturais pertencentes à realidade complexa, por meio de uma identificação de regularidades, padrões, relações e, posteriormente, estruturas matemáticas”.

2.2 Modelagem Matemática como ferramenta de ensino

A modelagem matemática é considerada uma das metodologias mais utilizadas para a abordagem do estudo e aplicação de funções, uma vez que promove, assim como Barbosa (2004, p. 75) descreve, “um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade.” Ainda Barbosa (2004, p. 75), relata que o exercício da modelagem matemática produz questionamentos sobre a veracidade do que é estudado, fazendo o estudante constituir uma visão crítica sobre as aplicações da matemática.

Neste sentido, como a ideia inicial de função é relacionar e compreender situações, com suas dependências elaborando sua lei, a modelagem matemática se sustenta na necessidade de criar modelos, assim como as leis para investigar e resolver problemas. Neste sentido, Bassanezi, (2002, p. 16) discorre que “A modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”.

Não obstante, a modelagem matemática e a modelação, termos no qual foi amplamente discutido nesta pesquisa, possui diferenças conceituais. Sendo a modelagem matemática, na maioria das vezes, encarada como o ato de criar os modelos inéditos a partir das etapas de modelagem com a experimentação e utilização de dados obtidos durante pesquisas. Já a modelação, trabalha a partir de um tema ou modelo já definidos, que devem ser usados como ponto de partida para a criação de modelos próprios. Assim, Biembengut (2009), destaca que:

[...] a modelação matemática norteia-se por desenvolver o conteúdo programático a partir de um tema ou modelo matemático e orientar os educandos na realização de seu

próprio modelo-modelagem. Pode valer como método de ensino-aprendizagem de matemática em qualquer nível escolar, das séries iniciais a um curso de pós-graduação. Não há restrição! (BIEMBENGUT [11], 2009, P.18).

É sabido que as funções logarítmicas, assim como as outras funções, são modelos que representam e abordam o estudo de diversos fenômenos, que não somente se encontram na matemática, mas em inúmeras outras ciências e aplicações. Nesta linha a modelagem matemática permite:

[...] criar possibilidades interdisciplinares na sala de aula, fato considerado muito importante (ou, até essencial) entre as questões de ensino e aprendizagem, mostrando que, no caso, a Matemática não é uma ciência isolada das outras (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011, p.85).

Para Meyer, Caldeira e Malheiros (2011), a modelagem matemática necessita de certos conhecimentos, fora do contexto matemático, que potencializam sua implementação metodológica.

Sabe-se também, que para a realização da modelagem são necessárias algumas etapas. Segundo Biembengut e Hein (2007, p.13-15) os procedimentos são agrupados em três etapas que podem ser subdivididas em seis etapas. A primeira etapa é a de interação, cujo trabalho subdivide-se em reconhecer a situação problema e familiarizar-se com o conteúdo a ser modelado, ou seja, o referencial teórico. Na segunda etapa, tem-se a abordagem da matematização, subdividindo-se na formulação do problema, isto é, a hipótese e a resolução do problema em termos de modelo, neste caso sua aplicação. Por fim, configura-se a terceira etapa como tratamento do modelo matemático, subdividindo-se em interpretar a solução obtida do processo e validar o modelo, ou seja, verificando-o e avaliando-o.

Vislumbra-se também a possibilidade de aliar o uso das tecnologias para abordar a modelagem de funções logarítmicas, uma vez que, dispõe de ferramentas que possibilitam o trabalho gradativo das atividades de modelagem, isto é, de forma progressiva em etapas que possam promover ao estudante a habilidade de fazer modelagem conforme destacam Almeida, Silva e Vertuan (2013).

A dinamicidade de inúmeros softwares livres, hoje disponíveis no mercado, pode auxiliar alunos e professores na construção de gráficos e na observação da influência dos parâmetros bem como na realização de cálculos (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, p.31).

Nesse sentido, vê-se a possibilidade de trabalhar a modelagem matemática através do

desenvolvimento do pensamento computacional pela utilização da programação proporcionada pela Plataforma *MIT App Inventor 2*, por meio da qual podem ser criados e testados os aplicativos para resolver problemas.

2.3 O pensamento computacional e a programação no MIT App Inventor 2

Vislumbra-se a ideia de potencializar a modelagem matemática através do desenvolvimento do pensamento computacional mediante o estudo da programação, por conta da semelhança estrutural na forma como os problemas são resolvidos, assim como descrevem Borba e Penteado (2012, p.46) “a sinergia é imensa entre uma proposta que enfatiza a pesquisa por parte dos alunos e uma mídia que facilita tal empreitada”.

Nessa linha de discussão, da possibilidade de cooperação entre a utilização do computador nos estudos voltados para a modelagem matemática, Araújo (2003, p. 2) discorre que “parece haver, então, uma incorporação natural, de computadores e/ou calculadoras, para a abordagem da situação real, quando se desenvolve algum trabalho de modelagem matemática”.

Para tanto, o pensamento computacional - PC caracteriza-se como o saber usar o computador como instrumento de extensão do poder cognitivo e operacional do ser humano, concebendo o aumento da capacidade produtiva, criativa e de inventar (França, Silva e Amaral, 2012, p. 1). Desta forma, o PC está ligado à perspectiva de resolução de problemas com auxílio do computador.

Na programação, o PC está ligado à construção do pensamento lógico com desenvolvimento de algoritmos que organizam todo processo da resolução do problema em etapas sistematizadas e facilitadas. Assim, como Valente (1999) relata:

Quando o aprendiz programa o computador, este pode ser visto como uma ferramenta para resolver problemas. O programa produzido utiliza conceitos, estratégias e um estilo de resolução de problemas. Nesse sentido, a realização de um programa exige que o aprendiz processe informação, transforme-a em conhecimento, que de certa maneira, é explicitado no programa. (VALENTE,1999, p.71-76).

O algoritmo é a parte essencial da programação, haja visto que é a parte lógica para o funcionamento do programa criado. Manzano (2000) o descreve como cálculo matemático ou processo de resolução de um conjunto de problemas análogos. Em outras palavras, modelos formalizados que possuem a intenção de alcançar resultados ou solucionar determinado problema, englobando fórmulas e expressões aritméticas.

Numa perspectiva computacional voltada para programação Manzano e Oliveira (2016

p.25) destacam que algorítmicos pode ser entendido como “regras formais, sequenciais e bem definidas a partir do entendimento lógico de um problema a ser resolvido por um programador com o objetivo de transformá-lo em um programa que seja possível de ser tratado e executado por um computador”.

Realizando o paralelo entre as ideias de algorítmico, observa-se diferenças e semelhanças, visto que o algoritmo depende necessariamente do âmbito para ser definido, isto é, se está no âmbito matemático, este é entendido como conjunto de regras ou fórmulas para a obtenção de resultados, já no âmbito computacional, seu rigor tende a aumentar em virtude de ser o computador que irá realizar os comandos ao qual foi definido logicamente pelo programador.

Desta maneira, claramente observa-se a constante relação entre a abordagem metodológica da programação e o tratamento pela modelagem matemática.

O *MIT App Inventor 2* foi a plataforma de programação escolhida, ela é uma plataforma de programação orientada ao design para a criação de aplicações para a plataforma Google Android (smartphones e tablets) e IOS, por meio do APP. Desenvolvida pelo MIT - *Massachusetts Institute of Technology* em parceria com a Google Inc. Esta plataforma é gratuita e promove a programação por meio de blocos, facilitando a lógica, e dispõe de um aplicativo onde podem ser testados os jogos, calculadoras ou outros aplicativos desenvolvidos.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A pesquisa proposta neste projeto tem como objetivo investigar o processo de ensino-aprendizagem de funções logarítmicas através da utilização da modelagem matemática apoiada pela programação do *MIT App Inventor 2*.

Neste capítulo, apresentamos a classificação da pesquisa quanto, a natureza da abordagem do objeto a ser pesquisado, quanto aos objetivos e aos procedimentos técnicos de investigação. Também apresentamos a população e contexto onde foi realizado o levantamento de dados, os instrumentos e as técnicas para coleta de dados.

3.1 Classificação da Pesquisa

Quanto à abordagem do seu objeto, esta pesquisa classifica-se como de natureza qualitativa, uma vez que o estudo propõe uma investigação sobre os impactos gerados pela programação na modelagem matemática de funções logarítmicas e o desenvolvimento do pensamento computacional. Este tipo de abordagem, segundo Richardson (1999, p. 102) revela que:

[...] o objetivo fundamental da pesquisa qualitativa não reside na produção de opiniões representativas e objetivamente mensuráveis de um grupo; está no aprofundamento da compreensão de um fenômeno social por meio de entrevistas em profundidade e análises qualitativas da consciência articulada dos atores envolvidos no fenômeno. (RICHARDSON, 1999, p. 102)

A pesquisa, em relação aos objetivos, caracteriza-se como exploratória, já que o estudo busca a familiarização com a questão da possível assistência da tecnologia para com a modelagem matemática. Levantando hipóteses relativas a possível potencialidade obtida pela programação no estudo da modelação de funções logarítmicas, Gil (2010) descreve que a pesquisa exploratória tem como intuito “[...] proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a construir hipóteses” (GIL, 2010, p. 27),

Por fim, quantos aos procedimentos técnicos utilizados para coleta de dados, a pesquisa se enquadra como um estudo de caso, uma vez que, pretende-se coletar e analisar informações relativas ao desempenho dos alunos, entre um ambiente de modelação de funções logarítmicas de forma usual, e um outro ambiente em que modelação de funções logarítmicas é auxiliada pela programação, proporcionando o pensamento computacional. Nesta mesma perspectiva de procedimentos técnicos (Prodanov e Freitas, 2013) caracterizam o estudo de caso como “[...]”

coletar e analisar informações sobre determinado indivíduo, uma família, um grupo ou uma comunidade, a fim de estudar aspectos variados de sua vida, de acordo com o assunto de pesquisa” (PRODANOV; FREITAS, 2013, p. 60).

3.2 População e Amostra

A pesquisa teve como universo os estudantes do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba - UFPB do campus IV no Litoral Norte. Tomaremos como amostra, uma turma de estudantes do componente curricular Informática Aplicada à Matemática. A escolha desta turma, ocorreu em virtude da maioria dos alunos serem do segundo período do curso, ou seja, há pouco tempo saíram do ensino médio para adentrar no ensino superior. Além disso, o componente curricular faz a abordagem do conteúdo das tecnologias como solução metodológica para melhoria da qualidade de ensino-aprendizagem na educação matemática.

3.3 Etapas da Pesquisa

As atividades da pesquisa ocorreram em 6 etapas:

- I.** Realizar uma oficina de modelagem de funções logarítmicas em uma situação cotidiana com os alunos;
- II.** Identificar as dificuldades dos alunos em relação a implementação da modelagem matemática no estudo da função logarítmica;
- III.** Realizar uma outra oficina de modelagem de função logarítmica, desta vez com o auxílio da programação do MIT *App Inventor 2*;
- IV.** Comparar os resultados obtidos através da implantação das duas metodologias juntas, em relação ao desempenho dos alunos e as evidências de aprendizagem;
- V.** Discutir as dificuldades e possíveis melhorias concebidas pela utilização da programação do MIT *App Inventor 2* na modelação de funções logarítmicas;
- VI.** Constatar os impactos da programação para a modelagem de funções logarítmicas e desenvolvimento do pensamento computacional;

Foram desenvolvidas duas oficinas com avaliações somativas, no intuito de comparar os seus resultados. Para aplicação da primeira oficina, implementou-se a modelagem matemática para o estudo da função logarítmica mediante a modelagem de uma situação

problema. Já na segunda oficina, foi feita uma abordagem semelhante à oficina anterior, mas desta vez, o processo de modelagem matemática da função logarítmica foi desenvolvida com as ideias de pensamento computacional a partir da programação advinda da utilização da plataforma da *MIT App Inventor 2*. E com uma situação problema semelhante à anterior para poder compará-las, foi desenvolvida a análise dos resultados quanto ao estudo da função logarítmica pelas perspectivas das duas metodologias de ensino. Nisso, foi desenvolvida com os alunos, uma atividade de modelagem por oficina, ou seja, uma questão contextualizada que seria feita a sua resolução por meio da criação de um modelo e testagem dele, cuja abordagem seguiria a etapas descritas por Biembengut e Hein, na primeira oficina, e na segunda, estas mesmas etapas, sendo realizadas com o uso da plataforma *MIT App inventor 2*.

Para tanto, realizou-se estas oficinas com intuito de querer entender a potencialidade da programação como subsídio à modelagem matemática, ou seja, compreender como a programação venha a revitalizar o ensino da função logarítmica como apoio a modelagem.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo, apresentaremos os resultados obtidos durante a pesquisa, fazendo reflexões sobre as intervenções realizadas na turma do componente curricular Informática Aplicada à matemática. Abordando as duas oficinas, e comparando-as em relação às potencialidades que possuem, as metodologias que foram aplicadas para o ensino de funções logarítmicas. Foi gerado uma discussão sobre o uso de modelagem matemática no ensino, e sua potencialização pela programação e o desenvolvimento do pensamento computacional.

A primeira oficina foi realizada de forma remota, em virtude da UFPB nas primeiras semanas, ter de cumprir um decreto para que as atividades fossem realizadas no formato híbrido. No entanto, inicialmente as primeiras semanas continuaram remotas. Desta forma, a oficina foi alterada para ser realizada de forma virtual. Não obstante, a segunda oficina ocorreu de maneira presencial. Nisto, observa-se a necessidade de fazer uma outra comparação, neste caso, a do ensino virtual para o presencial.

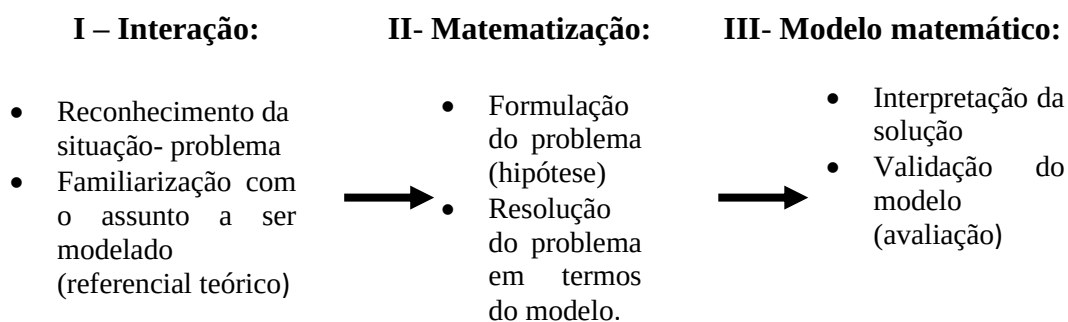
4.1 Oficina de modelagem matemática no ensino de funções logarítmicas

Intitulada como “oficina de modelagem matemática de funções logarítmicas”, a primeira oficina ocorreu em 14 de março de 2022, sendo realizada pela sala virtual do *Google Meet*, de modo expositivo, visto que foi adentrado os primeiros conceitos de modelagem

matemática, e estava no modelo online. A oficina organizou-se em etapas: conceitos de modelagem, estrutura da modelagem matemática, conhecimentos prévios sobre função logarítmica e exponencial, momentos de exemplo e exercício de modelagem de função logarítmica.

Inicialmente, através de slides foram apresentados e comparados os conceitos técnicos e educacionais da modelagem matemática, evidenciando para os alunos sua importância e porque utilizá-la no ensino. Assim, pelas concepções de Biembengut e Hein (2007, p. 12), podemos observar as ideias estruturais que regem a modelagem, conhecendo-as como processo que envolve a obtenção de um modelo, considerando-as artísticas, para qual o autor desenvolvedor do modelo, tenha que estar munido de conhecimento matemático suficiente para interpretar o contexto e abstrair traços matemáticos, dos quais ele pode associar a um conteúdo, e assim ludicamente jogar com as variáveis envolvidas. Já no âmbito educacional é explorado as perspectivas de Almeida e Brito (2005, p.487) que consideram a modelagem matemática como alternativa pedagógica que faz a relação entre a matemática escolar para com questões extra matemáticas de interesse do aluno, ou seja, trazendo um estudo que envolve a escolha do aluno como direção para trabalhar a matemática, abordando o problema em ciclos, mas no contexto escolhido por todos os envolvidos.

Após conceber as concepções, abordamos a dinâmica da modelagem matemática de Biembengut e Hein (2007, p. 12), relatando que o modelo matemático envolve uma série de procedimentos. Estes procedimentos podem ser agrupados em três etapas, subdividido em seis sub etapas, a saber:



Na sequência foi abordado cada um, com suas subetapas conceitualmente, para depois apresentá-las em um exemplo.

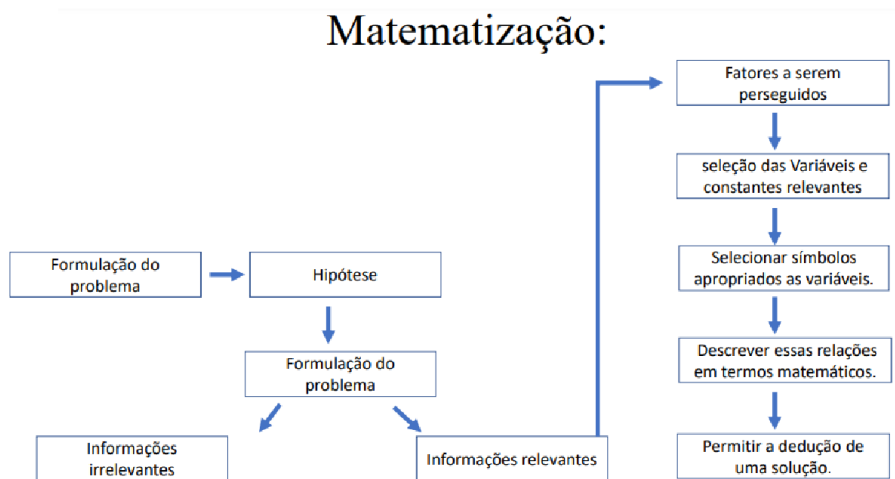
Na parte de interação, levamos os alunos a entenderem o porquê de se familiarizar com o problema e realmente representá-lo como tal, para defini-lo em sua totalidade. Assim como descrevem Biembengut e Hein (2007, p. 13-14) “uma vez delineada a situação que se pretende

estudar, deve ser feito um estudo completo sobre o assunto de modo inteiro. ”

Desta forma, revelamos a necessidade de se inteirar completamente do problema, para acumular dados significativos referentes ao problema, se familiarizando ao ponto de defini-lo com total clareza, objetivando a formulação do problema, já pensando nos métodos de resolvê-lo.

Com a etapa de interação realizada, mostrou-se o processo de matematização. “Esta etapa, a mais complexa e “desafiante” em geral subdivide-se na formulação do problema e resolução. É aqui que se dá a tradução da situação-problema para a linguagem matemática. Intuição, criatividade e experiência acumulada são elementos indispensáveis. ” (BIEMBENGUT; HEIN, 2007, p. 14). Sabendo de sua complexidade quanto ao processo de matematização, foi realizado um esquema simples para fazer com que alunos observem com mais clareza como se dá sua dinâmica. Na qual foi mostrado no esquema desenvolvido a partir do modelo de Biembengut Hein, onde apresentou-se as etapas de matematização, como podemos observar na figura 1.

Figura 1: Dinâmica de matematização de Biembengut e Hein



Fonte: Elaboração própria, 2022.

O esquema evidencia, como decorre o processo de forma simplificada e objetiva. Na realização do processo de formulação do problema com clareza, esta passa por diversas hipóteses para ser concluído. Quando concluído, avança para as informações relevantes das quais é feita a seleção para separar os fatores a serem perseguidos, ou seja, os fatores pertinentes que vão prover as ideias para começar a selecionar as variáveis e constantes. Com as variáveis e constantes definidas, utiliza-se da abstração e rigor matemático, para criar ou selecionar

símbolos adequados para representá-los. Com a posse das variáveis e constantes já representadas corretamente, inicia-se a tentativa de relacionar as variáveis, descrevendo-a em termos matemáticos, que possibilitem relacioná-las. Chegando à finalização do problema, com a posse do modelo, inicia-se a dedução de uma solução do problema pelo próprio modelo.

Chegando ao final da apresentação da modelagem, mostramos o processo de verificação e validação do modelo matemático em relação à resolução do problema. “Para concluir o modelo, torna-se necessária uma avaliação para verificar em que nível ele se aproxima da situação-problema representada e, a partir daí, verificar também o grau de confiabilidade na sua utilização”. (BIEMBENGUT; HEIN, 2007, p. 15).

Para tanto, interpreta-se o modelo e examina-se suas consequências para com a solução extraída do que se investiga. E verifica-se a sua adequação para com o problema investigado, evidenciando sua relevância quanto à solução. No entanto, caso este processo de verificação e validação obtenha resultados que não resolvam o problema, retoma-se novamente para a segunda etapa, ou seja, a matematização.

Finalizando a apresentação dos conceitos e a dinâmica da modelagem, observa-se que os alunos durante a exposição, sentiam curiosidade em relação à possibilidade de conseguir modelar a realidade matematicamente. Entretanto, não são todos, tendo em vista que os alunos se deparam com uma nova forma de encarar a resolução de problemas. E como são muitas etapas e regras, ficam apavorados para realizar algo deste patamar. Deste modo, para mostrar o funcionamento de cada etapa a ser realizada, foi desenvolvida a modelagem de uma questão matemática de logarítmicos do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem).

Tendo em vista a necessidade de conhecimentos matemáticos prévios para trabalhar os problemas envolvendo logarítmicos, realizamos uma breve exposição dos logarítmicos e potências com suas propriedades, além das funções logarítmicas e exponenciais com sua definição. Tendo as definições de função exponencial e logarítmica, extraídas do livro do Cálculo A de Flemming e Gonçalves (2012, pág. 31-32), essas podem ser observadas nas figuras 2 e 3.

Figura 2: Definição de uma função exponencial, com sua interpretação geométrica

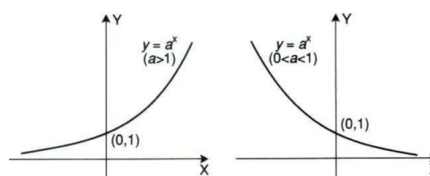
Função exponencial

Definição: chamamos de função exponencial de base a a função de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ que associa a cada x real ou número real a^x , sendo a um número real, $0 < a \neq 1$.

Ou, $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \rightarrow y = a^x$$

$f(x) = a^x$ e também a variação $h(x) = ba^x$



Fonte: Cálculo A, 2012.

Vê-se nas próprias definições, as complexidades abstratas presentes em cada uma. Nisto, observa-se que trazer significado ao uso destas relações por meio da modelagem não é algo novo, mas sim essencial. Tendo em vista a necessidade da compressão do mundo por esta ótica, relacionar e reconhecer ideias, nos mais diversos contextos, de forma a contemplar a utilidade do estudo deste conteúdo. Haja vista, que estudá-lo restringindo-se apenas a calcular propriedades e vislumbrar apenas suas formalidades, não é o mesmo que o estudo experimentando como ferramenta que possibilita a interpretação das situações e contextos do mundo, compreendendo e resolvendo problemas segundo suas perspectivas.

Figura 3: Definição de uma função logarítmica, com sua interpretação geométrica

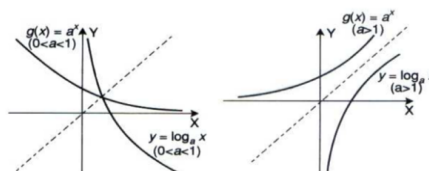
Função logarítmica

Definição: Dado um número real a ($0 < a \neq 1$), chamamos de função logarítmica de base a a função $\mathbb{R}_+^*$ em $\mathbb{R}$ que se associa a cada x número $\log_a x$, isto é,

$$f: \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \rightarrow y = \log_a x$$

$$g(x) = \log_a x$$



Fonte: Cálculo A, 2012.

Para relembrar as propriedades foi utilizado o livro de *Fundamentos da matemática elementar, 2: logaritmos* dos autores: Iezzi, Dolce e Murakami (2013) fazendo um resumo por todo livro e elencando as seguintes propriedades na figura 4.

Figura 4: Propriedades de exponenciais e logarítmicos

Propriedades de potência e logarítmicos

Seja $m, n, k \in \mathbb{R}$; $x, y \in \mathbb{R}^+$ $a, b \in \mathbb{R}^+$

com $p \in \mathbb{R} - \{0\}$ e quando logarítmicos $a, b \neq 1$, então:

$a^0 = 1$	$a^{\log_a x} = x$	$\log_a a^k = k$
$a^n \times a^m = a^{n+m}$	$\log_a 1 = 0$	$\log_a a = 1$
$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$	$\log_a x^k = k \log_a x$	
$a^n \times b^n = (a \times b)^n$	$\log_a (x \times y) = \log_a x + \log_a y$	
$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$	$\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$	
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$	
$(a^n)^m = a^{n \times m}$	$\log_b a \times \log_a b = 1$	
$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	$\log_a x = \log_{a^p} x^p$	

Fonte: Elaboração própria, 2022.

Não obstante, retomamos o uso do processo de inversão de uma função, uma vez que, ao utilizar a função exponencial, é possível transformá-la em logaritmo pela inversão e vice-versa. Segundo Flemming e Gonçalves (2012, pág. 31-32): “Seja $f = (x)$ uma função de A em B $F: A \rightarrow B$. Se, para cada $y \in B$, existir exatamente um valor $x \in A$ tal que $y = f(x)$, então podemos definir uma função $g: B \rightarrow A$ tal que $x = g(y)$. A função g definida desta maneira é chamada função inversa de f é denotada por f^{-1} ”

Ao finalizar a parte referente aos conhecimentos prévios, observou-se a exaustão dos alunos, uma vez que, ao se depararem com a diversidade de conteúdos no período de 1 hora, notou-se uma sobrecarga quanto à quantidade de ideias apresentadas. A fim de minimizar a complexidade do que foi trabalhado, dando sentido à escolha da metodologia de ensino, constitui-se a modelagem da questão do (Enem) como ambiente de aprendizagem e aplicação de conhecimentos.

A questão escolhida do (Enem) foi:

(Enem 2018). Com o avanço em ciência da computação, estamos próximos do momento em que o número de transistores no processador de um computador pessoal será da mesma ordem de grandeza que o número de neurônios em um cérebro humano, que é da ordem de 100 bilhões. Uma das grandezas determinantes para o desempenho de um processador é a densidade de transistores, que é o número de transistores por centímetro quadrado. Em 1986, uma empresa fabricava um processador contendo 100 000 transistores distribuídos em 0,25 cm² de área. Desde então, o número de transistores por centímetro quadrado que se pode colocar em

um processador dobra a cada dois anos (Lei de Moore).

Considere 0,30 como aproximação para $\log_{10} 2$

Em que ano a empresa atingiu ou atingirá a densidade de 100 bilhões de transistores?

- a) 1999
- b) 2002
- c) 2022
- d) 2026
- e) 2146

Seguindo a dinâmica de modelagem de Biembengut e Hein, iniciou-se o processo de modelagem da questão, por etapas.

Iniciando a etapa de interação, é perceptível enxergar pelo enunciado que se trata do desenvolvimento tecnológico de transistores de processadores, e que seu progresso depende do tempo.

Como a questão solicita em que ano a quantidade de transistores alcançará o patamar estipulado, vê-se uma relação entre o tempo e a quantidade de transistores, e o problema que, neste caso, é prever o ano em que o acontecimento da produção de transistores atinja o que foi posto em suposição.

Neste momento, os alunos presenciaram a facilidade com que é se familiarizar com o problema.

Na etapa de matematização: Como foi visto na questão, o problema é prever o ano em que os transistores irão alcançar o valor de 100 bilhões.

Informações importantes:

Foi mencionada na questão, que tem-se: 100.000 transistores por $0,25 \text{ cm}^2$ fabricados em uma empresa em 1986. Como é relatado que é quantidades de transistores é por centímetro quadrado, logo tem-se que são 400.000 por centímetros quadrado, já que $0,25 \text{ cm}^2 = \frac{1}{4} \text{ cm}^2$, isto é, 1 cm^2 possui $4 \cdot 100.000 = 400.000$

Além disso, foi relatado que o crescimento de transistores dobra a cada dois anos. E por fim, que $2^{-0,30}$ deve ser usado. Assim, compreendemos a possibilidade da variável tempo e número de transistores, estarem relacionadas por uma função exponencial ou logarítmica.

Como sabemos que dobra a cada dois anos temos os possíveis resultados a partir do valor de 1986 que é 400.000.

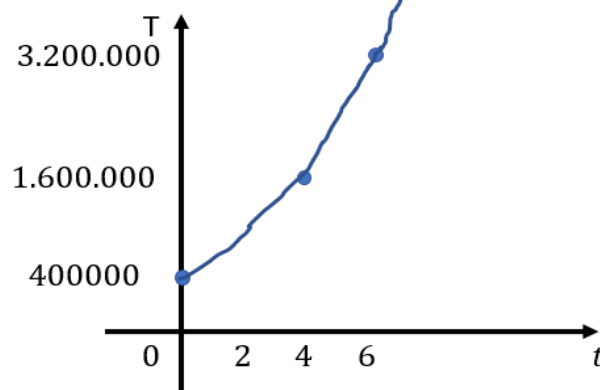
Passando 2 anos temos $2 \cdot 400.000 = 800.000$

Passando 4 anos temos $2(2 \cdot 400.000) = 2 \cdot 2(400.000) = 4 \cdot 400.000 = 1.600.000$

Passando 6 anos temos $2(4 \cdot 400.000) = 2 \cdot 4(400.000) = 8 \cdot 400.000 = 3.200.000$

E assim por diante, temos que o número de transistores T depende do tempo t em anos, fazendo um gráfico temos: observar a figura 5:

Figura 5: Gráfico que relaciona tempo e transistores



Fonte: Elaboração própria, 2022.

Após análise do gráfico, foi observado que se trata de uma função exponencial. Assim, para modelá-la é necessário lembrar da definição de função exponencial, ou seja, $f(x) = ba^x$

Assim, $ba^0 = 400.000 = T(0)$, pois começou a contar de 1986. logo $b = 400.000$,

Além disso, $400.000a^2 = 400.000 \cdot 2 = T(2)$, logo $a^2 = 2$, ou seja, $a = \sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}$.

Logo, $T(t) = 400.000 \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^t = 400.000(2)^{\frac{t}{2}}$.

Entretanto, como queremos prever o ano precisamos de uma função que relacione o ano pela quantidade de transistores a partir do ano 1986.

Assim, precisamos de uma função $A(T) = 1986 + t(T)$, cujo $A(T)$ é o ano de alcance por transistores, e queremos $t(T)$ que é o tempo pela quantidade de transistores. Como a função logarítmica é fruto da inversa da exponencial, então fazendo a inversão da função $T(t)$, obtemos:

$$T = 400.000(2)^{\frac{t}{2}} \Rightarrow \frac{T}{4 \cdot 10^5} = 2^{\frac{t}{2}} \Rightarrow \log \left(\frac{T}{4 \cdot 10^5} \right) = \log (2^{\frac{t}{2}}) \Rightarrow \log \left(\frac{T}{4 \cdot 10^5} \right) = \frac{t}{2} \log (2) \Rightarrow 2 \cdot \frac{\log \left(\frac{T}{4 \cdot 10^5} \right)}{\log (2)} = t \text{ logo temos } t(T) = 2 \cdot \frac{\log \left(\frac{T}{4 \cdot 10^5} \right)}{\log (2)}$$

$$\text{Assim, } t(T) = 1986 + 2 \cdot \frac{\log \left(\frac{T}{4 \cdot 10^5} \right)}{\log (2)}$$

Chegando à etapa de validação do modelo: Testou-se a veracidade do modelo, tendo que utilizar as informações obtidas da questão, considerando $\log (2) = 0,3$.

Como se queria prever o tempo para quando for 100 bilhões de transistores, podemos colocá-lo em potência de 10, para facilitar assim, 100 bilhões é igual 10^{11} . Substituindo em

$$A(T) = 1986 + 2 \cdot \frac{\log\left(\frac{T}{4 \cdot 10^5}\right)}{\log(2)}, \text{ temos: } A(10^{11}) = 1986 + 2 \cdot \frac{\log\left(\frac{10^{11}}{4 \cdot 10^5}\right)}{\log(2)} = 1986 + 2 \cdot$$

$$\frac{\log\left(\frac{10^6}{4}\right)}{\log(2)} = 1986 + 2 \cdot \frac{\log(10^6) - \log(2^2)}{\log(2)} = 1986 + 2 \cdot \frac{6 - 0,6}{0,3} = 1986 + 2 \cdot 18 = 2022, \text{ ou seja,}$$

alternativa C. O que comprova a eficácia do nosso modelo para o problema proposto.

Ao final da oficina, com 2 horas já realizadas, observou-se o cansaço pertinente. Deste modo, lançou-se um exercício de modelagem matemática, para ser realizado em uma semana, na qual, os alunos tiveram como consulta o slide com o exemplo. Assim, os mesmos trabalharam a seguinte questão de modelagem, figura 6.

Figura 6: Exercício de modelagem matemática

O acidente de trânsito é a principal causa de mortes de jovens no mundo e grande parte desses acidentes está relacionada de alguma forma com o consumo do álcool. No Brasil uma forte campanha de conscientização vem sendo feita juntamente com a implementação da chamada *Lei Seca* que estabelece tolerância zero para o consumo de álcool por motoristas.

Uma experiência realizada nos Estados Unidos, em 86 indivíduos, com média de 72kg, e estando 2 horas sem comer, mostrou que o risco de acidentes automobilísticos cresce significativamente com a quantidade de uísque ingerido. Fazendo uma analogia com a ingestão de vinho, obtemos a tabela 5.3:

Risco de Acidentes R_i (%)	Vinho ingerido α_i (Cálices)
1,0	0
7,3	8,5
20	12
35	14,6
48,5	15

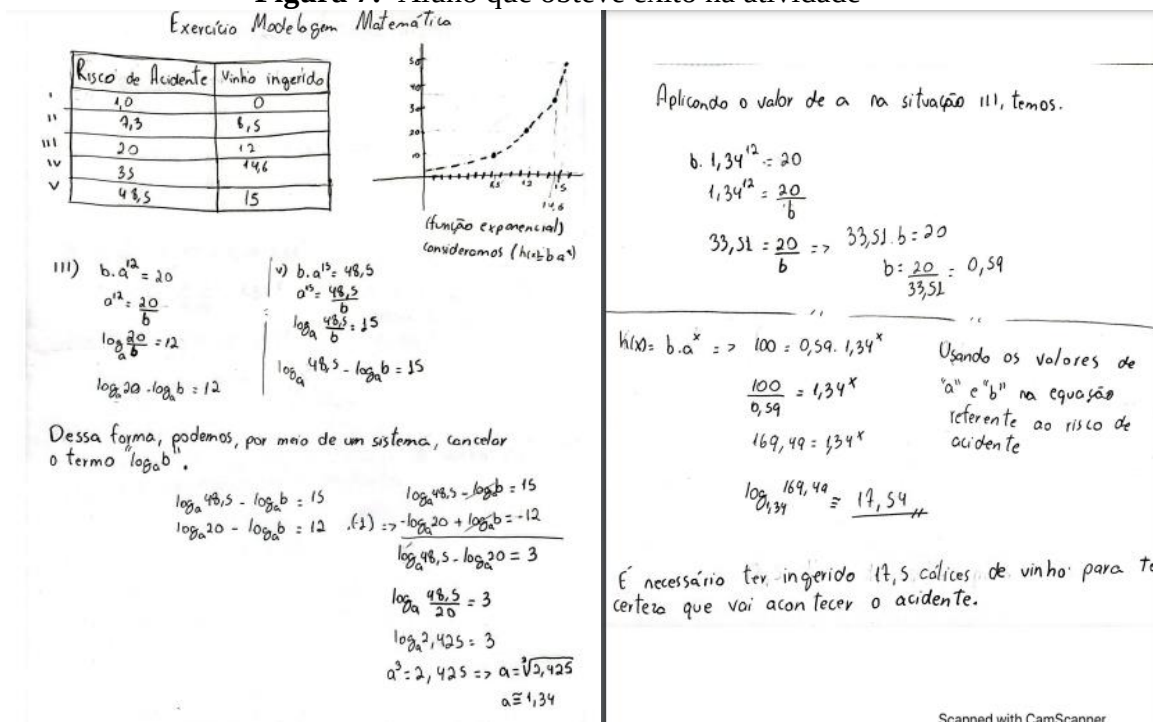
Quantos cálices de vinho a pessoa atingiria os 100% de risco de acidentes?

Fonte: Helena, 2016.

A amostra para qual foi realizada a pesquisa, continha 29 trabalhos realizados, tendo o percentual de êxito médio em relação aos resultados. Verificamos o êxito na atividade de acordo com as seguintes etapas: Fazer a etapa de interação, matematização e resolver o problema pelo modelo.

Neste exercício, foi abordado um contexto bastante presente no cotidiano do estudante. Em seguida, observa-se as figuras 7,8,9 e 10, resultados da implementação da modelagem matemática para resolver situações problemas envolvendo contextos diversificados com o conteúdo de logarítmicos.

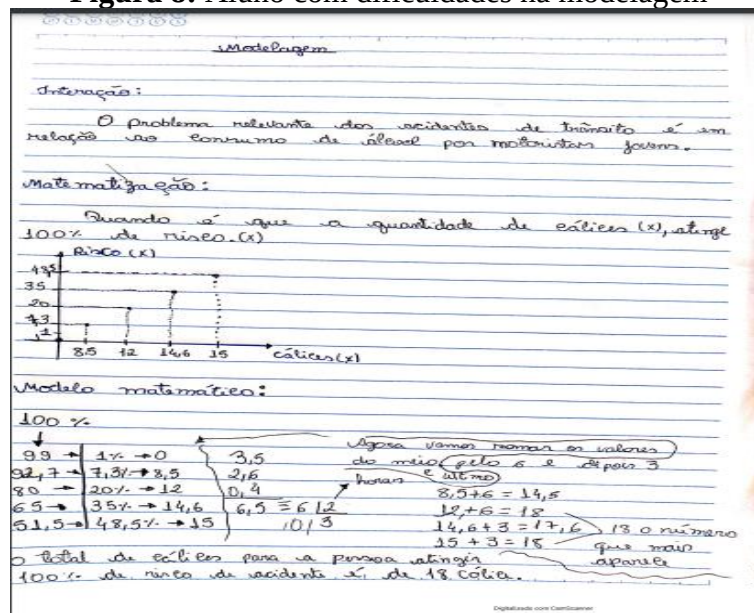
Figura 7: Aluno que obteve êxito na atividade



Fonte: Elaboração, própria 2022.

De acordo com a atividade, foi possível verificar como o aluno conseguiu aprofundar os conhecimentos envolvendo os logarítmicos, no instante em que se dispôs a utilizá-lo como meio de interpretação para resolução da questão. Além disso, isto ocorreu de forma consistente devido à utilização da modelagem matemática, que trouxe a possibilidade de fazer em etapas rigorosas, a construção de um modelo para resolver o problema e discutir sua solução.

Figura 8: Aluno com dificuldades na modelagem

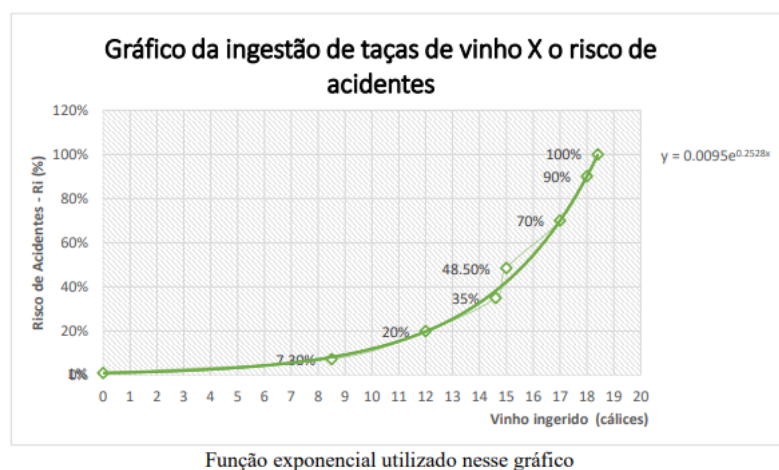


Fonte: Elaboração própria, 2022.

Nesta atividade, observa-se que o aluno recorreu a análise dos dados de forma a contemplar características fora da proposta presente, o que fugiu da ideia de utilizar a construção do modelo matemático com o uso de logarítmicos. No entanto, conseguiu chegar em uma aproximação, para com o resultado previsto ao realizar a modelagem.

Figura 9: Aluno utilizando o Excel para construir o gráfico

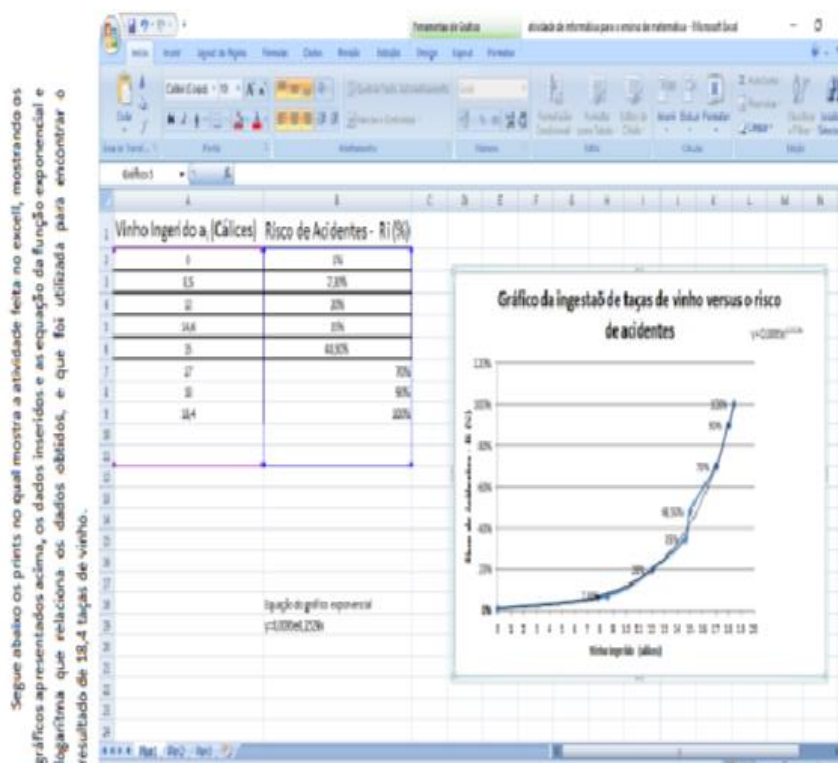
Resposta : É necessário ingerir (aproximadamente ≈ 18) taças de vinho para que a pessoa atinja os 100% de risco de acidentes.



Fonte: Elaboração própria, 2022.

Nesta atividade, observa-se como as tecnologias estão sendo cada vez mais implementadas no estudo e resolução de problemas, embora utilizar o software só por utilizá-lo na resolução, como apenas uma espécie de calculadora, não garante que o aluno saiba em algum momento, resolver a questão sem a utilização dele. Portanto, com bom senso, observa-se que há utilidade para a ferramenta que se encontra na complementação ao estudo, e não apenas como instrumento de cálculo, que promove a resposta pronta. Contudo, vê-se que o aluno chegou em uma boa aproximação, e soube utilizar a ferramenta como complemento a modelagem.

Figura 10: Resolvendo o problema e utilizando Excel para resolvê-lo de forma rápida e automática



Fonte: Elaboração própria, 2022.

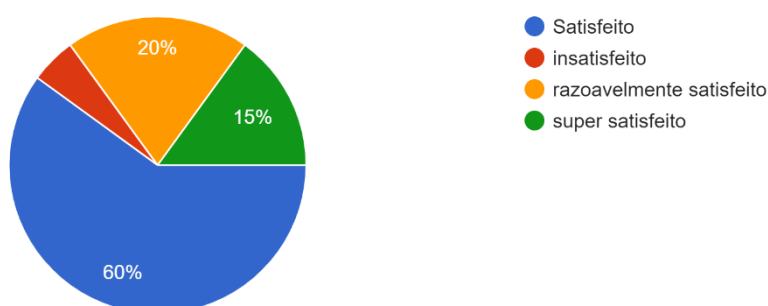
Nota-se muito empenho quanto às atividades, e vê-se como os estudantes estão se valendo de diversos meios tecnológicos para conseguirem obter seus resultados ou estimativas. Nitidamente, observa-se nestas três amostras, a dificuldade de cada um para com a modelagem, alguns em relação a criação do modelo e outros em relação a interação. No entanto, um desses alcançou o resultado correto que se encontra como aproximadamente 17,5 cálices de vinho. Outros tiveram estimativas muito próximas. Cada um pensou de seu jeito, e de fato, tentou resolver o problema pelo modelo, isto é, criou fórmulas para chegar ao resultado estimado.

No primeiro aluno, observa-se que utilizou todos os conhecimentos prévios necessários para formulação. E realizou com êxito sua modelação, fazendo etapa por etapa e questionando os seus resultados. Já o segundo, optou por não usar logarítmicos ou exponenciais, criando uma possibilidade em cima da média entre as razões obtidas, pelas diferenças entre a quantidade de cálices de um para o outro, cujo resultado foi aproximado e dividido por dois, para depois somar a cada quantidade cálices e ver, o resultado que aproxima. Por fim, o último demonstra a criatividade de cada aluno quando posto em desafio, visto que pelo Excel o mesmo proporcionou a capacidade de tentar modelar fenômenos utilizando mídias digitais, primeiramente criando o gráfico pelos valores, trazendo uma adequada aproximação para com

a função exponencial. Visto que desenvolveu um modelo que corroborou para uma análise automatizada, antecipando a ideia do que seria abordada na próxima oficina.

No mais, tem-se o gráfico de satisfação de cada aluno, o gráfico de dificuldades por cada etapa, e perguntas e respostas pertinentes à participação na oficina, figuras 11, 12 e 13:

Figura 11: Gráfico de satisfação em relação à implementação da modelagem matemática pela amostra de 29 alunos da turma

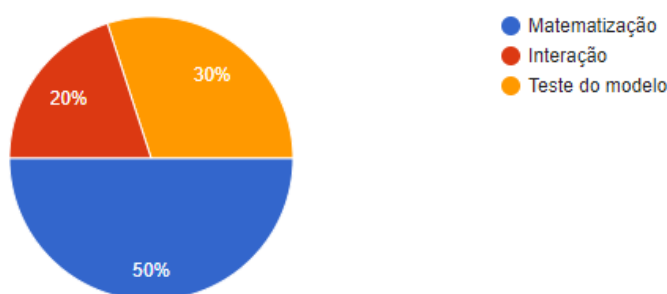


Fonte: Elaboração própria, 2022.

A partir dos gráficos de dificuldades e satisfação, foi observado os impactos que a modelagem matemática gerou no estudo dos logaritmos, segundo a percepção dos alunos que vivenciaram o processo de modelagem.

Figura 12: Gráfico de dificuldade por etapa de modelagem

Em qual etapa sentiu mais dificuldade.



Fonte: Elaboração própria, 2022.

Observa-se a necessidade de analisar os dados referentes a implantação da primeira oficina, em virtude das impressões resultantes da aplicação no estudo dos logarítmicos. A partir desses dados, foram examinadas as causas para as dificuldades decorrentes de sua aplicação e como acontece o surgimento dessas dificuldades, revelando a maneira que esta situação poderá

ser revertida pelo uso da programação.

Figura 13: Pergunta e respostas relacionadas, a modelagem matemática

Você pretende usar alguma dia está tendência metodológica, no ensino-aprendizagem matemático? por que ?

20 respostas

Sim, porque se precisar tenho que está preparado para as novas tecnologias de ensino.
Sim, porque é bem interessante e fácil de desenvolver.
Sim, é uma coisa interessante de ser trabalhada, se aprende de uma forma diferente
Sim, porque possibilita no desenvolvimento de compreensão parz resolver questões
Com certeza. É prático e facil
Sim, essa metodologia estimula o pensamento criativo do aluno
N sei
Sim, pela importância de ter contato com esse conteúdo
Sim, pois torna a aula mais dinâmica

Fonte: Elaboração própria, 2022.

Diante dos dados obtidos, compreende-se que há uma quantidade considerável de satisfação pelos alunos. Tendo em vista, que uma minoria não está satisfeita. Além disso, vê-se o grau de dificuldade de cada aluno na etapa de modelação, visto que eles elegeram o processo de matematização como o mais complexo de fato, em contrapartida, observa-se que o mesmo compõe metade da dificuldade, ou seja, a interação e a fase de testagem do modelo são também fatores presentes que contribuem para o nível de dificuldade do modelo. Através deste dado, elaboramos a segunda oficina, para utilizar a programação no intuito de facilitar e incorporar as etapas de modelagem, sendo utilizada posteriormente para prover assistência na fase do modelo e matematização, concebendo a criação de aplicativos, cujo o desenvolvimento de sua estrutura possibilita rever e evidenciar possíveis erros, promovendo qualidade e exatidão nos resultados do problema que se deseja modelar.

Além de tudo, vê-se que no tratamento de modelagem da função logarítmica, a mesma apresenta sua relevância evidenciada durante o processo, uma vez que concebe a experimentação da resolução de uma situação problema que aborda os gráficos e propriedades, levando o aluno a praticá-las com a finalidade de resolver algo do cotidiano, dando sentido ao seu uso.

No mais, observa-se pelas considerações dos alunos sobre a possível utilização da modelagem matemática algum dia, que a mesma possui qualidades que podem ser inseridas no ensino, mas ela teria que sofrer adaptações, podendo vir a ter a inclusão de outros materiais ou métodos que agreguem a mesma. Por fim, acreditam que ela pode instigar o aluno a ser criativo

concebendo identidade, além de desenvolver domínio para o conteúdo e técnica de fácil execução e praticidade.

4.2 Oficina de modelagem de funções logarítmicas assistidas pela programação do *MIT App Inventor 2*

Denominada oficina de modelagem matemática de funções logarítmicas auxiliadas pela programação. Essa segunda oficina ocorreu, no dia 28 de março de 2022, de forma presencial no laboratório de informática da UFPB campus-IV (figura 14), em duas etapas, sendo uma delas a exposição do que é pensamento computacional, programação e algoritmos, a outra a aplicação da programação para potencializar a modelagem ao problema que envolve logaritmos.

Figura 14: Oficina pedagógica com os graduandos do curso de Licenciatura em matemática no laboratório de informática



Fonte: Elaboração própria, 2022.

No momento de exposição da proposta pedagógica, utilizamos do projetor, que evidenciou de maneira nítida todo o slide¹ com o conteúdo. Além disso, aparentemente o nível de interação e atenção aumentou consideravelmente em relação a online.

Inicialmente na exposição, foi feito um levantamento relativo a matemática e sua relação com a tecnologia, no formato de discussão, a partir disso notou-se os conhecimentos prévios dos alunos sobre a estrutura evolutiva da tecnologia, retomando ideias lógicas e matemáticas.

Seguindo sobre a importância de utilizar tecnologia no ensino, foi abordado no documento da BNC- Formação de professores, evidenciando uma competência, atualmente, indispensável para a formação do professor:

Competência 5: Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e

¹ <https://drive.google.com/drive/folders/1BvLOJHo-N25XE7rljW7pvC9L-CITxWHv?usp=sharing>

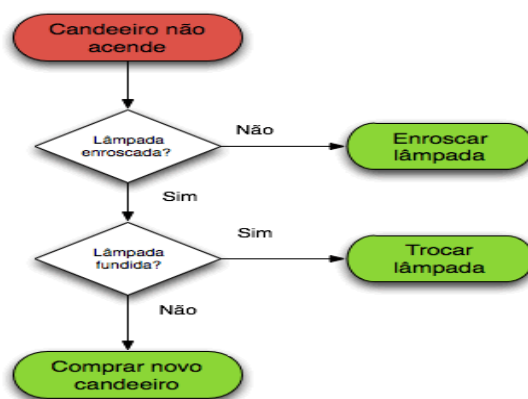
comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas docentes, como recurso pedagógico e como ferramenta de formação, para comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e potencializar as aprendizagens. (BRASIL, 2019b, p. 13).

Deste modo, observa-se que todo corpo docente tenha consigo estas capacidades. Em virtude das diversas evoluções que o ensino sofre a cada dia.

Antes de adentrar a ideia de pensamento computacional, haja vista uma necessidade de definir um dos elementos mais importante que compõem a programação, o Algoritmo. Este segundo a ótica de Manzano, já citado anteriormente: “O Algoritmo é um processo de cálculo matemático ou de resolução de um grupo de problemas semelhantes. Pode-se dizer também que são regras formais para obtenção de um resultado ou da solução de um problema, englobando fórmulas de expressões aritméticas.” (MANZANO, 2000, p. 6). Além disso, “o algoritmo é um plano, uma estratégia ou um conjunto de instruções claras necessárias para a solução de um problema” (CSIZMADIA et al., 2015).

Após definir os algoritmos mostrou-se o exemplo, figura 15:

Figura 15: Exemplo do algorítmico da lâmpada



Fonte: Dicas de programação, o que é algorítmico, 2022.

Finalizando a ideia de algoritmos, foi apresentada às ideias pertinentes a interação homem-máquina, ou seja, o desenvolvimento do pensamento computacional, como extensão das capacidades de resoluções humanas em relação às situações problemas. “É a forma como pensamos no processo de formulação de um problema e na expressão de sua (s) solução (ões) de forma que um computador – humano ou máquina – possa efetivamente executá-la (s).” (Wing, 2014).

Para com as ideias de programas, Liukas (2015) defende que é “uma sequência de instruções precisas escritas em uma linguagem que computadores compreendam”. Desta maneira foi mostrado como é a natureza dos programas, e evidenciado que são estritamente

lógicos, regidos sem possibilidade de duplo sentido ou ambiguidades, sendo escrito em uma linguagem, que de fato, o computador entenda e execute as funções.

Na estruturação do pensamento computacional (PC), mostramos os 4 pilares que o compõe: Decomposição, reconhecimento de padrões, abstração e algorítmica.

Apresentamos os quatro pilares conforme a ideia de Brackmann (2017, p. 33-41):

- Decomposição: Trata-se de quebrar um problema ou sistema complexo em partes menores, que são mais manejáveis e mais fáceis de entender.
- O Reconhecimento de Padrões: É uma forma de resolver problemas rapidamente fazendo uso de soluções previamente definidas em outros problemas e com base em experiências anteriores.
- Abstração: A filtragem dos dados e sua classificação, essencialmente ignorando elementos que não são necessários para que se possa concentrar nos que são relevantes
- Algoritmo: É um conjunto de regras para a resolução de um problema. Algoritmos devem ser compreendidos como soluções prontas, pois já passaram pelo processo de decomposição, abstração e reconhecimento de padrões para sua formulação.

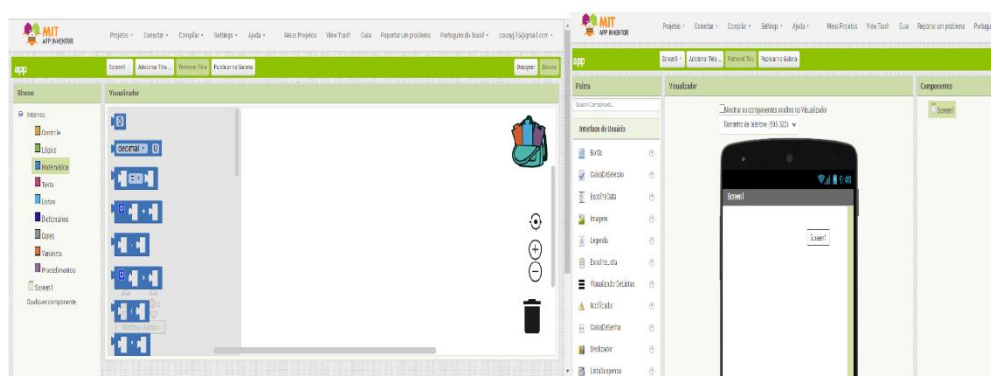
Mostrando suas concepções e conexões entre si, foi revelado que o desenvolvimento da programação está ligado à articulação entre esses pilares, de tal forma que seja feita a perfeita harmonia, entre eles. Após ser mostrado cada um em sua essência, foi discutido como seria possível unir a tecnologia ao que já se vinha trabalhando com a modelagem matemática nas funções logarítmicas. Com diversas reflexões sobre a relação entre a programação e a modelagem, com suas semelhanças em relação a obtenção de modelo que resolve problemas e prever resultados. Foi vislumbrado a possibilidade de união e reestruturação dos três processos de modelagem para com a entrada dos quatros pilares, conduzindo os mesmos de forma a complementar um ao outro.

Nesse sentido, comparando os pilares do pensamento computacional com as etapas de modelagem, observa-se como suas abordagens, quanto a resolução dos problemas são semelhantes. Visto que, ao realizar a parte de decomposição do problema, fragmenta-se o problema, trabalhando os dados relativos de forma separada, inteirando-se do problema, assim como na etapa de interação. Chegando à parte de reconhecimento de padrões e abstração, basicamente trabalha-se algebricamente as analogias que têm dentro da matematização, uma vez que tratam a percepção de padrões e a identificação de procedimentos que se repetem e podem ser generalizados na intenção de criar um modelo que resolve diversos problemas. Além disso, observa-se a seleção e a relação entre as variáveis pelo processo de abstração que trata com profundidade cada elemento. Por fim, vê-se a questão do algoritmo, que é o produto final das etapas anteriores do pensamento computacional, e assim como etapa final de verificação do

modelo, examina se, de fato, não há erros ou ambiguidades em sua estrutura, e assim, este produto será a parte final da resolução do problema.

Após apresentadas às ideias que norteiam esta pesquisa e o autores que as sustentam, fizemos, para os estudantes, a apresentação da plataforma pela qual foi realizada toda a pesquisa de programação na modelagem, a plataforma *MIT App Inventor 2*, lugar de acesso a um tipo de programação mais simples, em formato de blocos, cujo objetivo é criar aplicativos a partir de uma interface e programar suas funções pelos blocos (figura 16).

Figura 16: Plataforma *App inventor*, Interface e editor em Blocos

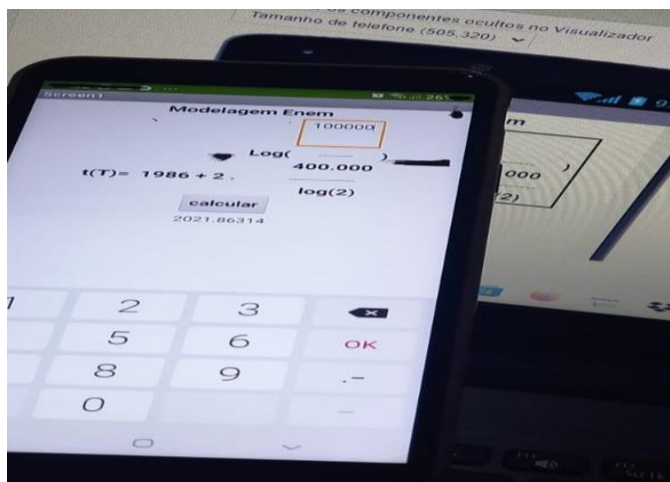


Fonte: Elaboração própria, 2022.

Nisto foi revelado, que o objetivo da utilização da plataforma era a potencialização das etapas de modelagem matemática de matematização e verificação dos modelos pelos aplicativos gerados pelo *MIT App inventor 2*, na intenção de tratar o processo da inserção de valores, em segundos pelo aplicativo, e assim retornar a etapa de matematização caso haja erro no modelo, verificando pela lógica de blocos os passos para obtenção do modelo, alterando o que está solto ou incompleto, e estabelecendo sua totalidade quanto à resolução do problema.

Após mostrar o real motivo por unir as duas metodologias, desenvolveu-se com os alunos, a mesma questão do (Enem), explorando através dela o funcionamento da programação como auxílio, e ao mesmo tempo foi mostrado como decorreu a realização da interface e blocos. Assim como, no exemplo seguinte é mostrado todo funcionamento, blocos e interface. Figuras 17 e 18.

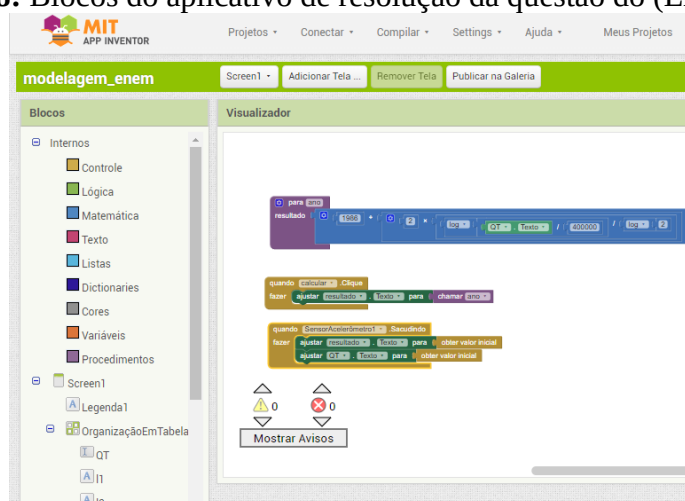
Figura 17: Interface e funcionamento do aplicativo de resolução da questão do (Enem, 2018)



Fonte: Elaboração própria, 2022.

Na interface, apresentou-se como funciona a organização e a estruturação de cada etapa e procedimento para se realizar com o desenvolvimento do aplicativo. Nisto revelou-se que a interface é projetada segundo o que pretende se fazer com os blocos. Tendo em vista, que dentro da programação não pode haver ambiguidades, isto é, nada pode ficar solto, ou seja, tudo tem que ser feito de forma lógica e revisado antes de prosseguir nas etapas. Desta forma, a interface que é a parte pela qual se faz a interação entre homem e máquina, foi mostrada sua construção a partir da prática, uma vez que a manipulação e os testes são essenciais para entender como é articulada, e como desenvolver esteticamente e funcionalmente, a realização de cada comando. Não obstante, na parte dos blocos, mostrou-se como é a lógica de programação, levando o aluno a conhecer e experimentar a possibilidade de conectar ações em formato de algoritmo, isto é, conjunto de regras para resolver um problema. Além de tudo, revelou-se que há conexão entre os blocos, evidenciando cada função de cada bloco e como articular estas funções com a parte de interação presente na interface.

Figura 18: Blocos do aplicativo de resolução da questão do (Enem, 2018)



Fonte: Elaboração própria, 2022.

Para tanto, chegando ao final da apresentação da modelagem da questão do (Enem) apoiada pela programação, foi designado para cada um ali presente, realizar uma atividade de modelagem de uma situação real, para serem trabalhadas suas etapas auxiliadas pelas ideias de pensamento computacional e resolvida com auxílio da programação no computador. Assim, realizou-se a atividade pelos discentes, que tiveram a oportunidade de criar do zero um aplicativo para resolver a modelagem, isto é, construir as interfaces e blocos. Apenas, tendo como base o exemplo da função da questão do (Enem) eles trabalharam a questão da (figura 19).

Figura 19: Exercício de moldagem de funções logarítmicas com a programação *App Inventor*

Exercício de modelagem de funções com auxílio da programação

Considerando o contexto do exercício anterior sobre a relação do Álcool com os riscos de acidentes, e fazendo uma nova analogia para com riscos de consumo de drogas como rebite, que é uma droga a qual, os caminhoneiros utilizam para se manterem acordados. Consideremos, uma tabela de valores fictícios que relacione os riscos percentuais de acidentes, causados pela ingestão da droga rebite:

Percentual de riscos em acidentes	Consumo de rebite em comprimidos
1%	0
2,08%	1
9%	3
18,72%	5

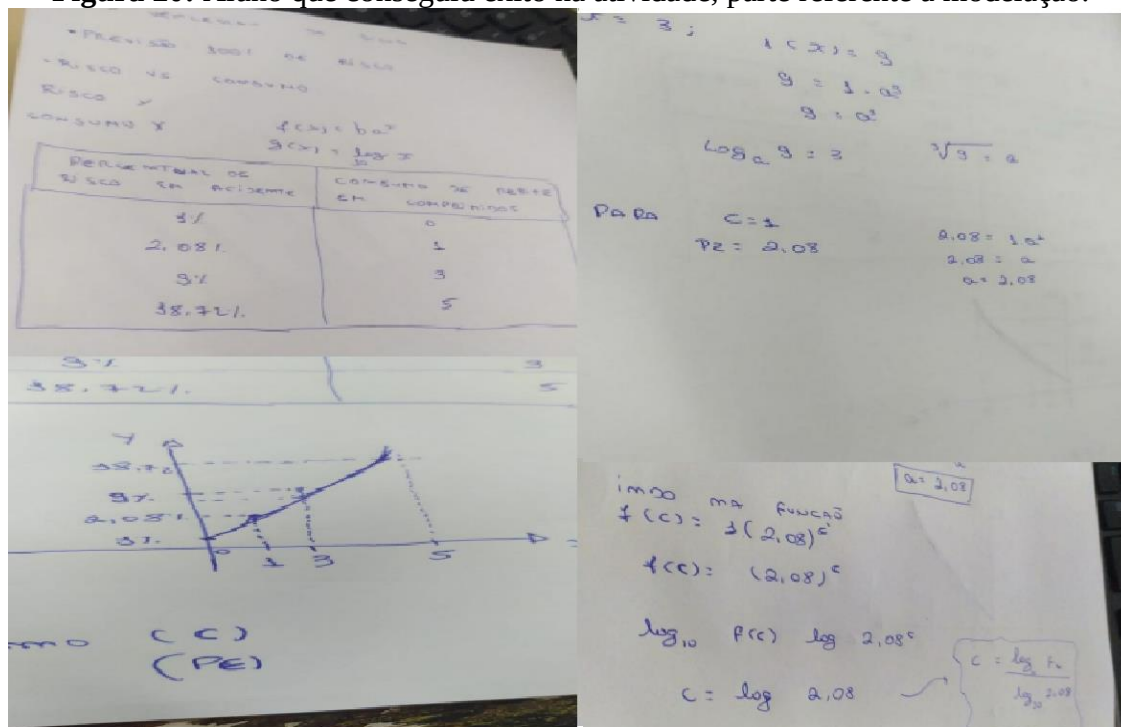
Quantos comprimidos ingeridos ocasionaram 100% de chances para acidentes?

Fonte: Elaboração própria, 2022.

Individualmente, cada discente teve acesso ao computador e as orientações necessárias

para realizar a modelagem e resolvê-la pelo computador. Além disso, com acompanhamento presencial, foi possível intensificar a ideia por cada um de criar seu próprio modelo, observando como feito no anterior e resolvendo analogamente. Registrou-se uma amostra de 33 participantes, que tiveram seus exercícios realizados, como podemos observar em alguns exemplos. (Figuras 20, 21, 22,23).

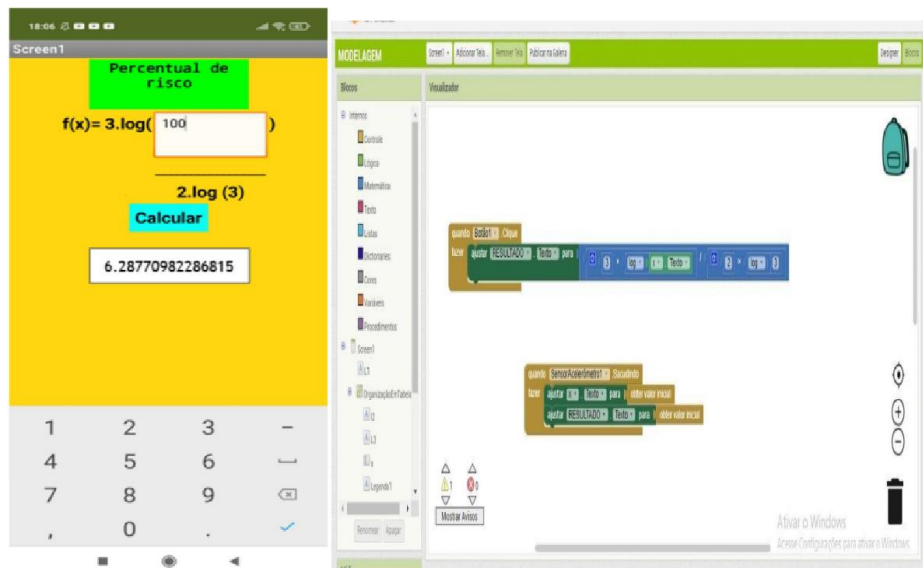
Figura 20: Aluno que conseguiu êxito na atividade, parte referente a modelação.



Fonte: Elaboração própria, 2022.

Na atividade, foi possível enxergar as etapas de modelagem realizadas com sucesso, a qual de forma curiosa, o aluno apresenta duas versões da realização e teste do modelo. Sendo a primeira versão de forma escrita, a parte da construção da função exponencial para depois realizar a inversa e transformar em logarítmica de maneira totalmente diferente com a representada no aplicativo. Já que o aplicativo evidenciou as operações de logarítmicos com suas propriedades, isto é, deixou em uma outra escrita de operação. Já no papel foi além, apresentando uma versão mais resumida da operação, ou seja, realizou simplificações na expressão das operações.

Figura 21: Print: Implementação do aplicativo, na sala de informática, para a aplicação e resolução do problema em termos do modelo

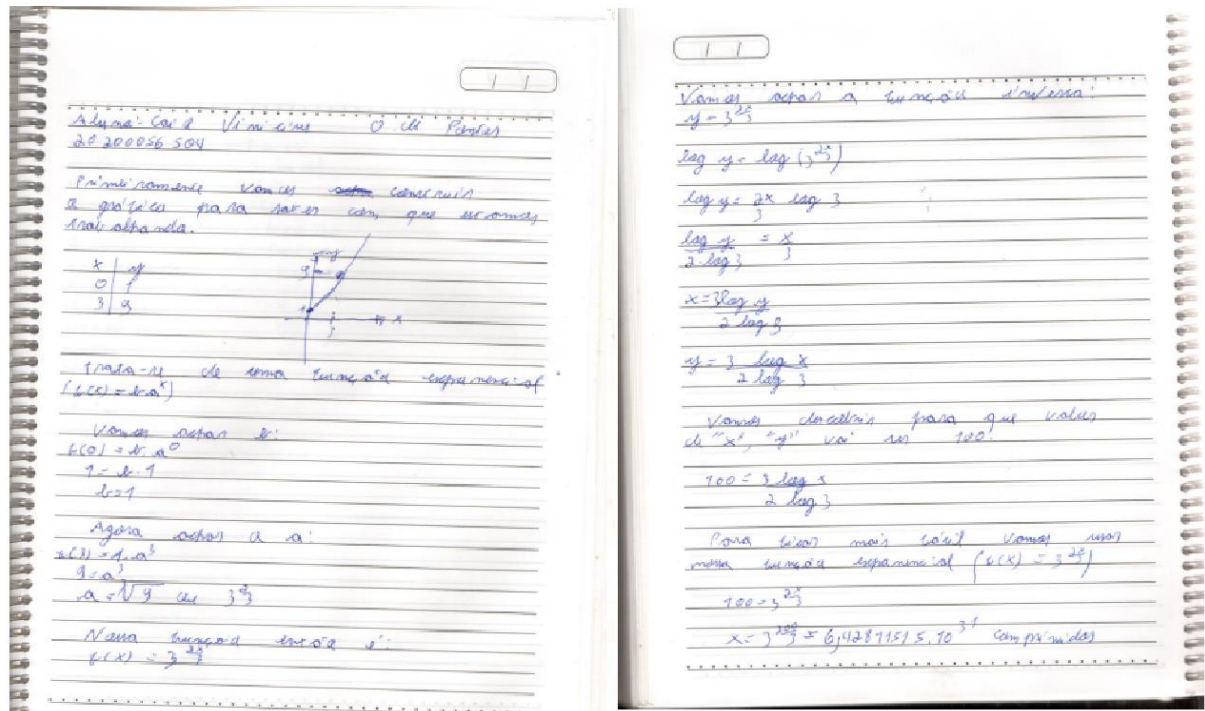


Fonte: Elaboração própria, 2022.

No mais, foi observado que o aluno se preocupa em criar gráficos, fazendo as operações para conseguir relacionar e conceber o modelo, que quando direcionado sua resolução no *MIT App Inventor 2* possui uma identidade, isto é, características individuais, seja ela pelo formato da interface ou comando.

Além disso, em formato de manuscrito, os alunos produziram algo totalmente diferente do que se abordou no *App*. Um modelo dividindo a fração irredutível e no *App* colocou de um outro formato, utilizando a forma da fração.

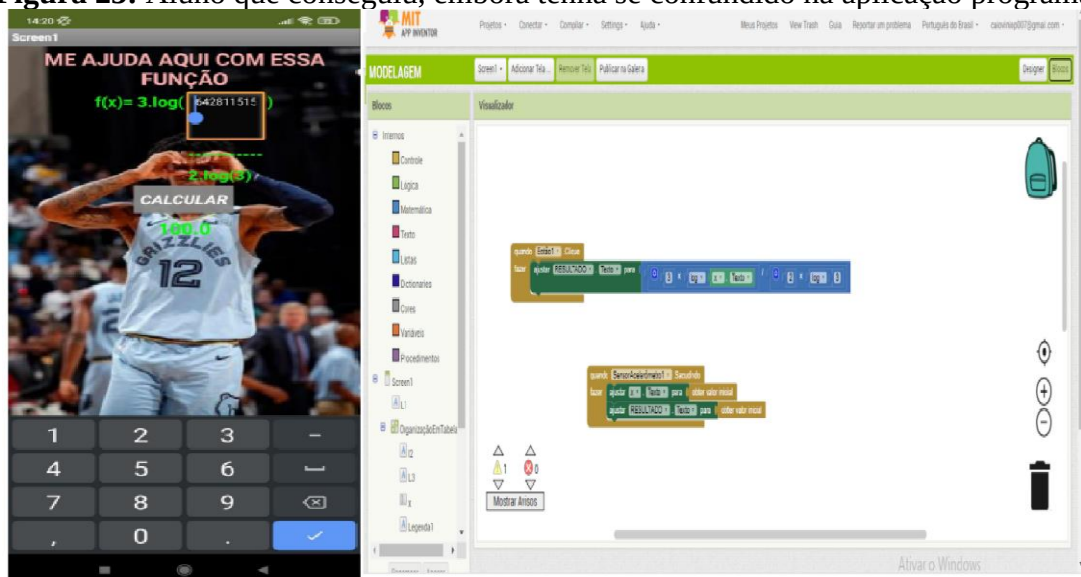
Figura 22: Parte inicial de cálculos e criação do modelo



Fonte: Elaboração própria, 2022.

Nesta atividade, foi possível enxergar que este outro aluno teve muita preocupação em resolver pela modelagem e mostrar os passos para chegar até o resultado. Calculando com o modelo e chegando ao resultado aproximado de 6, 4 comprimidos. Embora ao realizar no *App inventor* a testagem do modelo, apresentou um pouco de confusão na aplicação dos valores no modelo.

Figura 23: Aluno que conseguiu, embora tenha se confundido na aplicação programa



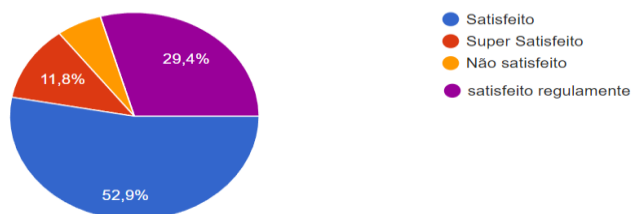
Fonte: Elaboração própria, 2022.

No mais, vislumbra-se um maior detalhamento em relação ao gráfico, e nos procedimentos que são parecidos, embora diferentes do colega anterior. Em contrapartida, quando passado para o aplicativo, com o momento do teste, o mesmo se equivoca em relação a aplicação dos valores para a solução, embora tenha realizado com êxito o modelo. Ao final, todos dois alçaram os valores próximos de 6,3 rebites a ser ingerido, isto é, a solução aproximada do problema proposto. Conforme as figuras 20, 21, 22 e 23, observa-se a originalidade de cada aluno, mostrando cada ideia para construir e resolver com o modelo, e as formas de aplicá-lo e resolvê-lo no aplicativo.

Diante de todas as amostras obtidas pela realização do exercício, é perceptível enxergar o quão significativo foi ter trabalhado a oficina de modo presencial, tendo o contato com os alunos e possibilitando aos mesmos, um ambiente de ideias que conduz o aluno a problematizar e investigar os questionamentos mais pertinentes. Não obstante, a seguir apresenta-se o gráfico de satisfação para com os alunos em relação à oficina de programação, questões e respostas abordando o tema, (figura 24, 25 e 26).

Figura 24: Gráfico de satisfação em relação a oficina de modelagem matemática de funções logarítmicas assistidas pela programação

Satisfação quando a implementação da metodologia.



Fonte: Elaboração própria, 2022.

Diante do gráfico mostrado acima, foi possível ver que a satisfação foi consideravelmente significativa, embora ainda havia alunos que a metodologia não surtiu o efeito estipulado. É de se esperar que os resultados seriam positivos, mas não poderiam, excluir o fato de que a própria função e o método a qual se exige do estudante um comprometimento maior para com a aprendizagem dela. E mesmo a programação trazendo a sua estrutura intuitiva e familiarizada com as formas essenciais, racionais e lógicas de resolução de problemas que o ser humano detém, é necessário uma motivação intrínseca e dedicação para que de fato promova o ensino-aprendizado com qualidade de ambas as partes.

Figura 25: Questão abordando a utilização da modelagem na função logarítmicas com auxílio da programação

Quais as maiores dificuldades encontradas nos processos de programação com modelagem ao seu ver?

Ao meu ver, a parte mais dificultosa foi a matematização
Algumas limitações na parte matemática.
Transcrever a teoria, para o cálculo
A falta de recursos que muitos alunos ainda não tem
Colocar na ponta do lápis o que está na mente.
O método online
A montagem dos blocos
Matematizacao
Os programas contém muitos bugs e não abrem em qualquer dispositivo.

Fonte: Elaboração própria, 2022.

Refletindo as dificuldades, nota-se uma pluralidade, visto que não há uma mesma concepção, podendo apenas haver semelhanças entre algumas, embora estas amostras, apresentam respostas diversificadas. Segundo alguns alunos que participaram da pesquisa, pode-se elencar estes fatores descritos: montagem dos blocos, os bugs entre a plataforma, dispositivo de teste, e as semelhanças de dificuldades quanto a transferência de ideias para a sua execução no computador.

No mais, compreende-se que nenhuma metodologia em sua essência é considerada perfeita, visto que há sempre fatores que comprometem os objetivos de aprendizagem. No entanto, observa-se que significativamente foi possível unir as duas metodologias, das quais funcionaram perfeitamente em harmonia assim como o previsto, embora acredite-se que sua eficácia e eficiência absoluta, só ocorreria se ambas já fossem, em hipótese, conhecidas e trabalhadas pelos alunos, isto é, já fossem do cotidiano do estudante.

Não obstante, considera-se também a dificuldade do próprio conteúdo matemático, visto que esta oficina tem como objetivo estudar os impactos que a modelagem assistida pela programação pode gerar no ensino aprendizagem de funções logarítmicas. Assim, com a programação, obteve-se uma nova abordagem para com as funções logarítmicas, visto que processos realizados pelas propriedades da função logarítmicas, ocorrem na parte lógica do

aplicativo de forma fragmentada, colocando em etapas e revisando-as, trazendo um trabalho minucioso de modo com que os estudantes realizem a verificação constantes das operações com os logarítmicos e aplicação de logarítmicos em igualdades.

Figura 26: Questão abordando a satisfação quanto a ferramenta *MIT App inventor 2* de programação

Sua satisfação quanto a ferramenta App inventor.

Achei o app inventor uma ferramenta bastante útil e interessante. Facilita muito na compreensão de conteúdos, além de despertar nos alunos o interesse e a curiosidade em criar apps.
Uma ferramenta bem dinâmica e de facil uso.
8
Gostei de trabalhar com ele
Excelente, embora o app trave as vezes.
Estou muito feliz e satisfeita com o app inventir pois, ele é inovador na criação de novas tecnologias! Traz muita utilidade.
Boa
10

Fonte: Elaboração própria, 2022.

Quanto à ferramenta de estudo utilizada no processo de potencialização da modelagem matemática de funções logarítmicas, observa-se que a mesma atua de forma a complementar a aplicação da modelagem, trazendo possibilidades de testagem do modelo e verificação das etapas de matematização. Além de trazer um ambiente confortável, criativo, instigante e dinâmico, levando os alunos a extraírem todas suas competências e habilidades de forma coletiva ou individual. No mais, notou-se os estímulos que a ferramenta promove nos alunos, levando-os a terem curiosidade de testá-la não só, como suporte à modelagem ou no estudo de funções logaritmos, mas sim, em todos os âmbitos da esfera matemática.

Comparando as duas oficinas, nota-se que um dos diferenciais para o êxito das mesmas, está relacionado também ao fator da modalidade de ensino, visto que não é possível fazer o acompanhamento dos alunos e manter o seu controle de maneira uniforme no modo virtual, uma vez que, os recursos tecnológicos não possibilitam o acesso do professor para com estudante, em sua participação. Desta maneira, a segunda oficina em virtude de ser presencial, encontra-se com vantagem em relação à primeira, pelo fato da interação entre os alunos favorecer um feedback maior entre todos os envolvidos, gerando mais participação nos debates

e esclarecimento de ideais. Não se desconsidera o modelo virtual, pois todos podem ser comprometidos e a aula render como uma presencial. Todavia, o ambiente presencial diferencia-se por prover experiências individuais ou coletivas, práticas sem interrupções por falha da internet ou outro fator.

No mais, quanto à dificuldade, observa-se que no modelo remoto, esta acontece em virtude da distribuição do tempo e a complexidade do conteúdo ao qual foi ministrado, além da falta de participação. Assim, o ensino presencial, toma a dianteira quanto à participação, assiduidade, e discussão dos conceitos de cálculos de maneira mais intensificada.

Para tanto, pelas oficinas foi possível compreender, que os alunos em primeira instância tiveram um deslocamento da forma como estavam habituados a resolver um problema, restabelecendo um novo caminho para percorrerem, organizando sob nova ótica a forma de encarar o mundo, levando-os a experimentarem nas mãos a possibilidade de fazer uma leitura de mundo e traduzi-lo matematicamente. Com resultados significativos esta oficina evidenciou que a modelagem pode ser uma ferramenta que faz a ponte entre o ensino e sua utilidade, concebendo a oportunidade de utilizá-la como implemento facilitador. Chegando ao fim com a segunda oficina, foi revelado que a mesma poderia ser encarada como a continuação da oficina anterior, tendo em vista que continua abordando sistematicamente a mesma ideia, isto é, as etapas de modelação, em contrapartida não se abordou a modelagem matemática na mesma visão, neste caso, o alvo de implementação no estudo de funções logarítmicas foi explorada pela programação do *MIT App Inventor 2*, trazendo a sinergia entre as perspectivas metodológicas estudadas. Portanto, compreende-se que a programação não foi utilizada de forma isolada para tratar tudo o que envolve os logaritmos, mas sim, expandir o campo de tratamento da modelagem para com o ensino- aprendizagem matemática.

Diante dos resultados obtidos por cada oficina, observa-se o quanto a modalidade de ensino limita a interação entre professor e aluno. Ao ministrar as oficinas remotas, foi possível sentir um nível de dificuldade maior do que na sala de aula, tanto no planejamento como na aplicação das oficinas. Além disso, a quantidade de tarefas finalizadas com êxito é discrepante, visto que muitos alunos na primeira oficina não chegaram a fazer a matematização ou verificação do modelo, até por não conseguirem assimilar o conhecimento ministrado em pouco tempo. Já na segunda oficina, todos conseguiram fazer a modelagem matemática e ainda resolver o problema com o modelo produzido no *MIT App Inventor*. Em contrapartida, lança-se o questionamento: Seria possível, saber se sem conhecimentos prévios sobre a plataforma de programação citada, poderia implantar com sucesso a programação da modelagem matemática de funções logarítmicas, desenvolvendo o pensamento computacional.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve por objetivo apresentar os resultados de uma investigação acerca do estudo das funções logarítmicas, utilizando o *MIT App Inventor 2*, como ferramenta de criação e desenvolvimento de aplicativos capazes de auxiliar neste processo. Isto é, aplicativos que trabalham a parte algébrica ou geométrica, mas que necessariamente nesse caso, algébrica em virtude de querer criar fórmulas para resolver problemas.

Para atingir esse objetivo, foi realizada uma revisão da literatura sobre a utilização de recursos tecnológicos para o estudo de conteúdos de Matemática, por meio de pesquisas já desenvolvidas, e posteriormente, a aplicação de duas oficinas pedagógicas e um questionário, diagnóstico em uma turma do Curso de Licenciatura em Matemática.

Ao final da pesquisa, foi possível observar que os resultados foram significativos quanto ao objetivo pretendido, uma vez que, diante das investigações realizadas foi possível contemplar o ensino de aprendizagem funções logarítmicas pela modelagem matemática, sendo esta metodologia intensificada e assistida pela programação. Além disso, conforme a delineação dos objetivos, a mesma seguiu cada etapa pretendida. Desta forma, elaboramos e executamos uma oficina que concebeu a oportunidade de abordar o ensino das funções logarítmicas pela modelação, cujo momento ocorreu de forma online, nos levou a discutir concepções a respeito da proposta da oficina. Os resultados obtidos conforme as dificuldades, projetaram ideias para as quais, foram fatores condicionantes na elaboração e aplicação da segunda oficina. Com as ideias já previstas, observa-se que a dificuldade encontrada na matematização e verificação do modelo é algo já discutido por diversos autores, nisto, elaborar e realizar a primeira oficina corroborou com a solidificação das hipóteses já estudadas.

No mais, a segunda oficina, tem sua estrutura pensada como alternativa didática pedagógica para os problemas encontrados na anterior, a mesma se encontra com o esquema semelhante ao anterior, diferenciando-a pelo fator da programação. Cujo desenvolvimento aflorou a ideia de pensamento computacional, que possibilitou concepções estratégicas de tratamento de problemáticas pela interação homem-máquina. Transferindo-se a ideia da modelagem da função, para o computador, fazendo uma organização e mudança na forma de abordagem a matemática e logarítmicos, trazendo de maneira inédita a consolidação da aprendizagem substancial pela colaboração da programação para com o processo de modelação nas funções logarítmicas.

Além de tudo, com a realização do registro e avaliações obtidas ao final de cada oficina,

entende-se que as duas oficinas tiveram dificuldades em comum, mesmo a segunda sendo desenvolvida para trazer melhorias na modelagem matemática. Na avaliação da atividade I, havia critérios referentes a domínio, interpretação algébrica e lógica, com a verificação da entrega do modelo, examinando a parte de interação, analisando o que de fato conseguiu entender claramente, construir matematizando e ver se o modelo atende as demandas do problema. Além de seguir a mesma parte avaliativa da modelagem, neste momento acrescenta-se o exame dos aplicativos e interfaces desenvolvidas, levando o aluno a criar blocos e interfaces consistentes, que promovam o resultado da situação problema.

Por fim, observa-se que as metodologias juntas obtiveram resultados positivos, entretanto, mesmo ambas se complementando, ainda podem ser revitalizadas pelo uso de outras tecnologias ou métodos. Tendo em vista que a pesquisa relaciona a maior dificuldade de matematização pelos discentes, considera-se a possibilidade de inserir na continuação desta pesquisa artifícios tecnológicos que possam ofertar amparo a modelagem matemática e programação no que tange ser software ou plataforma geométrica e dinâmica, proporcionando mais interação com a parte de relacionar as variáveis, e começar a definir o modelo analisando seu comportamento.

É discutida a possibilidade de potencializar por completo o ensino de funções pela modelagem matemática assistida pela programação e *GeoGebra*, no qual os três incorporados, possibilitam a concretização das etapas de modelação com êxito, visto que cada um possuirá uma atribuição no método de resolução de problemas. Assim, tem-se a modelagem com sua interação, passando-a para a etapa de matematização, onde é possível escolher e dinamizar as variáveis constantes e esboço de gráfico desenvolvido no *GeoGebra*. Concluindo, tem-se a verificação do modelo alcançado na terceira etapa com o *MIT App Inventor 2*, cujo modelo, se algo der errado, retorna-se para a fazer a matematização. Assim, pode-se afirmar que a união entre as três metodologias possivelmente pode gerar harmonia, despertando o interesse do aluno e auxiliando no processo de resolução de problemas no seu cotidiano. Ao final, observa-se também a possibilidade de estender a abordagem desta pesquisa por sequências didáticas, aumentando também o número de amostras e a possibilidade de trabalhar com outros conteúdos matemáticos.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; BRITO, D. dos S. Atividades De Modelagem Matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir. **Ciência & Educação**, Bauru, v.11, n. 3, p. 483-498, 2005.

ALMEIDA, L. M. W. de; SILVA, K. A. P. da; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2013.

ARAÚJO, J. L. **Uma Abordagem Sócio-Crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da Educação Matemática Crítica**. Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, 2009.

BASSANEZI, R.C. **Ensino–aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2002.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática: O que é? Por quê? Como?** Veritati, n. 4, p. 73-80, 2004.

BORBA, M. C. & PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. Autêntica, (2012).

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2007.

BIEMBENGUT, M.S., **30 anos de modelagem na educação brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais**. Alexandria, v. 2, n. 2, p. 7-32, 2009.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. **Provas e gabaritos de 2018**. Instituto Nacional De Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). Brasília: MEC, 2018. Disponível em: <https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2018/2DIA_05_AMARELO_BAIXA.pdf> Acesso em: 03 abril 2022.

FERNANDES, F. A. BITTENCOURT, R. R. Análise de erros em questões de função logarítmica. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., 2016, São Paulo. **Anais eletrônicos...** São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2016. p. 2. Disponível em:<http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/5690_2837_ID.pdf>. Acesso em: 3 nov. 2021.

FERREIRA, R. L.; Bisognin, E. O estudo de logaritmo por meio de uma sequência de ensino: a engenharia didática como apoio metodológico. **Experiência em ensino de ciências**, ano 8, n. 1, p. 64-78, Mar. 2007. Disponível em: <www.stm.jus.br/publicacoes/stm-revista>. Acesso em: 28 set. 2021.

FLEMMING, D. M.; GONÇALVES, M. B. **Cálculo A: Funções, limite, derivação e integração**. 6. ed. rev. e amp. São Paulo: Pearson, 2012.

FRANÇA, R. S.; S. W. C.; AMARAL, h. J. C. **Ensino de Ciência da Computação na Educação Básica: Experiências, Desafios e Possibilidades**. In: XX Workshop sobre

Educação em Computação, Curitiba. Anais do XXXII CSBC, 2012.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 5 ed. São Paulo: Atlas, 2010.
IEZZI, G.; DOLCE, O.; MURAKAMI, C. **Fundamentos de matemática elementar, 2: logaritmos**. Atual, 2013.

HELENA, F. F. A. **Modelagem matemática no ensino médio: Uma abordagem para o ensino de funções exponenciais e logarítmicas**. 2016. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2016. Disponível em:< <http://hdl.handle.net/11449/143851>>. Acesso em: 3 mar. 2022.

LUCCAS, S. BAPTISTA, I. L. O papel da matematização em um contexto interdisciplinar no ensino superior. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 17, n. 2, p. 451-468, 2011. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1590/S1516-73132011000200013>>. Acesso em: 4 nov. 2021.
» <http://dx.doi.org/10.1590/S1516-73132011000200013>.

LIUKAS, L. **Hello Ruby: adventures in coding**. Feiweel & Friends, 2015.

MANZANO, J. A. N. G. **Estudo Dirigido: ALGORITMOS**. São Paulo: Editora Érica, 2000.

MANZANO, J. A. N. G.; OLIVEIRA, J. F. **Algoritmos: Lógica para Desenvolvimento de Programação de Computadores**. 28. ed. São Paulo: Érica, 2016.

MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. S. **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

PRODANOV, C. C. FREITAS, E. C. **Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico**. 2 ed. Novo Hamburgo: Feevale, 2013.

RICHARDSON, R. J. **Pesquisa social: métodos e técnicas**. São Paulo: Atlas, 1999.

SENTANCE, S.; CSIZMADIA, A. Teachers' perspectives on successful strategies for teaching Computing in school. IFIP TCS 2015. **Anais...**, 2015. Disponível em: <<http://community.computingschool.org.uk/files/6769/original.pdf>>. Acesso: 23 mar. 2022.

VALENTE, J. A. " Visão analítica da informática na educação no Brasil: a questão da formação do professor "; **Revista Brasileira de Informática na Educação**. RS: Sociedade Brasileira de Computação, no 1, set. 1998b.

WING, J.M. (2014). **Computational Thinking Benefits Society. SocialIssues In Computing**. Disponível em:<<http://socialissues.cs.toronto.edu/2014/01/computational-thinking/>>. Acesso em: 30, mar. 2022.

APÊNDICES

APÊNDICE A



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E
EDUCAÇÃO CAMPUS IV – LITORAL NORTE-DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS
EXATAS CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Orientador: Claudilene Gomes da Costa

Orientando: Cassy Jones Florencio Alves

Oficina: Modelagem matemática de funções logarítmicas

Exemplo: Modelagem de uma questão do Enem, com resolução de sua problemática.

(Enem 2018). Com o avanço em ciência da computação, estamos próximos do momento em que o número de transistores no processador de um computador pessoal será da mesma ordem de grandeza que o número de neurônios em um cérebro humano, que é da ordem de 100 bilhões. Uma das grandezas determinantes para o desempenho de um processador é a densidade de transistores, que é o número de transistores por centímetro quadrado. Em 1986, uma empresa fabricava um processador contendo 100 000 transistores distribuídos em $0,25 \text{ cm}^2$ de área. Desde então, o número de transistores por centímetro quadrado que se pode colocar em um processador dobra a cada dois anos (Lei de Moore).

Considere 0,30 como aproximação para $\log_{10} 2$. Em que ano a empresa atingiu ou atingirá a densidade de 100 bilhões de transistores?

- a) 1999
- b) 2002
- c) 2022
- d) 2026
- e) 2146

Exercício

Exercício de modelagem

O acidente de trânsito é a principal causa de mortes de jovens no mundo e grande parte desses acidentes está relacionada de alguma forma com o consumo do álcool. No Brasil uma forte campanha de conscientização vem sendo feita juntamente com a implementação da chamada *Lei Seca* que estabelece tolerância zero para o consumo de álcool por motoristas.

Uma experiência realizada nos Estados Unidos, em 86 indivíduos, com média de 72kg, e estando 2 horas sem comer, mostrou que o risco de acidentes automobilísticos cresce significativamente com a quantidade de uísque ingerido. Fazendo uma analogia com a ingestão de vinho, obtemos a tabela 5.3:

Risco de Acidentes R_i (%)	Vinho ingerido α_i (Cálices)
1,0	0
7,3	8,5
20	12
35	14,6
48,5	15

Quantos cálices de vinho a pessoa atingiria os 100% de risco de acidentes?

Fonte: Helena, 2016.

APÊNDICE B



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E
EDUCAÇÃO CAMPUS IV – LITORAL NORTE-DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS
EXATAS CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Orientador: Claudilene Gomes da Costa
Orientando: Cassy Jones Florencio Alves

Oficina: Modelagem matemática de funções logarítmicas assistidas pela programação

Exemplo: Modelagem de uma questão do Enem, com a resolução de sua problemática, sendo assistida pela programação.

(Enem 2018) Com o avanço em ciência da computação, estamos próximos do momento em que o número de transistores no processador de um computador pessoal será da mesma ordem de grandeza que o número de neurônios em um cérebro humano, que é da ordem de 100 bilhões. Uma das grandezas determinantes para o desempenho de um processador é a densidade de transistores, que é o número de transistores por centímetro quadrado. Em 1986, uma empresa fabricava um processador contendo 100 000 transistores distribuídos em 0,25 cm² de área. Desde então, o número de transistores por centímetro quadrado que se pode colocar em um processador dobra a cada dois anos (Lei de Moore).

Considere 0,30 como aproximação para $\log_{10} 2$. Em que ano a empresa atingiu ou atingirá a densidade de 100 bilhões de transistores?

- a) 1999
- b) 2002
- c) 2022
- d) 2026
- e) 2146

Exercício

Exercício de modelagem de funções com auxílio da programação

Considerando o contexto do exercício anterior sobre a relação do Alcool com os riscos de acidentes, e fazendo uma nova analogia para com riscos de consumo de drogas como rebite que uma droga da qual é usada para manter caminhoneiros acordados. Consideremos, uma tabela de valores fictícios que relacione os riscos percentuais de acidentes, causados pela ingestão da droga rebite:

Percentual de riscos em acidentes	Consumo de rebite em comprimidos
1%	0
2,08%	1
9%	3
18,72%	5

Quantos comprimidos ingeridos ocasionaram 100% de chances para acidentes?

Fonte: Elaboração própria, 2022.