UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Izidorio Lima da Silva

Resolvendo problemas de Matemática com o Tangram: aspectos teóricos para a construção de um jogo voltado aos anos Finais do Ensino Fundamental

Rio Tinto – PB
2022

Izidorio Lima da Silva

Resolvendo problemas de Matemática com o Tangram: aspectos teóricos para a construção de um jogo voltado aos anos Finais do Ensino Fundamental

Trabalho Monográfico apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador(a): Profa. Dra. Cibelle de Fátima Castro de Assis

Rio Tinto – PB
2022

Catalogação na publicação Seção de Catalogação e Classificação

S586r Silva, Izidorio Lima da.
Resolvendo problemas de matemática com o Tangram: aspectos teóricos para a construção de um jogo voltado aos anos finais do ensino fundamental / Izidorio Lima da Silva. - Rio Tinto, 2022.
61 f. : il.

Orientação: Cibelle de Fátima Castro de Assis.
Monografia (Graduação) - UFPB/CCAE.

1. Tangram. 2. Jogo. 3. Resolução de problemas. I. Assis, Cibelle de Fátima Castro de. II. Título.

UFPB/CCAE CDU 373.3

Elaborado por Michelle de Kássia Fonseca Barbosa - CRB-738

Izidorio Lima da Silva

Resolvendo problemas de Matemática com o Tangram: aspectos teóricos para a construção de um jogo voltado aos anos Finais do Ensino Fundamental

Trabalho Monográfico apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador(a): Profa. Dra. Cibelle de Fátima Castro de Assis

Aprovado em: 15 /06/ 2022

BANCA EXAMINADORA

Cibelle Castro Assis

____

Profa. Dra. Cibelle de Fátima Castro de Assis – UFPB/DCX

____

Profa. Dra. Jussara Patrícia de Andrade Alves Paiva - UFPB/DCX

____

Prof. Me. Givaldo de Lima - UFPB/DCX

Aos meus pais, pelo incentivo, carinho e apoio irrestrito, propiciando vitória nesta minha caminhada.

AGRADECIMENTOS

À Deus, pois sem Ele nada teria sido possível e hoje não me sentiria imensamente feliz por ter concluído mais uma etapa em minha vida. Com muita força, fé, determinação, muito trabalho e dedicação durante anos. De estudante a vida acadêmica e hoje profissional. Grato por sempre sonhar e conseguir almejar todas as conquistas e vitórias na minha vida!

Aos meus pais, que sempre fizeram o possível para eu chegar onde estou hoje, não mediram esforços, sempre me incentivando a alcançar o meu propósito de estar concluindo esse ciclo.

Agradecer a minha irmã, Izadora Lima, essencial nos conselhos para a construção dos meus pensamentos, me ajudando a encerrar esse processo.

Ao meu falecido avô "In Memorian" de Pedro Izidorio de Lima, que sempre me incentivou na busca pelo conhecimento e me aconselhou até seus últimos dias de vida.

A minha orientadora Cibelle de Fátima Castro de Assis, que foi parte fundamental em minha vida. Me acompanhou no início da minha jornada acadêmica e agora no final. Seus ensinamentos e orientações me estimularam e incentivaram a seguir em frente e conquistando a tão desejada experiência profissional nessa trajetória.

Ao professor e médico Givaldo de Lima, que me acompanhou durante uma grande parte da minha jornada acadêmica, mostrando-me que devemos sempre ir atrás de nossos sonhos independente do que temos de enfrentar. Sua inspiração e amizade sincera foi fundamental para o meu progresso e experiência profissional buscando sempre meus objetivos.

Ao Professor e Advogado Everaldo Ribeiro, que sempre me motivou e orientou nas horas difíceis da graduação. Me acompanhou durante uma grande parte da minha vida e jornada acadêmica a todo momento esteve presente me apoiando. Sempre acreditando no meu esforço e determinação nessa profissão que decidi seguir como Professor de Matemática e a nova profissão na qual estou almejando a de Engenheiro Civil.

Aos colegas Professores Tiago Varelo e Antônio Francisco Júnior, que sempre me ajudaram quando precisei e pelas trocas de experiências na Universidade, pelo convívio, pelas alegrias e incertezas, por todos esses momentos vividos juntos e partilhados. Que apesar das nossas dificuldades conseguimos alcançar nosso maior objetivo.

RESUMO

Este Trabalho de Conclusão de Curso discute a temática do uso de jogos no ensino de Matemática. Tem como objetivo geral criar um jogo a partir do Tangram envolvendo a resolução de problemas matemáticos voltado para os anos finais do Ensino Fundamental. A motivação surgiu de uma experiência de criação do jogo Tangram das equações, na unidade curricular Laboratório do Ensino de Matemática I do Curso de Licenciatura em Matemática da UFPB. O novo jogo Resolvendo problemas com o Tangram, é portanto uma proposta inspirada na análise das potencialidades e limitações do primeiro jogo. Trata-se de uma pesquisa de abordagem qualitativa, exploratória quanto aos objetivos e uma pesquisa bibliográfica para a coleta de informações. Para tanto, nos apoiamos nos referenciais teóricos que discutem o uso de jogos no ensino de Matemática e a integração com a resolução de problemas, além da tipologia de problemas matemáticos. Esses referenciais deram suporte para a elaboração de elementos que poderiam compor o jogo. A pesquisa ocorreu seguindo as seguintes etapas: Levantamento de atividades propostas em livros didáticos do Ensino Fundamental que envolvam o Tangram; Identificação dos objetos de conhecimento e habilidades esperadas nas atividades propostas nos livros didáticos por ano escolar; Classificação das atividades propostas de acordo com os tipos de problemas; Criação do novo jogo (cartas e regras) a partir das atividades encontradas e das análises feitas nas etapas anteriores. Para tanto, usamos 6 livros sendo 1 livro do 6º ano, 1 livro do 7º ano, 2 livros do 8º ano e 2 livros do 9º ano. Obtivemos um total de 8 propostas de problemas. Essas propostas contemplaram 25 objetos do conhecimento e 27 habilidades associadas e esperadas segundo a BNCC. O jogo *Resolvendo Problemas com o Tangram* passou a ser composto por18 cartas-problema com questões sobre 9 objetos do conhecimento. Também foram escolhidas algumas habilidades associadas às cartas-problema, totalizando seis habilidades distintas, a saber: EF06MA16; EF07MA16; EF07MA21; EF06MA27; EF07MA29; EF07MA32, dando prioridade as habilidades do 7º Ano. Finalmente, sobre os tipos de problemas propostas nas cartas, contemplamos quase toda a tipologia, exceto o problema processo.

Palavras-chave: Tangram. Jogo. Resolução de problemas

ABSTRACT

This Course Conclusion Work discusses the theme of the use of games in the teaching of Mathematics. Its general objective is to develop a game from Tangram in order to solve fundamental mathematical problems for the final years of Fundamental Level. The motivation came from the game of creating the teaching of mathematics from the UFPB experience in the curricular unit Laboratory to teaching in Mathematics I. The new game called Solving problems with Tangram, therefore, is a proposal inspired by the analysis of the potential and playability of the first game. This is a qualitative, exploratory research in terms of objectives and a bibliographic research to collect information. To do so, we rely on theoretical frameworks that discuss the use of mathematics teaching games and integration with problem solving, in addition to the mathematics typology. These support references for the elaboration of elements that can compose the game. The research took place following the following steps: Survey of activities proposed in Elementary School textbooks that involve Tangram; Identification of objects of knowledge and skills for objects in the activities proposed in textbooks for the school year; Classification of the proposed activities according to the types of problems; Creation the new game (cards) and rules from the activities in the previous stages. For that, we used 6 books, 1 book from the 6th grade, 1 book from the 7th grade, 2 books from the 8th grade and 2 books from the 9th grade. We obtained a total of 8 proposals. These proposals include 25 objects of knowledge and 27 skills associated and provided according to the BNCC. The game Solving Problems with Tangram now consists of 18 problem cards with questions about 9 objects of knowledge. Some skills associated with the problem cards were also chosen, totaling six different skills, namely: EF06MA16; EF07MA16; EF07MA21; EF06MA27; EF07MA29; EF07, giving priority as a 7th skill. Finally, on the types of problems proposed in the letters, we contemplate almost all the typology, except for the problem of process.

Keywords: Tangram. Game. Problem solving

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

1.1 Apresentação do Tema

A utilização de jogos como material didático no ensino da Matemática tem sido uma prática recorrente. Um bom professor utiliza diversos métodos de ensino, não se caracteriza apenas pela habilidade de expor com clareza o tema em estudo, mas também fazendo uso de materiais concretos para melhorar a aprendizagem dos alunos. O uso de materiais concretos é fator relevante na educação Matemática. Ensino este, que podemos desenvolver várias abordagens trazendo potencialidades e limitações com o uso de jogos dentro de sala de aula atribuindo um novo método de ensino e aprendizagem diversificando a didática exposta pelo professor na prática de ensino dos estudantes.

O uso de jogos tem um papel de destaque nas pesquisas da área de Educação Matemática. Aplicados ao ensino de Matemática, os jogos podem ser abordados de formas diferenciadas diversificando a prática do professor e as situações de aprendizagem dos alunos.

Esse TCC trata de uma pesquisa sobre um dos recursos de ensino utilizados por professores, o jogo Tangram. O jogo pode ser explorado durante as aulas de Matemática com objetivos diversos, de avaliação, de introdução de um conteúdo, de revisão, por exemplo. Entendemos como positivo o engajamento dos alunos com o jogo ao mesmo tempo que resolvem problemas matemáticos

1.2 Problemática e justificativa

O interesse por esse tema se deu por vários motivos. Ao cursar a disciplina de Laboratório do Ensino da Matemática I do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba – UFPB/Campus IV, discutimos a criação de um material que fosse de interesse dos alunos numa perspectiva de ensino inovadora e algo que não fosse descartado por mau uso. Daí deu-se a criação do jogo “Tangram da Equação” (Apêndice A). Uma produção de minha autoria onde poderia ser usado antes, durante e depois das aulas de Matemática com conteúdos sobre equações algébricas na resolução de problemas.

Nessa produção inicial foram observadas algumas potencialidades e limitações para o mesmo. O “Tangram da Equação” foi elaborado com o intuito inicial de trabalhar equações descritas nas cartas de um baralho que continham problemas. Esse jogo foi planejado para os anos finais do

Ensino Fundamental. Foi experimentando em sala de aula em turmas do Ensino Fundamental durante oficinas pedagógicas no colégio onde trabalho, tendo como objetivo analisar o comportamento e qual reação dos alunos com o jogo durante a aula. Nos questionamos sobre qual a importância do jogo naquele momento de interação e quais as principais dificuldades foram encontradas pelos alunos durante a realização da atividade utilizando o jogo. Também observamos se houve interesse e comprometimento de todos durante a atividade.

A princípio observamos que o jogo foi visto como uma forma de entretenimento e descontração. Os próprios alunos tinham mais interesse nas formas e figuras geométricas de composição do Tangram do que nas equações. Foi percebido que as equações foram descartadas pelos alunos pois não havia interesse na resolução dos problemas envolvendo equações. O foco principal deles eram conhecer os polígonos e de que forma poderia ser usado em relação as suas medidas e as diferentes formas obtidas com o Tangram. Por isso decidi reformular o jogo com uma nova proposta utilizando o Tangram como instrumento para aprendizagem de conteúdos matemáticos.

Se no primeiro momento não havia falhas, no decorrer do tempo pôde-se observar limitações. O foco estava apenas na resolução de equações e não nas potencialidades do Tangram e da Matemática que ele permite explorar. Também não havia sido contemplado no jogo as habilidades e objetos de conhecimento na BNCC. Assim, delineamos como questão desta pesquisa: **Como o Tangram pode ser utilizado em sala de aula explorando a resolução de problemas voltados para os anos finais do Ensino Fundamental?**

Esse processo de construção de um jogo (cartas e regras) com o Tangram será feito a partir da identificação de elementos teóricos presentes na BNCC e de problemas extraídos de livros didáticos.

Essa discussão permite a reflexão sobre o que pode ser levado em consideração na hora de elaborar ou escolher um jogo e discutir a função do jogo no ensino e na aprendizagem da Matemática. Permite ao professor utilizar esse novo jogo como recurso para identificar dificuldades e conhecimentos dos alunos em relação a diversos objetos do conhecimento de diferentes unidades temáticas como em Geometria, Grandezas e Medidas. O novo jogo foi construído a partir de atividades de livros didáticos que consideram o Tangram e possibilita ao aluno a resolução de uma variedade de problemas num contexto lúdico e educacional.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo Geral

Criar uma proposta de jogo (cartas e regras) a partir do Tangram envolvendo a resolução de problemas matemáticos voltado para os anos finais do Ensino Fundamental.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Levantar problemas em livros didáticos do Ensino Fundamental que envolvam o Tangram;
- Identificar objetos de conhecimento e habilidades esperadas nos problemas dos livros didáticos por ano escolar;
- Classificar os problemas para o novo jogo organizando as regras e as cartas a partir das análises feitas nas etapas anteriores.

1.4 Considerações Metodológicas

Nesta seção serão descritos os procedimentos metodológicos da presente pesquisa segundo a abordagem, os objetivos e os métodos empregados para coleta de dados. Quanto a abordagem, essa pesquisa classifica-se como qualitativa. Para Gil (2008, p. 177) "[...]na pesquisa qualitativa importante papel é conferido à interpretação."

> [...] Os procedimentos não são científicos nem mecanicistas. Para análise requer-se um plano. Mas isso não significa que se deva aderir mecanicamente ao processo. Embora requeiram conhecimentos metodológicos, não existem regras rígidas de análise. (GIL, 2008, p. 177)

Quanto aos objetivos, esta pesquisa é do tipo exploratória. Segundo Gil (2002, p. 41) "[...] embora o planejamento da pesquisa exploratória seja bastante flexível, na maioria dos casos assume a forma de pesquisa bibliográfica ou de estudo de caso". De acordo com Gil (2002, p. 41)

> [...] Estas pesquisas têm como objetivo proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a constituir hipóteses. Pode-se dizer que estas pesquisas têm como objetivo principal o aprimoramento de ideias ou a descoberta de intuições. Seu planejamento é, portanto, bastante flexível, de modo que possibilite a consideração dos mais variados aspectos relativos ao fato estudado. (GIL, 2002, p. 41)

Segundo Gil (2002, p. 44) "[...] a pesquisa bibliográfica é desenvolvida com base em material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos." Pois, através destes é possível criar e produzir materiais para o meio acadêmico intervindo dentro e fora de sala de aula com base no contexto apresentado. Ainda de acordo com Gil (2002):

> [...] Embora em quase todos os estudos seja exigido algum tipo de trabalho dessa natureza, há pesquisas desenvolvidas exclusivamente a partir de fontes bibliográficas. Boa parte dos estudos exploratórios pode ser definida como pesquisas bibliográficas. As pesquisas sobre ideologias, bem como aquelas que se propõem à análise das diversas posições acerca de um problema, também costumam ser desenvolvidas quase exclusivamente mediante fontes bibliográficas. (GIL, 2002, p. 44)

Como Gil aborda os diversos tipos de pesquisas, ele ressalta que este tipo de pesquisa tem como característica a busca pelos dados para análise de uma pesquisa acadêmica. Todo trabalho científico inicia - se com uma pesquisa bibliográfica. Pois, ela vai se fundamentar na pesquisa de material que já foi publicado por outros autores. Por isso a pesquisa bibliográfica vai se fundamentar em livros, revistas, publicação de artigo científico, monografias, teses, dissertações, etc... A partir dela podemos ter acesso a quase tudo daquela área que estamos pesquisando. É através dela que tomamos embasamento teórico. Portanto, o pesquisador diante de sua pesquisa é preciso uma observação direta e detalhada não só do material de pesquisa, mas, principalmente dos instrumentos de pesquisa buscando compreender os fatos ocorridos durante a pesquisa.

Para a realização desta pesquisa seguiremos algumas etapas:

Etapa 1- Levantamento de atividades propostas em livros didáticos do Ensino Fundamental que envolvam o Tangram para a construção das cartas do jogo;

Etapa 2 - Identificação dos objetos de conhecimento e habilidades esperadas nas atividades propostas nos livros didáticos por ano escolar

Etapa 3 - Classificação das atividades propostas de acordo com os tipos de problemas;

Etapa 4 - Criação do novo jogo (cartas e regras) a partir das atividades encontradas e das análises feitas nas etapas anteriores.

2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS PARA A CRIAÇÃO DO JOGO COM O TANGRAM

Este capítulo está organizado em 4 seções: *Compreendendo o que é um jogo* (seção 1); *A utilização de jogos em aulas de Matemática (seção 2)*; *A resolução de problemas associado ao uso de jogos (seção 3); O jogo Tangram: possibilidades para o ensino de Matemática (seção 4)*. Na seção 1, apresentamos o conceito de jogo adotado na nossa pesquisa como recurso para apoiar o processo de ensino e aprendizagem em Matemática. Na seção 2, trazemos algumas vantagens e desvantagens da utilização e critérios para a escolha e aplicação de um jogo. Na seção 3 trazemos a perspectiva da resolução de problemas integrada ao uso de jogos. Na seção 4 tratamos especificamente do Tangram destacando os objetos do conhecimento da BNCC associados a ele. Vale ressaltar que para a construção desse novo jogo tomamos o embasamento teórico deste capítulo, principalmente nos Cadernos do Mathema de Kátia Smole (2007), os tipos de problemas abordados por Luíz Roberto Dante (1991) e Regina Célia Grando (2000), com suas potencialidades e limitações e as habilidades esperadas da BNCC (BRASIL, 2018). Estes foram fundamentais e essenciais no apoio didático e no processo de construção deste trabalho.

2.1 Compreendendo o que é um jogo

Para darmos início a esta fundamentação é preciso uma definição do que é um jogo. Etimologicamente, segundo Grando (1995) a palavra jogo vem do latim *locu*, que significa gracejo, zombaria e que foi empregado no lugar de *ludu,* brinquedo, jogo, divertimento, passatempo. Jogo é uma palavra de origem latina cujo seu significado em latim "*ludus*" significa diversão e brincadeiras. É atribuído como um recurso onde pode ser utilizado em qualquer ambiente causando motivação deixando sempre este ambiente agradável.

Segundo Baz (2001 apud Sulzbach, 2005), um jogo:

> [...] pode ser definido como o modelo teórico de conflito que ocorre entre jogadores com situações onde: há várias pessoas envolvidas; a solução coletiva depende da decisão individual dessas pessoas envolvidas; há uma relação de dependência entre tais pessoas envolvidas (ou melhor, existe um conhecimento em comum); há a avaliação de todos os fatores no processo decisório (BAZ, 2001 *apud* SULZBACH, 2005, p. 16).

Então, ao tomarmos embasamento nesses autores as definições acima sobre jogo afirmam que existem diversos significados sobre ele. Vai do entendimento e opinião de cada um ao descrever sobre os mais diversos tipos de significados atribuídos ao jogo.

Segundo Piaget (1976, p. 89), "[...]a atividade lúdica é o berço obrigatório das atividades intelectuais da criança. Elas não são apenas uma forma de desafogo ou algum entretenimento para gastar energia das crianças, mas meios que contribuem e enriquecem o desenvolvimento intelectual." Ainda de acordo com Piaget (1976):

> [...] O jogo é, portanto, sob as suas formas essenciais de exercício sensório-motor e de simbolismo, uma assimilação do real à atividade própria, fornecendo a esta seu alimento necessário e transformando o real em função das necessidades múltiplas do eu. Por isso, os métodos ativos de educação das crianças exigem que se forneça às crianças um material conveniente, a fim de que, jogando elas cheguem a assimilar as realidades intelectuais que, sem isso, permanecem exteriores à inteligência infantil. (PIAGET, 1976, p. 89)

O jogo, além de ser um grande facilitador de ideias também pode ser visto como uma atividade própria, pois com ele é possível trabalhar diversos tipos de atividades por se tratar de uma atividade lúdica. Ou seja, ele estimula a criança e o adolescente não só como uma forma de distração também cria entretenimento causando um relaxamento de certa forma proporcionando desafios desenvolvendo o pensar matemático. O jogo tem a função de desempenhar e impulsionar o processo de ensino aprendizagem do aluno.

2.2 A utilização do jogo nas aulas de Matemática

Existe uma diversidade e um leque de possibilidades enorme de jogos matemáticos. Existem diversos tipos de jogos, principalmente jogos lúdicos que podem ser utilizados em sala de aula para ensinamentos dos conteúdos e conhecimento dos alunos. Temos vários exemplos de jogos, dentre eles podemos destacar: jogos de mesa; jogos de cartas; dominós; quebra-cabeças; jogos de tabuleiros como jogo de xadrez e damas; Sudoku, jogos com o próprio Tangram entre outros. Segundo Smole (2007, p. 22), "[...]A possibilidade de utilizar os jogos relaciona-se com a aprendizagem, com a própria construção do conhecimento matemático e, portanto, com a resolução de problemas".

Nos cadernos do Mathema "Jogos de Matemática", do Ensino Fundamental ao Ensino Médio, são apresentados diversos tipos de jogos. Dentre eles podemos destacar aqueles que tratam de geometria, assim como nessa pesquisa. Ela apresenta os seguintes tipos de jogos (SMOLE, 2007, p. 129): Hex para o 1º, 2º e 3º Ano Ensino Fundamental; para o 4º e 5º Ano do Ensino Fundamental: Bingo de Formas, Simétrico e Cartas de Propriedades; Jogo dos Poliedros para o 2º Ano Ensino Médio.

Todos esses jogos têm relação com a Matemática, basta pensar e criar ideias que desenvolvam o pensamento matemático. Segundo Smole (2008):

> [...] Trabalhar com jogos envolve o planejamento de uma sequência didática. Exige uma série de intervenções do professor para que, mais que jogar, mais que brincar, haja aprendizagem. Há que se pensar como e quando o jogo será proposto e quais possíveis explorações ele permitirá para que os alunos aprendam. (SMOLE, 2008, p. 19).

Os alunos sentem-se motivados no momento do jogo por se tratar de uma atividade que eles buscam concluí-la até conseguir ser o melhor no jogo. É claro que devemos destacar que nem todos os alunos tem essa atitude esperada. Mesmo assim, mantém o objetivo na atividade criando uma competição com os próprios colegas. Segundo Smole (2008, p. 22), “[...]Após planejar a apresentação do jogo aos alunos, um outro aspecto importante é pensar no tempo de jogo, o que envolve diversas variáveis, entre as quais destacamos tempo de aprendizagem e tempo de aula”.

Com a utilização de jogos sempre é mais fácil criar possibilidades para o aluno. Ele por si próprio esboça interesse buscando entender qual a finalidade e respostas que podem ser obtidas com aquele jogo. Lembrando que o aluno pode ter realmente interesse em utilizar o jogo durante sua aplicação e também pode ocorrer de não conseguir entender a dinâmica do jogo e não atender o objetivo matemático do jogo. É importante levantar atividades propostas em livros didáticos principalmente nas séries em que os professores atuam, através delas será possível iniciar os conteúdos com mais clareza e identificar quais dificuldades no momento da atividade. Também podemos destacar o que pode ser feito para melhorar a aprendizagem dos alunos, observando quais limitações e potencialidades para aquele jogo com a resolução de problemas.

Antes de aplicar um jogo em sala de aula devem ser estabelecidos alguns critérios para a escolha. Podemos nos perguntar, por exemplo: Quais as potencialidades que este jogo pode oferecer durante as aulas de Matemática? O jogo irá proporcionar ao aluno fazer a atividade ou será utilizado apenas como forma de descontração?

Devemos levar em consideração que durante anos as escolas foram adeptas do ensino tradicional onde o professor escreve no quadro e tudo aquilo que é exposto serve como meio para a aquisição de conhecimento pelos alunos. Nos dias atuais, a proposta de ensino considera que o professor pode fazer com que o aluno entenda tais conteúdos com utilização de outros materiais, como por exemplo, com o uso de jogos. Dependendo do conteúdo aplicado mesmo que não seja um conteúdo novo, ele pode mostrar e relacionar os jogos com o dia a dia, de modo que possa utilizar o conhecimento. Segundo Grando (2000, p. 20):

> [...] Muitas vezes os educadores tentam utilizar jogos em sala de aula sem, no entanto, entender como dar encaminhamento ao trabalho, depois do jogo em si. Também, nem sempre dispõem de subsídios que os auxiliem a explorar as possibilidades dos jogos e avaliar os efeitos dos mesmos em relação ao processo

ensino-aprendizagem da Matemática. (GRANDO, 2000, p.20).

Não é só você mostrar o conteúdo e aplicar o jogo. Existe toda uma preparação, determinar se realmente proporcionará uma aprendizagem significativa durante a realização da atividade, quais etapas devem ser submetidas para ele durante a aula. Além disso, quais estratégias de ensino o professor deve utilizar para que os alunos compreendam a explicação e depois na prática como eles se comportam. São esses pontos que devem ser pensados, antes, durante e depois de cada Aula. O professor não pode subestimar o aluno e acreditar que ele só observando está entendendo, tem que prosseguir com clareza incentivando sua capacidade de investigação com o jogo para que assim ele consiga entender e acompanhar de forma mais objetiva e clara.

Novos métodos de ensino são relevantes para o ensino e aprendizagem do aluno, principalmente quando se trata de novos conteúdos. É sempre bom quando iniciamos as aulas principalmente de um conteúdo novo, a partir da leitura do capítulo do livro, e a partir dele que o conteúdo deve ser explanado. É através dessa breve leitura que o professor pode propor uma dinâmica como forma de interação para conhecimento e apresentação do jogo na resolução de problemas, já que será necessário participação de todos da sala. Depois da dinâmica o professor deve fazer a entrega dos materiais necessários e tudo o que será utilizado naquela aula. Em seguida, o professor faz uma breve apresentação do conteúdo e materiais a serem utilizados explanando o conteúdo como deve ser realizada a atividade no momento do jogo, em seguida os alunos jogam com o jogo inúmeras rodadas e a partir desses momentos do jogo o professor consegue analisar quais os objetos de conhecimento ele quer trabalhar na realização da quela atividade a partir da resolução de problemas e explica para que serve o jogo naquele conteúdo. Separa a turma em grupos e distribui o material de apoio juntamente com as explicações e regras do jogo. Deve ser dado um tempo para conclusão da atividade, nesse momento o professor realiza anotações enquanto os alunos tentam resolver. No momento da atividade irão surgir dúvidas e a partir delas será possível fazer um diagnóstico e um mapeamento de estudo realizado. Se possível, antes do término da aula o professor pede que respondam um breve questionário para coleta de dados, neste será averiguado os resultados e discussões sobre a utilidade do jogo naquela aula com aquele conteúdo. Feito isso, é notável que todos irão tentar até que se obtenha o resultado final ou consiga realizar pelo menos parte dela. Se não deve tornar na aula seguinte essa análise.

O uso de jogos em sala de aula é um fator relevante para o aprendizado dos alunos. Além de ser visto como uma atividade lúdica ele por si próprio estimula o aluno a desafiar e compreender até onde ele é capaz de finalizar aquela atividade. Por outro lado, de acordo com Grando (2000), existem limitações quanto ao uso de jogos. Vejamos algumas vantagens e desvantagens do uso de jogos no quadro a seguir.

Quadro 1 – Vantagens e desvantagens do uso de jogos no ensino de Matemática

Vantagens do uso de jogos no ensino de Matemática	**Desvantagens do uso de jogos no ensino de Matemática**
- Fixação de conceitos já aprendidos de uma forma motivadora para o aluno; - Introdução e desenvolvimento de conceitos de difícil compreensão; - Desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas (desafio dosjogos); - Aprender a tomar decisões e saber avaliá-las; - Significação para conceitosaparentemente incompreensíveis; - Propicia o relacionamento das diferentes disciplinas (interdisciplinaridade); - O jogo requer a participação ativa do aluno na construção do seu próprio conhecimento; - O jogo favorece a socialização entre os alunos e a conscientização do trabalho emequipe; - A utilização dos jogos é um fator de motivação para os alunos; - Dentre outras coisas, o jogo favorece o desenvolvimento da criatividade, de senso crítico, da participação, da competição"sadia", da observação, das várias formas de uso da linguagem e do resgate do prazer em aprender; - As atividades com jogos podem ser utilizadas para reforçar ou recuperar habilidades de que os alunos necessitem. Útil no trabalho com alunos de diferentes níveis; - As atividades com jogos permitem ao professor identificar, diagnosticar alguns erros de aprendizagem, as atitudes e as dificuldades dos alunos	- Quando os jogos são mal utilizados, existe o perigo de dar ao jogo um caráter puramente aleatório, tornando-se um "apêndice" em sala de aula. Os alunos jogam e se sentem motivados apenas pelo jogo, sem saber porquejogam; - O tempo gasto com as atividades de jogo em sala de aula é maior e, se o professor não estiver preparado, pode existir um sacrifício de outros conteúdos pela falta de tempo; - As falsas concepções de que se devem ensinar todos os conceitos através de jogos. Então as aulas, em geral, transformam-se em verdadeiros cassinos, também sem sentido algum para o aluno; - A perda da "ludicidade" do jogo pela interferência constante do professor, destruindo a essência do jogo; - A coerção do professor, exigindo que o aluno jogue, mesmo que ele não queira, destruindo a voluntariedade pertenceteà natureza do jogo; - A dificuldade de acesso e disponibilidade de material sobre o uso de jogos no ensino,que possam vir a subsidiar o trabalho docente.

Fonte: Grando (2000, p.35)

Dessa forma, podemos destacar que a aplicação de jogos no ensino da Matemática mesmo havendo vantagens e desvantagens pode contribuir e pôr em prática o que foi aprendido através dos jogos. A metodologia utilizada pelo professor influencia para o desenvolvimento e prática do aluno fazendo com que ele busque o objetivo da atividade e execução dos jogos durante e depois das aulas.

Os referenciais curriculares Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1998) e a Base Nacional Comum Curricular - BNCC BRASIL, 2018) do sistema brasileiro de educação trazem algumas considerações sobre o uso de jogos nas aulas de Matemática:

Os PCN (1998, p. 47) destacam que "[...]a participação em jogos de grupo também representa uma conquista cognitiva, emocional, moral e social para o estudante e um estímulo para o desenvolvimento de sua competência Matemática". De acordo com os Parâmetros Curriculares

Nacionais - PCN:

> [...] Um aspecto relevante nos jogos é o desafio genuíno que eles provocam no aluno, que gera interesse e prazer. Por isso, é importante que os jogos façam parte da cultura escolar, cabendo ao professor analisar e avaliar a potencialidade educativa dos diferentes jogos e o aspecto curricular que se deseja desenvolver (BRASIL, 1998, p. 36).

Os PCN destacam que a prática com jogos gera um desafio genuíno e provoca interesse ao realizar determinada atividade. Por isso o uso de jogos nas aulas de Matemática é recomendável. Mas faz-se necessário analisar e avaliar as potencialidades que o jogo oferece.

Na Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018), também temos alusão ao uso dos jogos nas aulas de Matemática:

> [...] A Matemática está intrinsecamente relacionada à compreensão, ou seja, à apreensão de significados dos objetos matemáticos, sem deixar de lado suas aplicações. Os significados desses objetos resultam das conexões que os alunos estabelecem entre eles e os demais componentes, entre eles e seu cotidiano e entre os diferentes temas matemáticos. Desse modo, recursos didáticos como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, livros, vídeos, calculadoras, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica têm um papel essencial para a compreensão e utilização das noções matemáticas. Entretanto, esses materiais precisam estar integrados a situações que levem à reflexão e à sistematização, para que se inicie um processo de formalização (BRASIL, 2018, p. 276).

Sendo assim, podemos destacar em qualquer atividade ao ser realizada com objetos matemáticos, o resultado desses objetos estabelece uma relação entre eles atribuídos a qualquer tema matemático. Dessa forma os recursos didáticos principalmente com jogos são essenciais na compreensão dos conhecimentos matemáticos. No entanto estes materiais devem estar interligados a situações que levem o aluno buscar o pensamento matemático, a reflexão e à sistematização com os mais diversos objetos de conhecimento, chegando à etapa da formalização pelo professor.

2.3 A resolução de problemas associado ao uso de jogos

A resolução de problemas é vista como uma proposta a ser desenvolvida juntamente com a utilização de jogos. Na resolução de problemas é possível criar situações-problemas onde o professor pode trabalhar inúmeras formas e maneiras de resolver as questões. Sendo assim, o aluno cria uma expectativa buscando atingir o objetivo da atividade com ou sem solução. Uma das características a serem consideradas na utilização de problemas com jogos é criar sempre uma situação na qual haja algum tipo de problematização. Uma segunda característica é enfrentar e tentar resolver tais situações-problemas criando desafios para o aluno, fazendo ele pensar nas mais diversas formas de solução e fazer com que ele busque outras maneiras de se obter resposta, procurar meios de resolução até que se obtenha uma resposta final. Uma terceira característica é a mais importante de todas, é nela que se obtêm a resposta final, dependendo da situação pode conter várias soluções ou até mesmo um único resultado a partir de uma justificativa do próprio aluno ou pelo o que ele pôde ter interpretado. Segundo Smole (2007, p. 13), "[...] junto com os alunos, seja possível criar um ambiente de produção ou de reprodução do saber e, nesse sentido, acreditamos que os jogos atendem a essas necessidades". Ainda de acordo com Smole (2007, p. 14)

> [...] Nossa proposta de utilização de jogos está baseada em uma perspectiva de resolução de problemas, o que, em nossa concepção, permite uma forma de organizar o ensino envolvendo mais que aspectos puramente metodológicos, pois inclui toda uma postura frente ao que é ensinar e, consequentemente, ao que significa aprender. (SMOLE, 2007, p. 14).

A resolução de problemas associado ao uso de jogos, nos permite ampliar o ensino e aprendizagem do aluno, fazendo com que o estudante ache em meio às atividades abordadas no ambiente escolar o aproveitamento de conteúdos e o conhecimento através das atividades feitas com o uso de jogos na resolução de problemas. Assim, exigindo do aluno uma relação de conhecimentos e associação de ideias na prática de ensino.

Nesta discussão sobre o uso dos jogos e resolução de problemas, podem ser considerados os diversos tipos de problemas matemáticos. Um autor que podemos destacar é Dante (1991). Ele apresenta os seguintes tipos de problemas (DANTE, 1991, p. 24): exercícios de reconhecimento; exercícios de algoritmos: problemas-padrão; problemas-padrão simples; problemas-padrão composto; problemas-processo ou heurísticos; problemas de aplicação; problemas de quebra-cabeça. A seguir, descrevemos os tipos conforme apresentado por Dante (1991):

- Exercícios de reconhecimento - seu objetivo é fazer com que o aluno reconheça, identifique ou lembre um conceito, um fato específico, uma definição, uma propriedade, etc. (DANTE, 1991, p. 24)
- Exercícios de algoritmos - são aqueles que podem ser resolvidos passo a passo. Geralmente no nível elementar, são exercícios que pedem a execução dos algoritmos da adição, subtração, multiplicação e divisão de números naturais. Seu objetivo é treinar a habilidade em executar um algoritmo e reforçar conhecimentos anteriores. (DANTE, 1991, p. 24)
- Problemas-padrão - são problemas que em sua resolução envolve a aplicação direta de um ou mais algoritmos anteriormente aprendidos e não exige nenhuma estratégia. (DANTE, 1991, p. 25)
    - Problemas-padrão simples - são problemas que podem ser resolvidos com uma única

operação. (DANTE, 1991, p. 25)

- Problemas-padrão composto - são problemas que podem ser resolvidos com duas ou mais operações. (DANTE, 1991, p. 25)

- Problemas-processo ou heurístico - são problemas cuja solução envolve operações que não estão explicitamente no enunciado. Em geral, não podem ser traduzidos diretamente para a linguagem Matemática, nem resolvido pela aplicação automática de algoritmos, pois exigem do aluno um tempo para pensar e arquitetar um plano de ação, uma estratégia que poderá levá-lo à solução. Por isso, tonam-se mais interessantes do que os problemas-padrão. (DANTE, 1991, p. 25)
- Problemas de aplicação - são aqueles que retratam situações reais do dia a dia e que exige o uso da Matemática para serem resolvidos. São também chamados de situação-problema contextualizada. (DANTE, 1991, p. 27)
- Problemas de quebra-cabeça - são problemas que envolvem e desafiam os alunos. Geralmente constituem a chamada Matemática recreativa, e sua solução depende, quase sempre, de um golpe de sorte ou da facilidade em perceber algum truque, alguma regularidade, que é a chave da solução. (DANTE, 1991, p. 28)

A partir dessa tipologia podemos realizar diversas atividades com diversos tipos de problemas relacionados com o Tangram. Como a proposta que trazemos é o novo jogo e suas principais potencialidades na resolução de problemas, podemos explorar conhecimentos da geometria, identificação e formação de figuras construtivas através do Tangram. A partir delas, problemas a serem resolvidos e articulados com o novo jogo servirão como acompanhamento da aprendizagem do aluno. Assim, os alunos utilizam esse novo modelo de jogo para a resolução dos exercícios podendo desenvolver habilidades que envolvem a aplicação direta ou problemas que podem ser resolvidos utilizando a geometria.

2.4 O jogo Tangram: possibilidades para o ensino de Matemática

O Tangram é um jogo muito antigo onde suas primeiras aparições se originaram na China há quatro mil anos atrás. Foi trazido para o ocidente em meados do século XIX e a partir dos anos 1800 já ficou conhecido na américa e nos demais países da Europa. O Tangram em chinês também tem sua tradução:

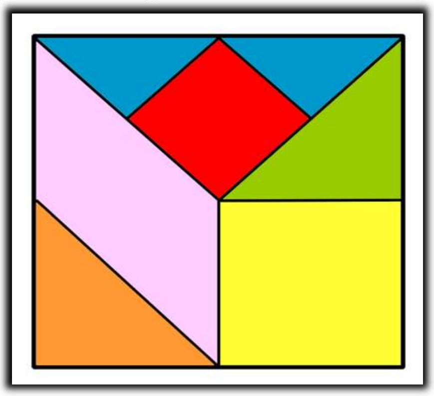
> [...] Tchi Tchiao Pan, significa as “Sete Peças da Sabedoria”, que representariam as sete virtudes chinesas: Criatividade, Humildade, Paciência, Perfeição, Perseverança, Sabedoria e União, dando a impressão que sua criação tem algum propósito religioso ou místico, empregando as sete peças para descrever o mundo. (SOUZA *et al*., 1997).

O Tangram apresenta um leque de possibilidades para ensino da Matemática. Por se tratar de um quebra-cabeça cujas peças são compostas de figuras geométricas planas (Figura 1) pode-se trabalhar diversas atividades com ele e também explorar diversos objetos matemáticos.

De acordo com Santos (2022, p. 90):

> [...] **Tangram** é um quebra-cabeça chinês formado por 7 peças (5 triângulos, 1 quadrado e 1 paralelogramo). Com essas peças, podemos formar várias figuras, utilizando todas elas e sem sobrepô-las. Segundo a *Enciclopédia do Tangram*, é possível montar mais de 1.700 figuras com as 7 peças. Esse quebra-cabeça, também conhecido como **jogo das 7 peças**, é um importante instrumento facilitador da compreensão das formas geométricas. Além de tornar mais fácil a compreensão da Geometria, ele desenvolve a criatividade e o raciocínio lógico, que também são fundamentais para o estudo da Matemática. (SANTOS; MAYONE, 2021, p. 90)

Figura 1 - Tangram Tradicional ou Chinês

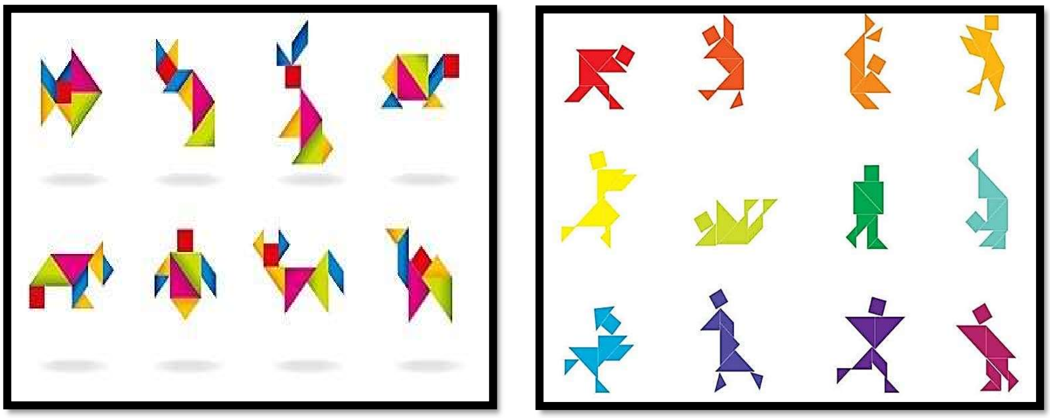


Fonte: Internet
Disponível em: http://noeliapdiver4.blogspot.com.br/2014/11/tangram.html
Acesso em: 15. maio 2022

Cabe destacar que os triângulos do Tangram são dois triângulos isósceles congruentes maiores, dois triângulos isósceles congruentes menores e um triângulo isósceles médio contendo ainda nesta figura um quadrado e um paralelogramo com isso completando as sete peças da sabedoria formando o quebra-cabeça.

A utilização deste quebra-cabeça nas aulas de Matemática pode proporcionar para o aluno na resolução de problemas percepção, observação, aprendizado matemático, facilidade de compreensão e dinâmica interativa com os conteúdos matemáticos. Vale ressaltar que também podemos utilizar diversos materiais para a construção do Tangram, como: malha quadricula, madeira, isopor, folha A4, papelão, E.V.A e dentre outros. Sem falar que sua construção pode ser realizada com o auxílio de régua principalmente e dobraduras com o papel. Por se tratar de um mosaico cujas peças são compostas de figuras geométricas planas, podemos formar diversas figuras com ele, como nos exemplos a seguir (Figura 2).

Figura 2 - Formas de animais e de pessoas com as peças do Tangram



Fonte: Internet
Disponível em: http://moodle2.rockyview.ab.ca/mod/book/tool/print/index.php?id=51560 .
http://www.clipartbest.com/clipart-niBk4o6iA . Acesso em: 22/05/2022

Com o Tangram podemos ainda contemplar diversos conceitos matemáticos. O Tangram é aplicável em qualquer nível de escolaridade desde as séries iniciais do Nível Fundamental até os anos finais do Nível Médio, podendo trabalhar Geometria juntamente com Grandezas e Medidas, Números e Álgebra.

A partir da Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018), identificamos alguns dos objetos de conhecimento que podem ser tratados com o Tangram:

- Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações. (BRASIL, 2018, p. 300)
- Problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes e o todo. (BRASIL, 2018, p. 302)
- Perímetro de um quadrado como grandeza proporcional à medida do lado. (BRASIL, 2018, p. 302)
- Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos. (BRASIL, 2018, p. 308)
- Polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero. (BRASIL, 2018, p. 308)
- Problemas envolvendo medições. (BRASIL, 2018, p. 308)
- Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros. (BRASIL, 2018, p. 308)
- Porcentagens. (BRASIL, 2018, p. 312)

- Congruência de triângulos e demonstrações de propriedades de quadriláteros. (BRASIL, 2018, p. 314)
- Construções geométricas: ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares. (BRASIL, 2018, p. 314)
- Área de figuras planas. (BRASIL, 2018, p. 314)
- Semelhança de triângulos. (BRASIL, 2018, p. 316)
- Relações métricas no triângulo retângulo. (BRASIL, 2018, p. 318)
- Polígonos regulares. (BRASIL, 2018, p. 318)
- Vistas ortogonais de figuras espaciais. (BRASIL, 2018, p. 318)

A partir destes objetos de conhecimento contemplados aqui neste trabalho todos estes podem ser classificados em objetos do Nível Fundamental. Podendo ser contemplados nas seguintes unidades temáticas: Números; Álgebra; Geometria; Grandezas e Medidas. Todos estes podem ser tratados em séries do 6º ao 9º Ano do nível Fundamental com inclusão de atividades na resolução de problemas a partir do Tangram.

No capítulo seguinte, ilustramos com exemplos alguns dos conteúdos matemáticos que podem ser explorados com uso do Tangram a partir de propostas (exercícios e atividades) de livros didáticos de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental.

3 APRESENTANDO O NOVO JOGO COM O TANGRAM

Este capítulo está organizado em 3 seções: Atividades com o Tangram a partir de livros didáticos (seção 1); apresentando e classificando os problemas envolvendo o Tangram (seção 2) e as regras e as cartas do novo jogo (seção 3). Essas seções fazem correspondência com as 4 etapas da pesquisa, citadas nas considerações metodológicas. Na seção 1, apresentamos de maneira geral, os livros escolhidos e o quantitativo de propostas de atividades relacionadas com o Tangram organizados por ano, assim como o quantitativo de objetos de conhecimento e habilidades esperadas conforme a BNCC (BRASIL, 2018). Na seção 2, apresentamos as propostas do ponto de vista da BNCC e de acordo com os tipos de problemas propostos por Dante (1991). Na seção 3, apresentamos o novo jogo, as cartas e regras, criado a partir das atividades e das análises feitas nas etapas anteriores.

3.1 Atividades com o Tangram a partir de livros didáticos

Nesta seção apresentamos o resultado do levantamento feito sobre problemas propostos em livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental que exploram o Tangram (etapa 1 da nossa metodologia). O Quadro 2 apresenta os seis livros utilizados nessa pesquisa.

Quadro 2 – Dados dos livros didáticos utilizados na pesquisa

LIVROS DO 6º ANO				
Título	**Autoria**	**Editora**	**Edição**	**Ano**
MANUAL DO EDUCADOR – FORMAÇÃO CONTINUADA	JUDSON SANTOS; ANNELISE MAYMONE	SUCESSO – SISTEMA DE ENSINO	EDIÇÃO ÚNICA - RECIFE	2021
LIVROS DO 7º ANO				
Título	**Autoria**	**Editora**	**Edição**	**Ano**
MATEMÁTICA	EDWALDO BIANCHINI	MODERNA LTDA	7ª EDIÇÃO - SÃO PAULO	2011
LIVROS DO 8º ANO				
Título	**Autoria**	**Editora**	**Edição**	**Ano**
VONTADE DE SABER MATEMÁTICA	JOAMIR ROBERTO DE SOUZA; PATRICIA ROSANA MORENO PATARO	FTD S.A	3ª EDIÇÃO - SÃO PAULO	2015
A CONQUISTA DA MATEMÁTICA	JOSÉ RUY GIOVANNI JÚNIOR; BENEDICTO CASTRUCCI	FTD S.A	1ª EDIÇÃO - SÃO PAULO	2009
LIVROS DO 9º ANO				
Título	**Autoria**	**Editora**	**Edição**	**Ano**
MATEMÁTICA	EDWALDO BIANCHINI	MODERNA LTDA	7ª EDIÇÃO - SÃO PAULO	2011
VONTADE DE SABER MATEMÁTICA	JOAMIR ROBERTO DE SOUZA; PATRICIA ROSANA MORENO PATARO	FTD S.A	3ª EDIÇÃO - SÃO PAULO	2015

Esses livros foram do meu arquivo pessoal da minha época de colegial. Sempre que concluía um ciclo escolar guardava os livros de Matemática. Logo após o término do Ensino Médio ingressei na Universidade e tinha-os guardados. Até que um dia achei de utilizá-los especificamente aqui neste trabalho. Eles foram escolhidos ao acaso e por conter atividades a serem realizadas com o Tangram. Vale ressaltar que apenas o livro do 6º Ano é atualizado e o mesmo está alinhado com a BNCC (2018).

Ao total foram encontradas **8** propostas, sendo **1** para o 6º ano, **2** propostas para o 7º ano, **3** propostas para o 8º ano e **2** propostas para o 9º ano. Essas atividades situam-se nas Unidades Temáticas de Geometria; Grandezas e Medidas. Porém, **2** destas propostas estão inclusas e localizadas na mesma Unidade Temáticas de Geometria; Grandezas e Medidas: são os exercícios das páginas **210 – 211; 240 – 241,** são atividades dos livros do **8º** ano, localizadas nas propostas **5** e **6.** Em termos de objetos eles são **27** objetos de conhecimento e **25** habilidades esperadas nas atividades.

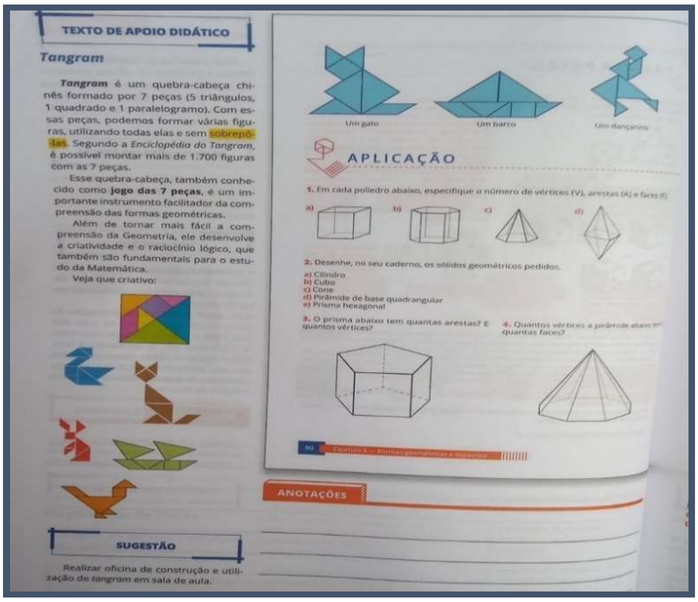
3.2 Apresentando e classificando os problemas envolvendo o Tangram

Nesta seção apresentamos, por ano, as propostas dos livros didáticos e as classificamos por tipo de problema, conforme Dante (1991).

3.2.1 Propostas dos livros do 6º Ano com o Tangram

Consultando o livro Manual do educador – Formação continuada de Santos e Mayone (2021), encontramos uma proposta de uso do Tangram na página 90 no capítulo 3 (Figura 3).

Figura 3 – Proposta 1 (6º Ano)



TEXTO DE APOIO DIDÁTICO

Tangram

Tangram é um quebra-cabeça chinês formado por 7 peças (5 triângulos, 1 quadrado e 1 paralelogramo). Com essas peças, podemos formar várias figuras, utilizando todas elas e sem sobrepô-las. Segundo a *Enciclopédia do Tangram*, é possível montar mais de 1.700 figuras com as 7 peças.

Esse quebra-cabeça, também conhecido como **jogo das 7 peças**, é um importante instrumento facilitador da compreensão das formas geométricas.

Além de tornar mais fácil a compreensão da Geometria, ele desenvolve a criatividade e o raciocínio lógico, que também são fundamentais para o estudo da Matemática.

Veja que criativo:

SUGESTÃO

Realizar oficina de construção e utilização de *tangram* em sala de aula.

Um gato

Um barco

Um dançarino

APLICAÇÃO

1. Em cada poliedro abaixo, especifique o número de vértices (V), arestas (A) e faces (F).

a) b) c) d)

2. Desenhe, no seu caderno, os sólidos geométricos pedidos.

a) Cilindro
b) Cubo
c) Cone
d) Pirâmide de base quadrangular
e) Prisma hexagonal

3. O prisma abaixo tem quantas arestas? E quantos vértices?

4. Quantos vértices a pirâmide abaixo tem? E quantas faces?

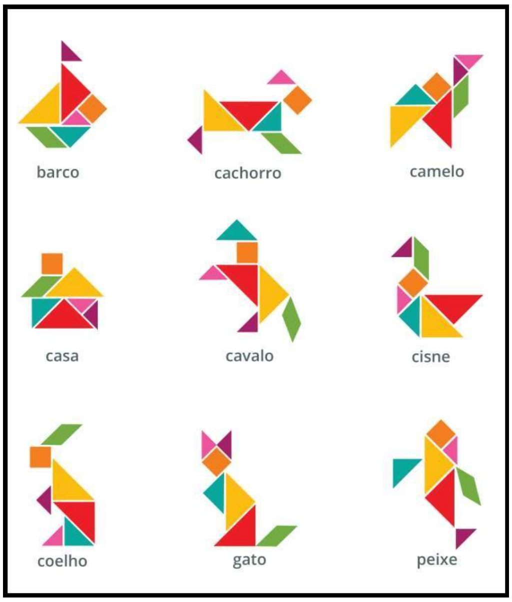
90

ANOTAÇÕES

Fonte: Santos e Mayone (2021, p. 90)

Nesta proposta é sugerido ao professor realizar uma oficina para explorar as figuras polinomiais formadas com as peças do Tangram. O autor propõe que sejam trabalhadas as formas de um gato, um barco e um dançarino. Porém outras formas podem ser exploradas como, por exemplo, aquelas da figura 2 do capítulo anterior ou da figura 4, a seguir. Um dos objetos de conhecimento explorado na proposta é "Congruência de figuras geométricas planas" da Unidade temática de Geometria. Entre as habilidades esperadas da BNCC, destacamos Congruência de figuras geométricas planas **(EF03MA16)** Reconhecer figuras congruentes, usando sobreposição e desenhos em malhas quadriculadas ou triangulares, incluindo o uso de tecnologias digitais.

Figura 4 - Variação da Proposta 1 (6º Ano)



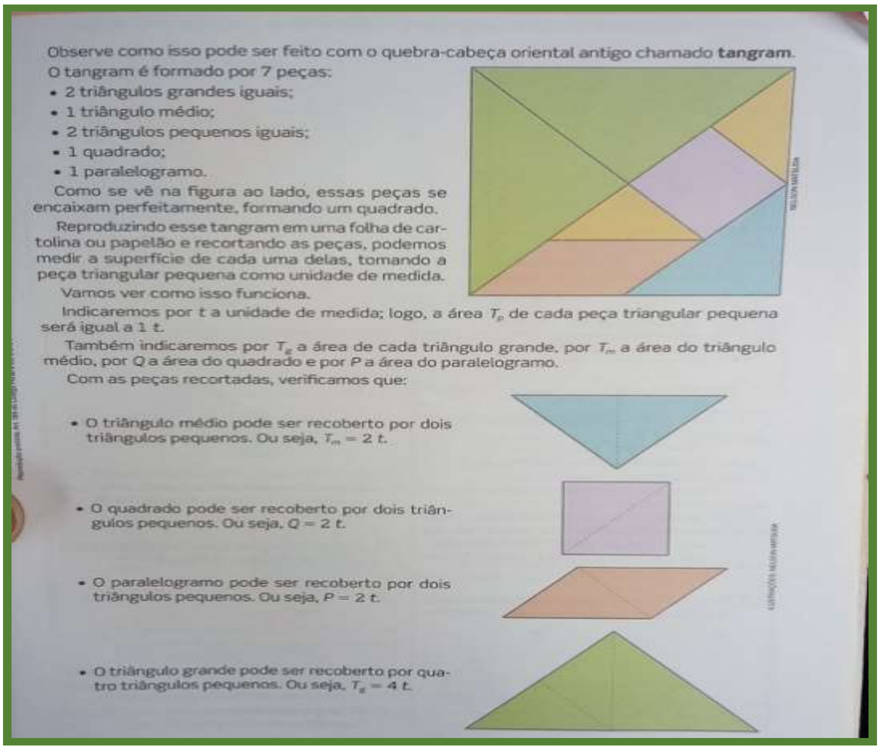
Fonte: Internet
Disponível em: https://br.pinterest.com/pin/451556300138784263#imgViewer
Acesso em: 28/05/2022

O tipo de problema abordado, no nosso entendimento, segundo a classificação de Dante (1991), é do tipo Exercícios de reconhecimento e Problemas de quebra-cabeça. Nele é possível trabalhar as formas de reconhecimento das partes de um Tangram desafiando o aluno construir diversas figuras e quais tipos de figura podem ser construídas com elas formando um quebra-cabeça.

3.2.2 Propostas dos livros do 7º Ano com o Tangram

Foram identificadas **2** propostas para o 7º ano, todas no livro MATEMÁTICA de Edwaldo Bianchini (2011). A primeira proposta de uso do Tangram está na página 237 no capítulo 10 (Figura 5). Nesta proposta é sugerido ao professor que reproduza o Tangram da página 237 e proponha aos alunos algumas reflexões sobre o cálculo de área das figuras.

Figura 5 – Proposta 2 (7º Ano)



Observe como isso pode ser feito com o quebra-cabeça oriental antigo chamado **tangram**.

O tangram é formado por 7 peças:

- 2 triângulos grandes iguais;
- 1 triângulo médio;
- 2 triângulos pequenos iguais;
- 1 quadrado;
- 1 paralelogramo.

Como se vê na figura ao lado, essas peças se encaixam perfeitamente, formando um quadrado.

Reproduzindo esse tangram em uma folha de cartolina ou papelão e recortando as peças, podemos medir a superfície de cada uma delas, tomando a peça triangular pequena como unidade de medida.

Vamos ver como isso funciona.

Indicaremos por t a unidade de medida; logo, a área T_p de cada peça triangular pequena será igual a 1 t.

Também indicaremos por T_g a área de cada triângulo grande, por T_m a área do triângulo médio, por Q a área do quadrado e por P a área do paralelogramo.

Com as peças recortadas, verificamos que:

- O triângulo médio pode ser recoberto por dois triângulos pequenos. Ou seja, $T_m = 2\ t$.
- O quadrado pode ser recoberto por dois triângulos pequenos. Ou seja, $Q = 2\ t$.
- O paralelogramo pode ser recoberto por dois triângulos pequenos. Ou seja, $P = 2\ t$.
- O triângulo grande pode ser recoberto por quatro triângulos pequenos. Ou seja, $T_g = 4\ t$.

Fonte: Bianchini (2011, p. 237)

Quanto a resolução da Proposta 2, ela é feita através da manipulação das peças do Tangram sem a necessidade de cálculos. Os objetos de conhecimento que podem ser explorados na proposta são: "Polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero; Problemas envolvendo medições; Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros; Área de figuras planas" da Unidade de Geometria e de Grandezas e medidas.

No entanto, os resultados encontrados podem ser verificados com os resultados algébricos como mostramos a seguir:

- O triângulo médio pode ser recoberto por dois triângulos pequenos. Ou seja, **Tm = 2t**.
  Aplicando a Fórmula da área do triângulo é $\boldsymbol{A = \frac{b \times h}{2} = \frac{2t \times 2t}{2t} = \frac{4t^2}{2t} = 2t}$
- O quadrado pode ser recortado por dois triângulos pequenos. Ou seja, **Q = 2t**.
  Aplicando a Fórmula da área do quadrado $\boldsymbol{A = L \times L = L^2 \Rightarrow 2t \times 2t = 4t^2}$
- O paralelogramo pode ser recoberto por dois triângulos pequenos. Ou seja, **P = 2t**.
  Aplicando a Fórmula da área do paralelogramo $\boldsymbol{A = b \times h \Rightarrow 2t \times 2t = 4t^2}$
- O triângulo grande pode ser recoberto por quatro triângulos pequenos. Ou seja, **Tg = 4t.** *Aplicando a Fórmula da área do triângulo* $\boldsymbol{A = \frac{b \times h}{2} = \frac{4t \times 4t}{4t} = \frac{16t^2}{4t} = 4t}$

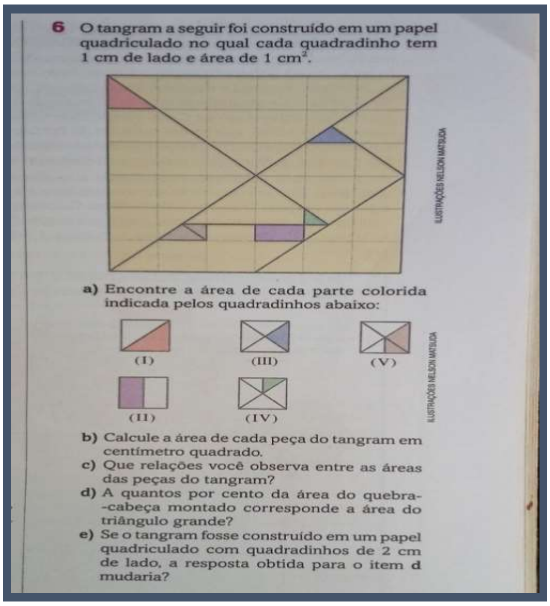
Os objetos de conhecimento que podem ser explorados na proposta são: “Polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero; Problemas envolvendo medições; Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros; Área de figuras planas” da Unidade de Geometria e de Grandezas e medidas.

As habilidades esperadas da BNCC são: **EF08MA19** - Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos; **EF07MA28 -** Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular (como quadrado e triângulo equilátero), conhecida a medida de seu lado; **EF07MA31 -** Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros; **EF07MA32 -** Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.

Os tipos de problemas identificados, seguindo a classificação de Dante (1991) são os problemas-padrão simples, são problemas que podem ser resolvidos com uma única operação (DANTE, 1991, p. 25) e problemas-padrão composto, são problemas que podem ser resolvidos com duas ou mais operações. (DANTE, 1991, p. 25). De fato, é possível resolver esse problema com uma, duas, ou até mais operações estabelecendo expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros através da equivalência de área de figuras planas.

Ainda neste mesmo livro, encontramos outra proposta de uso do Tangram na página 239 no capítulo 10 (Figura 6).

Figura 6 – Proposta 3 (7º Ano)



6 O tangram a seguir foi construído em um papel quadriculado no qual cada quadradinho tem 1 cm de lado e área de 1 cm^2.

a) Encontre a área de cada parte colorida indicada pelos quadradinhos abaixo:

(I) (III) (V)

(II) (IV)

b) Calcule a área de cada peça do tangram em centímetro quadrado.

c) Que relações você observa entre as áreas das peças do tangram?

d) A quantos por cento da área do quebra-cabeça montado corresponde a área do triângulo grande?

e) Se o tangram fosse construído em um papel quadriculado com quadradinhos de 2 cm de lado, a resposta obtida para o item d mudaria?

Fonte: Bianchini (2011, p. 239)

A seguir, apresentamos a solução para os itens a), b), c), d) e e) da proposta.

a) Encontre a área de cada parte colorida indicada pelos quadrinhos abaixo. *Observando a Figura 5, temos*:

(I) *Aplicando a Fórmula da área do triângulo* $A = \frac{b \times h}{2} = \frac{1 \times 1}{2} = \frac{1}{2} = 0{,}5$ **cm²**

(II) *Aplicando a Fórmula da área do quadrado* $A = L \times L = L^2 \Rightarrow (0{,}5)^2 = 0{,}5 \times 0{,}5 = 0{,}25$ **cm²**

(III) *Aplicando a Fórmula da área do quadrado* $A = L \times L = L^2 \Rightarrow (0{,}25)^2 = 0{,}25 \times 0{,}25 = 0{,}0625$ **cm²**

(IV) *Aplicando a Fórmula da área do quadrado* $A = L \times L = L^2 \Rightarrow (0{,}125)^2 = 0{,}125 \times 0{,}125 = 0{,}015625$ **cm²**

(V) *Aplicando a Fórmula da área do triângulo* $A = \frac{b \times h}{2} = \frac{0{,}25 \times 0{,}125}{2} = \frac{0{,}03125}{2} = 0{,}015625$ **cm²**

b) Calcule a área de cada peça do Tangram em centímetros quadrados.

Observando a figura, temos que em cada lado dos quadradinhos conforme o enunciado vale ***1cm*** *de lado* e área **1 cm²**. *Aplicando a Fórmula da área do triângulo temos:*

- ***2 Triângulos grandes iguais:*** $A = \frac{b \times h}{2} = \frac{6 \times 3}{2} = \frac{18}{2} = 9$ **cm².**

  $A = \frac{b \times h}{2} = \frac{6 \times 3}{2} = \frac{18}{2} = 9$ **cm².**

  Logo, para cada triângulo grande a medida de sua área é: ***9 cm².***

- ***1 Triângulo médio:*** $A = \frac{b \times h}{2} = \frac{3 \times 3}{2} = \frac{9}{2} = 4{,}5$ **cm².**

  Logo, a medida de sua área é: ***4,5*** **cm².**

- ***2 Triângulos pequenos iguais:*** $A = \frac{b \times h}{2} = \frac{3 \times 1{,}5}{2} = \frac{4{,}5}{2} = 2{,}25$ ***cm².***

  $A = \frac{b \times h}{2} = \frac{3 \times 1{,}5}{2} = \frac{4{,}5}{2} = 2{,}25$ ***cm².***

  Logo, cada triângulo pequeno a medida de sua área é: ***2,25 cm².***

- ***1 Quadrado:*** *Aplicando a Fórmula da área do quadrado* $A = L \times L = L^2 \Rightarrow (1{,}5)^2 = 1{,}5 \times 1{,}5 = 2{,}25$ ***cm².*** *Logo, a medida de sua área é:* ***2,25 cm²***

- ***1 Paralelogramo:*** *Aplicando a Fórmula da área do paralelogramo* $A = b \times h \Rightarrow 3 \times 1{,}5 = 4{,}5$ ***cm²***. *Logo, a medida de sua área é:* ***4,5 cm²***.

c) Que relações você observa entre as áreas das peças do Tangram?

Observando a figura, temos a relação de equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros *entre o tamanho e as peças do Tangram.*

d) A quantos por cento da área do quebra cabeça-cabeça montado corresponde a área do triângulo grande?

*Observando a figura, temos que a área do triângulo grande corresponde **50%** do tamanho da área do quebra cabeça-cabeça montado.*

e) Se o Tangram fosse construído em um papel quadriculado com quadradinhos de 2 cm de lado, a resposta obtida para o item **d** mudaria?

*Não. Pois, independente dos valores do lado dos quadradinhos a figura é composta pelas mesmas peças. Então podemos concluir que os dois triângulos grandes iguais sempre irão representar **50%** do tamanho da área do quebra cabeça-cabeça montado.*

Os objetos de conhecimento que podem ser explorados na proposta são: Áreas de figuras construídas em malhas quadriculadas; Polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero; Problemas envolvendo medições; Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros" das Unidade de Geometria e de Grandezas e Medidas.

As habilidades esperadas da BNCC são: **EF04MA21** - Medir, comparar e estimar área de figuras planas desenhadas em malha quadriculada, pela contagem dos quadradinhos ou de metades de quadradinho, reconhecendo que duas figuras com formatos diferentes podem ter a mesma medida de área. **EF07MA29 -** Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de grandezas inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas ou de outras áreas do conhecimento, reconhecendo que toda medida empírica é aproximada; **EF07MA31 -** Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros; **EF07MA32 -** Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.

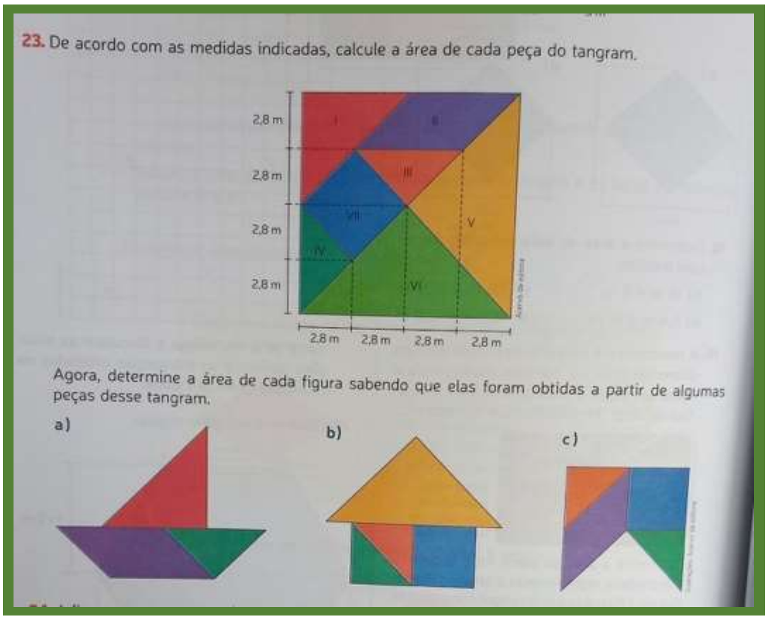
Os tipos de problemas abordados, segundo a classificação de Dante (1991) são: Exercícios de reconhecimento, Exercícios de algoritmos, Problemas-padrão simples e composto, Problemas-processo ou heurístico e Problemas de quebra-cabeça.

Nesta proposta é possível observar exercícios de reconhecimento das propriedades das figuras planas; das fórmulas e propriedades do triângulo, quadrado e paralelogramo podendo ser resolvidos passo a passo. Envolvendo a aplicação direta de um ou mais algoritmos anteriormente resolvidos com uma, duas, ou até mais operações cuja solução envolve operações que estão explicitamente no enunciado. Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros através da equivalência de área de figuras planas com problemas envolvendo as peças do Tangram.

3.2.3 Propostas dos livros do 8º Ano com o Tangram

Foram identificadas **3** propostas para o 8º ano nos livros Vontade de saber Matemática (SOUZA; PATARO, 2015) e a Conquista da Matemática. A primeira proposta está no livro de autoria de Souza e Pataro (2015), na página 270 no capítulo 12 (Figura 7).

Figura 7 – Proposta 4 (8º Ano)



Fonte: Souza e Pataro (2015, p. 270)

Observando a Figura 7, esta proposta tem o seguinte enunciado: De acordo com as medidas indicadas, calcule a área de cada peça do Tangram. Agora, determine a área de cada figura sabendo que elas foram obtidas a partir de algumas peças desse Tangram.

Para a resolução desta questão, deve-se saber as medidas das áreas de cada peça do Tangram que compõem as formas barco, casa e bandeira, ou seja:

I. *Triângulo médio:* $A = \frac{b \times h}{2} = \frac{5{,}6\ m \times 5{,}6\ m}{2} = \frac{31{,}36\ m^2}{2} = \mathbf{15{,}68\ m^2}$.

II. *Paralelogramo: Aplicando a Fórmula da área do paralelogramo* $A = b \times h$

$A = 5{,}6\ m \times 2{,}8\ m = 15{,}68\ m^2$

III. *Triângulo pequeno Laranja:* $A = \frac{b \times h}{2} = \frac{2{,}8 \times 2{,}8}{2} = \frac{7{,}84}{2} = \mathbf{3{,}92\ m^2}$.

IV. *Triângulo pequeno Verde-Escuro:* $A = \frac{b \times h}{2} = \frac{2{,}8 \times 2{,}8}{2} = \frac{7{,}84}{2} = \mathbf{3{,}92\ m^2}$.

V. *Triângulo grande Amarelo:* $A = \frac{b \times h}{2} = \frac{11{,}2\ m \times 5{,}6\ m}{2} = \frac{62{,}72\ m^2}{2} = \mathbf{31{,}36\ m^2}$.

VI. *Triângulo grande Verde-Claro:* $A = \frac{b \times h}{2} = \frac{11{,}2\ m \times 5{,}6\ m}{2} = \frac{62{,}72\ m^2}{2} = 31{,}36\ m^2$.

VII. *Quadrado: Aplicando a Fórmula da área do quadrado* $A = L \times L = L^2 \Rightarrow (2{,}8\ m)^2 = 2{,}8\ m \times 2{,}8\ m = 7{,}84\ m^2$

Assim, basta calcular a soma das áreas das peças que compõe cada forma proposta (barco, casa e bandeira).

a) *Respostas: 1 Triângulo médio + 1 Paralelogramo + 1 Triângulo pequeno =*

$15{,}68\ m^2 + 15{,}68\ m^2 + 3{,}92\ m^2 = 35{,}28\ m^2$

b) *Respostas: 1 Triângulo grande + 2 Triângulos pequenos + 1 Quadrado =*

$31{,}36\ m^2 + 7{,}84\ m^2 + 7{,}84\ m^2 = 47{,}04\ m^2$

c) *Respostas: 1 Paralelogramo + 2 Triângulos pequenos + 1 Quadrado =*

$15{,}68\ m^2 + 7{,}84\ m^2 + 7{,}84\ m^2 = 31{,}36\ m^2$

Os objetos de conhecimento que podem ser explorados na proposta são: Polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero; Problemas envolvendo medições; Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros; Congruência de triângulos e demonstrações de propriedades de quadriláteros; Área de figuras planas; da Unidade de Geometria; Grandezas e medidas.

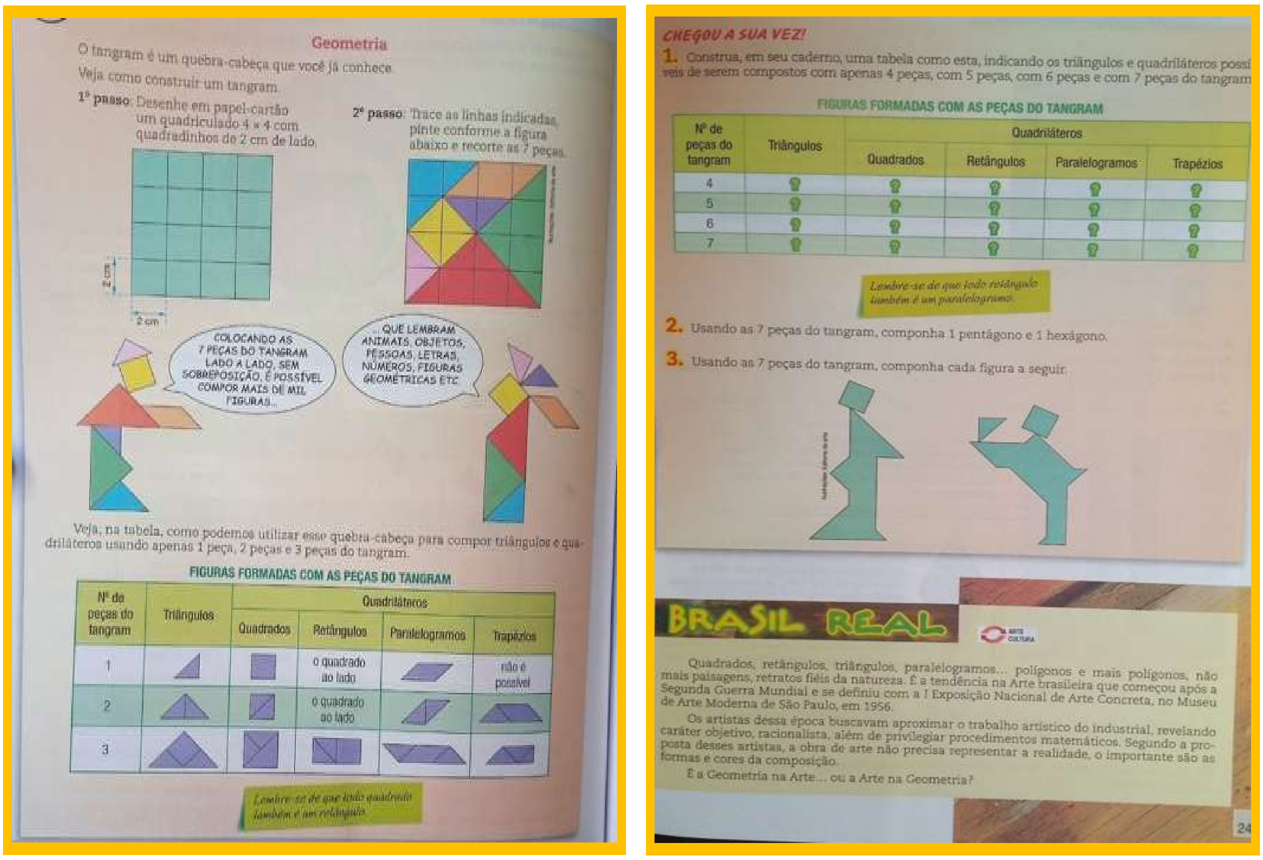
As habilidades esperadas da BNCC são: **EF08MA19 -** Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos; **EF07MA28** - Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular (como quadrado e triângulo equilátero), conhecida a medida de seu lado; **EF07MA31** - Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros; **EF07MA32** - Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.

Os tipos de problemas abordados, segundo a classificação de Dante (1991), podem ser Exercícios de reconhecimento, Exercícios de algoritmos, Problemas-padrão simples e composto.

Nesta proposta é possível observar exercícios de reconhecimento usando as propriedades das figuras planas podendo ser resolvidos passo a passo. Envolvendo a aplicação direta de um ou mais algoritmos anteriormente resolvidos com uma, duas, ou até mais operações cuja solução envolve operações que estão no enunciado. Estabelecendo expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros através da equivalência de área de figuras planas.

Consultando o livro A conquista da Matemática de Júnior e Castrucci (2009), encontramos uma proposta de uso do Tangram na página 240 - 241 no capítulo 10 (Figura 8).

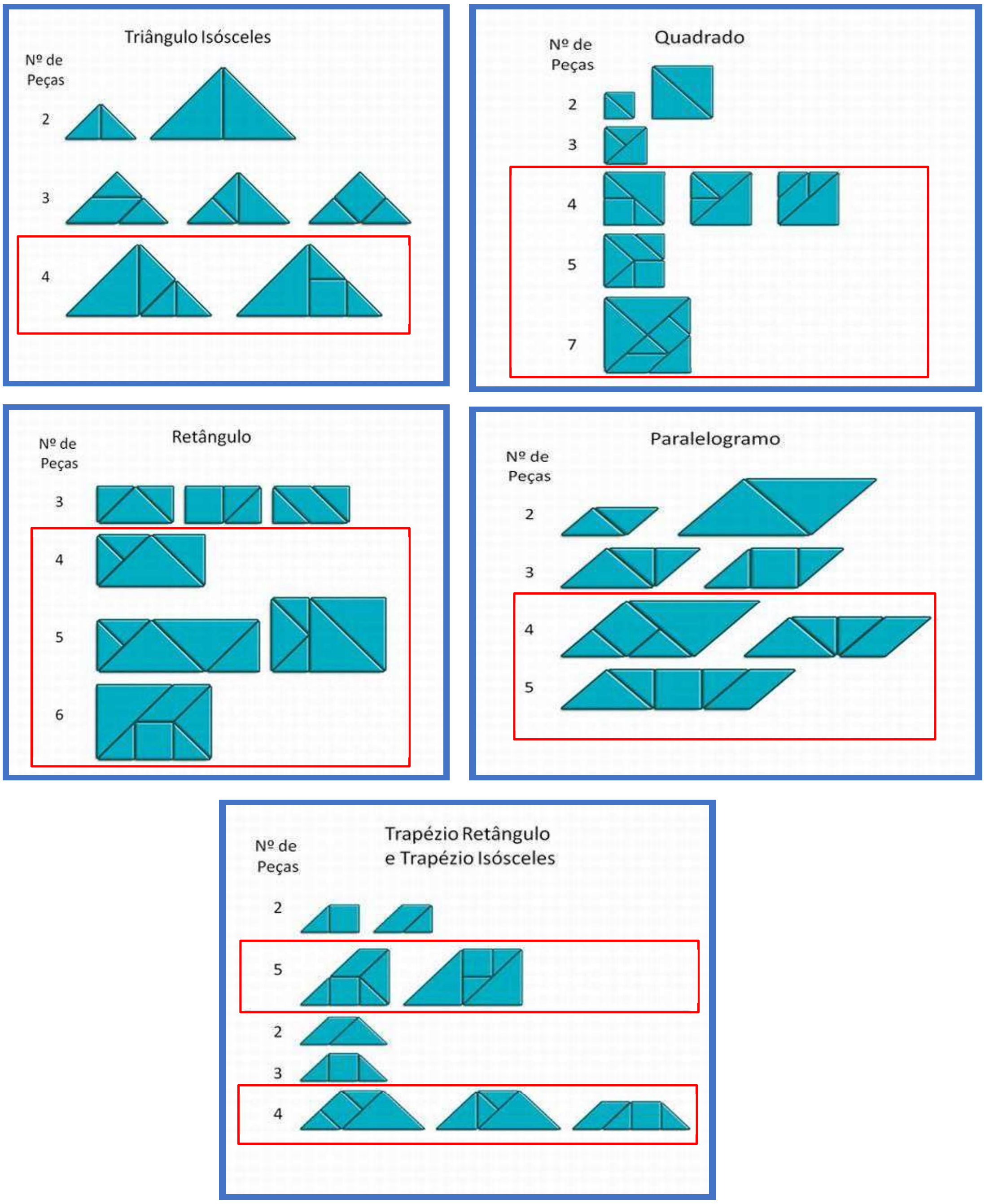
Figura 8 – Proposta 5 (8º Ano)



Fonte: Giovanni Júnior e Castrucci (2009, p. 240 - 241)

Nesta proposta é pedido aos alunos que completem a tabela seguindo a formação de novas figuras geométricas a partir das peças do Tangram. Para ilustrar uma solução para o item 1, em destaque no retângulo, para os triângulos, quadrados, retângulos, paralelogramos e trapézios, temos as seguintes figuras:

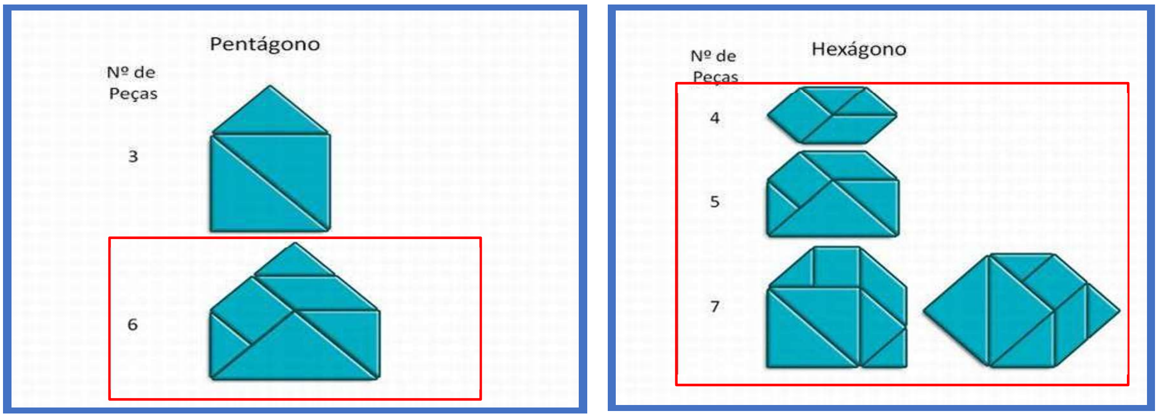
Figura 9 – Resolução do item 1 da Proposta 5 do 8º Ano



Fonte: Internet
Disponível em: https://Portal do Professor - A Geometria do Tangram (mec.gov.br)
Acesso em: 30/05/2022

Para ilustrar uma solução para o item 2, 1 pentágono e 1 hexágono, temos a figura a seguir:

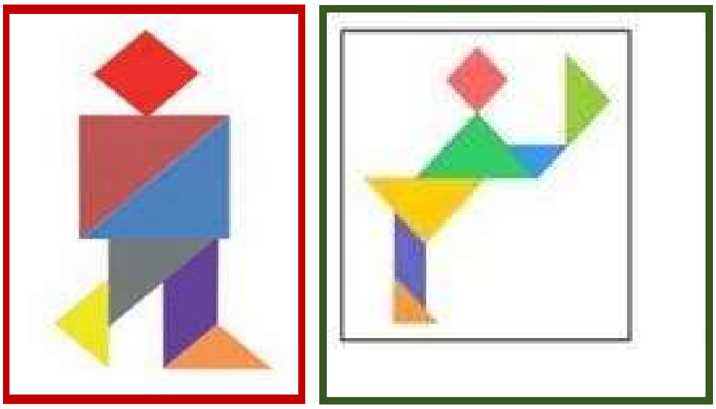
Figura 10 – Resolução do item 2 da Proposta 6 do 8º Ano



Fonte: Internet
Disponível em: https://Portal do Professor - A Geometria do Tangram (mec.gov.br)
Acesso em: 30/05/2022

Para ilustrar a solução do item 3, temos as imagens a seguir. Elas mostram a disposição das peças para obter as figuras (sombras) do item.

Figura 11 – Resolução do item 3 da Proposta 6 do 8º Ano



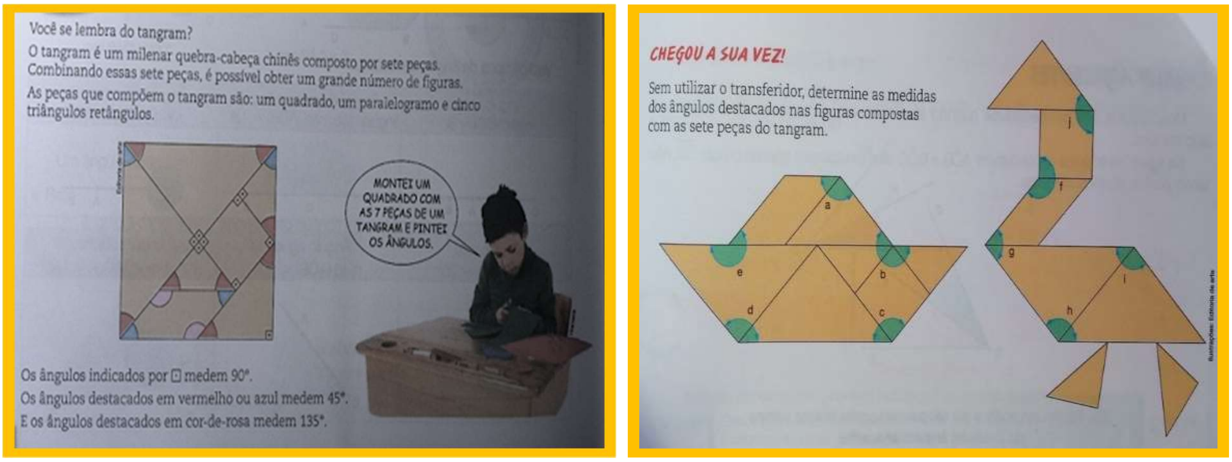
Fonte: Internet
Disponível em: https://br.pinterest.com/pin/532972937162774223/
https://canal.cecierj.edu.br/012016/b7aadaa7009f6d5f5c2aa959f711c130.pdf
Acesso em: 30/05/2022

Quanto aos objetos de conhecimento abordados nesta proposta temos: "Figuras geométricas planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo): reconhecimento e análise de características; Congruência de figuras geométricas planas" da Unidade temática de Geometria.

Entre as habilidades esperadas da BNCC, destacamos Congruência de figuras geométricas planas **EF03MA15** - Classificar e comparar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo) em relação a seus lados (quantidade, posições relativas e comprimento) e vértices; **EF03MA16** - Reconhecer figuras congruentes, usando sobreposição e desenhos em malhas quadriculadas ou triangulares, incluindo o uso de tecnologias digitais. Quanto aos tipos de problemas abordados, segundo Dante (2009), temos: Exercícios de reconhecimento e Problemas de quebra-cabeça. Neste problema é possível trabalhar o reconhecimento das formas geométricas que compõem o Tangram desafiando o aluno construir diversas figuras e quais tipos de figura podem ser construídas com elas formando um quebra-cabeça.

Ainda neste mesmo livro, encontramos uma 6ª proposta de uso do Tangram na página 210 - 211 no capítulo 8 (Figura 12).

Figura 12 – Proposta 6 (8º Ano)



Fonte: Giovanni Júnior e Castrucci (2009, p. 210 - 211)

O enunciado diz:

> Você se lembra do Tangram?
>
> O Tangram é um milenar quebra-cabeça chinês composto por sete peças. Combinando essas sete peças, é possível obter um grande número de figuras. As peças que compõe o Tangram são: um quadrado, um paralelogramo e cinco triângulos retângulos. Sabendo disso responda:
>
> - Os ângulos indicados por ⊡ medem 90º.
> - Os ângulos destacados em vermelho ou azul medem 45º.
> - E os ângulos destacados em cor-de-rosa medem 135º.
>
> ***Chegou sua vez!***
>
> - Sem utilizar o transferidor, determine as medidas dos ângulos destacados nas figuras compostas com as sete peças do Tangram.

Nesta proposta é esperado que os alunos identifiquem nas formas dadas, os ângulos internos e externos das peças do Tangram. As respostas para as perguntas são: *Ângulo **a:** 135º; Ângulo **b:** 225º; Ângulo **c:** 135º; Ângulo **d:** 135º; Ângulo **e:** 225º; Ângulo **f:** 225º; Ângulo **g:** 90º; Ângulo **h:** 135º; Ângulo **i:** 135º; Ângulo **j:** 135º”*

Os objetos de conhecimento que podem ser explorados na proposta são: Ângulos retos e não retos: uso de dobraduras, esquadros e softwares; Ampliação e redução de figuras poligonais em malhas quadriculadas: reconhecimento da congruência dos ângulos e da proporcionalidade dos lados correspondentes; Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos" da Unidade de Geometria.

As habilidades esperadas da BNCC são: **EF08MA14 -** Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos; **(EF04MA18)** - Reconhecer ângulos retos e não retos em figuras poligonais com o uso de dobraduras, esquadros ou softwares de geometria; **(EF05MA18)** - Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais; **(EF07MA27)** Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos. Os tipos de problemas abordados, segundo Dante (1991), podem ser: Exercícios de reconhecimento, Problemas-padrão simples, Problemas de aplicação e Problemas de quebra-cabeça.

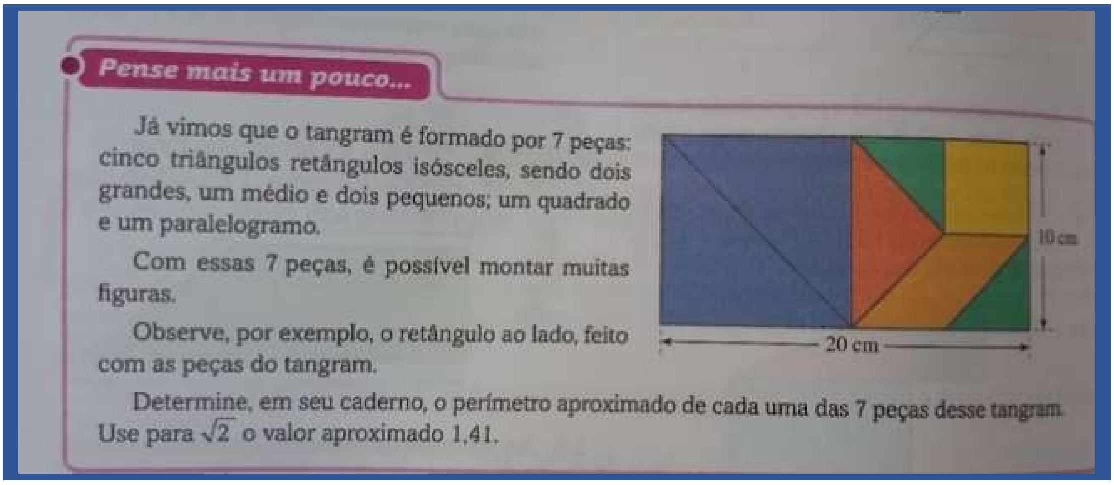
Nesta proposta é possível trabalhar as formas de reconhecimento das partes de um Tangram com problemas que retratam situações onde exige o uso da Matemática e seu conhecimento para serem resolvidos, desafiando o aluno construir diversas figuras e quais tipos de figura podem ser construídas com elas formando um quebra-cabeça.

3.2.4 Propostas dos livros do 9º Ano com o Tangram

Foram identificadas **2** propostas para o 9º ano nos livros. Uma proposta no livro Matemática de Edwaldo Bianchini (2011) e outra no livro Vontade de saber Matemática de Souza e Pataro (2015).

A primeira proposta de uso do Tangram está na página 146 no capítulo 5 (Figura 13). Nesta proposta é sugerido ao professor que reproduza o Tangram da página 146 e proponha aos alunos alguns questionamentos.

Figura 13 – Proposta 8 (9º Ano)



Pense mais um pouco...

Já vimos que o tangram é formado por 7 peças: cinco triângulos retângulos isósceles, sendo dois grandes, um médio e dois pequenos; um quadrado e um paralelogramo.

Com essas 7 peças, é possível montar muitas figuras.

Observe, por exemplo, o retângulo ao lado, feito com as peças do tangram.

Determine, em seu caderno, o perímetro aproximado de cada uma das 7 peças desse tangram. Use para $\sqrt{2}$ o valor aproximado 1,41.

Fonte: Edwaldo Bianchini (2011, p. 146)

O enunciado diz:

> Já vimos que o Tangram é formado por 7 peças: Cinco triângulos retângulos isósceles, sendo dois grandes, um médio e dois pequenos; um quadrado e um paralelogramo. Com essas 7 peças, é possível montar muitas figuras. Observe, por exemplo, o retângulo ao lado, feito com as peças do Tangram. Determine, em seu caderno, o perímetro aproximado de cada uma das 7 peças desse Tangram. Use para $\sqrt{2}$ o valor aproximado 1,41.

Para resolver essa questão é preciso descobrir as medidas dos lados de cada peça. Para o quadrado (amarelo), temos que seu lado mede 5 cm; os triângulos grandes (azuis) tem dois lados medindo 10 cm e um lado medindo 14,1 cm (hipotenusa calculado pelo teorema de Pitágoras); Os dois triângulos pequenos (verdes) tem dois lados medindo 5 cm e um lado medindo 7,05 cm (hipotenusa calculado pelo teorema de Pitágoras); o triângulo médio (laranja) tem dois lados medindo 7,05 cm e um lado medindo 10 cm (hipotenusa calculada pelo teorema de Pitágoras) e o paralelogramo (mostarda), temos que dois de seus lados menores mede 5 cm e dois de seus lados maiores mede 7,05. Os objetos de conhecimento que podem ser explorados na proposta são: “Semelhança de triângulos; Relações métricas no triângulo retângulo; Relações métricas no triângulo retângulo; Teorema de Pitágoras: verificações experimentais e demonstração; Áreas e perímetros de figuras poligonais: algumas relações; Perímetro de um quadrado como grandeza proporcional à medida do lado”. Da Unidade de Geometria; Grandezas e medidas.

Aplicando o teorema de Pitágoras aos triângulos retângulos (o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos $\mathbf{a^2 = b^2 + c^2}$), *temos que:* $\mathbf{a^2} = 1^2 + 1^2 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow \mathbf{a = \sqrt{2}} \cong 1{,}41$

A partir dessas medidas é possível calcular os perímetros solicitados:

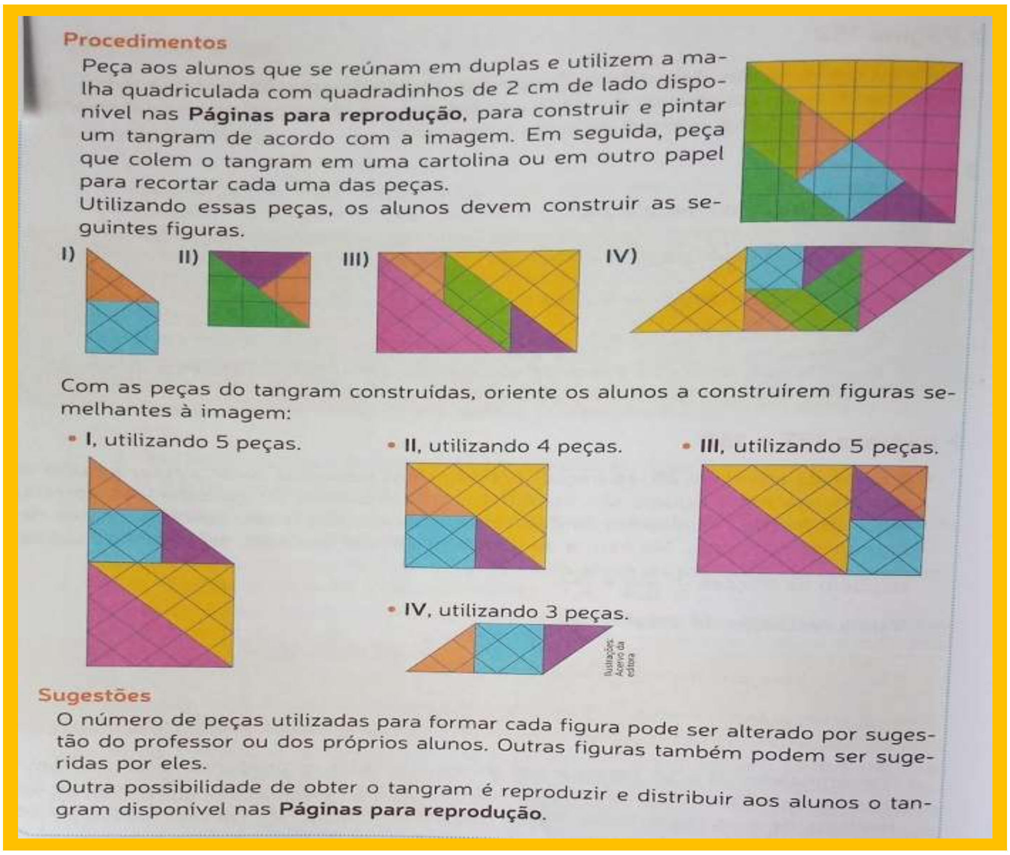
- Quadrado P = L + L + L + L = 5 + 5 + 5 + 5 = 20 cm
- Triângulos grandes (azuis)
  Sabendo que $\mathbf{a^2 = b^2 + c^2} \Rightarrow \mathbf{a^2} = 10^2 + 10^2 \Rightarrow \mathbf{a^2} = 200 \Rightarrow \mathbf{a} = \sqrt{200} \Rightarrow \mathbf{a \cong 14{,}1\ cm}$
  Logo, $\mathbf{P} = a + b + c \Rightarrow 14{,}1 + 10 + 10 = 34{,}1$ cm
- Triângulo médio (laranja)
  Sabendo que $\mathbf{a^2 = b^2 + c^2} \Rightarrow \mathbf{10^2} \neq (7{,}05)^2 + (7{,}05)^2 \Rightarrow \mathbf{100} \neq 49{,}7 + 49{,}7 \Rightarrow \mathbf{100 \neq 99{,}4}$
  Logo, $\mathbf{P} = a + b + c \Rightarrow 10 + 7{,}05 + 7{,}05 = 24{,}1$ cm
- Triângulos pequenos verdes
  Sabendo que $\mathbf{a^2 = b^2 + c^2} \Rightarrow \mathbf{a^2} = 5^2 + 5^2 \Rightarrow \mathbf{a^2} = 50 \Rightarrow \mathbf{a} = \sqrt{50} \Rightarrow \mathbf{a \cong 7{,}05\ cm}$
  Logo, $\mathbf{P} = a + b + c \Rightarrow 7{,}05 + 5 + 5 = 17{,}05$ cm
- Paralelogramo P = L + L + L + L = 7,05 + 7,05 + 5 + 5 = 24,1 cm

As habilidades esperadas da BNCC é: **EF09MA12 -** Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes; **EF09MA13** - Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos; **EF05MA20 -** Concluir, por meio de investigações, que figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que, também, figuras que têm a mesma área podem ter perímetros diferentes. **EF06MA29 -** Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área. Os tipos de problemas abordados aqui Segundo Dante (1991): Exercícios de reconhecimento, Exercícios de algoritmos, Problemas-padrão simples e Problemas-padrão composto, e Problemas de quebra-cabeça.

Nesta proposta é possível observar exercícios de reconhecimento usando as propriedades das figuras planas podendo ser resolvidos passo a passo. Envolvendo a aplicação direta de um ou mais algoritmos anteriormente resolvidos com uma, duas, ou até mais operações cuja solução envolve operações que estão explicitamente no enunciado. Estabelecendo expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros através da equivalência de área de figuras planas com problemas utilizando a aplicação do teorema de Pitágoras. Inclusive, a semelhança de triângulos para descrever e calcular o perímetro das figuras representada através das peças do Tangram.

A segunda proposta identificada para o 9º Ano está no livro de Souza e Pataro (2015), na página 401 e 402, no capítulo 8 (Figura 14). Nesta proposta é sugerida a construção de figuras semelhantes utilizando o Tangram. Para tanto é proposto o uso de malha quadriculada, régua, lápis de cor, cola, cartolina e tesoura e um modelo de Tangram (páginas para reprodução) a ser usado na atividade (Figura 15).

Figura 14 - Proposta 8 (9º Ano)



Procedimentos

Peça aos alunos que se reúnam em duplas e utilizem a malha quadriculada com quadradinhos de 2 cm de lado disponível nas **Páginas para reprodução**, para construir e pintar um tangram de acordo com a imagem. Em seguida, peça que colem o tangram em uma cartolina ou em outro papel para recortar cada uma das peças.

Utilizando essas peças, os alunos devem construir as seguintes figuras.

I) II) III) IV)

Com as peças do tangram construídas, oriente os alunos a construírem figuras semelhantes à imagem:

- **I**, utilizando 5 peças.
- **II**, utilizando 4 peças.
- **III**, utilizando 5 peças.
- **IV**, utilizando 3 peças.

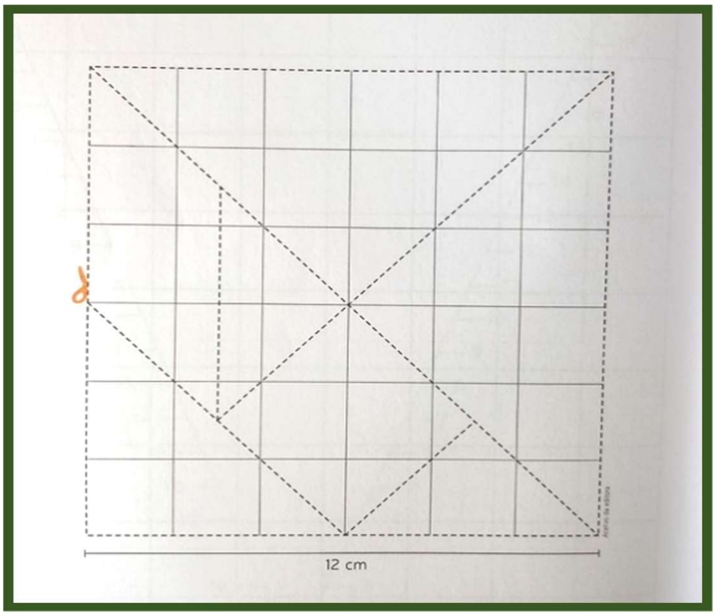
Ilustrações: Acervo da editora

Sugestões

O número de peças utilizadas para formar cada figura pode ser alterado por sugestão do professor ou dos próprios alunos. Outras figuras também podem ser sugeridas por eles.

Outra possibilidade de obter o tangram é reproduzir e distribuir aos alunos o tangram disponível nas **Páginas para reprodução**.

Figura 15 – Modelo de Tangram da proposta 9 (9º Ano)

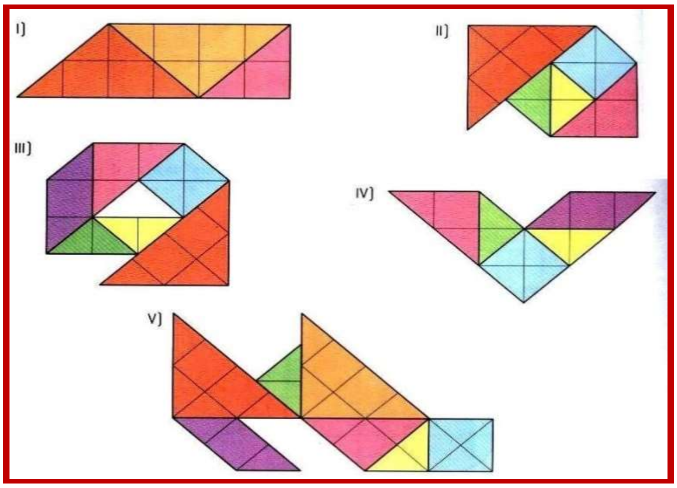


Fonte: Souza e Pataro (2015, p. 401)

A seguir representamos outra solução complementar ao enunciado com o uso de malha quadriculada, régua, lápis de cor, cola, cartolina e tesoura e um modelo de Tangram a ser usado

(Figura 15) na atividade. Pois, a partir dela pode-se construir e representar diversas formas de figuras com a malha quadriculada como mostra a seguir (Figura 16).

Figura 16 - Solução complementar

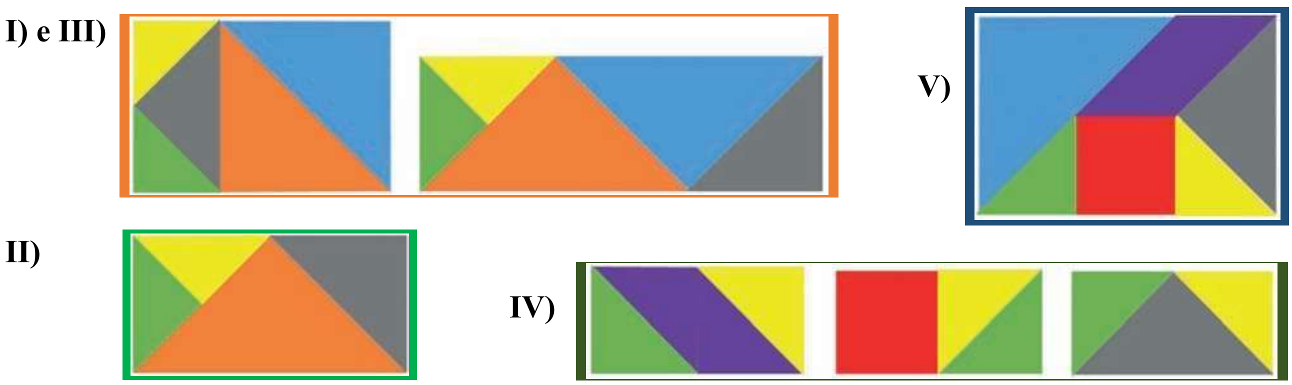


Fonte: Internet

Disponível em: www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2012/2012_uenp_m Acesso em: 31/05/2022

Agora, neste mesmo contexto também foi realizada a representação e construção na formação de figuras coloridas "sem a malha quadriculada". Com isso pode-se concluir que também é possível realizar a mesma atividade caso no momento de realização da aula o aluno não tenha a malha quadriculada, podendo ser realizada com apenas régua, lápis de cor, cola, cartolina e tesoura. Podemos observar que o objetivo da atividade continua o mesmo. Sabendo que esta está sendo realizado sem a malha quadriculada não há interferência na construção e formação das figuras como mostra a seguir na figura a seguir:

Figura 17 – Novas formações de figura



Fonte: Internet

Disponível em: https://canal.cecierj.edu.br/012016/b7aadaa7009f6d5f5c2aa959f711c130.pdf Acesso em 31/05/2022

Os objetos de conhecimento que podem ser explorados na proposta são: Congruência de figuras geométricas planas; Comparação de áreas por superposição. Da Unidade de Geometria; Grandezas e medidas. A habilidade esperada da BNCC é **(EF03MA16)** - Reconhecer figuras congruentes, usando sobreposição e desenhos em malhas quadriculadas ou triangulares, incluindo o uso de tecnologias digitais; **(EF03MA21)** Comparar, visualmente ou por superposição, áreas de faces de objetos, de figuras planas ou de desenhos.

Os problemas abordados, segundo Dante (1991), seriam do tipo: exercícios de reconhecimento e Problemas de quebra-cabeça. Nesta proposta é possível trabalhar as formas de reconhecimento das partes de um Tangram desafiando o aluno construir diversas figuras e quais tipos de figura podem ser construídas e formadas a partir da malha quadriculada e sem a malha quadriculada.

Os quadros a seguir resumem as propostas dos livros apresentados aqui neste trabalho na qual eu fiz o alinhamento dos elementos presentes na BNCC aos livros anteriores ao documento considerando o livro didático, a unidade temática, os objetos do conhecimento e as habilidades.

Quadro 3 - Dados das atividades do 6º Ano

ATIVIDADES DO LIVRO DO 6º ANO
LIVRO: MANUAL DO EDUCADOR - FORMAÇÃO CONTINUADA
Proposta 1 - *Capítulo 3 - Texto de apoio didático. Página 90.*
Unidade Temática: Geometria
Objetos do conhecimento: Congruência de figuras geométricas planas.
(EF03MA16) - Reconhecer figuras congruentes, usando sobreposição e desenhos em malhas quadriculadas ou triangulares, incluindo o uso de tecnologias digitais.

Quadro 4 – Dados das atividades do 7º Ano

ATIVIDADES DO LIVRO DO 7º ANO
LIVRO: MATEMÁTICA
Proposta 2 - *Capítulo10 - Trabalhando conceito de área. Página 237.*
Unidade Temática: Geometria
Objetos do conhecimento: Polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero
Unidade Temática: Grandezas e medidas
Objetos do conhecimento: Problemas envolvendo medições; Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros; Área de figuras planas.
(EF08MA19) - Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos; **(EF07MA28) -** Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular (como quadrado e triângulo equilátero), conhecida a medida de seu lado; **(EF07MA31)** - Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros; **(EF07MA32)** - Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.
Proposta 3 - *Capítulo10 - Exercícios Propostos. Página 239.*

Unidade Temática: Geometria
Objetos do conhecimento: Polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero
Unidade Temática: Grandezas e medidas
Objetos do conhecimento: Áreas de figuras construídas em malhas quadriculadas; Problemas envolvendo medições; Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros.
(EF04MA21) - Medir, comparar e estimar área de figuras planas desenhadas em malha quadriculada, pela contagem dos quadradinhos ou de metades de quadradinho, reconhecendo que duas figuras com formatos diferentes podem ter a mesma medida de área. **(EF07MA29)** - Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de grandezas inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas ou de outras áreas do conhecimento, reconhecendo que toda medida empírica é aproximada; **(EF07MA31)** - Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros. **(EF07MA32)** - Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.

Quadro 5 – Dados das atividades do 8º Ano

ATIVIDADES DOS LIVROS DO 8º ANO
LIVRO: VONTADE DE SABER MATEMÁTICA
Proposta 4 - *Capítulo 12 - Questão 23. página 270.*
Unidade Temática: Geometria
Objetos do conhecimento: Polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero; Congruência de triângulos e demonstrações de propriedades de quadriláteros;
Unidade Temática: Grandezas e Medidas
Objetos do conhecimento: Problemas envolvendo medições; Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros; Área de figuras planas.
EF08MA19 - Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos; **(EF07MA28)** - Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular (como quadrado e triângulo equilátero), conhecida a medida de seu lado. **(EF07MA31)** - Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros; **(EF07MA32)** - Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.
LIVRO: A CONQUISTA DA MATEMÁTICA.
Unidade Temática: Geometria
Proposta 5 - *Capítulo10 – Explorando. Página 240 - 241.*
Objetos do conhecimento: Figuras geométricas planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo): reconhecimento e análise de características; Congruência de figuras geométricas planas.
(EF03MA15) - Classificar e comparar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo) em relação a seus lados (quantidade, posições relativas e comprimento) e vértices; **(EF03MA16)** - Reconhecer figuras congruentes, usando sobreposição e desenhos em malhas quadriculadas ou triangulares, incluindo o uso de tecnologias digitais.
Proposta 6 – *Capítulo 8 – Desafio. Página 210-211.*
Objetos do conhecimento: Ângulos retos e não retos: uso de dobraduras, esquadros e softwares; Ampliação e redução de figuras poligonais em malhas quadriculadas: reconhecimento da congruência dos ângulos e da proporcionalidade dos lados correspondentes; Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos.
(EF08MA14) - Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos; **(EF04MA18)** - Reconhecer ângulos retos e não retos em figuras poligonais com o uso de dobraduras, esquadros ou softwares de geometria; **(EF05MA18)** - Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais; **(EF07MA27)** - Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos.

Quadro 6 – Dados das atividades do 9º Ano

ATIVIDADES DOS LIVROS DO 9º ANO
LIVRO: MATEMÁTICA BIANCHINI
***Proposta** 7 -* Capítulo 5 - Pense mais um pouco. Página 146
Unidade Temática: Geometria
Objetos do conhecimento: Semelhança de triângulos; Relações métricas no triângulo retângulo; Relações métricas no triângulo retângulo; Teorema de Pitágoras: verificações experimentais e demonstração.
Unidade Temática: Grandezas e medidas
Objetos do conhecimento: Áreas e perímetros de figuras poligonais: algumas relações; Perímetro de um quadrado como grandeza proporcional à medida do lado.
(EF09MA12) - Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes. **(EF09MA13)** - Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos; **(EF05MA20) -** Concluir, por meio de investigações, que figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que, também, figuras que têm a mesma área podem ter perímetros diferentes. **(EF06MA29) -** Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área.
LIVRO: VONTADE DE SABER MATEMÁTICA
Proposta 8 - Capítulo 8 - Sugestão de atividade. Página 401 – 402.
Unidade Temática: Geometria
Objetos do conhecimento: Congruência de figuras geométricas planas.
Unidade Temática: Grandezas e medidas
Objetos do conhecimento: Comparação de áreas por superposição.
(EF03MA16) - Reconhecer figuras congruentes, usando sobreposição e desenhos em malhas quadriculadas ou triangulares, incluindo o uso de tecnologias digitais; **(EF03MA21)** - Comparar, visualmente ou por superposição, áreas de faces de objetos, de figuras planas ou de desenhos.

3.3 Resolvendo Problemas com o Tangram (cartas e regras)

O jogo e atividades com o Tangram foram a partir dos livros didáticos e assim foram classificados os problemas envolvendo o Tangram. No decorrer dos últimos três meses foram feitas buscas nos livros didáticos sobre os tipos de problemas que envolviam o Tangram. São os livros abordados no 6º, 7º, 8º e 9º Ano do Ensino fundamental. Esse formulamento das questões está relacionado a resolução de problemas com o uso de jogos. Foram feitas análises dos tipos de problema segundo Dante (1991) onde cada interação do jogo e cada carta está localizada de acordo com o tipo de problema abordado no livro. As cartas estão alinhadas a BNCC (2018) então as informações sobre o ano escolar indicado, ou seja; os objetos de conhecimento e as habilidades. Essas propostas analisadas dos livros didáticos contribuirão bastante para o ensino e aprendizagem dos alunos como a elaboração e participação deles no jogo. Pois, a partir destas propostas podemos encontrar diversas formas de conhecimento em relação aos conteúdos. O jogo Tangram possibilita para o ensino da Matemática diversos tipos de resolução por se tratar de um jogo matemático. Neste tópico será apresentado o novo jogo, contendo as regras formuladas e adaptadas com as novas cartas. As cartas e regras, foram criadas a partir das propostas dos livros e das análises feitas nas etapas anteriores, assim, as cartas do novo jogo serão chamadas de cartas-problema. Uma proposta pode gerar várias cartas-problema, por exemplo, ao transformar um item em uma carta.

As cartas-problema estão alinhadas à BNCC e trazem informações sobre o ano escolar indicado, os objetos de conhecimentos, as habilidades e o tipo de problema abordado. No Quadro 7 apresentamos as informações das cartas que compõem o jogo.

Quadro 7 – Dados das cartas- problema

CARTAS	PROPOSTA	ANO	OBJETOS CONTEMPLADOS	HABILIDADES	CLASSIFICAÇÃO DOS PROBLEMAS
C1	Proposta 1	6° Ano	Congruência de figuras geométricas planas.	(EF06MA16)	Exercícios de reconhecimento
C2	Proposta 2	7° Ano	Área de figuras planas.	(EF07MA32)	problemas-padrão simples
C3	Proposta 2	7° Ano	Área de figuras planas.	(EF07MA32)	problemas-padrão simples
C4	Proposta 2	7° Ano	Área de figuras planas.	(EF07MA32)	problemas-padrão simples
C5	Proposta 2	7° Ano	Área de figuras planas.	(EF07MA32)	problemas-padrão simples
C6	Proposta 3	7° Ano	Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros.	(EF07MA32)	Problemas-padrão composto
C7	Proposta 3	7° Ano	Áreas de figuras construídas em malhas quadriculadas.	(EF07MA21)	Problemas-padrão composto
C8	Proposta 3	7° Ano	Área de figuras planas.	(EF07MA32)	Problemas-padrão composto
C9	Proposta 3	7° Ano	Área de figuras planas.	(EF07MA32)	Problemas-padrão composto
C10	Proposta 3	7° Ano	Área de figuras planas.	(EF07MA21)	Problemas-padrão composto
C11	Proposta 4	8° Ano	Problemas envolvendo medições; Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros;	(EF07MA32)	Exercícios de algoritmos
C12	Proposta 5	8° Ano	Figuras geométricas planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo): reconhecimento e análise de características; Congruência de figuras geométricas planas.	(EF07MA16)	Problemas de quebra-cabeça
			Figuras geométricas planas		

C13	Proposta 5	8° Ano	(triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo): reconhecimento e análise de características; Congruência de figuras geométricas planas.	(EF07MA16)	Problemas de quebra-cabeça
C14	Proposta 5	8° Ano	Figuras geométricas planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo): reconhecimento e análise de características; Congruência de figuras geométricas planas.	(EF07MA16)	Problemas de quebra-cabeça
C15	Proposta 6	8° Ano	Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos.	(EF07MA27)	Exercícios de reconhecimento Problemas de quebra-cabeça
C16	Proposta 7	9° Ano	Áreas e perímetros de figuras poligonais: algumas relações; Perímetro de um quadrado como grandeza proporcional à medida do lado.	(EF07MA29)	Problemas-padrão Problemas-padrão simples Problemas de quebra-cabeça
C17	Proposta 8	9° Ano	Congruência de figuras geométricas planas; Comparação de áreas por superposição.	(EF07MA16)	Exercícios de reconhecimento Problemas de quebra-cabeça
C18	Proposta 8	9° Ano	Congruência de figuras geométricas planas; Comparação de áreas por superposição.	(EF07MA21)	Exercícios de reconhecimento Problemas de quebra-cabeça

Dessa forma, o jogo é voltado para as séries dos Anos Finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano), composto por 18 cartas-problema com questões criadas a partir das atividades e das análises feitas nas etapas anteriores. Todos os conteúdos programáticos com base na BNCC e analisados de acordo com os objetos de conhecimentos e cada tipo de problema abordado nas cartas-problema de acordo com as habilidades. Cada carta-problema traz no enunciado do problema o ano escolar, objeto, habilidade e a partir de cada proposta foi criado vários problemas. Quanto aos objetos são: 9 objetos do conhecimento: 1. Congruência de figuras geométricas planas; 2. Área de figuras planas; 3. Problemas envolvendo medições; 4. Equivalência de área de figuras planas; 5. Áreas de figuras construídas em malhas quadriculadas; 6. Figuras geométricas planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo): reconhecimento e análise de características; 7. Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos; 8. Áreas e perímetros de figuras poligonais: algumas relações; 9. Comparação de áreas por superposição.

Também foram escolhidas algumas habilidades associadas às cartas-problema, totalizando seis habilidades distintas, a saber: EF06MA16; EF07MA16; EF07MA21; EF06MA27; EF07MA29; EF07MA32, dando prioridade 1as habilidades do 7º Ano. Finalmente, sobre os tipos de problemas propostas nas cartas, contemplamos quase toda a tipologia de Dante (1991), exceto o problema processo. A seguir, apresentamos as 18 cartas-problema do jogo que poderiam ser confeccionadas em papel.

CARTA 01
6° ANO
OBJETO: Congruência de figuras geométricas planas.
HABILIDADE: (EF03MA16)
ENUNCIADO: Construa figuras geométricas utilizando as peças do Tangram. Para isso, você poderá utilizar o celular para pesquisar novas imagens e construir novos desenhos.

CARTA 02
7° ANO
OBJETO: Área de figuras planas.
HABILIDADE: (EF07MA32)
ENUNCIADO: O Tangram é composto por 7 peças. Sabendo disso, existe um triângulo médio, calcule a área desse triângulo.

CARTA 03
7° ANO
OBJETO: Área de figuras planas.
HABILIDADE: (EF07MA32)
ENUNCIADO: Com base nos seus conhecimentos, calcule a área do quadrado. sabendo que a medida de cada lado é **2t.**

CARTA 04
7° ANO
OBJETO: Área de figuras planas.
HABILIDADE:(EF07MA32)
ENUNCIADO: O paralelogramo pode ser recoberto por dois triângulos pequenos. Ou seja, P = **2t.** Sabendo disso, calcule sua área.

CARTA 05
7° ANO
OBJETO: Área de figuras planas.
HABILIDADE: (EF07MA32)
ENUNCIADO: O Tangram é composto por 7 peças. Sabendo disso, observe os dois triângulos grandes, calcule a área desses triângulos.

CARTA 06
7° ANO
OBJETO: Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros.
HABILIDADE (EF07MA32)
ENUNCIADO: ***Passe na frente!*** Jogue os dados, no seu Tangram encontre a área de cada parte colorida indicada pelas peças. Sabendo que cada peça tem 1 cm de lado, multiplique pelos valores dos dados lançados e ache a sua área.

CARTA 07
7° ANO
OBJETO: Áreas de figuras construídas em malhas quadriculadas.
HABILIDADE: (EF07MA21)
ENUNCIADO: Calcule a área de cada peça do Tangram em centímetros quadrados.

CARTA 08
7° ANO
OBJETO: Área de figuras planas
HABILIDADE: (EF07MA32)
ENUNCIADO: De acordo com seus conhecimentos em áreas de figuras planas responda: Que relações você observa entre as áreas das peças do Tangram?

CARTA 09
7° ANO
OBJETO: Área de figuras planas
HABILIDADE: (EF07MA32)
ENUNCIADO: Observando as peças do Tangram a quantos por cento da área do quebra cabeça-cabeça montado corresponde a área do triângulo grande?

CARTA 10
7° ANO
OBJETO: Área de figuras planas
HABILIDADE: (EF07MA21)
ENUNCIADO: Se o Tangram fosse construído em um papel quadriculado com quadradinhos de 2 cm de lado, qual seria a porcentagem do tamanho da área dos triângulos grandes?

CARTA 11
8° ANO
OBJETO: Problemas envolvendo medições; Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros.
HABILIDADE: (EF07MA32)
ENUNCIADO: Sabendo que o Tangram possui 7 peças, construa com algumas peças do Tangram figuras e a partir delas calcule sua área. Lembrando que cada lado da figura vale a 2,8 m.

CARTA 12
8° ANO
OBJETO: Figuras geométricas planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo): reconhecimento e análise de características; Congruência de figuras geométricas planas.
HABILIDADE: (EF07MA16)
ENUNCIADO: De acordo com os seus conhecimentos em geometria, a partir das peças do Tangram, construa novas peças no formato do retângulo, triângulos, quadrados, paralelogramos e trapézios.

CARTA 13
8° ANO
OBJETO: Figuras geométricas planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo): reconhecimento e análise de características; Congruência de figuras geométricas planas.
HABILIDADE: (EF07MA16)
ENUNCIADO: Agora para complementar o seu aprendizado, utilizando as 7

CARTA 14
8° ANO
OBJETO: Figuras geométricas planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo): reconhecimento e análise de características; Congruência de figuras geométricas planas.
HABILIDADE: (EF07MA16)

CARTA 15
8° ANO
OBJETO: Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos.
HABILIDADE: (EF07MA27)
ENUNCIADO: ***Chegou sua vez!*** Utilizando o transferidor, determine as medidas dos

peças do Tangram crie um pentágono e um hexágono.	**ENUNCIADO**: Agora chegou a sua vez! Seja criativo: Usando as 7 peças do Tangram imagine e crie a figura de homem e um cachorro a partir das figuras.	ângulos das sete peças que compõe o Tangram.
CARTA 16	**CARTA 17**	**CARTA 18**
9° ANO	9° ANO	9° ANO
OBJETO: Áreas e perímetros de figuras poligonais: algumas relações; Perímetro de um quadrado como grandeza proporcional à medida do lado.	**OBJETO**: Congruência de figuras geométricas planas; Comparação de áreas por superposição.	**OBJETO**: Congruência de figuras geométricas planas; Comparação de áreas por superposição.
HABILIDADE:(EF07MA29)	**HABILIDADE**: (EF07MA16)	**HABILIDADE**:(EF07MA21)
ENUNCIADO: ***Pense mais um pouco...*** Com as 7 peças do Tangram é possível montar muitas figuras. Determine o perímetro de cada figura sabendo que seu lado maior mede *20 cm* e o seu lado menor mede *10 cm*. **Dica**: Utilize o Teorema de Pitágoras.	**ENUNCIADO**: ***Pense mais um pouco...*** A partir das peças do Tangram pode-se construir e representar diversas formas de figuras. Agora é com você! Com o uso da malha quadriculada crie novas figuras e represente-as.	**ENUNCIADO**: ***Agora é sua vez!*** Neste mesmo contexto faça a construção de figuras coloridas sem a malha quadriculada, utilizando as peças do Tangram com apenas régua e lápis de cor.

Assim como no caso do professor, temos apresentadas as cartas dos alunos sem a indicação dos anos, dos objetos do conhecimento e das habilidades (Apêndice C).

A meta do jogo é fazer com que os alunos consigam aprender Matemática a partir do jogo Tangram e resoluções de problemas a partir das cartas-problemas. Para que o aluno consiga atingir a meta é preciso que o aluno jogue com as cartas e ponha em prática seus conhecimentos matemáticos. Assim, através dele pode-se analisar quais potencialidades e limitações houve durante a aplicação deste na sala de aula. Objetivando quais são as estratégias mais utilizadas para atingir a meta.

Metas do jogo: Construção do Tangram; formação de figuras a partir do Tangram; resolver todas as cartas do jogo. Quanto às regras do novo jogo, *Resolvendo Problemas com o Tangram,* estabelecemos que deverá ser jogado por, no máximo, 4 jogadores. Após decidirem quem começará, o escolhido embaralha as cartas que ficarão sobrepostas a mesa.

Início do jogo:

- A partir da retirada de uma carta-problema, o jogador adiciona ao seu Tangram o número de peças conforme o problema proposto na carta;
- Há um tempo limite para responder cada problema que pode ser estipulado pelo professor;
- Todas as questões têm a mesma pontuação (5 pontos);

- Se passar a vez sem tentar responder é penalizado: 1 rodada sem jogar;
- Se a resposta estiver errada perde 1 ponto e fica uma rodada sem jogar;
- O uso dos dados apenas será necessário no caso da carta sacada solicitar.;

Ao fim do jogo:

- O jogador deve conseguir responder o maior número de cartas possíveis até o fim das cartas do jogo;
- O restante será classificado em 2º, 3º e 4º lugar.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esse trabalho teve sua motivação na experiência de criação do jogo Tangram das equações, na unidade curricular Laboratório do Ensino de Matemática I do Curso de Licenciatura em Matemática da UFPB. Essa experiência me proporcionou formular, adaptar e criar meu próprio jogo. Com o jogo Tangram das equações, fiz apresentação em eventos e finalmente utilizei a mesma proposta na construção do pré-projeto de pesquisa fazendo com que esse mais uma vez fosse melhorado. No entanto, se no primeiro momento não havia falhas, no decorrer do tempo pôde-se observar limitações. O foco estava apenas na resolução de equações e não nas potencialidades do Tangram e da Matemática que ele permite explorar.

Voltando a questão orientadora desta pesquisa: **Como o Tangram pode ser utilizado em sala de aula explorando a resolução de problemas voltados para os anos finais do Ensino Fundamental?** podemos dizer que para respondê-la percorremos um caminho organizado em etapas. Iniciamos com um estudo teórico sobre uso de jogos nas aulas de Matemática e como ele pode ser articulado com a resolução de problemas. Nesse momento também exploramos a variedade de problemas em Matemática para compor a proposta do jogo. Essa discussão para o processo de construção do novo jogo com o Tangram permitiu a reflexão sobre o que pode ser levado em consideração na hora de elaborar ou escolher um jogo e discutir a função do jogo no ensino e na aprendizagem da Matemática.

Em seguida, iniciamos a busca de problemas ou propostas de livros didáticos do Ensino Fundamental envolvendo o uso do Tangram. Para tanto, usamos 6 livros sendo 1 livro do 6º ano, 1 livro do 7º ano, 2 livros do 8º ano e 2 livros do 9º ano. Obtivemos um total de 8 propostas. Essas propostas contemplaram 25 objetos do conhecimento e 27 habilidades associadas e esperadas segundo a BNCC. O jogo *Resolvendo Problemas com o Tangram* passou a ser composto por 18 cartas-problema com questões sobre 9 objetos do conhecimento: 1. Congruência de figuras geométricas planas; 2. Área de figuras planas; 3. Problemas envolvendo medições; 4. Equivalência de área de figuras planas; 5. Áreas de figuras construídas em malhas quadriculadas; 6. Figuras geométricas planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo): reconhecimento e análise de características; 7. Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos; 8. Áreas e perímetros de figuras poligonais: algumas relações; 9. Comparação de áreas por superposição. Também foram escolhidas algumas habilidades associadas às cartas-problema, totalizando seis habilidades distintas, a saber: EF06MA16; EF07MA16; EF07MA21; EF06MA27; EF07MA29; EF07MA32, dando prioridade 1as habilidades do 7º Ano. Finalmente, sobre os tipos de problemas propostas nas cartas, contemplamos quase toda a tipologia de Dante (1991), exceto o problema processo.

O novo jogo foi construído de forma que possibilita ao aluno a resolução de uma variedade de problemas num contexto lúdico e descontraído trazido pelo próprio Tangram. Também possibilita ao professor uma flexibilidade na escolha das cartas a serem usadas conforme seus objetivos de ensino. Por exemplo, permite ao professor utilizar esse novo jogo como recurso para identificar dificuldades e conhecimentos dos alunos em relação a diversos objetos do conhecimento de diferentes unidades temáticas como em Geometria, Grandezas e Medidas.

Cabe dizer que uma próxima etapa para aprimoramento do jogo *Resolvendo Problemas com o Tangram* seria de teste, analisando as cartas e as regras, mas que não foram possíveis pelo limite do tempo. Esse teste poderia ser com outros licenciandos e numa fase posterior, com alunos do Ensino Fundamental. Portanto, nesse trabalho mostramos que é possível alunos em formação inicial construir e criar métodos de ensino mostrando soluções educativas que contribuem para que a Matemática seja vista de uma forma diferente e através dela, nós como futuros professores, possamos trazer para os alunos os conteúdos de maneira alegre e prazerosa.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, 2018.

_______. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Brasília/DF: MEC/SEF, 1998.

_______. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Brasília: MEC/SEF, 1998.

BIANCHINI, E. **Matemática: Bianchini, 7º ano** / Edwaldo Bianchini – 7. ed. – São Paulo : Moderna, 2011.

_____________. **Matemática: Bianchini, 9º ano** / Edwaldo Bianchini – 7. ed. – São Paulo : Moderna, 2011.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de Matemática.** 3ª ed. São Paulo: Ática, 1991. Disponível em: https://imesmatematica.files.wordpress.com/2012/02/diferentes-tipos-de-problemas-no-ensino-da-matemc3a1tica-2014.pdf . Acesso em 10/05/2022.

GIL, A.C. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

_______ . **Métodos e técnicas de pesquisa social.** 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GIOVANNI JÚNIOR, J.R**. A conquista da Matemática, 8º ano** / José Ruy Giovanni Júnior, Benedicto Castrucci . – Ed. renovada. – São Paulo : FTD, 2009. – (Coleção a conquista da Matemática)

GRANDO, R.G. (1995). **O jogo e suas possibilidades metodológicas no processo ensino aprendizagem da Matemática**. Dissertação de mestrado. Campinas: UNICAMP. Disponível em: http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000084233 . Acesso em 01/05/2022.

GRANDO, R.G. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula.** Tese de doutorado. Universidade Estadual de Campinas. Campinas - SP. 2000. Disponível em http://pedagogiaaopedaletra.s3.amazonaws.com/wpcontent/uploads/2012/10/OCONHECIME NTO-MATEM%C3%81TICO-E-O-USO-DE.pdf . Acesso em 11/05/22.

MACEDO, L et al. **Intervenção com jogos: estudo sobre o Tangram.** Revista Psicologia Escolar e Educacional, v. 19, p. 13-22, 2015.

PIAGET J. **Psicologia e pedagogia.** Trad. Lindoso DA, Ribeiro da Silva RM. Rio de Janeiro: Forense Universitária;1976.

SANTOS, J. **Manual do educador – formação continuada, 6º ano** / Judson Santos, Annelise Maymone. – Ed. Única. – Recife : Sucesso sistema de ensino, 2022.

SMOLE, K.S. **Jogos de Matemática: 1º ao 5º ano** [recurso eletrônico] / Kátia Stocco Smole, Maria Ignez Diniz, Patrícia Cândido. – Dados eletrônicos. – Porto Alegre : Artmed, 2007. (Série Cadernos do Mathema – Ensino Fundamental). Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/reader/books/9788536310626/pageid/6 . Acesso em 01/05/2022.

________. **Jogos de Matemática: 6º ao 9º ano** [recurso eletrônico] / Kátia Stocco Smole, Maria Ignez Diniz, Estela Milani. – Dados eletrônicos. – Porto Alegre : Artmed, 2007. (Série Cadernos do Mathema – ensino Fundamental). Disponível em: https://books.google.com.br/books?hl=ptBR&lr=&id=OcD0WbE4ok8C&oi=fnd&pg=PA5&dq=jogos+na+matemática&ots=UOKF5NRgVa&sig=vuTkGHBH1zoZSbPQrhA_EX5ykMw#v=onepage&q=jogos%20na%20matemática&f=false . Acesso em 01/05/2022.

SMOLE, K.S. **Jogos de Matemática**: **1º ao 3º ano** [recurso eletrônico] / Kátia Stocco Smole ... [et al.]. – Dados eletrônicos. – Porto Alegre : Artmed, 2008. (Cadernos do Mathema – Ensino médio). Disponível em: Minha Biblioteca: Cadernos do Mathema - Ensino Médio - V3. Acesso em 14/05/2022.

SOUZA, J.R.. **Vontade de saber Matemática, 8º ano** / Joamir Roberto de Souza, Patricia Rosana Moreno Pataro. – 3. Ed. – São Paulo : FTD, 2015.

__________. **Vontade de saber Matemática, 9º ano** / Joamir Roberto de Souza, Patricia Rosana Moreno Pataro. – 3. Ed. – São Paulo : FTD, 2015.

SOUZA, E.R de; et al. **A Matemática das sete peças do tangram.** 2ª edição. São Paulo: CAEM/IME-USP, 1997.

SULZBACH, S.I. (2005). **Definição e Especificação Formal do Jogo Diferencial Lobos e Cordeiro**. Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS. Programa de Pós – Graduação em Computação. Porto Alegre- RS. Dissertação de mestrado. Disponível em: http://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/10546/000543246.pdf?...1 . Acesso em 01/05/2022.

APÊNDICE

Apêndice A – Imagem do Jogo Tangram das Equações

Fonte: Própria do Autor

Apêndice B – Regras do jogo Resolvendo problemas com o Tangram

RESOLVENDO PROBLEMAS COM O TANGRAM

REGRAS DO NOVO JOGO

- No máximo 4 jogadores;
- Após decidirem quem começará, o escolhido embaralha as cartas;
- As cartas ficarão sobreposta a mesa;
- Inicia-se o jogo: Cada carta contém um problema para ser resolvido;
- O jogador adiciona ao seu Tangram o número de peças conforme o problema representado na carta;
- Há um tempo limite para responder cada problema;
- Se passar a vez sem tentar responder é penalizado: 1 rodada sem jogar;
- Se a resposta estiver errada perde 1 ponto (peça) do Tangram e fica uma rodada sem jogar;
- Continua-se o jogo no sentido horário;
- O uso dos dados apenas será necessário no caso da cartasacada solicitá-los;
- Ao fim do jogo: O jogador que conseguir responder o maior número de cartas possíveis o jogo acaba;
- O restante será classificado em 2º, 3º e 4º lugar.

Apêndice C – Cartas do jogo Resolvendo problemas com o Tangram (versão alunos)

CARTA 01

ENUNCIADO:

Agora é com você!

Construa figuras geométricas utilizando as peças do Tangram. Para isso, você poderá utilizar o celular para pesquisar novas imagens e construir novos desenhos.

CARTA 02

ENUNCIADO:

Agora é com você!

O Tangram é composto por 7 peças. Sabendo disso, existe um triângulo médio, calcule a área desse triângulo.

CARTA 03

ENUNCIADO:

Agora é com você!

Com base nos seus conhecimentos, calcule a área do quadrado. sabendo que a medida de cada lado é **2t.**

CARTA 04

ENUNCIADO:

Pense mais um pouco!

O paralelogramo pode ser recoberto por dois triângulos pequenos. Ou seja, P = **2t.** Sabendo disso, calcule sua área.

CARTA 05

ENUNCIADO:

Pense mais um pouco!

O Tangram é composto por 7 peças. Sabendo disso, observe os dois triângulos grandes, calcule a área desses triângulos.

CARTA 06

ENUNCIADO:

Passe na frente!

Jogue os dados, no seu Tangram encontre a área de cada parte colorida indicada pelas peças. Sabendo que cada peça tem 1 cm de lado, multiplique pelos valores dos dados lançados e ache a sua área.

CARTA 07

ENUNCIADO:

Vamos lá!

Calcule a área de cada peça do Tangram em centímetros quadrados.

CARTA 08

ENUNCIADO:

Vamos lá!

De acordo com seus conhecimentos em áreas de figuras planas responda: Que relações você observa entre as áreas das peças do Tangram?

CARTA 09

ENUNCIADO:

Vamos lá!

Observando as peças do Tangram a quantos por cento da área do quebra cabeça-cabeça montado corresponde a área do triângulo grande?

CARTA 10

ENUNCIADO:

Chegou sua vez!

Se o Tangram fosse construído em um papel quadriculado com quadradinhos de 2 cm de lado, qual seria a porcentagem do tamanho da área dos triângulos grandes?

CARTA 11

ENUNCIADO:

Chegou sua vez!

Sabendo que o Tangram possui 7 peças, construa com algumas peças do Tangram figuras e a partir delas calcule sua área. Lembrando que cada lado da figura vale a 2,8 m.

CARTA 12

ENUNCIADO:

Chegou sua vez!

De acordo com os seus conhecimentos em geometria, a partir das peças do Tangram, construa novas peças no formato do retângulo, triângulos, quadrados, paralelogramos e trapézios.

CARTA 13

ENUNCIADO:

Vamos lá!

Agora para complementar o seu aprendizado, utilizando as 7 peças do Tangram crie um pentágono e um hexágono.

CARTA 14

ENUNCIADO:

Agora chegou a sua vez!

Seja criativo: Usando as 7 peças do Tangram imagine e crie a figura de homem e um cachorro a partir das figuras.

CARTA 15

ENUNCIADO:

Chegou sua vez!

Utilizando o transferidor, determine as medidas dos ângulos das sete peças que compõe o Tangram.

CARTA 16

ENUNCIADO:

Pense mais um pouco...

Com as 7 peças do Tangram é possível montar muitas figuras. Determine o perímetro de cada figura sabendo que seu lado maior mede *20 cm* e o seu lado menor mede *10 cm*. **Dica**: Utilize o Teorema de Pitágoras.

CARTA 17

ENUNCIADO:

Pense mais um pouco...

A partir das peças do Tangram pode-se construir e representar diversas formas de figuras. Agora é com você! Com o uso da malha quadriculada crie novas figuras e represente-as.

CARTA 18

ENUNCIADO:

Agora é sua vez!

Neste mesmo contexto faça a construção de figuras coloridas sem a malha quadriculada, utilizando as peças do Tangram com apenas régua e lápis de cor.