UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Allane Priscylla Ribeiro da Cruz

MÉTODO DE SINGAPURA: uma proposta de ensino para a multiplicação e divisão no 6° ano do Ensino Fundamental

Rio Tinto - PB
2023

Allane Priscylla Ribeiro da Cruz

MÉTODO DE SINGAPURA: uma proposta de ensino para a multiplicação e divisão no 6° ano do Ensino Fundamental

Trabalho Monográfico apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador(a): Prof.ª Dra. Jussara Patrícia Andrade Alves Paiva

Rio Tinto - PB
2023

Catalogação na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

C957m Cruz, Allane Priscylla Ribeiro da.
Método de Singapura: uma proposta de ensino para a multiplicação e divisão no 6° ano do Ensino Fundamental / Allane Priscylla Ribeiro da Cruz. - Rio Tinto, 2023.
118 f. : il.

Orientação: Jussara Patrícia Andrade Alves Paiva.
Monografia (Licenciatura em Matemática) - UFPB/CCAE.

1. Método de Singapura. 2. Matemática - ensino. 3. Multiplicação. 4. Divisão. I. Paiva, Jussara Patrícia Andrade Alves. II. Título.

UFPB/CCAE CDU 51:37

Elaborado por JOSIVAN COELHO DOS SANTOS VASCONCELOS - CRB-15-764

Allane Priscylla Ribeiro da Cruz

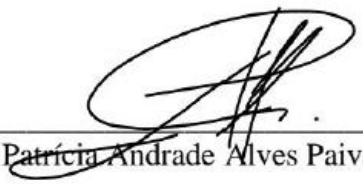
MÉTODO DE SINGAPURA: uma proposta de ensino para a multiplicação e divisão no 6° ano do Ensino Fundamental

Trabalho Monográfico apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador(a): Prof.ª Dra. Jussara Patrícia Andrade Alves Paiva

Aprovado em: 12 / 06 / 2023

BANCA EXAMINADORA



Prof. ª Dra. Jussara Patrícia Andrade Alves Paiva (Orientadora) — UFPB/DCX

Prof.ª Dra. Maria da Conceição Alves Bezerra (Examinadora 1) — IFRN/ CEARÁ MIRIM

Prof.ª Dra. Graciana Ferreira Dias (Examinadora 2) — UFPB/DCX

Dedico este trabalho ao meu Senhor e Amigo Jesus, aos meus pais, meu esposo e família, por tudo que fizeram e fazem por mim. Pelo carinho, apoio e paciência nessa jornada.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço a Deus por todas as misericórdias para comigo. Sem dúvida alguma, estaria onde estou, chegaria onde cheguei sem a Sua ajuda e Seu perdão. Toda honra e glória a Ele, que se doou primeiro para que eu pudesse viver sonhos, conquistas e conhecer o melhor dos prazeres: Seu amor. Por não me deixar desistir, me levantar quando penso não ter mais forças e por cuidar das minhas feridas. Obrigada por tudo, Senhor.

Gratidão aos meus pais, Cristiane Ribeiro e João Albino, por sacrificarem tantas coisas para que suas filhas pudessem ter o que não tiveram, por favorecerem, em especial, este momento. Mãe, você é meu maior exemplo de mulher virtuosa e de profissional.

Ao meu amado e amigo, Alex Antonio, por ser quem é, por fechar os olhos para o que não pude fazer, por me direcionar para completar essa fase quando me cobrei em não dar conta de tudo e por acreditar tanto em mim. Obrigada por tudo e por me ensinar a olhar por outros ângulos. Lindo, viver com você é um presente de Deus que nem sei como agradecer!

A minha orientadora, Jussara, incrível ser humano e profissional. Por todo estímulo, colaboração nessa trajetória e para a vida. Obrigada, professora, por ter me aceitado como orientanda, por sua gentileza nos ensinamentos, por me abençoar sendo a docente e a pessoa que é.

Aos meus companheiros de curso e turma, obrigada a todos pela troca de experiências. Em especial, aos amigos José Humberto, Geane Souza, Caliel Henrique e Julianny Brito, por todo carinho, compartilhamentos de momentos bons e ruins, e tantos, tantos aprendizados acadêmicos e de vida. Ter vocês comigo me abençoou e me trouxe tanta alegria. Foi um privilégio conhecer e conviver com cada um!

A toda minha família que sempre acreditou e me incentivou nessa jornada. Meus tios, Denilto, Glória Jane, Joseane, Severino, João e Nilsinho (em memória); minhas irmãs, Albyanne, Adryanne, Michelle e Vanessa; meus sobrinhos, Gael, Davi e Ravi, que iluminam a todo tempo o meu ser e me fazem ser uma pessoa melhor; meus avós, Dona Severina, Dona Geralda e Seu Dão. Não chegaria até aqui sem vocês!

Agradeço também aos meus amigos de uma vida, Débora, José Wedson e Jaynne Costa. Obrigada por contribuírem com apoio e diálogos essenciais. E a minha vizinha e amiga, Maria Zilda, que sempre acreditou em mim. Muito obrigada!

Por último, mas não menos importante, aos meus queridos professores. Todos contribuíram significativamente em meu aprendizado e crescimento. Em especial, as minhas

professoras do primeiro projeto, Claudilene e Agnes; um carinho muito singelo por Graciana e Jussara. E, obrigada a professora Conceição por aceitar estar conosco na banca.

A todos que torceram e acreditaram em mim, obrigada por me abençoarem e pelas palavras de incentivo.

Porque o Senhor dá a sabedoria; da sua boca é que vem o conhecimento e o entendimento.

Provérbios 2:6

RESUMO

A nação de Singapura baseia o ensino da Matemática em um currículo que tem como eixo central a Resolução de Problemas Matemáticos, utilizando a abordagem CPA ─ concreto, pictórico e abstrato. Diante disso, o presente trabalho tem como objetivo elaborar uma proposta metodológica baseada no método de Singapura para estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental com o intuito de, em conjunto, minimizar limitações e possibilitar o desenvolvimento das habilidades para esta série com relação às operações de multiplicação e divisão. Como referencial teórico, utilizamos Van de Walle (2009), Fiorentini (2008), Silvestre (2015), Abreu (2017), Dienes (1970), Paiva (2019). Para o desenvolvimento classificamos a pesquisa como aplicada com relação a natureza, como qualitativa, quanto à sua abordagem, quanto aos objetivos, exploratória, e por fim, quanto aos procedimentos técnicos investigativos, qualifica-se como bibliográfica. Foi feito um levantamento bibliográfico visando compreender possíveis fatores que causam a dificuldade no aprendizado das operações aritméticas e também, quais as orientações propostas na Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) referentes aos anos iniciais e finais, no que diz respeito a esse objeto de conhecimento, em especial, para multiplicação e divisão. Em seguida, a pesquisa se desenvolveu no sentido de entender e integrar os saberes que compõem o método de Singapura, sua estrutura e quais elementos se aproximam das sugestões do documento educacional normativo brasileiro, para assim utilizar na formulação e organização das tarefas educativas conforme o contexto escolhido. Por fim, esta pesquisa apresenta como produto uma sequência didática na perspectiva do método de Singapura, para o ensino de multiplicação e divisão, com a compreensão ampla dos significados dessas operações, com pretensão de proporcionar ao aluno a construção do seu próprio conhecimento, tornando, possível e real, a idealização do protagonismo estudantil.

Palavras-chave: Método de Singapura. Multiplicação e Divisão. Ensino de Matemática.

ABSTRACT

The nation of Singapore bases the teaching of Mathematics on a curriculum that has Mathematical Problem Solving as its central axis, using the CPA approach — concrete, pictorial, and abstract. In view of this, the present work aims to elaborate a methodological proposal based on the Singapore method for students in the 6th year of Elementary School in order to, together, minimize limitations and enable the development of skills for this grade in relation to the operations of multiplication and division. As a theoretical reference, we use Van de Walle (2009), Fiorentini (2008), Silvestre (2015), Abreu (2017), Dienes (1970), Paiva (2019). For the development, we classified the research as applied in relation to nature, as qualitative, in terms of its approach, in terms of objectives, exploratory, and finally, in terms of investigative technical procedures, which qualifies as bibliographical. A bibliographical survey was carried out in order to understand possible factors that cause the difficulty in learning arithmetic operations and also, what are the guidelines proposed in the National Common Curricular Base (BRASIL, 2018) referring to the initial and final years, with regard to this object of study. knowledge, in particular, for multiplication and division. Then, the research was developed in order to understand and integrate the knowledge that makes up the Singapore method, its structure, and which elements are close to the suggestions of the Brazilian normative educational document, in order to use it in the formulation and organization of educational tasks according to the context chosen. Finally, this research presents as a product of a didactic sequence from the perspective of the Singapore method, for teaching multiplication and division, with a broad understanding of the meanings of these operations, with the intention of providing students with the construction of their own knowledge, making, possible and real, the idealization of student protagonism.

Keywords: Singapore Method. Multiplication and Division. Mathematics Teaching.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Localização de Singapura na Península Malaia 33

Figura 2: Compreensão Relacional e suas vantagens 38

Figura 3: Estruturação do Currículo de Matemática de Singapura 39

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Proficiência de Matemática no Saeb relativo ao 5º ano do Ensino Fundamental 27

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Abordagem CPA no ensino do número 7 36

Quadro 2: Questão-problema e abordagem CPA para o ensino da multiplicação 41

Quadro 3: Questão-problema e abordagem CPA para o ensino da divisão 42

Quadro 4: Apresentação da questão 1 da Tarefa 1 49

Quadro 5: Apresentação da questão 2 da Tarefa 1 50

Quadro 6: Apresentação da questão 3 da Tarefa 1 51

Quadro 7: Apresentação da questão 4 da Tarefa 1 52

Quadro 8: Apresentação da questão 1 da Tarefa 2 55

Quadro 9: Apresentação da questão 2 da Tarefa 2 56

Quadro 10: Apresentação da questão 1 da Tarefa 3 58

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 15

1.1 APRESENTAÇÃO DO TEMA 15

1.2 JUSTIFICATIVA E PROBLEMA DE PESQUISA 17

1.3 OBJETIVOS 18

1.3.1 Objetivo Geral 18

1.3.2 Objetivos Específicos 18

1.4 ASPECTOS METODOLÓGICOS 19

1.5 ESTRUTURA DO TCC 19

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA 21

2.1 A MATEMÁTICA E O SEU ENSINO NA ATUALIDADE 21

2.2 O ENSINO DAS OPERAÇÕES ARITMÉTICAS NOS ANOS FINAIS DO FUNDAMENTAL 23

2.2.1 Os significados da Multiplicação e Divisão 29

2.3 O MÉTODO DE SINGAPURA NO ENSINO DE MATEMÁTICA 32

2.3.1 O que é o Método Matemático de Singapura? 35

3 PROPOSTA DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA 44

3.1 ASPECTOS GERAIS 44

3.2 DESENHO DAS TAREFAS DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA 45

3.2.1 Apresentando a Tarefa I 47

3.2.2 Apresentando a Tarefa II 54

3.2.3 Apresentando a Tarefa III 57

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS 62

REFERÊNCIAS 64

MATERIAL DE APOIO PARA O(A) PROFESSOR(A) 70

QUESTÃO 1 – MULTIPLICAÇÃO 93

APÊNDICE A 93

APÊNDICE B **94**
QUESTÃO 2 - MULTIPLICAÇÃO **96**
APÊNDICE C **96**
APÊNDICE D **98**
APÊNDICE E **99**
QUESTÃO 3 – MULTIPLICAÇÃO **101**
APÊNDICE F **101**
APÊNDICE G **103**
QUESTÃO 4 – MULTIPLICAÇÃO **104**
APÊNDICE H **104**
APÊNDICE I **105**
APÊNDICE J **106**
APÊNDICE K **107**
QUESTÃO 1 – DIVISÃO **108**
APÊNDICE L **108**
APÊNDICE M **109**
QUESTÃO 2 – DIVISÃO **110**
APÊNDICE N **110**
APÊNDICE O **112**
QUESTÃO 1 – MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO **113**
APÊNDICE P **113**
APÊNDICE Q **115**
APÊNDICE R **117**

1 INTRODUÇÃO

1.1 APRESENTAÇÃO DO TEMA

A Matemática é fundamental na educação em todos os níveis, dado que, a estrutura de seus objetos de conhecimento possibilita ao estudante compreender o mundo ao seu redor, desenvolver o senso crítico como cidadão, e assim interagir na sociedade de forma responsável e consciente. Todavia, o desenvolvimento pleno e significativo dessa área, por vezes não ocorre, por haver uma ideia enraizada de ser uma ciência abstrata, complexa e de fórmulas prontas, onde apenas alguns dos indivíduos, os que têm mais facilidade de dominar regras, conseguem obter sucesso, ocasionando, assim, a dificuldade no processo de aprendizagem, como também práticas pedagógicas que distanciam a compreensão e assimilação de conceitos e significados dos objetos de conhecimento, conforme percebido em relação às operações aritméticas.

A aritmética é o ramo com o qual o aluno tem seu primeiro contato com a Matemática, e também é entendida como um dos assuntos mais elementares dessa disciplina, por ser a parte que lida com cálculos como a adição, a subtração, a multiplicação e a divisão, sendo pré-requisito para todos os outros ramos dessa área do conhecimento. Corroborando com essas ideias, Lozada, Viana, Oliveira, Santos, Lima e Barbosa (2021), denotam que, a compreensão das operações aritméticas é determinante, visto que o pensamento aritmético envolve o entendimento sobre relações quantitativas, sequências numéricas e as operações, isso estabelece suporte e preparo para o trabalho de conteúdos posteriores nos anos finais do Ensino Fundamental e Médio.

Tal fato conduz os documentos oficiais educacionais do Brasil, os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1997, 1998) e a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018), em orientar o ensino desse objeto de conhecimento a partir dos anos iniciais do Ensino Fundamental. No entanto, conforme Barbosa (2009), dentre as disciplinas do currículo dos anos iniciais de escolarização, a matemática é uma das que os alunos e professores demonstram ter maiores dificuldades. Carvalho (2004), diz que as dificuldades apresentadas pelos alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, no que se refere aos conteúdos específicos de matemática, provavelmente são semelhantes às dúvidas que os professores desses mesmos anos têm com relação a esses conteúdos.

Por essas e outras questões, o papel do professor de matemática dos anos finais é ainda mais importante e essencial, de maneira que sua prática deve ser orientada em metodologias

que permitam um ensino com finalidade clara e objetivos realistas, para que o aluno seja o protagonista, buscando promover uma base sólida e também minimizar os espaços no aprendizado que não se desenvolveram de maneira satisfatória, como o que ocorre com as operações básicas da matemática.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) indicam que,

> [...]o ensino de Matemática prestará sua contribuição à medida que forem exploradas metodologias que priorizem a criação de estratégias, a comprovação, a justificativa, a argumentação, o espírito crítico, e favoreçam a criatividade, o trabalho coletivo, a iniciativa pessoal e a autonomia advinda do desenvolvimento da confiança na própria capacidade de conhecer e enfrentar desafios. (BRASIL, 1998, p.26).

Além das metodologias conhecidas e disponíveis para utilização no ensino da Matemática, é proveitoso compreender o que outros países que alcançaram o topo do ranking em avaliações educacionais, como no Programa Internacional de Avaliação de Alunos (Pisa), têm feito, dado que, podem ser uma possibilidade positiva para o ensino da Matemática em outras nações. Nessa avaliação, destacamos os bons resultados de Singapura nos últimos anos, que abandonou um histórico negativo para dar lugar a um cenário de sucesso educacional, de maneira a despertar a curiosidade em conhecer a essência de seus métodos.

Assim, com relação à matemática, as características principais do Método educacional deste país são direcionadas para uma abordagem CPA (concreto, pictórico e abstrato), com incentivo ao processo de pensamento ativo e comunicação de ideias matemáticas, além de foco no desenvolvimento de fundamentos que os alunos necessitarão para a matemática mais avançada e também no exercício do raciocínio de conceitos da matemática por meio da ação pictórica, com ênfase no trabalho voltado para o eixo central do seu currículo, a Resolução de Problemas Matemáticos. (BALDIN, 2014 *apud* SANTOS, 2019).

Essa estrutura mostra-se relevante quando pensamos em tratar da necessidade de uma intervenção didática nas estratégias de ensino da matemática no 6º ano dos anos finais do Ensino Fundamental com relação às operações aritméticas, de modo que proporcione o entendimento do objeto de conhecimento e provoque o interesse nos alunos, pois vai ao encontro a alguns pontos indicados nos PCN (BRASIL, 1998) e na BNCC (BRASIL, 2018), como a Resolução de Problemas. Isso posto e por concordância ao pensamento de que qualquer aluno consegue aprender toda a matemática que os professores querem que eles aprendam, e que podem aprender de uma maneira significativa, fazendo sentido em suas mentes (VAN DE WALLE, 2009), consideramos elaborar uma proposta para o ensino das operações de multiplicação e divisão, tendo como base tais fundamentos singapurianos, com o propósito de tornar, possível e real a idealização de o aluno construir seu próprio conhecimento.

Dessa forma, temos como temática da pesquisa, *MÉTODO DE SINGAPURA: uma proposta de ensino para a multiplicação e divisão no 6° ano do Ensino Fundamental*.

1.2 JUSTIFICATIVA E PROBLEMA DE PESQUISA

O ensino da Matemática deve trazer consigo não somente a capacidade de resolver cálculos e problemas, mas gerar no indivíduo habilidades reflexivas para conseguir estar na sociedade como cidadão que compreende suas ações, que consegue questionar e concluir a respeito da Matemática e como ela está inserida no cotidiano, no mundo.

Através desse pensamento, a escolha do objeto de conhecimento desta pesquisa deu-se por meio de experiências, vivências e observações em âmbitos educacionais, do Ensino Infantil e anos iniciais do Ensino Fundamental, verificando-se que, nessas fases, o processo de alfabetização é colocado como principal e a inclusão da matemática nas aulas é mínima, onde "não incluem no processo de exploração matemática inúmeras atividades, por julgá-las muito simples e, desnecessárias ou inúteis à aprendizagem" (LORENZATO, 2010, p.23).

Decorrente dessa abordagem, temos a potencialização da ideia errônea da disciplina de matemática, o não desenvolvimento de saberes necessários para as próximas fases, e principalmente, no que se refere ao ensino das operações aritméticas, percebe-se que em maioria, os alunos passam para as séries seguintes, sem o entendimento dos seus significados e quando são colocadas questões mais contextualizadas, interrogam ao professor: "é de mais ou de menos?", "é de vezes ou de dividir?".

Para Toledo e Toledo (1997) as razões para isso podem variar de acordo com diversos fatores, tais como, métodos inadequados, a falta de associação dos objetos de conhecimento com as necessidades do dia a dia do estudante ou ainda, recursos tecnológicos desatualizados no ambiente escolar. Como consequência disso, no início do 6º ano do Ensino Fundamental as limitações relativas às operações aritméticas tornam-se ainda mais evidentes, em especial, com respeito a multiplicação e a divisão, desafiando o professor de matemática a buscar por propostas e metodologias que viabilizem o desenvolvimento das habilidades e competências dos anos anteriores, como do atual, pois as operações básicas da matemática são a base para os posteriores objetos de conhecimento desta área.

Esse fato é reforçado pelas avaliações nacionais e internacionais, respectivamente, do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (Saeb) e do Programa Internacional de Avaliação de Alunos (Pisa), mostrando que o cenário da matemática básica dos estudantes brasileiros precisa de propostas inovadoras que intensifiquem a construção da aprendizagem

significativa, o protagonismo e a autonomia. Nesse sentido, e com a crescente educacional do país de Singapura nos resultados do Pisa e do *Trends in International Mathematics and Science Study* (TIMSS), observar seus métodos é um caminho interessante e com potencial para proporcionar resultados satisfatórios no Brasil, tanto que o Ministério da Educação lançou, no final do ano de 2022, uma formação em Matemática Básica inspirada e elaborada pelo Instituto Nacional de Educação de Singapura.

Tomando como base esses fatos, os quais nos leva a buscar compreender a metodologia de Singapura, seus parâmetros e sua estrutura, para desenvolver sugestões de atividades adequadas e planejadas conforme a realidade matemática com a qual os alunos iniciam os anos finais do Ensino Fundamental, de maneira a possibilitar a assimilação e ampliação integral dos significados das operações matemáticas, com foco na multiplicação e divisão. Com esse intuito, trazemos a seguinte indagação investigativa: c*omo a elaboração de uma proposta metodológica baseada no método de Singapura pode ajudar os estudantes do 6° ano do Ensino Fundamental a minimizar as limitações com relação às operações de multiplicação e divisão?*

O problema de pesquisa delineado e exposto serviu como guia à organização dos objetivos gerais e específicos de nossa pesquisa.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivo Geral

Elaborar uma proposta metodológica baseada no método de Singapura para estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental com o intuito de, em conjunto, minimizar limitações e possibilitar o desenvolvimento das habilidades para esta série com relação às operações de multiplicação e divisão.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Estudar e compreender o método de Singapura, seus princípios e aplicações para o ensino da Matemática;
- Caracterizar as estratégias para o ensino de multiplicação e divisão, a partir do método de Singapura, para serem trabalhadas com estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental;
- Propor uma sequência didática visando o desenvolvimento das operações de multiplicação e divisão para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, na perspectiva do método de Singapura.

1.4 ASPECTOS METODOLÓGICOS

Neste item apresenta-se a classificação da pesquisa segundo a natureza, a sua abordagem do objeto a ser pesquisado, os objetivos e os procedimentos técnicos de investigação.

Em relação a sua natureza, esta pesquisa classifica-se como aplicada, dado que, segundo Gil (2018) visa a aplicação em uma circunstância específica por meio da obtenção de conhecimentos. Compreende-se como qualitativa quanto à abordagem do objeto a ser pesquisado em razão de buscar conhecer a essência de um fenômeno ou explorar casos com aprofundamento, dando ênfase às qualidades de processos, não se voltando para questões quantitativas, de frequência ou intensidade, mas empenhando-se em destacar a relação afeita entre o indivíduo que investiga e a temática estudada no contexto pontuado (GIL, 2021). Essa perspectiva que proporciona o delineamento de novas hipóteses sobre o objeto de estudo, buscamos, então, aprender sobre o método de Singapura com relação à Matemática, de maneira a utilizá-lo como uma possibilidade metodológica para minimizar lacunas existentes na aprendizagem das operações aritméticas básicas, com foco na multiplicação e divisão.

No tocante aos objetivos, define-se a pesquisa como exploratória que, de acordo com Gerhardt e Silveira (2009, p. 35) "tem como objetivo proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a construir hipóteses". E no que diz respeito aos procedimentos técnicos investigativos, qualifica-se como bibliográfica, sendo "(...) elaborada com base em material já publicado. Tradicionalmente, essa modalidade de pesquisa inclui ampla variedade de material impresso, como livros, revistas, jornais, teses, dissertações e anais de eventos científicos." (GIL, 2018, p. 44).

1.5 ESTRUTURA DO TCC

Este trabalho apresenta-se dividido em quatro Capítulos, contendo as Considerações Finais, de forma que apresentam tópicos com subdivisões pertinentes à temática proposta.

No primeiro capítulo ─ *Introdução* ─ contempla-se uma breve contextualização com relação a alguns aspectos inquietantes sobre o objeto de conhecimento escolhido e também apresenta a temática da pesquisa, "Elaborar uma proposta para o ensino das operações de multiplicação e divisão, tendo como base fundamentos singapurianos" que se respalda na questão problema "Como a elaboração de uma proposta metodológica baseada no método de Singapura pode ajudar os estudantes do 6° do Ensino Fundamental a minimizar as limitações

com relação às operações de multiplicação e divisão?", delineada na justificativa desta investigação.

No segundo Capítulo ─ *Fundamentação Teórica* ─ são apresentadas perspectivas sobre a matemática e seu ensino na atualidade, em seguida, trata acerca do ensino das operações aritméticas nos anos finais do fundamental demonstrando resultados das avaliações do Saeb e o que informam sobre a educação brasileira. Ainda vemos um panorama dos significados da multiplicação e divisão baseado na BNCC, como também noções das ideias principais do método de Singapura no ensino de matemática.

No terceiro capítulo ─ *Proposta da Sequência Didática* ─ está relatado alguns aspectos essenciais para o desenvolvimento de uma Sequência Didática e o delineamento da estruturação das ações nas Tarefas elaboradas.

Nas *Considerações Finais* apresentamos conclusões a partir de todo o aporte bibliográfico e o que almejamos que esta pesquisa possa alcançar com a nossa proposta metodológica direcionada para alunos do 6° ano do Ensino Fundamental.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo pontua abordagens sobre a matemática e o seu ensino na atualidade, apresenta como ocorre o ensino das operações aritméticas nos anos finais, explicando os significados da multiplicação e divisão, tendo como fundamento a Base Nacional Comum Curricular. Além disso, discorre sobre o Método de Singapura no ensino de Matemática e responde ao questionamento: “o que é o método matemático de Singapura?”.

2.1 A MATEMÁTICA E O SEU ENSINO NA ATUALIDADE

A matemática é uma das ciências mais antigas que se tem conhecimento, suas primeiras ideias surgem nos primórdios da humanidade, a partir das relações do homem com a natureza e pela necessidade do homem em compreender o mundo ao seu redor. Desde então, essa área do conhecimento tornou-se aliada fundamental para o desenvolvimento integral das capacidades e habilidades do ser humano, além de colaborar diretamente com avanços científicos e culturais da sociedade.

Na educação, se estabelece como uma ferramenta que potencializa a construção e formação do indivíduo, promovendo o desenvolvimento de competências que vão além dos cálculos matemáticos e da utilização de fórmulas, apenas, pois

> Em seu papel formativo, a matemática contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento e a aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria Matemática, podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, propiciando a formação de uma visão ampla e científica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais. (BRASIL, 1999, p.40).

Para que isso ocorra de forma integrada e plena é necessário que as concepções difundidas na maior parte da sociedade associadas a matemática sejam redirecionadas, dado que, segundo Van de Walle (2009), para muitos, essa área do conhecimento está ligada ao domínio de várias regras, de misteriosas equações algébricas, demonstrações geométricas e cálculos aritméticos. Esta visão está completamente oposta à ideia da matemática que envolve dar significado às formas, dados, variações ou padrões.

Esse pensamento errôneo enraizado na cultura educacional, e também, a importância atribuída ao resultado em ambientes escolares, que desconsidera, muitas das vezes, o processo e o caminho utilizados pelos alunos para solucionar os problemas, “até mesmo com atividades envolvendo materiais ou modelos concretos, o professor tradicional continua guiando os

estudantes, dizendo exatamente como usar os materiais de uma maneira bem prescrita" (VAN DE WALLE, 2009, p. 31), aceitando-se como certo somente procedimentos usuais de resolução, ocasiona a construção de uma atmosfera engessada e superficial para se fazer matemática. Ou seja, um absolutismo burocrático (ALRO; SKOVSMOSE, 2010) que estipula o que é certo e o que é errado, ditando as formas de comunicação na sala de aula, gerando a ideia de que a principal função do professor é corrigir erros.

Como consequência, os resultados das provas aplicadas pelo Pisa a cada três anos, com coordenação da Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico – OCDE (2015, 2018), o qual visa proporcionar indicadores de monitoramento dos sistemas de ensino ao longo dos anos e oferecer um perfil básico de conhecimentos e habilidades dos estudantes com relação a ciências, matemática e leitura, mostram a queda do Brasil no ranking mundial nas três áreas de conhecimento.

No Pisa de 2015, com relação à matemática, o Brasil ocupou a 66ª colocação de 70 países. Os resultados de 2018 mostram que o país ocupou a 72ª colocação de 79 países participantes, com isso, o Ministério da Educação (2019) concluiu que, os estudantes brasileiros estão mais de três anos atrasados em habilidades matemáticas com relação aos países da OCDE, pois 68,1% encontram-se no pior nível de proficiência com relação a essa área, como também não possuem nível básico, considerado o mínimo para o exercício integral da cidadania. Além disso, mais de 40% dos jovens que alcançaram o nível básico de conhecimento não conseguem resolver questões simples e rotineiras.

Isso reflete o cenário limitante do ensino da Matemática e a necessidade de alternativas capazes de mudar esse quadro. Para tal, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) do Ensino Fundamental já refletiam que era "fundamental superar a aprendizagem centrada em procedimentos mecânicos, indicando a resolução de problemas como ponto de partida da atividade matemática a ser desenvolvida em sala de aula" (BRASIL, 1998, p. 59).

Com o intuito de melhorar a qualidade do ensino no país, o Ministério da Educação (MEC) desenvolveu a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a qual é um documento normativo obrigatório utilizado como referência curricular nacional para os sistemas de ensino da Educação Básica desde 2018. A BNCC aprofunda e amplia alguns objetivos dos PCN e conceitua a Matemática como

> uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho. (BRASIL, 2018, p. 267).

Como orientação para o ensino dessa área, o documento sugere uma perspectiva alinhada aos princípios do Pisa, focando nas competências e habilidades que os alunos precisam desenvolver no decorrer da sua trajetória estudantil básica, de modo que, o conhecimento matemático seja uma ferramenta de compreensão, transformação e leitura do mundo ao seu redor. Esse novo contexto requer do professor novas posturas metodológicas e práticas nas aulas, "o papel do professor é criar este espírito de pesquisa, de confiança e de expectativa. Neste ambiente, os estudantes são convidados a fazer matemática. Os problemas são apresentados e os estudantes buscam soluções por eles mesmos." (VAN DE WALLE, 2009, p. 33).

Para isso e pela necessidade de preparar os alunos para o mundo do século XXI, o Ensino da Matemática deve ser orientado por metodologias, como propõe a BNCC, que promovam o desenvolvimento e a construção de estratégias, da justificação e comprovação dos resultados, que viabilizem a criatividade, o raciocínio, a autonomia e confiança na própria capacidade de enfrentar e investigar os desafios de maneira disposta e significativa.

Com esse propósito, é essencial que o trabalho da Educação Básica, em se tratando da fase do Ensino Fundamental, com relação à matemática, seja direcionado para as cinco unidades temáticas orientadas pela BNCC, principalmente com relação à unidade de Números, que tem como principal objetivo desenvolver o pensamento numérico, relacionado à capacidade de contar, quantificar, julgar e interpretar argumentos baseados em quantidades, abordar noções de aproximação, proporcionalidade, equivalência e ordem, como também, enfatizar os significados das operações aritméticas, crucial na compreensão das unidades de Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística.

Destarte, o pleno desenvolvimento da unidade de Números, como proposto pela BNCC, em especial, com relação à compreensão dos significados, processos e algoritmos da soma, subtração, multiplicação e divisão, além de ser imprescindível na progressão da aprendizagem escolar, também correlaciona-se diretamente na inserção participativa, racional, crítica e argumentativa do aluno na sociedade contemporânea, visto que, as ideias das operações aritméticas básicas encontram-se nas diversas atividades sociais e inerentes ao ser humano.

2.2 O ENSINO DAS OPERAÇÕES ARITMÉTICAS NOS ANOS FINAIS DO FUNDAMENTAL

O Ensino Fundamental corresponde à segunda e maior etapa da Educação Básica escolar, dividindo-se em Anos Iniciais, do 1º ao 5º ano, sendo a continuidade da educação

infantil, e Anos Finais, do 6º ao 9º ano. Com duração de nove anos, esse ciclo pretende: formar cidadãos ativos, mediante

> I - o desenvolvimento da capacidade de aprender, tendo como meios básicos o pleno domínio da leitura, da escrita e do cálculo;
> II - a compreensão do ambiente natural e social, do sistema político, da tecnologia, das artes e dos valores em que se fundamenta a sociedade;
> III - o desenvolvimento da capacidade de aprendizagem, tendo em vista a aquisição de conhecimentos e habilidades e a formação de atitudes e valores;
> IV - o fortalecimento dos vínculos de família, dos laços de solidariedade humana e de tolerância recíproca em que se assenta a vida social. (BRASIL, 1996, Art. 32)

Para que isso aconteça de maneira satisfatória, os alunos devem passar de uma série para outra, preparados, como foi exposto em 2010, com a publicação do Parecer CNE/CEB n.º 7/2010 que, em seu parágrafo 2º, da Organização da Educação Básica, informa que a

> "transição entre as etapas da Educação Básica e suas fases requer formas de articulação das dimensões orgânica e sequencial que assegurem aos educandos, sem tensões e rupturas, a continuidade de seus processos peculiares de aprendizagem e desenvolvimento." (BRASIL, 2010).

Todavia, o que acontece na maioria das instituições de ensino do Brasil é a ruptura e descontinuidade significativa da aprendizagem devido às mudanças organizacionais, de dinâmica dos professores e demanda escolar na segunda fase do Ensino Fundamental, tornando o processo educacional ainda mais desafiante, pois, segundo Seledes e Schena (2016, p. 13) "muitas vezes os alunos não estão preparados para esse momento, assim como as escolas e os professores também não estão prontos para recebê-los.".

Além disso, a fragilidade com relação à aprendizagem da Matemática, principalmente na parte das operações aritméticas, é outro ponto que se evidencia nessa passagem do 5° ano para o 6º ano, expondo o não desenvolvimento de competências e habilidades necessárias para o início dos anos finais do Ensino Fundamental, tornando o avanço de conteúdos posteriores inviável, dado que, esse objeto de conhecimento é pressuposto para toda continuidade escolar referente a essa área do conhecimento.

Souza (2010, p. 3) adverte que "Quando o aluno não consegue a fundamentação matemática nas séries iniciais, dificilmente conseguirá avançar como deveria para as demais séries e consequentemente para os conteúdos mais complexos".

Desse modo, tem-se que o envolvimento familiar, a formação do pedagogo que atua nos anos iniciais do Ensino Fundamental e as metodologias utilizadas no ensino da Matemática, são alguns dos fatores que se relacionam diretamente com as debilidades de aprendizagem com relação a essa disciplina, especialmente, no objeto de conhecimento das operações aritméticas.

Todavia, esses alunos continuam a ir de uma série para outra com essas demandas insuficientes e, por vezes, equivocadas sobre a adição, subtração, multiplicação e divisão.

Corroborando com essa discussão, Dantas (2014) reflete, por meio de sua experiência com relação à sala de aula, que:

> Os alunos conseguiam chegar ao 6º ano e sequer sabiam resolver problemas simples que envolviam as quatro operações matemáticas. Além disso, não tinham noção quando apresentava para eles questões cotidianas, em que os mesmos teriam de identificar de qual operação se tratava o problema. (DANTAS, 2014, p.8).

Isso reforça a observação dos autores Zatti, Agranionih e Enricone (2010) de que quando a Matemática se torna disciplina específica no currículo, ou seja, no 6º ano dos anos finais, os índices de reprovação costumam aumentar, decorrente das dificuldades dos alunos que tendem a ser mais sistêmicas e acentuadas, pois, até o nível anterior, os conteúdos associavam-se ao domínio dos algoritmos básicos das quatro operações, dando mais ênfase para questões relacionadas à escrita e a leitura.

Correlacionado a esse panorama, tem-se o contexto da convivência familiar, o qual é onde a criança desenvolve tradições, crenças, valores e percepções que a influenciam nas decisões e visão do mundo a sua volta. Mediante essa interação com a família, Tatto e Scapin (2004) consideram que as experiências vivenciadas pelo indivíduo, positivas ou negativas, podem levá-lo a constituir um sentimento de rejeição com relação à Matemática, antes mesmo de ter contato com a escola. Uma criança que ouve de seus familiares e pessoas próximas que não gostam da matemática e que ela é difícil, acaba mentalizando isso inconscientemente e quando encontra dificuldades ou desafios relacionados a essa disciplina, desenvolvem um sentimento negativo pela área.

Esse sentimento nos anos finais tende a piorar, dado que, os alunos se deparam com um currículo de matemática que espera e exige uma soma de habilidades e competências para progredir, como compreender os significados essenciais das operações aritméticas e não somente saber seus algoritmos e regras. Segundo, Pacheco e Andreis (2018, p. 106) “o insucesso de muitos estudantes é um fator que os leva, cada vez mais, a terem certa aversão a essa disciplina, desenvolvendo dificuldades ainda maiores com o passar dos anos escolares”.

Ainda nesse viés, identifica-se a formação do pedagogo como um ponto que potencializa essa ideia negativa da matemática. O professor D’Ambrósio (1996) reflete que o problema mais preocupante do ensino de Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental é a formação limitante do professor. Conforme o autor:

> Há inúmeros pontos críticos na atuação do professor, que se prendem a deficiências na sua formação. Esses pontos são essencialmente concentrados em dois setores: falta de capacitação para conhecer o aluno e obsolescência dos conteúdos adquiridos nas licenciaturas (D'AMBROSIO, 1996, p. 83).

Em muitos casos, o próprio olhar do educador polivalente em relação à disciplina é negativo, devido, principalmente, às suas experiências enquanto aluno. E na formação acadêmica, Fiorentini (2008) afirma que a reduzida carga didática dos cursos de Pedagogia com destino à formação na área da Matemática tem sido um problema crônico. Além da falta de domínio conceitual nesta área do conhecimento, os alunos-docentes que ingressam nesses cursos trazem crenças que, muitas vezes, são de aversão e preconceito em relação ao ensino da Matemática. Isso se relaciona diretamente com histórico escolar de fracasso, produzindo uma imagem de que a matemática é difícil e que nem todos têm capacidade de aprendê-la. E, o não enfrentamento dessas questões durante a formação inicial implica, diretamente, a prática docente desses profissionais.

Dessa forma, percebe-se que

> a prática pedagógica nas séries iniciais se centra na aritmética, em especial, no ensino dos algoritmos desprovidos de significados, e não privilegia a questão conceitual, e as ideias presentes nas operações básicas. Tais práticas acabam por consolidar uma matemática escolar reducionista, que não possibilita o pensar e o fazer matemático em sala de aula. (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2015, p.89).

Infere-se que a prática pedagógica mesmo com direcionamentos dos documentos, PCN (BRASIL, 1997, 1998) e BNCC (BRASIL, 2018), para utilização de estratégia didática/metodológica como Resolução de Problema, uso da História da Matemática, Modelagem Matemática, Jogos e Tecnologias da Informação para compreensão dos significados dos conteúdos liga-se diretamente a relação do educador com a matemática, seu próprio conhecimento, a percepção sobre a disciplina, como também, com as competências e habilidades desenvolvidas ou não.

Associado a isso, Dante (2007, p.14) coloca que "o sucesso do trabalho com ideias matemáticas dependerá não só dos materiais disponíveis, mas das habilidades do professor em usá-los". E, em muitos casos, ao ter acesso aos materiais, são utilizados de maneira apenas recreativa, sem direcionamentos para a compreensão de objetos matemáticos, como reflete Zambelli:

> Na prática [...] os primeiros anos do ensino fundamental prioriza a alfabetização de forma sistematizada e em espaços inapropriados para essa faixa etária e ainda deixando o lúdico para momentos soltos como recreio, entrada e saída, apesar das muitas pontuações nos documentos nacionais sobre essa ruptura e formas de inserir o brincar e de preparar o espaço físico (ZAMBELLI, 2014, p. 37).

Em suma, grande parte dos professores utilizam apenas de quadro e exercícios repetitivos de fixação, mesmo os PCN (BRASIL, 1997, 1998) refletindo que tal prática se apresenta como insuficiente, dado que reproduzir corretamente pode apenas indicar que o aluno aprendeu a reproduzir algumas técnicas mecânicas, mas não necessariamente apreendeu o objeto de conhecimento e sabe como utilizar em outras situações. Sobre isso, Silva (2005) coloca que essa metodologia limita o aluno a ouvir o professor, deixando de lado a capacidade de análise crítica de determinada situação. Ocasionando um sério problema no ensino da Matemática, a prevalência da ideia de que o essencial são os cálculos e os procedimentos de rotina.

Dessa forma, entende-se que tais questões têm sua responsabilidade com relação aos níveis preocupantes de proficiência média na Matemática do 5º ano, demonstrados pela avaliação de larga escala do Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) com provas de língua portuguesa e matemática, que ocorrem a cada dois anos e que permitem ao Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep) conhecer de forma aprofundada a educação básica brasileira.

Um breve histórico dos dados do Saeb de 2011 a 2021 a partir da documentação *Press Kit* do Ministério da Educação (2022) com relação ao desempenho dos alunos do último ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental na matemática reforça não somente a situação aquém do esperado para a disciplina de Matemática nessa fase, mas um crescimento tímido com o passar dos anos. Tal fato pode ser observado na Tabela 1 disposta a seguir.

Tabela 1: Proficiência de Matemática no Saeb relativo ao 5º ano do Ensino Fundamental

SAEB — ANO	PONTUAÇÃO
2011	210
2013	211
2015	219
2017	224
2019	228
2021	217

Fonte: Elaboração da pesquisadora

Intui-se que os resultados de 2011, 2013, 2015 e 2017 se enquadram no nível 4 de 10 níveis para essa fase, conforme a tabela de proficiência do Inep. Nesse nível de ensino, a aprendizagem é considerada básica. E, em 2019, os resultados mostram um aumento para o nível cinco (5) de proficiência, onde o desempenho tem que ser maior ou igual a 225 e menor

que 250. Todavia, mediante o período de Pandemia do COVID-19 e as suas implicações na Educação, tem-se que os dados referentes às avaliações do Saeb de 2021 se assemelham ao quadro de 2015, voltando para o nível quatro (4), com uma queda de 11 pontos com relação à avaliação anterior, chegando a 217 pontos.

Segundo o documento de escala de proficiência do Saeb, temos estudantes que chegam ao 6º ano dos anos finais, não conseguindo converter mais de uma hora inteira em minutos ou resolver problemas, no sistema monetário nacional, como adição e subtração de cédulas e moedas. Além disso, encontram-se com um baixo desenvolvimento nas habilidades para determinar o resultado da subtração entre números naturais de até cinco ordens, com a utilização das ideias de retirar e comparar, com dificuldades em resolver problemas envolvendo a análise do algoritmo da adição de dois números naturais, como também e consequentemente, em questões relacionadas à multiplicação e a divisão.

Com esse conjunto de fatores que permeiam a educação do Ensino Fundamental, considera-se que o trabalho desenvolvido com os alunos durante todas as séries dos anos iniciais com respeito às operações aritméticas básicas impacta de maneira direta a segunda etapa desta fase, do 6º ao 9º ano, com respeito a progressão desse objeto do conhecimento e ao ensino da Matemática em sua totalidade. Como reflexo, o direcionamento do professor dessa disciplina nos anos finais deve ser voltado para minimizar as limitações da turma com relação aos significados, linguagens, conceitos e algoritmos da adição, subtração, multiplicação e divisão, focando no que pode ser feito e não no apontamento de culpados.

Nesse contexto, torna-se essencial que no ambiente educacional sejam trabalhadas ações que possibilitem o conhecimento baseado na compreensão significativa das operações aritméticas, assim, “cabe ao professor criar situações de aprendizagem para seus alunos que lhe proporcionem refletir e explicitar suas ideias” (BEZERRA, 2008, p. 36).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) e a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) reforçam que para todo esse percurso da matemática dos anos finais do Ensino Fundamental, a prática educativa deve estar orientada para o aluno estabelecer conexões entre os objetos de conhecimento e o seu dia a dia, como também de relacionar as ideias e significados dessa área com outras disciplinas.

E, com relação às operações aritméticas, a BNCC norteia que o trabalho da escola, assim como do professor precisam estar direcionados para o aluno desenvolver, do 6° ao 9° ano, capacidades reflexivas e críticas de resolver e elaborar problemas com números naturais, inteiros, racionais e reais, por meio de estratégias como a estimativa e o cálculo mental, além disso, esse documento ressalta a importância do estudante compreender os processos e

algoritmos dessas operações, e também a associação desse objeto com relação a outros objetos de conhecimento.

Perante o exposto, é notório que o ensino das operações matemáticas, nessa fase, deve ser abordado com o uso de metodologias conhecidas e por novas possibilidades que incentivem e viabilizem não somente a minimização de possíveis limitações e rupturas com relação ao objeto de conhecimento, mas que em conjunto com isso, tenham potencialidade de proporcionar a progressão e desenvolvimento das habilidades propostas pelos documentos oficiais para esse período educacional.

2.2.1 Os significados da Multiplicação e Divisão

Na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) a matemática dos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental, do 1º ao 9º ano, é desenvolvida dentro de cinco (5) unidades temáticas: números, álgebra, geometria, grandezas e medidas, probabilidade e estatística. As operações de soma, subtração, multiplicação e divisão se encontram na unidade temática "números", que "tem como finalidade desenvolver o pensamento numérico, que implica o conhecimento de maneiras de quantificar atributos de objetos e de julgar e interpretar argumentos baseados em quantidades" (BRASIL, 2018, p.268).

As primeiras operações a serem trabalhadas, as quais iniciam-se logo no primeiro ano do Ensino Fundamental e avançam gradualmente até o 9º ano, correspondem a adição e a subtração, que têm como significados, nessa ordem, juntar e acrescentar; retirar, comparar e completar. Para os alunos compreenderem progressivamente tais significados, a BNCC sugere, por meio de habilidades, o desenvolvimento dos fatos básicos e fundamentais, a composição e decomposição de números naturais e racionais, como também elaboração e resolução de problemas por meio de estratégias, cálculo mental e com números decimais, inteiros e reais, além de recomendar a compreensão dos processos envolvidos e a ampliação de estratégias de cálculo, através da relação entre adição e subtração.

Entretanto, no que diz respeito ao presente trabalho, enfatizam-se as operações de multiplicação e divisão, com pretensão de explorar e compreender seus significados, como também aprofundar-se nas habilidades que envolvem essas operações, para adquirir saberes para desenvolver a proposta com intencionalidade clara, tendo como alvo a promoção de aprendizagens sólidas, significativas e conscientes dos alunos.

Pois, no ensino da multiplicação, o que percebe-se é que na maior parte dos âmbitos educacionais "é vista apenas sob o seu aspecto de adição de parcelas iguais" (TOLEDO;

TOLEDO, 1997, p. 120), inicialmente é a ideia que deve ser abordada, todavia, no decorrer dos anos, os outros significados relativos a essa operação não são trabalhados com o mesmo empenho, gerando dificuldades no desenvolvimento das tarefas, principalmente quando os alunos são submetidos a questões contextualizadas, que exigem interpretar pressupondo os conhecimentos sobre os significados deste objeto.

No caso da divisão, os autores Toledo e Toledo (1997, p. 145) afirmam que "ela é uma subtração reiterada de parcelas iguais", e mencionam que esta operação se liga a dois significados distintos, partilhar igualmente, a maneira mais enfatizada em sala de aula, e medir. Essa ênfase na prática educativa mais voltada a um dos significados, assim como na multiplicação, prejudica o desenvolvimento do raciocínio e a compreensão do aluno sobre esses objetos.

Para Mendes (2013, p. 6) a aprendizagem da divisão é "muitas vezes confundida com a mecanização das regras associadas ao algoritmo, não deixando espaço, na sala de aula, para o desenvolvimento de um trabalho com os alunos em torno da compreensão desta operação".

Para minimizar esses fatos, normatizar os currículos do país e também estabelecer um direcionamento coerente e progressista sobre os objetos de conhecimento, a BNCC é desenvolvida. E, com relação à multiplicação e divisão no Ensino Fundamental, norteia os conhecimentos e habilidades que os alunos devem aprender nessa fase.

Baseado nisso, propõe que o trabalho da operação de multiplicação inicie-se a partir do 2° ano do Ensino Fundamental, desenvolvendo-se gradativamente, de maneira que ao final do primeiro ciclo dessa etapa, anos iniciais, os alunos tenham conhecido os quatro significados dessa operação, os quais são: parcelas iguais, proporção, configuração retangular e combinação.

No 2º ano a multiplicação está inserida em um objeto de conhecimento cuja habilidade trabalha com a ideia de adição de parcelas iguais, por meio de resolução e elaboração de problemas. No 3º ano continua a abordagem da ideia de parcelas iguais, mas com acréscimo do significado de configuração retangular, e tem-se a habilidade que norteia para o desenvolvimento dos fatos básicos da multiplicação. Já no 4º ano trabalha-se a habilidade, com o intuito de proporcionar a ampliação das ideias de multiplicação aditiva e retangular, salientando e avançando com a proporcionalidade e o uso de estimativas como uma das estratégias. Ainda nesse ano escolar são propostas mais duas habilidades, uma para a compreensão do sistema decimal e a outra que explora o raciocínio combinatório. Para o 5º ano, o documento da BNCC já contempla números racionais, trazendo habilidades voltadas para a multiplicação, todas sendo trabalhadas pela resolução e elaboração de problemas, com números

naturais e racionais, e também com ênfase no desenvolvimento da ideia de agrupamentos e do raciocínio combinatório.

Na segunda etapa do Ensino Fundamental, os anos finais, a progressão da multiplicação continua. Assim, para o 6º ano, pontua-se duas habilidades, uma para a compreensão dos processos envolvidos nos cálculos com números naturais, e a outra, foca no trabalho com os números racionais positivos na representação decimal, ambas através da resolução e elaboração de problemas. E ainda se recomenda, utilizar o procedimento de arredondamento, como também o uso ou não de calculadora. No 7º ano as habilidades são direcionadas para desenvolver a compreensão e utilização da multiplicação, além disso, sugere o prosseguimento do trabalho pela resolução de problemas com os conjuntos dos números naturais e racionais. No 8º ano, o objetivo da habilidade retoma a ampliação das ideias da operação de multiplicação trabalhadas no último ano do Ensino Fundamental anos iniciais, o 5º ano, de maneira que indica elaborar e resolver problemas de contagem com possibilidade de envolver a aplicação do princípio multiplicativo em suas resoluções. Por fim, para o último ano dessa etapa, o 9º ano, a habilidade propõe estender a multiplicação para um conjunto numérico maior, os reais, abordando resolução e elaboração de problemas, e também envolver a notação científica.

Já o estudo da operação de divisão, inicia-se a partir do 3º ano do Ensino Fundamental, tendo como objetivo o desenvolvimento dos seus significados: repartições em partes iguais (repartição equitativa) ou de uma aferição de medida, tendo uma unidade de medida para comparar. A primeira habilidade refere-se à resolução e elaboração de problemas explorando os dois significados da divisão de número natural por outro (até 10). Para o 4º ano, tem-se o reforço do que foi tratado no ano anterior em uma das habilidades, no entanto, há uma ampliação da complexidade, dado que a divisão é feita com divisor de dois algarismos, com auxílio de estratégias, tal como a estimativa. E, para 5º ano, tem-se a habilidade que recomenda o avanço da resolução e elaboração de problemas pela divisão com números naturais, e também dos racionais, cuja abordagem pode ocorrer por meio de representações decimais finitas e fracionárias, com possibilidade de utilizar estratégias como o cálculo mental.

Nos anos finais do Ensino Fundamental, para o 6º ano, as habilidades indicadas na BNCC visam a resolução de problemas e entendimento dos procedimentos que envolvem a divisão de números naturais e racionais positivos na forma decimal finita, por meio de estratégias, tal como o arredondamento. Em relação ao 7º ano, propõe-se que as habilidades se direcionem para a abordagem com os números inteiros e continuação com os racionais em representações fracionárias e decimais, utilizando o método de resolução de problemas. Além

disso, uma habilidade contempla um ponto principal a ser tratado, a compreensão ampla da divisão e da sua utilidade.

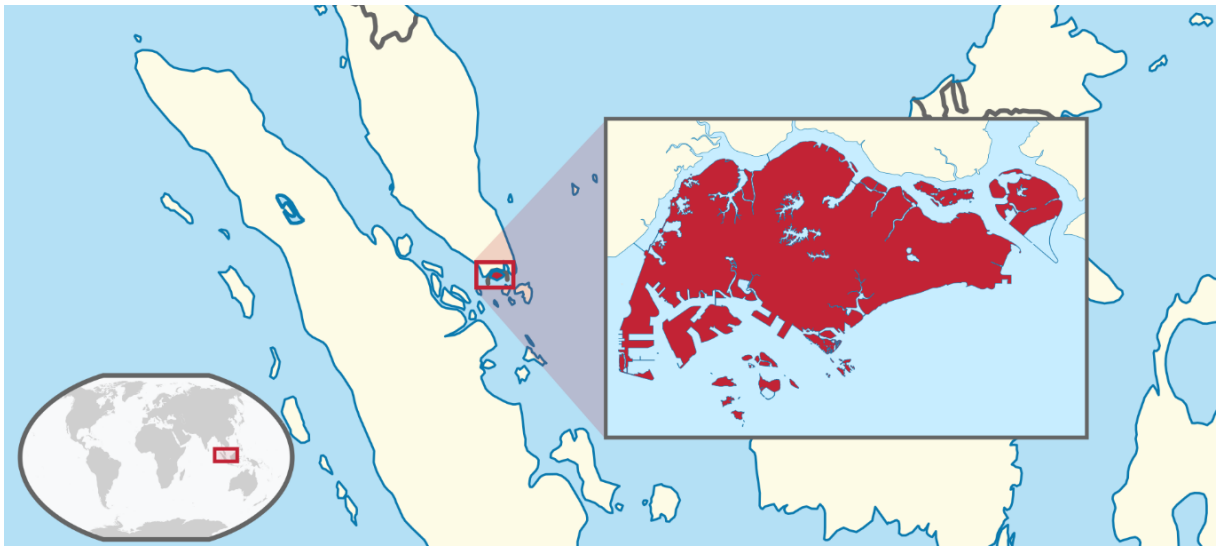
No caso da habilidade do 8º ano, recomenda-se explorar as características dos resultados de divisões específicas, as dízimas periódicas simples ou composta, no intuito de trabalhar o reconhecimento, e utilizar procedimentos para representá-las na fração geratriz. Para o ano final do Ensino Fundamental, 9° ano, ocorre a ampliação da operação de divisão com o trabalho voltado para o conjunto dos números reais, ou seja, explanando as possibilidades e procedimentos com relação aos com números positivos, negativos, decimais, fracionários, zero, além das dízimas periódicas e não periódicas, a habilidade sugere que a abordagem seja pela resolução de problemas, com envolvimento do processo que auxilia nas maneiras de escrever números muito grandes ou muito pequenos, a notação científica.

Ressalta-se que esses dois objetos de conhecimento, multiplicação e divisão, têm em comum nos 4º e 7º anos do Ensino Fundamental as habilidades, que respectivamente sugerem, desenvolver a utilização das relações entre multiplicação e divisão, como também abordar as propriedades para ampliação das estratégias de cálculo; recomenda-se trabalhar a relação entre multiplicação, divisão e suas propriedades operatórias.

2.3 O MÉTODO DE SINGAPURA NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Singapura é uma cidade-Estado localizada na ponta sul da Península Malaia (Figura 1), no Sudeste Asiático, com cerca de cinco milhões e meio de habitantes, possui uma das maiores densidades populacionais do mundo. Atualmente seus métodos de ensino têm ganhado espaço no mundo devido ao sucesso que alcança em alguns dos principais estudos internacionais que avaliam o desempenho dos alunos, deixando para trás um histórico de altos índices de analfabetismo, por compreender que são os investimentos em educação que impulsionam um país para o crescimento social e econômico.

Figura 1: Localização de Singapura na Península Malaia



Fonte: Site Wikipedia (2023).

O Ministério da Educação tem como visão norteadora do seu trabalho educativo o princípio "*Thinking School, Learning Nation*" (Escola que Pensa, Nação que Aprende) que visa "preparar uma geração de cidadãos empenhados que saibam pensar e que sejam capazes de contribuir para o contínuo crescimento e prosperidade de Singapura" (TEIXEIRA, 2015, p. 17).

No Pisa, avaliação que examina o que os alunos de 15 anos sabem em leitura, matemática e ciências, assim como o que são capazes e podem fazer com o que aprenderam na escola, realizado a cada três anos pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), a educação de Singapura alcançou o primeiro lugar em 2015 e em 2018 obteve o segundo lugar no ranking. Além destes resultados significativos que traduzem o empenho para a educação, destaca-se também o excelente nível de aprovações nos exames nacionais, como no exame final do ensino primário de Singapura (6º ano de escolaridade).

O TIMSS é um estudo internacional que avalia o desempenho dos alunos dos 4º e 8º anos de escolaridade em Matemática e Ciências, desenvolvida pela *International Association for the Evaluation of Educational Achievement* (IEA). Em Matemática a avaliação é feita considerando duas dimensões: conteúdos específicos e suas determinadas áreas (Números, Formas Geométricas e Medida, Apresentação de Dados); os processos cognitivos (Aplicar, Conhecer e Raciocinar) envolvidos na resolução. Esse estudo é aplicado a cada quatro anos desde 1995 e nos anos de 2011, 5ª edição e 2015, 6ª edição, Singapura ocupou o primeiro lugar da tabela para o 4º ano de escolaridade, em ambas as vertentes (conteúdo e dimensão cognitiva), continuando a conquistar o topo do ranking na edição de 2019.

Diante desses resultados, o país ganhou notoriedade e tem conquistado espaço na área educacional, gerando interesse de nações como, os Estados Unidos da América e do Reino

Unido, em compreender e utilizar seus métodos, como aponta Teixeira (2015). Além desses, outro país que sinalizou interesse em entender esse método foi o Brasil.

Assim, em 2016 o ex-diretor do Instituto Nacional de Educação de Singapura Lee Sing Kong em uma visita às terras brasileiras concedeu uma entrevista para o programa Roda Viva, respondendo questionamentos sobre o desenvolvimento e os direcionamentos feitos para a reforma educacional acontecer com o êxito observado no atual cenário. Em uma de suas respostas sobre as medidas adotadas em Singapura, diz que:

> "Um sistema educacional tem de funcionar como um ecossistema. Mas dentro desse ecossistema existem dois fatores essenciais que realmente impactam como o ecossistema se sai em termos de resultados. O primeiro é a qualidade dos professores, o segundo é a qualidade do líder da escola. E isso deve ser apoiado por políticas e recursos, assim como o reconhecimento da sociedade do que se trata a profissão da educação" (KONG, 2016).

No decorrer da conversa o ex-diretor ainda afirma que para tentar uma vaga na profissão docente não basta ser apenas um dos melhores da turma, mas concluir o treinamento com excelência em conhecimento e habilidades, avaliados em exames comprobatórios e periódicos, com o intuito de perceber se, serão capazes de, promover o desenvolvimento das metas traçadas, as quais são definidas como resultados desejados para uma criança escolarizada.

Conforme o Ministério da Educação de Singapura, o sistema educacional tem como propósito comum para os alunos, o desenvolvimento pleno do senso de autoconsciência, de uma bússola moral sólida, de conhecimentos e competências necessárias para os desafios do futuro, assim como, auxiliar para que se tornem pessoas confiantes, resilientes, responsáveis criticamente, capazes de trabalhar em equipe e com forte relação de consciência cívica com sua nação.

Para assim ocorrer, os norteamentos com relação ao ensino primário[1] referidos na documentação oficial atualizada, *Mathematics Syllabus Primary One to Six* (2020), reforça e reflete sobre a importância da Matemática e seu ensino como base para muitas das inovações do presente e soluções do futuro, como também na essencialidade para a assimilação e desenvolvimento de outras disciplinas. Dessa forma, nesse nível do ensino, que dura seis anos, sendo a fase compreendida no Brasil como o Ensino Fundamental, anos Iniciais e Finais, o Programa da Matemática adotado nas salas de aula de Singapura tem como objetivo capacitar os alunos em conceitos e habilidades para o cotidiano, além de aprendizado continuado, desenvolvimento do raciocínio, comunicação e aplicação, capacidades metacognitivas através

[1] Nomenclatura adotada em Singapura.

da abordagem matemática para a resolução de problemas, como também, ter como meta fomentar o interesse e a confiança do aluno pela disciplina, sendo priorizado o bom preparo para os conhecimentos que serão abordados no nível seguinte, o secundário. (*Ministry of Education of Singapore*, 2020).

Para Santos (2019) esse método norteia-se na direção do seu alvo principal, tornar o ensino significativo, dando ao aluno autonomia no desenvolvimento de sua aprendizagem para ser um agente ativo nesse processo.

Diante do exposto, no item seguinte apresentamos o Método de Singapura na Educação Matemática, do que se trata, em quais teorias está edificado, suas similaridades com as propostas educacionais do Brasil no documento normativo oficial, a BNCC, e também, sua aplicação no ensino das operações aritméticas, com foco na multiplicação e divisão.

2.3.1 O que é o Método Matemático de Singapura?

O bom desempenho em Matemática dos alunos de Singapura em testes como o TIMSS e Pisa, têm promovido o destaque do pequeno país asiático, despertando interesse em conhecer as abordagens e teorias utilizadas que fizeram com que alcançasse relevante sucesso na área educativa. Nesse sentido, além da influência política e econômica, Silvestre (2015, p. 19) reflete que tal cenário tem relação com o empenho na política educativa para o desenvolvimento dos currículos, assim como, com a importância empregada e exigida na formação inicial e continuada dos professores, na diversidade de programas ofertados, nos instrumentos e materiais didáticos, nas pesquisas voltadas para a investigação educacional e, principalmente, no acompanhamento individualizado dos alunos no ensino obrigatório.

Sendo direcionada pelo lema: “Escola que Pensa, Nação que Aprende”, Singapura norteia o ensino da Matemática na busca pelo desenvolvimento da competência principal, a capacidade do indivíduo de resolver problemas, problematizar e assim estar ativamente inserido no processo de construção do conhecimento. Como o Instituto de Matemática Pura e Aplicada (2018) informa:

> O objetivo do currículo de matemática em Singapura é desenvolver a habilidade dos estudantes em aplicar matemática para resolver problemas através do desenvolvimento de suas habilidades matemáticas, ajudando-os a adquirir conceitos-chave da matemática, promovendo atitudes positivas frente à matemática e encorajando-os a pensar por si mesmos sobre a maneira como aprendem. (IMPA, 2018, p. 18)

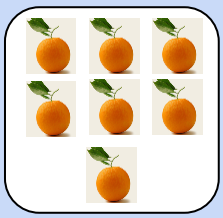
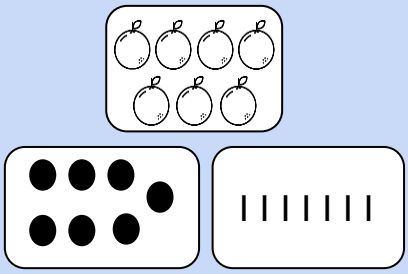
Para assim acontecer, o currículo propõe uma estrutura lógica e coerente, que se

fundamenta em três teóricos: Jerome Bruner, Zoltan Dienes e Richard Skemp, como aponta Silvestre (2015) em seu trabalho.

Tem-se a utilização do método baseado na abordagem — concreto, pictórico e abstrato — (CPA) que surge apoiado em fundamentos da teoria do psicólogo americano, Jerome Bruner, defensor da resolução de problemas, do desenvolvimento do raciocínio matemático e da comunicação, de modo que desaprova a centralidade do ensino para a memorização de fatos. De acordo com Bruner (1963 *apud* ABREU, 2017), o desenvolvimento do indivíduo é caracterizado pelo domínio progressivo da representação do conhecimento mediante três processos de experiência: a representação ativa, a representação icônica e a representação simbólica.

Os desenvolvedores do Método de Singapura renomearam os estágios de representação para: concreto, pictórico e abstrato, onde, respectivamente, o primeiro caracteriza-se pela manipulação de materiais concretos com o intuito de explorar os conceitos determinados, progredindo para o segundo, o qual aborda a representação do conceito trabalhado por meio de imagens e esquemas, por último, a formalização em linguagem matemática (PACHECO, 2019). Nessa orientação, "o que é mais importante para ensinar conceitos básicos é que a criança seja ajudada a passar progressivamente do pensamento concreto para a utilização de modos de pensamento mais adequados conceitualmente" (BRUNER, 1960, p. 38, tradução nossa). O exemplo a seguir ilustra o ensino do número 7 usando a abordagem mencionada.

Quadro 1: Abordagem CPA no ensino do número 7

CONCRETO	PICTÓRICO	ABSTRATO
		7

Fonte: Adaptação de *Ministry of Education of Singapore*, 2013, p. 30.

O Ministério de Singapura (2013, p. 31) reforça que em cada fase da abordagem CPA, o professor desempenha um papel importante no uso de estratégias apropriadas, como fazer questionamentos, utilizar histórias e jogos com o intuito de promover o desenvolvimento da aprendizagem.

Outro ponto que edifica o currículo desse país refere-se à teoria que aborda os princípios de variabilidade matemática e perceptiva, do educador matemático húngaro Zoltan Dienes, desenvolvedor dos blocos lógicos. No tocante da variabilidade matemática, propõe que o trabalho com conceitos que envolvem variáveis, os alunos devem aprender por experiências, as quais, têm que reunir o maior número possível de variáveis durante o momento de construção e formação do conceito, desta forma, com a diversidade de situações, surgem as variações individuais dos estudantes, ou seja, a variabilidade perceptiva, tornando essencial a utilização de vários exemplos, representações e contextos na aprendizagem da mesma estrutura conceitual (SILVESTRE, 2015). Em síntese, o primeiro princípio de variabilidade está relacionado com a estrutura matemática, e o outro, liga-se à percepção.

Nessa circunstância, Dienes (1970) defende que os materiais e as tarefas devem ser organizados de acordo com a fase que os alunos estão passando, e o professor deve desenvolver sua sensibilidade com relação às situações e suas exigências, as quais sempre estão sujeitas a mudanças. O autor acredita

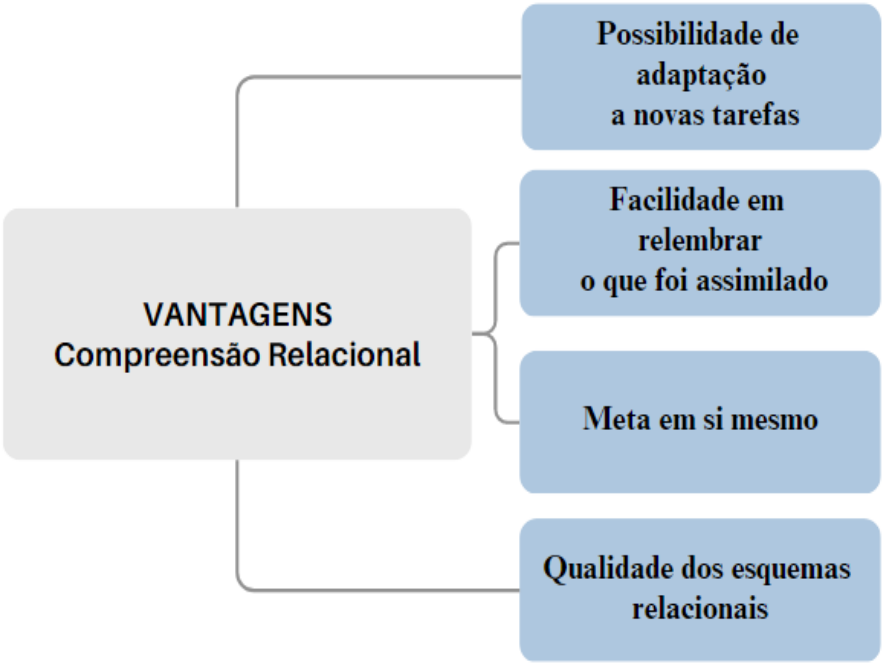
> ser possível estabelecer situações de aprendizagem de matemática totalmente criadoras em tôdas as fases dessê estudo. Quando uma criança houver efetivamente formado um conceito por meio de suas próprias experiências, terá criado algo que não estava lá antes, e essê algo será elaborado em sua personalidade, no sentido psicológico, do mesmo modo que as substâncias essenciais de seu alimento são elaboradas em seu corpo. O valor dessa parte do saber será, para ela, semelhante a pintar um quadro satisfatório, ou a escrever uma boa estória ou a inventar uma peça de teatro agradável para representar com seus amigos. Terá valor intrínseco, como parte do verdadeiro material de que a vida é feita (DIENES, 1970, p. 29).

Isso reflete a genuína e pura ideia do que é aprender e ensinar, sendo o “alimento”, ou seja, o conhecimento, mediado pelo professor na sua função de guia. (ABREU, 2017).

O terceiro alicerce teórico do currículo de Singapura é orientado pelo trabalho do psicólogo e matemático inglês, Richard Skemp, que reflete sobre a importância de se constituir conexões para que o aprendizado e conhecimento seja significativo e sólido. A partir de seus estudos, Skemp (1976, *apud* ABREU, 2017) dividiu a compreensão em duas categorias: instrumental, que prioriza a memorização e aquisição de regras, passos e procedimentos, isto significa que, o aluno conhece o algoritmo que utiliza, porém, de forma mecânica, sem ter a percepção adequada do motivo pelo qual executa a regra ou algoritmo; e relacional, que se relaciona com a construção de esquemas conceituais, proporcionando ao aluno não só o conhecimento da regra ou algoritmo, mas a conscientização de como e o porquê do uso de tais procedimentos, além disso, oportuniza aos estudantes pensar em possíveis adaptações para resolver outras questões.

O autor argumenta que o trabalho voltado para a aprendizagem no sentido de promover a compreensão relacional proporciona quatro vantagens, as quais podem ser observadas a seguir:

Figura 2: Compreensão Relacional e suas vantagens



Fonte: Elaboração da pesquisadora (2023)

Com relação à "adaptação a novas tarefas", entende-se que o aluno não somente reproduz os passos, mas compreende a razão da sua utilização, podendo adaptar para a resolução de outras questões. Com essa dinâmica e favorecimento para estabelecer conexões entre diferentes conceitos, procedimentos e novos esquemas, a promoção da aprendizagem significativa tem mais probabilidade de ocorrer, consequentemente "recordar" será um efeito natural da assimilação sólida do conhecimento. A compreensão relacional se coloca também como um auxiliar no trabalho motivacional do professor, ao trazer consigo a "meta em si mesmo", a qual reduz a necessidade de punições e recompensas. Isso relaciona-se com a "qualidade dos esquemas relacionais" propostos, dado que são eles que permitem a integração com outras áreas dispostas no currículo e constituem as aprendizagens positivas para o desenvolvimento do aluno.

Dessa forma, percebe-se que a base teórica com a qual está apoiado o ensino da Matemática de Singapura foca suas ações no estabelecimento de aprendizagens duradouras e que preparam o aluno para conviver socialmente. Tais ideias influenciam na elaboração cuidadosa dos manuais escolares, que segundo Santos (2019), incluem a apresentação de um

conteúdo em 5 a 10 páginas, onde sua abordagem pode durar dias; aponta apenas o essencial, com explicações pontuais sobre o conceito ou procedimentos, reduzindo as aulas expositivas e dando espaço para a reflexão dos alunos com relação ao pensamento, promovendo um ensino ativo que aponta para aprendizagens problematizadas, onde a própria curiosidade dos estudantes são bem orientadas, consequência da clareza nas intenções dos materiais.

A partir do que foi exposto, a estruturação da Matemática no currículo de Singapura se apresenta por meio de um modelo pentagonal, com destaques claros e coerentes, que podem ser observados na Figura 3.

Figura 3: Estruturação do Currículo de Matemática de Singapura

Fonte: IMPA (2018, p. 18)

O modelo pentagonal da Matemática foi publicado em Singapura no ano de 1990 e mesmo tendo passado por algumas alterações no decorrer dos anos, por influência de questões sociais e econômicas, “é ainda hoje o guia do ensino aprendizagem em todas as escolas e vai além da enumeração de um conjunto de conteúdos matemáticos, ao enfatizar os aspectos que devem estar presentes na aprendizagem da Matemática.” (SILVESTRE, 2015, p. 20).

Como eixo principal e central dessa proposta curricular está a Resolução de Problemas Matemáticos, que se relaciona diretamente e de maneira dependente com cinco componentes interligadas: atitudes, metacognição, processos, conceitos e habilidades.

Os conceitos, colocados na base do pentágono, referem-se aos conteúdos da Matemática da Educação Básica, sendo eles: numéricos, algébricos, geométricos, estatísticos,

probabilísticos e analíticos (os três últimos no Brasil, pela BNCC, fazem parte do eixo Tratamento da informação). No caso das habilidades, pontua-se que os alunos estejam em contato com experiências que capacitem para o cálculo mental, comunicação, utilização de ferramentas matemáticas, como, a estimativa e aproximação, além de saberes para o tratamento de dados, a visualização espacial, manipulação algébrica e aritmética. No que se refere à componente dos processos relacionam-se com as competências para a aquisição do conhecimento, como o raciocínio, a investigação e as conexões. Com relação às atitudes, direciona-se para questões de cunho afetivo que se associam ao porquê e para quê do aprendizado em matemática, ou seja, enfatiza a importância das crenças, do interesse e também da apreciação, confiança e perseverança. Por último, a metacognição ligada ao monitoramento do próprio pensamento.

Ressalta-se que para trabalhar este eixo central, o Ministério de Singapura, por meio do documento *Mathematics Syllabus Primary One to Six (2020)* recomenda como uma boa opção, a utilização dos quatro passos de Polya (1995): compreender o problema, designar um plano, executar o plano e realizar o retrospecto do problema.

Diante do que foi apresentado e em concordância com Santos (2019), temos que por meio da interpretação desse modelo curricular para a Educação Matemática, desenvolvido e proposto em Singapura, infere-se que o método adotado e elaborado para essa disciplina não se trata apenas de uma metodologia, mas de uma orientação coesa, lógica e racional, firmada em uma filosofia de ensino que foca na Resolução de Problemas para o desenvolvimento de habilidades e competências do século XXI.

Em semelhança a isso, no Brasil, o documento normativo educacional, BNCC (BRASIL, 2018), também propõe como eixo norteador a Resolução de Problemas, no intuito de levar o aluno do Ensino Fundamental a estabelecer e assimilar os campos da Matemática — Aritmética, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Estatística e Probabilidade, bem como possibilitar o desenvolvimento da capacidade de agir matematicamente em variadas situações, dentro e fora da escola. A BNCC (BRASIL, 2018), também sugere o enfoque no ensino orientado para o desenvolvimento de competências e habilidades, similar ao que se observa nas concepções de Singapura.

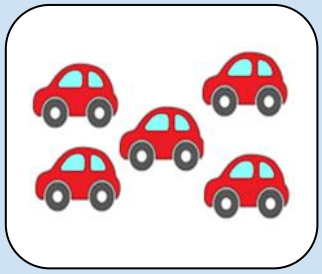
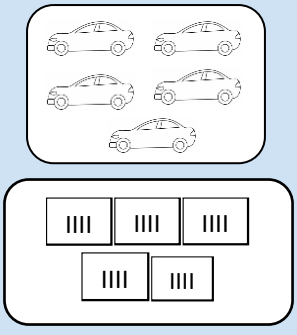
É de grande valia evidenciar que, conforme Teixeira (2015), Singapura também proporciona ao longo do percurso escolar do aluno, trabalhar um mesmo tema mais do que uma vez, explorando as diferentes formas de representações com diferentes níveis de profundidade, por adotar uma abordagem em espiral de conceitos, competências e processos. Isso colabora para o estudante observar a associação dos objetos matemáticos e perceba a importância em

compreender os significados para progredir nas aprendizagens a cada ano escolar.

No que diz respeito ao objeto matemático central desta pesquisa, as operações aritméticas de multiplicação e divisão, o documento *Mathematics Syllabus Primary One to Six (2020)* sugere que o trabalho da matemática baseia-se em quatro temas centrais: Propriedades e Relacionamentos, Representações e Comunicações, Abstrações e Aplicações, e o que associa-se ao objeto de conhecimento desta pesquisa, *Operations and Algorithms*, norteado pela questão: "Que ações significativas podemos realizar nos objetos matemáticos e como as realizamos? (tradução nossa)". Assim, baseado no que foi apresentado sobre o método singapuriano, sua aplicação no ensino da multiplicação e divisão deve ser direcionada em tratar os significados com utilização de representações, materiais concretos e a abordagem CPA, com o intuito de promover a compreensão relacional, minorando a instrumental delineada por Skemp (1976).

No caso da multiplicação, a abordagem CPA e questões-problemas podem viabilizar o trabalho voltado para seus significados, inclusive pode auxiliar na observação de um fato que muitas das vezes não é desenvolvido nessa operação, a natureza dos seus fatores. Segundo, Santos (2019) o sentido aditivo, ao contrário do que ocorre com as adições e subtrações, os fatores da multiplicação não têm a mesma essência: um desempenha o papel de multiplicador (operador) e o outro de multiplicando. Onde o operador realiza a ação e sempre estará na esquerda, ou seja, vem primeiro na posição algorítmica e o multiplicando recebe a ação. No Quadro 2, um exemplo possível da utilização da CPA para o ensino da multiplicação.

Quadro 2: Questão-problema e abordagem CPA para o ensino da multiplicação

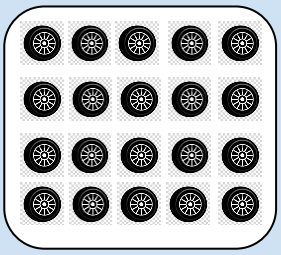
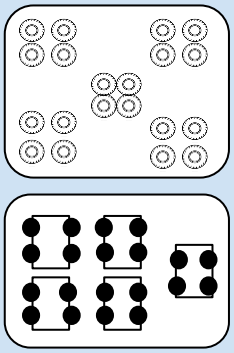
"Temos cinco (5) carrinhos vermelhos, cada um com quatro (4) pneus. Quantos pneus temos ao todo?"		
CONCRETO	**PICTÓRICO**	**ABSTRATO**
		**4+4+4+4+4** **5 x 4**

Fonte: Elaboração da pesquisadora

No Quadro acima, o 5 tem papel de operador e o 4 de multiplicando. Sabe-se que 5×4 = 4×5, mas o que precisa ser enfatizado é o sentido de cada fator para o aluno conseguir interpretar as atividades. No questionamento sugerido denota-se a "dependência" da quantidade de pneus com relação à quantidade de carros, então os pneus recebem a ação, dado que, o que se pede é a quantidade total desse objeto, sendo assim, a quantidade de carros, 5, que realiza a ação sobre a quantidade de pneus, 4, em cada unidade de carros. E, o caso 4×5 é possível, todavia a pretensão voltar-se-ia apenas para o resultado e a utilização correta do algoritmo, desconsiderando a compreensão da natureza dos fatores.

Com a mesma proposta exemplificativa para a divisão, no intuito de focar em seus significados e na relação com a multiplicação, no quadro 3, utilizando-se da mesma ideia da questão-problema do Quadro 2, apenas com alteração no contexto para envolver a operação em questão.

Quadro 3: Questão-problema e abordagem CPA para o ensino da divisão

"Temos vinte (20) pneus e precisamos distribuí-los para montagem de cinco (5) carrinhos. Com quantos pneus cada carrinho ficou?"		
CONCRETO	**PICTÓRICO**	**ABSTRATO**
		**20 ÷ 4**

Fonte: Elaboração da pesquisadora

Nesse exemplo, o significado explorado foi a repartição igual, sendo viável explorar também a relação de operação inversa com a multiplicação, já que, 5 (carros) x 4 (pneus) = 20 (pneus), logo, 20 (pneus) ÷ 5 (carros) = 4 (pneus para cada carro).

Outra opção interessante para trabalhar de maneira significativa a divisão com os alunos por meio dessa abordagem, a qual promove um aspecto visual positivo e estimulante, seria propor o questionamento: "Temos 20 pneus que temos que distribuir na montagem de alguns carros, onde cada carro tem que ter obrigatoriamente 4 pneus. Quantos carros conseguimos montar na distribuição desses pneus?". A modificação ocorreu na natureza dos elementos,

sendo dividendo (número que será dividido) e divisor (número que irá dividir o dividendo) com a mesma natureza, ou seja, 20 (pneus) ÷ 4 (pneus) = 5 (carros), “a natureza do resultado difere da natureza da grandeza que foi dividida” (TOLEDO e TOLEDO, 1997, p. 147).

Em similar pensamento ao que foi expresso nos quadros exemplificativos 2 e 3, em que os alunos são provocados a pensar nas ações, no percurso para chegar ao resultado e em como representar os passos de maneira geral, Toledo e Toledo (1997) frisam que, um fator principal na aprendizagem dos alunos com relação à divisão está na liberdade para procurarem o quociente da maneira que sentirem-se mais à vontade, assim o trabalho com essa operação se tornará muito mais enriquecedor, além disso, é mais satisfatório do que decorar um procedimento destituído de significados para os estudantes.

As informações exploradas se alinham com esta pesquisa e promoveram um essencial conjunto de saberes, que juntos, desempenharam um papel fundamental para o desenvolvimento e elaboração de uma proposta didática através do método de Singapura com foco no ensino das operações de multiplicação e divisão, com vistas a, como sinalizado nos PCN (BRASIL, 1998), superar a memorização de regras, de algoritmos - divide pelo de baixo e multiplica pelo de cima inverte a segunda e multiplica - e os procedimentos mecânicos que limitam, de forma direta e nociva, o ensino dos significados e posteriormente, do cálculo.

3 PROPOSTA DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Este capítulo apresenta algumas considerações sobre a elaboração e desenvolvimento de uma Sequência Didática, em seguida denota-se a importância do planejamento cuidadoso e acessível ao aluno e, posteriormente, apresenta o desenho das tarefas na perspectiva da abordagem CPA do Método de Singapura.

3.1 ASPECTOS GERAIS

O ensino das operações na perspectiva do método de Singapura, é uma metodologia pertinente para ampliar e facilitar a compreensão dos significados distintos das operações da multiplicação e divisão pelos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental. Assim, o desenvolvimento e elaboração de uma Sequência Didática (SD) para utilizar em sala de aula tem viabilidade no propósito de oportunizar saberes, como também um bom progresso nos estudos e na redução das limitações com relação a estas operações. Sendo importante destacar que sua aplicação não se limita apenas a este ano escolar, dependendo da situação, o professor pode manusear o produto elaborado com outras turmas e alunos.

Segundo Pais (2015) uma sequência didática é constituída por uma certa quantidade de aulas planejadas e analisadas com antecedência no intuito de observar situações de aprendizagem, as quais envolvem os conceitos trabalhados na pesquisa didática. Ou seja, esse formato se configura como uma estratégia potencializadora para conquistar o objetivo pretendido em sala de aula, dado que, demanda organização e estudos prévios com intencionalidade, permitindo ao docente uma visão mais acertada sobre como e quais caminhos seguir para oferecer aprendizagens significativas aos alunos.

Peretti e Costa (2013) corroboram explicando que a sequência didática é uma coleção de atividades que se ligam uma à outra, e a elaboração ocorre planejadamente no intuito de ensinar um objeto gradualmente, isto é, etapa por etapa. A organização norteia-se conforme os objetivos de aprendizagem que o professor almeja alcançar para seus alunos, de tal maneira que envolva práticas avaliativas, as quais podem levar vários dias. Os autores ainda explicam que a SD se caracteriza como um encaixe de objetos de conhecimento a uma temática e em seguida a outra, estabelecendo um conhecimento lógico ao processo pedagógico desenvolvido.

O autor Zabala (2014) discorre que as sequências de atividades de ensino e aprendizagem, chamadas sequências didáticas, são traduzidas como uma forma de constituir e associar as diferentes tarefas no decorrer de uma unidade didática, e com isso, surge a possibilidade de análise sobre os variados meios de intervenção com relação às atividades que

ocorrem e realizam-se, principalmente no que diz respeito ao que adquirem de uma sequência orientada para o êxito de determinadas metas educacionais. As sequências assumem também, um papel de avaliação com relação à adequação ou não das atividades, da insuficiência em alguma tarefa ou ainda, da ênfase que deve ser atribuída a cada conjunto de atividade, isso ocorre em decorrência da SD poder indicar a função que cada uma das atividades tem na edificação do conhecimento e na aprendizagem de diferentes objetos.

A estrutura de construção da SD, de acordo com Giordan, Guimarães e Massi (2011), é constituída por quatro passos: apresentação da situação, produção inicial, módulos de tarefas e produção final.

O primeiro ponto envolve apresentar aos alunos todo o processo da sequência, como o tema escolhido e os objetivos que o professor planeja alcançar; o segundo é o momento de compreender os conhecimentos prévios que os alunos têm, sendo possível uma atividade diagnóstica para conhecer melhor a turma e ter uma melhor visão, ajudando a delinear com mais precisão os objetivos específicos da SD; os módulos referem-se a parte que será mais trabalhada, no caso, as tarefas, pesquisas e toda ação direcionada com maior intensidade na apreensão do objeto do conhecimento escolhido, sendo essencial proporcionar aulas e práticas embasadas de dinamismo e atratividade para que o aluno se envolva conscientemente; por fim, no quarto ponto, indica-se analisar o processo ao longo da execução das tarefas da sequência didática, por meio da busca por sistematização dos conhecimentos, sugestões, dúvidas e das tarefas propostas, fazendo um comparativo da pré e pós-sequência didática, além disso, atestar a eficácia ou não da sequência com relação aos objetivos propostos inicialmente.

Portanto, cada passo apresentado representa um nível de evolução a ser alcançado de maneira cuidadosa, organizada e sólida, encaminhando-se na mesma direção das pretensões pensadas para o público de estudantes considerados neste trabalho. Dessa forma e com base no que foi exposto no capítulo 2 com relação aos significados das operações de multiplicação e divisão, como também aos aspectos do Método de Singapura, em nossa proposta de sequência didática, adotamos a abordagem CPA ─ concreto, pictórico e abstrato ─ e a resolução de problemas, dado que consideramos essenciais para trabalhar o nosso objeto de conhecimento de forma inclusiva e voltada para compreensão integral.

3.2 DESENHO DAS TAREFAS DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Antes da descrição das tarefas, trataremos brevemente sobre a importância do planejamento das atividades com antecedência, intencionalidade, tendo como base estudos e

conhecimentos sobre a turma, assim como denotaremos o papel essencial do professor nessa etapa intrínseca ao sucesso profissional e dos alunos.

Compreende-se que o ato de planejar está associado a quase todas as ações do indivíduo, por nortear a realização de atividades e proporcionar uma margem maior de alcance ao objetivo delineado. Na educação, tem uma grande e fundamental importância por ser "um processo de racionalização, organização e coordenação da ação docente, articulando a atividade escolar e a problemática do contexto social" (LIBÂNEO, 2017, p. 245).

A estruturação e escolha das tarefas, que serão propostas na sala de aula associam-se diretamente a isso, dado que, segundo Libâneo (2017), o planejamento é um ofício docente, que inclui estabelecer com antecedência as atividades didáticas, organizando e coordenando-as conforme os objetivos que se deseja alcançar, mas, além disso, também engloba a revisão e adequação no caminho do processo educativo.

Portanto, entende-se que a postura e olhar do professor em relação à sua turma é um fator crucial no momento de pensar nas tarefas e de estruturar a aula, dado que, implica diretamente nos desdobramentos posteriores.

Perante esses fatos, para elaborar e desenvolver a proposta da sequência didática, tomamos como fundamento os aspectos metodológicos da Teoria da Objetivação — TO (PAIVA, 2019), a qual, segundo Radford (2017, p. 242), "concebe os professores e os estudantes como seres humanos em fluxo, como projetos inacabados, em busca de si mesmos, empenhados num mesmo esforço onde sofrem, lutam e encontram satisfação juntos".

Em concordância a esse pensamento, para esta pesquisa, entendemos e consideramos que, o processo educativo não é individual, pelo contrário, ocorre em uma via de mão dupla, tanto o professor quanto o aluno estão em desenvolvimento contínuo e constituem-se não somente de conhecimentos adquiridos em ambientes estudantis, como também de aprendizados baseados nas experiências cotidianas inerentes a sua formação humana.

Tais concepções são tomadas como norteadoras para o desenvolvimento das tarefas da nossa proposta, por acreditarmos em suas ideias, que se voltam para observação de como ocorrem as formas de colaboração humana presentes na atividade, ou seja, visa enxergar o indivíduo ampla e inclusivamente, viabilizando assim, o alcance dos objetivos almejados, de maneira progressiva e significativa, no decorrer da aplicação da Sequência Didática.

Elencados ao nosso planejamento de tarefas estão os seguintes pontos: a) dar importância ao conhecimento do estudante; b) organizar as atividades de forma que provoque interesse do aluno; c) promover reflexão e interação através da discussão em grupos; d) mostrar de maneira significativa conceitos matemáticos mais complexos; e) oportunizar que o próprio

estudante reflita sobre a matemática de diferentes maneiras; f) conceder uma estrutura gradativa de profundidade matemática com relação ao assunto abordado (RADFORD, 2015, *apud* PAIVA, 2019).

Diante desse embasamento teórico, elaboramos a nossa sequência didática composta por três (3) tarefas contendo ao todo sete (7) questões alinhadas às etapas deste planejamento, as quais se estruturam em trabalhar a fase concreta, pictórica, abstrata e posteriormente a sistematização do conhecimento. Dessa forma, visamos contribuir na prática dos professores de matemática e na assimilação construtiva do aluno.

Temática da Sequência Didática: O ensino da multiplicação e divisão pelo Método de Singapura.

Competência Geral:

(1) Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.

Competências específicas:

(**2**) Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.

(**8**) Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

Habilidade:

(EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.

3.2.1 Apresentando a Tarefa I

Título da Tarefa: Uma viagem de redescoberta pela multiplicação e seus significados.

1. Objetivos

- **Objetivo da aprendizagem:** Compreender os quatro (4) significados da multiplicação, parcelas iguais, configuração retangular, possibilidades e proporcionalidade por meio da abordagem CPA do Método de Singapura utilizando diversas representações.
- **Objetivo de ensino:** Proporcionar condições por meio da abordagem CPA para os alunos identificarem os elementos que caracterizam cada um dos significados da multiplicação.

2. Unidade temática, objetos de conhecimento e habilidades

- **Unidade temática:** Números
- **Objetos de conhecimento:** Multiplicação: identificação quanto aos aspectos dos significados de parcelas iguais, da configuração retangular, de possibilidades e de proporcionalidade.
- **Habilidade:** (EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.

3. Ano em que será aplicado: 6° ano do Ensino Fundamental

4. Tempo estimado: 8 aulas

5. Material necessário para realização: Cartolina; régua; lápis; tesoura; borracha; palitos de dente; fita dupla face; cola branca; lápis de colorir; canudos coloridos; impressões: ficha (APÊNDICE A), figuras de emoji (APÊNDICE B), situação-problema com variações em número de linhas e colunas (APÊNDICE C), figuras de árvores (APÊNDICE D), ficha de questionamentos (APÊNDICE E), fichas (APÊNDICE F), figuras de roupas (APÊNDICE G), figuras de picolés (APÊNDICE H), enunciado da situação-problema com variações no número de estações (APÊNDICE I), figuras de pirulitos (APÊNDICE J), questionamento da fase abstrata (APÊNDICE K).

6. As etapas de desenvolvimento da Tarefa 1:

Para o desenvolvimento desta tarefa, decidiu-se que o trabalho seria dividido em quatro (4) questões conforme os significados da multiplicação**.** Em todas as questões o objetivo centra-

se em utilizar a abordagem CPA do Método de Singapura em situações-problemas para propiciar ao aluno a compreensão da multiplicação e seus significados de parcelas iguais, configuração retangular, possibilidades e proporcionalidade e possibilitar o desenvolvimento das estratégias pessoais de resolução.

A primeira questão dedica-se ao trabalho com o significado de parcelas iguais; a segunda, configuração retangular; a terceira, possibilidades e por último, proporcionalidade. Como pode ser observado nos quadros 4, 5, 6 e 7, a seguir, os quais detalham os passos para a execução das questões.

Quadro 4: Apresentação da questão 1 da Tarefa 1

QUESTÃO 1 Conquistando a compreensão do significado de parcelas iguais da multiplicação
❖ **Objetivo:** Utilizar a abordagem CPA na resolução de situação-problema sobre a multiplicação com significado de parcelas iguais. ❖ **Materiais:** Régua; lápis; borracha; palitos de dente (cada aluno precisará de 24 unidades); fita dupla face; ficha (APÊNDICE A); figuras de emoji representando integrantes das equipes (APÊNDICE B). ❖ **Situação-problema:** *Em uma escola ocorrerá um campeonato de futsal e participarão quatro (4) equipes. Cada equipe será composta por cinco (5) alunos. Quantos alunos participarão desse campeonato?* **DESENVOLVIMENTO:** Inicialmente o professor deve fazer uma breve apresentação sobre a aula e expor os objetivos que planeja alcançar. Em seguida, deve organizar a sala em círculo e utilizar uma situação real dialogada separando equipes (cinco (5) equipes com quatro (4) alunos cada) e fazendo questionamentos pertinentes aos alunos, como: "Quantas equipes tem?", "Quantos integrantes em cada equipe?", "Qual o total de alunos que participariam do jogo?". Essa situação será utilizada ao final da aula para fazer um comparativo e denotar as funções dos números na questão. Em seguida, visando trabalhar a **fase concreta** o professor deve entregar a ficha (APÊNDICE A) com a situação-problema, os palitos e pedir que com o manuseio do material os alunos apresentem suas ideias e resoluções sobre o problema, concretamente. E respondam o exercício 1. Feito isso, pretendendo desenvolver a **fase pictórica**, o professor deve pedir que os alunos representem por meio de desenhos como fariam para chegar ao resultado, deixando-os pensar e utilizar as estratégias que acham conveniente (desde as bolinhas, tracinhos até

desenhos mais elaborados, ou até esquemas), nessa parte, o aluno deve sentir-se livre para fazer suas representações da questão problema e do caminho que utilizariam para encontrar a solução.

Posteriormente, buscando que os alunos alcancem a **fase abstrata**, o professor deve propor um diálogo para os alunos explicarem suas representações pictóricas e em seguida deve pedir que mostrem em suas fichas como chegariam ao resultado sem utilizar o desenho, que eles expliquem com suas palavras ou cálculos.

Para a **sistematização do conhecimento**, o professor deve propor uma roda de conversa, fazendo questionamentos intencionais conforme o objetivo da atividade, provocando os alunos com perguntas que os façam visualizar e relacionar as fases, como também permitir/reforçar a transição essencial para o abstrato, nessa parte é essencial permitir os alunos falarem da forma que sabem e entendem, e que o professor esteja atento a todas as falas e dúvidas, reforçando também a ideia de parcelas iguais.

Ao final, para exemplificar a ideia do operador e multiplicando, o professor deve utilizar as figuras de emoji representando integrantes das equipes (APÊNDICE B), com ajuda dos alunos deve colar no quadro/parede conforme as duas situações (real e da questão problema) e fazer questionamentos que permitam os alunos pensarem que mesmo 4 x 5 = 5 x 4 as funções dos números em cada problema são diferentes, reforçando que convencionalmente a esquerda fica o operador e a direita o multiplicando.

Fonte: Elaboração da pesquisadora

Quadro 5: Apresentação da questão 2 da Tarefa 1

QUESTÃO 2 Conquistando a compreensão do significado de configuração retangular da multiplicação
❖ **Objetivo:** Utilizar a abordagem CPA na resolução de situação-problema sobre a multiplicação com significado de configuração retangular. ❖ **Materiais:** Cartolina; lápis; borracha; cola branca; régua; tesoura; situação-problema com variações em número de linhas e colunas (APÊNDICE C); figuras de árvores (APÊNDICE D); ficha de questionamentos (APÊNDICE E). ❖ **Situação-problema:** *O agricultor plantou macieiras, ou seja, árvores que tem como fruto a maçã. Ele organizou o plantio das árvores em seis (6) linhas e quatro (4) colunas. Qual é o número total de árvores que ele plantou?* **DESENVOLVIMENTO:** Primeiramente o professor deve fazer uma apresentação inicial sobre o que será feito, incluindo falar sobre o que é a ideia de configuração retangular, brevemente. Em seguida, no

intuito de desenvolver a **fase concreta**, deve organizar os alunos em duplas ou trios (formando, se possível, no mínimo oito (8) grupos), distribuindo uma cartolina para cada grupo e entregando uma situações-problema (APÊNDICE C), e também quatro (4) cópias das folhas com figuras de árvores (APÊNDICE D) informando que devem cortar as árvores e colar na cartolina de acordo com a questão do seu grupo.

Feito isso, para trabalhar a **fase pictórica**, o professor deve pedir que representem de forma desenhada ou por meio de outra estratégia o que foi visto na colagem das figuras e informado na situação do problema, em caso de mais de uma ideia de representação no grupo, reforçar que todas devem ser expressas na cartolina.

Posteriormente, no sentido de a **fase abstrata** ser desenvolvida, o professor deve entregar a cada aluno uma ficha (APÊNDICE E) com questionamentos sobre a situação, que foi apresentada e representada na cartolina por cada grupo. Cada aluno deve responder individualmente, mas podem dialogar entre os integrantes de seus respectivos grupos.

Por fim, mas essencial, a **sistematização do conhecimento**, onde o professor deve promover um diálogo com questionamentos como "Qual a semelhança entre todos os trabalhos/colagens?", "Vocês conseguem observar alguma figura geométrica com a disposição dessas linhas e colunas de árvores em algum desses trabalhos?", e outros, possibilitando e deixando que os alunos pensem criticamente e questionem.

Fonte: Elaboração da pesquisadora

Quadro 6: Apresentação da questão 3 da Tarefa 1

QUESTÃO 3 Conquistando a compreensão do significado de possibilidades da multiplicação
❖ **Objetivo:** Utilizar a abordagem CPA na resolução de situação-problema sobre a multiplicação com significado de possibilidades. ❖ **Materiais:** Tesoura; lápis; borracha; cola branca; lápis de pintar; fichas (APÊNDICE F); figuras de roupas (APÊNDICE G). ❖ **Situação-problema:** *Heloise irá passear com seu pai no parque da cidade na tarde de sábado. Na sexta-feira ela decide organizar em seu armário as peças de roupa que gostaria de usar. As opções separadas por Heloise são as seguintes: uma minissaia, uma saia média e outra longa, além de blusas, uma do estilo cropped laranja com mangas curtas, uma azul de mangas curtas, uma rosa com mangas longas e uma preta sem mangas. Com essas peças, quantas são as possibilidades de escolha para Heloise ir ao parque com uma saia e uma blusa?* **DESENVOLVIMENTO:**

Em um primeiro momento o professor expõe seu objetivo brevemente, o que será feito na aula e propõe uma situação real dialogada para fazer os alunos pensarem na ideia de possibilidades.

Em seguida, visando desenvolver a **fase concreta**, o professor deve dividir a turma em duplas, entregar uma ficha (APÊNDICE F) com os questionamentos e a situação-problema, a folha com as figuras de roupas (APÊNDICE G), pedindo que os alunos pintem, recortem e manuseiem para encontrar o resultado desejado.

No segundo momento, caminhando para a **fase pictórica**, o professor deve dar o comando para as duplas representarem por meio de desenhos, esquemas, tabelas, etc., da forma que quiserem, quais as possibilidades de combinação das peças que podem ser feitas com as figuras das roupas. A ideia nessa parte é que os alunos fiquem livres para representarem como entenderem melhor.

Em seguida, objetivando a **fase abstrata**, deve-se propor que a dupla responda como faria para chegar ao resultado sem utilizar o material e o desenho, com suas palavras e estratégias.

Ressalta-se que o professor deve dialogar, propondo a **sistematização do conhecimento**, questionando como as duplas fizeram e pensaram, refletindo sobre as informações expostas, se possível colocando algumas representações no quadro e conversando sobre as respostas, possibilitando aos alunos que não chegaram à compreensão multiplicativa da questão e do seu significado, base para *insights* futuros.

Fonte: Elaboração da pesquisadora

Quadro 7: Apresentação da questão 4 da Tarefa 1

QUESTÃO 4 Conquistando a compreensão do significado de proporcionalidade da multiplicação
❖ **Objetivo:** Utilizar a abordagem CPA na resolução de situação-problema sobre a multiplicação com significado de proporcionalidade. ❖ **Materiais:** Tesoura; lápis; borracha; cola branca; fita dupla face; lápis de colorir; canudos coloridos; figuras de picolés (APÊNDICE H); enunciado da situação-problema com variações no número de estações (APÊNDICE I); figuras de pirulitos (APÊNDICE J); questionamento da fase abstrata (APÊNDICE K). ❖ **Situação-problema:** *Benjamin vai conhecer a fábrica de doces que seu pai trabalha e em cada estação que conhecer ganhará sete (7) pirulitos. Quantos pirulitos ganhará ao passar por duas (2) estações?* **DESENVOLVIMENTO:**

Inicialmente o professor deve conversar com a turma sobre o objetivo da aula e falar um pouco sobre a ideia de proporcionalidade, através do exemplo da compra de picolés: “Um picolé custa 2,00 reais, então 2 picolés, custa quanto?”. Conforme fala, cola no quadro ou na parede as figuras de picolés (APÊNDICE H) e faz questionamentos aos alunos sobre aumento de quantidade, gerando aumento do valor a ser pago.

Feito isso, pretendendo desenvolver a **fase concreta**, deve-se distribuir os enunciados (APÊNDICE I) que possuem cinco (5) variações na quantidade de estações, ou seja, serão cinco (5) resultados diferentes na sala, pedir que colem em seus cadernos e que leiam. O professor deve distribuir dois canudos coloridos para cada aluno e também as sete figuras de pirulitos (APÊNDICE J) para colorir, recortar e montar os sete (7) pirulitos expressos na situação.

Em seguida, para a **fase pictórica**, pedir que os alunos representem em seus cadernos de maneira desenhada, bolinhas, tracinhos, por tabela, a quantidade de pirulitos que Benjamin recebeu ao final da visita de acordo com a quantidade de estações indicada no enunciado que recebeu e com a ajuda dos pirulitos confeccionados.

Posteriormente, pensando na **fase abstrata**, o professor realizará questionamentos como: “Quantos pirulitos ele recebeu ao todo?” (as respostas serão diferentes por conta das variações de quantidade de estações). Entregará aos alunos um quadro (APÊNDICE K) que pede que expliquem como chegariam ao resultado sem o auxílio do material e dos desenhos, esse quadro os alunos deverão colar nos cadernos abaixo das representações pictóricas.

Após todos os alunos responderem, o professor deve propor uma conversa, a **sistematização do conhecimento**, no intuito de os alunos mostrarem suas ideias. Deve questioná-los: “À medida que Benjamin foi avançando nas estações, sua quantidade de pirulitos diminuiu ou aumentou?”, “A cada estação ele adicionou quantos pirulitos aos que já tinha?”, “Então, quanto mais estações, mais pirulitos?”, “Da primeira estação para a terceira, a quantidade de sete (7) de pirulitos ocorreu quantas vezes?”, “Então, se ele passou por três estações, o número de pirulitos que ganha a cada estação (sete) é somado quantas vezes?”, “Como poderíamos escrever isso de outra forma?”, “Poderia ser: três (3) estações vezes a quantidade sete (7) de pirulitos, para chegar ao resultado? Vamos verificar!”, “Na linguagem matemática como seria representada essa frase?”.

O professor deve provocar e ouvir o que os alunos dizem, permitindo que se expressem sem medo do “erro”.

Fonte: Elaboração da pesquisadora

O desenvolvimento dessa Tarefa 1 tem a intenção de possibilitar ao aluno uma construção gradativamente da aprendizagem relacional, partindo da situação/material concreto, sugerindo que desenvolvam suas representações do real para o papel, por meio de desenhos, esquemas e outras representações livres, sendo esta, a fase pictórica, e que com o auxílio essencial e mediador do professor, o próprio aluno consiga inferir informações com relação ao caminho concreto e pictórico, de modo a encontrar as associações entre o problema, o caminho e o resultado, compreendendo a multiplicação, seus significados e o algoritmo em cada questão proposta.

3.2.2 Apresentando a Tarefa II

Título da Tarefa: Desvendando a divisão e seus significados.

1. Objetivos

- **Objetivo da aprendizagem:** Compreender os dois (2) significados da divisão, repartição em partes iguais e aferição de medida, por meio da abordagem CPA do Método de Singapura utilizando diversas representações.
- **Objetivo de ensino:** Proporcionar condições por meio da abordagem CPA para os alunos identificarem os elementos que caracterizam cada um dos significados da divisão.

2. Unidade temática, objetos de conhecimento e habilidades

- **Unidade temática:** Números
- **Objetos de conhecimento:** Divisão: identificação quanto aos aspectos dos significados repartição em partes iguais e aferição de medida.
- **Habilidade:** (EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.

3. Ano em que será aplicado: 6° ano do Ensino Fundamental

4. Tempo estimado: 4 aulas

5. Material necessário para realização: Lápis; borracha; cola branca; tesoura; folhas de EVA; copos de plástico; palitos de picolé; impressões: figuras de flores (APÊNDICE L), ficha (APÊNDICE M), ficha (APÊNDICE N), figuras de pastas (APÊNDICE O).

6. As etapas de desenvolvimento da Tarefa 2:

Com relação ao desenvolvimento, o trabalho divide-se em duas (2) questões conforme os significados da divisão**.** Nessas questões a finalidade foca em utilizar a abordagem CPA do Método de Singapura em situações-problemas para propiciar ao aluno a compreensão da divisão e seus significados de repartição em partes iguais e aferição de medida.

A primeira questão dedica-se ao trabalho com o significado de repartição em partes iguais e a segunda na aferição de medida. Nos Quadros 8 e 9, a seguir, podem ser observados mais detalhes sobre os procedimentos que serão utilizados.

Quadro 8: Apresentação da questão 1 da Tarefa 2

QUESTÃO 1 Buscando a compreensão do significado de repartição em partes iguais da divisão
❖ **Objetivo:** Utilizar a abordagem CPA na resolução de questão-problema sobre a divisão com significado de repartição em partes iguais. ❖ **Materiais:** Copos de plástico; lápis; borracha; cola branca; palitos de picolé; figuras de flores (APÊNDICE L); ficha (APÊNDICE M). ❖ **Situação-problema:** *Maria tem uma floricultura e quer fazer jarros com a mesma quantidade de flores em cada um. Ela tem sete (7) jarros e trinta e cinco (35) rosas. Quantas rosas teria cada jarro?* **DESENVOLVIMENTO:** Inicialmente o professor deve conversar com os alunos sobre como ocorrerá a aula, seus objetivos. Feito isso, visando desenvolver a **fase concreta**, o professor deve entregar uma flor (APÊNDICE L) e um palito de picolé para os alunos colorirem, recortarem e colar a flor no palito. Após isso, com sete (7) copos de plástico (jarros) e trinta e cinco (35) flores confeccionadas (caso a quantidade de alunos seja menor, o professor deve levar já confeccionada a quantidade que completa essa quantidade) para exemplificar a situação, o professor deve organizar a sala em círculo e colocar o material confeccionado no meio, em seguida deve propor o enunciado falado: "Maria tem uma floricultura e quer ter jarros com a mesma quantidade de flores em cada um." e diálogo baseado em perguntas, "Será que podemos organizar essas flores que confeccionamos nos vasos de forma que ao final todos tenham a mesma quantidade de flores e não sobre nenhuma como Maria quer? Vamos testar!". O professor deve sugerir que cada aluno pegue a flor que confeccionou e coloque em um dos copos e o outro aluno faça o mesmo e assim sucessivamente (de forma intercalada a colocação das flores nos copos). Quando terminarem de distribuir as flores que confeccionaram, devem pegar as que o professor confeccionou e distribuir nos copos (de forma que se tenha a mesma quantidade em cada um, ou seja, cinco (5) flores), em seguida, o professor deve perguntar: "conseguimos compartilhar as flores igualmente em todos os jarros?".

Posteriormente, para a **fase pictórica**, deve entregar a ficha (APÊNDICE M) para o aluno responder e faça a representação da questão por meio de desenhos, bolinhas, traços, dentre outros.

Nesta ficha também é pedido, no intuito de desenvolver a **fase abstrata**, que mostrem como chegariam ao resultado do enunciado inicial com a mesma quantidade de flores e jarros (situação-problema) sem utilizar a ideia da distribuição do material concreto e os desenhos.

Feito isso, o professor deve iniciar a fase da **sistematização do conhecimento**, permitindo que os alunos expressem como fizeram, fazendo sempre questionamentos intencionais, como: "Conseguimos compartilhar igualmente como Maria queria?", "Por que vocês acham que conseguimos distribuir igualmente sem ter sobrado nenhuma?", "Então, o número total de flores (35) compartilhado de acordo com a quantidade de copos (7) (jarros) resultou em quantas flores em cada copo?", "Podemos dizer que dividimos o número total (35) por um número de conjuntos (7) que queríamos que tivessem a mesma quantidade?", "Então, se tivermos um número total de coisas, objetos e quisermos dividir em grupos menores, poderemos dividir?", "Como podemos fazer isso de forma matemática?" (...). Isso deve ocorrer para os alunos terem base para chegar (presente ou futuramente) ao entendimento do significado abordado da divisão, como também para o professor perceber onde se localizam limitações e consiga conhecer sua turma.

Fonte: Elaboração da pesquisadora

Quadro 9: Apresentação da questão 2 da Tarefa 2

QUESTÃO 2

Buscando a compreensão do significado de aferição de medida da divisão

❖ **Objetivo:**

Utilizar a abordagem CPA na resolução de questão-problema sobre a divisão com significado de aferição de medida.

❖ **Materiais:**

Tesoura; lápis; borracha; cola branca; folhas de EVA; ficha (APÊNDICE N); figuras de pastas (APÊNDICE O).

❖ **Situação-problema:**

Flávia gosta muito de assistir a seriados de TV. Um dos seus seriados favoritos é composto por episódios que duram 2 horas. Ela está gravando os episódios desse seriado em pastas no computador, e cada pasta tem capacidade de 4 horas de gravação. Sabendo que ela quer gravar 128 episódios, quantas pastas serão necessárias?

DESENVOLVIMENTO:

Inicialmente o professor deve iniciar a aula conversando com os alunos sobre seus objetivos e o que ocorrerá na aula. Deve também organizar a turma em círculo e separá-los em duplas ou trios.

Feito isso, para desenvolver a **fase concreta**, o professor deve entregar uma folha de EVA e pedir que as duplas cortem 12 cubinhos, entregar a eles também uma ficha (APÊNDICE N) e uma folha com figuras de seis (6) pastas (APÊNDICE O). Dar o comando para lerem a questão, visualizem as figuras das pastas e dentro de cada uma colem a quantidade de episódios (cubinhos de EVA) que cabem em cada uma. Quando terminarem, o professor deve questionar, "Quantos episódios cabem em cada pasta?", "Nessas seis (6) pastas quantos episódios são possíveis ser gravados?".

Posteriormente, passando para **fase pictórica**, deve dar o comando para o grupo fazer o exercício 2 que pede que representem por meio de desenhos como fariam para chegar ao resultado.

Em seguida, visando trabalhar a **fase abstrata**, o exercício 3 da ficha pede que escrevam com as palavras que souberem, ou cálculos, como os alunos chegariam ao resultado.

Ao final, quando todas as duplas terminarem, para **sistematizar o conhecimento**, o professor deve iniciar uma conversa e abrir espaço para os alunos explicarem como fizeram e pensaram.

Deve fazer perguntas intencionais, como: "Quantos episódios cabem em uma pasta?", "Por quê?", "Se cabem dois (2) episódios em cada pasta, então, oito (8) episódios cabem em quantas pastas?", "Então, se em cada pasta cabem dois episódios, podemos dizer que a cada quatro (4) episódios são necessárias duas (2) pastas?", "E dez (10) episódios vão caber em quantas pastas?", "Então, a quantidade de pastas necessárias é sempre a metade de um número par de episódios?", "Por exemplo, uma (1) pasta, dois (2) episódios, correto?", "Um (1) é a metade de dois (2), certo?", "Você consegue observar esse padrão?", "Então, se em cada pasta cabem dois (2) episódios, com cento e vinte e oito (128) preciso de quantas pastas?", "Poderia dizer que toda quantidade par de episódio dividido por dois (2) resulta na quantidade de pastas que serão necessárias?". A conversa e discussão sobre esses questionamentos são essenciais para o aluno relacionar as informações.

Fonte: Elaboração da pesquisadora

A aplicação dessas duas questões tem o objetivo de proporcionar o desenvolvimento da compreensão dos significados da divisão, tendo como auxílio, vivências com materiais concretos no intuito de conectar os alunos à aula. Propondo também, que o estudante manifeste sua criatividade, fazendo representações variadas e livres das informações dispostas nas situações-problemas, sendo essa a fase pictórica, e por fim, permitindo que expressem seus entendimentos e quais seriam as estratégias que os ajudariam a chegar ao resultado de forma mais direta, sem ajuda de materiais ou desenhos.

3.2.3 Apresentando a Tarefa III

Título da Tarefa: Explorando a relação entre a multiplicação e a divisão

1. Objetivos

- **Objetivo da aprendizagem:** Compreender a relação de operações inversas entre a multiplicação e a divisão, por meio da abordagem CPA do Método de Singapura utilizando diversas representações.
- **Objetivo de ensino:** Proporcionar condições por meio da abordagem CPA para os alunos identificarem a relação inversa da multiplicação e divisão.

2. Unidade temática, objetos de conhecimento e habilidades

- **Unidade temática:** Números
- **Objetos de conhecimento:** Multiplicação e divisão: identificação quanto aos aspectos da relação inversa.
- **Habilidade:** (EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.

3. Ano em que será aplicado: 6° ano do Ensino Fundamental

4. Tempo estimado: 3 aulas

5. Material necessário para realização: Lápis; borracha; feijões; Impressões: ficha da situação 1 (APÊNDICE P), ficha da situação 2 (APÊNDICE Q), a figura de uma cadeira longarina (APÊNDICE R).

6. As etapas de desenvolvimento da Tarefa 3:

Para o desenvolvimento desta tarefa, o trabalho será voltado para uma (1) questão que denota a relação entre multiplicação e divisão. Nessa questão a finalidade foca em utilizar a abordagem CPA do Método de Singapura em situações-problemas para propiciar ao aluno a compreensão da relação inversa da multiplicação e divisão.

No Quadro a seguir podem ser observados mais detalhes sobre os procedimentos que serão utilizados.

Quadro 10: Apresentação da questão 1 da Tarefa 3

QUESTÃO 1 Relacionando a multiplicação e a divisão

❖ **Objetivo:**

Utilizar a abordagem CPA na resolução de situações-problemas sobre a multiplicação e a divisão para relacioná-las.

❖ **Materiais:**

Lápis; borracha; feijões; ficha da situação 1 (APÊNDICE P); ficha da situação 2 (APÊNDICE Q); figura de uma cadeira longarina de três lugares (APÊNDICE R).

❖ **Situações-problema:**

Situação 1: *Na escola que Tiago ensina tem um auditório. Neste auditório há quatro (4) fileiras com sete (7) cadeiras longarinas, ou seja, cadeiras com três (3) lugares cada uma. Tiago quer levar algumas turmas para uma palestra, mas ainda não sabe quantos alunos pode levar. Sabendo disso, qual é o máximo de alunos que o professor Tiago pode levar ao auditório, de maneira que todos fiquem sentados?*

Situação 2: *Na escola que Tiago ensina tem um auditório. Neste auditório, o diretor informou a Tiago que a capacidade máxima de pessoas sentadas é de oitenta e quatro (84), sendo quatro (4) fileiras e cada cadeira da fila é longarina, ou seja, cadeiras com três (3) lugares cada uma. Tiago precisa saber a quantidade de cadeiras longarinas em cada fileira para fazer uma dinâmica. Assim, quantas cadeiras longarinas tem em cada fileira?*

DESENVOLVIMENTO:

Inicialmente o professor deve iniciar expondo seus objetivos e como ocorrerá a aula. Deve também organizar a turma em círculo e separar ou sortear os alunos em quatro (4) grupos. Dois (2) grupos vão trabalhar com a situação 1 e os outros dois (2) com a situação 2.

Feito isso, para desenvolver a **fase concreta**, o professor deve distribuir a ficha da situação 1 (APÊNDICE P) e a ficha da situação 2 (APÊNDICE Q) as equipes, mostrar a figura de uma cadeira longarina (APÊNDICE R) para os alunos e distribuir feijões a cada grupo, (sugerimos 21 feijões para as equipes que ficarem com a situação 1, para representarem uma fileira; as equipes que ficaram com a situação 2, tem de ser 84 feijões). Pedir que os alunos leiam o exercício 1 e utilizem os feijões disponíveis para visualizarem, na situação 1, uma fileira, na situação 2 as distribuições necessárias.

Depois disso, para a **fase pictórica**, o professor deve dar o comando para lerem o exercício 2 e representem as ideias visualizadas com os feijões anteriormente, por meio de desenhos, traços, quadradinhos de forma que os auxilie para encontrar o resultado. Em caso de dúvidas, o professor deve fazer questionamentos para cada grupo chegar à resposta e solucione sua dúvida pela mediação provocativa ao intelecto do aluno.

Em seguida, no sentido da **fase abstrata**, o professor deve explicar o exercício 3 e ir percebendo as questões mais inquietantes dos alunos, pedindo que eles expressem como chegariam ao resultado sem as representações, por meio de qual cálculo ou estratégia. O professor deve propor uma conversa sobre como fizeram, mediando até os alunos perceberem e conseguirem chegar ao resultado pelo algoritmo.

Posteriormente, o professor deve pedir que os grupos expliquem as situações, como fizeram e pensaram. Em seguida, deve dar o comando para fazerem o exercício 4 da ficha, que pede para encontrarem um valor expresso no enunciado com o resultado que

encontraram. A ideia é que eles pensem se é possível e tentem escrever, o professor pode dar exemplos de adição e subtração para ilustrar.

Por fim, para fazer a **sistematização do conhecimento**, o professor deve colocar no quadro as informações numéricas de cada situação e questionar aos alunos: "Há alguma semelhança entre as duas situações?", "Qual?", "Temos que uma quer encontrar o total de lugares do auditório?", "E temos outra que quer encontrar a quantidade de cadeiras longarinas em cada fila?", "Como vocês fizeram para chegar ao resultado desejado nas situações?", "Como podemos saber se a resposta que encontraram está correta?", "Vamos pensar! Se tenho duas (2) balas e ganhei mais três (3), então, fiquei com cinco (5) balinhas, correto?", "Se eu quero verificar meu resultado, posso utilizar o resultado, ou seja, as cinco (5) balinhas menos as três que ganhei, logo, terei minhas duas (2) balinhas iniciais, como dito no enunciado.

Deve também enfatizar situações que ressaltem a relação inversa entre as operações, como: Assim, fiz o caminho inverso para voltar para as duas (2) balinhas e realmente observei que 2+3=5, pois quando faço a subtração volto para meu início", "Posso então dizer que operação de subtração desfez o que a de adição fez?", "Então, na matemática, diz-se que a operação de subtração é inversa à adição, pois desfaz o caminho que a adição fez", "Será que na multiplicação ou divisão podemos fazer isso?", "No exercício 4, como vocês que ficaram com a situação 1 pensaram?", "E os grupos que ficaram com a situação 2?", "Então, pelo exercício 4, podemos dizer que a divisão desfez o caminho e possibilitou verificar o resultado que chegaram por meio da multiplicação na situação 1?", "Então, podemos dizer que a operação inversa da multiplicação é a divisão?", "E quem ficou com a situação 2, pelo exercício 4, podemos dizer que a multiplicação desfez o caminho e possibilitou verificar o resultado que chegaram por meio da divisão?", "Então, podemos dizer que a operação inversa da divisão é a multiplicação?".

Esse diálogo é de suma importância, como também para acontecer de maneira satisfatória o educador tem que entendimento de estratégias e questionamentos pertinentes ara os alunos chegarem às conclusões de maneira pensada, refletida, para não repetirem apenas informações sem compreensão.

Fonte: Elaboração da pesquisadora

A aplicação desta tarefa tem o objetivo de proporcionar ao aluno o conhecimento da relação estreita entre as operações de multiplicação e divisão, pois, segundo Van de Walle (2009) são ensinadas separadamente na maioria das instituições educacionais, todavia é essencial combinar multiplicação e divisão logo após a multiplicação ser introduzida no intuito de auxiliar os estudantes a perceber como elas são relacionadas.

Diante do que foi apresentado, tivemos em vista alcançar com as Tarefas 1, 2 e 3, o envolvimento ativo dos alunos com as atividades, para gerar seres conscientes em suas aprendizagens, sendo essencial nesse processo, educadores interessados e preparados, que reconheçam a importância da intencionalidade do ensino, devendo estar presente desde o planejamento até o encerramento das atividades, pois o estudante precisa dessa mediação

docente clara e objetiva para percorrer o caminho solidamente e conseguir base para propiciar a compreensão.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa realizada neste Trabalho de Conclusão de Curso buscou responder ao questionamento: como a elaboração de uma proposta metodológica baseada no método de Singapura pode ajudar os estudantes do 6° ano do Ensino Fundamental a minimizar as limitações com relação às operações de multiplicação e divisão?

Para obter a resposta a esta pergunta, apresentamos como objetivo principal elaborar uma proposta metodológica baseada no método de Singapura para estudantes do 6º do Ensino Fundamental com o intuito de, em conjunto, minimizar limitações e possibilitar o desenvolvimento das habilidades para esta série com relação às operações de multiplicação e divisão.

Com intenção de alcançar nosso principal objetivo, foram traçados três objetivos específicos que nortearam o percurso da pesquisa, sendo eles, estudar e compreender o método de Singapura, seus princípios e aplicações para o Ensino da Matemática; caracterizar as estratégias para o ensino de multiplicação e divisão, a partir desse método, para serem trabalhadas com estudantes do ano escolar em questão; propor então, uma sequência didática visando o desenvolvimento das operações de multiplicação e divisão, na perspectiva do método de Singapura.

Visamos construir e desenvolver nossa proposta metodológica embasada em estudos bibliográficos sobre o ensino da Matemática na atualidade e das operações aritméticas nos anos finais do fundamental, como do objeto de conhecimento e seus significados, e dos aspectos que compõem o método de Singapura no Ensino da Matemática. Em termos de documentação, consideramos a BNCC (2018), os PCN (1997, 1998) e os documentos oficiais educacionais do país de Singapura. Além disso, denotamos a estrutura e características das Sequências Didáticas, e também reforçamos que a prática profissional do professor deve sempre estar direcionada ao planejamento com intencionalidade bem definida e sólida, dado que propicia um maior êxito no ambiente educacional e, na prática do educador.

A proposta consiste em três Tarefas com situações-problemas a serem trabalhadas utilizando a abordagem CPA — concreto, pictórico e abstrato —, de maneira a proporcionar ao aluno vivências com variadas representações, dando espaço para desenvolver a criatividade e também o senso crítico, propondo momentos sequenciais, organizados e que auxiliarão no estabelecimento de conexões mentais e na compreensão dos significados das operações, de maneira relacional, como sugere uma das teorias, a de Richard Skemp, que fundamenta o método de Singapura.

As Tarefas possuem cada uma um objetivo específico relacionado ao aluno, um objetivo

de ensino relacionado ao professor e o que se pretende alcançar. Esses pontos foram pensados para tornar cada atividade significativa tanto para o aluno como para o educador, sendo essencial nesse processo, uma mediação preparada e objetiva, com foco em provocar no aluno reflexões, saberes e *insights* sobre a multiplicação e divisão para além do manuseio mecânico do algoritmo.

De maneira geral, percebemos que o método de Singapura, apoiado na abordagem CPA (concreta, pictórica e abstrata) e na resolução de problemas é uma ferramenta com potencial para auxiliar o ensino dos estudantes brasileiros, principalmente nessa fase de transição dos anos iniciais para os finais, dado que esse método visa proporcionar a aproximação do aluno com a matemática de situações reais, utilizando o manuseio de materiais concretos para a percepção e visualização, dando espaço para a criatividade e oportunizando uma experiência que propicia uma visão de variadas perspectivas da ciência dos padrões.

Portanto, esperamos que o material elaborado auxilie e contribua, principalmente com os professores no ensino dos alunos de 6° ano com limitações, mas que também colabore para utilização com qualquer público, pois consideramos que a sequência didática pode ser direcionada amplamente a outros estudantes. Dessa forma, almejamos que os alunos que participarão dessa prática tenham objetivos e habilidades desenvolvidas, que seja uma vivência educativa colaborativa, proporcionando o desenvolvimento da autonomia, da cognição, do pensamento crítico e da criatividade, efetivando uma aprendizagem que vai ao encontro das necessidades, favorecendo uma cultura do ensino da matemática que faz sentido para o aluno e para o professor.

No sentido de trabalhos futuros, a proposta metodológica desenvolvida está sujeita a melhorias mediante sua utilização, assim como, o método de Singapura pode ser utilizado com outros objetos do conhecimento e unidades temáticas da matemática, tanto nos anos iniciais como nos anos finais e também no ensino médio, dado que, se direciona na linha da compreensão significativa e relacional.

REFERÊNCIAS

ABREU, J. C. F. de. **Construção e Gestão de Materiais Pedagógicos no Ensino da Matemática: uma adaptação do Método de Singapura no contexto da Educação Pré-Escolar e do 1.º Ciclo do Ensino Básico**. 2017. Dissertação (Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico: Relatório de Estágio) - Universidade dos Açores, Portugal, 16 jan 2018.

ALRO, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática**. Trad. Orlando Figueiredo. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2010. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/reader/books/9788582179000/pageid/22. Acesso em: 28 mar. 2023.

BARBOSA, V. R. **A matemática nos cursos de formação de professores para os anos iniciais do ensino fundamental.** Trabalho de Conclusão de Curso - Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, 2009. Disponível em: https://repositorio.unicamp.br/acervo/detalhe/467162. Acesso em: 29 abr. 2023.

BEZERRA, M. C. A. **As quatro operações básicas: uma compreensão dos procedimentos algorítmicos.** Dissertação (Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Natal, 2008.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, 2018.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**, LDB. 9394/1996.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. Brasília: MEC/SEMT, 1999.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. (3º e 4º ciclos do ensino fundamental). Brasília: MEC 1998.

BRASIL. Escalas de proficiência do Saeb. **Ministério da Educação**, 03 abr. 2021. disponível em: https://www.gov.br/inep/pt-br/centrais-de-conteudo/acervo-linha-editorial/publicacoes-institucionais/avaliacoes-e-exames-da-educacao-basica/escalas-de-proficiencia-do-saeb. Acesso em: 29 mar. 2023.

BRASIL. Pisa 2018 revela baixo desempenho escolar em leitura, matemática e ciências no Brasil. **Ministério da Educação**, 03 dez. 2019. Disponível em: https://www.gov.br/inep/pt-br/assuntos/noticias/acoes-internacionais/pisa-2018-revela-baixo-desempenho-escolar-em-leitura-matematica-e-ciencias-no-brasil. Acesso em: 03 abr. 2023.

BRASIL. Resultados. **Ministério da Educação**, 16 set. 2022. Disponível em: https://download.inep.gov.br/saeb/resultados/press_kit_saeb_2021.pdf. Acesso em: 25 mar. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. Parecer CNE/CEB nº 7, de 14 de dezembro de 2010. Dispõe sobre a fixação das Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental de 9 (nove) anos. Disponível em: https://normativasconselhos.mec.gov.br/normativa/view/CNE_RES_CNECEBN72010.pdf?query=escolas%20do%20campo. Acesso em: 22 mar. 2023.

BRUNER, J. S. **The Process of Education**. Cambridge, MA: Harvard University Press. 1960.

CARVALHO, M. B.Q. Os fundamentos do Ensino da Matemática e o curso de Pedagogia. **Revista de Educação PUC-Campinas**, Campinas. 2005, n. 18, p. 7-16, jun. 2005. ISSN: 1519-3993. Disponível em: https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=572062044002. Acesso em: 29 abr. 2023.

DANTAS, S. F. S. **Uma análise das dificuldades apresentadas por alunos do 6º ano no uso das quatro operações fundamentais** (Monografia Curso de Licenciatura em Matemática), CES/UFCG/ Campus de Cuité- PB, 2014.

DANTE, L. R. **Didática da Matemática na Pré-escola.** São Paulo: Ática, 2007.

DIENES, Z. P. **Aprendizado moderno de matemática**. Trad. Jorge E. F. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1970.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática:** da teoria à prática. 14ª ed. Campinas, SP: Papirus, 1996.

FIORENTINI, D. A pesquisa e as práticas de formação de professores de matemática em face das Políticas Públicas no Brasil. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro-SP, v. 21, n. 29, p. 43-70, 2008.

GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. **Métodos de pesquisa.** Porto Alegre: editora da UFRGS, 2009.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa.** [S.l.]: Virtual Books. São Paulo : Atlas, 2018. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/reader/books/9786559771653/epubcfi/6/24. Acesso em: 11 abr. 2023.

GIL, A. C. **Como fazer pesquisa qualitativa.** [S.l.]: Virtual Books. Barueri [SP]: Atlas, 2021. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/reader/books/9786559770496/epubcfi/6/22. Acesso em: 11 abr. 2023.

GIORDAN, M; GUIMARÃES, Y. A. F.; MASSI, L. Uma análise das abordagens investigativas de trabalhos sobre sequências didáticas: tendências no ensino de ciências. **USP**, 2011. Disponível em: http://www.lapeq.fe.usp.br/textos/ec/ecpdf/giordan_guimaraes_massi-enpec-2012.pdf. Acesso em: 09 mai. 2023.

IMPA, **Dez questões do professor de matemática... e como o PISA pode ajudar a respondê-las**; trad. Thiago Pandim. Rio de janeiro: SBM, 2018. Disponível em: https://impa.br/wp-content/uploads/2018/02/Livro_Dez_Questoes-PISA_2018.pdf. Acesso em 18 abr. 2023.

KONG, Lee Sing. [Entrevista cedida ao programa Roda Viva]. Entrevistadores: D. Mizne, F.Y. Oshima, P. Cruz, F. Takahashi e T. Bello. TV FUTURA, Canal YouTube, 16 mai. 2016. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=t-Io2ZfqUtU. Acesso em: 28 fev. 2023.

LIBÂNEO, J. C. **Didática**. 2 ed. São Paulo: Cortez, 2017. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/reader/books/9788524925573. Acesso em: 13 mai. 2023.

LORENZATO, S. **Para aprender matemática.** 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2010.

LOZADA, C. O.; VIANA, S. L. S.; OLIVEIRA, M. L. S.; SANTOS, B. G dos.; LIMA, C. A.; BARBOSA, E. A. A. Aritmética nos anos iniciais do ensino fundamental por meio de oficina de matemática sobre divisão com TDICs. **Diversitas Journal**, Santana do Ipanema/AL, v.6, n. 1, p. 1356-1362, jan./mar. 2021.
Disponível em: https://diversitasjournal.com.br/diversitas_journal/article/view/1483/1316. Acesso em: 29 abr. 2023.

MENDES, F. (2013). A aprendizagem da divisão: um olhar sobre os procedimentos usados pelos alunos. **Da Investigação às Práticas: Estudos De Natureza Educacional**. Vol. 3, n.2, p. 5-30, 30 mar. 2015. Disponível em: https://ojs.eselx.ipl.pt/index.php/invep/article/view/31/31. Acesso em: 27 abr. 2023.

Ministry of Education of Singapore (2013). **Nurturing Early Learners A Curriculum for Kindergartens in Singapore: Numeracy (Vol. VI)**. Singapore: Ministry of Education of Singapore. Disponível em: https://www.nel.moe.edu.sg/qql/slot/u143/Resources/Downloadable/pdf/nel-guide/nel-edu-guide-numeracy.pdf. Acesso em: 19 abr. 2023.

Ministry of Education of Singapore (2020). **Primary Mathematics Teaching and Learning Syllabus**. Singapore: Ministry of Education of Singapore. Disponível em: https://www.moe.gov.sg/-/media/files/syllabus/2021-pri-mathematics-1-to-3.ashx. Acesso em 13 abr. 2023.

NACARATO, A.M.; MENGALI, B. L. S.; PASSOS, C.L.B. **A matemática dos anos iniciais do ensino fundamental – tecendo fios do ensinar e do aprender.** 2 ed; 1 reimp. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2015. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/reader/books/9788551301333. Acesso em: 15 abr. 2023.

Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico (OCDE) (2015). **Programme for International Student Assessment** - PISA 2015. Disponível em: https://www.oecd.org/pisa/pisa-2015-results-in-focus.pdf. Acesso em: 27 fev. 2023.

Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico (OCDE) (2018). **Programme for International Student Assessment** - PISA 2018. Disponível em: https://www.oecd.org/pisa/Combined_Executive_Summaries_PISA_2018.pdf. Acesso em: 27 fev. 2023.

Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico (OCDE) (2015). **Programme for International Student Assessment** - PISA 2015. Disponível em: https://www.oecd.org/pisa/PISA-2015-Brazil-PRT.pdf. Acesso em: 09 mar. 2023.

PACHECO, M. B.; ANDREIS, G. S. L. Causas das dificuldades de aprendizagem em Matemática: Percepção de professores e estudantes do 3° ano do ensino médio. **Revista Principia**, João Pessoa, n. 38, p. 105–119, 2018. Disponível em: https://periodicos .ifpb.edu.br/index.php/principia/article/view/1612. Acesso em: 20 mar. 2023.

PACHECO, S. M. **Experiências de aprendizagem fundamentadas na Abordagem Concreto-Pictórico-Abstrato no ensino da Matemática na Educação Pré-Escolar e no 1.º Ciclo do Ensino Básico**. 2019. Dissertação (Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico: Relatório de Estágio) - Universidade dos Açores, Portugal,19 fev. 2020.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa.** 3 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2015. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/reader/books/9788551301326/. Acesso em: 08 mai. 2023.

PAIVA, J. P. A. **A teoria da objetivação e o desenvolvimento da orientação espacial no ensino-aprendizagem de geometria.** 2019. 209. Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Centro de Ciências Exatas e da Terra, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Matemática. Natal, 2019. Disponível em: https://repositorio.ufrn.br/bitstream/123456789/29055/1/Teoriaobjetivacaodesenvolvimento_Paiva_2019.pdf. Acesso em: 14 mai. 2023.

PERETTI, L.; COSTA, G. M. T. da. Sequência didática na matemática. **REI - Revista de Educação do Ideau**, v. 8, n. 17, p. 1–14, 2013. Disponível em:

https://www.bage.ideau.com.br/wpcontent/files_mf/7ff08743d52102854eaaf22c19c4863731_1.pdf. Acesso em: 08 mai. 2023.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Trad. Heitor Lisboa de Araújo. 2ª reimpressão. Rio de Janeiro, 1995.

RADFORD, L. A teoria da objetivação e seu lugar na pesquisa sociocultural em educação matemática. In V. Dias Moretti & W. Lima Cedro, **Educação Matemática e a teoria histórico-cultural** (p. 229-261). Campinas, São Paulo: Mercado de Letras, 2017a. Disponível em: http://www.luisradford.ca/pub/2017%20-%20Radford%20A%20teoria%20da%20Objetic%CC%A7a%CC%83o%20e%20seu%20lugar%20na%20pesquisa%20sociocultural%20em%20educac%CC%A7a%CC%83o%20matema%CC%81tica.pdf. Acesso em:14 mai. 2023.

SANTOS, J. C. M. dos. **Conceituação, manipulação e aplicação de frações pelo método de Singapura**. 2019. 150f. Dissertação (mestrado). Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. Instituto de Matemática. Universidade Federal de Alagoas, Maceió.

SELEDES, T. C.; SCHENA, V. A. A transição do aluno dos anos iniciais para os anos finais do ensino fundamental no colégio estadual Barão do cerro azul de cruz machado-pr. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. **Os Desafios da Escola Pública Paranaense na Perspectiva do Professor PDE**, 2016. Curitiba: SEED/PR., 2018. V.1. (Cadernos PDE). Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2016/2016_artigo_ped_unespar-uniaodavitoria_cleociterezinhaseledes.pdf. Acesso em 17/03/23.

SILVA, J.A.F. **Refletindo sobre as dificuldades de aprendizagem na Matemática:** algumas considerações. 2005. Disponível em: https://repositorio.ucb.br:9443/jspui/bitstream/10869/1816/1/Jose%20Augusto%20Florentino%20da%20Silva.pdf. Acesso em: 10 abr. 2023.

SILVESTRE, A. A Matemática nos Primeiros Anos de Escolaridade em Singapura: Reflexão. **Educação e Matemática**, n.º 132, p. 19-22, 30 abr. Disponível em: https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/2271. Acesso em: 18 abr. 2023.

SINGAPURA (ESTADO DA MALÁSIA). In: WIKIPÉDIA: a enciclopédia livre. Flórida: Wikimedia Foundation, 2021. Disponível em: https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Singapura_(estado_da_Mal%C3%A1sia)&oldid=60159130. Acesso em: 14 jun. 2023.

SOUZA, K. N. V. de. Alfabetização matemática: considerações sobre a teoria e a prática. **Revista de Iniciação Científica da FFC**, v. 10 n. 1, 2010. Disponível em: https://revistas.marilia.unesp.br/index.php/ric/article/view/273 . Acesso em: 21 mar. 2023.

SKEMP, R. R. **Relational understanding and instrumental understanding**. Mathematics Teaching, 77, 20-26, 1976.

TATTO, F.; SCAPIN, I. J. Matemática: por que o nível elevado de rejeição?. **Revista de Ciências Humanas**, v. 5, n. 5, p. 1-14, 2004. Disponível em: http://revistas.fw.uri.br/index.php/revistadech/article/view/245/447. Acesso em: 25 mar. 2023.

TEIXEIRA, Ricardo Emanuel Cunha. **Ensino da Matemática**: O Modelo Pentagonal do Currículo de Matemática de Singapura. Atlântico Expresso, 2015, 17-17.

TOLEDO, M.; TOLEDO, M. Didática da Matemática: **como dois e dois: a construção da Matemática**. São Paulo: FTD, 1997.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental:** formação de professores e aplicação em sala de aula. Porto Alegre: Artmed, 2009.

ZABALA, A. **A prática educativa:** como ensinar. Trad. Ernani F. da F. Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2014. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/reader/books/9788584290185/epubcfi/6/18. Acesso em: 085 mai. 2023.

ZAMBELLI, O. C. **O lúdico na educação: a ruptura da ludicidade nos primeiros anos do ensino fundamental.** Orientador: Zeila de Brito Fabri Demartini. 2014. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Metodista de São Paulo, São Paulo, 2014. Disponível em: http://tede.metodista.br/jspui/handle/tede/1528#preview-link0. Acesso em: 27 mar. 2023.

ZATTI, F.; AGRANIONIH, N. T.; ENRICONE, J. R. B. Aprendizagem Matemática: desvendando dificuldades de cálculo dos alunos. **Revista Perspectiva**, Erechim/RS. v.34, n.128, p.115-132, dez. 2010. Disponível em: https://www.uricer.edu.br/site/pdfs/perspectiva/128_142.pdf. Acesso em: 21 mar. 2023.

SEQUÊNCIA DIDÁTICA

O estudo da multiplicação e divisão pelo

Método de Singapura

Autora:

Allane Priscylla Ribeiro da Cruz

MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO COM NÚMEROS NATURAIS

Uma breve apresentação

A multiplicação e a divisão são duas das operações matemáticas fundamentais da aritmética e estão intimamente relacionadas, portanto, devem ser ensinadas de forma conjunta. Tecemos aqui uma breve descrição de cada operação e as ideias associadas a cada uma delas.

A **multiplicação** combina dois ou mais números para formar um produto. Uma das ideias mais comuns é a de que consiste em somar um número consigo mesmo várias vezes. E, o símbolo utilizado para representar a multiplicação é o "x". Então, podemos escrever 2 vezes 3 como 2 x 3 ou 2. Essa operação pode ser representada de várias maneiras diferentes. Por exemplo, podemos representar 2x3 como uma operação de salto em uma reta numérica, ou como uma área retangular com dimensões de 2 unidades por 3 unidades. E, ainda podemos destacar que é constantemente usada para representar situações de agrupamento, contagem e escala.

A **divisão** é essencial para o desenvolvimento de habilidades matemáticas mais avançadas. O ensino da divisão de números naturais é importante, pois ajuda os alunos a entenderem como dividir quantidades em partes iguais e a resolver problemas do mundo real que envolvem divisão, como distribuir objetos em grupos iguais. As principais representações utilizadas no ensino dessa operação com números naturais incluem o uso de objetos concretos, desenhos, modelos matemáticos, algoritmos e pode ser realizado de diversas maneiras, utilizando diferentes representações para auxiliar os estudantes a compreenderem o conceito.

O MÉTODO DE SINGAPURA

No ensino da Matemática o método de Sigapura tem como característica principais, o foco no eixo da **Resolução de Problemas Matemáticos**, abordagem CPA - **concreto, pictórico e abstrato**. Também baseia-se na utilização de materiais manipuláveis, como blocos e fichas, para ajudar os alunos a entenderem conceitos matemáticos abstratos. Além disso, o método enfatiza a resolução de problemas do mundo real, o que pode motivar os estudantes a aplicarem seus conhecimentos de matemática em situações do cotidiano.

Apresentação do Material de Apoio

A proposta metodológica baseia-se no método de Singapura e tem como **intuito ajudar alunos do 6° ano a minimizarem suas limitações em relação às operações de multiplicação e divisão**, buscando tornar o ensino da matemática mais prático, interessante e eficaz. Ressaltamos que todas as tarefas aqui dispostas podem e devem ser trabalhadas com outras turmas.

Dessa forma, o **Material de Apoio ao Professor** é um complemento da proposta da nossa pesquisa, tendo como pretensão, proporcionar ao educador uma assistência no momento da utilização do material didático na sala de aula e na preparação do planejamento das aulas. Indicar caminhos, as maneiras de usar os materiais e como direcionar ao aluno durante a execução das tarefas. O professor poderá adaptar quando necessário para melhor usufruir deste material, a ideia é que a utilização ocorra de maneira proveitosa e que promova o protagonismo do aluno.

"O que um educador faz no ensino é tornar possível que os estudantes se tornem eles mesmos." (Paulo Freire)

INTRODUÇÃO

Esta proposta foi desenvolvida visando ajudar os alunos que chegam ao 6° ano com limitações nas operações de multiplicação e divisão, e também para auxiliar a prática do professor mediante essa realidade.

É válido mencionar que a aplicação não está restrita aos estudantes da série especificada, o professor pode valer-se satisfatoriamente das Tarefas em outras turmas.

O foco direciona-se em favorecer o trabalho do professor na sala de aula e proporcionar a utilização do método de Singapura que fundamenta-se na abordagem CPA - concreto, pictórico e abstrato -, voltado para a resolução de situações reais, para o aluno vivenciar e perceber a importância da matemática em seu desenvolvimento como estudante e cidadão.

Todas as Tarefas elaboradas baseiam-se, nessa ordem, no manuseio de materiais e/ou confecção de objetos (concreto), na criatividade dos alunos para desenharem (pictórico) e na mediação intencional do professor para proporcionar a compreensão ampla pra além do algoritmo (abstrato).

Ao todo são três Tarefas. A primeira divide-se em quatro questões, a segunda em duas questões e a terceira, em uma questão. Em cada questão existe uma orientação para o professor sobre a parte concreta, pictórica e abstrata.

Objetos de conhecimento

- **Multiplicação**: identificação quanto aos aspectos dos significados de parcelas iguais, da configuração retangular, de possibilidades e de proporcionalidade.
- **Divisão**: identificação quanto aos aspectos dos significados repartição em partes iguais e aferição de medida.
- **Multiplicação e divisão**: identificação quanto aos aspectos de operações inversas.

Aspectos da BNCC

- **Competência Geral**: 1
- **Competências específicas**: 2 e 8
- **Habilidade**: (EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.

TAREFA 1

Uma viagem de redescoberta pela multiplicação e seus significados

UNIDADE TEMÁTICA

Números

OBJETO DE CONHECIMENTO

Multiplicação: identificação quanto aos aspectos dos significados de parcelas iguais, da configuração retangular, de possibilidades e de proporcionalidade

OBJETIVO

Compreender os quatro (4) significados da multiplicação, parcelas iguais, configuração retangular, possibilidades e proporcionalidade por meio da abordagem CPA do Método de Singapura utilizando diversas representações

HABILIDADE BNCC

(EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.

ANO DE APLICAÇÃO

A partir do 6° ano do ensino fundamental

TEMPO ESTIMADO

8 aulas

Para o desenvolvimento desta tarefa, o trabalho se divide em quatro (4) questões conforme os significados da multiplicação, visando propiciar ao aluno a compreensão da multiplicação e seus significados de **parcelas iguais**, **configuração retangular**, **possibilidades** e **proporcionalidade,** e possibilitar o desenvolvimento das estratégias pessoais de resolução.

QUESTÃO 1

Conquistando a compreensão do significado de parcelas iguais da multiplicação

OBJETIVO

Utilizar a abordagem CPA na resolução de situação-problema sobre a multiplicação com significado de parcelas iguais

MATERIAIS

Régua; lápis; borracha; palitos de dente (cada aluno precisará de 24 unidades); fita dupla face; ficha (APÊNDICE A); figuras de emoji representando integrantes das equipes (APÊNDICE B).

SITUAÇÃO-PROBLEMA

Em uma escola ocorrerá um campeonato de futsal e participarão quatro (4) equipes. Cada equipe será composta por cinco (5) alunos. Quantos alunos participarão desse campeonato?

ORIENTAÇÃO AO PROFESSOR PARA O DESENVOLVIMENTO DA AULA

Inicie a aula com uma breve apresentação dos objetivos que planeja alcançar. Em seguida, organize a sala em círculo e utilize uma situação real dialogada separando equipes (cinco (5) equipes com quatro (4) alunos cada) e faça questionamentos pertinentes aos alunos, como: "**Quantas equipes tem?**", "**Quantos integrantes em cada equipe?**", "**Qual o total de alunos que participariam do jogo?**". Essa situação será utilizada ao final da aula para fazer um comparativo e denotar as funções dos números na questão.

Em seguida, visando trabalhar a **fase concreta**, entregue a ficha (APÊNDICE A) com a situação-problema, os palitos e peça que, com o manuseio do material os alunos apresentem suas ideias e resoluções sobre o problema, concretamente. E respondam o exercício 1.

Feito isso, pretendendo desenvolver a **fase pictórica**, peça que os alunos representem por meio de desenhos como fariam para chegar ao resultado, deixando-os pensar e utilizar as estratégias que acham conveniente (desde as bolinhas, tracinhos até desenhos mais elaborados, ou até esquemas), nessa parte, o aluno deve sentir-se livre para fazer suas representações da questão problema e do caminho que utilizariam para encontrar a solução.

Posteriormente, buscando que os alunos alcancem a **fase abstrata**, proponha um diálogo para os alunos explicarem suas representações pictóricas e em seguida peça que mostrem em suas fichas como chegariam ao resultado sem utilizar o desenho, que expliquem com suas palavras ou cálculos.

Para a **sistematização do conhecimento**, proponha uma roda de conversa, fazendo questionamentos intencionais conforme o objetivo da atividade, provocando os alunos com perguntas que os façam visualizar e relacionar as fases, como também permitindo/reforçando a transição essencial para o abstrato. Nessa parte é essencial que proporcione os alunos falarem da forma que sabem e entendem, estando atento a todas as falas e dúvidas, e reforçando também a ideia de parcelas iguais.

Ao final, para exemplificar a ideia do operador e multiplicando, pode utilizar as figuras de emoji representando integrantes das equipes (APÊNDICE B), com ajuda dos alunos colar no quadro/parede, conforme as duas situações (real e da questão problema), em seguida faça questionamentos que permitam os alunos pensarem que mesmo 4 x 5 = 5 x 4 as funções dos números em cada problema são diferentes, reforçando que convencionalmente a esquerda fica o operador e a direita o multiplicando.

QUESTÃO 2

Conquistando a compreensão do significado de configuração retangular da multiplicação

OBJETIVO

Utilizar a abordagem CPA na resolução de situação-problema sobre a multiplicação com significado de configuração retangular

MATERIAIS

Cartolina; lápis; borracha; cola branca; régua; tesoura; situação-problema com variações em número de linhas e colunas (APÊNDICE C); figuras de árvores (APÊNDICE D); ficha de questionamentos (APÊNDICE E)

SITUAÇÃO-PROBLEMA

O agricultor plantou macieiras, ou seja, árvores que tem como fruto a maçã. Ele organizou o plantio das árvores em seis (6) linhas e quatro (4) colunas. Qual é o número total de árvores que ele plantou?

ORIENTAÇÃO AO PROFESSOR PARA O DESENVOLVIMENTO DA AULA

Primeiramente faça uma apresentação inicial sobre o que será feito, incluindo falar sobre o que é a ideia de configuração retangular, brevemente.

Em seguida, no intuito de desenvolver a **fase concreta**, organize os alunos em duplas ou trios (formando, se possível, no mínimo oito (8) grupos), distribuindo uma cartolina para cada grupo e entregando uma situações-problema (APÊNDICE C), e também quatro (4) cópias das folhas com figuras de árvores (APÊNDICE D) informando que devem cortar as árvores e colar na cartolina de acordo com a questão do seu grupo.

Feito isso, para trabalhar a **fase pictórica**, peça que representem de forma desenhada ou por meio de outra estratégia o que foi visto na colagem das figuras e informado na situação do problema.

Em caso de mais de uma ideia de representação no grupo, reforce que todas devem ser expressas na cartolina.

Posteriormente, no sentido da **fase abstrata** ser desenvolvida, entregue a cada aluno uma ficha (APÊNDICE E) com questionamentos sobre a situação, que foi apresentada e representada na cartolina por cada grupo. Cada aluno deve responder individualmente, mas podem dialogar entre os integrantes de seus respectivos grupos.

Por fim, mas essencial, a **sistematização do conhecimento**, promova um diálogo com questionamentos como "**Qual a semelhança entre todos os trabalhos/colagens?**", "**Vocês conseguem observar alguma figura geométrica com a disposição dessas linhas e colunas de árvores em algum desses trabalhos?**", e outros, possibilitando e deixando que os alunos pensem criticamente e questionem.

QUESTÃO 3

Conquistando a compreensão do significado de possibilidades da multiplicação

OBJETIVO

Utilizar a abordagem CPA na resolução de situação-problema sobre a multiplicação com significado de possibilidades

MATERIAIS

Tesoura; lápis; borracha; cola branca; lápis de pintar; fichas (APÊNDICE F); figuras de roupas (APÊNDICE G)

SITUAÇÃO-PROBLEMA

Heloise irá passear com seu pai no parque da cidade na tarde de sábado. Na sexta-feira ela decide organizar em seu armário as peças de roupa que gostaria de usar. As opções separadas por Heloise são as seguintes: uma minissaia, uma saia média e outra longa, além de blusas, uma do estilo cropped laranja com mangas curtas, uma azul de mangas curtas, uma rosa com mangas longas e uma preta sem mangas. Com essas peças, quantas são as possibilidades de escolha para Heloise ir ao parque com uma saia e uma blusa?

ORIENTAÇÃO AO PROFESSOR PARA O DESENVOLVIMENTO DA AULA

Em um primeiro momento exponha o objetivo brevemente, o que será feito na aula e utilize uma situação real dialogada para fazer os alunos pensarem na ideia de possibilidades.

Em seguida, visando desenvolver a **fase concreta**, divida a turma em duplas, entregue uma ficha (APÊNDICE F) com os questionamentos e a situação-problema, a folha com as figuras de roupas (APÊNDICE G), pedindo que os alunos pintem, recortem e manuseiem para encontrar o resultado desejado.

No segundo momento, caminhando para a **fase pictórica**, peça para as duplas representarem por meio de desenhos, esquemas, tabelas, entre outros, da forma que quiserem, quais as possibilidades de combinação das peças que podem ser feitas com as figuras das roupas.

A ideia nessa parte é que os alunos fiquem livres para representarem como entenderem melhor.

Em seguida, objetivando a **fase abstrata**, sugira que a dupla responda como faria para chegar ao resultado sem utilizar o material e o desenho, com suas palavras e estratégias.

Ressalta-se que utilize o diálogo para **sistematizar o conhecimento**, questione como as duplas fizeram e pensaram, refletindo sobre as informações expostas, se possível colocando algumas representações no quadro e conversando sobre as respostas, possibilitando aos alunos que não chegaram a compreensão multiplicativa da questão e do seu significado, base para *insights* futuros.

QUESTÃO 4

Conquistando a compreensão do significado de proporcionalidade da multiplicação

OBJETIVO

Utilizar a abordagem CPA na resolução de situação-problema sobre a multiplicação com significado de proporcionalidade

MATERIAIS

Tesoura; lápis; borracha; cola branca; fita dupla face; lápis de colorir; canudos coloridos; figuras de picolés (APÊNDICE H); enunciado da situação-problema com variações no número de estações (APÊNDICE I); figuras de pirulitos (APÊNDICE J); questionamento da fase abstrata (APÊNDICE K)

SITUAÇÃO-PROBLEMA

Benjamin vai conhecer a fábrica de doces que seu pai trabalha e em cada estação que conhecer ganhará sete (7) pirulitos. Quantos pirulitos ganhará ao passar por duas (2) estações?

ORIENTAÇÃO AO PROFESSOR PARA O DESENVOLVIMENTO DA AULA

Inicialmente converse com a turma sobre o objetivo da aula e fale um pouco sobre a ideia de proporcionalidade, através do exemplo da compra de picolés: "Um picolé custa 2,00 reais, então 2 picolés, custa quanto?". Conforme verbaliza, cole no quadro ou na parede as figuras de picolés (APÊNDICE H), faça questionamentos aos alunos sobre aumento de quantidade, gerando aumento do valor a ser pago.

Feito isso, pretendendo desenvolver a **fase concreta**, distribua os enunciados (APÊNDICE I) que possuem cinco (5) variações na quantidade de estações, ou seja, serão cinco (5) resultados diferentes na sala. Peça que colem em seus cadernos e que leiam. Entregue dois canudos coloridos para cada aluno e também as sete figuras de pirulitos (APÊNDICE J) para colorir, recortar e montar os sete (7) pirulitos expressos na situação.

Em seguida, para a **fase pictórica**, solicite que os alunos representem em seus cadernos de maneira desenhada, bolinhas, tracinhos, por tabela, a quantidade de pirulitos que Benjamin recebeu ao final da visita de acordo com a quantidade de estações indicada no enunciado que recebeu e com a ajuda dos pirulitos confeccionados.

Posteriormente, pensando na **fase abstrata**, realize questionamentos como: "**Quantos pirulitos ele recebeu ao todo?**" (as respostas serão diferentes por conta das variações de quantidade de estações). Entregue aos alunos um quadro (APÊNDICE K) que pede que expliquem como chegariam ao resultado sem o auxílio do material e dos desenhos, esse quadro os alunos deverão colar nos cadernos abaixo das representações pictóricas.

Após todos os alunos responderem, proponha uma conversa, a **sistematização do conhecimento**, no intuito de os alunos mostrarem suas ideias. Algumas sugestões do que deve ser questionado: "**À medida que Benjamin foi avançando nas estações, sua quantidade de pirulitos diminuiu ou aumentou?**", "**A cada estação ele adicionou quantos pirulitos aos que já tinha?**", "**Então, quanto mais estações, mais pirulitos?**", "**Da primeira estação para a terceira, a quantidade de sete (7) de pirulitos ocorreu quantas vezes?**", "**Então, se ele passou por três estações, o número de pirulitos que ganha a cada estação (sete) é somado quantas vezes?**", "**Como poderíamos escrever isso de outra forma?**", "**Poderia ser: três (3) estações vezes a quantidade sete (7) de pirulitos, para chegar ao resultado? Vamos verificar!**", "**Na linguagem matemática como seria representada essa frase?**". Provoque e ouça com atenção o que os alunos dizem, permitindo que se expressem sem medo do "erro".

TAREFA 2

Desvendando a divisão e seus significados

UNIDADE TEMÁTICA

Números

OBJETO DE CONHECIMENTO

Divisão: identificação quanto aos aspectos dos significados repartição em partes iguais e aferição de medida

OBJETIVO

Compreender os dois (2) significados da divisão, repartição em partes iguais e aferição de medida, por meio da abordagem CPA do Método de Singapura utilizando diversas representações

HABILIDADE BNCC

(EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.

ANO DE APLICAÇÃO

A partir do 6° ano do ensino fundamental

TEMPO ESTIMADO

4 aulas

Para o desenvolvimento desta tarefa, o trabalho se divide em duas (2) questões conforme os significados da divisão, com o intuito de propiciar ao aluno a compreensão da divisão e seus significados de **repartição em partes iguais** e **aferição de medida**, e oportunizar o desenvolvimento das estratégias pessoais de resolução.

QUESTÃO 1

Buscando a compreensão do significado de repartição em partes iguais da divisão

OBJETIVO

Utilizar a abordagem CPA na resolução de situação-problema sobre a divisão com significado de repartição em partes iguais

MATERIAIS

Copos de plástico; lápis; borracha; cola branca; palitos de picolé; figuras de flores (APÊNDICE L); ficha (APÊNDICE M)

SITUAÇÃO-PROBLEMA

Maria tem uma floricultura e quer fazer jarros com a mesma quantidade de flores em cada um. Ela tem sete (7) jarros e trinta e cinco (35) rosas. Quantas rosas teria cada jarro?

ORIENTAÇÃO AO PROFESSOR PARA O DESENVOLVIMENTO DA AULA

Inicialmente explique aos alunos sobre como ocorrerá a aula e os objetivos.

Feito isso, visando desenvolver a **fase concreta**, entregue uma flor (APÊNDICE L) e um palito de picolé para os alunos colorirem, recortarem e colar a flor no palito. Após isso, com sete (7) copos de plástico (jarros) e trinta e cinco (35) flores confeccionadas (caso a quantidade de alunos seja menor, leve algumas já confeccionadas para completar a quantidade de 35 flores) para exemplificar a situação, organize a sala em círculo e coloque o material confeccionado no meio, em seguida verbalize o enunciado: "Maria tem uma floricultura e quer ter jarros com a mesma quantidade de flores em cada um." e dialogue com a turma por meio de perguntas, "**Será que podemos organizar essas flores que confeccionamos nos vasos de forma que ao final todos tenham a mesma quantidade de flores e não sobre nenhuma como Maria quer? Vamos testar!**". Sugira que cada aluno pegue a flor que confeccionou e coloque em um dos copos e o outro aluno faça o mesmo e assim sucessivamente (de forma intercalada a colocação das flores nos copos).

Quando terminarem de distribuir as flores que confeccionaram, devem pegar as que foram confeccionadas para completar a quantidade e distribuir nos copos (de forma que se tenha a mesma quantidade em cada um, ou seja, cinco (5) flores), em seguida, pergunte: "**conseguimos compartilhar as flores igualmente em todos os jarros?**".

Posteriormente, para a **fase pictórica**, entregue a ficha (APÊNDICE M) para que o aluno responda e faça a representação da questão por meio de desenhos, bolinhas, traços, etc.

Nesta ficha também é pedido, no intuito de desenvolver a **fase abstrata**, que mostrem como chegariam ao resultado do enunciado inicial com a mesma quantidade de flores e jarros (situação-problema) sem utilizar a ideia da distribuição do material concreto e os desenhos.

Feito isso, inicie a fase da **sistematização do conhecimento**, permitindo que os alunos expressem como fizeram, fazendo sempre questionamentos intencionais, como: "**Conseguimos compartilhar igualmente como Maria queria?**", "**Por que vocês acham que conseguimos distribuir igualmente sem ter sobrado nenhuma?**", "**Então, o número total de flores (35) compartilhado de acordo com a quantidade de copos (7) (jarros) resultou em quantas flores em cada copo?**", "**Podemos dizer que dividimos o número total (35) por um número de conjuntos (7) que queríamos que tivessem a mesma quantidade?**", "**Então, se tivermos um número total de coisas, objetos e quisermos dividir em grupos menores, poderemos dividir?**", "**Como podemos fazer isso de forma matemática?**" (...). Isso deve ocorrer para os alunos terem base para chegar (presente ou futuramente) ao entendimento do significado abordado da divisão, como também para que, enquanto educador, consiga perceber onde se localizam possíveis limitações da sua turma.

QUESTÃO 2

Buscando a compreensão do significado de aferição de medida da divisão

OBJETIVO

Utilizar a abordagem CPA na resolução de situação-problema sobre a divisão com significado de aferição de medida

MATERIAIS

Tesoura; lápis; borracha; cola branca; folhas de EVA; ficha (APÊNDICE N); figuras de pastas (APÊNDICE O)

SITUAÇÃO-PROBLEMA

Flávia gosta muito de assistir a seriados de TV. Um dos seus seriados favoritos é composto por episódios que duram 2 horas. Ela está gravando os episódios desse seriado em pastas no computador, e cada pasta tem capacidade de 4 horas de gravação. Sabendo que ela quer gravar 128 episódios, quantas pastas serão necessárias?

ORIENTAÇÃO AO PROFESSOR PARA O DESENVOLVIMENTO DA AULA

Inicialmente converse com os alunos sobre os objetivos planejados e o que ocorrerá na aula. Deve também organizar a turma em círculo e separá-los em duplas ou trios.

Feito isso, para desenvolver a **fase concreta**, entregue uma folha de EVA e peça que as duplas cortem 12 cubinhos, entregar a eles também uma ficha (APÊNDICE N) e uma folha com figuras de seis (6) pastas (APÊNDICE O). Dar o comando para lerem a questão, visualizem as figuras das pastas e dentro de cada uma colem a quantidade de episódios (cubinhos de EVA) que cabem em cada uma. Quando terminarem, questione: "**Quantos episódios cabem em cada pasta?**", "**Nessas seis (6) pastas quantos episódios são possíveis ser gravados?**".

Posteriormente, passando para **fase pictórica**, direcione os grupos para fazer o exercício 2, o qual pede para que representem por meio de desenhos, como fariam para chegar ao resultado.

Em seguida, visando trabalhar a **fase abstrata**, o exercício 3 da ficha solicita que escrevam com as palavras que souberem, ou cálculos, como os alunos chegariam ao resultado.

Ao final, quando todas as duplas terminarem, para **sistematizar o conhecimento**, converse e abra espaço para os alunos explicarem como fizeram e pensaram. Faça perguntas intencionais e provocativas ao raciocínio do aluno, como: "**Quantos episódios cabem em uma pasta?**", "**Por quê?**", "**Se cabem dois (2) episódios em cada pasta, então, oito (8) episódios cabem em quantas pastas?**", "**Então, se em cada pasta cabem dois episódios, podemos dizer que a cada quatro (4) episódios são necessárias duas (2) pastas?**", "**E dez (10) episódios vão caber em quantas pastas?**", "**Então, a quantidade de pastas necessárias é sempre a metade de um número par de episódios?**", "**Por exemplo, uma (1) pasta, dois (2) episódios, correto?**", "**Um (1) é a metade de dois (2), certo?**", "**Você consegue observar esse padrão?**", "**Então, se em cada pasta cabem dois (2) episódios, com cento e vinte e oito (128) preciso de quantas pastas?**", "**Poderia dizer que toda quantidade par de episódio dividido por dois (2) resulta na quantidade de pastas que serão necessárias?**". Essa conversa e interação sobre esses questionamentos são essenciais para o aluno relacionar as informações.

TAREFA 3

Explorando a relação entre a multiplicação e a divisão

UNIDADE TEMÁTICA

Números

OBJETOS DE CONHECIMENTO

Multiplicação e divisão: identificação quanto aos aspectos da relação inversa

OBJETIVO

Compreender a relação de operações inversas entre a multiplicação e a divisão, por meio da abordagem CPA do Método de Singapura utilizando diversas representações

HABILIDADE BNCC

(EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.

ANO DE APLICAÇÃO

A partir do 6° ano do ensino fundamental

TEMPO ESTIMADO

3 aulas

Para o desenvolvimento desta tarefa, o trabalho delineia-se em uma (1) questão que denota a relação entre multiplicação e divisão, com finalidade voltada para possibilitar ao aluno a compreensão da **relação inversa da multiplicação e divisão**, e também propiciar o desenvolvimento das estratégias pessoais de resolução.

QUESTÃO 1

Relacionando
a multiplicação e a divisão

OBJETIVO

Utilizar a abordagem CPA na resolução de situações-problemas sobre a multiplicação e a divisão para relacioná-las

MATERIAIS

Lápis; borracha; feijões; ficha da situação 1 (APÊNDICE P); ficha da situação 2 (APÊNDICE Q); figura de uma cadeira longarina de três lugares (APÊNDICE R)

SITUAÇÕES-PROBLEMAS

Situação 1: Na escola que Tiago ensina tem um auditório. Neste auditório há quatro (4) fileiras com sete (7) cadeiras longarinas, ou seja, cadeiras com três (3) lugares cada uma. Tiago quer levar algumas turmas para uma palestra, mas ainda não sabe quantos alunos pode levar. Sabendo disso, qual é o máximo de alunos que o professor Tiago pode levar ao auditório, de maneira que todos fiquem sentados?

Situação 2: Na escola que Tiago ensina tem um auditório. Neste auditório, o diretor informou a Tiago que a capacidade máxima de pessoas sentadas é de oitenta e quatro (84), sendo quatro (4) fileiras e cada cadeira da fila é longarina, ou seja, cadeiras com três (3) lugares cada uma. Tiago precisa saber a quantidade de cadeiras longarinas em cada fileira para fazer uma dinâmica. Assim, quantas cadeiras longarinas tem em cada fileira?

ORIENTAÇÃO AO PROFESSOR PARA O DESENVOLVIMENTO DA AULA

Inicialmente exponha os objetivos e como ocorrerá a aula. Deve também organizar a turma em círculo e separar ou sortear os alunos em quatro (4) grupos. Dois (2) grupos vão trabalhar com a situação 1 e os outros dois (2) com a situação 2.

Feito isso, para desenvolver a **fase concreta**, entregue a ficha da situação 1 (APÊNDICE P) e a ficha da situação 2 (APÊNDICE Q) as equipes, mostre a figura de uma cadeira longarina (APÊNDICE R) para os alunos e distribua feijões a cada grupo, (sugerimos 21 feijões as equipes que ficarem com a situação 1, para representarem uma fileira; as equipes que ficaram com a situação 2, tem de ser 84 feijões). Peça que os alunos leiam o exercício 1 e utilizem os feijões disponíveis para visualizarem, na situação 1, uma fileira, na situação 2 as distribuições necessárias.

Depois disso, para a **fase pictórica**, peça para lerem o exercício 2, e reforce para representarem as ideias visualizadas com os feijões anteriormente, por meio de desenhos, traços, quadradinhos de forma que os auxilie para encontrar o resultado. Em caso de dúvidas, faça questionamentos para cada grupo chegar à resposta e solucione sua dúvida pela mediação provocativa ao intelecto do aluno.

Em seguida, no sentido da **fase abstrata**, explique o exercício 3 e esteja atento para perceber as questões mais inquietantes dos alunos. Sugira que eles expressem como chegariam ao resultado sem as representações, por meio de qual cálculo ou estratégia. Proponha uma conversa sobre como fizeram, mediando até os alunos perceberem e conseguirem chegar ao resultado pelo algoritmo.

Posteriormente, peça que os grupos expliquem as situações, como fizeram e pensaram. Em seguida, instrua-os a fazer o exercício 4 da ficha, que pede para encontrarem um valor expresso no enunciado com o resultado que encontraram. A ideia é que eles pensem se é possível e tentem escrever, fique a vontade para dar exemplos de adição e subtração para ilustrar.

Por fim, para a **sistematização do conhecimento**, coloque no quadro as informações numéricas de cada situação e questione aos alunos: "**Há alguma semelhança entre as duas situações?**", "**Qual?**", "**Temos que uma quer encontrar o total de lugares do auditório?**", "**E temos outra que quer encontrar a quantidade de cadeiras longarinas em cada fila?**", "**Como vocês fizeram para chegar ao resultado desejado nas situações?**", "**Como podemos saber se a resposta que encontraram está correta?**", "**Vamos pensar! Se tenho duas (2) balas e ganhei mais três (3), então, fiquei com cinco (5) balinhas, correto?**", "**Se eu quero verificar meu resultado, posso utilizar o resultado, ou seja, as cinco (5) balinhas menos as três que ganhei, logo, terei minhas duas (2) balinhas iniciais, como dito no enunciado. Assim, fiz o caminho inverso para voltar para as duas (2) balinhas e realmente observei que 2+3=5, pois quando faço a subtração volto para meu início**", "**Posso então dizer que operação de subtração desfez o que a de adição fez?**", "**Então, na matemática, diz-se que a operação de subtração é inversa à adição, pois desfaz o caminho que a adição fez**", "**Será que na multiplicação ou divisão podemos fazer isso?**", "**No exercício 4, como vocês que ficaram com a situação 1 pensaram?**", "**E os grupos que ficaram com a situação 2?**", "**Então, pelo exercício 4, podemos dizer que a divisão desfez o caminho e possibilitou verificar o resultado que chegaram por meio da multiplicação na situação 1?**", "**Então, podemos dizer que a operação inversa da multiplicação é a divisão?**", "**E quem ficou com a situação 2, pelo exercício 4, podemos dizer que a multiplicação desfez o caminho e possibilitou verificar o resultado que chegaram por meio da divisão?**", "**Podemos dizer, então, que a operação inversa da divisão é a multiplicação?**".

Esse diálogo é de suma importância, como também para acontecer de maneira satisfatória é preciso ter entendimento de estratégias e questionamentos pertinentes para os alunos chegarem às conclusões de maneira pensada, refletida, para não repetirem apenas informações sem compreensão.

QUESTÃO 1 – MULTIPLICAÇÃO

APÊNDICE A

Aluno (s):
Série / Turma:
Professor (a): Data: / /

1. Em uma escola ocorrerá um campeonato de futsal e participarão quatro (4) equipes. Cada equipe será composta por cinco (5) alunos. Quantos alunos participarão desse campeonato?

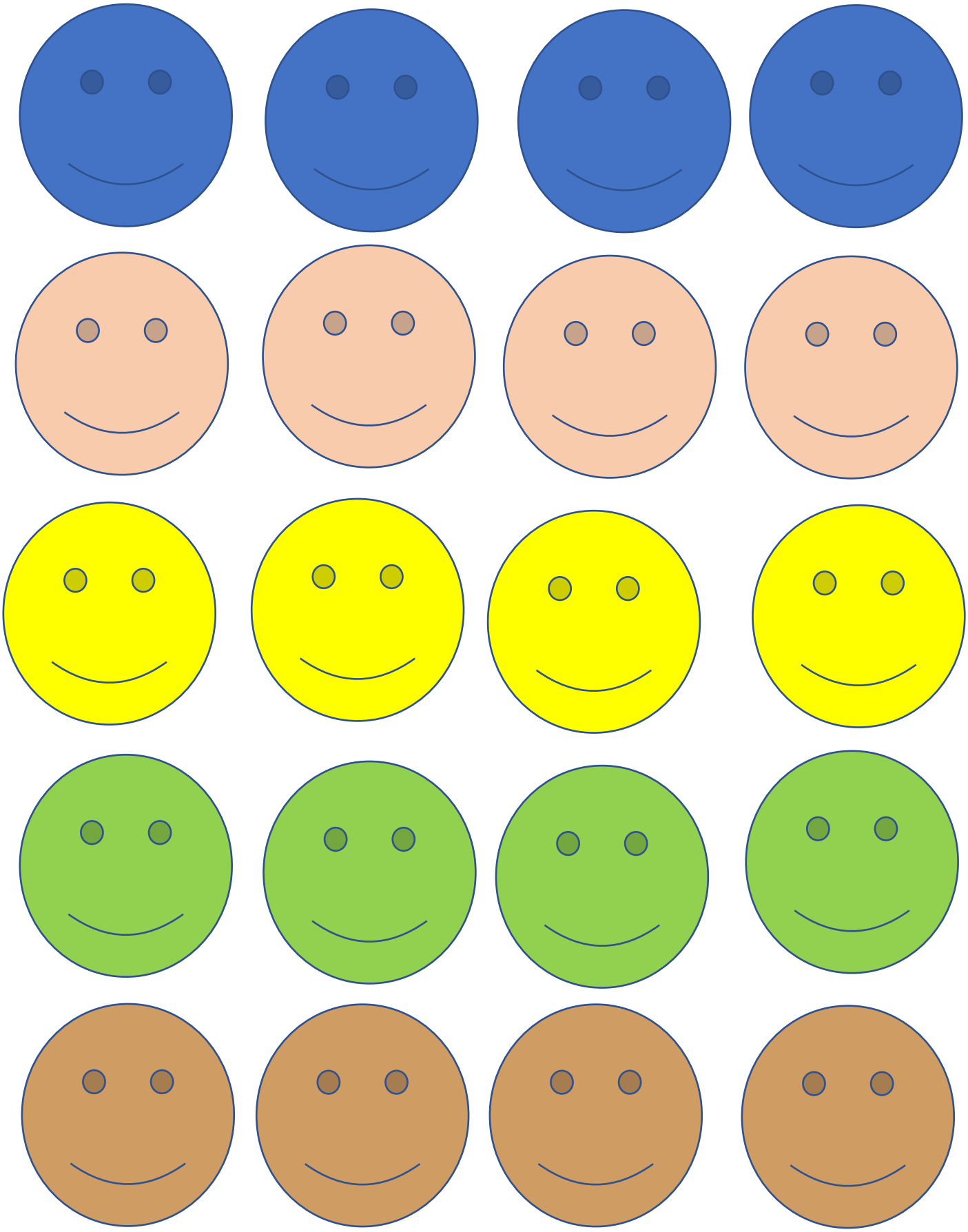
Resposta: _____

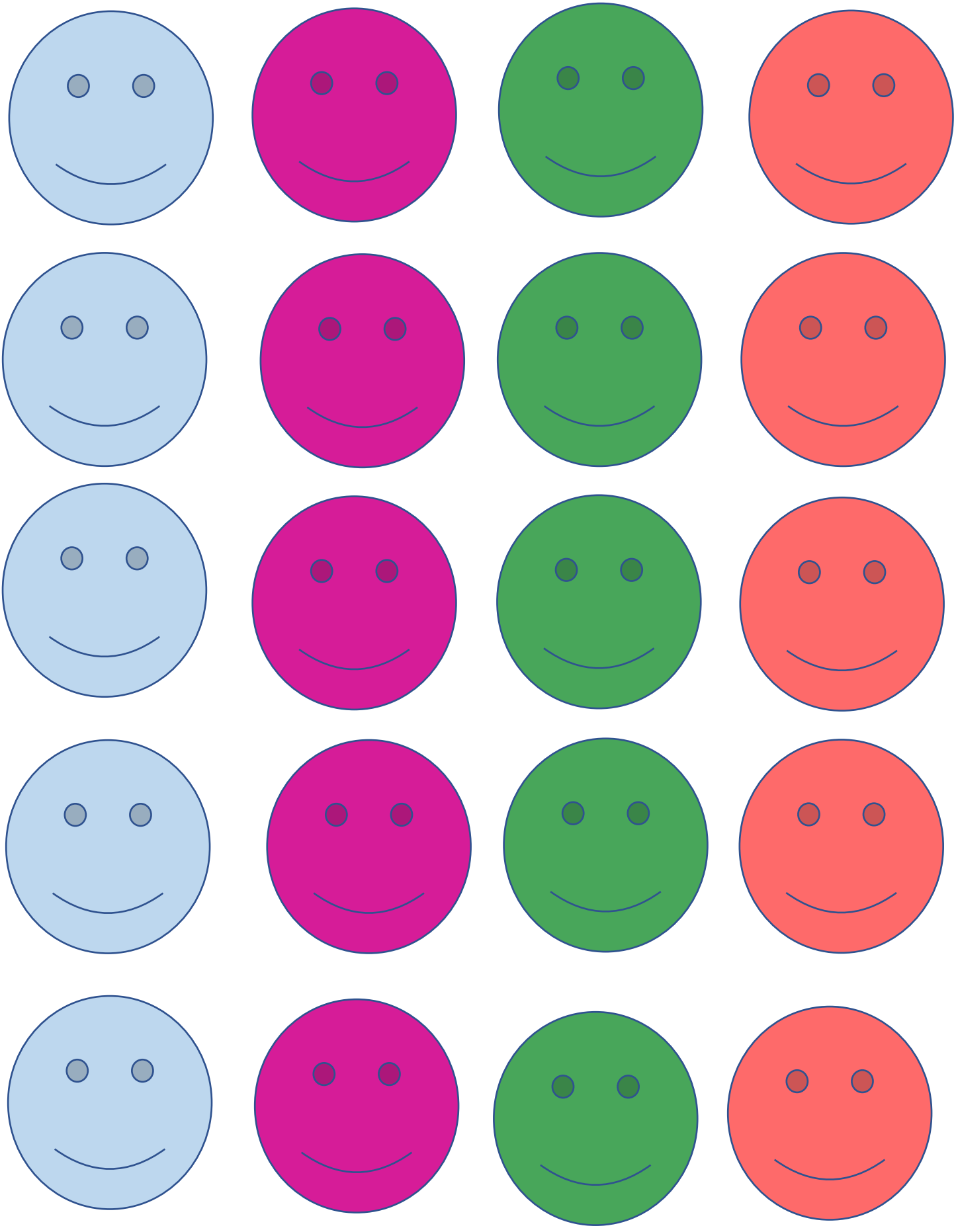
2. Representem por meio de desenhos como faria para chegar ao resultado:

3. Sem as representações e os desenhos, como você encontraria o resultado.

Explique com suas palavras e como souber:

APÊNDICE B





QUESTÃO 2 - MULTIPLICAÇÃO

APÊNDICE C

“O agricultor plantou macieiras, ou seja, árvores que tem como fruto a maçã. Ele organizou o plantio das árvores em seis (6) linhas e quatro (4) colunas. Qual é o número total de árvores que ele plantou?”

“O agricultor plantou macieiras, ou seja, árvores que tem como fruto a maçã. Ele organizou o plantio das árvores em quatro (4) linhas e seis (6) colunas. Qual é o número total de árvores que ele plantou?”

“O agricultor plantou macieiras, ou seja, árvores que tem como fruto a maçã. Ele organizou o plantio das árvores em doze (12) linhas e duas (2) colunas. Qual é o número total de árvores que ele plantou?”

“O agricultor plantou macieiras, ou seja, árvores que tem como fruto a maçã. Ele organizou o plantio das árvores em duas (2) linhas e doze (12) colunas. Qual é o número total de árvores que ele plantou?”

“Um agricultor plantou macieiras, ou seja, árvores que tem como fruto a maçã. Ele organizou o plantio das árvores em três (3) linhas e oito (8) colunas. Qual é o número total de árvores que ele plantou?”

“O agricultor plantou macieiras, ou seja, árvores que tem como fruto a maçã. Ele organizou o plantio das árvores em oito (8) linhas e três (3) colunas. Qual é o número total de árvores que ele plantou?”

“O agricultor plantou macieiras, ou seja, árvores que tem como fruto a maçã. Ele organizou o plantio das árvores em uma (1) linha e vinte e quatro (24) colunas. Qual é o número total de árvores que ele plantou?”

“O agricultor plantou macieiras, ou seja, árvores que tem como fruto a maçã. Ele organizou o plantio das árvores em vinte e quatro (24) linhas e uma (1) coluna. Qual é o número total de árvores que ele plantou?”

APÊNDICE D

APÊNDICE E

Aluno (s):
Série / Turma:
Professor (a): Data: / /

1. Qual é o número total de árvores que foram plantadas?

_____

2. Como você fez pra chegar nesse resultado?

3. De que outras formas poderíamos organizar essa mesma quantidade de árvores, de modo que em relação as linhas, devem ter a mesma quantidade de árvores e que em relação as colunas o número de árvores dispostas também deve ser igual?

Represente abaixo suas ideias e desenhe como seria a sua ideia:

4. Você consegue observar algo semelhante entre a representação acima e a feita com a colagem na cartolina? Qual?

5. Sem as representações e os desenhos, como você encontraria o resultado.

Explique com suas palavras e como souber:

QUESTÃO 3 – MULTIPLICAÇÃO

APÊNDICE F

Aluno (s):	
Série / Turma:	
Professor (a):	Data: / /

Heloise irá passear com seu pai no parque da cidade na tarde de sábado. Na sexta-feira ela decide organizar em seu armário as peças de roupa que gostaria de usar. As opções separadas por Heloise são as seguintes: uma minissaia, uma saia média e outra longa, além de blusas, uma do estilo cropped laranja com mangas curtas, uma azul de mangas curtas, uma rosa com mangas longas e uma preta sem mangas.

1. Com essas peças, quantas são as possibilidades de escolha para Heloise ir ao parque com uma saia e uma blusa?

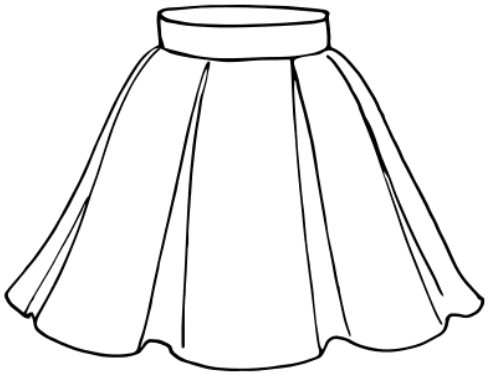
Resposta: _____

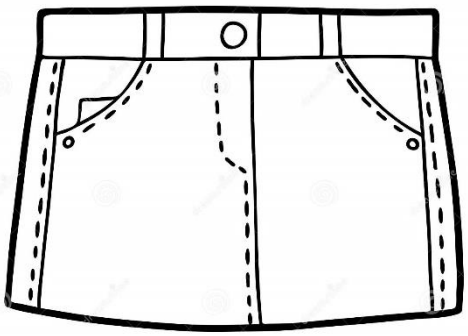
2. Representem abaixo por meio de desenhos, tabelas, como quiserem, como fariam para encontrar quais e quantas as possibilidades de escolha para Heloise.

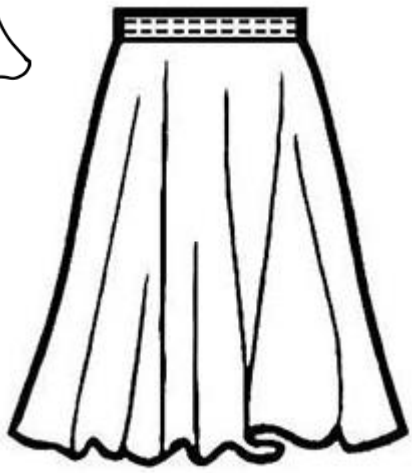
3. Sem as representações e os desenhos, como você encontraria o resultado.

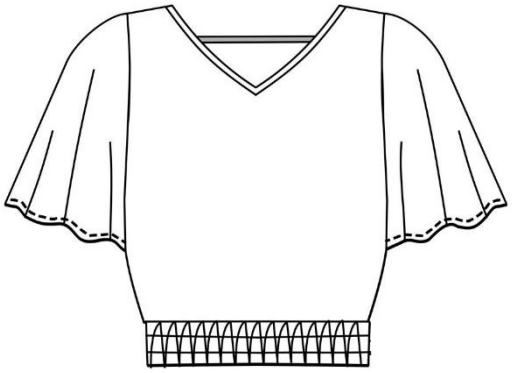
Explique com suas palavras, por cálculos ou como souber:

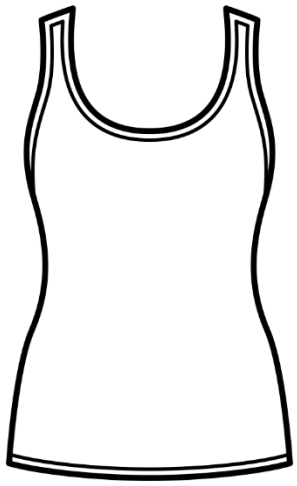
APÊNDICE G











QUESTÃO 4 – MULTIPLICAÇÃO

APÊNDICE H

APÊNDICE I

“Benjamin vai conhecer a fábrica de doces que seu pai trabalha e em cada estação ganhará sete (7) pirulitos. Na visita à fábrica, ele passou por duas (2) estações.”

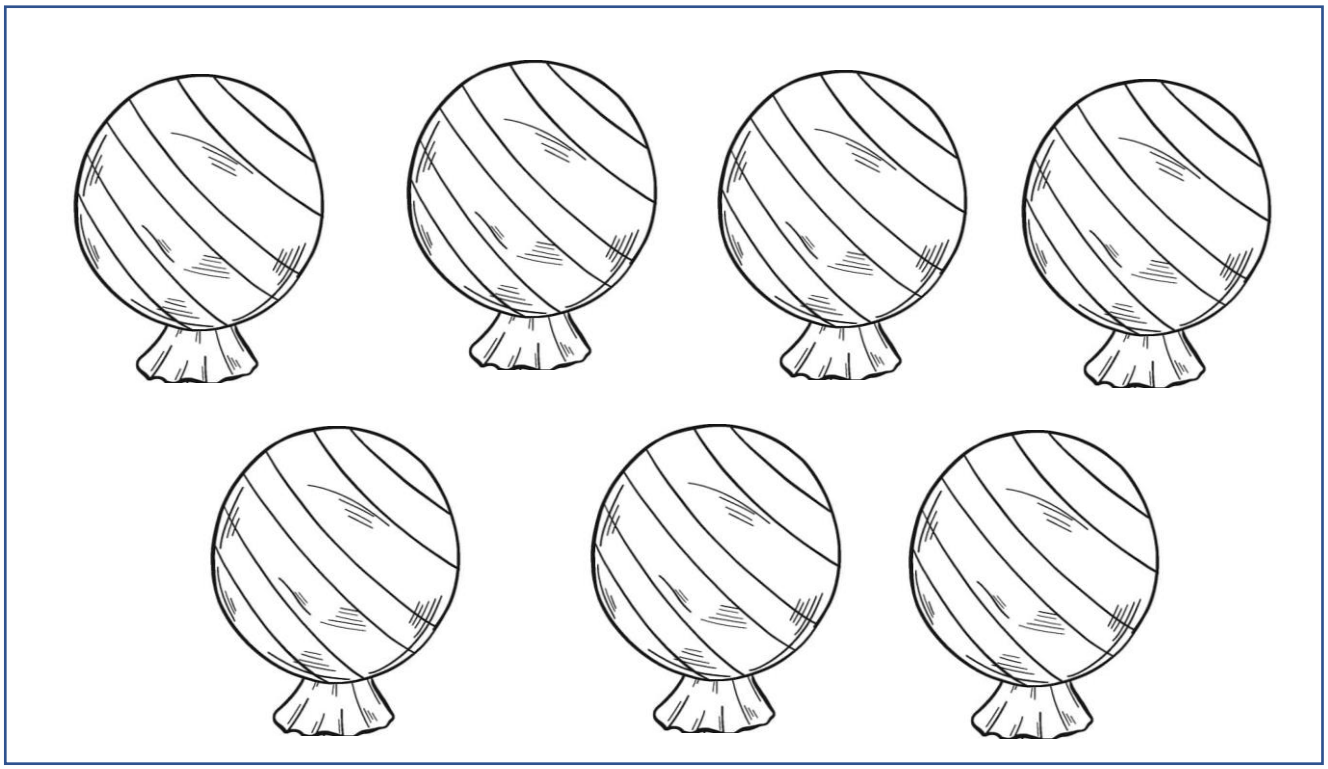
“Benjamin vai conhecer a fábrica de doces que seu pai trabalha e em cada estação ganhará sete (7) pirulitos. Na visita à fábrica, ele passou por três (3) estações.”

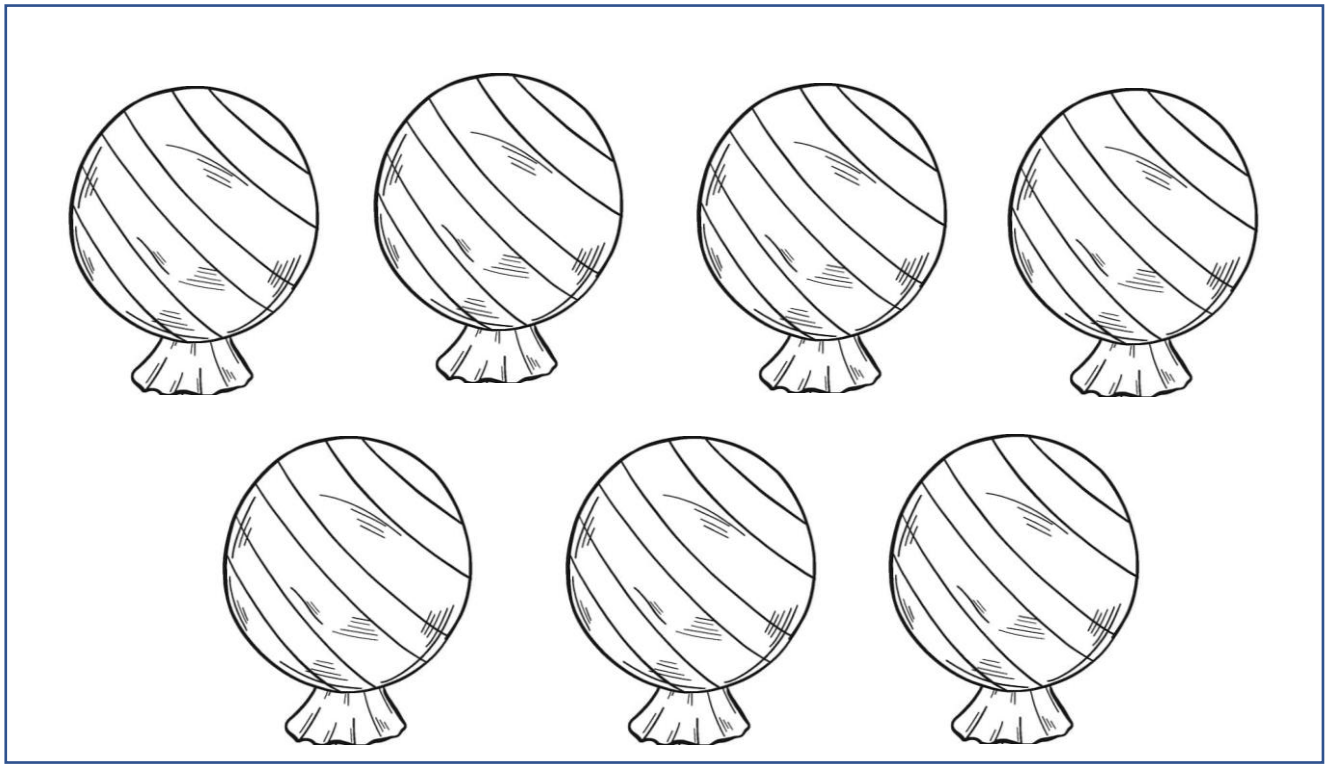
“Benjamin vai conhecer a fábrica de doces que seu pai trabalha e em cada estação ganhará sete (7) pirulitos. Na visita à fábrica, ele passou por quatro (4) estações.”

“Benjamin vai conhecer a fábrica de doces que seu pai trabalha e em cada estação ganhará sete (7) pirulitos. Na visita à fábrica, ele passou por cinco (5) estações.”

“Benjamin vai conhecer a fábrica de doces que seu pai trabalha e em cada estação ganhará sete (7) pirulitos. Na visita à fábrica, ele passou por seis (6) estações.”

APÊNDICE J





APÊNDICE K

Sem utilizar os desenhos, as representações feitas na fase anterior, como chegariam ao resultado final de quanto Benjamin recebeu de pirulitos ao todo?

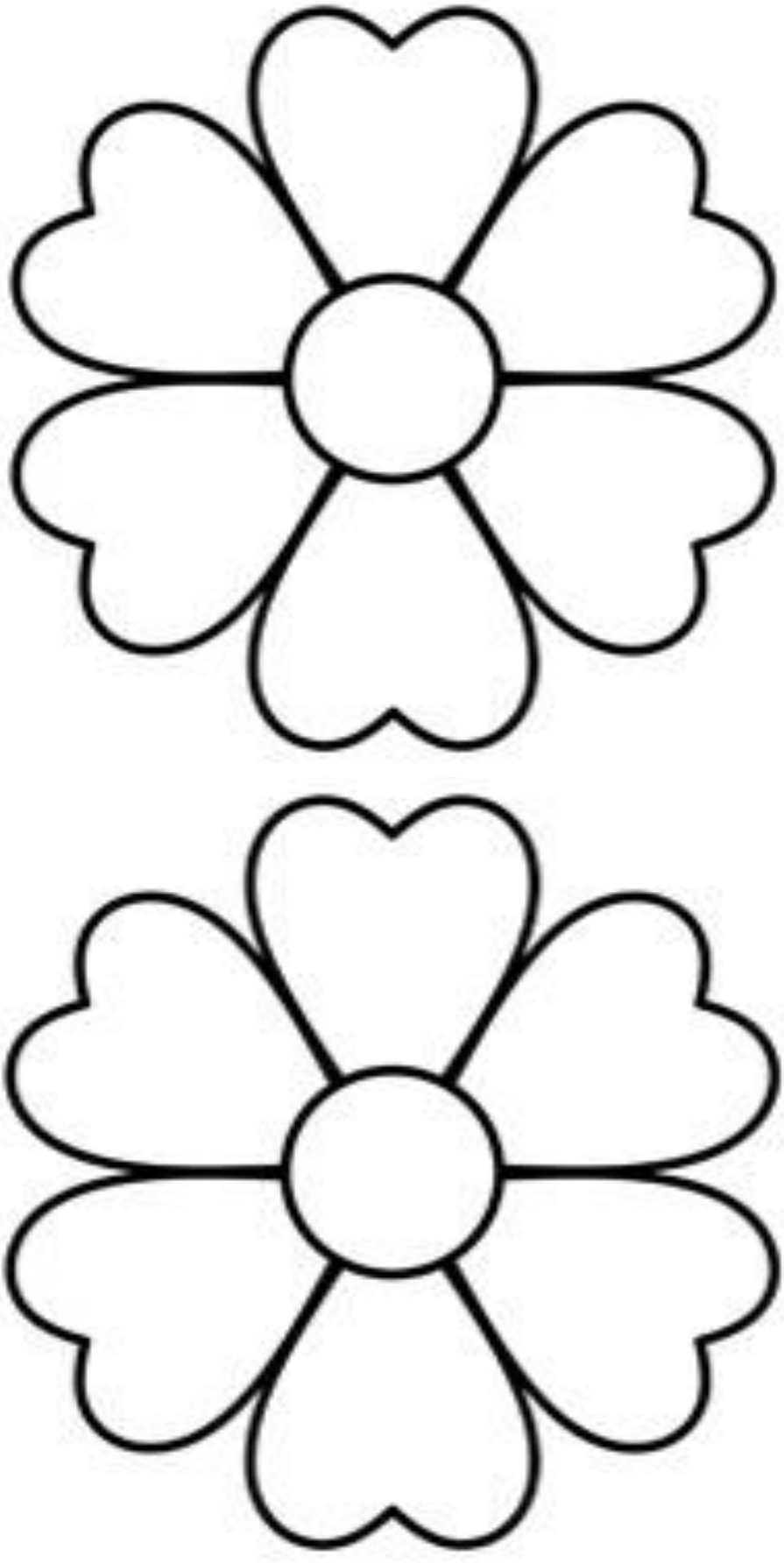
Explique com suas palavras.

Sem utilizar os desenhos, as representações feitas na fase anterior, como chegariam ao resultado final de quanto Benjamin recebeu de pirulitos ao todo?

Explique com suas palavras.

QUESTÃO 1 – DIVISÃO

APÊNDICE L



APÊNDICE M

Aluno:
Série / Turma:
Professor (a): Data: / /

Quantas flores temos em cada copo? _____

Qual a quantidade total de flores? _____

Agora, represente abaixo, por meio de desenhos, bolinhas, tracinhos:

quantidade total de flores	**quantidade de flor em cada copo**

"Maria tem uma floricultura e quer fazer jarros com a mesma quantidade de flores em cada um. Ela tem sete (7) jarros e trinta e cinco (35) rosas. Quantas rosas teria cada jarro?"

SEM UTILIZAR O DESENHO, COMO VOCÊ CHEGARIA AO RESULTADO? MOSTRE OU EXPLIQUE ABAIXO COM SUAS PALAVRAS:

QUESTÃO 2 – DIVISÃO

APÊNDICE N

Aluno (s):
Série / Turma:
Professor (a): Data: / /

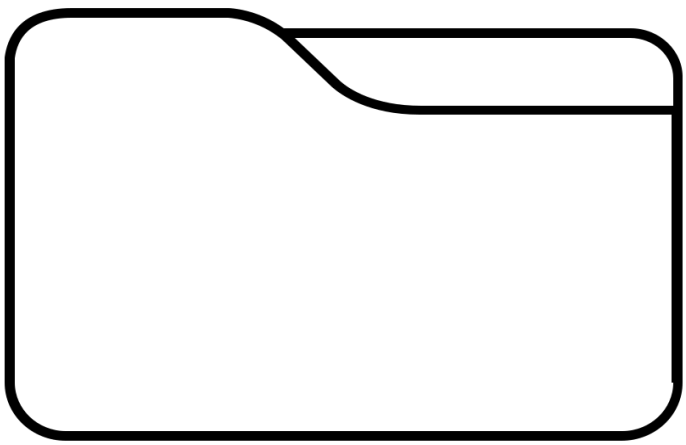
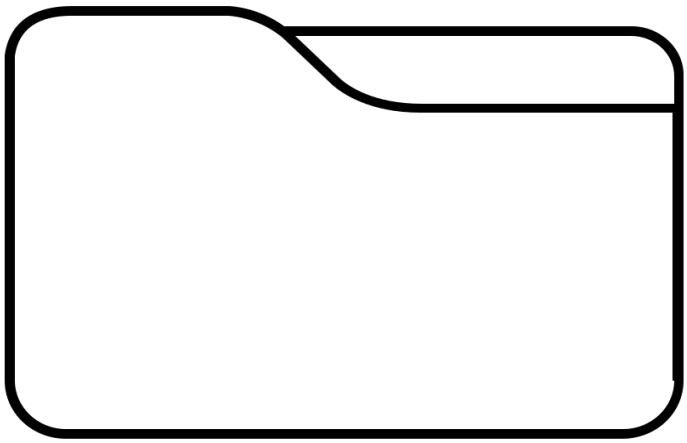
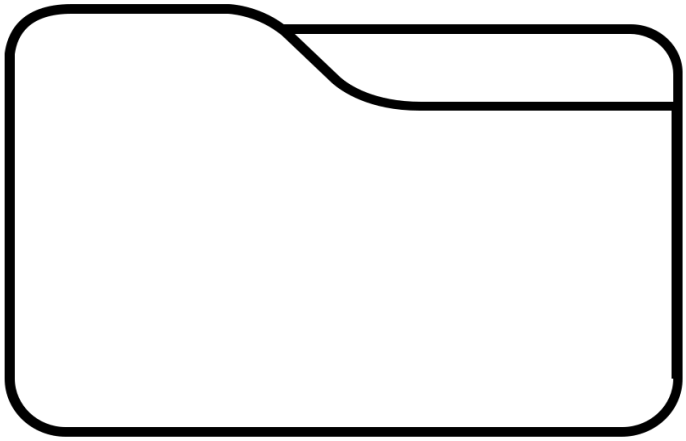
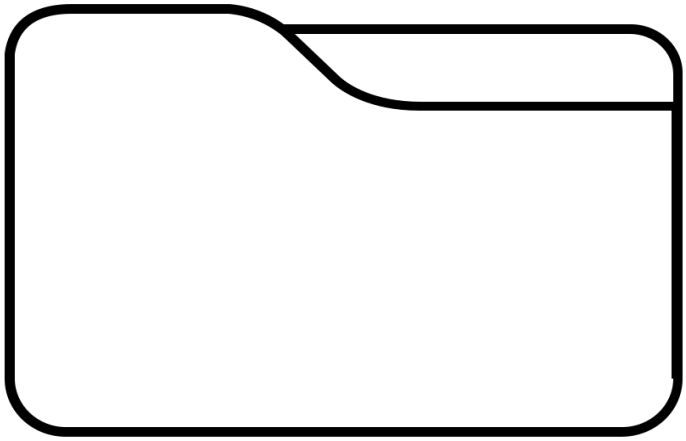
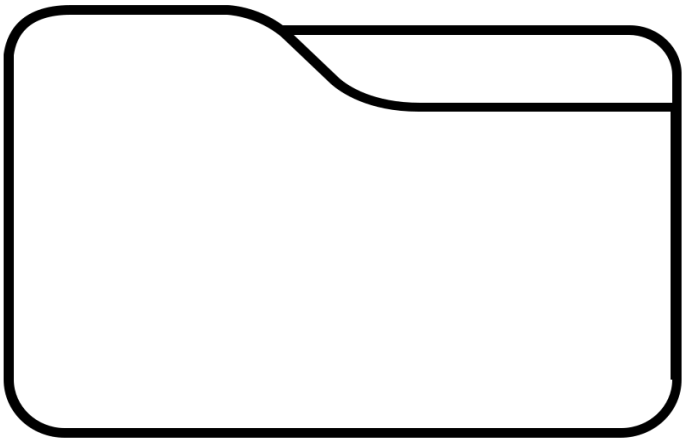
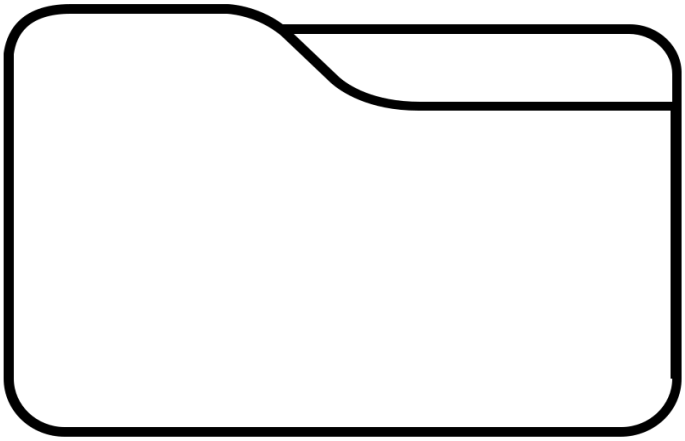
1. Flávia gosta muito de assistir a seriados de TV. Um dos seus seriados favoritos é composto por episódios que duram 2 horas. Ela está gravando os episódios desse seriado em pastas no computador, e cada pasta tem capacidade de 4 horas de gravação. Sabendo que ela quer gravar 128 episódios, quantas pastas serão necessárias?

2. Representem abaixo por meio de desenhos, tabelas, como quiserem, como fariam para chegar ao resultado.
(se houver mais de uma ideia de como representar, coloquem todas aqui.)

3. Sem utilizar os desenhos e as representações feitas na questão anterior como chegariam ao resultado final de quantas pastas serão necessárias para Flávia gravar os 128 episódios?

Explique com suas palavras ou com algum cálculo, e se houver mais de uma explicação, exponham todas.

APÊNDICE O

QUESTÃO 1 – MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO

APÊNDICE P

Aluno (s):
Série / Turma:
Professor (a): Data: / /

1. Na escola que Tiago ensina tem um auditório. Neste auditório há quatro (4) fileiras com sete (7) cadeiras longarina, ou seja, cadeiras com três (3) lugares cada uma. Tiago quer levar algumas turmas para uma palestra, mas ainda não sabe quantos alunos pode levar. Sabendo disso, qual é o máximo de alunos que o professor Tiago pode levar ao auditório, de maneira que todos fiquem sentados?

2. Representem abaixo por meio de desenhos, tabelas, como quiserem, como fariam para chegar ao resultado.
(se houver mais de uma ideia de como representar, coloquem todas aqui.)

3. Sem utilizar os desenhos e as representações feitas na questão anterior como chegariam ao resultado final sobre o máximo de alunos que o professor Tiago pode levar ao auditório, de maneira que todos fiquem sentados?

Explique com suas palavras ou com algum cálculo, e se houver mais de uma explicação, coloquem todas.

4. Utilizando o resultado que encontrou, como faria para chegar que em 7 cadeiras longarinas em cada fileira?

APÊNDICE Q

Aluno (s):
Série / Turma:
Professor (a): Data: / /

1. Na escola que Tiago ensina tem um auditório. Neste auditório, o diretor informou a Tiago que a capacidade máxima de pessoas sentadas é de oitenta e quatro (84), sendo quatro (4) fileiras e cada cadeira da fila é longarina, ou seja, cadeiras com três (3) lugares cada uma. Tiago precisa saber a quantidade de cadeiras longarinas em cada fileira para fazer uma dinâmica. Assim, quantas cadeiras longarinas tem em cada fileira?

2. Representem abaixo por meio de desenhos, tabelas, como quiserem, como fariam para chegar ao resultado.
(se houver mais de uma ideia de como representar, coloquem todas aqui.)

3. Sem utilizar os desenhos e as representações feitas na questão anterior como chegariam ao resultado final sobre quantas cadeiras longarinas tem em cada fileira?

Explique com suas palavras ou com algum cálculo, e se houver mais de uma explicação, coloquem todas.

4. Utilizando o resultado que você encontrou para a situação, como faria para chegar ao total de 84 lugares?

APÊNDICE R